

Un cadre formel issu de la théorie de la démonstration pour la théorie de l'argumentation

Christophe Fouqueré, Myriam Quatrini

▶ **To cite this version:**

Christophe Fouqueré, Myriam Quatrini. Un cadre formel issu de la théorie de la démonstration pour la théorie de l'argumentation. Mathématiques et Sciences Humaines, 2012, 198, pp.49-83. hal-01286972

HAL Id: hal-01286972
https://hal.science/hal-01286972

Submitted on 11 Mar 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Un cadre formel issu de la théorie de la démonstration pour la théorie de l'argumentation

Christophe FOUQUERÉ * Myriam QUATRINI †

9 novembre 2011

RÉSUMÉ – *Dans cet article nous nous intéressons aux dialogues argumentatifs, en poursuivant l'approche initiée par Lecomte & Quatrini [2010] d'une formalisation des dialogues dans le cadre de la Ludique. Nous illustrons notre proposition dans deux cas extrêmes : les controverses qui illustrent les stratagèmes de Schopenhauer dans [Schopenhauer 1830] et un dialogue juridique à partir d'un exemple étudié par Prakken [2008].*

MOTS-CLÉS – Argumentation, Formalisation des dialogues, Actes de dialogues, Logique Linéaire, Ludique

SUMMARY – *In this paper, we are interested in argumentative dialogues, we continue the approach introduced by Lecomte & Quatrini [2010], who proposed a formalization of dialogues into the framework of Ludics. We illustrate our proposal in two very different cases : the controversies exemplifying the Schopenhauer's stratagems in [Schopenhauer 1830] and a adjudication dialogue studied by Prakken [2008].*

KEYWORDS – Argumentation, Formalization of dialogues, Dialogue acts, Linear Logic, Ludics

1. Introduction

L'argumentation est un sujet d'étude abordé sous de nombreux angles : philosophique, linguistique, cognitif, logique, ... Ici, nous sommes intéressés par les approches logique et linguistique de l'argumentation. Linguistique, dans la mesure où nous n'abordons l'argumentation que par le biais des dialogues argumentatifs, que nous considérons comme des cas particuliers de dialogues. Logique, car nous abordons les dialogues à partir de l'approche initiée par Lecomte & Quatrini [2010], qui en propose une formalisation dans un cadre logique, et plus précisément dans le cadre de la théorie de la démonstration. Ce cadre est celui de la Ludique.

La Ludique [Girard 2001] est une théorie logique développée par J.-Y. Girard au tournant des années 2000. Cette théorie advient et se déploie en prenant acte du paradigme suivant : l'interaction est le concept central en logique. Ce paradigme est en quelque sorte le successeur du paradigme qui s'est montré fructueux dans le dialogue entre logique et informatique théorique, connu sous le nom d'isomorphisme de Curry-Howard. Celui-ci établit la parfaite correspondance entre les programmes et leur exécution d'un côté, les preuves formelles et l'élimination des coupures de l'autre. La coupure permet de faire interagir deux preuves formelles, lorsque la première établit une formule qui est utilisée comme hypothèse dans la seconde. Sous forme de modus ponens, elle est le moteur des raisonnements ; un résultat majeur en théorie de la démonstration établit que, partant d'une preuve contenant des règles de coupures on peut toujours arriver, au terme d'une procédure de normalisation, à une preuve qui n'utilise pas la règle de coupure. Une notion de "dynamique" est ainsi posée au cœur de la logique et permet de modéliser le calcul. Après des décennies de travaux étudiant les propriétés de cette dynamique et étendant son cadre de pertinence, la Ludique achève un renversement de priorité entre les concepts. Traditionnellement, les formules et les preuves étaient d'abord définies, la coupure étant une des règles utilisées dans la définition des preuves. La

*LIPN, Université Paris 13 et CNRS, christophe.fouquere@lipn.univ-paris13.fr
†IML, Université d'Aix-Marseille et CNRS, quatrini@iml.univ-mrs.fr

procédure d'élimination venait ensuite compléter le tableau en ajoutant une dynamique. Puis, au fur et à mesure, pour assurer des propriétés à cette dynamique, les formules et les preuves ont été affinées. La logique linéaire [Girard 1987] illustre ces transformations : les connecteurs de conjonction et de disjonction ont chacun été remplacés par leurs deux versions, additive et multiplicative ; les preuves ont trouvé un nouveau format, celui des réseaux où l'élimination des coupures apparaît encore comme une propriété a posteriori, ici de réduction de graphes. A contrario, en Ludique, la coupure, c'est à dire l'interaction, est primitive. Il n'y a plus, au départ, ni formules, ni preuves mais seulement des objets primitifs : les desseins, dont l'unique raison d'être est qu'ils sont les supports de l'interaction. En fait, l'interaction se déroule entre deux desseins et consiste à franchir pas à pas des étapes élémentaires en suivant des chemins duaux disponibles dans chacun de ces deux desseins. Un dessein n'est alors rien d'autre que les potentialités de chemins d'interaction qu'il contient, ainsi, il est essentiellement défini par ses contre-desseins : ceux avec lesquels il interagit. Les étapes élémentaires de l'interaction (appelées actions en Ludique) correspondent aux étapes élémentaires de l'élimination des coupures, qui permettent de poursuivre, via l'interaction, l'exploration d'une formule sur ses sous-formules. Toutefois, la notion de formule n'est pas une donnée a priori dans la définition d'un dessein : on dispose seulement des lieux par lesquels peuvent passer les interactions et sur lesquels on va pouvoir placer des formules au terme de ce travail de déconstruction. C'est la donnée d'un ensemble de desseins qui fixe et délimite l'espace dans lequel on considère les interactions : celui de tous les contre-desseins communs à cet ensemble. Un point de vue "extérieur" est ainsi introduit, à partir duquel on peut observer des régularités. On retrouve alors les formules comme étant des ensembles de desseins clos relativement à l'interaction avec l'ensemble des contre-desseins. En effet, lorsqu'il est considéré relativement à un ensemble de desseins donné, un dessein représente une des façons d'explorer cet ensemble. Lorsqu'il est clos, un ensemble de desseins raconte toutes les façons d'explorer l'objet qu'il représente, jusqu'à ses éléments indécomposables, ce qui correspond bien à la notion de formule, définie par tous les connecteurs et les sous-formules dont elle est composée jusqu'aux variables propositionnelles et aux constantes. De plus, et c'est là une propriété essentielle de la Ludique, dans l'ensemble de desseins associé à une formule, certains correspondront à des preuves : ceux qui vérifient des propriétés adéquates, parmi lesquelles, justement, le fait de poursuivre l'exploration jusqu'à un terme convenable. La vérité d'une formule sera attestée par l'existence d'une *preuve* appartenant à l'ensemble des desseins associé à cette formule.

Notre formalisation utilise ces objets "primitifs" de l'interaction, en amont de la reconstruction de la logique, ce qui explique à nos yeux sa pertinence pour l'étude des dialogues en général et de l'argumentation en particulier. Les études portant sur l'argumentation, que ce soit pour pouvoir déterminer la validité des arguments ou pour formaliser les actes de langage utilisés, se sont naturellement placées dans le cadre de la logique. En effet, pour formaliser l'idéal d'une démarche argumentative, le concept de *preuve formelle* semble s'imposer. Mais le concept de preuve formelle ne s'applique bien que dans le domaine pour lequel il est défini : la logique mathématique. Hors de ce domaine, lister de façon exhaustive toutes les étapes d'un raisonnement semble rédhibitoire, associer de façon univoque une proposition à tout énoncé semble trop réducteur. Ainsi, la notion de *preuve formelle* est à la fois trop exigeante et trop réductrice pour rendre compte d'une argumentation. La Ludique, qui libère à la fois la notion de formule et celle de preuve apparaît comme une alternative prometteuse. On peut s'entendre sur la validité d'un énoncé avancé au cours d'une controverse, sans nécessairement l'avoir complètement déterminé en tant que proposition formelle, mais simplement parce qu'on a pris acte de la pertinence de son rôle au sein de la controverse elle-même, on peut concéder la justesse d'une position sans avoir nécessairement exploré tous ses soubassements, un contradicteur peut *gagner* un débat, simplement parce que son adversaire rend les armes. La Ludique qui manipule en quelque sorte des "proto-preuves" et des "proto-formules" est un cadre assez général pour rendre compte de ces approximations, de ces ambiguïtés inhérentes aux dialogues en langage naturel.

La section 2. est consacrée à une brève description de la Ludique en prenant comme source d'exemples des dialogues simples.

Notre modélisation des dialogues argumentatifs, développée en section 3., s'appuie sur des objets qui sont principalement des transpositions des objets élémentaires de la Ludique (action, dessein,

interaction) au cadre des dialogues (fragment d'énoncé, intervention, dialogue) [1]. Un dialogue est ainsi représenté par une interaction entre deux desseins, chaque dessein intégrant les *actes de dialogue* présents dans les interventions d'un locuteur. Un acte de dialogue intègre à la fois une polarité, distinguant celui des locuteurs qui effectue l'acte de celui qui le réceptionne, les ouvertures créées par cet acte, lieux possibles de continuation du dialogue, ainsi que l'expression qui supporte cet acte dans une intervention. L'acte de dialogue est ainsi la modélisation de l'unité minimale de langage ayant un rôle dans le dialogue : il peut être porté par un fragment d'énoncé, un mot, voire un élément extra-linguistique comme un geste.

Les sections suivantes sont dédiées à l'analyse de deux cas extrêmes de dialogue argumentatif. Les stratagèmes sont des manœuvres permettant d'orienter le dialogue vers la fin désirée. Schopenhauer, dans son livre "L'art d'avoir toujours raison" [Schopenhauer 1830], a particulièrement analysé ces cas. Il peut s'agir de noyer l'opposant sous une masse d'arguments, comme de l'entraîner insidieusement à une certaine conclusion, ou d'utiliser des énoncés contenant des présuppositions cachées, ou encore de jouer sur les mots. Deux de ses stratagèmes sont formalisés en section 4.. Avec les stratagèmes, toute démarche dialogique est licite, a contrario le domaine juridique fournit un cadre fortement règlementé. D'une part, la loi s'y applique qui définit des termes du langage, qui codifie les arguments acceptables (et la loi s'impose, donc ne peut être réfutée). D'autre part, un juge est à la fois scrutateur du dialogue et celui qui clôt la dispute. Scrutateur, le juge peut bloquer une argumentation en rappelant la loi ou plus généralement des éléments qui doivent s'imposer à tous. Il est aussi celui qui tranche une dispute en déterminant le "gagnant" dès lors qu'un enchaînement d'interventions obligatoires aboutit à une impasse pour l'une des parties. Enfin, le cadre juridique est censé permettre à chaque partie de répondre à chaque attaque ou contre-argumentation : les interventions y sont en général élémentaires. Nous analysons en section 5. un exemple extrait d'un article de Prakken [2008].

2. Eléments de Ludique pour une formalisation des dialogues

Ces dernières décennies, de nombreux travaux ont proposé une formalisation des dialogues dans un cadre logique (par exemple [Lascarides & Asher 2009]), souvent en s'appuyant directement sur la théorie des jeux [Walton 1985, Mackenzie 1990, Poesio & Mikheev 1998, Loui 1998, Prakken 2008]. D'une certaine manière, la démarche initiée par Lecomte & Quatrini [2010], que nous reprenons ici, s'inscrit dans cette perspective. Néanmoins, un léger changement d'angle de vue est nécessaire : la Ludique, bien qu'elle puisse être recomposée avec des concepts de la sémantique des jeux [Basaldella & Faggian 2009] est d'abord une théorie de l'interaction. Ne serait-ce que parce que il n'y a pas de raison de s'imposer des contraintes superflues (des règles *a priori*) lorsque l'on veut rendre compte d'une situation d'interaction dont justement les éventuelles règles sont à découvrir, nous préférons alors nous placer dans ce cadre plus général plutôt que celui d'interactions déjà prédéfinies que sont celles des jeux. Nous allons préciser dans cette section les outils techniques et concepts de la Ludique qui sont sont pertinents pour compléter, enrichir une approche "théorie des jeux" des interactions dialogiques. Les définitions des concepts de la Ludique et la théorie elle-même sont présentées en annexe. Ici, nous donnons une présentation informelle des objets de la Ludique, en insistant sur les propriétés que nous allons utiliser, c'est à dire en les illustrant par des exemples de dialogues. Nous donnons ainsi une première intuition de notre formalisation qui sera définie précisément dans la section suivante.

2.1. Les dialogues comme séquences d'actions

En Ludique, les éléments primitifs de l'interaction sont des **actions**. Ces actions sont polarisées et apparaissent par paires d'actions duales : pour chaque action positive (resp. négative) κ on a l'action négative (resp. positive) duale $\overline{\kappa}$ et $\overline{\overline{\kappa}} = \kappa$. On dispose en outre d'une relation de **justification** entre les actions qui permet de définir certaines séquences alternées d'actions : (i) les actions positives peuvent être **initiales** ou bien **justifiées** par une action négative qui la précède dans la séquence; (ii) les actions négatives, sauf la première qui peut être initiale, sont justifiées par l'action positive immédiatement précédente. De telles séquences s'appellent en Ludique des

1. Si le sujet de la présente étude se concentre sur les dialogues *argumentatifs*, le cadre que nous proposons a en effet vocation à permettre une formalisation des divers types de dialogues.

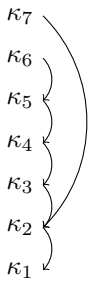
chroniques. Les **desseins** [2] sont des ensembles de chroniques qui sont susceptibles de s'intercaler pour supporter les étapes successives d'un même parcours d'interaction. Une **interaction** advient entre deux desseins lorsqu'ils contiennent chacun un parcours miroir de l'autre.

Nous disposons ainsi d'un cadre pour représenter la forme d'une interaction dialogique, c'est à dire pour représenter, sous forme d'un graphe, le support des étapes élémentaires de l'interaction entre les interventions de deux locuteurs au cours d'un dialogue. Nous illustrons cette représentation en reprenant l'exemple utilisé par Lecomte & Quatrini [2010] :

EXEMPLE **1.** *Le dialogue ci-dessous est tiré d'un roman de A. Dumas : Le Comte de Montecristo. Le dialogue suivant a lieu entre deux protagonistes : Edmond et Faria ; Faria, pour aider Edmond à découvrir qui avait intérêt à sa disparition, initie un dialogue :*

F	κ_1 *: Quelle était votre vie à ce moment-là ?*
E	κ_2 *: J'allais de venir capitaine du Pharaon ; J'allais épouser une belle jeune fille.*
F	κ_3 *: Quelqu'un avait-il intérêt à ce que vous ne devinssiez pas capitaine du Pharaon ?*
E	κ_4 *: [...], un seul homme. [...],*
F	κ_5 *: Comment se nommait-il ?*
E	κ_6 *: Danglars.*
F	κ_7 *: Bon, parlez-moi maintenant de cette belle jeune fille ...*

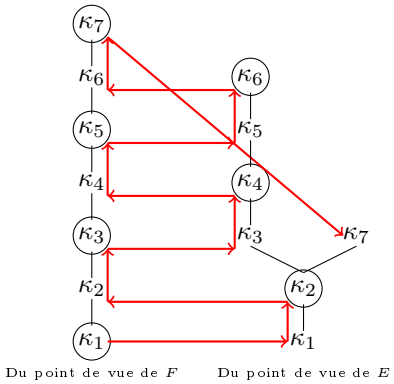
En première approximation, nous associons à chaque intervention une action : $\kappa_1, \ldots, \kappa_7$. La relation de justification entre les actions est donnée par le schéma suivant, une flèche de l'action κ vers l'action κ' indique que κ est justifiée par κ' :



La première action κ_1 est initiale, en effet, avec cette intervention F initie le dialogue. La septième κ_7 est justifiée par la seconde intervention κ_2 : le focus de l'intervention est la belle jeune fille qui a été introduite par la seconde intervention. Chacune des autres interventions est justifiée par l'action immédiatement précédente qui introduit son focus.

La Ludique permet alors de reconstruire la forme de l'interaction dont cet échange, alternance d'interventions, est la trace. En effet, lorsqu'on représente la séquence alternée des interventions $\kappa_1 \ldots, \kappa_7$ en choisissant la polarité positive pour les interventions de F, on représente en fait l'interaction dialogique vue du point de vue de F mais on peut aussi choisir de la représenter du point de vue de E, en échangeant les polarités. On dispose alors de deux desseins qui interagissent et dont la trace de l'interaction est justement le dialogue. Ainsi, dans la figure 1, les desseins sont des arbres dont les noeuds sont des actions polarisées, dont les branches sont des chroniques et dont seuls les noeuds positifs peuvent avoir plusieurs plusieurs fils. L'interaction a lieu entre deux desseins dont les premières actions sont duales. C'est un voyage à travers ces deux desseins, qui se déroule de la façon suivante :
- il démarre dans le dessein qui contient la version positive de ces deux actions duales en se positionnant sur cette action positive ;
- chaque fois qu'il passe par une action positive κ d'un des deux desseins, le voyage se poursuit dans l'autre dessein par l'action négative duale $\overline{\kappa}$ (lorsqu'il la trouve), puis continue sur l'unique action positive qui suit cette action négative dans le même dessein.

2. Suivant la métaphore des jeux : les suites alternées d'actions peuvent être vues comme des parties (chroniques) que l'on peut regrouper pour former des stratégies (desseins) [Basaldella & Faggian 2009]. Pour former des desseins, le regroupement de chroniques doit satisfaire certaines conditions qui sont rappelées en annexe.



Dans la figure, les actions positives sont cerclées.

FIGURE 1. Modélisation du dialogue entre Faria et Edmond

Ce processus se poursuit tant que l'on trouve, dans un des deux desseins, l'action négative duale de l'action positive courante dans l'autre dessein. On peut ne pas la trouver et alors l'interaction échoue (diverge). Soulignons que, dans ces desseins comme dans l'interaction, les actions positives et négatives ne sont pas symétriques. La contrepartie du point de vue des dialogues est la suivante : une action positive par rapport à un dessein correspond à un rôle actif du locuteur dont ce dessein représente le point de vue, alors qu'une action négative dans ce même dessein rend compte d'un rôle passif (l'enregistrement de l'intervention de l'autre locuteur).

Représenter le dialogue comme la trace (la séquence des actions visitées) d'une interaction entre deux desseins supports permet ainsi de rendre compte du fait que le dialogue est accessible à partir de deux points de vue, celui de chacun des locuteurs. Plus encore, on va pouvoir observer le succès ou l'échec de la rencontre de ces deux points de vue, et ainsi attraper une des propriétés essentielles de l'interaction dialogique : elle peut échouer ou se terminer par un abandon.

2.2. Convergence / divergence des interactions

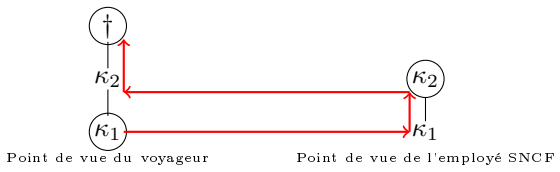
En plus des actions appariées $(\kappa, \overline{\kappa})$ la Ludique introduit une action positive spéciale, qui n'a pas d'action duale, qui est appelée **daïmon** et est notée †. Dans les chroniques, cette action ne peut apparaître qu'en position finale ; elle permet de terminer les interactions sur une *convergence*. Nous pouvons alors compléter la présentation de l'interaction donnée dans la section précédente : "le voyage démarre dans le dessein qui contient la version positive de ces deux actions duales, sur cette action positive ; chaque fois qu'il passe par une action positive κ d'un des deux desseins, le voyage se poursuit dans l'autre dessein par l'action négative duale $\overline{\kappa}$, s'il la trouve, puis continue sur l'unique action positive qui suit cette action négative dans le même dessein" **jusqu'à ce que l'action positive rencontrée soit le daïmon**. Dans les dialogues, terminer une interaction par une convergence signifie que le dialogue se termine et s'est bien passé.

2.2.1. Dialogues convergents / divergents

Exemple **2.** *Considérons l'échange suivant entre un voyageur et un employé* SNCF *:*
– A quelle heure part le prochain train pour Paris ?
– A 19h45.
– Merci.

Nous associons comme précédemment des actions aux interventions. Toutefois, alors que les deux premières interventions sont représentées par des paires d'actions positives et négatives : $\kappa_1/\overline{\kappa_1}$ pour l'intervention *"A quelle heure part le prochain train pour Paris ?"* et $\kappa_2/\overline{\kappa_2}$ pour *"A 19h45."*, la troisième intervention, qui explicitement clôt l'échange est représentée par l'action †. Et en effet, l'interaction entre les deux desseins ci-dessous, correspondant chacun au dialogue vu

du point de vue de chaque locuteur et dont la trace est le dialogue, se termine par †, c'est à dire converge.



Tous les dialogues ne se terminent pas aussi bien. Certains débouchent sur des malentendus, des incompréhensions, des mésententes ... Il nous paraît important de pouvoir rendre compte aussi des interactions qui y conduisent. L'exemple suivant est tiré de l'ouvrage de Schopenhauer "L'art d'avoir toujours raison" [Schopenhauer 1830]. Dans ce livre, il est donné pour illustrer le premier stratagème.

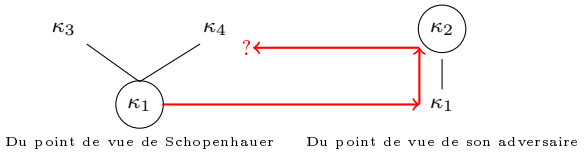
EXEMPLE **3.** *"J'affirmais que les anglais étaient supérieurs à toute autre nation en art dramatique. Mon adversaire a rétorqué qu'il était bien connu qu'ils étaient nuls en musique et par conséquent aussi, nuls en opéra. Je répliquais que par art dramatique, j'entendais uniquement tragédie ou comédie."*

Le dialogue ici est une controverse. Comme précédemment, nous nous contentons d'associer grossièrement une action à chaque tour de parole. Ou tout au moins nous le faisons pour les deux premières interventions.

κ_1 : Les anglais sont supérieurs à toute autre nation en art dramatique.

κ_2 : Mais les anglais sont nuls en musique, ils ont nuls aussi en opéra.

Cette deuxième intervention κ_2 n'est pas acceptée par le premier locuteur, ou plus précisément il n'accepte pas d'assumer le dialogue-interaction selon un dessein qui contiendrait cette intervention κ_2 justifiée par κ_1. Il aurait accepté la poursuite d'un dialogue dans lequel des interventions auraient pu être justifiées par κ_1, à condition qu'elles déclinent l'art dramatique en comédie ou en tragédie (κ_3 ou κ_4 dans la figure ci-dessous).



Du point de vue de l'interaction, cette controverse se termine mal : un contre-argument n'est pas accepté et pour autant l'adversaire de Schopenhauer n'a pas accepté sa thèse. La représentation en Ludique permet d'en rendre compte sous la forme d'une interaction divergente, et d'une façon suffisamment précise pour pointer le lieu de la divergence : c'est l'intervention κ_2 qui n'est pas reconnue comme étant justifiée correctement par κ_1, c'est à dire n'est pas acceptée comme poursuite correcte du dialogue.

2.2.2. Préserver la convergence du dialogue

Comme nous l'avons souligné plus haut, associer une action à une intervention, à un tour de parole est assez brutal. Une formalisation plus fine va s'attacher à décomposer les interventions elles-mêmes. Nous reviendrons longuement sur cette étape de notre formalisation dans la section suivante, qui va permettre d'associer aux interventions non seulement des actions mais des objets plus élaborés : des séquences d'actions voire des desseins plus complexes.

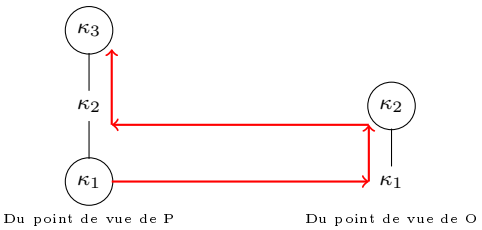
L'exemple de présupposition explicité ci-dessous est une application de ce cadre qui, à l'instar de la Ludique, permet de rendre compte à la fois d'interactions convergentes et divergentes.

Une *présupposition* est une assertion implicite sur le monde ou sur ses représentations, dont la validité est tenue pour acquise dans le discours.

EXEMPLE **4.** *Reprenons l'exemple bien connu d'une intervention exprimée par un énoncé contenant une présupposition, comme dans l'extrait de dialogue suivant : P pose à O la question "Avez-vous cessé de fumer ?".*

Le locuteur P impose en quelque sorte que l'échange suivant ait eu lieu.
– *"Vous fumiez ?"*
– *"Oui."*
– *"Avez-vous cessé de le faire ?"*

En suivant la formalisation ébauchée dans les sections précédentes, nous pouvons représenter cet échange virtuel par une interaction entre deux desseins :



où les actions κ_1, κ_2 et κ_3 correspondent respectivement aux interventions : "vous fumiez ?" ; "oui" ; "Avez-vous cessé de le faire ?".

Lorsqu'il intervient en disant "Avez-vous cessé de fumer ?", P déploie trois actions successives pour cette seule intervention. Si O poursuit le dialogue à partie de l'ouverture ainsi créée par P, s'il accepte de répondre selon cette configuration, il assume implicitement une convergence entre l'intervention de P et la façon dont il la reçoit. C'est à dire qu'il accepte de justifier l'intervention avec laquelle il poursuit le dialogue sur la version négative de κ_3, elle-même ancrée sur la version positive de κ_2, c'est à dire qu'il assume qu'il aurait répondu "oui" dans l'échange virtuel évoqué.

2.3. DESSEINS ET PREUVES

En Ludique, les actions sont définies très précisément, leur définition est ancrée sur la notion de *lieu* ou *adresse*. La notion d'adresse joue un rôle très important dans le développement de la Ludique comme théorie logique ; en effet, les adresses ont vocation à représenter les emplacements des formules logiques dans les desseins qui ont vocation à représenter les preuves. La définition des desseins [Girard 2001] qui subsument à la fois la notion de stratégie et celle de preuve est rappelée en annexe. La notion d'adresse se révèle aussi un outil pertinent pour préciser et affiner le cadre de notre formalisation (voir ci-dessous) et pour étendre ses applications (voir section 4.1.).

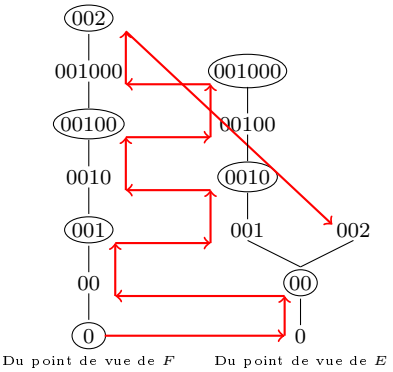
En Ludique, une action est définie de la façon suivante :

Définition 1 (Action)**.** *Une* action propre κ *est la donnée d'un triplet* (ϵ, ξ, I) *où :*
- $\epsilon \in \{+, -\}$ *est la polarité de* κ*,*
- *la séquence finie d'entiers* ξ *est le* **focus** *(l'adresse) de* κ*,*
- *l'ensemble fini d'entiers* I *est la* **ramification** *de* κ*.*

En plus de ces actions propres, il y a aussi une action positive spéciale, le **daïmon***, notée* †*.*

Les relations de *justification*, de *dualité* découlent de cette définition. Une action $(\epsilon, \xi.i, J)$ est justifiée par l'action $(\overline{\epsilon}, \xi, I)$ lorsque $i \in I$. L'action duale de l'action (ϵ, ξ, I) est $(\overline{\epsilon}, \xi, I)$.

Cette définition permet de préciser notre formalisation. Lorsqu'une intervention est représentée par une action positive, les lieux qu'elle crée sont les lieux disponibles sur lesquels l'interlocuteur pourra ancrer ses interventions afin de poursuivre le dialogue. Ainsi, si nous reprenons l'exemple 1 du dialogue entre Faria et Edmond, nous obtenons l'interaction suivante où les foci des actions sont mentionnés :



Nous rendons compte de l'intervention κ_2 par l'action $(+, 00, \{1, 2\})$ qui crée deux lieux 001 et 002 qui seront successivement utilisés par F pour ancrer ses interventions : *"Quelqu'un avait-il intérêt à ce que vous ne devinssiez pas capitaine du Pharaon ?"*, puis *"Parlez-moi maintenant de cette belle jeune fille."* .

Cette définition permet également d'affiner notre formalisation. Nous avons remarqué dans l'étude de l'exemple 3 qu'une divergence advenait parce qu'un locuteur commettait une action positive alors que son interlocuteur n'acceptait pas de jouer l'action duale permettant de poursuivre l'interaction. Nous pouvons préciser davantage la forme de la divergence dans la situation considérée : le locuteur jouait une action $(+, \xi.3, \{0\})$ après avoir reçu une action $(-, \xi, I)$, il considère donc implicitement que $3 \in I$ alors que son interlocuteur jouait en fait $(+, \xi, \{1, 2\})$. Le malentendu était déjà en germe dans les échanges précédents. D'autres situations de malentendu pourront être considérées, la divergence pourrait résider dans le focus de l'action en cours plutôt que dans la ramification de la précédente, comme en témoigne par exemple une intervention dialogique telle que : *"là, je ne te suis plus ..."*, ou bien dans les ramifications ou les focus d'actions jouées bien plus tôt.

La lecture logique est bienvenue lorsqu'on s'intéresse aux dialogues argumentatifs. Aussi nous rappelons la présentation des desseins comme des (dessins de) preuves.

Définition 2 (Les desseins comme dessins)**.**

- *Dans notre cadre, un* **séquent** $\Gamma \vdash \Delta$ *est la donnée de deux ensembles finis d'adresses ou lieux (i.e. des séquences finies d'entiers) qui sont tels que :* Γ *contient au plus un élément, aucune adresse de* $\Gamma \cup \Delta$ *n'est séquence initiale d'une autre.*
- *Un* **dessein** *(comme* dessin*), basé sur un séquent* $\Gamma \vdash \Delta$ *est un arbre de séquents construit à l'aide des trois règles suivantes :*
  - Daïmon

$$\frac{}{\vdash \Delta}\ \dagger$$

  - Règle positive

$$\frac{\ldots \quad \xi.i \vdash \Delta_i \quad \ldots}{\vdash \Delta, \xi}\ (+, \xi, I)$$

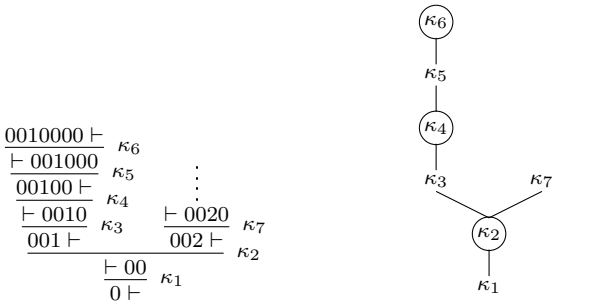
  pour $i \in I$*, les* Δ_i *sont deux à deux disjoints et inclus dans* Δ*.*
  - Règle négative

$$\frac{\ldots \quad \vdash \xi.I, \Delta_I \quad \ldots}{\xi \vdash \Delta}\ (-, \xi, \mathfrak{R})$$

  $\mathfrak{R}$ *est un ensemble (qui peut être vide ou infini) de ramifications. Pour tout* $I \in \mathfrak{R}$*, les* Δ_I*, non nécessairement disjoints, sont contenus dans* Δ*.*

Notations *: Si* $I = \{i_1, i_2, ..., i_n, ...\}$*,* $\xi.I$ *est la séquence* $\xi.i_1, \xi.i_2, ..., \xi.i_n, ...$

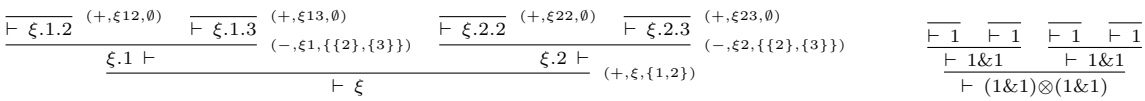
Exemple **5.** *L'interaction entre Faria et Edmond du point de vue d'Edmond est un dessein :*



sous forme de preuve sous forme de stratégie

Le lien avec la logique peut être intuitivement compris de la façon suivante. Si on le lit du bas vers le haut, un dessein/dessin correspond à une recherche de preuve. A la place des adresses on place des formules, qui ne sont pas exactement connues a priori : on connaît leurs connecteurs principaux mais pas forcément leurs sous-formules. Les règles permettent de poursuivre l'exploration d'une formule sur ses sous-formules potentielles. Lorsque l'on réussit à terminer une telle recherche, parce qu'on arrive à des cas limites [3], sans utiliser le daïmon, alors on est en présence de la preuve d'une formule explicitée.

Exemple **6.** *Le dessein suivant (à gauche) correspond à une preuve en logique linéaire (à droite) :*



3. Vers une modélisation des dialogues argumentatifs

3.1. Actes de langage versus actes de dialogue

L'acte de langage, acte que l'on fait en parlant, intégre, pour Searle [1969], l'énoncé aussi bien que ses conditions et ses effets. Pour de nombreux auteurs, la prise en compte d'éléments extra-linguistiques est aussi nécessaire. Il en est ainsi du geste permettant de désigner un objet par exemple. C'est pourquoi, à ce terme d'*acte de langage*, est souvent substitué celui d'*acte de communication* ou d'*acte de dialogue*. Landragin [2008] rappelle combien cette notion d'acte de dialogue n'est pas univoquement définie dans la littérature, il propose de définir l'acte de dialogue comme étant "l'unité minimale de communication dans un contexte dialogique". Cette définition correspond assez étroitement à celle qui émerge de notre modélisation ludique basée sur les actions comme éléments primitifs de l'interaction. Nous reprenons cette notion d'**acte de dialogue** comme élément de base de notre formalisation des dialogues que nous définissons de la façon suivante.

Un acte de dialogue est un fait de langage, un fait communicationnel, ayant un rôle dans le dialogue, celui de nourrir sa dynamique et déterminer sa forme. Il peut être explicite ou implicite (ainsi les propositions présupposées dans l'exemple 4), verbal ou non verbal (comme un assentiment marquant la fin d'un dialogue et plus généralement tout signe utilisé dans un dialogue). Il peut être exprimé par une ou plusieurs propositions, mais aussi par une partie de proposition (un mot, un adverbe), ... Il ne recoupe donc pas nécessairement un tour de parole, même s'il peut souvent y avoir coïncidence ; les actes de dialogue explicitent les décisions et les engagements pris par chacun des locuteurs au cours de ses interventions, mais aussi leur reconnaissance par son interlocuteur. En un sens ils sont proches des actes de langage, pourtant, comme on va le voir sur les exemples, un acte de langage peut correspondre à plusieurs actes de dialogue. Les actes de dialogues sont en effet plus élémentaires, on peut les voir comme les briques de base dont aussi bien les actes de langage que les interventions dialogiques voire les énoncés sont faits.

Définition 3 (Acte de dialogue)**.** *Un* **acte de dialogue** κ *est :*

– *soit un acte de dialogue propre, c'est à dire un quadruple :* (ϵ, ξ, I, e) *où*

3. soit des ensembles vides de ramifications, soit des ramifications vides, soit des configurations récursives ...

- *la suite finie d'entiers ξ est le* **focus** *de κ : le lieu sur lequel l'acte est localisé relativement à l'interaction dialogique que l'on considère,*
- *I est la* **ramification** *de κ : les ouvertures créées par l'acte de dialogue sur lesquelles de nouveaux actes de dialogue vont pouvoir à leur tour être produits,*
- *e est l'expression de l'acte de dialogue, c'est à dire le fait de langage ou de communication par lequel l'acte de dialogue se manifeste,*
- *la polarité ϵ de l'acte peut être positive $(+)$ ou négative $(-)$. L'acte est positif pour le locuteur qui le produit sauf lorsque cet acte est une contrainte sur son interlocuteur. Ces actes ont la polarité duale lorsqu'ils sont reçus par l'interlocuteur.*

- *soit un acte de dialogue positif particulier, appelé* **daïmon** *et noté $(\dagger, e)$, qui marque la fin d'une interaction qui s'est correctement déroulée. Dans ce cas, l'expression e de l'acte de dialogue sera souvent vide.*

L'expression de l'acte de dialogue peut être une proposition, un mot (un simple adverbe par exemple), un élément prosodique, un signe non verbal (hochement de tête, gifle) ... Dans les cas très simples, chaque tour de parole est un unique acte de dialogue, qui est positif pour celui qui en est l'auteur, voir l'exemple 7. Certains énoncés, plus complexes, certains actes de langage, devront être décomposés en séquences d'actes de dialogue. Les stratagèmes comme le cadre juridique nous fourniront des exemples que nous détaillons dans les sections suivantes. Nous reprenons, dans l'exemple 8, un cas de présupposition où l'intervention du locuteur, constituée d'un unique énoncé, génère trois actes de dialogue, dont un négatif correspondant à une intervention imposée à l'interlocuteur.

EXEMPLE **7.** *Reprenons le dialogue entre un voyageur V et un employé de la* SNCF *E (exemple 2) :*
– *V :* 'A quelle heure part le prochain train pour Paris ?'
– *E :* 'A 19h45.'
– *V :* 'Merci.'

Chacune des interventions est réduite à un unique acte de dialogue que nous représentons de la façon suivante :

- $\kappa_1 = (+/-, \xi, \{0\}, e_1)$ où e_1 est la proposition *'A quelle heure part le prochain train pour Paris ?'*; ξ est un lieu arbitrairement choisi (puisque cet acte initie le dialogue, il n'y a rien de déjà disponible) sur lequel cet acte est localisé ; cet acte ne crée qu'une seule ouverture, celle sur laquelle E pourra ancrer sa réponse.
- $\kappa_2 = (+/-, \xi.0, \emptyset, e_2)$ où e_2 est la proposition *'le prochain train pour Paris part à 19h45'*; $\xi.0$ est le lieu sur lequel cet acte est localisé (en effet cet acte est justifié par κ_1) ; cet acte ne crée pas d'ouverture, c'est la mise à disposition d'une donnée.
- $\kappa_3 = (\dagger, e_3)$ où e_3 est l'expression *'merci'*; par cet acte de dialogue V signifie que le dialogue est terminé et s'est bien déroulé.

Les actes κ_1 et κ_2 sont positifs du point de vue des locuteurs qui les produisent : V pour le premier, E pour le second, et négatifs pour le locuteur qui le reçoit. L'acte κ_3, positif, est produit par V.

EXEMPLE **8.** *Un juge s'adresse à un jeune délinquant :* 'Avez-vous cessé de battre votre père ?'. *Le juge impose comme référence commune aux deux interlocuteurs l'échange suivant :*
– 'Vous battiez votre père ?'
– 'Oui'
– 'Avez-vous cessé de le battre ?'

On associe à l'énoncé initial *'Avez-vous cessé de battre votre père ?'* une séquence de trois actes de dialogue qui sont, du point de vue du juge qui produit l'énoncé :
- $\kappa_1 = (+, \xi, \{0\}, e_1)$, où e_1 est la question : *'battiez-vous votre père ?'*,
- $\kappa_2 = (-, \xi.0, \{1\}, e_2)$, où e_2 est la réponse : *'oui'*,
- $\kappa_3 = (+, \xi.0.1, \{0\}, e_3)$, où e_3 est la question : *'avez-vous cessé de le battre ?'*.

3.2. UNE FORMALISATION DES DIALOGUES

Un dialogue est modélisé par une interaction entre deux *desseins de dialogue* construits incrémentalement à partir des interventions, des tours de parole des locuteurs. Un dessein de dialogue

est un dessein au sens de la Ludique où la notion d'action est simplement remplacée par celle d'acte de dialogue. Dans la suite, nous parlerons plus simplement de dessein sans faire plus référence au fait que ceux-ci sont établis à partir d'actes de dialogue. En première approche, nous considérons que, pour un dialogue donné, chaque dessein a pour base un lieu initial unique. C'est sur ce lieu que vient s'ancrer le premier acte de dialogue positif pour celui qui initie le dialogue, le ou les premiers actes de dialogue négatifs pour son interlocuteur (ce que l'interlocuteur accepte d'entendre).

A chaque intervention d'un des deux locuteurs correspond un ensemble d'actes de dialogue qui viennent compléter le dessein de celui qui prononce son intervention. Concrètement une intervention pourra donc être un unique acte de dialogue ou une séquence alternée d'actes de dialogues, voire un dessein partiel d'actes de dialogue. Les contraintes qui définissent un dessein de dialogue sont par ailleurs identiques à celles définissant un dessein au sens de la Ludique. En particulier, en cours de dialogue, le premier acte de dialogue effectué dans une intervention doit avoir comme focus un lieu créé par une des interventions précédentes : un locuteur ne peut que répondre à un point évoqué précédemment. Par ailleurs, une intervention doit débuter et terminer par un acte de dialogue positif : ainsi, lorsque le dernier acte du locuteur n'est pas le daïmon, c'est à son interlocuteur que revient de poursuivre le dialogue.

Dualement, le dessein de l'interlocuteur est aussi augmenté d'un ensemble d'actes de dialogue. Une des chroniques de ce dessein se termine par un acte de dialogue négatif (sauf lorsque le daïmon a été joué par le locuteur) ; c'est sur cette chronique que s'ancrera l'acte de dialogue positif initiant sa propre intervention.

La définition de l'interaction reprend celle de la Ludique, où la poursuite de l'interaction est conditionnée par la présence d'actions duales dans chaque dessein à toute étape : le dialogue peut se poursuivre si ce que dit un locuteur est attendu de son interlocuteur. Ainsi, après chaque intervention, si les deux desseins obtenus ne permettent pas l'interaction, il y a divergence et le dialogue échoue ; si l'interaction entre les deux desseins atteint une action daïmon alors le dialogue s'arrête ; sinon, le dialogue se poursuit en interprétant l'intervention suivante. Les exemples simples présentés en section 2. satisfont les critères établis ci-dessus.

Remarques :
- La spécification précédente laisse entendre que les desseins sur lesquels se produit l'interaction se limitent aux actes de dialogue entrant en jeu dans le dialogue modélisé. On peut en fait élargir cette spécification si l'on se souvient que l'interaction entre deux desseins n'est pas modifiée quand on ajoute à ces desseins des chroniques (si tant est que l'on obtienne encore bien des desseins). On peut alors envisager de concevoir ce que pourrait être un schéma argumentatif d'un locuteur, ce que l'on pourrait appeler son *projet dialectal* (ou *dialogue frame* comme le font Lecomte & Quatrini [à paraître]), comme un dessein donné a priori : le dialogue devient exactement la verbalisation de l'interaction entre deux projets dialectiques donnés.
- Enfin, nous avons délibérément simplifié les conditions réelles d'un dialogue où le langage est souvent chargé d'ambiguïté, non normalisé, où des actes de dialogue peuvent être mal reconnus par l'interlocuteur. Une approche possible pourrait consister à analyser un dialogue non comme une interaction entre deux desseins, un par locuteur, mais comme deux interactions : considérer qu'une personne A dialogue avec une personne B, c'est avoir un dessein propre à A (resp. B), son projet dialectal, P_A (resp. P_B), interagissant avec ce que A interprète des interventions de B, i.e. des énoncés de B, donc un dessein P'_B (resp. P'_A). Il est donc possible que P_B et P'_B diffèrent (de même que P_A et P'_A), cette différence n'apparaissant que plus ou moins tardivement (ou jamais) dans le dialogue, nécessitant alors une modification des projets dialectaux des locuteurs.

3.3. Les dialogues argumentatifs

Parmi les dialogues, les dialogues argumentatifs présentent certaines particularités. En particulier les actes de langage qui les composent sont en nombre restreint. Sans être exhaustif, nous pouvons en citer quelques-uns : assertions, argumentations, refus, concessions ... Nous retrouverons ces divers cas dans les dialogues argumentatifs, pourtant de type très éloigné l'un de l'autre, que sont les controverses de Schopenhauer et les controverses juridiques. En outre, une notion de "gain" apparaît, qui semble spécifique des dialogues argumentatifs. Lors d'un dialogue poursuivi pour échanger une information, partager une connaissance, un ressenti, la question de savoir si l'un des locuteurs *gagne* est tout à fait hors de propos. Mais la question de savoir quel est le

locuteur qui *a raison* au terme d'une controverse est essentielle, c'est elle qui détermine le type des actes de langage avancés par les locuteurs. Ainsi un dialogue argumentatif se distingue des dialogues (ordinaires) en ce sens que deux thèses s'y opposent, chaque partie ayant sa thèse à défendre ou avancer. Le dialogue est alors principalement un échange d'arguments et de contre-arguments avec pour unique objectif que le dialogue se termine quand une thèse est considérée *gagnante*. C'est sans doute une des raisons pour lesquelles les études portant sur l'argumentation, que ce soit pour pouvoir déterminer la pertinence des arguments, pour formaliser les actes de langage utilisés ou pour rendre compte de cette notion de gain, se sont naturellement placées dans le cadre de la logique (par exemple [Lascarides & Asher 2009]) et/ou de la théorie des jeux ([Walton 1985, Mackenzie 1990, Poesio & Mikheev 1998, Loui 1998, Prakken 2008] entre autres). Dans le modèle des jeux, deux joueurs cherchent un gain en appliquant alternativement des règles précises. Le cadre des dialogues argumentatifs s'en rapproche : deux joueurs cherchent à avoir raison et la dispute se termine par une victoire de l'un ou l'autre. Il y a pourtant deux différences notables entre le cadre argumentatif et le modèle des jeux. D'une part, la seule règle qui vaille dans le cadre argumentatif est celle liée au maintien du dialogue lui-même : les interventions doivent être cohérentes, dans le sujet. Il n'existe pas a priori de règles autres limitant les coups possibles. D'autre part, dans la plupart des jeux, chaque joueur joue un coup élémentaire. Dans le cadre des dialogues, une seule intervention peut contenir à la fois des concessions, des contre-argumentations, ...

Afin de rendre compte, dans notre contexte, de la nature des dialogues argumentatifs, il est nécessaire de préciser ce qu'est le "gain" d'une dispute. Dans un dialogue argumentatif, un des locuteurs devient "perdant" dans deux cas de figure : il abandonne la dispute en concédant les arguments ou bien il y est obligé, le "gagnant" ayant eu le dernier mot. Ce deuxième cas est celui clairement recherché (et revendiqué) par Schopenhauer dans sa description des stratagèmes. Le premier cas apparaît naturellement dans le cadre juridique (quitte à ce que ce soit le juge qui fasse cet office). La fin d'une dispute correspond aux deux cas possibles de terminaison du processus d'interaction : s'il y a divergence, la question du gain ne peut se poser, sinon c'est qu'une action daïmon a été évoquée, celui des deux interlocuteurs qui l'évoque est *ipso facto* le "perdant". Il est intéressant de considérer ce que sont les lieux disponibles au moment où un des locuteurs utilise cette action daïmon : soit cet ensemble de lieux est vide et c'est que son interlocuteur aura "eu le dernier mot", soit cet ensemble n'est pas vide et il reste des lieux sur lesquels une suite de discussion pourrait être ancrée mais l'interlocuteur préfère arrêter là le dialogue. Il s'agit ici d'une notion de "gagnant" locale à un dialogue particulier : rien ne dit que, avec un même dessein du "gagnant" mais un autre dessein pour l'opposant, l'interaction aurait eu la même conclusion. Sans développer cet aspect dans cet article, mentionnons aussi qu'il existe en Ludique une notion de dessein *gagnant* : un dessein est gagnant quand, en particulier, il ne contient pas d'action daïmon. Toute interaction avec un tel dessein ne peut alors se terminer que par une divergence ou un gain. Cette approche pourrait permettre de modéliser les stratégies de dialogue "gagnantes à tout coup".

Avant de développer plus amplement les exemples de stratagèmes et de dialogue juridique, il est sans doute utile de rendre compte, en termes d'actes de dialogue, des types d'actes de langage étudiés dans la littérature. Nous reprenons ci-dessous ceux proposés par Prakken [2008], anticipant sur une comparaison entre notre approche et la sienne dans le cadre des dialogues juridiques. Prakken considère 6 types élémentaires d'actes de langage que nous rappelons ci-dessous. Pour chacun de ces actes de langage, nous mentionnons le schéma qui s'applique.

- **Avancer une thèse** (affirmer, clâmer, asserter). C'est poser un fait sur lequel l'interlocuteur peut poursuivre le dialogue en le niant, en le concédant, ou en demandant des explications complémentaires. Le fait peut être ce qui constitue la thèse initiale du dialogue, ce peut être aussi un élément complémentaire sur une discussion déjà entamée. Dans le cadre juridique, le fait posé est unique. Dans un autre cadre, on peut affirmer une conjonction de plusieurs propositions en même temps, ou susciter une reprise de l'interlocuteur sur une seule des parties de ce qu'on avance, quitte à ce qu'il revienne ensuite sur cette affirmation pour un autre traitement.
  Cet acte de langage sera représenté par un unique acte de dialogue positif $(+, \xi, I, e)$, qui peut

être initial ou bien justifié par un acte de dialogue précédent introduisant un des thèmes de l'affirmation. La ramification I associée (dans le cadre juridique en tout cas) est un singleton.

- **Argumenter**. C'est poser des faits qui servent de prémisses argumentatives et dans le même temps l'articulation entre ces prémisses et la conclusion (le fait sur lequel on argumente, qui doit être un lieu ouvert à la discussion). Il peut s'agir, par exemple, de l'affirmation d'une thèse A en la justifiant par B et $B \Rightarrow A$, les faits avancés dans ce cas sont les deux éléments B et $B \Rightarrow A$. L'emploi, au cours d'un dialogue, d'une règle de loi rentre par exemple dans ce cadre.
  Cet acte de langage est aussi représenté par un simple acte de dialogue positif propre $(+, \xi, I, e)$. Cette fois-ci, la ramification (donc les lieux créés par cette action) ne peut être un singleton. On y trouve nécessairement au moins l'articulation entre prémisses et conclusion, ainsi que l'ensemble des prémisses posées.

- **Refuser** (nier). Cet acte de langage peut être considéré comme une forme de thèse que l'on avance, étant entendu que ce ne peut être un élément initial de dialogue. Dans un cadre général, l'intervention peut à la fois nier et contre-argumenter en avançant des éléments supplémentaires.
  Il s'agira donc d'un acte de dialogue positif propre $(+, \xi, I, e)$, nécessairement justifiée par une action précédente introduisant l'affirmation qui est refusée et dont la ramification (dans le cadre juridique en tout cas) est a priori un singleton. Dans un cadre plus général, la ramification peut ne pas être un singleton.

- **Questionner**. En ce qui concerne la structure du dialogue, il n'y a pas de différences avec le cas précédent. Seule la forme de l'expression associée est différente. Rentre aussi dans ce cadre la demande d'explication ou de justification.

- **Concéder** La concession consiste à acquiescer à ce qu'a pu avancer l'interlocuteur. En d'autres termes, le dialogue ne peut se poursuivre sur cet élément. En tant que tel, la concession ne peut être qu'une partie d'intervention : soit le locuteur abandonne après cette concession, soit il poursuit son intervention sur un autre élément pouvant encore être discuté.
  Le schéma associé à la concession consiste en une séquence de deux actes de dialogue $(+, \xi, \{0\}, e_0), (-, \xi.0, \emptyset, e_1)$: un acte de dialogue positif (par lequel on énonce la concession) dont le focus ξ est celui correspondant à l'affirmation que l'on concède et la ramification un singleton, et un acte de dialogue négatif dont le focus $\xi.0$ est ce dernier lieu créé et la ramification est vide, faisant ainsi disparaître de la conversation l'affirmation concédée.

- **Abandonner** Il s'agit de l'acte clôturant un dialogue. L'expression '*merci*' de l'exemple 2 en fournit un cas. La sentence prononcée par un juge inclut nécessairement aussi un tel acte. L'acte de dialogue positif daïmon $(\dagger, e)$ correspond exactement à cette situation. Son utilisation termine l'interaction en cours.

4. Stratagèmes de Schopenhauer

Dans l'ouvrage *L'art d'avoir toujours raison*, l'intention affirmée de Schopenhauer est de définir la dialectique comme "l'art de gagner les controverses". Il s'émancipe délibérement de la logique qu'il qualifie de "communément admise". Il insiste sur le fait que la motivation dialectique est de poursuivre un dialogue avec l'adversaire dans l'unique but de gagner, qui se résume pour Schopenhauer à "avoir le dernier mot".

Dans l'idéal, la meilleure façon d'être assuré de gagner une controverse, c'est de posséder une stratégie gagnante contre n'importe quel adversaire, ce qui correspond en Ludique à une preuve. C'est ce que Schopenhauer rappelle en introduction : *"l'art d'avoir raison sera d'autant plus facile que l'on a raison quant à l'objet du débat"*. Néanmoins, et Schopenhauer ne manque pas de le souligner, la plupart des controverses ne se déroulent pas ainsi. Comme l'indique le stratagème 37, *"si l'adversaire a aussi raison quant à l'objet du débat, mais qu'heureusement il a recours, pour le prouver, à une preuve exécrable, il nous est facile de réfuter cette preuve, et de prétendre que c'est*

là une réfutation du fait lui-même".

Dans cette section, nous étudions deux stratagèmes parmi ceux listés par Schopenhauer. Le premier *déplace* des bouts de dialogues antérieurs pour les utiliser dans l'échange en cours. Son analyse nous permet de mettre en lumière combien la notion de lieu constitutive de la Ludique est un outil intéressant pour la formalisation des dialogues. Le second illustre comment une figure argumentative est réalisée par une forme particulière d'énoncé. De telles figures, courantes dans les controverses, font appel à d'autres actes de dialogue que ceux qui décomposent les actes de langages spécifiques des dialogues argumentatifs : asserter, contredire, concéder, ... Le traitement proposé montre comment la formalisation esquissée ici peut être étendue et élargie pour prendre en compte la forme des énoncés, voire la sémantique de certaines expressions courantes dans les controverses : "justement", "sinon", ...

4.1. Etude du stratagème 4

Plutôt que d'exhiber un dessein en réagissant aux interventions de l'adversaire, il est plus efficace de jouer un dessein gagnant en ayant anticipé plusieurs "coups" à l'avance. Pour construire de telles stratégies, un grand nombre de stratagèmes utilisent abondamment des éléments annexes à l'échange en cours : des échanges antérieurs ou des positions connues de l'interlocuteur. Les desseins qui sont apparus au cours d'échanges précédents sont disponibles : les locuteurs peuvent les utiliser pour construire leur intervention. C'est ce que nous allons observer dans l'analyse du stratagème 4 :

Exemple **9.** *Lorsque l'on désire tirer une conclusion, il ne faut pas que l'adversaire voie où l'on veut en venir, mais quand même lui faire admettre les prémisses un par un, l'air de rien, sans quoi l'adversaire tentera de s'y opposer par toutes sortes de chicanes. S'il est douteux que l'adversaire admette les prémisses, il faut établir des prémisses à ces prémisses, faire des pré-syllogismes et s'arranger pour les faire admettre, peu importe l'ordre. Vous cachez ainsi votre jeu jusqu'à ce que votre adversaire ait approuvé tout ce dont vous aviez besoin pour l'attaquer.*

On résume et simplifie ce stratagème de la façon suivante : Il s'agit de faire admettre les prémisses d'une implication, de façon cachée dans la conversation, puis une fois qu'on sait que l'interlocuteur reconnaît toutes les prémisses, jouer alors l'implication. Nous détaillons ci-dessous l'analyse de ce stratagème simplifié :

– Au cours de la conversation, le proposant (P) a avancé les propositions A et B qui vont être prémisses de sa thèse. Les interactions qui ont eu lieu sont représentées dans le figure2. On note $\mathcal{D}_\alpha$ et $\mathcal{D}_\beta$ de bases respectives $\vdash \alpha$ et $\vdash \beta$ les desseins de P.

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\vdash \alpha.0.0}\ ass_A}{\alpha.0 \vdash}}{\vdash \alpha}}{P} \qquad \dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\vdash}\ \dagger}{\alpha.0.0 \vdash}}{\vdash \alpha.0}\ A?}{\alpha \vdash}}{O}$$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\vdash \beta.0.0}\ ass_B}{\beta.0 \vdash}}{\vdash \beta}}{P} \qquad \dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{}{\vdash}\ \dagger}{\beta.0.0 \vdash}}{\vdash \beta.0}\ B?}{\beta \vdash}}{O}$$

Les actes de dialogue $(+, \alpha, \{0\}, ass_A)$ et $(+, \beta, \{0\}, ass_B)$ sont les assertions respectives des propositions A et B et les successions $(+, \alpha.0, \{0\}, A?)(-, \alpha.0.0, \emptyset, oui)$ et $(+, \beta.0, \{0\}, B?)(-, \beta.0.0, \emptyset, oui)$ sont les concessions respectives de ces deux propositions.

figure 2. Argumentation sur A et B (Schopenhauer)

– L'intervention de P "révélant le stratagème" est très élaborée. P affirme sa thèse C, en l'argumentant par deux prémisses A et B, tout en soulignant (explicitement ou pas) que son opposant (O) a déjà admis les deux prémisses, par exemple au moyen d'un énoncé qui ressemble à :*"C est la conséquence de A et de B que vous avez admis"*. Nous rendons compte de toute cette intervention par un ensemble d'actes de dialogue, qui n'est pas une simple séquence d'actes de dialogue qui se succèdent mais est organisée selon un dessein plus complexe :
- cette intervention commence par un acte de dialogue $(+, \xi, \{1, 2, 3\}, ass_C)$. L'acte d'asserter et celui d'argumenter coïncident. Cet acte est exprimé par *"C est la conséquence de A et B"*

(que nous avons noté ass_C), la ramification contient trois éléments, un pour chaque prémisse et un pour l'implication.
- P se rend la main, il a de quoi répondre sur chacune des prémisses, son intervention contient donc les actes de dialogue $(-, \xi.1, \{0\}, A!)$ et $(-, \xi.2, \{0\}, B!)$, chacun ancré sur le précédent.
- Dans la même intervention, P ajoute que ces prémisses ont déjà été concédées par O. Il les déplace alors du lieu où elles avaient été affirmées précédemment, respectivement en α et β pour les transporter dans le dialogue courant à l'endroit où elles interviennent : respectivement $\xi 1.0$ et $\xi.2.0$. Ce déplacement, en ludique, est le résultat d'une interaction avec un dessein particulier : le $\mathcal{F}ax$. Ainsi, son intervention contient des actes de dialogue qui ne sont pas des simples actions mais sont des réseaux, respectivement ancrés sur $(-, \xi.1, \{0\}, A!)$ et $(-, \xi.2, \{0\}), B!)$, qui résultent de l'interaction entre le $\mathcal{F}ax$ et respectivement $\mathcal{D}_\alpha$ et $\mathcal{D}_\beta$ et dont les expressions respectives sont A_α (*"vous avez admis A"*) et B_β (*"vous avez admis B"*). L'intervention de P correspond alors au dessein suivant :

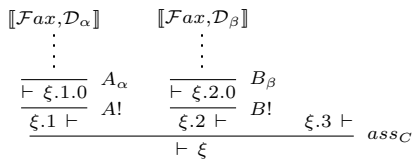


FIGURE 3. Intervention de P (Schopenhauer - stratagème 4)

- O doit enregistrer le déploiement de tout un dessein (sinon l'interaction divergerait). Dans la figure 4, nous indiquons, pour P, les sous-desseins résultant des interactions avec le $\mathcal{F}ax$ une fois qu'ils sont normalisés et nous indiquons par une zone grisée la réception de O.

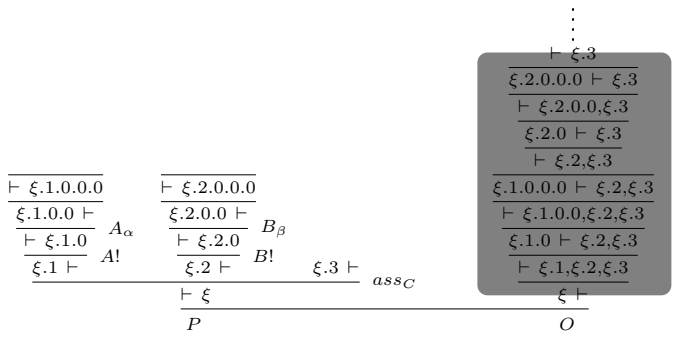


FIGURE 4. Exemple du stratagème 4 (Schopenhauer)

La seule ouverture alors pour O est de jouer une action ancrée sur $\xi.3$; s'il n'a rien à opposer à l'implication (les prémisses A et B entraînent la thèse C) alors O ne peut qu'accepter cette thèse de P, en jouant le daïmon.

4.2. Etude du stratagème 26

Ce stratagème est la *retorsio argumenti* : *l'argument que l'opposant veut utiliser en sa faveur peut être légitimement retourné contre lui.* Ce stratagème est illustré par l'exemple suivant :

Exemple **10.** *"C'est un enfant, il faut user d'indulgence avec lui", retorsio "Justement parce que c'est un enfant, il faut le châtier, afin qu'il ne s'endurcisse pas dans les mauvaises habitudes."*

Nous analysons cette controverse entre P et O de la façon suivante :
- O justifie sa thèse implicite (*"vous auriez tort de punir cet enfant"*) par deux prémisses : *"c'est un enfant"* et *"il faut être indulgent avec les enfants"*. Ce que l'on représente par un unique acte de dialogue $(+, \xi, \{1, 2\}, np)$, où np est l'expression d'une assertion argumentée et la ramification contient deux éléments puisque l'argumentation contient deux prémisses (de la forme P_1 et $P_1 \Rightarrow P_2$).

- P enregistre cette intervention par l'acte de dialogue $(-, \xi, \{1,2\}, np)$. Puis il répond : il concède explicitement la première prémisse et il contredit (implicitement) la deuxième prémisse (*"il ne faut pas être indulgent avec les enfants"* = *"il faut châtier les enfants"*) en fournissant un contre-argument *"sinon, il s'endurcit dans les mauvaises habitudes"*. Ce que l'on représente par une succession d'actes de dialogues :
  - la reprise soulignée de l'assertion de son interlocuteur : *"Justement parce que c'est un enfant"* contient une concession : $(+, \xi.1, \{0\}, jus)(-, \xi.1.0, \emptyset, enf)$. Le premier de ces actes est exprimé par *"justement"* (noté jus) et le second par la reprise *"c'est un enfant"* (noté enf).
  - l'intervention de O se poursuit en niant l'assertion de P. Cette négation est un acte de dialogue : $(+, \xi.2, \{0\}, cha)$ exprimée par *"il faut le châtier"* (noté cha) ;
  - la contre-argumentation correspond à une succession de deux actes : le premier $(-, \xi.2.0, \{0\}, sin)$ exprimé par *"sinon"* (noté sin) permet à P de garder la main (de se rendre la main), et par le second $(+, \xi.2.0.0, \emptyset, mauv)$ il assène son argument ; cet acte est exprimé par *"il s'endurcit dans les mauvaises habitudes"* (noté mau). La ramification de ce dernier acte est vide dans la mesure où cet argument semble sans appel (il ne contient aucune ouverture).

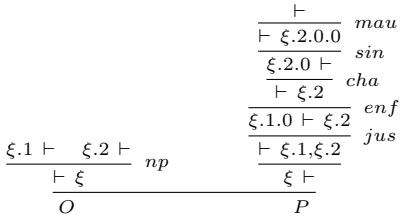


FIGURE 5. Intervention de P (Schopenhauer - stratagème 26)

- Lorsque O enregistre cette intervention (en grisé dans la figure 6), il n'a plus de lieux disponibles à partir desquels il pourrait poursuivre. S'il accepte de préserver la convergence, il ne peut que jouer le daïmon.

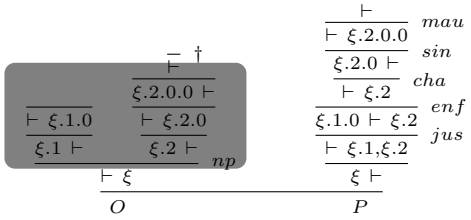


FIGURE 6. Enregistrement par O de l'intervention de P (Schopenhauer - stratagème 26)

5. Application aux controverses juridiques

Dans cette section, nous reprenons un exemple développé par Prakken [2008]. Il s'agit d'un dialogue dans un cadre juridique entre un plaignant (*plaintiff*) et un défendeur (*defendant*). Les interventions d'un juge, au cours du dialogue, introduisent des applications de règles légales qui, en tant que telles, peuvent clore un élément d'argumentation. Le juge termine le dialogue en exprimant une sentence argumentée. Nous reproduisons ci-dessous l'exemple proposé par Prakken. Suivant la démarche esquissée dans la section précédente, nous représentons ce dialogue en Ludique. Nous terminerons par une comparaison entre notre approche et celle de Prakken.

5.1. Formalisation en Ludique d'un exemple juridique

L'exemple analysé par Prakken est repris *in extenso* ci-dessous, les règles juridiques auxquelles il est fait allusion dans le dialogue sont référencées r_1, r_2, ...

I_1	*Plaintiff :*	I claim that defendant owes me 500 euro.
I_2	*Defendant :*	I dispute plaintiff's claim.
I_3	*Plaintiff :*	Defendant owes me 500 euro by r_1 since we conclude a valid sales contract, I delivered but defendant did not pay.
I_4	*Defendant :*	I concede that plaintiff delivered and I did not pay, but I dispute that we have valid contract.
I_5	*Plaintiff :*	We have a valid contract by r_2 since this document is a contract signed by us.
I_6	*Defendant :*	I dispute that this is my signature.
I_7	*Plaintiff :*	Why ?
J_1	*Judge :*	By r_3 the party who invokes a signature under a document which is not an avidavit has the burden to prove that it is authentic when this is disputed so plaintiff must prove this is defendant's signature.
I_8	*Plaintiff :*	This is defendant's signature since it looks like these three signatures of which we know they are defendant's.
I_9	*Defendant :*	But it does not look like this signature, which is also mine. Besides, another reason why we have no contract is that I was insane when I agree so r_4 applies, which make section r_2 inapplicable.
I_{10}	*Plaintiff :*	I dispute that you were insane.
I_{11}	*Defendant :*	My insanity is proven by this court's document, which declares me insane.
I_{12}	*Plaintiff :*	I dispute that this is a court's document.
J_2	*Judge :*	Plaintiff, since this document looks like a court's document, i.e. like an avidavit, by r_5 the burden is on you to prove that it is not.
I_{13}	*Plaintiff :*	This lab report proves that this document is forged.
J_3	*Judge :*	This document is inadmissible as evidence by r_6 since I received it after the written pleading phase.
I_{14}	*Plaintiff :*	Nevermind, even if defendant was insane, this could not be known to me during the negociations, so r_4 does not apply by r_7.
I_{15}	*Defendant :*	Why could my insanity not be known to you ?
I_{16}	*Plaintiff :*	Since you looked normal all the time.
J_4	*Judge (deciding the dispute)* :	I am conviced by plaintiff's evidence that defendant's signature under the contract is authentic. Yet I cannot grant plaintiff's claim since the fact that defendant looked normal during the negociations is insufficient to conclude that defendant's insanity could not be known to plaintiff : he might have known if he had checked the court's register. Therefore I deny plaitiff his claim.

On représente la dispute entre *plaignant* et *défendeur* par une interaction entre deux desseins, comme si cette dispute était un dialogue entre ces deux seuls locuteurs. Les différentes interventions du juge sont représentées, à l'intérieur de cette interaction, par des actes de dialogue "forcés" chez l'un ou l'autre des locuteurs. C'est à dire que chacun des locuteurs peut être contraint, par les interventions du juge, à concéder certaines assertions de son interlocuteur en respect des obligations juridiques, ou être contraint à développer ses allégations. Ainsi, le juge institutionnalise le dialogue en le replaçant systématiquement dans un cadre juridique contraint par les textes de lois et en établissant celle des parties à qui revient la charge de la preuve. C'est le cas des trois premières interventions du juge qui s'appuie à chaque fois sur un article de loi. Sa dernière intervention clôt les argumentations encore pendantes pour aboutir à une décision juridique (en l'occurrence, le fait que le plaignant ait tort). Dans d'autres dialogues juridiques, les interventions du juge pourraient permettre d'établir ou de réfuter la cohérence interne d'interventions précédentes.

Afin de simplifier la présentation de l'interaction en Ludique, les lieux sont référencés par des labels L_i (lorsqu'ils sont produits par une intervention I_i du plaignant ou du défendeur) et J_j (lorsqu'ils sont produits par des interventions J_j du juge), L_0 est le lieu arbitrairement choisi sur lequel l'échange est initié. On rajoutera des sous-index pour distinguer plusieurs lieux générés dans la même intervention (par exemple l'intervention I_3 est interprétée par un acte de dialogue positif avec une ramification contenant quatre éléments, on la notera $(+, L_2, \{L_{3_1}, L_{3_2}, L_{3_3}, L_{3_4}\}, e)$ où e est l'énoncé complet constituant l'intervention I_3. Dans les figures présentées dans la suite de cette section, une intervention est schématiquement associée à une zone grisée d'actions, correspondant à un sous-dessein particulier. Le dessein de l'interlocuteur doit présenter les actions duales pour qu'il n'y ait pas divergence dans l'interaction.

5.1.1. Les interventions I_1 à I_3

La figure 7 représente le début des desseins associés au plaignant et au défendeur. On y retrouve la modélisation des trois premières interventions : les zones grisées I_1 et I_3 modélisent les deux premières interventions du plaignant, la zone grisée I_2 modélise la première intervention du défendeur.

Les deux premières interventions, I_1 et I_2, n'ouvrent chacune qu'un lieu, respectivement L_1 et L_2, seuls lieux sur lesquels l'autre locuteur peut répondre s'il veut prolonger la dispute. A contrario, l'intervention I_3, comme nous l'avons signalé ci-dessus, est représentée par un acte de dialogue dont la ramification contient quatre éléments : en effet, l'énoncé '*Defendant owes me 500 euro by* r_1 *since we conclude a valid sales contract, I delivered but defendant did not pay.'* explicite quatre éléments argumentatifs à l'appui de l'assertion '*Defendant owes me 500 euro.'* qui sont : un article de loi r_1 ; le fait que les parties ont conclu un contrat valide ; le fait que le plaignant a effectué le service et enfin le fait que le defendeur n'a pas payé les 500 euros. Ainsi, la formalisation indique que le poursuite du dialogue pourra s'effectuer à partir des lieux L_{3_1}, ..., L_{3_4} respectivement associés à ces quatre éléments argumentatifs. [4]

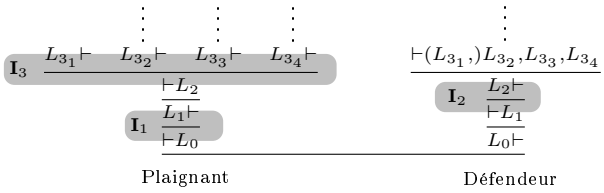


FIGURE 7. Exemple juridique : Interventions I_1 à I_3

5.1.2. L'intervention I_4

L'intervention I_4 est plus complexe, nous n'en rendons pas compte par un unique acte de dialogue, mais par toute une séquence d'actes de dialogue. En effet, dans son intervention I_4, le défendeur concède deux éléments du plaignant, '*plaintiff delivered'* et '*I did not pay'*. Ces deux concessions sont représentées successivement par le fait de jouer séquentiellement, sur chacun des lieux correspondants L_{3_4} puis L_{3_3}, un acte de dialogue positif induisant un seul lieu sur lequel est joué un acte de dialogue négatif à ramification vide. Enfin, l'intervention I_4 se termine en niant la thèse selon laquelle '*les parties ont conclu un accord valide'* : sur le lieu L_{3_2}, le défendeur joue un acte de dialogue positif dont la ramification est un singleton.
On obtient après cette quatrième intervention l'interaction représenté dans la figure 8.

5.1.3. Les interventions I_5 à J_1

Les trois interventions suivantes I_5, I_6, I_7, se modélisent de la même façon. L'intervention du juge J_1 introduit l'application d'une règle (r_3), d'une prémisse non discutable ('*le fait que le document ne soit pas un affidavit'*), et d'une obligation au plaignant de prouver l'authenticité de la signature. En tant que telle, dans l'interaction associée au dialogue entre le plaignant et le

4. Nous pourrions affiner cette formalisation en nous intéressant de plus près à l'organisation interne des éléments argumentatifs à l'intérieur de cet acte de langage argumentatif. On peut d'abord distinguer deux arguments : la dette et le non paiement. Puis le fait que l'argument "dette" se décompose lui-même en trois arguments.

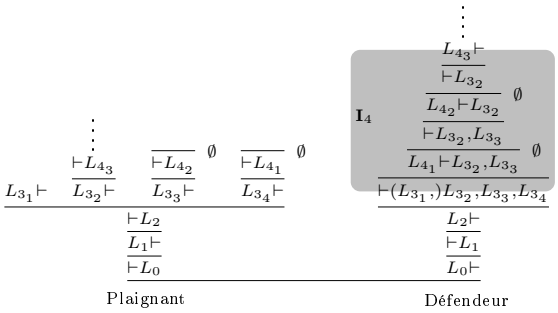


FIGURE 8. Exemple juridique : Intervention I_4

défendeur, l'intervention du juge s'apparente donc à une intervention du défendeur. Elle a pour effet de rendre le tour de parole au plaignant. Nous obtenons alors l'interaction qui suit :

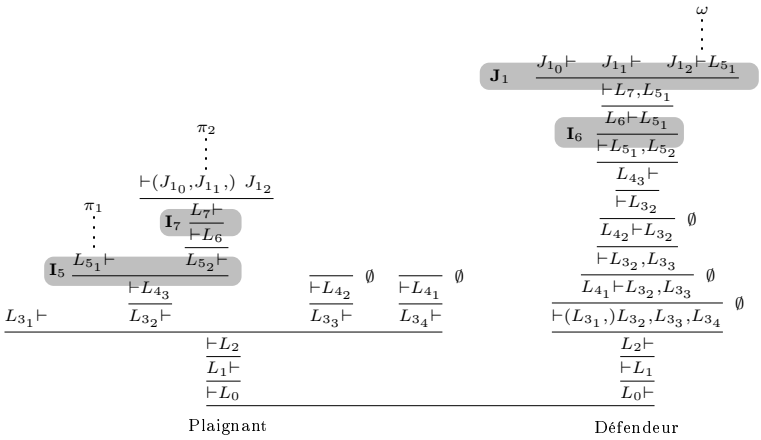


FIGURE 9. Exemple juridique : Interventions I_5 à I_7 et J_1

5.1.4. Les interventions I_8 à I_{16}

Le dialogue qui se poursuit se modélise de manière similaire. L'intervention I_9 du défendeur mérite toutefois d'être commentée.

Lors de son intervention I_9, le défendeur, tout d'abord, contre-argumente sur la validité de sa signature sans laisser au plaignant la possibilité de répondre à ce contre-argument et enchaîne en introduisant immédiatement une nouvelle contre-argumentation commençant par '*Besides'*. Ainsi l'intervention I_9 du défendeur est constituée d'une succession d'actes de dialogue :
- un premier acte, positif : $(+, L_8, L_{9_1}, nosign)$, exprimée par *But it does not look like this signature, which is also mine.*.
- un second acte, négatif : $(-, L_{9_1}, L'_{9_1}, B)$, exprimé par B= *besides another reason why we have no contract.* Le défendeur se rend la main. Ce faisant, il prive son locuteur de la possibilité de répondre à au contre-argument qu'il vient d'asséner, mais il reste dans son jeu un lieu positif L_{9_2} : c'est toujours lui qui a la charge de prouver que la signature n'est pas bonne.
- un troisième acte, positif : $(+, L_{5_1}, \{L_{9_2}, L_{9_3}\}, noval)$. Il est ancrée sur le lieu L_{5_1}, qui a été créé par l'intervention I_5 invoquant la règle r_2. Il créé deux lieux L_{9_2} et L_{9_3} sur lesquels la discussion pourra continuer concernant respectivement la règle r_4 et la maladie signalée par le défendeur. Il est exprimé par '*I was insane when I agree so r_4 applies, which make section r_2 inapplicable'*.

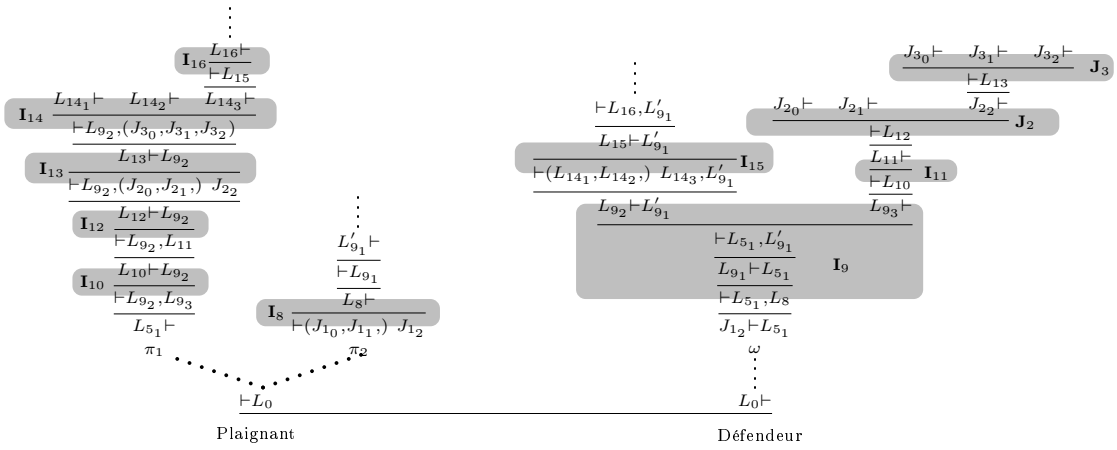


FIGURE 10. Exemple juridique : Interventions I_8 à I_{16}

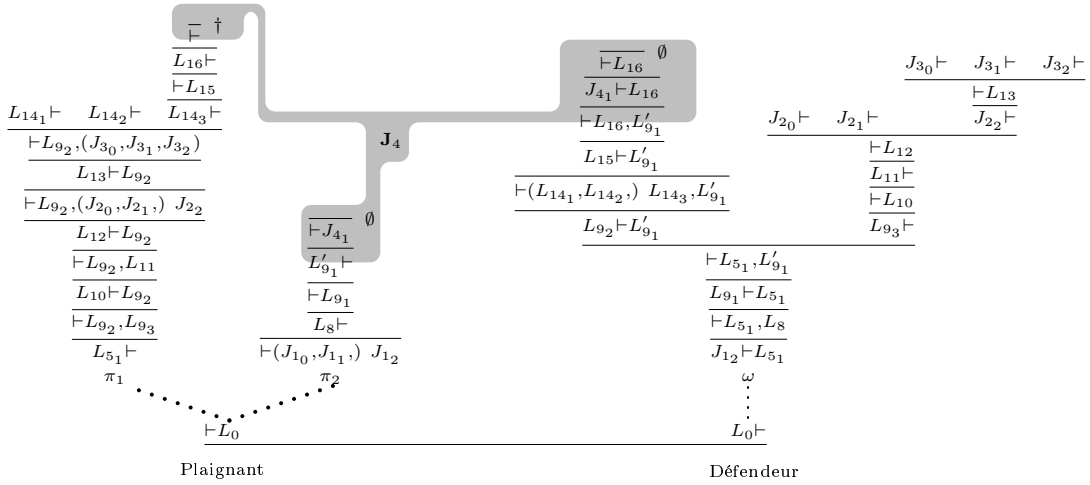


FIGURE 11. Exemple juridique : Intervention J_4

5.1.5. *L'intervention J_4*

Le juge établit sa sentence lorsque la situation est la suivante : les seuls lieux "jouables" sont les lieux L_{16} et L'_{9_1}, et ils sont "jouables" par le défendeur. En effet, les lieux correspondant à des arguments juridiques établis (les règles r_i, sauf r_2 qui admet une exception, ainsi que les prémisses avancées par le juge) ne peuvent servir à poursuivre le dialogue : ceux-ci sont affaiblis dans la modélisation.[5] Le lieu L'_{9_1} modélise la question de la validité de la signature : le juge tranche en faveur du plaignant, il impose alors une concession au défendeur, c'est à dire la succession $(+, L'_{9_1}, J_{4_1}, valsig?)(-, J_{4_1}, \emptyset, valsig)$ dans le dessein du défendeur (et le dual dans le dessein du plaignant). Le lieu L_{16} réfère à l'état normal ou non du défendeur, le juge donne raison au défendeur sur ce point, l'acte de dialogue induit dans le dessein de ce dernier est $(+, L_{16}, \emptyset, normal)$. Dès lors, le plaignant, à qui c'est le tour de jouer et qui n'a pas de lieu disponible, n'a plus aucune solution si ce n'est jouer un daïmon : la plainte est rejetée.

5.1.6. *Remarques sur la modélisation de l'exemple*

L'exemple de dialogue proposé par Prakken a ainsi pu être en totalité modélisé en suivant la démarche exposée en section 3. dont nous reprenons, pour ce cas concret, les éléments essentiels :

5. Dans les figures nous avons mis ces lieux entre parenthèses.

- Le dialogue n'est pas représenté par une preuve dans une logique particulière mais comme une interaction entre deux desseins (au sens de la Ludique), desseins reprenant les interventions des deux participants au dialogue. Si, dans ce cadre juridique, il y a un *gagnant*, c'est que cette interaction se termine sur un daïmon. La structure des desseins n'est toutefois pas *ad hoc* : la Ludique donnant une sémantique à la Logique Linéaire, certains desseins peuvent effectivement dénoter des preuves de logique. Schématiquement, il s'agit des desseins qui ne comportent pas de daïmon. Nous reviendrons dans la section suivante sur ce point.
- Chaque tour de parole des deux parties plaignant et défendeur est modélisé par une suite d'actes de dialogue, et initié par un acte de dialogue positif. Dans l'exemple considéré, la plupart des interventions se résume à un acte de dialogue positif. Ce n'est pas le cas des interventions I_4 et I_9 du défendeur. On a vu que l'intervention I_4, qui contient deux concessions, est représentée par une suite alternée d'actes de dialogue, dont deux négatifs à ramification vide. L'intervention I_9 contient également un acte de dialogue négatif qui rend compte du fait que le locuteur (le défendeur) garde la main et ne s'attend pas vraiment à ce que son interlocuteur réponde, mais poursuit en assénant un second contre-argument. Ici, l'acte de dialogue négatif par lequel nous rendons compte de ce comportement contient une ramification singleton, faisant état que le locuteur n'a pas vraiment avancé un contre-argument.
- Dans l'interaction représentant le dialogue entre les deux parties, le juge intervient en lieu et place de ce que devrait être une intervention d'une des parties. Dans ses trois premières interventions, le juge intervient en imposant des actes de dialogue correspondant à des concessions. Ses interventions sont justifiées du reste par des règles juridiques, ce qui permet de poser la trace de ces règles dans l'explicitation de la plaidoirie que constitue l'interaction entre les deux desseins. Son intervention finale clôt le dialogue et explicite la sentence. Du point de vue de l'interaction, elle la poursuit, en achevant certaines branches encore pendantes par des concessions. L'ordre dans lequel ces concessions sont explicitées impose un tour de parole qui amène la conclusion : c'est au plaignant de pousuivre l'interaction alors qu'il n'a plus de lieux disponible dans son dessein, il ne peut que jouer le daimon et s'avouer vaincu.

5.2. Comparaison avec l'analyse de Prakken

Dans son article, Prakken [2008] définit un cadre permettant la modélisation de dialogues juridiques, en particulier des actes de langages explicites des différentes parties et du juge. Il cherche ainsi à caractériser les affirmations ou concessions, les argumentations et contre-argumentations des parties, et les décisions du juge portant sur l'application des règles juridiques, la validité des interventions des parties et la terminaison de la procédure. L'analyse du dialogue que fait Prakken de l'exemple juridique est assez similaire à la nôtre. La formalisation proposée par Prakken présente néanmoins des différences que nous analysons dans cette section.

Prakken utilise, comme nous, une approche de type théorie des jeux, où les actes de langage sont vus comme des coups (*moves*) dans un jeu à plusieurs joueurs et les règles du jeu sont les règles autorisant les coups. Prakken reprend par ailleurs l'idée que les coups, sauf le coup initial, ne peuvent qu'être une réponse à un coup précédent. Les types de coups sont ceux exposés dans la section 3. : attaque, concession, réfutation, argumentation. Le protocole spécifiant un dialogue et tel qu'exposé par Prakken est défini à partir d'un ensemble de principes parmi lesquels : un argument ne peut être utilisé deux fois, réponse et attaque ne peuvent être effectuées par le même joueur, une concession clôt une ligne argumentative, ... La formalisation du dialogue est alors une séquence de coups typés respectant le protocole.

En plus du raffinement des actes de langage en actes de dialogues comme coups pertinents dans les dialogues, notre formalisation diverge de celle proposée par Prakken sur deux points importants : la modélisation du juge et de ses interventions, et le cadre formel dans lequel s'inscrit cette modélisation.

Prakken institue un jeu à trois joueurs, au comportement du juge étant associé un ensemble de règles de jeu particulières. D'une part, les interventions du juge s'intercalent entre celles du plaignant et du défendeur, le juge décidant si les coups des parties sont légalement admissibles, et s'il y a lieu d'intervenir pour préciser qui a la charge de la preuve. D'autre part, il revient au juge

de terminer le dialogue. Ces actes n'admettent aucune réponse des autres joueurs, i.e. des parties en présence. Cette démarche revient à dissocier les échanges qui ont lieu de la formalisation logique d'un raisonnement. Le cadre inférentiel utilisé par Prakken est une extension de la logique du premier ordre avec gestion de préférences : le protocole détermine l'ordre et le type des interventions, chaque intervention "ajoutant" une ou des formules logiques à l'ensemble constitué à partir des interventions précédentes. Cette démarche nous paraît présenter plusieurs inconvénients. D'abord, instituer le juge comme joueur à part entière ne rend pas compte du fait que ses actes peuvent être naturellement interprétés comme relevant d'une des deux parties : le dialogue pourrait avoir lieu sans intervention du juge si les deux parties suivaient un dialogue parfaitement rationnel en intégrant totalement la législation. Notre modélisation montre qu'il n'y a pas nécessité de distinguer à ce niveau les dialogues argumentatifs juridiques des autres types de dialogues argumentatifs, voire des dialogues en général. Ensuite, donner un rôle particulier au juge impose à Prakken d'instaurer un protocole particulier pour rendre compte de ses actions. Prakken doit aussi introduire des actes spécifiques de changement de tour de parole appelés `pass` et qui sont censés suivre un acte du juge. Ces actes n'ont pas de raison d'être mais sont artificiellement rajoutés pour les besoins de la formalisation.

6. Conclusion

Dans cet article nous avons poursuivi la proposition de formalisation des dialogues en Ludique initiée par Lecomte et Quatrini en la déclinant dans le cas particulier des dialogues argumentatifs. Ce faisant, nous formulons une proposition pour renouveler l'approche logique de l'argumentation. Pour illustrer cette approche, nous avons choisi de présenter des exemples de controverses très éloignés l'un de l'autre : des stratagèmes de Schopenhauer aux disputes juridiques. Bien sûr, ceci nous a donné l'occasion d'éprouver la robustesse de notre modélisation, mais surtout cela nous permet d'expliciter en quoi notre approche peut être qualifiée de "logique" et de justifier alors le cadre formel que nous avons choisi. Schopenhauer écartait délibérement la logique d'une définition de l'éristique (art de la controverse), ou plutôt la ramenait à une place mineure : la logique est communément admise, il n'y a pas lieu d'y prêter grande attention. A l'inverse, les controverses juridiques, contrôlées par les juges, obéissent à des règles précises, fixées par la loi ; à l'instar des preuves mathématiques on doit pouvoir vérifier la correction de toutes leurs étapes pour justifier la validité des propositions retenues en conclusion.

Qu'y a t-il alors de commun entre ces objets qui relèverait d'une approche logique ? Clairement, le fait que les argumentations sont des enchaînements d'inférences ne fait pas débat, ni celui que les propositions avancées prétendent à la vérité. Pour autant, ainsi que nous l'avons souligné à plusieurs reprises dans cet article, les controverses ne sont jamais des explorations systématiques et exhaustives de toutes les branches d'une démonstration, et surtout la proposition formelle que l'on devrait associer à un énoncé afin de lui attribuer une valeur de vérité est loin de s'imposer aux protagonistes d'une controverse, ni même aux scrutateurs qui tentent de la formaliser. De ces attributions "logiques" des dialogues argumentatifs, nous conservons uniquement le caractère inférentiel des enchaînements, que nous réduisons d'ailleurs à sa plus simple expression : le fait de passer d'un énoncé à d'autres. Et nous ramenons les notions logiques de formules et de preuves à un rôle d'arrière-plan : les objets idéaux auxquels on prétend se rattacher lorsqu'on développe une argumentation. La Ludique, qui manipule des objets qui *essaient* d'être des preuves et des formules (et le sont parfois) est le cadre formel adéquat pour décliner une telle approche.

Ainsi, notre proposition dépasse les limites que rencontrent la plupart des modélisations logiques de l'argumentation. En effet, ces dernières, comme par exemple celle de Prakken, déploient leur interprétation en associant aux interventions dialogiques des formules de la logique du premier ordre. La représentation qui en est issue peut permettre des inférences dans une certaine logique. Une telle démarche pose, selon nous, deux problèmes. Le premier est qu'elle suppose une hypothèse méthodologique à nos yeux non justifiée : toute partie d'énoncé peut être traduite par un littéral ou plus généralement une formule dans une logique des prédicats. Cette hypothèse nous semble non seulement trop forte, mais surtout inadéquate pour l'étude de l'argumentation. En effet, un des enjeux des dialogues argumentatifs est d'avancer dans l'élucidation d'un énoncé ; supposer que sa forme logique (si tant est qu'il en a une) soit déjà explicitée au début de l'étude nous prive de

l'accès à de nombreux aspects que l'analyse devrait observer. Le second problème est que, pour éviter d'aboutir à une théorie incohérente (par exemple pour rendre compte du fait qu'un argument est posé puis nié dans le même dialogue), de nombreuses approches utilisent une extension non-monotone de la logique classique qui leur permet de gérer des préférences entre formules. Or, ce formalisme n'ayant pas de bonnes propriétés logiques, l'intérêt d'une modélisation logique est nettement amoindri.

La formalisation que nous proposons englobe la logique sans s'y réduire. La Ludique, modèle de la Logique Linéaire, élargit le cadre inférentiel en traitant non seulement de preuves mais encore de para-preuves, desseins avec daïmon par exemple. Il devient alors sans doute possible de capturer des utilisations d'exceptions, de défauts, ... sans faire référence à une logique non-monotone. Enfin, lorsque l'on est intéressé par les seuls aspects logiques d'une argumentation [6], la cohérence méthodologique, au-delà d'une dichotomie syntaxe et sémantique, que procure la Ludique est un atout considérable. En effet, une preuve en Logique Linéaire étant dénotée par un dessein, le calcul logique, c'est à dire l'élimination des coupures, devient une interaction entre desseins. Inversement, nous avons déjà mentionné le fait que certains desseins pouvaient être considérés comme *gagnants*, en particulier parce qu'une interaction avec de tels desseins ne peut jamais se terminer sur un échec, il devient alors possible de considérer une notion de vérité sur les ensembles clos de desseins, en particulier quand il s'agit de dénotation de formules.

Il convient maintenant d'éprouver cette approche sur un large spectre de dialogues argumentatifs. Une des étapes à franchir, pour compléter cette formalisation sera de considérer les reprises dans le dialogue. Ce qui sera peut-être une réponse alternative précise aux tentatives de formalisation logique qui proposent d'utiliser les notions d'exception et de défaut. Les travaux récents qui proposent soit une Ludique avec répétitions [Basaldella & Faggian 2009], soit une extension de la Ludique aux desseins non linéaires [Terui 2011] pourraient nous fournir le cadre théorique pertinent.

BIBLIOGRAPHIE

Basaldella M., Faggian C. (2009), « Ludics with Repetitions (Exponentials, Interactive Types and Completeness) », *LICS*, IEEE Computer Society, p. 375-384.

Curien P.-L. (2005), « Introduction to linear logic and ludics, part I », *CoRR*.

Curien P.-L. (2005), « Introduction to linear logic and ludics, part II », *CoRR*.

Girard J.-Y. (1987), « Linear Logic », *Theor. Comput. Sci.*, vol. 50, p. 1-102.

Girard J.-Y. (2001), « Locus Solum : From the rules of logic to the logic of rules », *Mathematical Structures in Computer Science*, vol. 11, n° 3, p. 301-506.

Landragin F. (2008), « Vers l'identification et le traitement des actes de dialogue composites », *Traitement Automatique du Langage Naturel (TALN)*, p. 460-469.

Lascarides A., Asher N. (2009), « Agreement, Disputes and Commitments in Dialogue », *Semantics*, vol. 26, n° 2, p. 109-158.

Lecomte A., Quatrini M. (2010), « Pour une étude du langage via l'interaction : dialogues et sémantique en Ludique », *Mathématiques et sciences humaines*, vol. 189, n° 1, p. 37-67.

Lecomte A., Quatrini M. (à paraître), « Figures of Dialogue : a View from Ludics », *Synthese*.

Loui R. P. (1998), « Process and Policy : Resource-Bounded Nondemonstrative Reasoning », *Computational Intelligence*, vol. 14, n° 1, p. 1-38.

Mackenzie J. (1990), « Four dialogue systems », *Studia Logica*, vol. 49, p. 567-583.

Poesio M., Mikheev A. (1998), « The predictive power of game structure in dialogue act recognition : experimental results using maximum entropy estimation », *ICSLP*, ISCA.

6. C'est par exemple le cas de l'exemple d'un échange didactique dans un cours de logique mathématique, étudiée par Kurt Ranalter dans [Ranalter 2010] : le dialogue entre un professeur et un étudiant est directement une transposition de preuve formelle.

Prakken H. (2008), « A formal model of adjudication dialogues », *Artificial Intelligence and Law*, vol. 16, n° 3, p. 305-328.

Ranalter K. (2010), « Abstract Machines for Argumentation », Personal Communication.

Schopenhauer A. (1830), *L'art d'avoir toujours raison*, Circé.

Searle J. (1969), *Speech Acts*, Cambridge University Press.

Terui K. (2011), « Computational ludics », *Theor. Comput. Sci.*, vol. 412, n° 20, p. 2048-2071.

Walton D. N. (1985), « New directions in the logic of dialogue », *Synthese*, vol. 63, p. 259-274.

7. Annexe : Eléments de Ludique

Outre l'article fondateur de J.-Y. Girard [Girard 2001], le lecteur pourra trouver une présentation de la Ludique dans les articles de P.-L. Curien [Curien 2005a, Curien 2005b].

Les **desseins** sont les objets principaux de la Ludique. Un dessein est défini comme une clique [7] de **chroniques**, où les chroniques sont des séquences alternées d'**actions**. L'action est la notion primitive en Ludique :

définition 1 (Action). *Une* **action** κ *est*
- *soit une action positive propre* $(+, \xi, I)$ *ou une action négative propre* $(-, \xi, I)$*, le focus* ξ *de l'action est un* lieu *(*locus*), i.e., une séquence de* biais *(un biais est un entier), et la* ramification I *est un ensemble fini de biais,*
- *soit l'action positive daïmon notée* †*.*

définition 2 (Chronicle). *Une* **chronique** $\mathfrak{c}$ *est une séquence non-vide, finie, alternée, d'actions telle que*
- Action positive propre : *Une action positive propre est soit justifiée, i.e., son focus est construit à partir d'une des actions précédentes dans la séquence, soit est appelée action initiale.*
- Action négative : *Une action négative peut être initiale, dans ce cas il s'agit de la première action de la chronique. Sinon, celle action est justifiée par l'action positive qui la précède immédiatement.*
- Linéarité : *Les actions ont des foci distincts.*
- Daïmon : *Si l'action daïmon est présente, cette action est la dernière de la chronique.*

définition 3 (Cohérence entre chroniques). *Deux chroniques* $\mathfrak{c}_1$ *et* $\mathfrak{c}_2$ *sont* **cohérentes**, *i.e.* $\mathfrak{c}_1 \supset \mathfrak{c}_2$*, quand les conditions suivantes sont satisfaites :*
- Comparabilité : *Soit l'une étend l'autre, soit elles diffèrent d'abord sur des actions négatives, i.e., si* $w\kappa_1 \supset w\kappa_2$ *alors soit* $\kappa_1 = \kappa_2$ *ou bien* κ_1 *et* κ_2 *sont des actions négatives.*
- Propagation : *Si les deux chroniques divergent sur des actions négatives, et que ces actions ont des foci distincts, alors toutes les actions ultérieures de ces deux chroniques, i.e., si* $w(-, \xi_1, I_1)w_1\sigma_1 \supset w(-, \xi_2, I_2)w_2\sigma_2$ *avec* $\xi_1 \neq \xi_2$ *alors* σ_1 *et* σ_2 *ont des foci distincts.*

Notation : Une action est notée α, κ, ou aussi κ^ϵ où ϵ est égal à $+$ ou $-$, quand on cherche à préciser la polarité de l'action. Une séquence d'actions est notée w. On note les chroniques par $\mathfrak{c}$, $\mathfrak{d}$, ... ou encore par $\kappa_0 \dots \kappa_n$ quand on cherche à préciser les actions apparaissant dans la chronique.

A une chronique, on associe une **base**. Une base est un séquent de lieux noté $\Gamma \vdash \Delta$ tel que Δ est un ensemble fini de lieux et Γ contient au plus un lieu, de plus les lieux de $\Gamma \cup \Delta$ sont deux à deux disjoints, i.e., il n'existe pas de lieux qui soit un sous-lieu d'un autre. Si Γ est vide, la base est dite positive, sinon elle est dite négative. Une chronique $\mathfrak{c}$ est de **base** $\Gamma \vdash \Delta$ dès lors que Γ est soit non vide et le lieu de Γ est le focus de l'action initiale négative de la chronique, ou bien Γ est vide et la première action de $\mathfrak{c}$ est positive et Δ contient les foci des actions positives initiales de la chronique.

définition 4 (Desseins, Réseaux).

7. Ensemble de chroniques deux à deux cohérentes.

- *Un* **dessein** $\mathfrak{D}$*, de base* $\Gamma \vdash \Delta$*, est un ensemble de chroniques de base* $\Gamma \vdash \Delta$*, tel que les conditions suivantes sont satisfaites :*
  - Forêt : *L'ensemble est clos par préfixe.*
  - Cohérence : *L'ensemble forme une clique de chroniques, i.e.,* $\forall \mathfrak{c}_1, \mathfrak{c}_2$, $\mathfrak{c}_1 \supset \mathfrak{c}_2$.
  - Positivité : *Une chronique de sans extension dans* $\mathfrak{D}$ *termine par une action positive.*
  - Totalité : $\mathfrak{D}$ *est non vide quand la base est positive, dans ce cas toutes les chroniques commencent par une (unique) action positive.*
- *Un* **réseau** *est un ensemble fini de desseins de bases disjointes.*

***Exemple* 1.**
- *Le dessein le plus simple consiste en l'unique action positive daïmon, il est noté* $\mathcal{D}ai_+$ *:* $\dfrac{}{\vdash \Gamma}\ ^{\dagger}$*. C'est un dessein positif. Nous verrons par la suite qu'il permet d'interagir avec tout ensemble de desseins avec lequel il forme un réseau de desseins : l'action daïmon termine une interaction.*
- *Le fax noté* $\mathcal{F}ax_{\xi,\xi'}$ *est un dessein défini récursivement de la façon suivante :*

$$\dfrac{\dots \quad \dfrac{\dots \quad \xi'.i \vdash \xi.i \quad \dots}{\vdash \xi.I,\xi'}\ (+,\xi',I) \quad \dots}{\xi \vdash \xi'}\ (-,\xi,\mathcal{P}_f(\mathbb{N}))$$

  L'ensemble des parties finies d'entiers est noté $\mathcal{P}_f(\mathbb{N})$*,* $\xi.I$ *est une abréviation pour* $\xi.i_1, \dots, \xi.i_n$ *quand* $I = \{i_1, \dots, i_n\}$*. Nous verrons qu'il permet de délocaliser un dessein d'un lieu* ξ *à un autre lieu* ξ'*.*

7.1. Interaction et comportements

L'interaction, i.e. l'élimination des coupures, est le processus de normalisation de réseaux particuliers de desseins, appelés *réseaux de coupure*. Dans un réseau de coupures les adresses apparaissant dans les bases des desseins sont soit distinctes, soit présentes une fois dans une partie positive de base, une fois dans une partie négative de base, ces paires sont les *coupures* du réseau. Le graphe constitué des bases et des coupures est acyclique et connexe. Nous donnons ci-dessous la définition de l'interaction dans le cas de réseaux clos, i.e., les adresses des bases font toutes partie de coupures. Le lecteur trouvera la définition générale de l'interaction dans [Girard 2001]. Dans un réseau de coupure clos, il existe nécessairement un dessein positif, i.e., dont la base n'a pas de partie gauche. Ce dessein est appelé dessein *principal*.

Définition 5 (Interaction pour les réseaux de coupure clos)**.** *Soit* $\mathfrak{R}$ *un réseau de coupure clos, le résultat de l'interaction est un dessein, noté* $[\![\mathfrak{R}]\!]$*, défini de la manière suivante : soit* $\mathfrak{D}$ *le dessein principal de* $\mathfrak{R}$*, de première action* κ*,*
- *si* κ *est un daïmon, alors* $[\![\mathfrak{R}]\!] = \{\dagger\}$*,*
- *sinon* κ *est une action positive propre* $(+, \sigma, I)$ *telle que* σ *fait partie d'une coupure avec un autre dessein de dernière règle* $(-, \sigma, \mathcal{N})$ *(où* $\mathcal{N}$ *agrège les ramifications des actions négatives de même focus* σ*) :*
  - *Si* $I \notin \mathcal{N}$*, alors l'interaction échoue.*
  - *Sinon, l'interaction se poursuit avec la partie connexe des sous-desseins obtenus de* I *avec le reste de* $\mathfrak{R}$*.*

Ainsi soit une interaction échoue, soit elle ne se termine pas, soit le résultat est un dessein $\mathfrak{Dai}$.

***Exemple* 2.**
- *Soit* $\mathfrak{D}$ *de base* $\vdash \xi$ *et d'unique action* $(+, \dagger)$*, et* $\mathfrak{E}$ *de base* $\xi \vdash$*, il suit de la définition que* $[\![\mathfrak{D}, \mathfrak{E}]\!] = \mathfrak{D}$*.*
- *Soit* $\mathfrak{D}$ *un dessein de base* $\vdash \xi$ *alors la normalisation avec le fax* $\mathcal{F}ax_{\xi,\xi'}$ *est le dessein* $\mathfrak{D}'$ *obtenu de* $\mathfrak{D}$ *en substituant* ξ *par* ξ' *dans toutes les chroniques de* $\mathfrak{D}$*. Ainsi, en supposant que la première action de* $\mathfrak{D}$ *est* $(+, \xi, I)$*, l'interaction s'écrit :*

$$\dfrac{\dfrac{\mathfrak{D}_1 \quad \mathfrak{D}_n}{\xi.1 \vdash \quad \dots \quad \xi.n \vdash}\ (+,\xi,I)}{\vdash \xi} \qquad \dfrac{\dots \quad \dfrac{\dots \quad \xi'.i \vdash \xi.i \quad \dots}{\vdash \xi.I,\xi'}\ (+,\xi',I) \quad \dots}{\xi \vdash \xi'}\ (-,\xi,\mathcal{P}_f(\mathbb{N}))$$

Après deux étapes, on obtient :

$$\dfrac{\begin{array}{ccc}[\![\mathfrak{D}_1,\mathcal{F}ax_{\xi'_1,\xi_1}]\!] & & [\![\mathfrak{D}_n,\mathcal{F}ax_{\xi'_n,\xi_n}]\!] \\ \xi'.1 \vdash & \ldots & \xi'.n \vdash\end{array}}{\vdash \xi'}\ (+,\xi',I)$$

La procédure se poursuit de manière récursive.

L'orthogonalité est définie de la façon suivante :

DÉFINITION 6 (Orthogonal, Comportement)**.**
- *Soit $\mathfrak{D}$ un dessein de base $\xi \vdash \sigma_1,\ldots,\sigma_n$ (resp. $\vdash \sigma_1,\ldots,\sigma_n$), le réseau de desseins $\mathfrak{R} = (\mathfrak{A},\mathfrak{B}_1,\ldots,\mathfrak{B}_n)$ (resp. $\mathfrak{R} = (\mathfrak{B}_1,\ldots,\mathfrak{B}_n)$), où $\mathfrak{A}$ a comme base $\vdash \xi$ et $\mathfrak{B}_i$ a comme base $\sigma_i \vdash$, appartient à $\mathfrak{D}^\perp$ si $[\![\mathfrak{D},\mathfrak{R}]\!] = \mathfrak{Dai}$.*
- *Soit* E *un ensemble de desseins de même base,* $\mathrm{E}^\perp = \bigcap_{\mathfrak{D}\in\mathrm{E}} \mathfrak{D}^\perp$.
- E *est un* comportement *si* $\mathrm{E} = \mathrm{E}^{\perp\perp}$. *Un comportement est* positif *(resp.* négatif*) si la base de ses desseins est positive (resp. négative).*

Les principales propriétés sont les suivantes :

THÉORÈME 1. *La normalisation est stable par intersection, associative et monotone relativement à l'ordre induit par les duaux :*
- *si K est non vide et pour tout $k \in K$, $\mathfrak{R}_k \subset \mathfrak{R}$ alors $[\![\bigcap_{k\in K} \mathfrak{R}_k]\!] = \bigcap_{k\in K} [\![\mathfrak{R}_k]\!]$,*
- *Soit $\{\mathfrak{R}_0,\ldots,\mathfrak{R}_n\}$ un réseau de réseaux, $[\![\mathfrak{R}_0 \cup \cdots \cup \mathfrak{R}_n]\!] = [\![[\![\mathfrak{R}_0]\!],\ldots,[\![\mathfrak{R}_n]\!]]\!]$,*
- *si $\mathfrak{D}_0^\perp \subset \mathfrak{E}_0^\perp,\ldots,\mathfrak{D}_n^\perp \subset \mathfrak{E}_n^\perp$ alors $[\![\mathfrak{D}_0,\ldots,\mathfrak{D}_n]\!]^\perp \subset [\![\mathfrak{E}_0,\ldots,\mathfrak{E}_n]\!]^\perp$*

Les opérations sur les comportements sont définies ci-dessous. On dit que deux comportements sont *disjoints* lorsque l'ensemble des ramifications de leur première action le sont. Deux desseins, deux comportements de même polarité sont *étrangers* quand l'intersection des unions des ramifications de leurs premières actions est vide. Enfin deux comportements positifs $\mathbf{G}$ et $\mathbf{H}$ sont dits *indépendants* lorsque, si I et I' sont deux ramifications de première action de desseins de $\mathbf{G}$ (resp. J et J' de $\mathbf{H}$) tels que $I \cup J = I' \cup J'$ alors $I = I'$ et $J = J'$.

DÉFINITION 7.
- *Soit $\mathbf{G}_k$ une famille de comportements de base positive deux à deux disjoints, $\bigoplus_k \mathbf{G}_k = (\bigcup_k \mathbf{G}_k)^{\perp\perp}$*
- *Soit $\mathbf{G}_k$ une famille de comportements deux à deux disjoints, $\&_k \mathbf{G}_k = \bigcap_k \mathbf{G}_k$*
- *Soit $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ deux desseins positifs étrangers l'un à l'autre, on définit $\mathfrak{A} \otimes \mathfrak{B}$ de la façon suivante : si $\mathfrak{A}$ ou $\mathfrak{B}$ est $\mathfrak{Dai}$, alors $\mathfrak{A} \otimes \mathfrak{B} = \mathfrak{Dai}$. Sinon $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ ont comme première action respectivement $(+,<>,I)$ et $(+,<>,J)$, on construit $\mathfrak{A}'$ en prenant les chroniques de $\mathfrak{A}$ dont on remplace la première action $(+,<>,I)$ par $(+,<>,I\cup J)$, idem pour construire $\mathfrak{B}'$, alors $\mathfrak{A} \otimes \mathfrak{B} = \mathfrak{A}' \cup \mathfrak{B}'$*
- *Soit $\mathbf{G}$ et $\mathbf{H}$ deux comportements positifs étrangers l'un à l'autre, $\mathbf{G} \otimes \mathbf{H} = \{\mathfrak{A} \otimes \mathfrak{B}\ ;\ \mathfrak{A} \in \mathbf{G}, \mathfrak{B} \in \mathbf{H}\}^{\perp\perp}$*
- *Soit $\mathbf{G}$ et $\mathbf{H}$ deux comportements négatifs étrangers l'un à l'autre, $\mathbf{G} \parr \mathbf{H} = (\mathbf{H}^\perp \otimes \mathbf{G}^\perp)^\perp$*

THÉORÈME 2.
- *(complétude additive interne) Soit $K \neq \emptyset$, $\bigoplus_{k\in K} \mathbf{G}_k = \bigcup_{k\in K} \mathbf{G}_k$*
- *Tout comportement de base positive (resp. négative) est décomposable comme un $\bigoplus$ (resp. un $\&$) de comportements connexes*
- *(adjonction) Soit $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$ trois desseins, $\mathfrak{F}$ négatif, $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ positifs, il existe un unique dessein négatif $(\mathfrak{F})\mathfrak{A}$ (ne dépendant pas de $\mathfrak{B}$) tel que $[\![\mathfrak{F},\mathfrak{A}\otimes\mathfrak{B}]\!] = [\![(\mathfrak{F})\mathfrak{A},\mathfrak{B}]\!]$*
- *(complétude multiplicative interne) Soient $\mathbf{G}$ et $\mathbf{H}$ deux comportements positifs indépendants, alors $\mathbf{G} \otimes \mathbf{H} = \{\mathfrak{A} \otimes \mathfrak{B}\ ;\ \mathfrak{A} \in \mathbf{G}, \mathfrak{B} \in \mathbf{H}\}$*

THÉORÈME 3 (soundness, completeness)**.** *La Ludique est adéquate et complète relativement à la logique linéaire multiplicative-additive du second ordre avec décalage.*