



**HAL**  
open science

## Diferential tarification of water irrigation in case of aleatory resource

Yoro Sidibe, Jean-Philippe Terreaux, Mabel Tidball

► **To cite this version:**

Yoro Sidibe, Jean-Philippe Terreaux, Mabel Tidball. Diferential tarification of water irrigation in case of aleatory resource. 4. Journées de recherches en sciences sociales, Dec 2010, Rennes, France. hal-02756055

**HAL Id: hal-02756055**

**<https://hal.inrae.fr/hal-02756055>**

Submitted on 3 Jun 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Tarification différentielle de l'eau d'irrigation  
en cas de ressource aléatoire

Yoro Sidibé\*  
Jean-Philippe Terreaux\*\*  
Mabel Tidball\*\*\*

\* Université Montpellier 1 et UMR Lameta. e-mail : yoro.sidibe@supagro.inra.fr

\*\* Cemagref-Bordeaux et UMR Lameta. e-mail : jean-philippe.terreaux@cemagref.fr

\*\*\* Inra-Montpellier et UMR Lameta. e-mail : tidball@supagro.inra.fr

**Résumé :**

Dans cet article, nous proposons un modèle de tarification pour gérer l'allocation de l'eau d'irrigation en cas d'aléas sur la disponibilité de la ressource. La méthode proposée s'appuie sur une tarification différentielle de l'eau selon le niveau de sécurité de disponibilité. Nous montrons à l'aide de différents critères économiques qu'une telle tarification est plus performante qu'une tarification linéaire en cas de ressource aléatoire. Avec différents scénarios, selon les priorités des gestionnaires de périmètre, nous présentons comment ce mode de tarification peut contribuer à l'atteinte des objectifs de la Directives Cadre sur l'Eau. Les résultats sont ensuite illustrés par un exemple avec des données empiriques et des simulations numériques. Cette forme de tarification peut être vue comme un premier pas vers des outils de gestion se rapprochant des marchés à option ou encore des problèmes d'assurance.

**Mots-clefs :** tarification, eau d'irrigation, aléas de ressource, efficience, couverture budgétaire.

## 1. Introduction

Dans la plupart des pays du pourtour méditerranéen, l'irrigation constitue le premier poste d'utilisation de l'eau. Dans un contexte de rareté croissante de la ressource et de concurrence intersectorielle accrue, mettre en place des modalités de gestion plus efficaces est devenu une priorité. Les objectifs et les contraintes poursuivis concernent plusieurs aspects, allant de la couverture des coûts des infrastructures à l'efficacité en termes de production agricole et d'allocation de l'eau. Au travers de la Directive Cadre de l'Eau, le Conseil Européen a d'ailleurs défini des principes qui préconisent une utilisation de la ressource conciliant l'efficacité allocative et la couverture des coûts directs (coûts de transport, coûts administratifs) et indirects (coûts environnementaux). Différents projets sont élaborés ou mis en œuvre à l'échelle européenne pour étudier les voies et moyens nécessaires pour atteindre ces objectifs. Par exemple le projet Noviwam associe chercheurs, décideurs et les autres parties prenantes afin de concevoir et appliquer différents outils pour une meilleure gestion de la ressource dans ce cadre.

En France, deux instruments sont très généralement utilisés pour la régulation de l'eau d'irrigation : les quotas d'eau et la tarification (Berbel et al, 2008 ; Molle, 2009). Dans ce pays, les marchés d'eau sont inexistant du fait de la nature juridique de la ressource qui n'autorise pas de l'attribuer à un propriétaire explicite, contrairement à certains pays de culture anglo-saxonne comme les Etats Unis (Petrie et Taylor, 2007) et l'Australie (Brooks et Harris, 2008) où ce type d'instrument est assez courant. Les quotas sont en fait surtout utilisés pour faire face à des objectifs de couverture budgétaire ou d'équité (Molle, 2009). Mais cet instrument ne permet pas d'assurer l'efficacité productive de l'allocation de la ressource qui consisterait à en attribuer l'usage prioritairement aux exploitants qui peuvent en tirer la plus grande production agricole (Tsur et al, 2004). Cette dernière préoccupation conduit à renforcer la place de la tarification de l'eau, tout au moins dans les discours.

Toutefois, le mot 'tarification' ne doit pas être compris comme un unique instrument homogène mais comme tout un ensemble d'outils qui parfois permettent de trouver un compromis acceptable entre de multiples objectifs (Johansson et al., 2002) dans le cadre de différentes contraintes. Selon les objectifs visés et les contraintes existantes, plusieurs modalités ou formes de tarification sont utilisées en agriculture, que l'on peut classer en deux grandes familles : les méthodes non-volumétriques et les méthodes volumétriques, sachant que les frontières de ces classifications peuvent être ténues. Les méthodes non-volumétriques ne dépendent pas directement de la quantité d'eau mais reposent sur d'autres intrants ou produits (Johansson, 2000). Elles sont répandues du fait de leur simplicité mais elles n'incitent pas non plus, tout comme les quotas, à une utilisation efficace de l'eau. Les méthodes volumétriques, quant à elles, elles font dépendre la facture d'eau du volume consommé (Burt, 2007) mais aussi, selon les variantes, de différents autres variables quantitatives ou qualitatives. Selon les cas, elles peuvent permettre alors d'atteindre différents objectifs, dans le respect des contraintes imposées. La forme la plus simple en est la tarification uniforme qui fixe un prix unitaire à chaque unité d'eau quel que soit le volume total consommé.

Une tarification volumétrique en binôme (composée d'une partie fixe et d'une partie variable) est d'usage assez courant, par exemple, pour garantir l'équilibre budgétaire, ou plus exactement un minimum de rentrées financières pour le gestionnaire (Boland, 1997) grâce à la partie fixe. La partie variable joue un rôle incitatif à l'économie d'eau.

Une autre forme de méthode de tarification est la tarification par blocs que l'on peut répartir en deux sous-ensembles : la tarification par blocs croissants et la tarification par blocs décroissants. La tarification par blocs croissants incite les utilisateurs de volumes importants à modérer leur consommation, car pour eux le prix marginal de volume consommé est plus élevé. Elle permet aussi d'assurer une certaine équité car le bloc initial est généralement fixé à un prix plus bas que ce qu'il serait par une tarification uniforme. Cependant, comme le signalent Boland et Whittington (1998), cette forme de tarification peut souffrir de nombreux défauts comme la discordance entre l'équilibre budgétaire et l'efficacité, parfois l'absence de simplicité ou la difficulté de mise en œuvre, etc.

Contrairement à la précédente, la tarification par blocs décroissants se fonde sur l'idée que les biens qui ont le plus de valeur doivent être les plus chers (par assimilation de la valeur au prix, ce qui peut parfois être abusif). Les arguments en faveur d'une telle méthode sont d'abord, d'après Groom et al (2006), qu'un consommateur de volumes cent fois plus gros n'engendre pas des coûts cent fois plus élevés puisqu'il y a des économies d'échelle, par exemple une seule canalisation d'amenée d'eau, un seul processus de facturation, etc. Comme le coût moyen par unité de volume consommé est ainsi inférieur pour les utilisateurs des plus gros volumes, ce type de tarification peut être justifié. L'autre argument est que ce type de tarification incite les consommateurs des plus grandes quantités à poursuivre leur activité, et pas par exemple à chercher des sources alternatives (par exemple à réaliser des forages) contrairement à la tarification à blocs croissants. Sur le plan de l'équité, ce mode de tarification, comme l'indiquent ces auteurs, n'est pas conseillé, mais encore faut-il définir précisément ce qui constitue l'équité.

Ces formes de tarification ne permettent toutefois pas de prendre en compte certains aspects de l'environnement général de la production agricole, notamment en zones tempérées soumises à des aléas climatiques, en plus des aléas de marché, et les contraintes qui y sont liées. En effet, les principales propriétés reconnues pour ces modes de tarification supposent un environnement déterministe dans lequel la disponibilité de la ressource est garantie et où le seul problème restant à résoudre est son allocation entre les utilisateurs. Or pour revenir à l'aléa climatique, ce dernier entraîne à la fois des fluctuations dans la disponibilité de la ressource et aussi dans la demande en eau. Comme l'utilisation de la ressource s'effectue de plus en plus au maximum des possibilités des milieux naturels, il s'agit d'un élément d'autant plus important du contexte, tout au moins sous nos latitudes. Ainsi les épisodes trop souvent répétés de sécheresse au cours des deux dernières décennies illustrent bien l'importance de la prise en compte de ce facteur (Amigues et al 2006). Cet aléa climatique peut se manifester par une fluctuation interannuelle du niveau des pluies, du niveau des nappes phréatiques, de celui des cours d'eau, ou encore de l'évaporation des plans d'eau utilisés pour le stockage, conduisant à une stochasticité dans la disponibilité de la ressource, qui plus est accompagné

d'autres fluctuations météorologiques qui le plus souvent accroissent la demande en eau des plantes lorsque l'offre se raréfie.

Nous proposons dans cet article un modèle tarifaire prenant en compte de manière explicite les aléas dans la quantité de ressource disponible. En définissant des réserves d'eau avec différents niveaux de sécurité, nous démontrons que ce mode de tarification présente des avantages par rapport à des formes déterministes de tarification ignorant ce fait.

L'accent est particulièrement porté sur les objectifs d'efficacité et d'équilibre budgétaire, comme le recommande la Directive Cadre de l'Eau. Dans une première analyse, nous étudions l'efficacité globale du système de tarification que nous proposons, efficacité que nous définissons, pour ensuite travailler à l'efficacité sous contrainte budgétaire. Nous en déduisons la tarification optimale dans le cadre du modèle proposé et nous comparons les résultats avec ceux qui seraient obtenus pour une tarification uniforme.

Le reste de l'article est organisé de la manière suivante. Dans la section suivante, nous précisons les éléments du contexte et les hypothèses pour la suite du travail. La section 3 est consacrée à l'étude du modèle proposé selon différents critères économiques. Enfin, dans la dernière section, des simulations numériques conduisent à des résultats quantitatifs dans le cadre de différents scénarios sur la ressource en eau.

## 2. Contexte

Nous considérons un gestionnaire de retenue ou réservoir stockant de l'eau à usage agricole. Le volume d'eau contenu dans ce réservoir dépend de processus pluviométriques et hydrologiques aléatoires (pluviométrie en amont de la retenue, coefficient de ruissellement etc...) de sorte que la quantité disponible de ressource pour l'irrigation varie d'une année à l'autre de manière stochastique. Supposons que la quantité d'eau dans le réservoir qui est une variable aléatoire suive une loi de probabilité connue par le gestionnaire. Plus formellement, pour chaque quantité d'eau dans le réservoir noté  $Q$  dont la disponibilité est réalisable, le gestionnaire sait associer une probabilité objective  $\varphi(Q)$ .

Dans un souci de simplification et sans perdre en généralité, nous supposons que seulement deux états de la nature sont réalisables. Un état appelé sécheresse ou année sèche correspondant à une quantité en eau disponible dans le réservoir réduite et un autre état appelé humidité ou encore année humide correspondant à une disponibilité en eau plus abondante. Ainsi dans notre modèle la quantité  $Q_1$  est disponible avec une probabilité  $\varphi_1$  (année sèche). Une quantité supplémentaire  $Q_2$  est disponible en cas d'année humide avec une probabilité  $\varphi_2$  ( $= 1 - \varphi_1$ ) de telle sorte que la quantité d'eau totale disponible en année humide soit de  $Q_1 + Q_2$ . Cette loi de probabilité est également connue des agriculteurs.

Avant la réalisation de l'aléa, au début de la campagne agricole, le gestionnaire de l'eau annonce un prix unitaire  $p_1$  pour la quantité d'eau sûre  $Q_1$  et un autre prix unitaire  $p_2$  pour la

quantité d'eau moins sécurisée  $Q_2$ . Sachant que  $p_1 > p_2$ , chaque agriculteur  $i$  est invité à réserver une quantité d'eau  $S_{1i}$  dans la tranche sûre, dont il paiera plus cher chaque unité de volume, et une quantité  $S_{2i}$  dans la tranche moins sécurisée. Si l'année est sèche, l'agriculteur  $i$  n'obtient que la quantité d'eau réservée dans la première tranche  $S_{1i}$ . Par contre si l'année est humide, l'agriculteur obtient une quantité d'eau égale à  $S_{1i} + S_{2i}$ . Quel que soit l'état de la nature, l'agriculteur doit payer les quantités d'eau qu'il réserve. Le problème du gestionnaire est, en fixant les prix de l'eau, d'assurer l'équilibre de l'offre et de la demande indépendamment de la réalisation de l'aléa sur la ressource tandis que l'agriculteur cherche à maximiser son espérance de profit en tenant compte de la facture d'eau dont il doit s'acquitter. Le problème est formalisé et résolu dans la partie suivante.

On suppose que les coûts engagés par le gestionnaire pour assurer l'approvisionnement de la ressource se limitent à une partie fixe. Les coûts variables éventuels sont négligés. Cette hypothèse décrit bien la situation de nombreux gestionnaires qui cherchent à couvrir des coûts de construction des infrastructures pour l'approvisionnement de l'eau telles que les barrages et les ouvrages de répartition comme les canaux. Le coût unitaire marginal de stockage et de transport de la quantité de l'eau entre la retenue et le périmètre d'irrigation est négligé ici. On peut donc raisonnablement admettre que quelle que soit la quantité d'eau consommée, le coût pour le gestionnaire est fixe.

### 3. Modes de tarification

Dans cette partie, nous étudions deux modes de tarification que nous comparons par la suite. Nous analysons d'abord la tarification différentielle, où le gestionnaire décide de vendre à des prix différents l'eau qu'il est assuré d'avoir à disposition et la ressource moins sécurisée. Nous établissons la manière dont le gestionnaire doit fixer chaque prix de manière à maximiser le surplus collectif. Nous procédons ensuite de la même manière cette fois ci avec une tarification uniforme c'est-à-dire avec un prix unique.

#### 3.1. Tarification différentielle

##### a. Equations

Le gestionnaire fixe les prix  $p_1$  et  $p_2$ , avec  $p_1 > p_2$ , de sorte que la demande ne dépasse pas l'offre de la ressource quel que soit la réalisation de l'aléa climatique. Cela se traduit par l'équation suivante :

$$D_j(p_1, p_2) \leq Q_j \text{ pour tout } j,$$

*$D_j$  est la demande d'eau pour la tranche  $j$  et  $Q_j$  sa disponibilité*

L'agriculteur  $i$  choisit ses niveaux de réservation  $S_{1i}$  et  $S_{2i}$  de sorte à maximiser son espérance de profit. On suppose que la fonction de production  $h_i$  est croissante et concave. Si l'année est sèche (quantité totale d'eau disponible  $Q=Q_1$ ) la consommation de l'agriculteur est égale à sa réservation seulement dans la ressource sûre  $C_i=S_{1i}$ . En cas d'année humide ( $Q=Q_1+Q_2$ ) sa

consommation est égale à la quantité d'eau réservée dans la tranche sûre et la tranche aléatoire  $C_i = S_{1i} + S_{2i}$ . Le problème de maximisation s'écrit alors :

$$\max_{S_{1i}, S_{2i}} E(h_i(C_i(\xi)) - p_1 S_{1i} - p_2 S_{2i})$$

Où  $\xi$  représente la variable aléatoire associée à la consommation d'eau qui n'est pas connue au moment de la souscription.

Le problème précédent peut se réécrire de la manière suivante :

$$\max_{S_{1i}, S_{2i}} \varphi_1 [h_i(S_{1i}) - p_1 S_{1i} - p_2 S_{2i}] + \varphi_2 [h_i(S_{1i} + S_{2i}) - p_1 S_{1i} - p_2 S_{2i}]$$

Ce qui donne

$$\max_{S_{1i}, S_{2i}} \varphi_1 h_i(S_{1i}) + \varphi_2 h_i(S_{1i} + S_{2i}) - p_1 S_{1i} - p_2 S_{2i}$$

### b. Résolution

Le problème précédent peut être interprété comme un jeu de Stackelberg à deux étapes. Les agriculteurs choisissent leur niveaux de réservation  $S_{1i}$  et  $S_{2i}$  en anticipant les prix  $p_1$  et  $p_2$  que le gestionnaire fixera. Ensuite le gestionnaire fixe effectivement les prix.

Nous commençons par la résolution du problème de l'agriculteur.

$$\max_{S_{1i}, S_{2i}} \varphi_1 h_i(S_{1i}) + \varphi_2 h_i(S_{1i} + S_{2i}) - p_1 S_{1i} - p_2 S_{2i}$$

Les conditions de premier ordre s'écrivent :

$$h'_i(S_{1i} + S_{2i}) = \frac{p_2}{\varphi_2}$$

$$h'_i(S_{1i}) = \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1}$$

La première équation traduit le fait que la productivité marginale moyenne de l'eau consommée dans la deuxième tranche doit être égale à son prix. La seconde condition indique que la production marginale moyenne de la quantité d'eau réservée dans la première tranche doit être égale à la différence entre le prix unitaire dans cette tranche et la suivante. Cette différence s'interprète comme le coût d'opportunité de choisir la prochaine unité dans la première tranche plutôt que dans la seconde. On peut déduire de ces équations l'expression de la quantité d'eau que l'agriculteur réservera dans chaque tranche.

$$S_{1i} = h_i'^{-1} \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right)$$

$$S_{2i} = h_i'^{-1} \left( \frac{p_2}{\varphi_2} \right) - h_i'^{-1} \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right)$$



Le problème du gestionnaire est de respecter la contrainte de ressource selon le niveau d'eau dans le réservoir. Il choisit les prix  $p_1$  et  $p_2$  de sorte que les quantités que les agriculteurs consommeront ne dépassent pas la quantité d'eau disponible quel que soit l'état de la nature.

$$0 \leq \sum_i^n S_{1i} \leq Q_1$$

$$0 \leq \sum_i^n S_{2i} \leq Q_2$$

Ce qui peut s'écrire de manière développée comme suit :

$$\sum_i^n h_i'^{-1} \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right) \leq Q_1$$

$$\sum_i^n h_i'^{-1} \left( \frac{p_2}{\varphi_2} \right) - h_i'^{-1} \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right) \leq Q_2$$

Notons  $f(X)$  la fonction définie par l'équation suivante, qui est correspond à la demande d'eau par l'ensemble des agriculteurs en fonction de  $X$ :

$$f(X) = \sum_i^n h_i'^{-1}(X)$$

Les équations qui représentent la contrainte de ressource s'écrivent donc :

$$f \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right) \leq Q_1$$

$$f \left( \frac{p_2}{\varphi_2} \right) - f \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right) \leq Q_2$$

Ce qui implique :

$$f \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right) \leq Q_1$$

$$f \left( \frac{p_2}{\varphi_2} \right) \leq Q_1 + Q_2$$

En supposant que toute la ressource est utilisée, on obtient les égalités suivantes :

$$f^{-1}(Q_1) = \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1}$$

$$f^{-1}(Q_1 + Q_2) = \frac{p_2}{\varphi_2}$$

L'espérance de la production agricole totale, à savoir pour tous les agriculteurs, est :

$$\begin{aligned}
& \sum_i^n \varphi_1 h_i(S_{1i}) + \varphi_2 h_i(S_{1i} + S_{2i}) \\
&= \sum_i^n \varphi_1 h_i\left(h_i'^{-1}\left(\frac{p_1 - p_2}{\varphi_1}\right)\right) + \varphi_2 h_i\left(h_i'^{-1}\left(\frac{p_2}{\varphi_2}\right)\right) \\
&= \sum_i^n \varphi_1 h_i\left(h_i'^{-1}(f^{-1}(Q_1))\right) + \varphi_2 h_i\left(h_i'^{-1}(f^{-1}(Q_1 + Q_2))\right)
\end{aligned}$$

### 3.2. Tarification uniforme

Nous étudions dans cette section une tarification uniforme. En particulier on examine l'efficacité définie par la production agricole totale que l'on obtient. On suppose donc que le gestionnaire fixe un prix unitaire  $p$  unique à la ressource. Pour faciliter l'analyse qui va suivre nous considérons deux situations possibles. Le cas où le prix  $p$  est tel que  $f(p) \leq Q_1$  c'est-à-dire le cas où la demande à ce prix est inférieure à  $Q_1$  ensuite le cas où  $Q_1 < f(p) \leq Q_1 + Q_2$  qui est la situation où la demande au prix fixé est comprise entre  $Q_1$  et  $Q_2$ .

#### a. Cas où $f(p) \leq Q_1$

Avec un prix unique, le problème de l'agriculteur est une maximisation classique de profit :

$$\max_{C_i} h_i(C_i) - pC_i$$

Avec comme condition de premier ordre l'égalité entre le prix et la productivité.

$$h_i'(C_i) = p \Rightarrow C_i = h_i'^{-1}(p)$$

L'expression de la production agricole totale est immédiate:

$$\sum_i^n h_i(h_i'^{-1}(p))$$

Nous pouvons alors comparer cette expression avec celle de la production agricole avec une tarification différentielle.

Nous avons d'une part dans la section précédente  $f^{-1}(Q_1) = \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1}$  et  $f^{-1}(Q_1 + Q_2) = \frac{p_2}{\varphi_2}$  et d'autre part  $f^{-1}(Q_1) \leq p$ . En constatant que  $f^{-1}(Q_1 + Q_2) \leq f^{-1}(Q_1)$  on obtient successivement :

$$f^{-1}(Q_1 + Q_2) \leq f^{-1}(Q_1)$$

⇒

$$\frac{p_2}{\varphi_2} \leq \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \leq p$$

⇒

$$h_i^{-1}(p) \leq h_i^{-1}\left(\frac{p_2}{\varphi_2}\right) \text{ et } h_i^{-1}(p) \leq h_i^{-1}\left(\frac{p_1 - p_2}{\varphi_1}\right)$$

⇒

$$h_i\left(h_i^{-1}(p)\right) \leq h_i\left(h_i^{-1}\left(\frac{p_2}{\varphi_2}\right)\right) \text{ et } h_i\left(h_i^{-1}(p)\right) \leq h_i\left(h_i^{-1}\left(\frac{p_1 - p_2}{\varphi_1}\right)\right)$$

⇒

$$h_i\left(h_i^{-1}(p)\right) \leq \varphi_1 h_i\left(h_i^{-1}\left(\frac{p_1 - p_2}{\varphi_1}\right)\right) + \varphi_2 h_i\left(h_i^{-1}\left(\frac{p_2}{\varphi_2}\right)\right)$$

⇒

$$\sum_i^n h_i\left(h_i^{-1}(p)\right) \leq \sum_i^n \varphi_1 h_i\left(h_i^{-1}\left(\frac{p_1 - p_2}{\varphi_1}\right)\right) + \varphi_2 h_i\left(h_i^{-1}\left(\frac{p_2}{\varphi_2}\right)\right)$$

(C.Q.F.D) la production avec une tarification uniforme est inférieure à la tarification avec une tarification différentielle. D'où :

**Proposition 1.1 :** une tarification différentielle est plus efficace qu'une tarification à prix unique si  $f(p) \leq Q_1$ .

*b. Cas où  $Q_1 < f(p) \leq Q_1 + Q_2$*

Dans ce cas il est possible de distinguer deux situations.

La première est le cas où l'année est telle qu'on a une quantité de ressource disponible égale à  $Q_1$ . Alors le prix  $p$  tel que  $Q_1 < f(p) \leq Q_1 + Q_2$  ne permet pas de garantir l'allocation de la ressource puisque la demande  $f(p)$  est supérieure à la disponibilité  $Q_1$  à ce prix. Le partage de la ressource entre les différents agriculteurs peut alors se faire suivant une infinité de possibilités qui correspondent tous à des équilibres Pareto-optimaux (on ne peut accroître la production d'un agriculteur sans faire décroître la production d'un autre). Un seul de ces équilibres Pareto-optimaux correspond à un équilibre efficient (dans le sens de la maximisation de la production jointe de tous les agriculteurs).

L'équilibre le plus efficient est celui qui égalise les productivités marginales de tous les agriculteurs.

$$h'_i(q_i) = h'_j(q_j) \quad \forall i \quad \forall j \quad \text{avec} \quad \sum_i^n q_i = Q_1$$

Avec la tarification différentielle cette condition est vérifiée. En effet, on a :

$$h'_i(S_{1i}) = h'_j(S_{1j}) = \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \quad \text{avec} \quad \sum_i^n S_{1i} = Q_1$$

**Proposition 2.1** : avec une disponibilité de ressource égale à  $Q_1$ , la tarification différentielle est au moins aussi efficiente que la tarification uniforme.

Elle présente l'avantage d'assurer une répartition efficiente de la ressource, ce que ne permet pas une tarification linéaire dans le cadre de cette section.

On considère à présent le cas de l'année où la disponibilité de la ressource est de  $Q_1+Q_2$ . Dans ce cas le prix uniforme  $p$  permet effectivement d'allouer la ressource, tout au moins en partie. Car une partie de la ressource ( $Q_1+Q_2-f(p)$ ) n'est pas consommée, à ce prix, ce qui diminue l'efficience de ce mode de tarification. En effet, on a, en reprenant les mêmes équations qu'au début de la section précédente (cas où  $f(p) \leq Q_1$ ) qui restent valable dans le cadre de cette section :

$$\frac{p_2}{\varphi_2} \leq p$$

⇒

$$h_i^{-1}(p) \leq h_i^{-1}\left(\frac{p_2}{\varphi_2}\right)$$

⇒

$$h_i\left(h_i^{-1}(p)\right) \leq h_i\left(h_i^{-1}\left(\frac{p_2}{\varphi_2}\right)\right)$$

⇒

$$\sum_i^n \varphi_2 h_i\left(h_i^{-1}(p)\right) \leq \sum_i^n \varphi_2 h_i\left(h_i^{-1}\left(\frac{p_2}{\varphi_2}\right)\right)$$

Ce résultat conduit à formuler la proposition suivante.

**Proposition 2.2** : avec une ressource disponible égale à  $Q_1+Q_2$ , la tarification différentielle est au moins aussi efficiente que la tarification uniforme.

La synthèse des propositions 2.1 et 2.2 se traduit par la proposition suivante :

**Proposition 2.3** : la tarification différentielle est au moins aussi efficiente que la tarification uniforme si  $Q_1 < f(p) \leq Q_1+Q_2$ .

Bien qu'il ait peu d'intérêt, on peut étudier le cas où on a  $f(p) > Q_1 + Q_2$ . Dans ce cas la demande dépasse la disponibilité de la ressource quelle que soit la réalisation de l'aléa. Le prix uniforme ne peut pas assurer l'allocation de la ressource: le gestionnaire fait face à une infinité d'issues Pareto-optimales dont une seule est efficiente. Il reste alors un problème de sélection de l'équilibre, autrement dit de gestion de la pénurie. Cette tarification uniforme n'est alors pas efficiente.

La proposition suivante résume les résultats de la comparaison de la tarification différentielle avec la tarification uniforme.

**Proposition 3** : quelle que soit la tarification uniforme choisie avec un prix  $p$  donné, la tarification différentielle telle que définie précédemment est plus efficiente.

### 3.3. Equilibre budgétaire avec tarification différentielle

Dans la gestion de l'eau, la priorité du gestionnaire n'est pas nécessairement d'assurer l'efficacité par la maximisation du surplus de tous les agents. Les gestionnaires d'eau font face généralement à des contraintes de budget qui les obligent à faire passer la quête de l'efficacité au second plan. Dans ce cas, on est amené à considérer ensemble la préoccupation d'équilibre budgétaire et le souci pour une certaine efficacité allocative de la ressource. L'équilibre budgétaire étant prioritaire, on impose que celui-ci soit vérifié tout en admettant un minimum de distorsion dans l'allocation de l'eau. Le problème devient une optimisation du surplus collectif sous une contrainte budgétaire. Dans notre cas les prix  $p_1$  et  $p_2$  doivent être choisis par le gestionnaire de manière à maximiser la production agricole totale tout en garantissant que le revenu total collecté est au moins égal à une certaine somme qui représente le budget du gestionnaire. On note  $Q_1'$  et  $Q_2'$  les quantités qui correspondent à ces prix. Notons que ces quantités ne sont pas forcément les mêmes que les quantités  $Q_1$  et  $Q_2$  de la disponibilité de la ressource. Ce problème peut se formaliser de la manière suivante :

$$\max_{p_1 p_2} \sum_i^n \varphi_1 h_i(S_{1i}) + \varphi_2 h_i(S_{1i} + S_{2i})$$

$$SC \quad p_1 \sum_i^n S_{1i} + p_2 \sum_i^n S_{2i} \geq B$$

$B$  étant le coût ou le budget que le gestionnaire souhaite couvrir.

Le gestionnaire dispose d'une quantité d'eau limitée. En plus de la contrainte de budget, nous avons donc aussi des contraintes de disponibilité de la ressource. La prise en compte de ces contraintes de disponibilité permet d'avoir le problème complet finalement formulé de la manière suivante :

$$\max_{p_1 p_2} \sum_i^n \varphi_1 h_i(S_{1i}) + \varphi_2 h_i(S_{1i} + S_{2i})$$

$$SC \quad p_1 \sum_i^n S_{1i} + p_2 \sum_i^n S_{2i} \geq B$$

$$SC \quad \sum_i^n S_{1i} \leq Q_1$$

$$SC \quad \sum_i^n S_{2i} \leq Q_2$$

Ce problème peut se ramener à la maximisation du Lagrangien  $L$  associé. On a alors :

$$\begin{aligned} \max_{p_1 p_2} \sum_i^n \varphi_1 h_i(S_{1i}) + \varphi_2 h_i(S_{1i} + S_{2i}) - \lambda \left( p_1 \sum_i^n S_{1i} + p_2 \sum_i^n S_{2i} - B \right) \\ - \lambda_1 \left( \sum_i^n S_{1i} - Q_1 \right) - \lambda_2 \left( \sum_i^n S_{2i} - Q_2 \right) \end{aligned}$$

En modifiant l'expression de manière à ne faire apparaître que les prix, on obtient la version suivante :

$$\begin{aligned} \max_{p_1 p_2} \sum_i^n \varphi_1 h_i \left( h_i'^{-1} \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right) \right) + \varphi_2 h_i \left( h_i'^{-1} \left( \frac{p_2}{\varphi_2} \right) \right) \\ - \lambda \left( p_1 f \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right) + p_2 \left( f \left( \frac{p_2}{\varphi_2} \right) - f \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right) \right) - B \right) \\ - \lambda_1 \left( f \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right) - Q_1 \right) - \lambda_2 \left( f \left( \frac{p_2}{\varphi_2} \right) - f \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right) - Q_2 \right) \quad (E3.3.1) \end{aligned}$$

Le problème ainsi formulé, nous permet de voir explicitement les prix. Le maximum correspond aux conditions de premier ordre.

La condition de premier ordre en  $p_1$  correspond à l'équation suivante :

$$\frac{p_1 - p_2}{p_1} - \lambda \left[ \frac{\varphi_1}{p_1} \frac{f \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right)}{f' \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right)} + \frac{p_1 - p_2}{p_1} \right] - \frac{\varphi_1}{p_1} \lambda_1 + \frac{\varphi_1}{p_1} \lambda_2 = 0$$

On peut remarquer que l'expression  $\varepsilon_{p_1} = \frac{p_1}{\varphi_1} \frac{f' \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right)}{f \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right)}$  représente l'élasticité de la demande de

la première tranche d'eau par rapport à son prix unitaire  $p_1$ . L'élasticité de la demande est définie comme le rapport entre la variation relative de la demande d'un bien et la variation relative du prix de ce bien. Elle permet de mesurer le degré de sensibilité de la demande aux

variations de prix. Dans le cas que nous avons l'élasticité est négative ce qui implique qu'un accroissement du prix entraîne une réduction de la demande. En réorganisant l'équation précédente on obtient :

$$\frac{p_1 - p_2}{p_1} = \frac{1}{\varepsilon_{p_1}} \frac{\lambda}{1 - \lambda} + \frac{\varphi_1}{p_1} \frac{\lambda_1}{1 - \lambda} - \frac{\varphi_1}{p_1} \frac{\lambda_2}{1 - \lambda} \quad (E3.3.2)$$

Si les contraintes de disponibilité de la ressource ne sont pas saturées ( $\lambda_1=0$  et  $\lambda_2=0$ ) on obtient dans ce cas l'expression suivante :

$$\frac{p_1 - p_2}{p_1} = \frac{1}{\varepsilon_{p_1}} \frac{\lambda}{1 - \lambda} \quad (E3.3.3)$$

Cette équation est similaire au résultat obtenu en adoptant une taxation à la Ramsey-Boiteux. En effet, on peut interpréter  $p_2$  comme un coût caché de la ressource dans la tranche 1.  $p_2$  est le coût d'opportunité de choisir une quantité d'eau dans la tranche sûre que dans celle moins sécurisée. Plus l'élasticité de la demande par rapport à l'eau sûre est faible ce qui correspond à une demande rigide, plus il faut augmenter son prix relativement au prix de l'eau moins sécurisée.

Si la contrainte d'eau est saturée ( $\lambda_1 \neq 0$  ou  $\lambda_2 \neq 0$ ), alors l'intervention de  $\varphi_1 \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)}{1 - \lambda}$  dans l'équation E3.3.2 qui conduit à l'optimum oblige le gestionnaire à tenir compte de cette limitation. Si  $\lambda_1 - \lambda_2 \geq 0$ , cela signifie que l'agriculteur serait prêt à payer plus cher la quantité d'eau sûre supplémentaire que la quantité d'eau non sécurisée supplémentaire. Le gestionnaire doit donc augmenter la différence  $p_1 - p_2$  soit en augmentant le prix de l'eau sûre soit en réduisant le prix de l'eau de faible sécurité. Si au contraire  $\lambda_1 - \lambda_2 \leq 0$  alors la contrainte est plus forte pour l'eau non sécurisée que l'eau sécurisée. Le gestionnaire doit alors augmenter le rapport  $p_1 - p_2$  en agissant sur les prix.

A l'instar de  $\varepsilon_{p_1}$  soit  $\varepsilon_{p_2}$  l'élasticité de la demande d'eau de sécurité faible par rapport au prix  $p_2$ . Son expression est la suivante :

$$\varepsilon_{p_2} = p_2 \frac{\frac{1}{\varphi_2} f' \left( \frac{p_2}{\varphi_2} \right) + \frac{1}{\varphi_1} f' \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right)}{f \left( \frac{p_2}{\varphi_2} \right) - f \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right)}$$

Posons

$$k = \frac{\lambda}{1 - \lambda} \quad k_1 = \frac{\lambda_1}{1 - \lambda} \quad \text{et} \quad k_2 = \frac{\lambda_2}{1 - \lambda}$$

La condition de premier ordre en  $p_2$  correspond à l'équation suivante :

$$\lambda \left[ 1 + \frac{1}{\varepsilon_{p_2} \left( 1 - \frac{\varepsilon_{p_1} Q'_1}{\varepsilon_{p_2} Q_2} \right)} \right] + \lambda_1 \left[ \frac{1}{p_1 \left( 1 - \frac{\varepsilon_{p_2} Q'_2}{\varepsilon_{p_1} Q_1} \right)} \right] + \lambda_2 \left[ \frac{1}{p_2 \left( 1 - \frac{\varepsilon_{p_1} Q'_1}{\varepsilon_{p_2} Q_2} \right)} \right] = 1$$

Qui devient :

$$k \left[ \frac{1}{\varepsilon_{p_2} \left( 1 - \frac{\varepsilon_{p_1} Q'_1}{\varepsilon_{p_2} Q_2} \right)} \right] + k_1 \left[ \frac{1}{p_1 \left( 1 - \frac{\varepsilon_{p_2} Q'_2}{\varepsilon_{p_1} Q_1} \right)} \right] + k_2 \left[ \frac{1}{p_2 \left( 1 - \frac{\varepsilon_{p_1} Q'_1}{\varepsilon_{p_2} Q_2} \right)} \right] = 1$$

Pour faciliter l'interprétation de cette équation et sans perdre en généralité, on suppose une seule contrainte saturée à la fois. Supposons que la contrainte de disponibilité de l'eau sûre est saturée c'est-à-dire  $\lambda_1 \neq 0$  tandis que les autres contraintes ne le sont pas. On aura dans ce cas l'équation suivante :

$$k_1 \left[ \frac{1}{p_1 \left( 1 - \frac{\varepsilon_{p_2} Q'_2}{\varepsilon_{p_1} Q_1} \right)} \right] = 1$$

En mettant en exergue le prix de la ressource sûre, cette équation peut se réécrire :

$$p_1 = k_1 \left[ \frac{1}{1 - \frac{\varepsilon_{p_2} Q'_2}{\varepsilon_{p_1} Q_1}} \right]$$

Le prix de l'eau sûre est proportionnel à l'inverse de un moins un terme proportionnel au rapport des élasticité. Plus la demande en eau est rigide (élasticité de la demande faible) plus le gestionnaire devra augmenter le prix et réciproquement.

En supposant que seule la contrainte de disponibilité en eau de faible sécurité est saturée on obtient :

$$p_2 = k_2 \left[ \frac{1}{1 - \frac{\varepsilon_{p_1} Q'_1}{\varepsilon_{p_2} Q_2}} \right]$$

Les expressions étant symétriques, l'interprétation est la même que celle de l'eau de grande sécurité. Une demande plus rigide entraîne une taxation plus forte de la part du gestionnaire.



Supposons que seule la contrainte budgétaire est limitante. La formule obtenue s'écrit comme suit :

$$\frac{k}{\varepsilon_{p_2}} \left[ \frac{1}{\left(1 - \frac{\varepsilon_{p_1} Q_1'}{\varepsilon_{p_2} Q_2'}\right)} \right] = 1$$

En posant  $\varepsilon = \frac{dQ_1'/dp_2}{dQ_2'/dp_1}$  on obtient le résultat suivant :

$$\frac{p_2 - \varepsilon p_1}{p_2} = \frac{k}{\varepsilon_{p_2}}$$

On remarque facilement que cette dernière expression est symétrique à la formule (E3.3.3) à  $\varepsilon$  près. Ainsi l'interprétation est similaire. Plus l'élasticité de la demande est rigide plus la ressource en eau moins sécurisée doit avoir un tarif élevé par rapport à l'eau sûre.

En posant  $\varepsilon$  de la manière suivante  $\varepsilon = \frac{dQ_1'/dp_1}{dQ_2'/dp_2}$ , il a la forme d'un rapport de gradient par rapport au prix entre la demande en ressource sûre et en ressource sécurisée. En effet, l'expression  $dQ_i'/dp_i$  peut être perçue comme le rapport entre la variation absolue de la demande du bien et la variation absolue de son prix. Cependant il existe une manière plus originale d'interpréter  $\varepsilon$  en le posant de la manière suivante :  $\varepsilon = \frac{dQ_1'/dQ_2'}{dp_1/dp_2}$ .  $\varepsilon$  traduit le taux de substitution entre la ressource sûre et l'eau de faible sécurité par rapport au taux de substitution des prix. Il permet ainsi de traduire le fait que  $Q_2$  n'est pas aussi substituable à  $Q_1$  que  $Q_1$  l'est à  $Q_2$ . Ainsi,  $\varepsilon p_1$  reflète le coût d'opportunité de choisir  $Q_2$  en prenant en compte l'asymétrie de la substitution.

En posant  $\lambda=0$ , les équations issues des conditions de premier ordre en  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $p_1$  et  $p_2$  permettent d'obtenir les mêmes résultats que dans la section 3.1.

Dans la partie suivant nous comparons la tarification différentielle sous contrainte budgétaire que nous venons d'étudier en détails avec une tarification uniforme avec la même contrainte de budget. Nous comparons la production agricole maximale sous contrainte avec les deux modes de tarification.

Pour une tarification uniforme, la maximisation de la production agricole totale de tous les agriculteurs sous la contrainte budgétaire revient à fixer le prix au coût moyen. Cette condition s'écrit de la manière suivante :

$$p \sum_i^n C_i = B \text{ si } f(p) \leq Q_1 \quad \text{et} \quad \varphi_1 p Q_1 + \varphi_2 p \sum_i^n C_i \text{ si } Q_1 < f(p) \leq Q_1 + Q_2$$

Or on sait que  $p \sum_i^n C_i \geq \varphi_1 p Q_1 + \varphi_2 p \sum_i^n C_i$  et que  $\sum_i^n h_i(h_i'^{-1}(p))$  est supérieure à la production agricole si  $Q_1 < f(p) \leq Q_1 + Q_2$ . Dans la suite nous raisonnons donc avec  $p \sum_i^n C_i$

comme consommation totale d'eau et  $\sum_i^n h_i(h_i^{-1}(p))$  comme production totale avec une tarification uniforme.

Cette équation traduit l'égalité entre la recette collectée par le gestionnaire par une tarification au prix  $p$  avec le budget qu'il cherche à couvrir. La somme des consommations d'eau peut s'écrire en fonction du prix. Alors on obtient la formulation suivante :

$$p \sum_i^n h_i^{-1}(p) = B$$

L'expression de la production agricole totale est la suivante :

$$\sum_i^n h_i(h_i^{-1}(p))$$

Nous montrons dans le paragraphe suivant l'existence d'un couple de prix pour la tarification différentielle  $(p_1, p_2)$  capable d'apporter le budget  $B$  à l'agriculteur et générant une production agricole au moins égale à celle générée par une tarification uniforme.

Pour la tarification différentielle la contrainte budgétaire s'écrit de la manière suivante :

$$p_1 \sum_i^n S_{1i} + p_2 \sum_i^n S_{2i} \geq B$$

Ce qui peut se reformuler de la manière suivante:

$$p_1 f\left(\frac{p_1 - p_2}{\varphi_1}\right) + p_2 \left( f\left(\frac{p_2}{\varphi_2}\right) - f\left(\frac{p_1 - p_2}{\varphi_1}\right) \right) \geq B$$

Choisissons  $p_1 = p$  et  $p_2 = \varphi_2 p$  et supposons que la tarification uniforme est conçue de sorte à obtenir l'équilibre budgétaire c'est-à-dire  $p \sum_i^n h_i^{-1}(p) = B$ .

La recette collectée par le gestionnaire pour la tarification différentielle est :

$$p_1 f\left(\frac{p_1 - p_2}{\varphi_1}\right) + p_2 \left( f\left(\frac{p_2}{\varphi_2}\right) - f\left(\frac{p_1 - p_2}{\varphi_1}\right) \right)$$

Avec  $p_1 = p$  et  $p_2 = \varphi_2 p$ , cette expression devient :

$$p f(p) + \varphi_2 p_2 (f(p) - f(p)) = p f(p)$$

Avec l'hypothèse que la tarification uniforme permet l'équilibre budgétaire, on obtient :

$$p f(p) = B$$

On en déduit que si la tarification uniforme assure l'équilibre budgétaire alors nécessairement, il est possible de trouver une tarification différentielle capable de faire autant. Nous analysons ce que donne la production agricole totale qui représente l'efficacité.

$$\begin{aligned} \sum_i^n \varphi_1 h_i \left( h_i'^{-1} \left( \frac{p_1 - p_2}{\varphi_1} \right) \right) + \varphi_2 h_i \left( h_i'^{-1} \left( \frac{p_2}{\varphi_2} \right) \right) &= \sum_i^n \varphi_1 h_i \left( h_i'^{-1}(p) \right) + \varphi_2 h_i \left( h_i'^{-1}(p) \right) \\ &= \sum_i^n h_i \left( h_i'^{-1}(p) \right) \end{aligned}$$

La tarification différentielle avec le couple de prix choisi est donc aussi efficace que la tarification uniforme.

On en déduit que :

$$\sum_i^n \varphi_1 h_i \left( h_i'^{-1} \left( \frac{p_1^* - p_2^*}{\varphi_1} \right) \right) + \varphi_2 h_i \left( h_i'^{-1} \left( \frac{p_2^*}{\varphi_2} \right) \right) \geq \sum_i^n h_i \left( h_i'^{-1}(p) \right)$$

**Proposition 4** : Une tarification différentielle est plus efficace qu'une tarification uniforme si la même contrainte budgétaire est imposée aux deux modes de tarification.

Enfin, il peut arriver des cas où le budget du gestionnaire est particulièrement élevé et qu'il ne puisse pas être couvert par la tarification uniforme. Les recettes collectées sont inférieures au budget pour n'importe quel prix uniforme fixé. Plus formellement, l'équation  $\sum_{i=1}^n h_i'^{-1}(p) = B$  qui traduit l'égalité entre les recettes et le budget n'a pas de solution. Dans ce cas, le gestionnaire cherche à couvrir la plus grande partie possible de son budget. La couverture de l'autre partie pourrait venir éventuellement de subventions. L'objectif du gestionnaire n'est plus l'efficacité mais une couverture maximale de son budget. Nous montrons que dans ce cas le recours à une tarification différentielle permet une meilleure couverture du budget qu'une tarification uniforme. En effet avec une tarification uniforme, le problème de maximisation s'écrit :

$\max_p p \sum_{i=1}^n p h_i'^{-1}(p)$  si  $f(p) \leq Q_1$  et  $\max_p p \sum_{i=1}^n p h_i'^{-1}(p)$  si  $Q_1 < f(p) \leq Q_1 + Q_2$ . Dans le cas où  $Q_1 < f(p) \leq Q_1 + Q_2$ , l'inéquation suivante est vérifiée  $p \sum_{i=1}^n p h_i'^{-1}(p) \geq \varphi_1 p Q_1 + \varphi_2 p \sum_{i=1}^n p h_i'^{-1}(p)$ .

Soit  $p^*$  la solution optimale du problème  $\max_p p \sum_{i=1}^n p h_i'^{-1}(p)$ . A  $p^*$ , il est possible d'associer un couple de prix  $(p_1', p_2')$  tels qu'on ait :

$$p_1' f \left( \frac{p_1' - p_2'}{\varphi_1} \right) + p_2' \left( f \left( \frac{p_2'}{\varphi_2} \right) - f \left( \frac{p_1' - p_2'}{\varphi_1} \right) \right) = p^* f(p^*)$$

Il suffit par exemple de faire le choix  $(p_1, p_2) = (p^*, \varphi_2 p^*)$ . Par ailleurs l'inéquation suivante est immédiate :

$$\begin{aligned}
& p_1^* f\left(\frac{p_1^* - p_2^*}{\varphi_1}\right) + p_2^* \left( f\left(\frac{p_2^*}{\varphi_2}\right) - f\left(\frac{p_1^* - p_2^*}{\varphi_1}\right) \right) \\
& \geq p_1' f\left(\frac{p_1' - p_2'}{\varphi_1}\right) + p_2' \left( f\left(\frac{p_2'}{\varphi_2}\right) - f\left(\frac{p_1' - p_2'}{\varphi_1}\right) \right)
\end{aligned}$$

Où  $p_1^*$  et  $p_2^*$  sont les solutions optimales du problème de maximisation suivant :

$$\max_{p_1 p_2} p_1 f\left(\frac{p_1 - p_2}{\varphi_1}\right) + p_2 \left( f\left(\frac{p_2}{\varphi_2}\right) - f\left(\frac{p_1 - p_2}{\varphi_1}\right) \right)$$

Il s'ensuit que :

$$p_1^* \sum_i^n S_{1i} + p_2^* \sum_i^n S_{2i} \geq p^* \sum_i^n C_i$$

Ce résultat conduit à formuler la proposition suivante.

**Proposition 5** : si l'objectif du gestionnaire est uniquement de maximiser ses revenus, alors la tarification différentielle proposée est plus performante que la tarification uniforme.

Dans la section suivante une application numérique permet d'illustrer les principaux résultats obtenus.

## 4. Application

### 4.1. Données

Les données nécessaires pour l'application sont les fonctions de production des agriculteurs ou sinon une distribution de ces fonctions de production dans la population des agriculteurs, les quantités d'eau disponibles dans le réservoir considéré (lac ou barrage) avec les probabilités associées. Pour les technologies de production, nous utilisons les fonctions de production estimées pour la culture du maïs dans [Sidibé et al \(2010\)](#). La différence entre les fonctions était liée à la différence entre la qualité des sols. Nous considérons deux fonctions de production dans cette application.

$$h_1(C_1) = 60,98(C_1 + 23,98)^{0,5} \text{ et } h_2(C_2) = 297,5(C_2 + 22,83)^{0,25}$$

Quant aux quantités d'eaux  $Q_1$  et  $Q_2$  et aux probabilités associées, nous les fixons à des valeurs arbitraires que nous ferons varier pour des tests de sensibilité.

$$Q_1 = Q_2 = 200 \text{ et } \varphi_1 = \varphi_2 = 0,5$$

Pour la tarification uniforme, nous supposons que le gestionnaire fixe le prix de manière à respecter une contrainte de disponibilité moyenne de l'eau, ce qui revient à écrire la contrainte suivante :

$$\sum_i^n C_i = \sum_i^n h_i^{-1}(p) \leq Q_1 + \varphi_2 Q_2$$

Ce qui revient à écrire :

$$f^{-1}(Q_1 + \varphi_2 Q_2) \leq p$$

Dans le cas où l'on a égalité, alors  $f(p) = Q_1 + \varphi_2 Q_2$ .

Comme nous l'avons vu dans la section 3.2 b ce prix ne permet pas de bien allouer la ressource et donne lieu à un problème d'arbitrage entre les agriculteurs pour le partage de l'eau. Nous supposons toutefois que si la quantité disponible est de  $Q_1$ , cette quantité est allouée de manière efficiente entre les agriculteurs. Dans la section suivante nous présentons les résultats numériques, dans le cas de deux agriculteurs (indice  $j = 1$  ou  $2$ ).

#### 4.2. Comparaison

Le tableau suivant résume les résultats obtenus de la simulation pour une tarification différentielle et avec les hypothèses formulée en 4.1.

	$p_1$	$p_2$	$S_{11}$	$S_{21}$	$S_{12}$	$S_{22}$	$H_{11}$	$H_{21}$	$H_{12}$	$H_{22}$	Coût <sub>11</sub>	Coût <sub>21</sub>	Coût <sub>12</sub>	Coût <sub>22</sub>	Production totale
Q1=Q2=200 $\varphi_1=0,5$	2,11	0,88	128,93	146,83	71,07	53,17	754,06	1055,75	926,08	1036,02	272,48	129,29	150,19	46,82	1885,96
Q1=Q2=200 $\varphi_1=0,8$	2,32	0,35	128,93	146,83	71,07	53,17	754,06	1055,75	926,08	1036,02	299,74	51,72	165,22	18,73	1762,47
Q1=Q2=200 $\varphi_1=0,2$	1,90	1,41	128,93	146,83	71,07	53,17	754,06	1055,75	926,08	1036,02	245,23	206,86	135,17	74,91	2009,44
Q1=Q2=300 $\varphi_1=0,5$	1,73	0,72	201,27	227,85	98,73	72,15	915,20	1298,03	987,84	1109,88	348,59	163,19	171,00	51,67	2155,48
Q1=Q2=300 $\varphi_1=0,8$	1,91	0,29	201,27	227,85	98,73	72,15	915,20	1298,03	987,84	1109,88	384,77	65,27	188,75	20,67	2004,02
Q1=Q2=300 $\varphi_1=0,2$	1,55	1,15	201,27	227,85	98,73	72,15	915,20	1298,03	987,84	1109,88	312,41	261,10	153,25	82,68	2306,93

$H_{i,j}$  est la production agricole qu'obtient l'agriculteur  $j$  si la réserve  $i$  est disponible.

$Coût_{i,j}$  est le coût payé par l'agriculteur  $j$  pour la quantité qu'il réserve en eau sûre ( $i=1$ ) ou en eau risquée ( $i=2$ ).

La production totale représente la production agricole moyenne (en espérance) des agriculteurs.

On observe que le prix payé par unité de volume pour obtenir un volume d'eau dans la tranche risquée est croissant avec sa probabilité de disponibilité quelque soit la quantité d'eau  $Q_2$ . Ainsi pour  $\varphi_2=0.2$  (qui correspond à  $\varphi_1 = 0.8$ ), le prix est de 0.35 seulement pour  $\varphi_2=0.5$  le prix s'élève à 0.88 alors que pour  $\varphi_2=0.8$  le prix atteint 1.41. En effet, plus la probabilité de disponibilité de  $Q_2$  est élevée, plus la ressource est sécurisée et plus la demande devient importante. Le prix s'accroît donc pour permettre l'allocation équilibrée de la ressource avec cette demande plus élevée.

On constate, par ailleurs, que les variations des probabilités de disponibilité  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  n'ont aucun effet sur les niveaux de réservation  $S_{ji}$ . En effet  $S_{1i}$  et  $S_{2i}$  ne dépendent que de  $\frac{p_1-p_2}{\varphi_1}$  et

$\frac{p_2}{\varphi_2}$ . Or d'autre part on sait que  $\frac{p_1-p_2}{\varphi_1}$  et  $\frac{p_2}{\varphi_2}$  sont invariables par rapport à  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  de manière qu'on a  $\frac{d\frac{p_1-p_2}{\varphi_1}}{d\varphi_1} = 0$  et  $\frac{d\frac{p_2}{\varphi_2}}{d\varphi_2} = 0$ . Il s'ensuit que la production agricole une année donnée est

indépendante de ces probabilités. Par contre la production agricole moyenne totale dépend de ces probabilités et est d'autant plus faible que la probabilité d'une année sèche est élevée.

Enfin, on remarque que la production agricole augmente lorsque la disponibilité de la ressource augmente, ce qui est conforme à l'intuition.

Le prochain tableau présente les mêmes résultats que précédemment mais avec une tarification uniforme.

	p	S <sub>11</sub>	S <sub>21</sub>	S <sub>12</sub>	S <sub>22</sub>	H <sub>11</sub>	H <sub>21</sub>	H <sub>12</sub>	H <sub>22</sub>	Coût <sub>11</sub>	Coût <sub>21</sub>	Coût <sub>12</sub>	Coût <sub>22</sub>	Production totale
Q1=Q2=200 $\varphi_1=0,5$	2,03	128,93	201,27	71,07	98,73	754,06	915,20	926,08	987,84	261,93	408,88	144,38	200,58	1791,60
Q1=Q2=200 $\varphi_1=0,8$	2,26	128,93	157,55	71,07	82,45	754,06	821,61	926,08	952,95	291,77	356,54	160,82	186,57	1699,03
Q1=Q2=200 $\varphi_1=0,2$	1,86	128,93	245,75	71,07	114,25	754,06	1001,50	926,08	1017,96	239,36	456,23	131,94	212,11	1951,60
Q1=Q2=300 $\varphi_1=0,5$	1,66	201,27	313,62	98,73	136,38	915,20	1120,44	987,84	1056,76	333,99	520,43	163,84	226,31	2040,13
Q1=Q2=300 $\varphi_1=0,8$	1,86	201,27	245,75	98,73	114,25	915,20	1001,50	987,84	1017,96	373,65	456,23	183,30	212,11	1926,33
Q1=Q2=300 $\varphi_1=0,2$	1,51	201,27	382,61	98,73	157,39	915,20	1229,61	987,84	1090,03	304,33	578,54	149,29	237,99	2236,32

Quelle que soit la fréquence des années sèche et humide, et quel que soit le niveau de ressource du réservoir la production agricole totale moyenne est toujours inférieure à celle de la tarification différentielle. Ce constat illustre les résultats démontrés précédemment.

## 5. Conclusion

Nous avons étudié un mode de tarification qui permet de considérer des réserves en eau dont les probabilités de disponibilité sont différentes. Cette manière de tarifier présente d'importants avantages comparativement à un prix uniforme. D'une part on assure ainsi une efficacité allocative, au sens où l'on obtient la plus grande production agricole, tout en respectant les différentes contraintes imposées. Ainsi ce mode de tarification permet de gérer au mieux les trois principales exigences (efficacité, couverture des coûts, contraintes environnementales) de la Directive Cadre de l'Eau en prenant en compte le contexte climatique aléatoire des pays concernés.

Un autre avantage de ce type de tarification est qu'il est peu exigeant en termes d'informations. En effet, l'information complémentaire qu'il requiert par rapport à une tarification linéaire est simplement de connaître le régime hydrologique du barrage ou du réservoir servant à l'approvisionnement en eau d'irrigation. Or ce type de données est généralement disponible dans la plupart des pays concernés. Dans le cas contraire, il ne serait pas très compliqué d'y pallier soit par différentes techniques de simulation hydrologiques, faisant intervenir certaines variables physiques, les niveaux d'eau et les fréquences correspondantes, ou sinon par une convergence, par tâtonnements successifs, vers les valeurs optimales des paramètres de la tarification mise en œuvre. De manière générale d'ailleurs, avec l'accélération que l'on nous annonce de la variabilité climatique, avec aussi l'augmentation de la demande en eau pour augmenter la production agricole, et enfin la fluctuation de différents paramètres économiques, dont dépend l'équilibre budgétaire du périmètre géré, il est vraisemblable que la valeur des paramètres doit être révisée au fil du temps.

Ainsi non seulement dans le cadre de conditions climatiques, agronomiques et physiques de plus en plus tendues, se traduisant par des obligations réglementaires, comme le respect de la Directive Cadre sur l'Eau en Europe, il est vraisemblable que les responsables des ressources en eau, à différents niveaux, seront conduits à adopter des modes de gestion plus adaptés à ce nouvel environnement. Ce papier se veut une modeste contribution en ce sens. Il est envisageable de généraliser les résultats obtenus ici à d'autres situations, comme par exemple la gestion simultanée de plusieurs réservoirs d'eau.

## Références

- Amigues, J P. Debaeke, P. Itier, B. Lemaire, G. Seguin, B. Tardieu, F. et Thomas, A. 2006. Sécheresse et agriculture. Réduire la vulnérabilité de l'agriculture à un risque accru de manque d'eau. Expertise scientifique collective. synthèse du rapport. INRA (France). 72 p.
- Berbel, J. Calatrava, J. Garrido, A. 2008. Water Pricing and Irrigation: A Review of the European Experience. In: Molle, A. Berkoff, J. (Eds.) *Irrigation water pricing: the gap between theory and practice*. Oxfordshire: CABI pp 295-327. 15p.
- Boland, J. J. 1997. Pricing urban water: Principles and compromises. Paper presented at the World Bank seminar on Pricing of Sanitation and Water Services, February 18–19, 1997.
- Boland, J.J. Whittington, D. 2000. The political economy of water tariff design in developing countries: increasing tariffs versus uniform price with debate. In: Dinar, A. (Ed.) *The Political Economy of Water Pricing Reforms*. Oxford University Press, pp. 215-235.
- Brooks, R. Harris, E. 2008. Efficiency gains from water markets: Empirical analysis of Watermove in Australia. [\*Agricultural Water Management\*](#). 95. pp 391-399.
- Burt, C M. 2007. Volumetric irrigation water pricing considerations. *Irrigation and Drainage Systems*. 21. pp 133-144.
- European Union. 2000. Directive 2000/60/EC of the European Parliament and of the council of 23 October 2000. *Official Journal of the European Communities*. 22.12.2000. 72 p.
- Groom B., T. Guille, T. Koundouri, P. Kountouris, I. Mousoulides, M. Nauges, C. Nocentini, L. Sarr, M. Terreaux, JP. 2006. Review of water pricing policies and the issues of political economy that surround the implementation of water pricing policies. E.U. Aquastress Project. Deliverable 3.5.1. 132 p.
- Johansson, R C. 2000. Pricing irrigation water: A literature survey. *World Bank Policy Research Working Paper No. 2449*.
- Johansson R.C., Y. Tsur, T.L. Toe, R. Doukkali, A. Dinar. 2002. Pricing irrigation water: A review of theory and practice. *Water Policy*. pp 173-199.
- Molle, F. 2009. Water scarcity, prices and quotas: a review of evidence on irrigation volumetric pricing. *Irrigation Drainage Systems*. 23. pp 43-58.

Petrie, R A. Taylor, L O. 2007. Estimating the value of water use permits: A hedonic approach applied to farmland in the southeastern United States. *Land Economics*. 83. pp 302-318.

Sidibé Y., J.P. Terreaux, M. Tidball, A. Reynaud, 2010, Comparaison de deux systèmes de tarification de l'eau à usage agricole avec réservation et consommation, miméo, 27 p.

Tsur, Y. A. Dinar, R. Doukkali, and T. Roe. 2004. Irrigation water pricing: policy implications based on international comparison. *Environment and Development Economics*. pp 735-755.