



HAL
open science

Les analogies en physique

Mohamed Hatem Allouche, Ghita Zaz

► **To cite this version:**

Mohamed Hatem Allouche, Ghita Zaz. Les analogies en physique. CETSIS (Colloque consacré à l'Enseignement des Technologies et des Sciences de l'Information et des Systèmes) 2018, 13ème édition, Oct 2018, Fez, Maroc. hal-02885743

HAL Id: hal-02885743

<https://hal.science/hal-02885743>

Submitted on 30 Jun 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Les analogies en physique

Mohamed Hatem Allouche¹, Ghita Zaz¹

h.allouche@insa.ueuromed.org

¹INSA Euro-Méditerranée, Université Euromed de Fès

Route de Meknès, BP51, Fès, Maroc

RESUME : Nous dressons ici une revue non-exhaustive des principales analogies relevées dans les différentes branches de la physique (mécanique, électrocinétique, électromagnétisme, thermodynamique, transferts thermiques, hydraulique). Ces analogies sont résumées sous forme de tableaux, où nous insistons notamment sur les différents éléments mis en jeu lors des échanges d'énergie, que ces éléments aient une fonction de dissipation, de stockage, ou d'inertie. Nous mettons également en parallèle certaines propriétés remarquables pour lesquelles des analogies peuvent aussi être identifiées, en l'occurrence les lois des mailles et des nœuds, les associations en série ou en parallèle, et les équivalents physiques au circuit R.L.C. Nous finissons par un focus sur l'analogie entre mécanique des fluides et électromagnétisme, en présentant les équations hydrodynamiques de Maxwell, et en faisant correspondre grandeurs hydrodynamiques et électromagnétiques.

Mots clés : analogies et équivalents physiques, mécanique, thermique, électricité, hydraulique.

1 INTRODUCTION

L'analogie est un outil puissant pour expliquer des concepts physiques apparemment difficiles à appréhender. En substituant un système complexe à un système plus proche de notre domaine de compétences, nous permettons à l'auditeur de construire une image mentale qui est la base d'une compréhension réussie des propriétés ou du comportement du système discuté.

L'emploi des analogies n'est pas seulement fréquent chez le pédagogue, qui, pour présenter un phénomène nouveau, se réfère à un phénomène différent étudié antérieurement, mais se retrouve aussi chez le chercheur, qui enrichit sa démarche scientifique en faisant appel à des méthodes nouvelles, qui se prêtent mal au problème considéré initialement.

A titre d'exemple, tout physicien sait que de nombreux systèmes physiques peuvent, sous quelques hypothèses simplificatrices, être assimilés à des systèmes masse/ressort. Mais encore, les traités historiques de J.C Maxwell [1] proposent d'élégantes analogies entre électrostatique et mécanique, électrostatique et électrocinétique, électrostatique et propagation de la chaleur.

L'objet de cette review est ainsi de dresser un état des principales analogies pour des concepts physiques *a priori* sans connexion aucune (mécaniques, thermiques, thermodynamiques, hydrauliques, électriques) qui peuvent être rapidement difficiles à appréhender pour un public souvent profane.

2 GRANDEURS CONJUGUEES ET ECHANGES ENERGETIQUES

2.1 Grandeurs extensives / intensives

On appelle grandeur extensive (*resp.* intensive) une grandeur dont la valeur varie (*resp.* ne varie pas) avec la dimension du système étudié. Par exemple, si l'on réunit deux pièces dans lesquelles règne la même température, la température finale restera la même, ce qui fait d'elle une grandeur intensive ; par contre le volume, qui lui est extensif, augmentera.

2.2 Echanges élémentaires d'énergie

Au cours d'une sollicitation, tout échange élémentaire d'énergie peut se mettre sous la forme d'un produit d'une grandeur intensive par la variation élémentaire de la grandeur extensive associée. Ces deux grandeurs sont dites *grandeurs conjuguées*.

Le tableau 1 dresse les principaux échanges élémentaires d'énergie pour une liste non-exhaustive de phénomènes physiques.

Phéno- mène physique étudié	Grandeur inten- sive	Grandeur extensive	Echange élémen- taire d'énergi e
Force de pression	P (pression)	V (volume)	$-PdV$
Traction élastique	F (force de trac- tion/compression)	x (dépla- cement)	Fdx
Torsion élastique	Γ (couple de torsion)	θ (angle de torsion)	$\Gamma d\theta$
Force	γ (tension super-	A (surface)	γdA

surfai- cique	ficielle)		
Travail élec- trique dans un circuit	e (tension élec- trique)	q (charge électrique)	edq
Force magné- tique dans un matériau aimanté	B (champ ma- gnétique)	M (aiman- tation)	BdM
Forces de La- place	i (intensité de courant)	ϕ (flux)	$id\phi$
Chaleur	T (température)	S (entro- pie)	TdS

Tableau 1 : Grandeurs conjuguées et échanges énergétiques

3 ELEMENTS DISSIPATIFS D'ENERGIE

Nous insisterons dans cette partie sur les éléments dissipatifs d'énergie, en se concentrant sur des lois équivalentes à la loi d'Ohm électrique, qui, rappelons-le, relie la différence de potentiel électrique (*i.e.* tension électrique) au flux de charge (*i.e.* courant électrique) qui parcourt un dipôle électrique (*i.e.* résistance électrique).

De façon analogue, comme schématisé sur le croquis de la figure 1, il est possible d'identifier des lois d'Ohm équivalentes, résumées à travers le tableau 2, pour des flux physiques de différentes natures traversant un dipôle caractérisé par une résistance équivalente.

Nous verrons que cette résistance équivalente relie proportionnellement la variation globale de la grandeur intensive aux bornes du dipôle dissipatif, à la grandeur extensive associée.

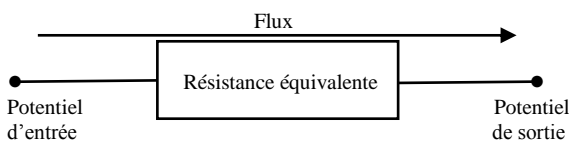


Figure 1 : Croquis généralisé d'un dipôle soumis à une différence de potentiels, et résistant à un flux le parcourant.

3.1 Dissipation d'énergie thermique

Commençons par l'analogie entre les lois d'Ohm électrique et thermique, en rappelant que quand Ohm voulut trouver une relation entre tension et courant électrique, et après quelques essais infructueux, il transposa simplement la loi de Fourier en électricité, en substi-

tuant le potentiel électrique au potentiel thermique (*i.e.* la température, grandeur intensive) et le courant électrique ou flux de charges électriques au flux de chaleur par conduction \dot{Q} (grandeur extensive). Dans ce cas, la résistance thermique (par conduction) équivalente (tableau 2) est fonction de la longueur du conducteur thermique, l , de sa section A , et de sa conductivité thermique, λ .

De manière analogue, la résistance thermique par convection équivaut à une fonction du coefficient de transfert convectif, h , et de la section A du milieu considéré ; et la résistance thermique par rayonnement équivaut asymptotiquement, après linéarisation sous l'hypothèse d'un écart de température relativement faible, à une fonction de la surface A du corps émetteur, du facteur de forme $F_{1,2}$ (qui fait intervenir la géométrie et les émissivités des 2 corps), de la constante de Boltzmann, σ , et d'une température moyenne, T_{moy} , intermédiaire entre celle des 2 corps.

3.2 Dissipation d'énergie hydraulique

Un autre exemple particulièrement intéressant est l'analogie entre la loi d'Ohm électrique et son équivalent hydraulique : sans rentrer dans le détail des calculs, les lois de la mécanique des fluides (loi de Poiseuille) montrent que dans le cas d'un écoulement laminaire (*i.e.* effets visqueux dominants par rapport aux effets inertiels) d'un fluide de viscosité dynamique η , sous un débit volumique Q_v (grandeur extensive) établi grâce à un gradient de pression ΔP (grandeur intensive) le long d'une portion de longueur l d'une conduite lisse cylindrique de rayon r , la résistance hydraulique équivalente, qui traduit la résistance au flux de quantité de mouvement, s'écrit comme une fonction de la viscosité dynamique du fluide et des dimensions de la portion de conduite, correspondant ici au dipôle délimité par la différence de potentiel, en l'occurrence la différence de pression.

3.3 Dissipation d'énergie mécanique

Enfin, dans le cas d'une force F_f (ou couple Γ_f) de frottement de type visqueux, le coefficient d'amortissement de translation, α (ou de rotation, α_θ) apparaît comme le coefficient de proportionnalité vis-à-vis de la vitesse $V = \dot{x}$ (ou de la vitesse angulaire $\omega = \dot{\theta}$), ce qui permet de définir des lois d'Ohm équivalentes en mécanique de translation ou de rotation.

Domaine physique	Loi d'Ohm équivalente	Élément dissipatif (résistance équivalente)
Electricité	$\Delta V = RI$	$R_{\text{éq}} = R$
Thermique (conduction)	$\Delta T = -\frac{l}{\lambda A} \dot{Q}$	$R_{\text{éq}} = \frac{l}{\lambda A}$

Thermique (convection)	$\Delta T = \frac{1}{hA} \dot{Q}$	$R_{\text{éq}} = \frac{1}{hA}$
Thermique (rayonnement)	$\Delta T \approx \frac{1}{h_r A} \dot{Q}$	$R_{\text{éq}} \approx \frac{1}{h_r A}$ $h_r = 4F_{1,2} \sigma T_{\text{moy}}^3$
Hydraulique (conduite cylindrique en laminaire)	$\Delta P = \frac{8\eta l}{\pi r^4} Q_v$	$R_{\text{éq}} = \frac{8\eta l}{\pi r^4}$
Mécanique de translation	$F_f = \alpha \dot{x}$	$R_{\text{éq}} = \alpha$
Mécanique de rotation	$\Gamma_f = \alpha_\theta \dot{\theta}$	$R_{\text{éq}} = \alpha_\theta$

Tableau 2 : Récapitulatif des résistances équivalentes associées aux lois d'Ohm généralisées pour différents domaines physiques.

4 ELEMENTS DE STOCKAGE D'ENERGIE

4.1 Stockage d'énergie mécanique

Si l'on considère à présent un ressort de raideur élastique k , nous savons que durant la phase de compression, ce dernier se comporte comme un élément de stockage d'énergie potentielle élastique ; celle-ci étant restituée lorsque le ressort est relâché. La loi de comportement relie dans ce cas l'allongement élémentaire du ressort, dx , (grandeur extensive) à la variation élémentaire de la force conjuguée, dF , (grandeur intensive) par le biais de l'inverse de la raideur, qui équivaut ainsi à une constante caractérisant la faculté du dipôle « ressort » à emmagasiner son énergie potentielle élastique, autrement dit une capacité (tableau 3).

Le même raisonnement est conduit dans le cas de la torsion élastique : la variation élémentaire de l'angle de torsion du ressort, $d\theta$, (grandeur extensive) est reliée à la variation élémentaire du couple conjugué, $d\Gamma$, (grandeur intensive) par le biais de l'inverse de la raideur de torsion, k_θ qui équivaut là aussi à une capacité (tableau 3).

4.2 Stockage d'énergie électrique

Rappelons que la loi de comportement du condensateur, relie de la même façon la variation élémentaire de la quantité de charge électrique, dq (grandeur extensive), à la variation élémentaire de la tension conjuguée, dU (grandeur intensive), par le biais de la capacité électrique, C , faisant ainsi du condensateur, similairement, un élément de stockage d'énergie électrique (tableau 3).

4.3 Stockage d'énergie thermique (chaleur)

Sous certaines hypothèses, les lois de la thermodynamique permettent d'écrire que l'échange élémentaire de chaleur (grandeur extensive) que subit un système thermodynamique s'écrit comme étant le produit de sa

masse, m , de sa capacité thermique massique, c_m , et de la variation élémentaire de température (grandeur intensive) qu'il subit. De manière analogue, la capacité équivalente devient ici le produit mc_m (tableau 3).

4.4 Stockage d'énergie hydraulique

Dans le cas d'un écoulement gravitaire (écoulement d'un fluide de masse volumique ρ sous son propre poids), la variation de pression motrice (grandeur intensive), $dP = \rho g dh$, est à l'origine de l'établissement d'un écoulement uniforme incompressible ($\rho = \text{cste}$) le long d'une colonne verticale de hauteur H et de section A , avec un débit $Q_v = \frac{dV}{dt} = \frac{d(AH)}{dt}$ (le volume étant extensif). L'analogie décrite précédemment souligne que dans ce cas, la capacité hydraulique équivaut ici à $A/\rho g$.

Domaine physique	Loi de comportement	Elément stockant (capacité équivalente)
Electrique	$dq = CdU$	$C_{\text{éq}} = C$
Mécanique de translation	$dx = \frac{1}{k} dF$	$C_{\text{éq}} = 1/k$
Mécanique de rotation	$d\theta = \frac{1}{k_\theta} d\Gamma$	$C_{\text{éq}} = 1/k_\theta$
Thermodynamique	$dQ = mc_m dT$	$C_{\text{éq}} = mc_m$
Hydraulique	$dV = \frac{A}{\rho g} dP$	$C_{\text{éq}} = \frac{A}{\rho g}$

Tableau 3 : Capacités équivalentes relatives aux éléments de stockage d'énergie pour différents domaines physiques.

5 ELEMENTS DE STOCKAGE D'INERTIE

5.1 Inertie électrique

L'expérience montre qu'en introduisant une bobine d'inductance L dans un circuit électrique parcouru par un courant $i = \frac{dq}{dt}$, celle-ci aura pour conséquence de le faire varier avec le temps, et cette variation sera proportionnelle à la différence de potentiel de part et d'autre de la bobine. La différence de potentiel électrique (grandeur intensive) est ainsi proportionnelle à la dérivée seconde de la quantité de charges électriques (grandeur extensive) via l'inductance électrique, L , dont la fonction est ainsi de stocker l'inertie électrique du circuit.

5.2 Inertie mécanique

Le stockage inertiel de l'énergie mécanique de translation s'effectue lorsqu'un corps de masse m est en mouvement, et se déduit directement de la deuxième loi de Newton, $F = m \frac{d^2x}{dt^2}$. On retrouve ici une loi de comportement analogue à la précédente, la force mécanique (grandeur intensive) étant proportionnelle à la dérivée

seconde du déplacement (*i.e.* accélération), faisant de la masse l'équivalent mécanique de l'inductance (tableau 4).

Dans le cas d'un solide mécanique en mouvement de rotation, la même analogie conduit à ce que le couple, Γ soit proportionnel à la dérivée seconde de l'angle de rotation, par le biais du moment d'inertie J du solide, faisant de ce dernier l'inductance équivalente dans un problème de mécanique de rotation (tableau 4).

5.3 Inertie hydraulique

Dans le cas d'un fluide de masse volumique ρ constante en écoulement le long d'une conduite cylindrique horizontale de longueur l suffisamment grande, et de section A constante, le stockage de l'énergie hydraulique sous forme d'inertie est le fait que la différence de pression est négative entre l'amont et l'aval. Ce gradient de pression entraîne l'accélération du fluide, et donc il existe une inertie à vaincre (c'est en l'occurrence la fonction d'une pompe). Là aussi, les lois de la mécanique des fluides permettent dans cette configuration, et sous ces hypothèses, de relier la pression (grandeur intensive) à la dérivée seconde du volume (grandeur extensive), et ainsi d'identifier une inductance hydraulique équivalente (tableau 4).

5.4 Inertie thermique

Il n'existe pas, à notre connaissance, d'équivalent thermique pour l'inductance.

Domaine physique	Loi de comportement	Inductance équivalente
Electrique	$U = L \frac{d^2q}{dt^2}$	$L_{\acute{e}q} = L$
Mécanique de translation	$F = m \frac{d^2x}{dt^2}$	$L_{\acute{e}q} = m$
Mécanique de rotation	$\Gamma = J \frac{d^2\theta}{dt^2}$	$L_{\acute{e}q} = J$
Hydraulique	$P = \frac{\rho l}{A} \frac{d^2V}{dt^2}$	$L_{\acute{e}q} = \frac{\rho l}{A}$
Thermique	---	---

Tableau 4 : Récapitulatif des inductances équivalentes relatives aux éléments de stockage d'inertie pour différents domaines physiques.

6 ANALOGIES REMARQUABLES

6.1 Loi des mailles et loi des nœuds

Que le potentiel soit de nature électrique, thermique (température) ou hydraulique (pression), la loi des mailles (à savoir $\sum \Delta \text{potentiel} = 0$ le long d'une maille fermée) reste valable.

De la même façon, que le flux soit de nature électrique (courant), thermique (flux de chaleur) ou hydraulique (débit), la loi des nœuds (à savoir $\sum \text{flux} = 0$ en un nœud) reste également valable.

6.2 Association en série / en parallèle

Dans un montage en série, les résistance, capacité et inductance totales sont données comme suit :

$$\begin{cases} R_{tot} = \sum R_{\acute{e}q} \\ 1/C_{tot} = \sum 1/C_{\acute{e}q} \\ L_{tot} = \sum L_{\acute{e}q} \end{cases}$$

Dans un montage en parallèle, les résistance, capacité et inductance totales sont données comme suit :

$$\begin{cases} 1/R_{tot} = \sum 1/R_{\acute{e}q} \\ C_{tot} = \sum C_{\acute{e}q} \\ 1/L_{tot} = \sum 1/L_{\acute{e}q} \end{cases}$$

6.3 Circuit R.L.C.

La 2^{ème} loi de Kirchhoff permet d'obtenir l'équation différentielle (1) qui régit le circuit R.L.C série (figure 2a) :

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{1}{C} q = e(t) \quad (1)$$

La 2^{ème} loi de Newton appliquée à un système amortisseur/masse/ressort en translation mécanique, à 1 degré de liberté en régime forcé (figure 2b) fournit l'équation différentielle (2) :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \alpha \frac{dx}{dt} + kx = F(t) \quad (2)$$

La 2^{ème} loi de Newton appliquée à un système amortisseur/solide/ressort en torsion mécanique, à 1 degré de liberté en régime forcé (figure 2c) fournit l'équation différentielle (3) :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + \alpha_\theta \frac{d\theta}{dt} + k_\theta \theta = \Gamma(t) \quad (3)$$

Nous retrouvons les propriétés d'analogie entre ces systèmes mécaniques et électrique, telles que décrites précédemment.

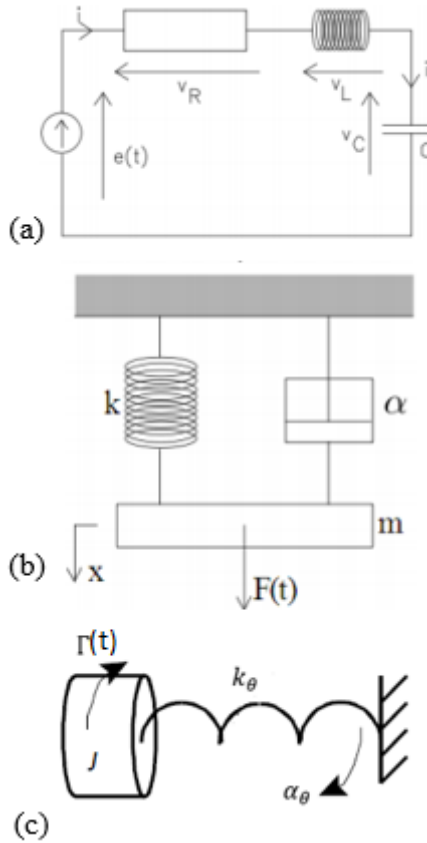


Figure 2 : (a) Schéma d'un système amortisseur/masse/ressort en translation mécanique ; (b) Schéma électrique d'un circuit R.L.C ; (c) Schéma d'un système amortisseur/solide/ressort de torsion en rotation mécanique.

7 MECANIQUE DES FLUIDES ET ELECTRO-MAGNETISME : ANALOGIE DE MARMANIS

H. Marmanis [2] a développé une analogie entre, d'une part, la vortécité et le champ magnétique et, d'autre part, la vitesse et le potentiel vecteur (figure 3).

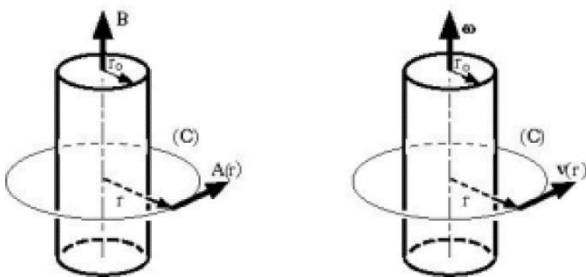


Figure 3 : Analogie de Marmanis

Rappelons les 4 équations de Maxwell « électromagnétiques » (équations 4-7) :

- Equation électromagnétique de Thomson :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{B} &= 0 && \text{ou} \\ \vec{B} &= \nabla \times \vec{A} \end{aligned} \quad (4)$$

- Equation électromagnétique de Faraday :

$$\partial_t \vec{B} = -\nabla \times \vec{E} \text{ ou } \vec{E} = -\partial_t \vec{A} - \nabla V \quad (5)$$

- Equation électromagnétique de Gauss :

$$\nabla \cdot \vec{E} = q_E / \epsilon_0 \quad (6)$$

- Equation électromagnétique d'Ampère :

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_E + \frac{1}{c_L^2} \partial_t \vec{E} \quad (7)$$

où $c_L = \sqrt{1/\mu_0 \epsilon_0}$ est la célérité de la lumière dans le vide.

En remaniant les équations de la mécanique des fluides (équations de Navier-Stokes) de façon à remplacer l'inconnue champ de vitesse, \vec{u} , par l'inconnue champ de vortécité, $\vec{\omega}$, et sous l'hypothèse d'un écoulement incompressible de fluide non visqueux, H. Marmanis propose des équations de Maxwell « hydrodynamiques » (équations 4'-7') de la forme :

- Equation hydrodynamique de Thomson :

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{\omega} &= 0 && \text{ou} \\ \vec{\omega} &= \nabla \times \vec{u} \end{aligned} \quad (4')$$

- Equation hydrodynamique de Faraday :

$$\partial_t \vec{\omega} = -\nabla \times \vec{I} \text{ ou } \vec{I} = -\partial_t \vec{u} - \nabla \left(\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2} \right) \quad (5')$$

- Equation hydrodynamique de Gauss :

$$\nabla \cdot \vec{I} = q_H \quad (6')$$

- Equation hydrodynamique d'Ampère :

$$\nabla \times \vec{\omega} = \vec{J}_H \text{ avec } c_L \rightarrow \infty \quad (7')$$

On peut à partir de cette analogie dresser le tableau 5 mettant en correspondance les grandeurs hydrodynamiques et électromagnétiques mises en jeu dans ces équations.

Hydrodynamique	Electromagnétique
Vitesse \vec{u} (impulsion hydrodynamique)	Potentiel vecteur \vec{A} (impulsion électromagnétique)
Vorticité $\vec{\omega}$	Induction magnétique \vec{B}
Vecteur de Lamb \vec{I} (accélération de Coriolis)	Champ électrique \vec{E} (vecteur de Coriolis)
Pression dynamique $\left(\frac{p}{\rho} + \frac{u^2}{2}\right)$	Potentiel scalaire V

Tableau 5 : Correspondance entre les principales grandeurs hydrodynamiques et électromagnétiques issues de l'analogie de H. Marmanis.

8 CONCLUSION

A travers ce travail, nous venons de résumer les principales analogies que l'on identifie dans les différentes branches de la physique. Il est intéressant de noter que l'on retrouve plusieurs fonctions similaires entre les éléments d'échange d'énergie, qu'ils soient de type dissipatif, capacitifs ou inertiels. Il faut toutefois être prudent et éviter l'emploi systématique de ces analogies, car certaines n'ont pas toujours lieu, tandis que d'autres restent sujettes à de nombreuses hypothèses. C'est ainsi que nous avons souhaité mettre l'accent sur une vieille analogie entre la mécanique des fluides et l'électromagnétisme, déjà mise en évidence dans les travaux de Maxwell, mais qui se révèle soumise à un certain nombre d'hypothèses. Cette dernière analogie n'est d'ailleurs pas unique puisque d'autres auteurs s'y sont prêtés, le plus illustre parmi eux étant Helmholtz. Ce dernier voyait plutôt la vitesse tournant autour de la vorticité comme l'induction magnétique tournant autour d'un courant électrique. La conclusion est que l'analogie peut se révéler être un outil didactique et/ou scientifique extrêmement puissant, mais ne se prêtant toutefois pas toujours à une correcte interprétation physique.

Bibliographie

- [1] James Clerk Maxwell, "On Physical Lines of Force", *W.D. Niven, ed., The Scientific Papers of James Clerk Maxwell, 2 vols., tome 1, p. 451-513, New York, (1890).*
- [2] Haralambos Marmanis, "Analogy between the Navier-Stokes equations and Maxwell's equations : Application to turbulence", *Physics of Fluids, Vol. 10,6, (1998), <https://doi.org/10.1063/1.869762>*