

# Souvenirs de René Thom et de son influence sur mon parcours

David Trotman

▶ **To cite this version:**

David Trotman. Souvenirs de René Thom et de son influence sur mon parcours. René Thom : portrait mathématique et philosophique, pp.159-171, 2018. hal-03186945

**HAL Id: hal-03186945**
**https://hal.science/hal-03186945**

Submitted on 1 Apr 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# SOUVENIRS DE RENÉ THOM ET DE SON INFLUENCE SUR MON PARCOURS

DAVID TROTMAN

Je suis arrivé à l'université de Warwick en octobre 1972 pour faire des études en vue d'un M. Sc. (Master of Science). Au second trimestre il y avait un cours de Christopher Zeeman appelé « Singularities and Catastrophes » dans lequel ce dernier donnait la démonstration complète du théorème de classification de René Thom des catastrophes élémentaires de codimension au plus 5. Deux ans auparavant, en novembre 1970, j'avais assisté à une conférence du soir à l'Université de Cambridge par Zeeman sur la théorie des catastrophes de René Thom, dans laquelle Zeeman expliquait son modèle de chien enragé, d'après Konrad Lorenz, et d'autres modèles simples, et énonçait avec enthousiasme le théorème de classification des catastrophes élémentaires. Cet exposé, et un essai de Zeeman sur l'âge d'or des mathématiques pures, m'avait inspiré d'aller à Warwick en vue d'y préparer une thèse, plutôt que de rester à Cambridge. En 1969 John Mather avait produit un manuscrit (« Right Equivalence ») détaillant la preuve du théorème de classification de Thom, sans le finir. Zeeman fonda donc son cours de 1973 sur ce manuscrit de Mather et des écrits de Thom, en développant les détails pour rendre la preuve accessible et complète, quelque chose qui manquait à l'époque. Par la suite, Zeeman proposa qu'un étudiant parmi ceux qui avaient assisté à son cours rédige ses notes pour la partie mémoire du M. Sc. J'acceptai donc de rédiger mes notes, incorporant une preuve du théorème de préparation (démontré par Malgrange sous l'instigation de Thom, qui l'avait conjecturé), et terminai la rédaction en septembre 1973. Finalement, mon mémoire fut distribué par milliers d'exemplaires et publié deux fois - dans un numéro des Lecture Notes de Springer contenant les actes d'un colloque sur la théorie des catastrophes qui eut lieu à Seattle, dirigé par Peter Hilton, puis dans un recueil d'articles de Zeeman sur la théorie des catastrophes paru en 1977. Les catastrophes élémentaires correspondent aux fonctions différentiables simples, celles n'ayant pas de modules. Cette classification de Thom fut poursuivie dans les années 70 par Dirk Siersma et surtout par Vladimir Arnol'd et son école de Moscou utilisant des calculs prodigieux.

Zeeman et Mather avaient tous les deux une grande admiration pour René Thom et ses idées, chacun ayant consacré une dizaine d'années

*Date*: 29 novembre 2017.

presque exclusivement à la poursuite de recherches explorant les conséquences des théories proposées par Thom dans les années 60 (et la fin des années 50). Mather en particulier choisit de travailler sur deux conjectures profondes de Thom concernant la densité de l'ensemble des applications différentiables stables. Il est loin d'être le seul mathématicien à devenir célèbre pour avoir résolu une conjecture de Thom. Par exemple, en 1994, P. Kronheimer et T. Mrowka démontrèrent une conjecture célèbre de Thom concernant l'homologie de courbes algébriques projectives, et leur travail fut étendu au cas symplectique par P. Ozsvath et Z. Szabo (publié aux Annals of Math.). Et en 2000 K. Kurdyka, T. Mostowski et A. Parusinski démontrèrent la conjecture du gradient de Thom, ouverte aussi depuis des décennies (publié aussi aux Annals of Math.).

René Thom publia plusieurs articles fondateurs sur les stratifications dans les années 60. C'était une partie majeure de sa production mathématique pendant cette période, avec l'écriture de son livre sur la théorie des catastrophes. Ces articles influencèrent plusieurs chercheurs, dont moi-même, dans les années 70 et 80, dans le but de clarifier et poursuivre ses énoncés et résultats. Le point culminant de cette activité de Thom est l'article *Ensembles et Morphismes Stratifiés* publié en 1969 au Bulletin de l'American Mathematical Society et contenant les détails qui manquaient dans les articles précédents, notamment les détails concernant les deux « lemmes d'isotopie ». Les preuves de ces lemmes d'isotopie seront ensuite reprises et remaniées, avec des définitions transformées, par John Mather dans un cours à Harvard en 1970 sur la stabilité topologique des applications lisses.

En mai-juin 1973, Clint McCrory, qui venait de terminer sa thèse à Brandeis et qui était mon directeur d'études pour l'année universitaire, dirigeait un séminaire de travail à Warwick sur la notion de stratification développée par Thom. Nous étudiâmes les notes sur la stabilité topologique de John Mather et l'article de Thom de 1969 au Bulletin de l'AMS, *Ensembles et morphismes stratifiés*. C'est ainsi que je commençai à m'engager dans l'étude des articles mathématiques de Thom. Auparavant, j'avais lu des résultats sur l'« espace de Thom », le « cobordisme de Thom » et le « théorème de transversalité de Thom » dans un cours de John Milnor, ces travaux-là de Thom datant des années 50.

A l'automne 1973 je commençai ma thèse de doctorat à l'université de Warwick sous la direction de Zeeman, sur des questions liées à la théorie des catastrophes de Thom. Au début du mois d'octobre, il y eut un colloque sur le thème de la « théorie des Catastrophes », organisé à l'université de Göttingen par Hans Grauert qui y était alors professeur. Je venais de terminer mon mémoire de M. Sc. justement sur « la classification des catastrophes élémentaires de codimension 5 ». Zeeman m'encouragea à aller à Göttingen et je pris donc un bateau pour Amsterdam

puis un train pour Cologne. De là je fis du stop jusqu'à Göttingen où je me dirigeai vers l'auberge de jeunesse, laquelle était pleine car l'année universitaire était sur le point de commencer. J'installai donc ma tente sur la pelouse du jardin de l'auberge de jeunesse. La nuit, il faisait si froid que je dus acheter des journaux pour les mettre sous mon sac de couchage pour essayer de m'isoler du froid du sol. Parmi les mathématiciens présents, il y avait, entre autres, Terry Wall (de l'Université de Liverpool), David Chillingworth (Southampton), Alain Chenciner (Paris), Bernard Malgrange (Grenoble), Klaus Jänich (Regensburg), Leslie Lander (Regensburg), Gordon Wassermann (Regensburg), Christopher Zeeman (Warwick), Hans Grauert et bien sûr René Thom que je rencontrais pour la première fois. Le prix Nobel de Chimie, l'allemand Manfred Eigen, qui travaillait à Göttingen, participa au colloque. Je me souviens que pendant le dîner final dans les locaux d'une société savante (Akademie der Wissenschaften zu Göttingen), nous avons discuté du concept de Darwin de « Survival of the fittest » (survie du plus apte) où on mesure la réussite par le plus grand nombre de descendants. On posa alors la question de savoir qui parmi les personnes présentes avait le plus d'enfants. C'est ainsi que Zeeman fut déclaré gagnant parmi les présents, car ayant cinq enfants, ce qui était approprié puisque c'était lui qui alors publiait le plus intensément sur la théorie des catastrophes.

Dans les actes du symposium de 1973-1974 sur les systèmes dynamiques de Warwick, Zeeman remarqua que pour lui, quand il lisait les écrits de René Thom, entre deux lignes d'un texte de Thom il lui fallait rajouter 99 lignes pour pouvoir comprendre les détails de toutes les idées exprimées.

En 1974 parut enfin la traduction en anglais par David Fowler du livre de Thom, *Stabilité Structurelle et Morphogénèse*. David Fowler était à Warwick le bras droit de Zeeman et dirigeait le centre d'accueil des invités de l'institut de mathématiques. Cette publication du livre de Thom, avec plusieurs articles de Zeeman la même année donnant des applications variées de la théorie des catastrophes à la biologie, la physique, l'économie, la sociologie, signalait le début d'une pléthore d'applications de la théorie des catastrophes par des spécialistes de l'urbanisme, de l'anthropologie, de la paléontologie, de la psychologie, de la politique, de la dynamique des populations, de la mécanique, etc. Une bibliographie exhaustive établie à Warwick en 1979 détaillera plus de mille publications scientifiques sur la théorie des catastrophes !

Un jour de juin 1974, je pris le train de Leamington Spa, ville située à une dizaine de kilomètres de l'université de Warwick, où je résidais pendant mes années de thèse, pour aller à Oxford acheter des livres à Blackwell's, une des meilleures librairies de l'Angleterre. Je croisai René Thom avec Klaus Jänich dans un autre compartiment et je les saluai. Thom, en apprenant que j'allais descendre à Oxford, me confia une

enveloppe contenant un article soumis à Topology qu'il avait expertisé, pour la donner à Ioan James, l'illustre topologue de St John's College, Oxford, l'un des membres du comité de rédaction. J'étais impressionné par la confiance que Thom me montra.

Pendant la première année de ma thèse à Warwick je découvris une erreur dans la preuve de l'ouverture de l'ensemble des fonctions ayant une application de catastrophe élémentaire, que Zeeman avait présentée dans son cours, suivant Thom. Je pus construire un contre-exemple à l'argumentation, puis un résultat positif valable pour des strates semi-analytiques, et, ainsi, valable dans le cadre du théorème de classification des catastrophes élémentaires. Ceci fit démarrer le travail de ma thèse et m'amena à étudier plusieurs propriétés des stratifications de Thom et de Whitney, notamment la preuve de certaines conjectures de Terry Wall énonçant l'équivalence de certaines caractérisations géométriques des conditions A et B de Whitney dont Thom et Mather avaient démontré la nécessité. Je suivis l'origine de la trace de cette erreur jusqu'à une phrase de l'article de Thom du Bulletin de l'AMS de 1969, où il donnait un énoncé pour des stratifications différentiables qu'une certaine propriété T (que toute transversale à une strate est aussi transverse aux autres strates avoisinantes) implique l'ouverture de l'espace des applications transverses à la stratification. Dans ses articles précédents, l'énoncé analogue avait été donné dans le contexte des ensembles semi-algébriques, contexte dans lequel je démontrai (en 1974, publié en 1976) que l'énoncé est valable. Malgré le style souvent informel des articles de Thom sur les ensembles stratifiés, la grande majorité des énoncés, sans démonstrations détaillées, se sont avérés corrects, après parfois des centaines de pages de justifications par d'autres spécialistes dans des publications ultérieures.

Après avoir travaillé sur les problèmes de thèse que me proposait Zeeman, motivés par ses recherches en biologie, et sachant que je voulais continuer dans les mathématiques pures, je changeai de directeur de thèse pour travailler avec Terry Wall à l'Université de Liverpool. En 1974-75, le groupe de singularistes de Liverpool était renforcé par la présence de Eduard Looijenga d'Amsterdam et de Klaus Wirthmüller de Regensburg. De plus, Andrew du Plessis venait chaque semaine de Bangor où il était en post-doc après avoir terminé sa thèse sous la direction de Wall à Liverpool. Il y avait cette année-là à Liverpool un séminaire de travail hebdomadaire dont le but était de rédiger la preuve complète, récemment obtenue par John Mather, d'une conjecture profonde de Thom disant que l'ensemble des applications topologiquement stables forme un sous-ensemble dense de l'espace des applications lisses (propres) entre deux variétés lisses. A la fin de l'année, le livre de Gibson-Wirthmüller-du Plessis-Looijenga contenant la preuve était terminé et parut comme Lecture Notes 552 de Springer (1976).

En avril 1975 j'allai brièvement à Paris et me rendis à l'IHÉS pour un entretien avec Thom en vue de passer l'année 1975-76 à Orsay comme assistant associé. Il me demanda sur quoi je travaillais. Je répondis, « La théorie des singularités ». Sa réponse : « Une telle théorie existe-t-elle ? » Je précisai que je m'intéressais plutôt à l'équisingularité. Thom alors fit un grand sourire disant que ce serait un sujet fort intéressant. Je dois dire que c'était toujours facile de discuter avec Thom. Malgré sa grande réputation il était plutôt modeste et très accessible, répondant naturellement et avec pertinence aux questions, ce qui n'est pas toujours le cas avec les mathématiciens célèbres. Il était toujours courtois et d'une grande gentillesse.

Parmi les moments les plus stimulants de mes années à Paris, il y eut le séminaire de singularités de Thom à l'IHÉS. Thom somnolait parfois pendant les exposés mais en rouvrant les yeux il posait des questions profondes et pertinentes. Ce séminaire avait lieu le lundi après-midi jusqu'à l'élection de Thom à l'Académie des Sciences de Paris en 1976. Ensuite le séminaire continua à avoir lieu, mais le vendredi après-midi à 14h45 suivi d'un thé pendant lequel les discussions mathématiques continuaient. Au séminaire assistaient régulièrement Larry Siebenmann, Dennis Sullivan, Michael Herman, Jean Cerf, Nicolaas Kuiper, François Laudenbach, Mikhail Gromov et d'autres.

Parmi les effets de la présence de René Thom à l'IHÉS, les chercheurs parisiens en singularités bénéficièrent d'un flot de visiteurs, venant pour un an ou pour quelques mois, spécialisés dans les singularités et invités par Thom. Je me rappelle par exemple de plusieurs séjours de Bob MacPherson, Mark Goresky, Dirk Siersma, Tzee-Char Kuo, Bill Bruce, Mark Roberts et Clint McCrory, chaque visite donnant l'occasion à de rencontres et de conversations intenses et fructueuses.

Au printemps 1977, je candidatai à un poste permanent d'assistant à Orsay. Thom proposa d'écrire une lettre de recommandation. Il me décrivait comme « un mathématicien très fin, et pénétrant », ce qui était un bon encouragement. J'obtins le poste d'assistant. Deux ans plus tard, il m'encouragea à passer mon doctorat d'État et se proposa comme directeur en vue de mon inscription. Par la suite il sera rapporteur et président du jury en janvier 1980. Frédéric Pham était l'autre rapporteur.

Invité une fois en 1978 avec mon épouse Marie-Hélène à dîner chez René et Suzanne Thom dans leur appartement de la Résidence Gratien à Bures-sur-Yvette, nous nous trouvâmes en compagnie d'Ivan Kupka, alors en double poste à Paris 6 et à Toronto. L'accueil réservé à notre jeunesse nous réconforta par son tact et sa perspicacité. Peu après, en juin 1978, eut lieu un colloque sur les singularités à Dijon dirigé par Robert Moussu. L'exposé de Thom, très original, portait sur la tectonique des plaques. Je fis un exposé résumant l'ensemble de mes travaux effectués sur les stratifications introduites par Thom.

De 1975 à 1979 je travaillai à l'université de Paris-Sud à Orsay, mais je résidais dans le Quartier Latin près du Panthéon. A cette époque, le soir il n'y avait que deux trains RER par heure entre Orsay et Paris. Un soir de juin 1978 pendant que j'attendais au café en face de la gare de la ville d'Orsay le prochain train pour rentrer à Paris, je rencontrai une jeune artiste hongroise de Budapest, habillée en turquoise, qui expliquait qu'elle et son compagnon étaient venus séjourner chez une célèbre artiste, hongroise aussi, qui s'appelait Vera Székely et qui habitait tout près. C'est ainsi que je fis la connaissance de Vera Székely. Née en 1919, elle vivait et travaillait dans le village de Mulleron près de Janvry, un peu au sud de Bures-sur-Yvette, où je lui rendis visite avec ma femme en 1980 et 1981. Elle créait des œuvres aériennes en bois et toile, avec des plis et des angles aigus, des intersections, voire des cusps. Ces formes me faisaient penser aux formes symbolisant les sept catastrophes élémentaires de René Thom et nous parlâmes de lui et de ses travaux. Suite à cette rencontre fortuite, Vera Székely put rencontrer René et Suzanne Thom, ils devinrent très amis. Je crois même que Thom rédigea une introduction au catalogue d'une exposition de sculptures de Vera Székely. Cette exposition devait avoir lieu en Suisse, vers 1982. Il serait intéressant de retrouver ce texte.

J'avais un ami anglais que j'avais connu à Cambridge qui s'appelait Martin Thom qui, après des études d'histoire, avait préparé un master d'anthropologie à Oxford. Son mémoire portait sur Lacan et l'anthropologie. Je mentionnai un jour à René Thom le travail de son homonyme, et il le trouva intéressant. Il me raconta alors qu'il avait rencontré une fois Jacques Lacan, connu pour son utilisation de la topologie (élémentaire) dans ses écrits sur la psychanalyse, mais qu'ils n'avaient rien eu à se dire.

Parlant d'intellectuels parisiens célèbres, quand Roland Barthes fut nommé au Collège de France en 1978, lors du thé de l'IHÉS, Thom raconta comment ses collègues académiciens exprimaient leur désapprobation en disant qu'on n'avait pas besoin d'un « deuxième clown » au Collège de France, l'autre étant Michel Foucault.

En 1979, pendant le séjour de Tzee-Char Kuo à l'IHÉS, Thom donna un exposé dans son séminaire sur l'exemple dit de Koike-Kucharz. Deux propositions de notes aux Comptes Rendus de l'Académie des Sciences étaient arrivées sur le bureau de Thom au même temps, l'une de Satoshi Koike, jeune japonais de Kyoto, et l'autre d'un jeune polonais de Cracovie, Wojciech Kucharz. Les deux soumissions de Koike et Kucharz arrivées indépendamment le même jour chez Thom à l'IHÉS contenaient le même exemple ! L'exemple contredisait une conjecture de Thom sur la suffisance des jets. Kuo était stimulé par cet exposé de Thom et il écrivit rapidement un article avec son beau-frère Yung-Chen Lu pour la revue Inventiones Mathematicae. J'ai également profité de l'exposé de Thom sur l'exemple de Koike-Kucharz pour donner un contre-exemple

à un énoncé de la théorie des stratifications, et pour poursuivre des idées sur les stratifications et le type topologique de leurs coupes transversales. Je mis ces idées dans un article publié quelques années plus tard dans la revue Topology. Auparavant, Thom avait fait remarquer à Kuo que quand on a une stratification vérifiant la condition A et qu'on prend deux transversales complémentaires à une strate en un point, alors les traces de ces transversales avec la stratification sont homéomorphes. Kuo démontra ce théorème pour des transversales lisses, ce qui m'incita à démontrer un résultat analogue avec des transversales de classe $C^1$ et pour la condition T de Thom au lieu de la condition A de Whitney, plus forte. C'est cette démonstration qui était utilisée dans l'article de Topology. En 1987, à Sydney, en Australie, Kuo et moi-même commençâment à travailler sur une nouvelle démonstration - nous inventâmes ce que nous appelions l'éclatement grassmannien ( en fait, c'est plus une modification) et nous démontrâmes que la condition T « en bas » induit la condition W « en haut » de l'éclatement, et réciproquement. Ensuite avec L. C. Wilson de l'Université de Hawaii à Manoa, nous généralisâmes massivement ce phénomène et nous l'appliquâmes à une reformulation complète de la théorie de la suffisance des jets démarrée par Thom dès 1962 et poursuivie par Kuo dix ans plus tard. Ce travail avec Leslie Wilson fut finalement publié en 1999 aux Proceedings de la Société Mathématique de Londres.

En août 1982 un colloque sur les singularités en l'honneur des 60 ans du néerlandais Nicolaas Kuiper, alors directeur de l'IHÉS, eut lieu à Utrecht. Lors du voyage de retour en train d'Utrecht à Paris via Rotterdam, j'étais avec Thom et Thomas Banchoff. Nous passâmes par la gare du village d'Ourschamp, dont le nom, je me souviens, sembla particulièrement interpeller Thom.

En septembre 1982, Jean Petitot organisa un colloque en Normandie, au château de Cerisy-la-Salle, appartenant aux sœurs Edith et Catherine Heurgon. Il y avait foule : des mathématiciens spécialisés dans les singularités et catastrophes, mais aussi d'autres chercheurs en sciences humaines. Parmi les mathématiciens je me souviens de Christopher Zeeman, Tim Poston, David Chillingworth, Bernard Teissier et Alain Chenciner. Il y avait aussi l'anthropologue Christian Bertaux, Yves Bouligand, Jean Petitot, les philosophes Monique Canto et Barbara Cassin, le linguiste Wolfgang Wildgen et le psychanalyste André Bompard. Un jour, Thom me fit remarquer qu'on buvait du vin rouge avec le fromage même si on avait bu du cidre avec le reste du repas. Comme nous étions en Normandie, la soirée dans le grenier du château fut accompagnée de calvados. J'avais effectué le voyage Aix-en-Provence-Cérisy d'une seule traite en 2CV. Je garde le souvenir d'une demi-journée passée à Granville en compagnie de Bernard Teisssier et Alain Chenciner, à manger des fruits de mer et à se baigner dans la mer.

Après la naissance de notre premier enfant, en mars 1980, je m'intéressai à la gestuelle des nouveaux-nés de 0 à 9 mois. J'avais remarqué des similarités avec les mouvements des danses balinaises classiques et passai du temps dans les bibliothèques des facultés de médecine, du Musée de l'Homme et de la School of Oriental and African Studies à Londres. Je fis donc un exposé pendant le colloque de Cérisy sur la danse balinaise et les mouvements des nouveaux-nés qui semblaient concorder avec le mélange de contributions géométriques et anthropologiques du colloque *Logos et Catastrophe*, et avec différents principes proposés par René Thom concernant la modélisation scientifique. Thom fut poliment intéressé et Zeeman encourageant.

En septembre 1983, après le Congrès International des Mathématiciens de Varsovie, il y eut un colloque ayant pour sujet « Singularités et Systèmes Dynamiques » à Heraklion sur l'île de Crète. Parmi les personnes présentes, il y avait Nicolaas Kuiper, Robert Moussu, Andrew du Plessis, René Thom, Patrice Orro, Marc Chaperon, Martin Kruskal, Ludvig Fadeev, et Spyros Pneumatikos, l'organisateur local. Thom y exposa une approche très originale (comme d'habitude) intitulée *La marche vers le chaos*. J'apportai à Spyros Pneumatikos un manuscrit récent de Vladimir Arnol'd, portant sur une vision symplectique des singularités, qu'Arnol'd m'avait confié à l'ICM de Varsovie quelques semaines auparavant. Lors de la visite des membres du colloque du site du temple de Knossos, rénové par l'archéologue britannique Arthur Evans de façon majestueuse, mais si contestée, Thom nous impressionna par l'érudition et le nombre des questions qu'il posa.

Thom organisait un deuxième séminaire les samedis matin à l'IHÉS portant sur des questions de modélisation. Y assistaient entre autres Alain Chenciner, Marc Chaperon, Bernard Teissier et Jean Petitot. Il y était question d'une approche topologique à notre compréhension du monde, où les outils de la théorie des singularités, y compris la théorie de Morse, et des systèmes dynamiques étaient abondamment utilisés.

Dans cet esprit, en avril 1984, Thom organisa un workshop à l'IHÉS sur les modèles topologiques et la psychologie avec notamment Arnold Mandell de l'Université de la Californie à San Diego, MacArthur Fellow pour l'année, qui était en séjour prolongé à l'IHÉS. J'y assistai, et je pus parler de mes idées sur la danse balinaise et les nouveaux-nés avec Arnold Mandell, qui disait que je ne devrais pas éviter l'utilisation des modèles mathématiques dans cette comparaison.

Un jour, je croisai Thom dans le RER de Bures à Paris. Nous discutâmes de mes travaux et des problèmes concernant la condition B de Whitney, et de la condition W de Verdier (deux critères d'équisingularité pour des stratifications dans le sens de Thom) dans un cadre réel, suite à leur équivalence dans le cas complexe démontré par Teissier en 1982. Thom insistait sur l'importance d'une meilleure compréhension de la différence entre ces conditions. En général, mes interactions avec

René Thom, dès mon installation à Paris en 1975 et jusqu'à mon départ début 1989, se ressemblaient : il allait droit au but en demandant sur quels problèmes je travaillais, puis commençait à formuler des questions et conjectures.

En 1987, j'effectuai un travail faisant la relation entre cette condition W de Verdier et un critère microlocal de Kashiwara et Schapira, menant à un article publié aux Annales de l'Institut Fourier de Grenoble avec l'appui de Bernard Malgrange. Ce travail fut écrit dans un café au croisement de la rue St. Jacques et du boulevard St. Germain. Dans ce même café, j'ai aussi écrit une lettre fructueuse à Thom recommandant Karim Bekka et Leslie Wilson pour des séjours à l'IHÉS en 1989.

En septembre 1988, Karim Bekka soutint sa thèse à l'université de Paris-Sud à Orsay, sous ma direction. Il la dédia à René Thom. La majeure partie de sa thèse visait à démontrer que le célèbre théorème d'isotopie de Thom-Mather était encore valable avec une certaine hypothèse d'une stratification plus faible que celle de stratification de Whitney. L'hypothèse utilisée par Karim dans sa thèse était que chaque strate d'une stratification admettait une fonction « de contrôle » qui est une application de Thom dans le sens proposé par Thom en 1962. Cette hypothèse était appelée « condition de Whitney faible » dans la thèse, mais deux ans plus tard, suivant une suggestion de Terry Wall à Liverpool où Karim effectuait un séjour postdoctoral de deux ans, Karim rebaptisa cette condition « C-régularité », réservant le terme de condition de Whitney faible à une condition un peu plus forte. L'expression C-régularité fut ensuite adoptée ; et la notion sera utilisée par beaucoup de spécialistes. Bob MacPherson de l'IAS de Princeton écrivit que la thèse de Karim Bekka constituait la première amélioration du théorème d'isotopie de Thom-Mather depuis sa parution en 1969-70.

Je fus candidat à un poste de professeur à l'université de Provence (Aix-Marseille 1) au printemps 1988 et finalement j'y fus nommé par le CNU en novembre après avoir été classé premier par la commission locale de Marseille (le système de l'époque). Parmi les professeurs de géométrie et topologie à St Charles il y avait deux personnes qui connaissaient Thom de l'Ecole Normale Supérieure : Jean-Marie Souriau, qui était de l'année précédente celle de Thom à la rue d'Ulm, et Léonce Fourès, qui lui était coturne de Thom et de la même année, 1943. Fourès avait aussi été un ami intime de Hassler Whitney, co-inventeur de la théorie des stratifications, avec qui il avait régulièrement pratiqué l'alpinisme en compagnie de Georges de Rham. Par ailleurs un autre professeur de Marseille, un peu plus jeune, André Blanchard, avait été en thèse avec Henri Cartan, comme Fourès et comme Thom lui-même. Je fus donc chaleureusement accueilli par Souriau, Fourès, Blanchard et leurs anciens élèves - dont Paul Donato, Patrick Iglesias, Jimmy Elhadad, Roland Triay, Yves Mathieu, Michel Domergue, Bernadette Vincent et Gérard Fardoux.

Un article de Thom écrit pour un grand colloque sur les singularités en 1991 à Lille contenait une discussion de problèmes autour des stratifications canoniques. Parmi ceux-ci il y avait une conjecture de Thom sur les propriétés des stratifications de Whitney par rapport à une projection entre deux espaces euclidiens. En 1993, un de mes élèves en thèse, Laurent Noirel, s'intéressa à ce problème en collaboration avec un thésard polonais de Jean-Paul Brasselet, appelé Michal Kwieciński. Ils purent répondre négativement à la conjecture de Thom par un exemple assez subtil donnant lieu à une note publiée dans les Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris. Suite à ces travaux et aux progrès réalisés dans la thèse de Karim Bekka, qui a effectué un séjour de 9 mois à l'IHÉS en 1988-89, Thom parla de « Trotman and his school » dans une contribution au débat sur la rigueur mathématique suscité par Alfred Jaffé et Frank Quinn dans le Bulletin de l'AMS de 1994. Ceci fut également un grand encouragement pour mes recherches.

Dans sa thèse de Princeton sur l'histoire de la théorie des catastrophes, David Aubin remarqua que Thom avait eu peu d'élèves en thèse, à la différence de Stephen Smale ou de Christopher Zeeman. Ceci s'explique par le fait que Thom était professeur à l'IHÉS où il n'y avait pas d'étudiants. Malgré cela, Thom eut une quantité de disciples – en plus de ses élèves officiels – comme Marc Chaperon ; je pense à Mather, Fukuda, Kuo, Shiota, Wall, Siersma, Moussu, Teissier, leurs élèves et tant d'autres.

Au printemps 1993, il y eut un colloque organisé à Marseille par Norma Yunez Short à la Vieille Charité sur le thème « Logique et Poésie », avec la participation de René Thom, Bernard Teissier, Jacques Roubaud, et d'autres spécialistes épistémologues, philosophes et littéraires. Thom était très en forme et stimulant comme toujours. Je fis une intervention sur le thème de la poésie et les mathématiques, citant notamment un poème de Brian Patten et un autre de Milarepa. Je pus inviter Teissier et Thom chez moi à Aix pour un dîner. Malheureusement, ce colloque à Marseille fut la dernière occasion où je vis René Thom en personne.

## Références

[1] S. Koike, W. Kucharz, Sur les réalisations de jets non-suffisants, C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A, 288 (1979), 457-459.

[2] M. Kwieciński, L. Noirel, Sur une question de René Thom à propos des projections d'une stratification de Whitney. C. R. Acad. Sci. Paris Sér. I Math. 318 (1994), no. 2, 149 ?152.

[3] R. Thom, Ensembles et morphismes stratifiés, Bull. A.M.S. 75 (1969), 240-284.

[4] R. Thom, Stabilité structurelle et morphogénèse, Benjamin, 1972.

[5] D. J. A. Trotman and E. C. Zeeman, Classification of elementary catastrophes of codimension less than or equal to 5, Structural Stability, the Theory of Catastrophes, and Applications, Proceedings, Seattle 1975 (edited by P. Hilton), Lecture Notes in Math. 525, Springer, New York (1976), 263-327.