



**HAL**  
open science

## Conditions didactiques d'une activité mathématique au lycée professionnel : deux études de cas.

Magali Hersant, Anne-Claire Quiniou

### ► To cite this version:

Magali Hersant, Anne-Claire Quiniou. Conditions didactiques d'une activité mathématique au lycée professionnel : deux études de cas.. Spirale - Revue de Recherches en Éducation , 2017, Apprendre, enseigner en lycée professionnel : pratiques, dispositifs et contenus, 59. hal-01473917

**HAL Id: hal-01473917**

**<https://hal.science/hal-01473917>**

Submitted on 22 Feb 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# CONDITIONS DIDACTIQUES D'UNE ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE AU LYCÉE PROFESSIONNEL : DEUX ÉTUDES DE CAS

Magali HERSANT & Anne-Claire QUINIOU

CREN,

ESPE, Université de Nantes & Lycée des Trois Rivières, Pochâteau

**Références** : Hersant, M., & Quiniou, A.-C. (2017). Conditions didactiques d'une activité mathématique au lycée professionnel: deux études de cas. *Spirale*, 59, 107-122.

**Résumé** : Prenant appui sur des travaux sociologiques qui identifient des particularités de l'enseignement des disciplines générales en LP, nous faisons des hypothèses sur les conditions permettant aux élèves de LP de se mettre durablement au travail pour générer des apprentissages mathématiques. Nous construisons alors deux situations mathématiques qui y répondent puis analysons l'activité d'élèves de 1ère de LP face à ces situations, du point de vue de leur engagement dans la tâche et de la nature mathématique de leur activité. Nous cherchons à partir de là à identifier des conditions didactiques d'une activité mathématique en LP.

**Mots-clés** : didactique, mathématiques, lycée professionnel, enrôlement, dévolution, problématisation, milieu, contrat didactique, rapport au savoir

## INTRODUCTION

Les travaux sociologiques identifient deux sources du désintérêt des enseignements généraux pour les élèves de lycée professionnel (LP). D'une part, ils ont fait l'expérience de la difficulté scolaire, voire de l'échec, dans leur scolarité antérieure dans ces disciplines (Jellab, 2001, 2014). D'autre part, ils associent préférentiellement l'apprentissage en LP à l'apprentissage des savoir-faire d'un métier et adhèrent peu aux enseignements qui leur semblent éloignés de la pratique (*Ibid.*). Cela les conduit, le plus souvent, à opposer enseignement général et enseignements technologique et professionnel et à surestimer la formation professionnelle par rapport aux savoirs généraux, dans un « rapport pratique aux savoirs » (Jellab, 2014 : 91-92). Dès lors, pour les enseignants de disciplines générales, il y a une double difficulté : réussir à mettre les élèves en activité ; permettre des apprentissages de savoirs nouveaux malgré des acquis antérieurs non réalisés. Pour cela, ils déploient des stratégies qui « s'inscrivent résolument dans un projet pédagogique largement partagé à savoir que les contenus à enseigner ne susciteraient l'intérêt des élèves que s'ils sont finalisés, s'ils présentent une utilité. » (Jellab, 2014: 156).

En tenant compte de ces singularités du LP, dans cet article, nous cherchons des conditions didactiques à l'activité mathématique des élèves de LP à partir de deux études de cas en 1ère ELEEC (Electrotechnique, énergie, équipements communicants). Nous considérons l'engagement des élèves dans la tâche comme un marqueur de l'intérêt pour l'activité proposée et étudions cet engagement face à

une situation mathématique. Mais, comme un engagement dans la tâche ne peut suffire à un apprentissage, nous analysons aussi la nature mathématique de l'activité déployée par les élèves. Nous mettons ensuite en tension cette caractérisation de l'activité des élèves et les propriétés didactiques des situations. L'objectif est d'identifier des conditions de possibilité d'une activité mathématique en LP en tenant compte des retours des élèves.

Dans la première partie de l'article nous présentons le cadre de l'étude, les deux parties suivantes concernent l'analyse des cas.

## MÉTHODOLOGIE ET CADRE DE L'ÉTUDE

Notre méthodologie de recherche est la suivante : construction de situations répondant à certaines conditions dont nous faisons l'hypothèse qu'elles constituent un moyen de provoquer une activité et des apprentissages mathématiques chez les élèves ; mise en œuvre dans des classes et recueil du corpus ; analyse de l'activité des élèves ; retour sur les conditions didactiques de l'activité des élèves.

### *Construction des situations*

Notre objectif est de construire des situations mathématiques pour des élèves de 1ère de LP qui soient à la fois : 1) adaptées au public et à ses spécificités du point de vue du rapport aux savoirs (Charlot, 1999) des élèves et de leurs connaissances antérieures souvent fragiles en mathématiques ; 2) sources d'une activité mathématique consistante et productrice d'apprentissages ; 3) réalisables par un enseignant qui n'a pas participé à la construction de la situation. Considérant ce dernier point, ces situations relèvent d'une ingénierie de développement (Perrin-Glorian, 2011).

Pour répondre à la première condition nous partons des situations contextualisées qui nous semblent susceptibles de présenter une utilité ou un intérêt pour les élèves et ouvertes, de façon ne pas les rebuter dès la lecture de l'énoncé. En particulier la question ne portera pas sur une demande de valeur numérique ou de calcul mais sur une position à adopter, ce qui permet une identification avec les personnages de l'énoncé.

Pour ce qui concerne la seconde condition, nous mobilisons la notion de milieu (Brousseau, 1990) pour organiser les potentialités adidactiques de la situation (Hersant, 2001 ; Perrin-Glorian & Hersant, 2003). Nous cherchons à construire des situations permettant la réalisation de moments adidactiques, y compris pour des savoirs censés connus mais qui posent encore problème aux élèves. Pour cela, nous mobilisons trois caractéristiques du milieu dans la construction de nos situations (Salin, 2002 ; Perrin-Glorian & Hersant, 2003 ; Hersant, 2010) : son caractère antagoniste pour la validation des connaissances, son caractère pro-actif, permettant l'action et la formulation, et son caractère contraignant par rapport au savoir visé.

Nous organisons un travail en groupe. Cette modalité, appréciée de tous les élèves (en LP ou pas), permet la disponibilité, au niveau du groupe, d'un plus grand nombre de connaissances et favorise ainsi l'action et la rétroaction.

Pour cette recherche, nous avons ainsi construit deux problèmes (voir annexe 1).

### *Corpus*

Nous avons observé et filmé des élèves travaillant en groupe sur ces problèmes dans deux classes d'un même établissement. Le fonctionnement des classes reste proche de celui habituel, hormis la présence de dictaphones ou de ca-

méras et éventuellement du chercheur : classe entière, lieux habituels, professeur habituel. A ces observations viennent s'ajouter des retours d'élèves sur la façon dont ils ont perçu l'activité.

La première étude concerne l'activité de trois élèves, Michel, Fabrice et Corentin travaillant ensemble à la résolution du problème 1 qui implique des comparaisons de sommes de suites (arithmétiques et géométriques) dans un contexte professionnel. Corentin est un élève passif en mathématiques pour qui les mathématiques sont « un somnifère » (sic). Michel et Fabrice ont une attitude plus scolaire, ils viennent au LP pour obtenir un diplôme. Pour ce cas, nous disposons des observations filmées en classe et d'entretiens avec les élèves réalisés peu après les séances.

La seconde étude, quant à elle, concerne l'activité d'élèves lors de la résolution du problème 2. Nous disposons des travaux de tous les élèves ainsi que de leurs retours spontanés en classe sur l'activité. Nous étudions en particulier l'activité d'un groupe de trois élèves : Thierry qui est plutôt scolaire, a effectué une seconde générale avant sa seconde professionnelle et a un bon niveau technique mais s'énerve s'il ne trouve pas ; Antoine qui a un niveau correct et s'intéresse aux mathématiques seulement depuis cette année ; Géraldine qui est une élève timide plutôt en difficulté.

#### *Analyse de l'activité des élèves*

Cette analyse comporte deux volets : l'analyse de l'engagement des élèves dans la tâche et celle de leur activité mathématique. Pour ce faire, la séance observée est transcrite et découpée en épisodes (unités d'objet d'interaction, éventuellement non mathématique, dans une modalité de travail fixe). Les épisodes mathématiques correspondent au travail d'un sous-problème. Pour chaque épisode, à partir des interventions orales des élèves, nous codons leur engagement et la nature de leur activité.

#### a) Analyse de l'engagement dans la tâche

Nous faisons l'hypothèse, comme De Blois (2015), que l'attitude physique des élèves traduit leur activité / non-activité relativement à la tâche proposée. Pour les actifs, nous distinguons alors trois natures d'engagement à partir de leur attitude physique et de ce qu'ils disent lorsqu'ils travaillent en groupe.

Nous considérons qu'un élève est *engagé* s'il se met au travail, cherche le problème, relance le travail dans le groupe mais sans qu'un enjeu autre que celui de faire son travail d'élève ne soit perceptible. Nous caractérisons de *dévolution* un engagement où l'élève montre qu'il a à cœur de résoudre le problème, de comprendre la situation, autrement dit qu'il se sent investi de la responsabilité de résoudre le problème ; il émet alors des hypothèses, cherche à valider ses résultats, ne se contente pas d'une réponse plausible. La dévolution caractérise ainsi un engagement où l'élève se confronte au milieu de la situation (Brousseau, 1998) dans un micro-contrat didactique (Hersant, 2001 ; Perrin-Glorian & Hersant, 2003) où il a une responsabilité importante dans la production et la validation du savoir. L'engagement de type *enrôlement* correspond, comme la dévolution, à un engagement important de l'élève, on perçoit alors à travers ses propos que le problème est devenu « son » problème. Cependant, dans ce cas, l'engagement de l'élève ne tient pas, apparemment, à une volonté de se frotter aux savoirs : il s'implique dans la tâche plus parce qu'il s'identifie au(x) personnage(s) du problème que parce qu'il accepte la responsabilité de produire un savoir dans le cadre scolaire.

Nous voyons dans ces trois types d'engagement des motivations différentes des élèves pour accomplir la tâche qui n'impliquent pas forcément de hiérarchie.

Des rapports aux savoirs (Charlot, 1999) différents se dessinent, localement, derrière ces types d'engagement.

La distinction entre dévolution et enrôlement est possible pour les problèmes proposés. En effet, les énoncés relatent une situation susceptible d'être vécue par l'élève et ce dernier peut alors s'identifier au(x) sujet(s) du problème ou pas. Ces trois natures d'engagement dans la tâche sont associées à des contrats didactiques (Brousseau, 1998) différents.

#### b) Analyse de l'activité mathématique

Nous utilisons pour cela le cadre théorique de la problématisation (Fabre & Orange, 1997) qui distingue la position, la construction et la résolution d'un problème. La construction du problème constitue une partie cruciale de l'activité puisqu'elle correspond au processus qui transforme la question de l'enseignant en un ensemble articulé de problèmes construits dont les données et les nécessités ont été identifiées. L'étude de la construction du problème se fait à partir des questions suivantes : à partir de la question initiale, comment les élèves cheminent-ils dans le problème ? Quels sous-problèmes identifient-ils ? Quelles nécessités établissent-ils ? Autrement dit, comment explorent-ils et délimitent-ils le problème ? Cette analyse permet de rendre compte de la consistance et de la nature de l'activité mathématique des élèves (Hersant, 2011), la construction des nécessités du problème étant une condition de l'apprentissage.

Notre méthodologie est la suivante. Pour chaque épisode, nous distinguons les sous-problèmes qui contribuent à l'exploration des possibles et ceux qui participent à une délimitation des possibles ; nous relevons aussi les nécessités construites par les élèves. Puis, nous organisons ces éléments dans un schéma qui résume l'espace problème résultant de l'activité des élèves, en positionnant horizontalement les sous-problèmes qui contribuent à l'exploration des possibles et verticalement ceux qui relèvent de la délimitation des possibles. Ainsi, par exemple, pour la seconde étude (espace problème en annexe 2), l'épisode c qui porte sur le calcul du volume de la piscine contribue à l'exploration des possibles pour la détermination de la hauteur d'eau dans la piscine à la fin du jeu et figure donc sur l'axe vertical. Mais lors de la recherche du volume de la piscine, les élèves travaillent un autre sous-problème – quelles sont les dimensions du triangle AJ'D ? – qui permet la délimitation des possibles puisque les formules à mobiliser pour le calcul du volume de la piscine dépendent des dimensions de AJ'D. Les élèves construisent finalement des nécessités (figurant dans les ellipses de l'annexe 2) : AJ'D est isocèle rectangle et le volume de la piscine est de  $5 \text{ m}^3$ .

### **PREMIER CAS**

Le problème 1 (voir annexe 1) est proposé à la classe peu après un travail sur les suites. Les élèves peuvent utiliser, s'ils le souhaitent, un tableur ou leur calculatrice. Ils ne connaissent pas les formules de calcul de sommes de suites mais disposent des formules caractéristiques des suites arithmétiques et géométriques ce qui devrait leur permettre de les programmer. Le travail en groupe débute après 10 minutes de travail individuel suivies d'un point sur la compréhension du problème.

#### *Construction de la situation*

Cette situation a été construite dans le cadre du mémoire de Master 2 de Quiniou (2014). Elle vise le réinvestissement d'un savoir en cours d'apprentissage : la reconnaissance de suites arithmétiques ou géométriques et l'usage de leur

expression algébrique (pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_n = u_0 + nr$  pour une suite arithmétique de raison  $r$  et  $v_n = v_0 \cdot q^n$  pour une suite géométrique de raison  $q$ ) pour effectuer le calcul du terme de rang  $n$ .

La situation est compréhensible par les élèves qui pourront ainsi s'engager facilement dans l'activité (milieu pro-actif). Les augmentations évoquées sont mensuelles, cela reste implicite, ce qui peut générer des erreurs. Toutefois, les données du problème étant choisies pour être réalistes (1100€ est proche du SMIC net et les élèves connaissent ce montant), on peut s'attendre à ce que les élèves qui comprennent les augmentations comme annuelles et non mensuelles réalisent qu'elles sont dérisoires (44 € d'augmentation annuelle revient à une augmentation de 3.66€ par mois) et identifient leur erreur. De ce point de vue, le milieu possède des propriétés de rétroaction.

Nous avons choisi de ne pas poser de question intermédiaire de façon à avoir une situation très ouverte qui peut être résolue de différentes façons (calcul pas à pas, programmation dans un tableur, calcul algébrique mobilisant des suites, résolution graphique).

La résolution du problème nécessite l'usage d'une connaissance de collègue sur la proportionnalité (appliquer un pourcentage d'augmentation) qui sera peut-être peu maîtrisée et de connaissances récentes sur les suites arithmétiques (plan A) ou géométriques (plan B). Le milieu de la situation n'est cependant pas contraignant du point de vue de la mobilisation des savoirs en cours d'apprentissage sur les suites. On peut en effet conclure sans utiliser l'expression algébrique du  $n^{\text{ième}}$  terme d'une suite, même si cela est beaucoup plus long et nécessite plus de calculs. L'usage possible d'un tableur pourra alléger le travail, contrairement à la mobilisation de ces connaissances et réduire le risque d'erreur. Ainsi, les valeurs numériques choisies ne permettent pas un saut informationnel (Brousseau, 1998) mais elles nous ont semblé propices à un engagement des élèves et à une activité mathématique non négligeable. En effet, le salaire obtenu avec le plan B devient plus intéressant à partir de la 9<sup>ème</sup> année (65,11 € de différence sur le salaire mensuel) et en termes de plan de carrière (cumul des salaires), le plan B devient intéressant au bout de 12 ans.

Ainsi, s'ils font les calculs année par année, d'une part, les élèves peuvent raisonnablement arriver à un résultat sans se décourager (à titre comparatif, pour 25 € et 2%, on a 15 et 21 ans et pour 50 € et 3%, on a 29 et 41 ans) et, d'autre part, être sensibles, au moment de la correction, au gain de temps obtenu en utilisant les formules algébriques. Par ailleurs, il est évident que le plan A est plus avantageux les premières années, mais l'incertitude sur l'évolution à terme est susceptible de provoquer un engagement dans la résolution du problème et, donc, la mobilisation de connaissances sur la proportionnalité ou sur les suites. Enfin, la proximité de la situation avec celle que les élèves peuvent avoir à vivre dans un futur professionnel proche nous a semblé propice à renforcer la potentialité d'engagement chez ces élèves plutôt dans un rapport pratique aux savoirs.

Nous avons indiqué à l'enseignant de ne pas donner aux élèves d'indication qui les priveraient de la construction du problème.

### *Des élèves engagés*

La séance, dans son intégralité, comporte 421 tours de parole découpés en 34 épisodes. Nous n'avons identifié aucun épisode où les trois élèves observés sont mathématiquement inactifs sur toute la durée de l'épisode, y compris dans les phases collectives. En effet, nous avons relevé un engagement dans 21 épisodes, de la dévolution dans 12 et de l'enrôlement dans 1 épisode.

La posture d'engagement est celle que l'on retrouve le plus souvent lors des phases collectives : les élèves sont alors effectivement à la tâche demandée par l'enseignant, ils interagissent avec lui à propos de mathématiques. Lors du travail individuel du début de séance ou du travail de groupe, cet engagement évolue vers la dévolution. Ainsi, lors du travail individuel Corentin a calculé le montant des augmentations pour la 2<sup>ème</sup> année et livre sa conclusion à Michel en donnant son avis, ce qui correspond pour nous à un engagement de type dévolution : « franchement pour 44 € moi je dis l'autre il gagne 6€ mais bon c'est un peu plus cher quand même sur une longue durée après... ». De la même façon, la comparaison des salaires annuels pour la troisième année correspond à de la dévolution (tours de parole 197 à 199) :

*Corentin : hum 1100 non c'est 13200€ ça lui fait 13332 tiens Michel tu peux le faire en même temps que moi je le fais mais avec le 50... comme ça... ça genre... t'as juste à faire 13200 plus 50... 13200 plus 50... 13200 plus 50... De toute façon ça changera rien... le 50 ... ça donnera toujours plus que... les... 4%... à la limite il aurait proposé 10% de 1100€... là encore je veux bien... mais franchement 4%...*

*Michel : Alors attends.*

*Corentin : En gros à la limite je suis en train de me demander s'il doit être payé plus ou pas cher en gros c'est ça la question en fait*

Corentin effectue le calcul pour trouver le salaire annuel avec le plan B au bout de 3 ans et sollicite Michel afin que celui-ci réalise un calcul identique pour le plan A. Sa posture est alors de l'ordre de l'engagement. Il remarque que 44 est inférieur à 50 et que « ça changera rien », que « ça donnera toujours plus que 4% ». Il pourrait donc s'arrêter de chercher, mais il continue tout de même et utilise alors des expressions comme « il aurait proposé 10%... là encore je veux bien » « franchement » « je suis en train de me demander » qui indiquent qu'il se sent concerné par la résolution du problème sans pour autant s'identifier au personnage du problème et, donc que son engagement est de l'ordre de la dévolution.

Peu après, alors que Corentin a avancé dans ses calculs, il s'identifie au personnage de l'énoncé et déclare « je préférerais qu'il me donne... » (211) puis « Putain ! J'ai l'impression d'avoir 40 piges et d'être en train de faire ma fiche de paye... [...] bon moi je dis Jérémy il doit prendre le premier plan d'avancement... t'as écrit quoi Fabrice ? » (217). Ceci marque pour nous le passage à un engagement de type enrôlement avant un retour à un engagement de type dévolution (fin 217).

### *L'activité mathématique des élèves*

L'activité des élèves observés est marquée par des erreurs. D'abord, ils estiment que pour le plan B l'augmentation est de 44 € par an, quelle que soit l'année : ils appliquent 4% au salaire mensuel de la première année mais considèrent le résultat comme l'augmentation annuelle et n'appliquent pas d'augmentation aux années suivantes. Les connaissances sociales nécessaires pour invalider ces erreurs ne sont apparemment pas disponibles chez les élèves et l'enseignant n'intervient pas pour signaler l'improbabilité des résultats, ce qui limite l'intrigue puisque les élèves travaillent avec deux suites arithmétiques.

Cependant leur activité permet l'identification de sous-problèmes (voir annexe 2). Certains sont de nature technique (« comment appliquer un pourcentage ? ») et témoignent de la non disponibilité de certains savoirs de collègue. D'autres relèvent de la construction du problème et de l'identification des données pertinentes, modulo les erreurs des élèves. En particulier, Fabrice et Corentin remarquent à l'issue du travail : « au bout de la septième année ça com-

mence à devenir beaucoup plus rentable parce que avant il gagnait limite 30 € de plus il commence avec 6 € de plus après il gagne 12 € de plus, c'est ça si tu regardes bien là ». Ce qui constitue effectivement une nécessité forte du problème qu'ils ont construit, non évidente pour eux au départ.

Les interventions des élèves lors de la mise en commun montrent que, dans la classe, certains ont bien saisi les contraintes du problème : il s'agit de prendre en compte le facteur durée, le salaire annuel et le cumul des salaires.

*D'après les élèves, quelles conditions à cette activité ?*

Les lycéens s'engagent fortement, en particulier Corentin qui pourtant qualifie volontiers les mathématiques de « *somnifère* » et déclare : « *les maths ça n'a jamais été trop trop mon truc* », « *je sais pas, j'aime pas ça* », « *ça m'endort* ». L'entretien permet d'accéder aux motivations de cet engagement.

L'organisation d'un travail en groupe apparaît comme un élément important car « *quand on est en groupe, on se force pour les autres, pour pas les pénaliser* » (Corentin) et « *on peut parler, on peut voir ce que pensent les autres et après faire une réponse commune* » (Fabrice). En particulier, cette organisation est préférée au cours traditionnel où « *on est assis à écouter* » parce que « *là on a pratiqué* » (Michel). De fait, Corentin a été un élément moteur du groupe en relançant régulièrement l'activité du groupe. Le contexte de l'énoncé où la question porte sur un choix de plan de carrière et représente une situation possible dans un futur proche est une autre raison de l'engagement des élèves. En effet, ils déclarent être intéressés car « *il y a de l'argent au bout* » (Corentin) et que « *ça peut nous arriver et donc, du coup, savoir faire ça c'est un acquis* » (Michel). On retrouve là le rapport pratique aux savoirs des élèves de LP.

Ces motivations des élèves liées à l'organisation du travail, et donc au contrat didactique que l'enseignant a réussi à installer dans la classe, et au contexte de l'énoncé viennent pour nous s'ajouter aux conditions de possibilité d'un engagement liées aux choix des variables didactiques du problème.

## SECOND CAS

La seconde situation (problème 2, annexe 1) porte sur l'usage pertinent de la proportionnalité pour modéliser un phénomène et l'utilisation du discriminant pour résoudre une équation du second degré. Elle demande la mobilisation de connaissances anciennes (proportionnalité vue au collège et revue en seconde, calcul de volume, équations...) ou en cours d'apprentissage (discriminant).

Pour mettre les élèves dans des conditions proches de celles du jeu évoqué dans le problème une animation graphique réalisée avec Géogébra est disponible pour chaque groupe : à l'aide d'un curseur les élèves peuvent faire monter le niveau d'eau dans la piscine en déplaçant le point I et pour chaque position du curseur un affichage précise la hauteur et le volume d'eau dans la piscine ainsi que la durée écoulée depuis le début du jeu (voir figure 1) ; le curseur est bloqué à 47 heures (durée de participation possible au jeu) afin que les élèves ne lisent pas simplement la solution sur l'affichage. Par ailleurs, une maquette de la piscine est présente dans la classe et les élèves peuvent l'utiliser, par exemple, pour observer ce qui se passe quand on la remplit.



Hauteur d'eau (mètres) : 0.496  
 Volume écoulé (m3) : 2.229  
 Durée écoulée (heures) : 27.863

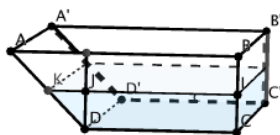


Figure 1 : écran de l'application Géogebra

### Construction de la situation

La situation a été construite au sein du groupe IREM DiTacTic<sup>1</sup>. Nous avons choisi un contexte de jeu vraisemblable, source d'intérêt pour les élèves (une voiture, certains ont 18 ans) de façon à ce qu'ils s'engagent facilement dans la situation. A l'oral, l'enseignante a ajouté : « vous avez fait l'installation électrique de l'affichage pour cette piscine ».

Les dimensions de la piscine ont été choisies de façon à faciliter certains calculs : ce sont des nombres entiers ; l'inclinaison du rebord gauche est de  $45^\circ$ , ce qui permet d'avoir des triangles isocèles rectangles ( $JK=JD = h$ ) et un demi-pavé pour le calcul du volume. Ces derniers choix permettent d'éviter l'utilisation du théorème de Thalès souvent très mal maîtrisé et susceptible de dérouter les élèves.

Plusieurs formules rencontrées au collège et normalement disponibles sont nécessaires pour résoudre le problème : formule du débit à partir d'un volume et d'une durée à choisir, formule du volume d'un pavé droit qui permettra de calculer ensuite le volume d'une partie de la piscine, pour une hauteur donnée. Ces formules sont à mobiliser pour établir des expressions algébriques.

La résolution du problème demande de modéliser algébriquement les co-variations de plusieurs grandeurs mais l'identification des variables n'est pas aisée. Ce sera probablement une difficulté mais aussi l'occasion pour les élèves de retravailler cette compétence importante en mathématiques. Par ailleurs, pour répondre à la question il est nécessaire de reconnaître les cas relevant de la proportionnalité et ceux qui n'en relèvent pas. En effet, pour calculer le volume d'eau dans la piscine à un instant  $t$  il faut reconnaître que la donnée « débit constant » implique une proportionnalité entre la durée et le volume écoulé et savoir traduire algébriquement cette proportionnalité. De façon complémentaire, il faut reconnaître à partir de la forme de la piscine que la hauteur d'eau et la durée ne sont pas proportionnelles. Il est fréquent que les élèves, même hors LP, considèrent toutes les situations de variation de deux grandeurs comme des situations de proportionnalité (Comin, 2002). La présence simultanée d'une situation de proportionnalité et d'une situation de non proportionnalité au sein de l'exercice peut être une source supplémentaire d'erreurs mais amène aussi à mieux comprendre les caractéristiques des situations de proportionnalité. Concernant la mise en équation et la reconnaissance du caractère proportionnel ou pas d'une situation, le milieu est contraignant et possède des potentialités de rétroaction puisque l'application Géogebra mise à disposition permet de contrôler facilement la validité des expressions algébriques.

<sup>1</sup>

Groupe de l'IREM de Nantes associé à la recherche DiTacTic financée par l'Université de Nantes et dirigé par M. Hersant.

De plus, pour résoudre le problème il faut exprimer de deux façons différentes le volume d'eau écoulé dans la piscine pendant la durée du jeu : en fonction du débit ( $V = \text{durée} \times \text{débit}$ ) et en fonction de la hauteur d'eau dans la piscine ( $V = h^2 + 4h$ ). Ces éléments constituent autant de difficultés pour les élèves. Pourtant, nous avons choisi de ne poser aucune question intermédiaire dans l'énoncé, c'est une façon de les rendre responsables de la résolution du problème et de leur « faire confiance sur la manière de traiter le problème, comme à l'atelier » (enseignante de la classe).

Enfin, pour apporter une réponse à la question posée, on peut envisager soit une résolution graphique (avec Géogébra par exemple), soit l'usage du discriminant. Le milieu n'apparaît donc pas très contraignant pour l'usage du discriminant mais puisque cet objet est en cours d'apprentissage le contrat didactique devrait amener les élèves à le mobiliser. Par ailleurs, cette procédure donne une réponse plus précise que la lecture graphique et peut ainsi assurer de gagner le pari.

La séance se déroule en quatre phases : présentation du problème (5 minutes), recherche individuelle de stratégies (10 minutes), mise en commun des stratégies envisagées (10 minutes), travail en groupe (55 minutes). Les groupes de travail sont constitués sur la base des stratégies envisagées et des affinités des élèves.

#### *Des élèves engagés*

Un certain engagement des élèves est perceptible dès le début de la séance puisque 9 élèves sur les 11 présents proposent des stratégies à l'issue de la phase 2. Au cours de la phase 3, tous les élèves sont engagés dans le travail : chacun indique ce qu'il a imaginé comme stratégie ou déclare ne pas avoir d'idée. Quatre épisodes sur les 15 de cette phase sont déjà de l'ordre de la dévolution pour certains élèves (« *si mon calcul est bon, alors après il faut calculer* » et discussion spontanée entre élèves sur la forme problématique de la piscine qui implique que « *la hauteur ne varie pas régulièrement* », par exemple).

Cet engagement se poursuit lors du travail de groupe. Ainsi, pour le groupe observé, cette phase comprend 729 tours de parole et 11 épisodes dont 5 de l'ordre de l'engagement et 6 de l'ordre de la dévolution. La fille du groupe intervient très peu, les interactions se réalisant essentiellement entre les deux garçons. Il est à noter aussi que ces élèves ont travaillé sans aucune aide pendant 38 minutes (8 épisodes dont 6 de dévolution) et que trois épisodes d'engagement correspondent à des épisodes où le chercheur intervient, à la fin, pour essayer de faire dépasser les difficultés rencontrées par les élèves. Ces élèves ne parviennent pas à résoudre le problème mais après une très courte tentative d'obtenir des informations sans effort auprès de l'enseignante ils cherchent activement, avec la volonté de comprendre et d'avancer dans le problème.

Dans un autre groupe, il se produit un phénomène qui témoigne aussi d'un engagement des élèves au niveau, au moins, de la dévolution. Un élève modifie l'animation Géogébra de façon à ce que la réponse au problème s'affiche. Le groupe pourrait alors arrêter de travailler mais ce n'est pas ce qui se produit : les élèves rient de leur trouvaille puis se mettent au travail (« *attends faut trouver comment faire sinon c'est pas drôle.* » ; « *et maintenant il faut trouver comment on arrive à ça.* ») et résolvent finalement le problème avec une certaine fierté.

#### *Une activité mathématique consistante*

Trois des quatre groupes s'orientent vers une résolution algébrique du problème et deux d'entre-eux (les groupes non étudiés ici) parviennent à établir

l'équation  $0.08t=4h+h^2$  et à la résoudre. Le dernier groupe a opté pour une résolution graphique.

La recherche de Thierry, Géraldine et Antoine les conduit à identifier un nombre important de sous-problèmes comme en témoigne le schéma en annexe 2. Certains sont simples à identifier (quelle est la durée du jeu ? par exemple), d'autres relèvent d'un travail plus complexe d'exploration et de délimitation des possibles qui permet finalement aux élèves d'identifier la non-proportionnalité entre la hauteur de la piscine et la durée d'ouverture du robinet, question centrale du problème. En effet, les élèves balaient les possibles à partir des fonctions qu'ils connaissent, ils n'arrivent pas à conclure pour la fonction affine et la fonction carré. Pour la fonction linéaire ils tergiversent. D'abord (voir figure 4 : épisode f), s'appuyant sur la manipulation du modèle physique et les valeurs données par l'application Géogébra, ils pensent que  $h$  et  $t$  ne sont pas proportionnels. Puis l'allure de la courbe qu'ils commencent à construire les fait douter (j) et explorer la piste d'une fonction de type  $ax+b$  pour laquelle ils cherchent à déterminer  $a$  et  $b$  (l). Nous intervenons alors pour leur faire remarquer qu'à  $t=0$ ,  $h=0$  (sous-entendu alors  $b=0$  et la fonction est linéaire). Cela les conduit à revenir au problème du débit. Ils comprennent alors les conditions fondamentales du problème : le débit est constant donc le volume écoulé et la durée d'ouverture du robinet sont proportionnels, mais la hauteur d'eau dans la piscine et la durée d'ouverture du robinet ne sont pas proportionnelles, il n'y a proportionnalité que dans la partie pavé droit de la piscine (m). Une fois cette condition établie, les élèves cherchent à exprimer le volume d'eau dans la piscine en fonction de  $h$  (o). Ils n'ont pas le temps de terminer mais cela aurait dû les conduire à la seconde expression du volume et donc à l'expression algébrique de  $h$  en fonction de  $t$ .

Ainsi, même si ces trois élèves ne parviennent pas à la solution du problème, leur activité lors du travail de groupe est indéniablement une activité mathématique consistante : ils s'attaquent, sans renoncer, à l'exploration du problème qui les mène à la construction de ses nécessités fondamentales.

*Pour les élèves, quelles conditions à cette activité ?*

Pour cette situation, nous nous appuyons sur les réactions exprimées par les élèves lors du travail de groupe et du débriefing de fin de séance.

Lors du travail de groupe, spontanément, Thierry et Antoine échangent : « *j'aime bien faire des exercices comme ça.* », « *ouais, c'est cool* ». Puis, à la fin du travail, Thierry questionne l'enseignante : « *on en fera des exercices comme ça ?* ». Dans la classe, il ressort que l'activité a plu d'abord parce que « *le travail de groupe c'est bien* ». De plus, les élèves ont trouvé le travail « *très intéressant* » bien qu'il « *fallait trop réfléchir* » parce qu'il « *n'y avait pas de question intermédiaire* », « *on était seuls face au problème* ». Certains élèves remarquent « *maintenant on attend la voiture* ».

## **QUELLES CONDITIONS À L'ACTIVITE MATHÉMATIQUE DES ÉLÈVES DE LP ?**

Ces exemples témoignent de la possibilité d'un travail mathématique consistant, sur un temps long, avec un engagement de l'ordre de la dévolution en LP.

Dans la construction de nos situations nous avons pris en compte les singularités des élèves de LP identifiées dans les travaux de sociologie pour construire des situations susceptibles de provoquer chez eux à la fois un engagement (choix

de problèmes contextualisés pour répondre à leur rapport souvent pratique aux savoirs ; choix de problèmes ouverts, sans question intermédiaire, pour rompre avec une forme scolaire qu'ils rejettent souvent) et une activité mathématique source d'apprentissage (recherche d'un milieu permettant des moments adidactiques sur des savoirs anciens potentiellement non maîtrisés ou sur des savoirs en cours d'apprentissage ; choix de problèmes sans question intermédiaire laissant une responsabilité importante aux élèves dans la construction du problème). A l'issue des analyses, quelles conditions didactiques pour une activité mathématique consistante des élèves de LP pouvons-nous identifier ?

Les élèves plébiscitent le travail en groupe, dans les deux cas. Certes, mais dans le cas 2, l'enseignante note que les élèves travaillent souvent en groupe sans avoir un engagement aussi durable. De plus, les travaux de groupe plaisent à tous les élèves, LP ou pas. Cette condition contribue certainement à l'engagement des élèves de LP mais n'apparaît pas caractéristique.

Par ailleurs, les élèves apprécient que le problème ne comporte pas de question intermédiaire. Pour des élèves qui ont fait l'expérience de la difficulté scolaire, cela nous semble singulier. En effet, l'absence de « balisage » pour résoudre les problèmes non triviaux proposés pourrait les inquiéter ou les décourager. Au contraire cette présentation qui rompt avec la forme scolaire habituelle provoque leur engagement et une activité mathématique consistante. Il nous semble que, finalement, les élèves apprécient la responsabilité qui leur est laissée dans la construction du problème. Ainsi, sans sous-estimer l'effet caméra, une condition de l'ordre de micro-contrat didactique (répartition de responsabilité entre le professeur et les élèves, voir Hersant, 2001 ; Perrin-Glorian & Hersant, 2003) émerge ici. Ce contrat s'apparente à celui de l'atelier, c'est peut-être pour cela qu'il convient aux élèves. Mais, la forme ouverte du problème renvoie aussi à une exigence intellectuelle et témoigne ainsi de la reconnaissance d'une capacité à réussir chez ces élèves. D'après Jellab (2014 : 136), cela constitue, de façon un peu paradoxale au regard de leurs fortes réticences à l'égard des enseignements généraux, une attente des élèves de LP. Par ailleurs, comme le souligne aussi Jellab (*Ibid.*), avec la réforme du bac pro en 3 ans, de plus en plus de lycéens pro envisagent de poursuivre leurs études au niveau supérieur, ce qui peut aussi faciliter leur engagement dans des telles activités exigeantes.

Mais, l'engagement durable dans une situation exigeante n'est possible que si la situation le permet, ce qui renvoie à d'autres conditions. D'abord, le problème est contextualisé et formulé comme un enjeu (prise de décision, pari avec gain) contrairement aux énoncés classiques (calculer...). L'enjeu n'est pas étranger à la vie des élèves, ils peuvent s'y reconnaître, sans pour autant s'y identifier, cela les motive sur la durée. Dans le cas 1, cela provoque même de l'enrôlement. Par ailleurs, dans les deux cas, les données pour l'exploration du problème sont disponibles sans recours à l'enseignant, ce qui laisse une autonomie dans le travail. Par ailleurs, le milieu de la situation, parce qu'il est relativement peu contraignant, laisse une liberté d'exploration du problème et permet de travailler des connaissances anciennes non maîtrisées ou des connaissances en cours d'apprentissage. Il y a une gestion de l'hétérogénéité que les élèves, sans le reconnaître, peuvent apprécier. Les propriétés rétroactives du milieu (cas 2 surtout) renforcent cette possibilité. Ces éléments donnent des pistes pour la mise en place de séances de mathématiques en LP.

Nous n'avons pas abordé la question des interventions de l'enseignant et de la mise en œuvre, dans des classes ordinaires, de situations issues d'ingénieries de développement. Dans le cas 1, les connaissances nécessaires à la rétroaction

n'étant pas présentes dans le groupe, une intervention de l'enseignant était nécessaire pour permettre aux élèves de travailler sur le problème proposé. Nous n'avons pas, non plus, analysé l'activité des élèves pendant la correction qui contribue aussi aux apprentissages. Enfin, des questions sur l'enrôlement demeurent : il apparaît seulement dans le cas 1, pour quelles raisons ? Enrôlement et dévolution ont-ils des effets différents sur les apprentissages des élèves ?

**Abstract :** Considering sociological features of teaching general topics in vocational schools, we make assumptions about conditions that allow students to engage in lasting mathematics activities. We design two situations and analyze the activity of students in these situations, considering their involvement in the task and the mathematical nature of their activity. We then identify didactical conditions for a mathematical activity in vocational schools.

**Keywords :** didactic of mathematics, vocational school, involvement in the task, enrolment, devolution, problematization, milieu, didactic contract, students' activity, relationship to knowledge

### Bibliographie

- Brousseau G. (1990) « Le contrat didactique : le milieu » - *Recherches en Didactique des Mathématiques* 9, 3 (309-336).
- Brousseau G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Charlot B. (1999) *Le rapport au Savoir en milieu populaire. Une recherche dans les lycées professionnels de banlieue*. Paris : Anthropos.
- Comin, E. (2002). « L'enseignement de la proportionnalité à l'école et au collège » - *Recherches en Didactique des Mathématiques* 22, 2-3 (135-182).
- De Blois L. (2015) « Quelle contribution la didactique des mathématiques peut-elle apporter à l'étude des difficultés comportementales? » in : Butlen D. et al. (éds) *Rôles et places de la didactique et des didacticiens des mathématiques dans la société et le système éducatif* (443-464). Grenoble : La Pensée sauvage.
- Fabre M. & Orange C. (1997) « Construction des problèmes et franchissements d'obstacles » - *ASTER* 24 (37-57).
- Hersant M. (2001) *Interactions didactiques et pratiques d'enseignement, le cas de la proportionnalité au collège*. Thèse Université Paris 7. Paris : IREM Paris 7.
- Hersant M. (2010) *Empirisme et rationalité à l'école élémentaire, vers la preuve au cycle 3*. Habilitation à Diriger des recherches. Université de Nantes.
- Hersant M. (2011) « Correspondance mathématique et conditions d'une activité mathématique « créative » et problématisée à la fin du lycée » - *Educational Studies in Mathematics* 78, 3 (343-370).
- Jellab A. (2001) « Le sens des savoirs chez les élèves de lycée professionnel: une approche sociologique » - *L'Homme et la société* 1, 139 (83-102).
- Jellab A. (2014) *L'émancipation scolaire: Pour un lycée professionnel de la réussite*. Toulouse : Presses Universitaires du Mirail.
- Perrin-Glorian M. J. (2011) « L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche et de l'enseignement. Développement des ressources et formation des

- enseignants » in : Margolinas C. et al (éds) *En amont et en aval des ingénieries didactiques* (57-78). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Perrin-Glorian M. J. & Hersant M. (2003) « Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. » - *Recherches en Didactique des Mathématiques* 23, 2 (217-276).
- Quiniou A.-C. (2014) *En quoi la démarche d'investigation peut-elle amener un élève de LP à s'engager dans une dynamique d'apprentissage et d'élaboration de nouveaux concepts?* Mémoire Master 2 Enseignement Expertise Apprentissage, Université Nantes.
- Salin M.-H. (2002) « Repères sur l'évolution du concept de milieu en théorie des situations » in : Dorier J.-L. et al. (éds.) *Actes de la 11<sup>e</sup> Ecole d'Été de Didactique des Mathématiques* (111-124). Grenoble : La Pensée sauvage.

## ANNEXE 1

### Problème 1

Jérémy gagne 1100 € pour un emploi dans une entreprise. Cette dernière lui propose deux plans d'avancement de salaire année après année : soit 50 € d'augmentation chaque 1er janvier (plan A), soit 4% d'augmentation chaque 1er janvier (plan B). Quel plan d'avancement Jérémy doit-il choisir ?

### Problème 2

Vous devez représenter le lycée au stand de la foire de Pontchâteau en mars 2016. Afin d'attirer un public plus nombreux, un jeu gratuit (contrôlé par huissier de justice) est organisé.

Une voiture d'une valeur de 20 000 € est à gagner.

Une piscine est visible à l'entrée de la foire. Deux heures après le début de la foire, le vendredi à 16h, on ouvrira le robinet qui alimentera la piscine en eau. Le débit est constant. Ce robinet sera fermé à 17h le dimanche.

Un affichage indique le volume et la hauteur d'eau dans la piscine à chaque instant. La participation au jeu est possible jusqu'au dimanche 15h. Pour jouer, il faut déterminer la hauteur d'eau dans la piscine à la clôture du jeu, soit à 17h le dimanche.

Quelle stratégie allez-vous employer pour que votre mise soit gagnante ?

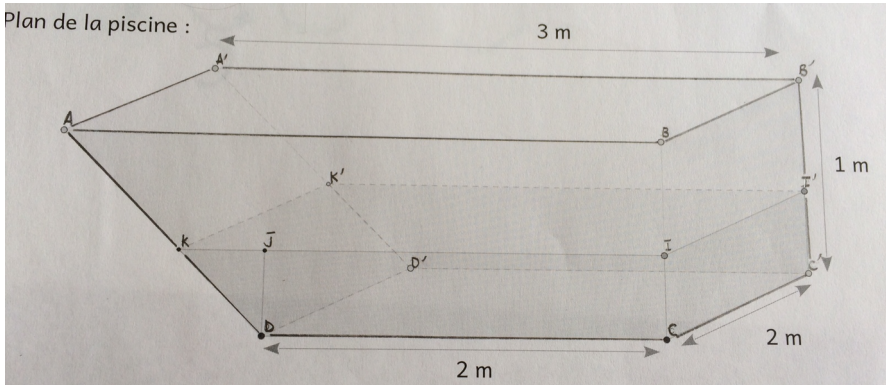


Figure 2 : Plan de la piscine figurant sur la fiche élève

## ANNEXE 2

Quel plan choisir ?  
b

4 % de 1100 ça fait combien ?  
d

Sur un an, quel plan est plus rentable ?  
d

Sur la durée, quel plan est le plus rentable ?  
g

Au bout de 10 ans, quel plan est le plus rentable ?  
h

Si on cumule, quel plan est le plus rentable ?  
m

Et si c'était 10 % d'augmentation ?  
p

Comment faire ces calculs avec le tableur ?  
s

44 €

Il faut prendre le plan A  
d

44 € par mois ce sera toujours moins que 50 €.  
p

Avec le plan A, le salaire an 10 est toujours plus rentable.  
k

Le plan A sera toujours plus rentable ?  
y

Figure 3 : espace problème construit par les élèves pour le problème 1



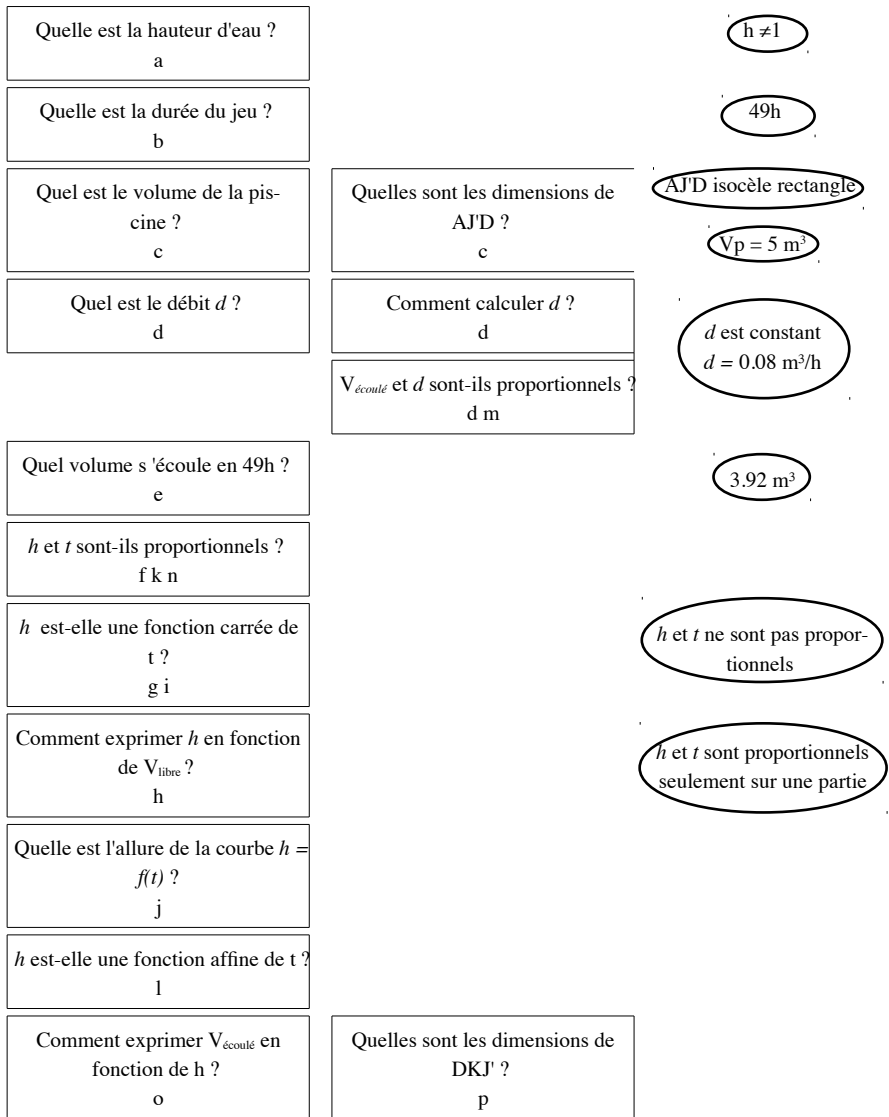


Figure 4 : espace problème construit par les élèves pour le problème 2