



HAL
open science

Mathématique, espaces et sciences sociales

Serge Thibault

► **To cite this version:**

| Serge Thibault. Mathématique, espaces et sciences sociales. 2005, 104p. halshs-00005861

HAL Id: halshs-00005861

<https://shs.hal.science/halshs-00005861>

Submitted on 5 Jan 2012

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MINISTERE DE LA RECHERCHE - DIRECTION DE LA RECHERCHE

**ACTION CONCERTEE INCITATIVE Terrains, techniques, théories
Travail interdisciplinaire en sciences humaines et sociales**

**Me2s - Mathématiques Espaces et Sciences Sociales
(Structure d'échange et de recherche partenariale)**



Convention n°0220449, Université de Tours, MSH Villes et territoires

Sommaire

Liminaire	p. 1
1. Séminaire Me2s	p. 3
11. Analyse spatiale et prétopologie	p. 5
12. Distances durées et cartographie	p. 12
13. Espaces habités et dynamiques spatiales	p. 14
2. Chantier Prétopologie et espace habité	p. 17
21 Espaces habités	p. 21
22 Prétopologie	p. 25
23 Notions prétopologiques, notions géographiques	p. 31
3. Chantier Frontière et centralité	p. 44
31 Frontière	p. 47
32 Centralité	p. 56
33 Outils	p. 59
34 Résultats	p. 74
35 Conclusion	p.103

Couverture : Jeux d'ombre et de lumière, installation, Festival des jardins de Chaumont, 2003. Les disciplines scientifiques sont comme des filtres qui permettent de découvrir telle ou telle dimension du réel. Les combiner peut permettre d'en découvrir la polychromie. A trop mélanger, on pourrait cependant n'obtenir que du gris.

Liminaire

La structure d'échange et de recherche partenariale, intitulée « *Conceptualisation des espaces habités, des sciences humaines et sociales aux mathématiques* » a été retenue par l'Action Concertée Incitative « Terrains, techniques, théories ; Travail interdisciplinaire en Sciences humaines et sociales » du Ministère de la recherche en 2002.

Le projet de travail que cette structure proposait était résumé comme suit : « *Alors que la spatialité est l'une des dimensions essentielles de l'organisation de nos sociétés, les sciences humaines et sociales se sont relativement peu confrontées à la conception de la notion d'espace, considérant peut-être qu'elle relevait d'abord du domaine de la philosophie ou des autres sciences, de la physique et des mathématiques notamment. Alors que les mathématiques offrent à la compréhension de l'organisation des espaces au moins l'une de ces trois catégories de structures fondamentales, les structures topologiques, les sciences humaines et sociales n'ont guère développé jusqu'à ce jour de tentatives de formalisation des espaces habités, usant au mieux de quelques géométries, géométrie euclidienne, géométrie fractale, etc., d'une partie de la topologie, la théorie des graphes tout d'abord, mais également quelques éléments de la théorie des espaces métriques. Mais les travaux qui ont été menés aux cours des dernières décennies portant sur la modélisation de quelques aspects des espaces habités sont assez nombreux et le dialogue interdisciplinaire maintenant suffisamment bien admis pour que l'on puisse espérer quelques renouvellements et ouvertures en matière de conceptualisation voire de formalisation de la structure ou des structures des espaces habités. Cette nécessité est d'autant plus grande que les sciences humaines et sociales ne peuvent plus s'en tenir à quelques représentations simples des structures des espaces habités pour rendre intelligible des organisations dont le caractère complexe est dorénavant bien admis.*

L'atelier proposé vise à explorer le travail de conceptualisation des espaces habités présupposant que la pré-topologie, de genèse récente et fondée sur un ensemble d'axiomes moins exigeants que la topologie peut se révéler être un corpus riche d'enseignements pour les sciences sociales. Nous présupposons que l'entrée par la pré-topologie n'est pas un simple prétexte, considérant que nombre des notions qu'elles utilisent et développent, entretiennent potentiellement des relations étroites avec celles qui caractérisent la spatialité des sociétés. Cette entrée doit permettre de les rendre plus visibles et ainsi poser la question d'une possible formalisation ou du moins d'une définition plus affirmée. Il conviendra fort probablement de ne pas s'en tenir comme ressource à ce seul domaine des mathématiques et ce en fonction de l'examen des recherches en sciences humaines et sociales qui contribuent à mieux définir ce qu'est la notion d'espace habité. »

Les travaux de cette structure, ré-intitulée par ses membres « **Mathématiques, espaces et sciences sociales** » (**Me2s**), se sont échelonnés sur une période, un peu plus grande que celle des deux années prévues initialement. Ils ont été organisés en trois parties complémentaires, un séminaire collectif et deux chantiers de recherche. Cette structure a également permis de définir ou aider à orienter des recherches qui sont toujours en cours de développement. Les travaux présentés par ce document sont ceux terminés, la première partie du document (Séminaire) présentant l'orientation des autres.

L'équipe de recherche.

Séminaire.

Ont participé aux travaux du séminaire,

Guy Barles, UMR CNRS 6083 Laboratoire de Mathématiques et Physique Théorique, Université de Tours

Sylvette Denèfle, UMS CNRS 1835 Villes et territoires, Université de Tours, MSH « Villes et territoires »

Denis Eckert, UMR 5053 Centre Interdisciplinaire d'Etudes Urbaines, Université de Toulouse 2 Le Mirail

Hervé Le Bras, Laboratoire de démographie historique (EHESS/CNRS)

Jacques Lévy, Ecole Polytechnique de Lausanne, Suisse

Philippe Mathis, UMR 6173 CITERES, Université de Tours, MSH « Villes et territoires »

Frédéric Mangolte, UMR 5127 CNRS Laboratoire de Mathématiques, -Université de Savoie

Serge Thibault, UMR 6173 CITERES, Université de Tours, MSH « Villes et territoires »

Chantier « Prétopologie et espaces habités»

Serge Thibault, UMR 6173 CITERES

Chantier « Frontière et prétopologie »

Direction : Serge Thibault, UMR 6173 CITERES,

Dominique Andrieu, ingénieur d'études, UMS CNRS 1835 Villes et territoires

Mai linh Cam, doctorante, UMR 6173 CITERES

Julien Coquio, doctorant, UMR 6173 CITERES

Laurent Guimas, UMR 6173 CITERES

Le document a été rédigé par Serge Thibault, sauf le chapitre 33, rédigé par Mai linh Cam. Les cartes ont été réalisées par Dominique Andrieu avec Mai Linh Cam, Julien Coquio et Laurent Guimas. Les photos sont de Serge Thibault.

1. Séminaire Me2s.

Le projet initial prévoyait une organisation des activités de la structures en trois moments ;

« Le premier consistera à recenser les recherches récentes en sciences humaines et sociales qui ont ou ont eu pour objectif direct ou indirect la théorisation de quelques aspects des espaces habités.

Le second, d'ordre consistera à confronter les éléments théoriques élaborés par les sciences humaines et sociales et les questions qu'ils posent, aux acquis formulés par diverses branches des mathématiques (pré-topologie, topologie, fractales, géométries non euclidiennes, etc.). Ce second moment sera conçu sous la forme d'un dialogue en séminaire....

Le troisième moment pourra être conçu sous la forme d'un retour au terrain : il consistera à une mise à l'épreuve des faits, de l'apport possible des mathématiques, toutes branches confondues, y compris les statistiques, à une formalisation des espaces habités. »

Cette organisation a été quasiment conservée, si ce n'est que sa première partie a été intégrée à la seconde et que la structure a débuté ses activités par la mise en place d'une série de séances de travail collectif permettant de définir tout ou partie du matériau et des orientations de la recherche.

La présentation du travail qui ressort de cette structure d'échange et de recherche partenariale est ainsi structurée en trois parties :

- **Séminaire.** Cette étape correspond aux rencontres et échanges qui ont eu lieu entre les partenaires de cette structure d'échange. Ces rencontres ont surtout servi à mieux définir ce que chacun des participants demandait à la confrontation entre connaissances mathématiques et connaissances géographico-sociales. Elles ont permis de dégager des pistes de recherche qui pour certaines ont fait l'objet des deux chantiers développés par cette structure et qui pour d'autres, sont en cours de développement.
- **Chantier « Prétopologie et espaces habités ».** La deuxième étape correspond à la formalisation des rapprochements qui ont été étudiés entre quelques notions géographiques et leur version prétopologique. Ce chantier a été développé dans une perspective interactionniste, supposant qu'elle ne pouvait que contribuer à nos représentations, savantes ou non de quelques-unes des notions mobilisées pour comprendre l'organisation de ces espaces.

- **Chantier « Frontière et prétopologie ».** La troisième étape correspond au retour au « terrain », avec la conception et la mise en œuvre d'un ensemble de traitements numériques visant à évaluer la pertinence de l'évaluation de l'accessibilité de tout lieu d'une agglomération urbaine à partir d'une approche prétopologique de cet ensemble, lui attribuant une partie intérieure et une frontière.

Le séminaire a permis de confronter, à partir de travaux des participants de la structure d'échange, leurs connaissances et points de vue sur quelques-unes des relations entre mathématiques et sciences sociales de l'espace. Elle a permis de définir les pistes de recherche que tout ou partie de ses membres allaient développer et celles qui parmi cet ensemble pourraient l'être durant la durée de vie de cette structure. Les membres de la structure ayant déjà établis au préalable des relations de travail (Recherche CartogrAm et recherche Les échelles de l'habiter notamment), il fut entendu que leurs échanges se poursuivraient au-delà de la durée de cette structure et qu'elle pourrait contribuer à définir des programmes de recherche qui seraient initiées par cette structure.

Ce séminaire a comporté huit séances de travail, échelonnées d'octobre 2002 à décembre 2003. Il a permis d'initier ou contribuer à définir quatre programmes de travail, les deux premiers ayant été réalisés durant les deux années de vie de la structure d'échange :

- Prétopologie et espace habité
- Frontière et centralité
- Distances durée et cartographie
- Espaces habités et dynamiques urbaines

Le premier de ces programmes correspond à une confrontation des sens attribués à quelques notions par la prétopologie mathématique et la géographie. Son contenu fut en partie établi à partir des échanges menés au cours de ce séminaire. Le deuxième vise à vérifier l'intérêt pour l'analyse spatiale urbaine de l'emploi de la notion de frontière au sens prétopologique. Ces deux derniers de cet ensemble sont en cours de développement, par Denis Eckert et Frédéric Mangolte pour le premier, piloté par Jacques Lévy pour le second.

Le texte qui suit, ne rapporte pas le contenu complet des huit séances de travail de ce séminaire. Il présente seulement quelques-uns des éléments principaux qui ont contribué à établir ces programmes de recherche. Pour les deux premiers, leurs éléments issus du séminaire ont été regroupés, puisque ces deux programmes portent sur la relation entre prétopologie et analyse des espaces habités. Cette présentation des éléments principaux du séminaire n'a pas le statut d'un texte complet. Elle est bâtie à partir des éléments principaux qui ont permis de bâtir les chantiers terminés et ceux en cours de prolongement. Ce sont des extraits d'un séminaire qui se voulait être avant tout un lieu d'échange et de débat.

11. Analyse spatiale et prétopologie

L'analyse bibliographique montre que la prétopologie est quasiment un domaine méconnu des chercheurs qui travaillent sur l'espace des sociétés. La topologie, plus ancienne, est un peu plus connue, ce qui ne veut pas dire que son contenu mathématique est utilisé par les sciences sociales. L'emploi du terme topologie est fréquent lorsque les chercheurs évoquent ou traitent de rapports spatiaux, comme la proximité, l'éloignement, la connexité, la séparation, etc., qui ne sont pas définis à partir de la distance euclidienne ; les sciences sociales conceptualisent l'espace en s'appuyant sur deux catégories, la topologie et la topographie qui elle, est relative à une disposition des éléments spatiaux définie par la distance commune.

Parmi les membres de la structure, Serge Thibault développe depuis plusieurs années un travail peu encore diffusé, portant sur l'emploi de la prétopologie pour représenter quelques aspects de l'organisation des espaces habités. Les notions abordées comme celle de continu et de frontière, font partie d'un ensemble de termes plus ou moins couramment utilisés en sciences sociales (continu, continuité, frontière, voisinage, réseau, etc.) et qui sont également des notions clés de la (pré)topologie.

111 De quelques notions

a. Continu

Cette notion et celle de continuité ne sont pas nécessairement très distinctes en sciences sociales alors qu'en mathématiques, elles le sont. La notion de continuité est en fait celle qui est la plus couramment utilisée en sciences (sociales) de l'espace (continuité de l'espace bâti pour ne citer qu'un exemple).

La notion de continu est quelque peu différente. Elle est moins utilisée en sciences (sociales) de l'espace. Pour les mathématiques, un continu désigne un ensemble qui peut être recouvert par un nombre fini de parties (particulières, notion de compacité, et d'un seul tenant c'est à dire qui ne peut pas être séparé en deux parties disjointes, deux parties sans intersection (alors que la continuité est un rapport particulier entre deux espaces). Pour autant, la notion de continu est probablement fondamentale pour les sciences (sociales) de l'espace car elle renvoie à la notion d'ensemble homogène.

La définition du continu par la prétopologie n'est pas (ou plus) la simple traduction de cette relation entre objet et espace occupé par l'objet : un continu est un connexe compact. La connexité est relative à la non disjonction des parties de l'objet. La compacité traduit le caractère « fini » de l'objet.

b. Connexité/Fermeture

La notion de connexité est liée à celle de fermeture. La fermeture d'une partie en prétopologie est le plus petit fermé contenant la partie.

La notion de fermé est construite à partir de celle d'extension ou d'accroissement (opérateur a) qui à toute partie (A) lui fait correspondre son accroissement (encore appelé adhérence) tel que :

$$A \subset a(A)$$

A est dit fermé si $A = a(A)$; il ne peut donc être étendu à partir du mode de définition de l'opérateur d'extension.

Un ensemble est connexe si ses fermetures ne peuvent pas être isolées les unes des autres.

c. Intérieur

De façon duale, l'intérieur d'une partie A ($i(A)$) est obtenu à partir de l'adhérence du complémentaire de la partie.

$$i(A) = E - a(C(A)) \text{ donc } i(A) \subset A$$

De façon symétrique, A est un ouvert si $i(A) = A$. L'ouverture de A , ($O(A)$), est le plus grand ouvert contenu dans A .

La donnée de (a,i) définit une prétopologie.

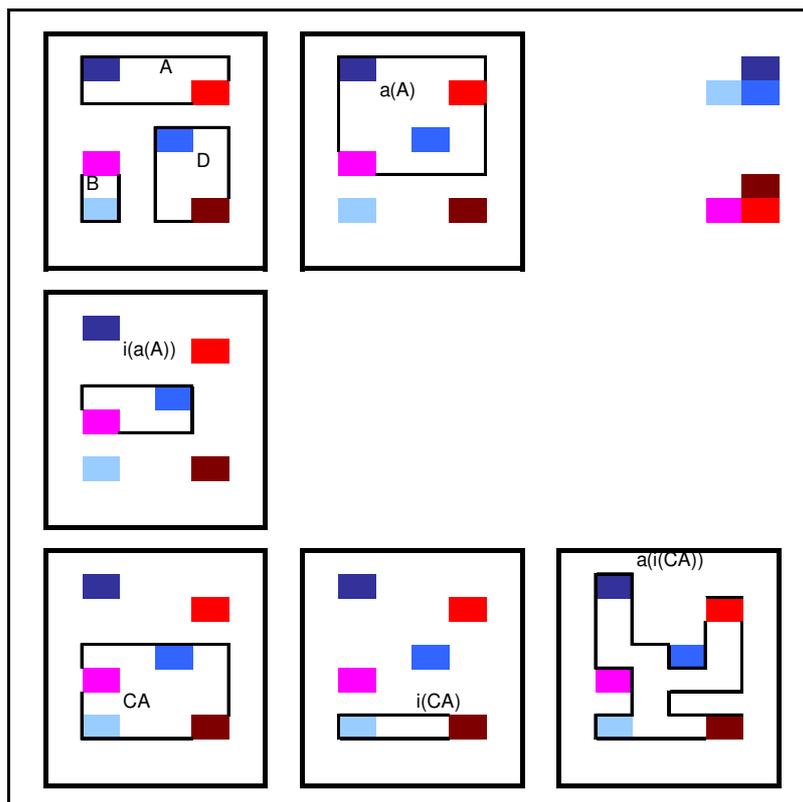
d. Frontière

A partir de la donnée d'un mode d'extension, la prétopologie définit de façon très élémentaire la notion de frontière :

$$fr(A) = a(A) - i(A)$$

112. Exemple

L'ensemble suivant est muni d'un opérateur d'accroissement qui, à une partie, lui associe des éléments de l'ensemble qui possède une couleur immédiatement proche de ceux de la partie, la proximité étant définie comme suit, Bleu foncé, bleu moyen et bleu pâle ou marron, rouge et rose. On montre qu'un tel ensemble est connexe.



Comme un ensemble est un compact lorsqu'il peut être recouvert par un nombre fini d'intérieur et comme l'ensemble E donné en exemple est égal à $Pour i(C(A)) \cup i(C(D)) \cup i(C(B))$, c'est un connexe compact, un continu.

113. Discussion

Jacques Lévy regrette que la prétopologie use de termes d'une façon quelque peu éloignée de leur sens commun, voire de façon contradictoire. Il en est ainsi selon lui des notions d'extension ou d'adhérence et surtout de frontière.

Serge Thibault indique que la prétopologie (tout comme la topologie) est probablement confrontée à un problème de désignation. En ce qui concerne les notions d'extension ou d'adhérence, la prétopologie est basée sur l'usage d'un opérateur d'extension (a), encore dénommé de dilatation, d'alliance, d'accroissement, etc., qui à toute partie A d'un ensemble E lui fait correspondre a(A) qui contient A. N'y aurait-il pas de termes permettant de dénommer l'ensemble de départ et ce qui lui est rajouté par le biais d'un processus d'extension? Et il est vrai que les mathématiciens ont choisi pour ce type particulier d'ensemble (a(A)), de le dénommer par le processus de création : a(A) est nommé adhérence de A. L'emploi de ce terme d'adhérence par la topologie est justifié par ce qui sert à définir le mode d'adhérence d'un élément à un ensemble : x adhère à E si tous les voisinages de x ont une intersection non vide avec E. Selon cette définition l'adhérence ne désigne pas uniquement les éléments qui s'ajouteraient à E mais également ceux de E. En effet la topologie est une théorie

ensembliste, telle que l'appartenance d'un élément à un ensemble E est équivalente à une intersection non vide de tous ses voisinages avec E (au minimum l'élément lui-même). Le nom de l'ensemble $a(A)$ est celui de la propriété ensembliste de ses éléments. L'adhérence de A n'est pas seulement ce qui lui est associé par l'opérateur d'extension.

Le sous ensemble, inclus dans A, obtenu par le complémentaire de l'adhérence de son complémentaire est désigné d'intérieur : $i(A) = E - C(a(CA))$. Cette dénomination est à priori moins problématique, même si la notion d'intérieur pour les sciences sociales a peut être un sens plus profond que celui proposé par la prétopologie.

Tout comme pour la notion d'adhérence, le débat sur l'écart de signification est à débattre.

Serge Thibault souligne sa préférence pour les notions de fermeture et d'ouverture qui correspondent aux ouverts et fermés de la topologie. En prétopologie, A est fermé si $a(A) = A$ et A est ouvert si $i(A) = A$. La fermeture de A est le plus petit fermé contenant A et son ouverture est le plus grand ouvert inclus dans A. Avec la fermeture, $a^n(A)$, il n'y a plus d'extension possible, relativement au choix du mode d'extension. De même pour $i^m(A)$. L'intérieur est donc bien un sous-ensemble qui ne peut pas être atteint par extension de son environnement en sa direction. Cet intérieur est donc « coupé » ou « séparé » de son environnement.

La fermeture de A représente donc dans E, l'ensemble ou l'espace qui contient A, un ensemble « homogène » par rapport au mode d'extension.

Reste à débattre de l'intérêt pratique et conceptuel de ces définitions pour les sciences sociales de l'espace¹.

Jacques Lévy souligne l'écart entre le sens géographique attribué à la notion de frontière et celui proposé par la prétopologie, voire la topologie. La frontière est ce qui sépare une entité territoriale de ses voisines (à compléter par Jacques Lévy mors de la prochaine séance). C'est donc une ligne, une enveloppe. Le départ obligé de Jacques Lévy ne permet pas d'approfondir en sa compagnie le débat.

Serge Thibault propose d'examiner ce point plus en profondeur. Il rappelle que la notion topologique de frontière résulte d'une différence ensembliste :

$$fr(A) = F(A) - O(A) \text{ avec } F \text{ fermeture et } O \text{ ouverture}$$

C'est donc un contenu qui est entre l'intérieur d'une partie et sa fermeture.

¹ A titre de réflexion, ce débat peut s'alimenter de la difficulté à définir des ensembles urbains (aires urbaines, etc.), sachant que la prétopologie n'offre qu'une notion tout compte fait rudimentaire, celle d'extension donc de seuil qui est fort voisine de celle utilisée par la géographie pour définir des ensembles urbains.

Bord et frontière

Tout d'abord, appelant bord de A la différence entre A et $O(A)$, $br(A) = A - O(A)$, si c'est ouvert, comme un disque D de rayon r et de centre 0 et contenant les points x tel $x < r$, D n'a pas de bord et sa frontière est l'ensemble des points tels que $x = r$.

Si D est fermé, contenant donc les points $x = r$, il y a identité entre son bord et sa frontière.

1 - Frontière « ligne » et topologie métrique

Si l'on considère la frontière comme la ligne qui sépare deux espaces géographiques (deux territoires donc), la topologie qui peut en rendre compte est celle basée sur la métrique euclidienne.

Soit A et B deux espaces séparés par une frontière et la notion de boule de centre x et de rayon r, $(b(x, r))$.

Tout point x de A adhère à A car toute boule de centre x a une intersection non vide avec A.

Il en est de même pour tout point de la frontière (ces points de la frontière adhèrent également à B par définition).

Si f est cette frontière, $f = F(A) \cap F(B)$.

La liaison entre topologie et frontière au sens commun du terme se fait par l'usage de la notion de boules et d'une métrique euclidienne simple.

2 - Frontière « discrète » et prétopologie

2 -1 Frontière entre deux espaces A et B, constituée par des ensembles de deux postes frontières, ceux de A et ceux de B.

Considérons donc deux espaces géographiques A et B définis chacun d'eux par un ensemble fini de lieux, tous en réseau. Considérons comme points de séparation entre ces deux espaces, les lieux constitués pour chacun d'eux par deux postes pour un lieu de passage, l'un pour A et l'autre pour B.

Pour retrouver cette configuration élémentaire, il faut utiliser la prétopologie et un opérateur d'adhérence (a) élémentaire, tel qu'à toute partie P on lui associe les lieux avoisinants, extérieurs à P, en relation d'ordre 1 avec P, c'est à dire accessibles à partir d'une seule liaison, à condition que ces points ou lieux fassent partie de A, si P est dans A.

Au bout de n itérations, $a^n(P)$ est fermé. $a^n(P)$ est A avec ses postes frontières.

De même pour toute partie de B.

$a^n(P)$ est un fermé mais également un ouvert puisque c'est le complémentaire de B, le fermé de toutes ces parties.

Ce qui pour la prétopologie signifie que A et B n'ont pas de frontière puisque la fermeture de A est également son ouverture. De plus l'ensemble $A \cup B$ n'est pas un connexe puisqu'il est séparable en deux ouverts ou fermés disjoints ou la fermeture de A ou de B n'est pas l'union des deux.

2 - 2 Frontière entre deux espaces A et B, constituée par des lieux ou nœuds, communs à A et B.

Avec ce type de représentation, la fermeture de toute partie de A est A avec les lieux de passage de A à B et qui appartiennent selon le choix fait, à A et B.

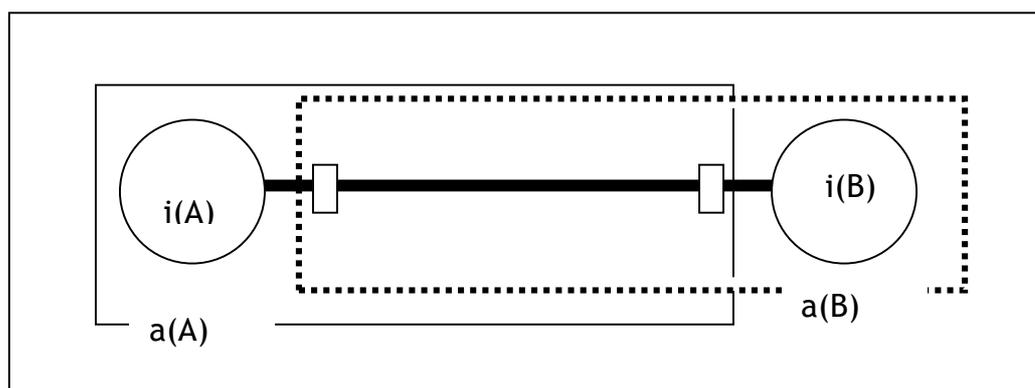
La frontière de A est la même que celle de B et est les lieux de passage.

Avec cette représentation, l'intérieur de A n'est pas A, mais A sans les lieux de passage. De même pour B.

Prétopologiquement, A et B ont bien une frontière.

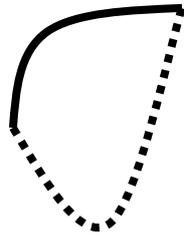
Prétopologiquement $A \cup B$ n'est pas connexe, selon le choix fait pour l'opérateur d'adhérence ; la fermeture de A ne donne pas $A \cup B$. Alors qu'au sens de la topologie, il le serait puisque $A \cup B$ ne peut pas être séparé en deux fermés disjoints.

Considérant les points de passage d'un espace à un autre, c'est une frontière si l'on considère ces lieux comme étant commun à A et B. Par exemple, il faut considérer comme lieu de passage entre deux aires urbaines, les deux gares et la liaison entre elles. Ces deux gares et cette liaison appartiennent tant à A que B et constituent un élément « frontière », commun à A et B.



Ce qui tend à signifier que lorsque l'on entre dans la gare de A ou de B, on est à la fois en A et B et que cette frontière, le lieu « commun » à A et B possède une plus ou moins grande « épaisseur ».

Guy Barles rappelle que les points du bord d'un ensemble A sont ceux de la frontière qui sont dans A . Ainsi, une partie A peut présenter un bord tout en étant ouvert, donc sans bord ailleurs.



Ces notions de bord et de « limite imprécise » se retrouvent en traitement des images. Une image est l'association à des points (x,y) du plan par exemple d'une valeur $(u(x,y))$ qui peut varier sur l'intervalle $(0,1)$, 0 pour le noir par exemple et 1 pour le blanc et entre, une graduation de valeurs correspondant à une gamme de gris.

En faisant un rapide parallèle avec la question de la délimitation des espaces urbains, c'est comme si la séparation nette entre une agglomération et son environnement correspondait à un saut « brutal » du 0 au 1, alors qu'une séparation floue correspondrait à une graduation entre 0 et 1. Cette graduation pourrait correspondre à la notion de confins utilisée en géographie qui propose par ailleurs trois catégories d'inter spatialité, l'interface, l'emboîtement et la co-spatialité.

Les notions de bord et de « limite » imprécise renvoient uniquement à la question de l'interface : un bord est une interface clairement définie.

Les travaux de Serge Thibault ne portent que sur cette catégorie, les gares, les roades et autres systèmes d'échanges entre un milieu urbain et son environnement étant des bords.

114. Poursuite.

Le contenu des débats du séminaire sera engagé dans la confrontation du sens attribué par la géographie et la prétopologie à un ensemble de notion commune. Ce travail fait l'objet du premier chantier. Il sera poursuivi par un chantier consacré à l'évaluation de l'accessibilité d'un lieu à partir d'une prétopologie de l'espace conduisant à considérer deux parties fondamentales, son intérieur et sa frontière.

12 Distances durées et cartographie

Ce programme de recherche est en cours de développement. Il est mené par par Denis Eckert et Frédéric Mangolte

121. Problématique

L'espace géographique se caractérise par une pluralité de distances. La plus commune est la distance kilométrique². Considérant la surface terrestre, l'on sait fort bien, depuis le 18^{ème} siècle, localiser tous les lieux de la terre. La cartographie scientifique est quant-à elle confrontée aux problèmes de représentation lorsque son support n'est pas sphérique. Se pose alors la question des opérateurs de projection sur les supports autres que la sphère, comme le plan par exemple.

Aujourd'hui, considérant toujours le caractère anthropocentrique de la mesure, la distance kilométrique est de moins en moins pertinente pour définir la configuration des espaces géographiques sociaux.

Si l'on prend comme unité de mesure non plus la distance kilométrique mais une mesure issue directement des temps de déplacement (avec la vitesse donc), on peut se demander quelle est la configuration des espaces relevant de l'usage de cette mesure.

Jusqu'à maintenant la représentation des espaces géographiques basée sur l'usage des temps de déplacement s'appuie sur des déformations d'un support, l'espace géographique établi à partir de la distance kilométrique usuelle. Les résultats obtenus résultent d'un processus de déformation (cartes de C. Cauvin par exemple) issu de l'usage d'opérateurs de transformation, issus de la mécanique des matériaux (qui se déforment lorsqu'ils sont soumis à des contraintes). D'autres approches « chiffonnent » l'espace usuel pour faire apparaître les distances entre lieux à partir d'une référence de base (la distance temps la plus courte), comme les chrono cartes de P. Mathis.

Le travail mené par D. Eckert et F. Mangolte n'est pas le prolongement ou l'amélioration des modèles existants. Il part du principe qu'un ensemble (de lieux) muni d'une relation binaire, reliant ou non tout couple d'éléments (un graphe donc) et évaluée par les distances-temps les plus courtes qui relient les éléments, possède une structure, une configuration, qui devrait pouvoir être représentée, au-delà du seul tableau des distances-temps entre ces lieux. Cette représentation recherchée donnerait à « voir » une certaine « topologie » des lieux, notamment les « voisinages » qui ne peuvent guère apparaître par une simple lecture d'un tableau.

² Cette mesure de distance a remplacé l'unité de lieue qui pour les déplacements terrestres pédestres correspondait à 4kilomètres, c'est à dire approximativement la distance parcourue en 1heure.

La discussion engagée porte notamment sur cette question de la structure de l'ensemble, les possibilités d'analyse de tableau pour la définir, du rapport entre cette configuration recherchée et son support initial, l'espace commun, etc.

122. Perspectives de travail

a. Travaux théoriques : recherche d'outils mathématiques

1.1.- Hypothèses à partir du théorème de Gauss-Bonnet, à approfondir. Sur la dimension topologique intrinsèque des objets, articulée entre détail du local (existence de structures métriques locales mais associées pourtant à des invariants topologiques globaux : exemple de la sphère). Lectures en cours.

Hypothèse : les données de DD ont peut-être une dimension intrinsèque. Cela pourrait même être démontrable, dans la variante la plus optimiste. Partir de nombres pour arriver à la fin à un "déchirement" de la topologie banale qui soit compatible avec les données DD.

1.2.- Autre piste :

Les quasi-isométries. Il s'agit de transformer les données (les modifier à l'intérieur de bornes définies) pour :

- Rendre les données euclidiennes
- Faire plonger la dimension

Attention : tout est dans les limites qu'on se fixe (les bornes de modification des données) car la théorie dit qu'on peut toujours arriver à « euclidianniser », mais en détruisant à la limite la structure des données.

b. Travaux pratiques : recherche de données

Il est à ce stade indispensable de constituer un grand ensemble de données

Il faut organiser et faire valider par le groupe un protocole de saisie des données de DD. Quel ensemble de lieux choisir ?

c. Démarches possibles :

- un pavage régulier de l'espace (dont le pas et la structure restent à définir)
- des ensembles de lieux géographiques pertinents définis *a priori*, comme des listes de villes
- des semis de population, chaque point représentant par exemple 10000 personnes.

13. Espaces habités et dynamiques spatiales

Les débats et échanges menés sur le thème des dynamiques de l'espace habité ont été intégrés dans la définition d'un programme dont l'assise scientifique est plus large que les seuls participants au séminaire Me2s. Dorénavant appelé « *Our inhabited space* », ce programme est piloté par Jacques Lévy. Il associe Martin Schuler, Vincent Kaufmann, Vincent, François Gaulay, tous trois de l'E.P.F.L. de Lausanne, Guy Barles, Serge Thibault et Dominique Andrieu de l'université de Tours.

131. Problématique

La dynamique est une partie de l'analyse urbaine qui vise, en faisant appel à des théories et modèles plus ou moins compliquées, à rendre compte des modifications de l'organisation des espaces habités. Les approches mises en œuvre peuvent être globalement qualifiées de systémiques, l'espace urbain étant bien souvent décrit en termes de système dont les parties et l'organisation dépendent de l'évolution et des rapports entre paramètres et données. Cette analyse fait appel à des modèles issus de la modélisation mathématique des systèmes dynamiques par des systèmes d'équations différentielles et aux dérivées partielles. Les plus récents ont tenté d'utiliser les résultats de la théorie des catastrophes, de la théorie des bifurcations, etc. Bien souvent intéressantes et passionnantes en matière de formalisation et de réflexions qu'ils traduisent, ces modélisations n'ont pas nécessairement donné des résultats probants³.

Le programme de recherche issu du séminaire Me2s n'a pas pour objectif de compléter cette voie de l'analyse urbaine à partir d'une critique de son contenu mais vise à prendre en compte le rôle de chacun des individus, considérant qu'il est un agent de la dynamique urbaine. Certes, il n'est pas le seul agent et peut-être ni le plus important, si tant est qu'il puisse être possible de définir une hiérarchie. L'hypothèse de départ de ce programme est que son rôle peut-être modélisé afin de vérifier qu'un ensemble d'actions individualisées, peut conduire à modifier l'organisation et le contenu des espaces urbains. Cette position considère que le citoyen n'est pas simplement un utilisateur des espaces conçus par d'autres mais également un acteur de leur évolution et transformation.

³ Pour plus de détail, voir notamment :

- Lung Yannick, *Auto-organisation, bifurcation, catastrophe...les ruptures de la dynamique spatiale*, Talence, Presses Universitaires de Bordeaux, 1987, 177p.
- Thibault, Serge, *Bifurcation, catastrophe, chaos, complexité, formalisation, fractales, graphe, mathématiques et sciences sociales, physique, système, théorie des jeux, topologie* (28p.) (articles) dictionnaire « *géographie et sciences sociales de l'espace* » sous la direction de Jacques Lévy et Michel Lussault, mars 2003, Edition Belin

La réalisation de ce programme de recherche s'appuie donc sur deux types de modélisation,

- Une modélisation de l'action du citoyen ordinaire,
- Une modélisation de l'espace habité en tant que résultat de ces actions et leur ressource.

La suite de ce texte est dédiée à quelques éléments issus du séminaire et portant sur ces deux axes.

132. L'acteur citoyen

Après de nombreux échanges, il fut entendu que ne serait modélisée que l'action des citoyens, liée au changement résidentiel. Ce dernier modifie le contenu et l'organisation des espaces urbains. Cette modélisation pose de nombreuses questions dont,

- celle de l'unité sociale (« l'individu »), sachant que l'on oscille entre la personne et le ménage,
- celle des préférences dont la liste et l'organisation vont construire la décision de changement de lieu de résidence
- celle du logement dont le « paramétrage » doit tenir compte de son environnement.

Les débats sur ces questions et bien d'autres n'ont pas encore permis de résoudre tous les problèmes posés par la modélisation des changements résidentiels. Il fut entendu que le modèle construit serait une maquette permettant de voir en quoi des dynamiques individualisées peuvent faire basculer (bifurquer) l'état d'une partie d'un espace urbain. Pour ce faire, ces parties doivent être représentées par quelques caractéristiques.

133. Lieu et potentiel d'accès

Jacques Lévy a suggéré qu'un espace ne soit pas uniquement défini par son contenu mais surtout par ses rapports à son environnement. Par exemple, l'accessibilité d'un lieu peut-être l'une de ses caractéristiques.

Il s'agit alors d'attribuer à un lieu une valeur qui représente un potentiel d'accessibilité à partir de lui, comme le nombre de personnes atteignable par un déplacement d'une durée particulière. Cette valeur caractérisant la relation d'un lieu à son environnement pourra être cartographiée.

Afin de définir les modes de calcul de cette valeur, il a été demandé à Ph. Mathis de présenter le travail cartographique qu'il a développé à l'occasion d'une recherche pour le compte de l'Observatoire de l'Aménagement des Territoires en Europe. La partie de cette recherche pilotée par les chercheurs de Tours porte sur l'étude des relations entre transport et aménagement. Cette partie s'appuie sur un

travail d'ordre cartographique confronté aux impératifs d'une représentation prenant en compte non pas le seul espace mais également le poids de ses populations. Sur le fond de carte ainsi réalisé, Ph. Mathis dispose les réseaux. Et le résultat obtenu est bien plus évocateur qu'une carte traditionnelle.

Au-delà de cet aspect, les échanges ont porté sur l'usage de la géométrie fractale pour valuer un lieu par l'accès à son environnement et par ce qui est atteint. En effet, l'accès à cet environnement relève de l'usage de réseaux de transport qui peuvent être géométriquement caractérisés en termes de déploiement à partir d'un lieu considéré comme l'origine.

En généralisant le propos initial, on pourrait attribuer à chaque lieu une grandeur qui est en quelque sorte son « couple » (au sens de la mécanique), $C = \sum (1/d_i) * M_i$, M_i étant la « masse » du lieu i atteint au bout de la « distance » d .

Si l'on se donne une « distance » d et si P est ce qui peut être atteint, alors le potentiel peut être défini par

$$(1/d)*P(d)$$

On pourrait introduire une première généralisation en considérant tout une gamme de « distances »,

$$\sum (1/d_j)*P(d_j)$$

Pour définir le potentiel de la zone considérée il faut probablement affecter cette valeur à la « population » à laquelle elle s'adresse,

Soit P_a cette population

$$\sum (1/d_j)*P(d_j)*P_a$$

On obtient alors un potentiel qui s'apparente à un modèle gravitaire si l'on « homogénéise » la formule précédente,

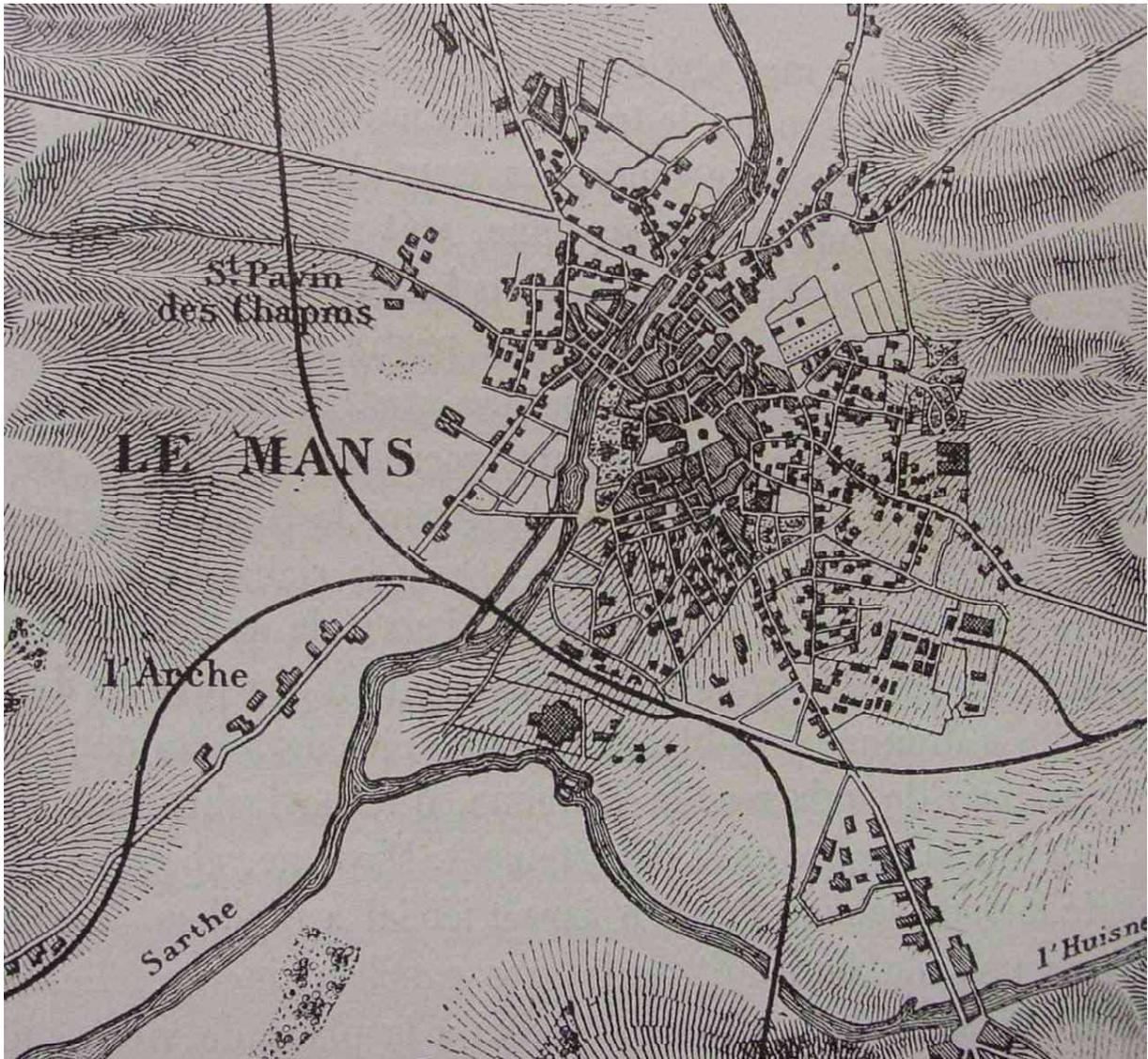
$$\sum (1/d_j)^2 * P(d_j) * P_a$$

Autrement dit, c'est un modèle d'allocation de ressources qui prend autant de formes qu'il y a de fonction $f(d)$ pour traduire l'effet de la distance sur l'accès à $P(d)$. Cela peut-être classiquement $1/d$ (modèle gravitaire), e^{-d} , etc.

Ces éléments sont engagés dans un programme de recherche piloté par Jacques Lévy.

2. Chantier prétopologie et espaces habités

Serge Thibault



Cette carte qui représente l'agglomération dont je suis originaire, date du dix-neuvième siècle et figure dans la belle géographie d'Elysée Reclus. Au-delà de son intérêt personnel, elle m'avait frappé par sa qualité graphique toute particulière et son niveau de détail. Par cette représentation, la ville du Mans de cette époque n'est pas qu'une partie de l'espace, une simple surface occupée par le bâti. On devine le paysage, du moins son dénivelé. On devine la localisation de sa place centrale, figuré par un carré blanc et un rond en son centre. Et qui connaît un tant soi peu cette ville, saura que ce carré blanc est bien la place de la République qui,

aujourd'hui fait encore office de centre dans nos représentations communes. On devine une partie plus densément bâtie que le reste, comprenant la vieille ville au bord de la Sarthe, la ville plus moderne, entourant la place de la république. Et autour de cette partie de la ville, la densité est plus faible. On peut alors quasiment cerner chaque habitat, chaque maison, en bordure des voiries qui progressivement se dispersent à partir du centre. Ce sont les principales voies qui relient la ville à Laval, Alençon, Chartres, Tours et Angers. Cette partie beaucoup moins dense est encore à cette époque principalement située à l'est de la ville, avec un grand espace peu bâti au nord, les quinconces des Jacobins.

Vers le sud, le passage de l'Huisne fait apparaître une tête de pont urbaine, le quartier de Pontlieue qui sera au cours du vingtième siècle l'un des lieux privilégiés du développement urbain et aujourd'hui, l'un des sites les plus accessibles et le mieux desservis de l'agglomération. La ville est là, il suffit d'explorer cette carte qui porte quasiment en sur-impression, les nouvelles voies ferrées et la gare, qui, telle une porte au sud de cette ville, l'ouvre, sur Paris, Rennes, Nantes, etc. Au sud encore, l'hôpital au centre de son grand domaine, entouré de murs.

Depuis cette époque, la géographie de cette ville, devenue agglomération, a continué à se transformer. Les voies de sorties se sont très fortement densifiées en habitat et lieux d'activités. Les espaces non bâtis, d'abord à proximité du centre, puis de plus en plus loin, se sont remplis. Pontlieue, rapidement rattaché au restant de la ville, s'est considérablement développé vers le sud, incluant quasiment le célèbre circuit des vingt-quatre heures, l'aéroport à proximité et toutes les zones d'activités situées alentour. La rocade et les autoroutes sont arrivés au cours des quelques dernières décennies. Le tramway fait sa réapparition. On parle de temps en temps d'une nouvelle gare TGV, au nord de l'agglomération. L'organisation de la ville évolue, gardant plus ou moins trace de ses structures anciennes.

L'espace de la ville n'est pas une simple figure géométrique. Avec cette carte, on devine des parties, plus ou moins semblables, plus ou moins séparées, plus ou moins distantes. On ne sait pas trop si la ville est bien délimitée ou si elle s'effiloche. Les voies tracées la relient à d'autres villes qui ne sont bien évidemment pas figurées, problème d'échelle. On devine des proximités, de la connexion. On lit de la contiguïté. On use de propriétés topologiques pour passer du dessin de l'espace habité à la ville en tant qu'organisation.

21 Espaces habités

22 Prétopologie

23 Notions prétopologiques, notions géographiques

Les sciences de l'espace sont celles ou parties de celles qui visent à rendre intelligible l'organisation, les processus d'organisation et de production des espaces habités, ainsi que celles ou parties de celles qui étudient les rapports subtils, entretenus et construits entre les individus, les groupes sociaux ou sociétés et l'espace. L'aménagement, science de l'ingénierie des espaces habités, c'est à dire celle met au centre de ses préoccupations l'aide à la conception de leur transformation et gestion, la géographie, science qui vise à rendre intelligible l'espace des sociétés en tant qu'organisation, organisante et organisée, mais également la psychologie de l'espace, science des rapports construits entre l'individu et l'espace, l'anthropologie, la sociologie, l'économie, etc., sont quelques-unes des sciences sociales qui attribuent à l'espace une place plus ou moins importante. A coté d'elles, les mathématiques avec tout d'abord la géométrie, ses prolongements analytiques et algébriques, mais également la topologie et la prétopologie, occupent une place bien particulière¹. La géométrie et la topologie représentent les domaines qui portent deux conceptions de l'espace que l'on oppose communément. L'objet de la géométrie est de définir ce qu'est une forme en tant qu'ensemble de points, de définir ses propriétés et de la mesurer. L'espace de la géométrie est celui qui contient ces formes. Il est communément défini comme une étendue sans fin. Cette branche des mathématiques est née de la nécessité de disposer d'un corpus permettant de mesurer les formes de notre espace quotidien comme leur longueur, surface, volume, etc. Cet espace du quotidien est celui de l'expérience de la géométrie, du moins à sa fondation. La topologie et la prétopologie ne sont pas une partie de la géométrie ou une des ses extensions. Le but de la topologie et de la prétopologie est d'établir un corpus permettant de définir les notions de voisinage, de proximité mais également de séparation entre les parties d'un ensemble dès lors qu'il est muni d'une structure le permettant. Cette branche des mathématiques conduit à concevoir l'espace comme le résultat de propriétés relationnelles et de voisinage entre ses éléments constitutifs. Cette définition de l'espace qui n'est plus une étendue supportant quelques formes mais un ensemble engendré et organisé par les relations de voisinages entre ses éléments, est celle qui prévaut dans la définition générale de ce qu'est un espace mathématique ; il est identifié par la structure qui relie et associe de façon particulière les éléments d'un ensemble². Sur le plan conceptuel, il peut être avancé que les mathématiques constituent une matrice qui, à une époque donnée, condense les conceptions de l'espace qui

¹ La géométrie est l'une des deux sources fondatrices des mathématiques, l'autre étant l'arithmétique, mesurer pour l'une, compter pour l'autre.

² Un espace topologique correspond à une structure et un ensemble de parties. La structure est définie par des propriétés ensemblistes d'union et d'intersection qui associent les parties, appelées ouverts ou fermés selon ces propriétés. Un espace vectoriel est également un ensemble d'éléments et une structure, celle que la géométrie a identifiée comme étant composée des propriétés reconnues comme étant celles des vecteurs de l'espace usuel. Un espace métrique est un ensemble d'éléments dont les propriétés topologiques sont issues de la distance usuelle. La notion d'espace euclidien ne correspond pas uniquement à notre espace usuel, identifié par les propriétés (observées) qui ont fondé l'axiomatique d'Euclide. C'est tout espace vectoriel (réel) muni d'un produit scalaire.

traversent toutes les sciences. Mais il ne faudrait pas retenir de cette hypothèse que seuls les mathématiques englobent toutes nos conceptions de l'espace. En effet, la mathématisation est un processus de formalisation qui, externe, est engendré par notre expérience sensible de l'espace. Il est interne lorsqu'il correspond à la résolution de problèmes spécifiques aux mathématiques¹. La géométrie, la topologie et la prétopologie sont le fruit de cette double mathématisation. Elle correspond donc à la formalisation de notre expérience de l'espace usuel par la création de notions plus ou moins spécifiques et internes au champ des mathématiques, permettant d'assurer sa cohérence. Ce travail de formalisation conduit à la constitution d'un corpus qui, en retour, modifie nos représentations communes de l'espace. C'est dans cette perspective interactionniste qu'a été développé ce chantier, partant de l'hypothèse que les notions prétopologiques ou topologiques pouvaient informer nos représentations de l'espace habité. Cet espace dont il est question tout au long de ce chantier n'est donc pas conçu comme une étendue vide et qui supporte ici où là bas tels ou tels objets, qui serait le siège de tels ou tels phénomènes, événements et situations. L'espace dont il est question, peut être quasiment défini de la même façon que le sont ceux des mathématiques : c'est un ensemble d'éléments avec des rapports (spatiaux) organisés, dont on peut faire l'hypothèse qu'ils sont établis à partir de quelques structures, identifiées ou non, connues ou non, explicites ou non, et qu'en retour, ces rapports construisent ces structures.

Trois parties présente ce chantier. La première, intitulée «Espaces habités », définit les types d'espace pour lesquels ce chantier avait été initialement conçu. La deuxième rappelle les quelques notions de base de la prétopologie, utiles à la compréhension de la suite. La troisième partie confronte des notions prétopologiques pouvant être rapportées à l'espace géographique, au sens qui leur est donné par la science géographique.

¹ La géométrie, source des mathématiques, correspond d'abord à ce travail de mathématisation externe, par la formalisation de notre expérience sensible de notre espace usuel, avec la création de ses notions fondamentales, point ligne surface, etc. Sa face interne correspond au travail sur la cohérence de la géométrie qui débouchera sur la constitution d'un champ pluriel, l'ensemble des géométries. De même, la topologie, initialement dénommée l'*Analysis Situs*, visait à résoudre des problèmes de voisinage, de connexité, issus de notre expérience de notre espace usuel. Bien vite, la topologie s'est considérablement enrichi pour résoudre des problèmes internes aux mathématiques, liés à la formalisation des processus de convergence.

21. Espaces habités

L'objectif de ce chantier est de voir en quoi certaines notions prétopologiques ou topologiques renouvellent ou transforment le sens attribué à quelques-unes des notions spatiales, utilisées habituellement par les sciences sociales de l'espace et tout particulièrement la géographie. Ce chantier est issu d'un travail débuté depuis plusieurs années et qui, dès son origine, considérait que les notions formalisées par la topologie ensembliste pouvaient être fort utilement mises en œuvre pour mieux définir quelques propriétés des espaces bâtis.

Au cours de ce chantier, quelques-unes des notions fondamentales de la prétopologie ou de la topologie ont été mises en œuvre sur des espaces particuliers, principalement des agglomérations urbaines. Cela ne signifie pas que les espaces pour lesquels cette recherche a été menée se réduisent à ces seuls cas : les espaces concernés par ce chantier sont tous ceux dont la connaissance de l'agencement est recherchée. La notion d'agencement désigne l'organisation d'une partie de l'espace, c'est à dire les rapports de contiguïté, de proximité, de voisinage, mais également d'éloignement, de séparation entre ce qui la compose, c'est à dire ses éléments matériels, ses individus, ses groupes d'individus, mais également ce qui se passe sur la partie considérée, c'est à dire ses situations. La définition d'un arrangement peut inclure la localisation de ses éléments, s'appuyer sur la distance qui les sépare, sans pour autant se résumer à cette seule dimension de l'espace.

Les espaces concernés par ce chantier se définissent donc plus par la structure ou les éléments théoriques mis en œuvre pour leur étude que par leur contenu. Ceux qui furent à la base du projet de recherche et qui a conduit à la réalisation de ce chantier, sont les espaces habités sachant que le sens attribué à cette notion est plus étendu que celle habituellement proposée par les sciences sociales¹. Nous qualifierons d'habités tous ceux qu'un individu, un groupe, une société, organisent, aménagent et pratiquent, en totalité ou partiellement, qu'ils correspondent ou non aux espaces qu'un individu ou un groupe d'individus considère comme étant engagé

¹ Pour ces sciences, la définition de l'espace habité est relative à une unité sociale que ce soit un individu ou un groupe d'individus défini par sa structure sociale, constituant ainsi un espace social. Lorsque l'unité sociale considérée est un individu, son espace habité contient habituellement le logement, reconnu comme étant le noyau de cet espace, son élément central. Mais il peut contenir tous les espaces appropriés, c'est à dire ceux que l'individu considère comme étant engagés dans la construction et la réalisation de sa personnalité, ceux qu'il considère comme étant représentatifs de son être social. L'espace habité peut contenir tous les lieux de mémoire, ceux qui sont particulièrement affectionnés sans pour autant être nécessairement pratiqués avec une forte récurrence, etc. Cette notion d'espace habité recouvre donc des espaces dont l'ensemble peut être très largement différent de celui constitué par les espaces habituellement pratiqués, du moins du point de vue de l'individu. Ainsi défini, la notion d'espace habité peut être étendue à un groupe social ou une société s'il est possible de concevoir de nouveau ce groupe ou cette société comme un être collectif pour lequel l'espace est une ressource en matière de constitution et d'organisation.

dans son ontogenèse et identifié comme tel par l'individu ou le groupe. Les espaces habités ne se réduisent donc pas aux agglomérations urbaines quelle que soit leur taille. Ils correspondent aux espaces bâtis ou construits, en totalité ou seulement en partie. Ils peuvent donc également comporter une part identifiée comme étant naturelle, c'est à dire avec des espaces qui n'ont pas été conçus par l'Homme.

Les développements proposés, visant à rendre compte de l'apport de la prétopologie pour les sciences de l'espace, peuvent probablement être étendus à tout type d'espace, dès lors qu'ils sont le résultat d'un arrangement de leurs composants et que l'on s'intéresse plus à cet agencement qu'à la seule localisation de ses éléments constitutifs.

211. Un système d'espaces

Dès lors que tout espace est défini par la conjonction de ses éléments et d'une structure, entendue comme étant ce qui fait que ces éléments sont ensemble, associés, combinés, reliés mais également séparés, plus ou moins distants et isolés, dès lors que pour les espaces qui nous intéressent, ces éléments sont des objets, naturels ou construits, des individus ou groupes d'individus d'une population qui y vit de façon permanente ou non, l'espace habité interagit avec deux espaces qui en sont la condition. L'un correspond à la localisation de ses éléments, nécessairement propre à chacun d'eux, si proches soient-ils. L'autre correspond à l'agencement spatial de ses composants, objets et individus, considérant que l'habitation d'un espace est une fonction organisante de cet agencement et organisée par lui. Alors que chacun de ces espaces peut être considéré en tant que tel, les trois constituent un système dont l'habitation serait la dynamique organisationnelle.

a. Espace adressé. Chaque élément qui compose l'espace habité, que ce soit un objet, un groupe d'objets, un individu, un groupe d'individus, est, à un moment donné, en un endroit qui lui est spécifique. Etre en son propre endroit, en son lieu, est la condition de l'existence simultanée des éléments qui composent l'espace. Inversement, l'espace est la condition de l'existence simultanée de ces éléments¹. Chacun d'eux est donc défini par sa position au sein de cet espace qui peut alors être conçu comme le support de ces positions, qu'elles soient reconnues comme étant absolues ou relatives. Pour cette partie de l'espace habité, tout élément (E), à un moment donné, est adressé, possède une localisation $X(E)^2$,

¹ Stéphane Lupasco a défini depuis fort longtemps déjà l'espace comme une conjonction contradictionnelle, c'est-à-dire ce qui permet à des objets différents d'exister en même temps. Le dit temps, quant à lui, est engendré par le conflit entre l'identité et la différence, conflit qui constitue le fondement même de la notion de changement ; le temps apparaît alors comme une disjonction contradictionnelle, c'est-à-dire ce qui permet à une même chose d'être identique et différente (LUPASCO S., (1987), *Le principe d'antagonisme et la logique de l'énergie*, Paris, L'esprit et la Matière, Le Rocher, seconde édition, 137p.)

² La dimension de cet espace correspond au nombre d'informations qui sont nécessaires pour aller d'un point de l'espace à un autre. L'espace usuel de la géométrie est à trois dimensions. L'espace

$$E \longrightarrow X(E)$$

b. Espace agencé. L'espace habité ne se résume pas à des points ou parties repérées par leur seule position sur un espace conçu comme étant un espace support. Il ne se résume pas à des objets ou individus, ensembles d'objets ou d'individus, distants, puisque chacun en sa propre localité. C'est un espace composé d'objets, de groupe d'objets, d'individus, de groupe d'individus et qui constituent des agencements. Un agencement est une organisation spatiale plus ou moins stable, plus ou moins permanente. C'est une composition de relations, une composition de voisinages, une organisation qui résulte du jeu de la proximité et de l'éloignement. Un agencement constitue une totalité organisée ; la notion de lieu lui correspond si nous admettons que le lieu est une unité spatiale, une sorte de système au sein duquel chacun des composants est défini relativement à ces voisins, l'ensemble constituant une organisation spatiale. La connaissance d'une partie (E) de l'espace habité en tant qu'agencement ne se résume donc pas à celle de la localisation de ses éléments. Elle vise à rendre intelligible l'espace en tant qu'organisation d'objets, d'individus. Cette connaissance est liée aux propriétés topologiques (A(E)) de l'espace,

$$E \longrightarrow A(E)$$

c. Espace habité. Les objets qui composent cet espace, leur fonction, ce qu'ils font, ce à quoi ils servent, résultent de ce qu'ils sont et de la façon dont ils sont conçus et traités par les individus et groupes d'individus. En retour, l'activité d'un individu par rapport à ces objets et parties de l'espace, est liée au potentiel d'action, de projet, qu'offre cet espace et ses composants. Nous pouvons ainsi considérer que la relation des individus ou groupe d'individus à l'espace oscille entre deux positions ou mieux, les combine. Pour l'une, l'action des individus résulte des propriétés de l'espace en tant qu'agencement conçu pour quelques finalités. Pour l'autre, l'agencement de l'espace est le résultat d'une négociation entre ce pour quoi il pourrait avoir été conçu et ce à quoi il peut servir. L'espace habité (E) peut être défini comme le fruit d'une interaction, entre ses composants matériels, son agencement spatial et les individus (I) et groupes d'individus qui le fréquentent. *Nous appellerons habiter cette interaction et habitat son résultat.*

$$E \longrightarrow (E,I)$$

212. Prétopologie et espace agencé

La prétopologie comme la topologie générale permet de rendre intelligible des organisations, des agencements, par l'usage de notions issues de celles de

correspondant aux abonnés du téléphone est à 10 dimensions. Celui du courriel est au moins à trois voire quatre dimensions.

voisinage, de proximité et non pas par la seule mobilisation de la distance, usuelle ou non. En ce qui concerne les espaces habités, l'étude de l'apport de la prétopologie porte donc sur l'une de ses dimensions, celle que nous avons qualifiée d'espace agencé.

22. Prétopologie¹

La constitution de la prétopologie, dont l'essentiel résulte des travaux d'un groupe de chercheurs qui s'est intitulé Z. Belmandt², s'appuie sur des travaux initiés par Maurice Fréchet, le « père » des espaces métriques et qui cherchait déjà à réduire la complexité axiomatique de la topologie ensembliste ou générale. Comme cette topologie, la prétopologie traite des questions de proximité, de voisinage, sans rapporter ces notions à l'usage d'une distance. La distance n'est donc pas l'opérateur qui structure la prétopologie. Celui qu'elle utilise est élémentaire, tout en étant très général ; Il associe à une partie son extension. C'est à partir de ce simple opérateur qu'est bâtie la prétopologie, constituée sur une succession d'hypothèses structurelles, de plus en plus fines mais contraignantes. Avec certaines d'entre elles, la prétopologie devient une topologie. Rappelons que la constitution de la topologie ensembliste s'est appuyée sur la généralisation des propriétés structurelles des intervalles ouverts et fermés de la droite des réels. Une topologie est la donnée d'un ensemble de parties d'un ensemble E, telle que l'union d'un nombre quelconque d'entre elles, comme l'intersection d'un nombre fini, est stable, propriétés ensemblistes qui sont vérifiées pour les intervalles ouverts de la droite des réels.

On conviendra qu'établir des propriétés topologiques pour un espace quelconque sur la base d'un ensemble de ses parties, vérifiant nécessairement cette axiomatique de l'union et de l'intersection, n'est guère aisée, voire possible. La topologie procède d'une mathématisation interne, appuyée sur l'extension des propriétés topologiques de la droite des réels à des ensembles quelconques. Fort utile pour bien formaliser des notions comme celle de voisinage afin de résoudre des problèmes mathématiques, comme celui de la convergence par exemple, l'application de la topologie à la résolution de problèmes plus usuels et moins formalisés s'est révélée peu efficace. C'est ainsi que la prétopologie a été constituée progressivement, à partir d'une structure plus élémentaire et plus simple que celles propres aux intervalles ouverts et fermés de la droite des réels.

221. Prétopologie quelconque

Rendre intelligible un agencement, c'est étudier comment ses éléments ou parties sont structurées entre elles. La prétopologie propose de partir d'un processus qui permet d'associer à une partie A d'un ensemble E, elle-même, augmentée de son extension, l'ensemble constituant $a(A)$ tel que,

¹ La présentation faite en ces pages de la prétopologie est très sommaire. Elle en donne les premiers éléments principaux, utiles à la compréhension de la suite. Pour compléter cette rapide présentation, il convient de se rapporter à l'ouvrage qui fait l'objet de la note suivante.

² Belmandt Z. (1993), *Manuel de prétopologie et ses applications*, Hermès, Paris, 318p.

$$A \subset a(A)$$

Si l'on considère le complémentaire de A dans E, CA, le complémentaire dans E de l'extension de CA donne l'intérieur de A tel que,

$$i(A) \subset A$$

L'intérieur d'une partie est donc ce qui ne peut pas être atteint de son extérieur (son complémentaire dans E) par le processus d'extension. L'opérateur i, dual de a, correspond à une réduction de A, avec,

$$i = C.a.C \text{ et inversement, } a = C.i.C \text{ avec } C \text{ complémentaire,}$$

222. Fermés et ouverts

Lorsque l'extension de A ne donne rien d'autre que A elle-même, cette partie est dite fermée,

$$A \text{ fermée} \Leftrightarrow a(A) = A$$

En référence à la complémentarité des ouverts et fermés de la théorie des ensembles, si le complémentaire de A, CA, est fermé, l'intérieur de A est A elle-même. La partie sera alors qualifiée d'ouverte,

$$A \text{ ouverte} \Leftrightarrow i(A) = A$$

La notion de fermé proposée par la prétopologie est voisine de son sens commun si l'on considère qu'un objet est fermé lorsqu'il n'échange rien avec son environnement, du moins pour le type de relation pris en considération. Par contre la notion d'ouvert utilisée par la prétopologie diffère sensiblement de son sens commun. Pour ce dernier, un objet est ouvert s'il est accessible ou si partant de lui, on accède à son environnement. En prétopologie, un objet est ouvert s'il correspond à sa réduction, c'est à dire qu'il ne peut pas être atteint de son environnement, du moins pour l'opérateur d'extension pris en compte. Cette différence provient de la complémentarité ouvert/fermé proposée par la théorie des ensembles et utilisée en prétopologie.

La définition prétopologique de l'ouvert est donc contre intuitive ; elle est bâtie sur une équivalence entre la partie et son intérieur et non pas sur l'existence de relation entre la partie et son environnement. Si cette dernière situation définissait la notion d'ouvert, alors A serait dite ouverte si,

$$A \subset a(A) \text{ et } i(A) \subset A$$

Si seulement l'une des deux conditions était réalisée, alors la partie serait semi-ouverte ou semi-fermée. Avec une telle définition, la notion de fermée pourrait s'énoncer comme ci après et correspondre à la notion de partie isolée,

$$A = a(A) \text{ et } i(A) = A$$

Une telle partie n'entretient pas de relation avec son complémentaire et inversement, son complémentaire n'entretient pas de relation avec la partie.

223. Fermeture et ouverture

Une partie A peut être un sous-ensemble d'une partie ou de plusieurs parties qui la contiennent. Ainsi A peut-être inclus dans plusieurs fermés et contenir plusieurs ouverts, définis selon les règles proposées par la prétopologie. Elle réutilise la notion de fermé issue de la topologie et la définit comme la fermeture d'une partie, le plus petit fermé contenant A. A l'inverse, l'ouverture de A est le plus grand ouvert contenu dans A. Comme le démontre la prétopologie, lorsqu'elle est quelconque, l'existence de cette fermeture et ouverture n'est pas assurée en règle générale.

Il peut en être ainsi dans les situations correspondant à des jeux d'alliances entre partenaires. L'extension d'une partie A peut-être plus grande que celle obtenue lorsque A est couplée avec B : autrement dit l'association de A et B n'hérite pas de leur alliance respective. Cette situation peut-être schématisée comme suit, en considérant un ensemble E de trois parties (x, y, z) :

a(P)	E	E	E	xy	xz	yz
P	x	y	z	xy	xz	yz
i(P)	x	y	z	∅	∅	∅

x, tout comme y et z, perd un allié (z) en s'associant avec y. x est contenu dans trois fermés, E, xy et xz. Leur intersection redonne x qui n'est pas un fermé puisque $a(x) = E$.

Seule, l'existence d'une fermeture et d'une ouverture permet de séparer, donc distinguer clairement les composants d'un ensemble, relativement à l'opérateur d'extension choisi ; cette possibilité n'est pas en règle générale assurée. Elle l'est lorsque la prétopologie est d'un type particulier, isotonique, c'est à dire telle¹,

$$\text{si } A \subset B \text{ alors } a(A) \subset a(B)$$

¹ Cette prétopologie est dite de type V car elle permet d'introduire la notion de voisinage, avec les mêmes propriétés que celles de la topologie.

224. Bord, abord et frontière

Par simple application de l'opérateur d'extension, une partie A est tout d'abord dotée de deux sous-ensembles, son intérieur $i(A)$ et son extension $a(A)$. L'incrémentation de cette application conduit au bout de n étapes à obtenir le fermé contenant A , $f(A)$, au bout de m étapes, son ouvert, $o(A)$.

Lorsque la prétopologie est isotonique, toute partie est alors dotée de sa fermeture, $F(A)$ et de son ouverture, $O(A)$, respectivement le plus petit fermé la contenant et le plus grand ouvert contenu dans la partie.

a. Bord. La notion de bord utilisée par la prétopologie, correspond au sens communément attribué à cette notion ; le bord d'un objet est son enveloppe il en fait intégralement partie et correspond à sa partie qui le sépare de son environnement. Cette définition commune peut être représentée par la relation suivante, celle proposée par la prétopologie :

$$b(A) = A \cap a(CA) \text{ ou } A - i(A)$$

avec $b(A)$, bord de A

b. Abord. Cette partie peut être définie comme étant ce qui proche de A et contenant ce qui entoure la partie A ;

$$ab(A) = a(A) \cap CA \text{ ou } a(A) - A$$

avec $ab(A)$, abord de A

c. Frontière. La prétopologie définit cette partie comme étant la somme du bord et de l'abord,

$$fr(A) = b(A) \cup ab(A)$$

avec $fr(A)$, frontière de A .

De prime abord, une telle définition de la frontière ne semble pas correspondre à son sens commun, si l'on réduit le sens de la notion de frontière à la ligne qui sépare un espace de son environnement. Cette définition pourrait plus correspondre à la notion de bord ou à celle d'abord. Mais en règle générale, la notion de frontière associe deux fonctions antagonistes. Elle sépare deux territoires et les relie.

Le bord et l'abord prétopologiques correspondent chacun d'eux au principe de séparation. L'union des deux donne une partie intermédiaire entre l'intérieur de A et ce qui est au delà de son extension. Elle possède une épaisseur, comme la membrane qui relie le noyau d'une cellule à son environnement. Elle correspond à

la notion géographique de confins, c'est à dire l'espace qui sépare et appartient à deux espaces en contact.

225. Voisinage

C'est l'une des notions fondamentales de la topologie ensembliste et de la prétopologie. C'est par elle que sont traités les problèmes de proximité. Cette notion possède une portée opérationnelle quand la prétopologie est de type V, c'est à dire isotonique.

La prétopologie définit la notion de voisinage de A comme étant toute partie de E dont l'intérieur contient A,

$$V(A) = (B \in P(E) / A \subset i(B))$$

Une telle définition du voisinage pourrait être reconnue comme étant sensiblement différente de son sens commun s'il était réduit à ne contenir que ce qu'il y a, à proximité de quelques chose, contenir ce qui lui est proche, sans pour autant contenir la chose. S'il fallait maintenir une telle définition commune, elle pourrait correspondre à la notion d'abord.

La définition prétopologique est à la fois plus subtile et plus large. La constitution des parties d'un ensemble correspond déjà à la mise en œuvre d'un principe de rassemblement. Les voisinages d'un élément de E, par exemple, sont parmi toutes les parties qui le contiennent, uniquement celles dont l'intérieur contient l'élément considéré. Comme l'intérieur correspond à ce qui ne peut pas être atteint par extension de l'extérieur, les voisinages sont un sous-ensemble bien particulier de toutes les parties qui contiennent l'élément.

226. Prétopologies particulières

Une prétopologie quelconque n'assure pas l'existence en règle générale de la fermeture et de l'ouverture, donc de parties clairement distinctes de leur complémentaire pour l'opérateur d'extension mis en œuvre. Les propriétés prétopologiques restent alors peut nombreuses et pas suffisamment riches pour mener une analyse structurelle fine. Les prétopologies suivantes possèdent des propriétés plus larges que les quelconques.

Prétopologie de type V. Nous avons déjà évoqué cette structure qui correspond au cas de l'isotonie,

$$\text{si } A \subset B \text{ alors } a(A) \subset a(B)$$

On démontre alors que la donnée pour chacun des éléments de l'ensemble d'un préfiltre¹, permet de lui associer une prétopologie.

Prétopologie de type Vd. Elle est celle qui vérifie la propriété de stabilité suivante :

$$a(A \cup B) = a(A) \cup a(B)$$

Avec cette propriété, les ouverts et fermés possèdent alors des propriétés de stabilité par l'union et l'intersection. Cette prétopologie est alors une topologie si de plus, pour toute partie, son extension est un fermé et son intérieur, un ouvert.

Prétopologie de type Vs. Avec une telle prétopologie, les propriétés des parties sont l'union de celle de ces éléments ; l'extension d'une partie est la somme de celles de ces éléments.

$$a(A) = \cup a(x) \text{ pour tout } x \in A$$

¹ Un préfiltre de x est un ensemble de parties contenant x , tel que si une partie contient l'une d'elles elle fait nécessairement partie du préfiltre. Le préfiltre d'un élément joue le rôle de voisinage comme nous l'avons précédemment défini. Et pris comme tel, il permet de définir la prétopologie qui lui est alors associé.

23. Notions géographiques, notions prétopologiques

La présentation fort succincte des quelques notions de base de la prétopologie nous a déjà conduit à confronter le sens attribué par cette partie des mathématiques à leur représentation commune, bien souvent la plus élémentaire. Cette branche des mathématiques n'est pas issue, en totalité ou en partie, de la formalisation de notions traitant des espaces géographiques. Pour autant, elle fait un large emploi de termes couramment utilisés pour désigner telle ou telle partie ou propriété de ces espaces. De plus, on peut considérer que le travail actuel de fondation ou de re-fondation, mené par quelques chercheurs en science géographique, a pour objectif de renouveler l'objet de cette science et tout particulièrement celui de la géographie humaine, tout comme ses hypothèses de travail et les notions qu'elle mobilise, en constituant un ensemble de définitions particulières qui peuvent être plus ou moins distinctes de leur version commune. Ce travail de re-fondation qui porte tant sur les méthodes que le champ de la géographie, vise à l'instaurer en tant que science de l'espace des sociétés, analysé et conçu à partir d'hypothèses de travail argumentées, solides et consistantes et non plus comme un domaine de connaissance à visée très largement descriptive et moins compréhensive. La plupart de ces hypothèses porte sur des notions spatiales qui jusqu'alors, avaient des définitions somme tout peu précises, sans pour autant être nécessairement incertaines, et bien souvent, si ce n'est pour la plupart, proches d'un sens reconnu par tous. Il en était ainsi de notions aussi fondamentales qu'importantes, que sont celle d'espace, de distance, de proximité, de lieu, frontière, limite, intérieur, etc., des notions qui n'appartiennent pas qu'au seul domaine des sciences de l'espace des sociétés, comme la géographie. Cette scientification de la géographie la conduit à proposer un ensemble de définitions portant sur l'espace qui ne sont plus nécessairement la simple réplique de leur sens commun, afin de disposer d'outils de travail plus fins et en cohérence avec la visée compréhensive de cette science. Cette scientification la conduit également à proposer un registre spécifique de notions qui ont peu à voir avec la géométrie, un registre dont l'originalité provient de son objet, l'espace des sociétés, c'est à dire un espace ni neutre ni simple support, mais en relation de co-existence et de co-définition avec l'individu et la société. L'espace géographique n'est plus l'espace de sa cousine géométrie mais celui de la spatialité c'est à dire des relations entretenues et construites entre un individu, un groupe et leurs espaces.

Cette partie repose sur l'hypothèse que cette fondation ou re-fondation ne peut pas ignorer le travail mené par d'autres courants scientifiques et qui s'appuient sur des notions dont les dénominations sont partagées. La topologie et de la prétopologie font partie de ces courants. Ils peuvent donc être explorés pour voir en quoi ils contribuent ou non à mieux définir quelques notions spatiales, bien souvent fondamentales, utilisées par les sciences de l'espace des sociétés. Il ne s'agit pas d'affirmer que les définitions proposées par tel ou tel courant sont surplombantes pour telle ou telle raison ; l'objectif est seulement d'affirmer la

richesse du dialogue interdisciplinaire pour les partenaires engagés dans l'aventure.

Ce dialogue est l'objet même de cet atelier. Cette partie aborde au titre de l'expérimentation seulement quelques-unes de ces notions partagées et les traite assez sommairement. La suite du travail, plus approfondi, porte sur les seules notions de frontière, centre et centralité.

231. Distance

La distance a tout d'abord été essentiellement une notion spatiale. En tant que telle, elle caractérise ce qui sépare deux points d'une étendue, la longueur du chemin non orienté et le plus court qui relie l'un de ces points à l'autre, et réciproquement. A partir de cette donnée de l'expérience, l'analyse mathématique propose une définition bien précise de la distance ; est ainsi nommée, toute application qui possède les propriétés de la distance usuelle, c'est à dire,

$$d(x, y) \in R +$$

$$d(x, y) = d(y, x) \text{ symétrie}$$

$$d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y \text{ identité}$$

$$d(x, y) \leq d(x, z) + d(y, z) \text{ inégalité triangulaire}$$

$$\forall x, y, z \in E$$

Un espace muni d'une telle application entre ses éléments est un espace métrique, un espace pour lequel une mesure d'espacement mais également de voisinage rapporté à la distance entre ses éléments est possible, quel que soit le type d'élément. Par ce processus de généralisation d'un ensemble de propriétés initialement géométriques à l'analyse, la généralisation étant l'une des démarches principales de constitution du corpus mathématique, la distance n'est plus uniquement une caractéristique propre à l'étendue spatiale. Elle permet de traiter la proximité entre entités, à partir de grandeurs qui les caractérisent. Cette généralisation conduit à préciser quelques notions dont celle d'identité ou de coïncidence qui jusqu'alors étaient peu interrogées lorsque la distance n'était qu'une caractéristique de l'espacement entre entités sur une étendue spatiale. En effet, pour la géométrie, la distance est ce qui sépare deux points considérés sans contenu, si ce n'est d'être défini par des coordonnées dont le nombre est la dimension euclidienne de l'espace support. Lorsque la distance vaut zéro, ces deux points sont au même endroit et n'en constituent plus qu'un. Ce principe d'identité n'est donc pas contraire avec l'idée que deux entités distinctes ne peuvent pas occuper la même place en un même temps.

La généralisation de la notion de distance rend plus ouverte la définition de ses propriétés. En effet, la mesure de distance entre entités n'est plus uniquement réalisée à partir de grandeurs spatiales qui caractérisent la position d'un élément dans l'espace, mais à partir de grandeurs qui caractérisent l'objet en tant que contenu et contenant mais également ses relations à son environnement, c'est dire l'espace qui le contient. Alors qu'avec la détermination de ses positions, il pouvait être entendu qu'un point de l'espace était totalement représenté, lorsque la distance définit la plus ou moins grande proximité, ressemblance, coïncidence, d'une entité quelconque par rapport à une autre, mais comparable, la valeur de cette distance dépend des grandeurs utilisées et qui définissent ainsi l'entité. C'est ainsi que pour un jeu de grandeurs, une entité peut être distante de l'autre et pour

un autre jeu de grandeurs, pourrait lui coïncider. Que deux individualités ne puissent pas occuper le même endroit au sein d'un espace géographique et que cela soit même la condition de leur existence, n'implique pas qu'une distance liée à l'une de leurs propriétés (mesurables) ne puisse pas être nulle.

La généralisation du concept de distance permet donc de l'utiliser pour des espaces qui ne sont pas des espaces géométriques, des espaces définis par la localisation de leurs objets contenus. Mais une telle généralisation conduit tout d'abord à définir ce que la distance mesure, donc à définir le contenu de l'application. Comme le montre l'exemple suivant, la distance peut même caractériser la constitution d'ensembles, c'est à dire le rassemblement d'entités, toutes vérifiant une propriété commune.

Considérons un ensemble E de parties et une proposition p. Nous dirons que l'identité de deux parties quelconques A et B de E est vérifiée que si p est vrai pour A et B. Dans ce seul cas, nous dirons que $d(A,B) = 0$. Pour tous les autres, nous dirons que $d(A,B) = 1$. Nous pouvons aisément vérifier que d est alors une distance qui ne prend, certes, que deux valeurs, de type logique, 0 pour vrai, 1 pour faux. Le tableau suivant montre le respect de l'inégalité triangulaire :

p pour A	0	0	0	0	1	1	1	1
p pour B	0	0	1	1	0	0	1	1
p pour C	0	1	0	1	0	1	0	1
d(AB)	0	0	1	1	1	1	1	1
d(AC)	0	1	0	1	1	1	1	1
d(BC)	0	1	1	1	0	1	1	1
$d(AB) \leq d(AC) + d(BC)$	oui							

Si E représente un ensemble d'individus et la propriété p, l'appartenance ou non de l'individu à tel ou tel partie de l'espace géographique, un lieu, un réseau, par exemple, la distance entre deux individus vaut zéro s'ils vérifient la propriété, sans que pour autant ils occupent le même endroit, si l'on considère cette fois ci leur localisation dans l'espace géographique. Ils sont identiques seulement au titre de la propriété. Cette propriété définit le profil ou contenu mesuré de l'objet¹.

Les structures topologiques et prétopologiques n'ont pas été constituées à partir de la distance définie comme application entre éléments d'un ensemble. Rappelons

¹ Un tel exemple montre que l'usage par l'analyse mathématique de la notion initialement géométrique de la distance peut conduire à faire coïncider des grandeurs qui par ailleurs apparaissent bien différentes. Il n'a rien de surprenant à cela puisque le calcul de la distance dépend des grandeurs utilisées et le résultat est nécessairement relatif à ce choix. L'illustration proposée et affectée aux nombres réels conduit à dire que 1 n'est pas distant de 2 si la proposition correspond à mettre ensemble des entiers. La généralisation de la distance par l'analyse mathématique a conduit à traiter des problèmes de proximité jusqu'alors ignorés, comme le voisinage de fonctions par une mesure de distance basée sur l'intégration (intégrales de Riemann, de Lebesgue, etc.)

que ces structures sont issues de familles de parties, ouverts, fermés ou voisinages, pour la topologie, extension et intérieur, pour la prétopologie. Pour autant et comme dans la plupart des cas, les espaces les plus intéressants et les plus riches de propriétés mathématiques, sont ceux obtenus par combinaison de structures, comme les espaces métriques, les espaces vectoriels normés, par exemple. La topologie n'ignore donc pas la distance puisqu'il est très simple de lui associer une structure topologique¹.

La distance est l'une des notions clés de la géographie, science qui vise à rendre intelligible l'espace comme ensemble d'éléments ou de parties, organisé et structuré par la distance. Elle n'est pas qu'un résultat, c'est dire une mesure d'espacement, mais plus fondamentalement, une ressource, un opérateur engagé dans l'organisation des espaces habités, considérant que la spatialité, c'est à dire les relations entretenues et construites entre les individus et l'espace s'appuie sur la réduction, voire l'annulation ou au contraire, l'augmentation de la distance entre réalités sociales et spatiales. Ce rôle attribué à la distance par les sciences de l'espace habité n'est pas sans relation avec la généralisation de la notion de distance proposée par l'analyse mathématique ; la distance entre objets, individus, réalités sociales, etc., est un complexe dont l'une des composantes est la distance spatiale. Cette proposition qui tout compte fait ne surprendra guère, conduit à envisager l'espace géographique comme étant organisé par une structure qui organise les relations entre la distance spatiale et la distance sociale.

Le sens attribué aux notions de distance par la géographie est donc voisine conceptuellement de celui utilisé par les mathématiques et rassemblée dans la notion d'espace métrique. La distance est, comme nous l'avons déjà souligné pour les sciences de l'espace des sociétés, la condition de l'espace. Cette proposition, qui fait de la distance une ressource géographique, est liée au principe d'identité, bien souvent énoncé comme suit, « *en une étendue, il ne peut y avoir deux objets, deux réalités différentes, au même endroit, en même temps* ». Un tel énoncé pourrait conduire certains à affirmer que la distance ne peut jamais être nulle entre deux réalités distinctes. Cette proposition satisfait le sens commun si l'on considère l'espace en tant qu'étendue, réceptacle de « corps », d'individualités, qui ne peuvent être, au plus, que contiguës, les unes à coté des autres, à moins de disparaître en tant que telles. Qu'il en soit ainsi pour l'espace, avec une distance jamais nulle entre individualité, n'a rien de contradictoire avec une distance (sociale) qui peut, quant à elle, en certaine circonstance, prendre la valeur zéro. Comme nous l'avons souligné, La coïncidence entre x et y, lorsque la distance vaut zéro, n'a de sens que pour le seul contenu ayant servi à définir l'application, sachant que les éléments x et y peuvent avoir plus de substance ou de contenu que ce par quoi ils sont représentés pour évaluer la distance qui les sépare.

¹ Cette association est élémentaire. Un ouvert est bâti à partir de la notion de boule ouverte de centre x, c'est à dire le sous-ensemble qui contient tout élément y tel que $d(x,y) < r$.

En résumé, la définition géographique de la distance, qui lie sa version géométrique à sa version analytique, combine trois niveaux complémentaires.

Pour le premier, la distance est un résultat mais d'abord une ressource, un opérateur qui, par réduction, annulation ou augmentation de l'espacement entre réalités géographiques, est l'un des principaux moteurs de l'organisation des espaces habités ; la distance est une ressource organisationnelle.

Pour le second, l'étude des propriétés d'un agencement spatial de réalités géographiques peut s'appuyer sur l'utilisation de structures topologiques ou prétopologiques qui ne sont pas nécessairement bâties à partir d'une distance, ce qui n'annule pas le rôle de la distance en tant que structure organisationnelle.

Pour le troisième, l'usage d'une métrique peut donner des distances nulles, entre réalités géographiques, traduisant la coïncidence des réalités pour l'application représentée par la distance, mais pas nécessairement pour toute la substance de ces réalités.

La distance est donc à la fois un opérateur et une structure. En tant que structure, elle n'est pas nécessairement engagée dans la compréhension de l'organisation des espaces habités. Lorsqu'elle l'est, sa définition n'est pas toujours spatiale. De plus, ses quatre propriétés qui fondent les espaces métriques, ne sont pas toutes nécessairement vérifiées, comme la symétrie. Tout récemment, la généralisation de l'usage de la distance temps pour rendre intelligible l'organisation et la dynamique de réalités géographiques, a pu conduire certains à considérer que l'inégalité triangulaire pouvait ne pas correspondre aux propriétés observées ou calculées. Cette inégalité triangulaire n'est pas vérifiée en règle générale lorsque l'on assimile l'étendue de l'espace-temps est celle de l'espace ordinaire qui le supporte. En fait, elle devrait probablement l'être si l'on considère qu'à cet espace-temps correspond une étendue spécifique et qui n'est pas l'espace ordinaire, mais une représentation par l'étendue de l'espace temps.

232. Intérieur, extérieur

Ces notions apparaissent peu dans nombre de dictionnaires de géographie. Pour autant elles font partie du langage géographique, comme l'indique les termes suivants, pays ou régions intérieures, l'intérieure de la ville, d'un quartier, etc. Communément la notion d'intérieur représente un espace en deçà des limites qui le séparent de son extérieur. La topologie associée à cette notion s'appuie sur trois ensembles, l'extérieur, l'intérieur et la limite qui sépare l'un de l'autre. De plus, l'intérieur désigne bien souvent une partie de l'espace, éloignée de son extérieur, peu sous son influence. Ce rapport à l'influence de l'extérieur rapproche cette représentation commune de la notion d'intérieur de celle développée par les sciences du vivant ; un milieu intérieur est l'environnement au sein d'un organisme qui contient ses parties cellulaires et qui assure le maintien, tant faire que se peut, des conditions de vie des parties cellulaires. A la différence de la définition commune, ce milieu intérieur est un environnement pour ce qu'il contient.

La définition prétopologique de l'intérieur désigne la part d'une partie qui n'est pas accessible de l'extérieur, selon les modalités représentées par la mise en œuvre de l'opérateur d'extension,

$$i(A) = C.a.C(A)$$

Une application successive de l'extension peut conduire à réduire progressivement le contenu de cet intérieur, à moins qu'à une étape donnée, la réduction n'opère plus : la partie restante est alors qualifiée d'ouverte,

$$i(A) = A$$

Pour la prétopologie, l'intérieur est donc défini par un opérateur de réduction, dual d'un opérateur d'extension. La mise en œuvre de cette approche conduit à relativiser son sens commun qui en fait quasiment le centre géométrique d'un espace (habité), c'est à dire la partie la plus éloignée de sa limite. Par exemple, un opérateur d'extension de l'extérieur vers une partie d'un espace habité peut conduire à le réduire par son « centre » si l'on désigne par ce terme ce qu'il recouvre habituellement ; l'intérieur est alors en périphérie de ce « centre »¹.

¹ Rien de plus facile pour opérer cette réduction. Considérons un opérateur d'extension qui associe à un espace (urbain) les gares ferroviaires des villes voisines et une partie de l'espace urbain qui environne ces gares, partie définie selon une modalité particulière. Cette partie inclut dans la plupart des cas, le centre ville ou du moins une partie de ce centre. L'intérieur de l'agglomération est alors ce qui environne la gare et ce centre, donc un espace urbain para-central. Ce simple exemple montre le caractère relatif de l'intérieur prétopologique et ce qu'il peut signifier pour les sciences de l'espace comme la géographie lorsque l'on généralise sa définition comme nous y invite à le faire la prétopologie.

233. Connexité, compacité

Pour les sciences de l'espace et la géographie tout particulièrement, la connexité est l'une des principales caractéristiques structurelles des organisations en réseau. Un réseau est composé d'un ensemble d'éléments, objets, lieux, individus, etc., et d'un ensemble de relations traduisant la parenté, l'existence d'échanges, de projets partagés, de moyens de communication, etc., tel que tout élément est relié à au moins un autre¹. Il est dit connexe lorsque que l'un quelconque de ses éléments peut être relié à tout autre élément ; un tel ensemble n'est pas composé de parties disjointes.

En géographie, la connexité est devenue au cours de ces dernières décennies, l'une des grandes caractéristiques de l'organisation de l'espace, tant est important le rôle joué par les réseaux, qu'ils soient techniques, sociaux ou économiques, en matière de développement, de fonctionnement et de gestion des espaces géographiques. Le réseau est l'un des géotypes que la théorie géographique des espaces habités utilise pour rendre compte de l'organisation de ces espaces. Rappelons qu'un géotype correspond à l'une des dimensions fondamentales et bien identifiées des espaces habités, tel que tout espace coïncide à l'un de ces géotypes ou à une de leur combinaison. C'est ainsi que la relation est la structure organisationnelle du réseau. A est relié à B ou A et B sont des éléments d'un réseau, possiblement distants les uns des autres si la distance est référée à leur position au sein de l'espace géographique. La proximité spatiale, traduisant que A peut être considéré comme étant à côté de B, du moins peu distant, dans un rapport de quasi-contiguïté, est la structure qui fait du lieu, de l'aire, l'autre grand géotype².

Pour la prétopologie, la connexité n'est pas uniquement liée à la notion de réseau ; elle caractérise tout ensemble dont les parties ne peuvent pas être isolées les unes des autres. Certes, le réseau, entendu comme structure qui relie ses éléments aux autres et sans sous réseau isolé, est connexe. Mais c'est une caractéristique qui peut être vérifiée ou non, à partir de n'importe quel opérateur permettant d'associer à une partie, son extension.

La connexité est plus simplement définie pour une topologie de type V, c'est à dire celle qui conserve par union l'extension propre de ses parties. La prétopologie propose plusieurs degrés de connexité, de la plus élémentaire à la plus forte. Dans tous les cas, elle est définie à partir de la fermeture, c'est à dire le plus petit sous-ensemble contenant la partie et qui ne peut plus être agrandi par la mise en œuvre de l'opérateur d'extension. Puisque la fermeture associe à une partie, tous les

¹ Lorsqu'un élément est relié à un seul autre élément, la relation est dite binaire.

² La définition des géotypes ne relèvent pas uniquement d'une seule caractéristique spatiale. Ce sont des unités, c'est à dire des totalités distinctes de leur environnement, tant par leur composition, leur agencement que par ce qui les définit en tant qu'espace habité. La définition du lieu ne se limite en rien à l'agglomération en tant processus qui fait qu'un ensemble d'objets sont les uns à côté des autres. Le géotype est une unité multidimensionnelle, spatiale, sociale, représentée, etc.

éléments ou parties de l'ensemble qui lui sont proches ou reliés par accroissement, il est somme toute logique de définir le caractère connexe ou non d'un ensemble à partir de ce type de sous-ensembles.

La connexité d'un ensemble de parties est élémentaire si la fermeture de toute partie est équivalente à E ou rencontre la fermeture de son complémentaire ; avec une telle définition, aucune partie par sa fermeture ne peut être isolée du reste.

$$\forall A, F(A) = E \text{ ou } F(E - F(A)) \cap F(A) \neq \emptyset$$

Pour la connexité forte, la fermeture de toute partie est l'ensemble lui-même.

La confrontation entre sciences sociales de l'espace et prétopologie conduit alors à mettre en question l'usage qui fait de la connexité pour la géographie, une propriété des seuls réseaux. Cette équivalence entre connexité et réseau provient très probablement de la relation étroite qui existe entre connexité et connexion ; il n'y a de connexité que pour les ensembles munis de relations binaires matérielles ou figurées par la branche du graphe. Alors qu'une prétopologie est la donnée de trois éléments, l'ensemble E et ses parties, a, un opérateur quelconque d'extension et i, son dual, l'existence d'une relation binaire permet de lui associer une structure prétopologique particulière¹. Si l'on admet que la connexité est une caractéristique prétopologique ou topologique et non pas seulement une caractéristique d'organisation en réseaux, les géotypes peuvent être classés en deux grandes familles, correspondant pour l'une, à tous les types d'espaces homogènes, comme le lieu, l'aire ou le réseau, et les autres, composées de parties isolées ou quasi isolées les unes des autres comme peut l'être un archipel.

Une partie des géotypes peut être identifiée à partir du croisement de caractéristiques spatiales associant les notions de relation et de proximité et leur contraire, la séparation et l'éloignement. Ce croisement donne quatre géotypes, deux d'entre eux, le réseau et le lieu étant connexes au sens prétopologique du terme puisque la proximité et la relation font que toute parties de ces ensembles ne sont pas disjointes des autres. Il n'en est pas de même pour l'archipel, composé de parties proches mais séparées et l'ailleurs², qui correspond à un monde lointain et non atteint ou non atteignable

	Proche	Lointain
Relié	Lieu	Réseau
Séparé	Archipel	Ailleurs

¹ Cette association ne peut-être bâtie que pour une prétopologie de type Vs, c'est à dire celle qui définit l'extension d'une partie par l'union des extensions de ces éléments. Comme la relation binaire est une relation entre éléments, il ne pas en être autrement. Avec une relation réflexive et en notant Rx, l'ensemble des éléments associés à x par la relation binaire, l'extension d'une partie est l'union des Rx pour tout x de la partie.

² Nous avons choisi ce terme, admettant qu'il désigne assez mal ce qu'il doit représenter comme type d'espace, un espace lointain, non atteignable, l'autre bout du monde, un espace aux antipodes, ..., un ailleurs.

Enfin, la compacité n'est pas une notion très utilisée par les sciences sociales de l'espace si ce n'est aujourd'hui par l'urbanisme, lorsqu'il veut caractériser le type d'étendue du projet de la ville durable, une ville non étale, donc resserrée autour de quelques structures principales, réseaux de transports en commun, réseau de centralités, etc. Cette notion de compacité n'est pas très éloignée de celle utilisée par la prétopologie, puisqu'un compact est un ensemble connexe qui peut être recouvert par un nombre fini d'intérieurs de parties ($i(A)$). La compacité est donc liée à la notion d'homogénéité et de finitude.

234 Lieu et réseau

Tout comme le point, la ligne et le plan sont les trois formes ou figures fondamentales de la géométrie euclidienne, le lieu, le réseau et le territoire constituent les trois principaux géotypes de la géographie contemporaine. Le lieu et le réseau sont des types d'espace liés à des modes particuliers d'organisation. Le lieu est un espace ou une partie d'espace, constituant une totalité organisée et organisante, tel que ses éléments et situations sont liés par proximité. Le réseau est également une totalité organisée et organisante. Mais ses éléments et situations sont liés par une structure relationnelle qui abolit l'effet de séparation, dû géographiquement à l'éloignement. La géographie emploie ces deux notions pour désigner deux modes de distribution et d'organisation à forte spatialité, caractérisés par leur dimension matérielle et immatérielle. La dimension matérielle correspond aux objets et individus ou groupes sociaux qui sont dans ces espaces et les font. Elle inclut également les événements qui s'y produisent et les situations qui les caractérisent, tant actuels que passés, avec leur dimension synchronique et diachronique. La dimension immatérielle correspond à toutes les représentations, savantes ou non, telles que les récits, discours, voire images, qui sont engagées, de près ou de loin, dans la construction et l'organisation de ces espaces.

En faisant le parallèle avec la description systémique de tout objet¹, les notions de lieu et le réseau désignent deux types d'espace, caractérisés tout d'abord par trois dimensions fondamentales, ce qui les compose et l'agencement spatial de leurs composants, c'est à dire l'organisation du lieu ou du réseau, ce qui s'y passe, c'est à dire leur actualité, les événements qui s'y produisent et font les situations rencontrées en ces espaces, enfin leur histoire, tant en terme de composition que d'activité.

Quant à la notion de territoire, elle ne désigne pas un espace dont la forme serait spécifique et distincte de celle de lieu ou de réseau ; elle fait appel à celle de fonction organisante. La dimension territoriale d'un espace est liée à une autorité organisatrice qui en définit, pour tout ou partie, les modes d'organisation, d'usage, etc.

Définis en tant que géotypes à partir des types d'espace que ces notions de lieu et de réseau représentent traditionnellement, ils sont dorénavant apparentés à des éléments de base grâce auxquels tout espace peut-être analysé : tel est le rôle des géotypes en matière d'analyse spatiale. Faire du lieu et du réseau deux outils d'analyse qui peuvent être appliqués à tout ou partie des espaces habités pour rendre compte de leur organisation, leur fonctionnement, etc. procède d'une

¹ Un objet, n'importe lequel, est pour la modélisation systémique composé de cinq dimensions fondamentale, ce à quoi il sert, son organisation ou structure, ce qu'il fait, son évolution et son environnement. Pour plus de détail voir, LE MOIGNE Jean Louis (1990), *La modélisation des systèmes complexes*, Dunod Afcet Systèmes, Paris, 178p.

transformation qui fait d'un objet concret, un concept. Ce processus de conceptualisation est courant dans de nombreux domaines scientifiques. Il l'est tout particulièrement en mathématique. Des plus anciennes comme celle de la géométrie euclidienne, aux plus modernes, comme la topologie, ses principales structures sont issues d'une abstraction du réel. Nous avons déjà proposé antérieurement d'ériger le lieu et le réseau en tant qu'approches, sans nous apercevoir à cette époque encore proche, que cette démarche était somme toute classique et qu'elle conduisait en fait à proposer le lieu et le réseau comme deux structures qui identifient deux types d'espaces géographiques, comme une structure identifie un espace mathématique.

Toute partie d'un espace habité possède une dimension de lieu plus ou moins consistante. Elle possède également une dimension de réseau qui peut être plus ou moins forte. La dimension de lieu est celle qui renvoie à ce qui se passe, à ce qui est organisé, ce qui s'organise à partir du principe de proximité, de co-présence des éléments qui constituent l'espace habité. Cette dimension de lieu peut être faible voir absente. Par exemple sur un tronçon d'autoroute, en situation ordinaire, sans véhicule en arrêt sur la bande d'urgence et ne considérant que les véhicules automobiles, la chaussée et ses équipements ordinaires, ce qui se passe en cet espace, vue comme un lieu, est une succession de véhicules dont la seule proximité est de passer les uns après les autres, certes, à des intervalles de temps qui peuvent être faibles, voire très faibles. Cette quasi co-présence ne produit qu'une situation qui est le passage successif des véhicules.

A l'inverse, une partie d'une rue piétonne d'un centre ville animé, possède une dimension de lieu forte, tant denses et diversifiées sont les interactions entre les individus présents en même temps dans cette partie de l'espace, entre les objets matériels qui le composent et entre ces individus et ces objets. La distance est toujours présente ; elle régule même la co-présence.

L'étude en termes de lieu favorise la compréhension de ce qui se passe en une partie de l'espace, l'examen des situations observables qui résultent de la co-présence, c'est à dire d'un principe de proximité ou de voisinage qui fait que les individus d'une partie d'un espace habité, ses objets, ses situations qui résultent des interactions entre individus, entre objets, entre individus et objets, certes distants les uns des autres, constituent un ensemble, une unité spatiale. Au sein de cette unité, le principe de proximité structure les relations entre les individus et objets du lieu, couplé au principe de distance¹. Avec le lieu (L), l'espace est un ensemble d'éléments (individus, objets, situations, etc.) organisé à partir du principe de proxémie (p), conjugué par celui de la distance (d), (L(p, d)). L'étendue géographique du lieu est une aire, c'est à dire une surface, telle que ses objets, ses individus, ses situations, cohabitent et interagissent plus ou moins

¹ La distance ne s'oppose pas à la proximité, elle permet de la construire comme de s'en jouer, c'est à dire maintenir à bonne distance quelque chose de quelque chose. Le lieu est ainsi ce qui permet d'être proche, à très proche, sans que la distance s'annule, à moins de considérer qu'elle ne joue que peu de rôle dans le fonctionnement du lieu.

fortement, de proche en proche, par quasi-contiguïté, sans être jamais totalement isolables et isolées les uns des autres.

Alors que l'étendue géographique du lieu s'apparente à un ensemble continu, celle du réseau est marquée par son caractère discret. C'est un ensemble d'objets, d'individus, de situations, etc., distinctes et distantes (d), mais organisé en un tout par un système de relations (r) ; un réseau (R), est une structure qui conjugue distance et relation (R(r, d)).

La notion de lieu, fondamentale pour la géographie, n'est pas une notion prétopologique. Rappelons cependant que les mathématiques utilisent encore cette notion pour désigner deux choses. La première correspond à son sens commun ; un lieu est un point de l'espace physique et l'ensemble des lieux le constitue. La seconde concorde quasiment à la notion plus moderne d'ensemble, c'est un ensemble des points qui tous présentent une même propriété ; C'est ainsi qu'une courbe est un lieu de l'espace géométrique.

Par contre la notion de réseau, sans être en tant que telle prétopologique, est proche de la notion de graphe et de relation binaire. Nous pourrions dire qu'un réseau est un ensemble prétopologique connexe, muni d'une structure (prétopologique) issue d'une relation binaire.

Si l'on admet que le lieu et le réseau sont deux géotypes prétopologiquement connexes, cette propriété est liée à un opérateur d'extension qui pour le lieu s'appuie sur la notion de proximité et pour le réseau de relation binaire. Mais la prétopologie définit des propriétés structurelles que l'on peut retrouver pour des ensembles d'éléments ou de parties munis d'opérateurs d'extension différents ; un lieu et un réseau peuvent présenter les mêmes propriétés prétopologiques. Nous pourrions peut-être avancer à titre d'hypothèse de travail que la prétopologie d'un réseau s'apparente à une prétopologie de type Vs, c'est à dire développée à partir des relations d'un élément de l'ensemble au reste de l'ensemble,

$$a(A) = \cup a(x) \text{ pour tout } x \in A$$

alors que la prétopologie d'un lieu en tant que partie, elle n'a pas nécessairement de ce type ; L'extension d'un lieu n'est pas nécessairement l'union des extensions de ses constituants.

3. Chantier frontière et centralité

Serge Thibault

Dominique Andrieu, Mai linh Cam, Julien Coquio, Laurent Guimas

Comme toutes les agglomérations, celle de Tours, possèdent une seule cathédrale. Elle abrite également une basilique, celle dédiée à Saint-Martin, célèbre sous-officier romain qui coupa sa tunique pour en donner un morceau à un passant bien miséreux. Ce simple geste est l'un des éléments fondateurs de la ville de Tours et de son rayonnement qui fut probablement plus important antérieurement qu'il ne l'est actuellement. Il y a quelques années, le pape Jean Paul II visita la basilique Saint-Martin, bâti au siècle dernier par l'architecte Victor Laloux, quasiment au même emplacement que l'abbaye du même saint, détruite au dix-huitième siècle, située en plein centre ville de Tours.

A cette occasion, le Pape célébra une messe qui a rassemblé au moins plusieurs dizaine de milliers de personnes venues de l'agglomération, de toutes les régions françaises, mais également de l'étranger. Cet événement unique ne pouvait pas être localisé au sein de la basilique de Saint-Martin, bien trop petite et peu accessible pour recevoir une telle population. Il fallut donc trouver un autre lieu. Ce fut l'aéroport, vaste espace périphérique, à la croisée des routes du ciel et de la terre, rocade et autoroute. L'évènement fabriqua une nouvelle centralité géographique(et céleste) éphémère, en un espace qualifié communément de périphérique, en un lieu de départ et d'arrivée.

31 Frontière

32 Centralité

33 Outils

34 Résultats

35 Conclusions

Cette partie expose les hypothèses, la méthode et les résultats du chantier dédié à l'étude des relations entre frontière et centralité, menée sur trois agglomérations urbaines, Tours, Le Mans et Nantes. Cette étude fait suite à un premier travail qui avait posé les bases de ce chantier et fut mené pour le compte du Plan Urbanisme Construction et Architecture du Ministère de l'Équipement au cours des années 2000 et 2001. Intitulée « *La fabrique de l'urbain, centralités et espaces pratiques émergents : Le nord de Tours et l'île de Nantes* »¹,



ce travail avait pour but de définir en quoi certains espaces, qualifiés communément de périphériques, comme le nord de Tours et l'île de Nantes, pouvaient être considérés comme espaces centraux et organisant le développement de leur agglomération. La centralité de l'île de Nantes fut étudiée à partir des représentations citadines et de l'examen des quelques projets urbains successifs qui avaient pour ambition de requalifier cet espace, en partie, occupé naguère, par des activités de type industrialo-portuaires.

Le niveau de centralité du nord de Tours fut établi à partir de trois caractéristiques principales. La première correspondait à l'accessibilité du site par les réseaux de transport, en ce cas, la voirie. La deuxième portait sur son niveau d'équipement, en densité et de diversité, établi relativement au restant de l'agglomération. La troisième enfin, correspondait à la fréquence et au niveau de fréquentation de cette partie de l'agglomération, toujours définis par rapport au restant de l'agglomération.

La quantification du niveau d'accessibilité ne fut établie que très approximativement et de façon manuelle, sur très peu de points, répartis sur l'agglomération de Tours.

Ce chantier s'est donné pour objectif de valider ou invalider les résultats obtenus à partir de la mise en œuvre d'un calcul de l'accessibilité, cette fois-ci automatisé et portant sur une base de données complètes, représentant de façon fine et détaillée le réseau de voiries d'une agglomération urbaine.

Par ces calculs, l'accessibilité d'un lieu d'une agglomération combine son accessibilité à ces autres lieux et celle à un ensemble particulier d'équipements, les autoroutes et roades, considérés comme faisant office de frontière entre la

¹ Avec L. Devisme, *la fabrique de l'urbain*, rapport de recherche contrat MSH - Plan Urbanisme, Construction et Architecture, février 2001, 200p.

ville et ses environnements, proches et lointains. Ces infrastructures, du moins leur intersection avec l'espace urbain, constituent une frontière qui localise en sa proximité quelques principaux lieux centraux.

L'hypothèse générale de ce chantier consiste donc à affirmer que pour certains types de lieux centraux, la proximité à la frontière de la ville, roades et autoroutes en ce qui concerne ce travail, est l'une de leur condition. Autrement dit, **la frontière peut faire centre.**

Dans le cadre de ce chantier, la vérification de cette hypothèse a été menée pour trois agglomérations urbaines, celles de Tours, Nantes et Le Mans. Ce choix ne correspond pas une représentativité particulière de ces trois villes. Elles furent choisies, uniquement pour la bonne connaissance que nous en avons.

L'exposition de ce travail s'appuie sur cinq parties. La première partie de cette partie est dédiée à la notion de frontière avec un rappel de sa définition mathématique. La deuxième partie est dédiée à la notion de centralité. La troisième, technique, présente les outils du chantier et leur traitement. La quatrième expose les résultats.

31. Frontières

Toute étude ou recherche est confrontée à la question de la délimitation de l'objet qu'elle prend en considération. Qu'elle soit évidente ou non, la définition des limites, de la frontière, vise au moins deux objectifs. Le premier relève du processus d'identification, inhérent à la constitution d'un objet d'étude; "(Spencer-Brown) pose comme données premières les notions de distinction et d'indication : une indication n'est possible que si une distinction est tracée. La forme est la forme de la distinction. Une distinction n'est tracée que parce qu'il y a motif de la tracer, c'est à dire d'indiquer une différence de valeurs entre les contenus distingués par la distinction" (Patsalides 1982). René Thom note également que "Définir c'est dire les frontières, dénommer les frontières" (Thom 1993). Le second objectif est lié à l'étude d'une quelconque dynamique de l'objet. La distinction opérée par l'effet de la frontière nous permet de réduire le champ des multiples interactions à celles entre l'objet ainsi constitué et son environnement. La définition des limites ou de la frontière peut être une question plus ou moins compliquée. Elle peut sembler simple lorsqu'un bord s'impose à nous. Il est ce qui rend visible à un certain niveau de représentation une discontinuité structurelle ou spatiale¹. Il ne l'est plus si le principe de la continuité l'emporte sur la discontinuité². Rappelons qu'une large part de la mécanique, celle des fluides en particulier, a été confrontée à cette difficile question lorsqu'elle avait pour projet de construire des modèles ayant pour but de représenter le mouvement d'un fluide marqué par un principe de continuité. Pour ce faire, elle posa par hypothèse qu'un tel mouvement pouvait être correctement modélisé à partir de la constitution d'une unité, un grain de matière, un grain de fluide auquel s'applique un ensemble de forces qui engendre le mouvement. Ce grain n'a pas nécessairement d'existence physique avérée. La définition des limites s'établit alors en fonction des finalités de l'étude ou de la recherche. La pertinence de la définition est mesurée en fonction de sa capacité à rendre intelligible le réel observé ou conçu³.

La délimitation est une nécessité opératoire liée à la constitution d'un objet d'étude. Son intérêt peut être redoublé par le rôle que jouent les frontières dans la structuration, le fonctionnement et l'évolution des organisations spatiales et sociales. Nous pouvons même avancer que la frontière est la condition des

¹ Au niveau macroscopique, notre monde nous donne à voir un ensemble d'objets, clairement identifiés par leurs bords qui les distinguent de leur environnement, une chaise, un bâtiment, etc. Un territoire est un espace limité, piloté par une autorité organisatrice.

² A titre d'illustration, on relèvera la question sans cesse débattue de ce qui distingue la ville de son environnement, alors qu'un bâtiment par exemple possède une enveloppe clairement identifiable. Cela ne veut pas dire pour autant qu'il n'est pas sans relation avec son environnement. La proposition de René Thom nous incite cependant à ne pas abandonner tout projet de distinction.

³ C'est ainsi que l'on définit en analyse spatiale, différents types d'aires d'attractivité comme les bassins d'emploi, les aires de chalandise, etc. C'est également ainsi qu'opère une partie de la sociologie des organisations qui a relativisé le poids des limites traditionnelles des entreprises dans la connaissance des processus d'organisation, de décision, etc. Par exemple, l'environnement de l'entreprise peut être le lieu de la prise de décision la concernant.

organisations. Cela ne signifie pas pour autant qu'il faille étudier l'objet en limitant son regard à son seul espace intérieur. Cette restriction se révèle pertinente si l'objet étudié est un système autarcique qui, par définition, n'échange rien avec son environnement¹. Ses limites sont alors plus ou moins évidentes et la dynamique de l'objet est strictement définie sur son intérieur. Dans le cas contraire, les limites ou frontières qui distinguent l'objet de son environnement sont, en règle générale, actives dans sa constitution et son fonctionnement. Certains avancent même l'hypothèse que la gestion des rapports d'une organisation à son environnement fait figure de projet permanent à partir duquel l'organisation s'instaure en tant que telle². On conviendra alors que la délimitation d'une organisation peut se révéler être une question d'autant plus essentielle que l'un de ses objectifs peut porter sur la construction, l'évolution et la gestion des rapports qu'elle entretient avec son environnement.

Toute étude ou recherche qui porte sur l'organisation, le fonctionnement et l'évolution d'un espace, ne peut pas faire l'économie d'un travail visant à déterminer ses limites ou frontières, pertinentes en regard des objectifs de l'étude ou de la recherche. L'exercice ne consiste pas uniquement à délimiter l'espace pertinent permettant de donner une représentation correcte des phénomènes étudiés. Il peut surtout porter sur l'étude et l'organisation des frontières qui gèrent les relations de l'espace considéré à son environnement.

Comme nous venons de l'esquisser, la question de la délimitation d'un objet d'étude peut être uniquement liée aux contingences de l'opérationnalité; elle impose la réduction d'une première forme de complexité ou de complication par la diminution du nombre des interactions en créant le couple objet/environnement. De façon plus profonde, la définition et l'étude des frontières des organisations socio-spatiales sont la condition de l'intelligibilité de ces organisations qui dans le cadre des processus d'ouverture et de relation à leurs environnements sont conduites à gérer et concevoir la structure et le fonctionnement de leurs frontières³.

¹ Cependant, l'étude d'un système fermé ne nous permet pas de court-circuiter la question des frontières à moins qu'il s'agisse d'un objet artificiel qui fut conçu à cet effet. L'énoncé du caractère autarcique d'une organisation est la résultante d'un ensemble d'observations qui mettent en lumière l'existence de frontières à travers lesquelles rien ne passe.

² Si la sociologie des organisations à partir des travaux de Crozier et Friedberg a mis l'accent depuis quelques années sur le rôle fondamental des frontières d'une organisation, il convient de rappeler les travaux d'Egard Morin sur les sciences de la complexité qui a placé le bouclage permanent fermeture/ouverture au centre de la constitution des organisations. La fermeture renvoie au principe identitaire ; pour ne pas se diluer dans son environnement, une organisation se réinstaure en permanence en tant qu'unité. L'ouverture permet la survie de l'organisation par le développement de ses échanges avec son environnement.

³ On rejoint ainsi de nombreux auteurs qui ont mis la frontière au centre des préoccupations de leurs travaux sur les organisations. Pour mémoire citons J.Y. Kervern qui avait défini la stratégie entrepreneuriale par la reconnaissance explicite des acteurs extérieurs avec lesquels l'entreprise à partir desquels elle donne configuration à son environnement. (Kervern, 1989)

311. Frontière et autonomie

Ce rôle attribué à la frontière nous invite à considérer la théorie de l'autonomie. Si la finalité première d'une organisation est de perdurer au sein d'un environnement changeant et à partir de ses dynamiques internes, elle va mettre en œuvre des processus d'adaptation et d'organisation de type autonome. Rappelons pour mémoire que la différence essentielle entre une organisation autarcique et une organisation autonome porte sur leur relation à leur environnement. Pour la première, l'environnement n'est pas une ressource; l'organisation se ferme sur elle-même. Pour la seconde, la capacité à aménager ses relations à son environnement, par ouverture et fermeture, choix sélectifs, etc., est la condition de son existence et de son développement. Une telle organisation est autonome si le développement des frontières (actives) la met perpétuellement en relation avec ses environnements sans pour autant qu'ils la dominant et la déterminent. Pour ce faire, des stratégies de sélection et de régulation sont élaborées par l'organisation pour gérer ses rapports à l'environnement. Cet exercice s'accompagne d'un accroissement de ses capacités cognitives portant sur elle-même et son environnement. Cette définition de l'autonomie empruntée aux travaux de Paul Vendryès et ses successeurs met en lumière l'importance de la frontière pour des organisations dont le projet consiste à se maintenir et se développer au sein d'un univers changeant sans pour autant se fermer à celui-ci (Vendryès, 1983, Tabary, 1989). La frontière devient une organisation en soi, médiante entre l'environnement et l'objet. Elle ne peut pas être vue comme une simple "ligne" de séparation. C'est un système de relations, conçu, construit et géré pour favoriser la coexistence d'une organisation. La frontière est un véritable système aménagé ou à aménager.

312 Mathématique et frontières

Cette reconnaissance du rôle primordial de la frontière dans la constitution des organisations et plus particulièrement pour celles qui développent des projets de type autonome, met en lumière la nécessité de mieux en fonder la représentation. La plupart des démarches utilisées par les sciences sociales de l'espace s'apparentent à celles mises en œuvre par la science mécanique. Sur le plan morphologique, la frontière est bien souvent conçue comme une simple ligne de partage ou une interface sans contenu. Elle sépare un objet de son environnement. Lorsque cet objet, représenté traditionnellement sous la forme d'une ligne sans épaisseur, est le lieu d'expression d'une dynamique, on met alors en œuvre quelques formules ou modèles, plus ou moins compliqués, pour représenter les phénomènes de transfert entre l'intérieur et l'extérieur. Cette approche possède quelques analogies fortes avec les notions de conditions limites, utilisées par la mécanique ; La frontière est le lieu d'un échange de flux.

Cette approche possède une indéniable pertinence dans de nombreux cas d'études comme ceux portant uniquement sur les échanges de flux entre zones de l'espace

ou entre parties d'une organisation. Elle se révèle totalement inadaptée lorsque l'on veut mettre l'accent sur les phénomènes organisationnels, existants ou à construire, qui résultent des échanges entre un objet et son environnement. Comme nous l'avons souligné précédemment, la conception ou l'étude de ces processus organisationnels nécessite un regard renouvelé sur la notion de frontière. Elle ne peut plus être représentée par une simple ligne de partage. C'est un système organisé ou organisable qui définit, gère et configure les interactions entre l'intérieur d'une organisation et son environnement, tout en rétroagissant sur ces deux parties.

Pour aborder la représentation d'un tel système, la théorie de l'autonomie, qui a mis au centre de ses préoccupations la question de la frontière, nous incite à la considérer non plus comme une simple ligne de partage, mais en tant qu'espace avec contenu. Les sciences du vivant qui sont par ailleurs à l'origine du développement de la théorie de l'autonomie, en poursuivent l'exploration. La biologie contemporaine tente de préciser la structure et le fonctionnement d'interfaces de type membranaire qui gèrent les relations entre un milieu intérieur qui réclame la constance de certaines grandeurs et un environnement, caractérisé par une évolution permanente et non nécessairement continue de ses caractéristiques. Tout récemment, quelques autres sciences se lancent dans l'instrumentalisation de cette théorie dont l'économie sans pour autant avoir fondé de façon explicite une théorie structurelle de la frontière.

On retiendra l'invitation faite à considérer la frontière comme étant un système. Avant d'en explorer l'organisation et le fonctionnement, nous pouvons faire appel à la (pré)topologie qui nous donne quelques instruments pour modéliser la structure de ce type de système. Avant d'en arriver à ce point, il convient de préciser la signification mathématique des notions de borne, bord et limite que l'usage courant lie à celle de frontière.

a. Borne. Un ensemble peut être borné si et seulement s'il est muni d'une structure d'ordre (avant/après, supérieur/inférieur, etc.). La borne supérieure est le plus "grand" élément de l'ensemble et l'inférieure, le plus "petit"¹. Un tel ensemble ne s'étend pas au-delà de ses deux bornes, l'inférieure et la supérieure. C'est en cela que cette notion de borne est, dans un usage courant, liée à la notion de frontière lorsque celle-ci délimite un espace muni d'une structure d'ordre du type plus loin/moins loin, souvent associée à une mesure de distance. Si tel est le cas, la notion de borne renvoie uniquement à la position relative de la frontière au sein de l'ensemble considéré.

b. Bord. L'étude topologique des surfaces a conduit les mathématiciens à utiliser la notion de bord, pris au sens courant du terme. C'est ainsi que la topologie distingue deux grands types de surfaces, les surfaces à bord, comme la feuille de papier, et

¹ Ces bornes n'appartiennent pas nécessairement à l'ensemble considéré. Les exemples numériques sont fort nombreux. L'ensemble des nombres $1/n$ possède une limite inférieure, zéro, qui n'appartient pas à l'ensemble de départ.

celles qui n'ont pas de bord, qualifiées alors de closes, les tores par exemple. Un bord n'est pas défini à partir d'un effet de séparation entre la surface et ce qui l'environne. C'est une partie qui a la même forme, au sens topologique du terme, qu'une ligne, un arc de Jordan pour être précis. L'étude de ces rapports homéomorphiques met en œuvre la notion de voisinage développée par la topologie (ensembliste). Cette définition du bord ne s'appuie pas sur un effet d'enveloppe, de séparation entre l'objet et son environnement. Elle découle d'une décomposition de la surface en parties à partir d'une base d'éléments simples (disque ouvert, arc de Jordan, etc.). En somme, le bord est une composante topologique d'une surface non close.

c. Limite. L'étude des suites d'éléments (a_j) conduit à utiliser la notion de limite. Lorsqu'elles sont convergentes, leurs éléments s'approchent progressivement d'une valeur limite qui peut leur être extérieure. C'est en quelque sorte un au-delà ou un attracteur qui ne peut être atteint que par passage à l'infini ¹. Cette notion de limite caractérise une frontière bien particulière, celle qui contient les valeurs de convergences de suites. Une définition rigoureuse du processus de convergence a nécessité la conceptualisation de la notion de voisinage dans le cadre des espaces (pré)topologiques. Cette discipline mathématique va axiomatiser la notion de frontière en l'étendant à des ensembles quelconques, munis d'une structure de voisinage qui permet l'étude de la proximité entre éléments ou sous-ensembles, sans être pour autant munis d'une distance de type euclidienne par exemple ².

Ces notions de borne, de bord et de limite ne sont pas sans relation avec le sens commun donné à la frontière. La représentation commune la figure par une "ligne" qui sépare un ensemble de son environnement. C'est en quelque sorte un bord qui enveloppe l'ensemble considéré. On peut évoquer la notion de limite si le processus d'approche s'engendre par une dynamique formée d'une succession d'états, d'éléments ou de lieux qui tendent progressivement à se rapprocher d'un état, d'un lieu ou élément, limite, caractéristique de la frontière. Mais comme en règle générale, les organisations considérées en aménagement, en analyse spatiale, etc., ne sont pas constituées par des suites convergentes d'éléments, l'étude de leurs frontières ne peut pas s'appuyer sur cette seule définition de la limite. De plus ces définitions ne nous permettent guère de représenter la frontière comme étant un système particulier qui met en relation organisationnelle un ensemble ou espace avec son environnement. Pour ce faire, on doit envisager les définitions de la frontière qui nous sont proposés par la topologie et la prétopologie.

¹ L'exemple le plus simple qui illustre ce propos est la suite constituée par les éléments $1/n$ lorsque n appartient à l'ensemble des nombres naturels positifs. La valeur limite zéro n'appartient pas à la suite. Cependant elle s'en approche aussi près que l'on veut.

² Rappelons que la distance euclidienne entre deux éléments x et y est du type $d(x,y) = |x-y|$. Ce type de mesure ne peut pas s'appliquer à tous les ensembles. Dans de nombreux cas on ne peut même pas utiliser une mesure de distance entre éléments. La notion de voisinage permet de s'affranchir de cette impossibilité.

313. Topologie et frontière

Historiquement, la topologie (ensembliste) fut créée antérieurement à la prétopologie. Sa création répondait à la nécessité de mieux fonder axiomatiquement la théorie de la convergence (Favard, 1950). La convergence met nécessairement en œuvre un principe de proximité. La topologie va s'affranchir des limites de la mesure traditionnelle de la proximité par l'introduction de la notion de voisinage d'un élément. C'est toute partie d'un ensemble qui contient un ouvert incluant l'élément considéré¹. La notion d'ouvert utilisé est tout simplement une extension des intervalles ouverts de la droite des réels. Ces intervalles possèdent des propriétés structurelles particulières, liées aux opérations ensemblistes d'union et d'intersection. Une union quelconque d'ouverts est un ouvert. Une intersection finie d'ouverts est un ouvert. L'ensemble de départ et l'ensemble vide sont également deux ouverts. Si un ensemble quelconque possède des parties qui vérifient ces propriétés structurelles, on le dit muni d'une topologie (établie à partir des ouverts).

La définition topologique de la frontière est également une extension de celle qui fut construite dans le cadre de l'étude des intervalles de la droite des réels. Rappelons que la structure topologique de ces intervalles est définie à partir de deux grands types, les intervalles ouverts et les intervalles fermés. Les fermés sont ceux qui contiennent leurs bornes puisque la droite des réels peut être munie d'une structure d'ordre (plus petit, plus grand). La frontière d'un intervalle quelconque est la différence entre le plus petit intervalle fermé qui le contient et le plus grand intervalle ouvert contenu².

Cette définition sera utilisée en tant que telle pour définir les frontières sur des ensembles quelconques, munis d'une topologie, induite par l'existence de parties qui structurellement vérifient les propriétés ensemblistes d'union et d'intersection des intervalles ouverts (de la droite des réels). Si ouverts et fermés sont duaux par complémentarité, on démontre également qu'un fermé est une partie qui contient l'ensemble de ses éléments adhérents. Rappelons qu'un élément adhère à un ensemble s'il est aussi "prêt" que l'on veut de celui-ci³.

¹ La notion de voisinage est une extension de la mesure de proximité. Lorsque l'espace est muni d'une distance (espace métrique), on peut dire qu'un ensemble est aussi près que l'on veut d'un élément x , si quel que soit a , il existe au moins un élément y de l'ensemble tel que $d(x, y) < a$. Le disque de centre x tel que pour tout y lui appartenant avec $d(x, y) < a$ est un disque ouvert (ou intervalle ouvert) de centre x . Toute partie contenant le disque (ouvert) est un voisinage de x .

² Ce choix du plus petit fermé contenant l'ensemble et plus petit ouvert contenu permet d'avoir une seule définition de la frontière. En outre, c'est la plus "économique" en terme de contenu.

³ L'axiomatisation de la notion de proximité est au cœur de la construction de la topologie (ensembliste). Elle est basée sur la notion de voisinage ; un voisinage d'un élément est tout sous-ensemble contenant un ouvert contenant l'élément. Un élément adhère à un ensemble si tous ses voisinages sont en intersection non vide avec l'ensemble. L'adhérence topologique est donc une propriété très forte. Puisque pour adhérer à un ensemble, il faut en quelque sorte systématiquement lui être relié. L'adhérence traduit une dépendance totale à un ensemble. Les éléments inclus dans l'ensemble sont par définition des points adhérents à l'ensemble.

Pour définir les frontières sur un ensemble donné, il doit donc être muni d'une structure topologique. Cette structure est définie à partir d'un ensemble de ses parties qui vérifient les propriétés ensemblistes des ouverts ou par dualité, celles des fermés. Deux parties peuvent être associées à un sous-ensemble (A) quelconque, FA, le plus petit fermé contenant A, c'est à dire l'intersection de tous les fermés contenant A, et AO, le plus grand ouvert contenu dans A, c'est à dire l'union des ouverts contenus dans A.

La frontière topologique de A se définit par la différence ensembliste $F(A)=FA-AO$. Cette frontière recouvre partiellement l'ensemble A et son environnement, c'est à dire son complémentaire dans l'ensemble de départ. En règle générale, elle n'est pas vide. L'existence de ce contenu et le recouvrement opéré par la frontière, à la fois sur l'ensemble de départ et son environnement, nous laisse la possibilité d'envisager une représentation voire une modélisation des effets organisationnels développés par les interrelations entre organisation et environnement. Quoi qu'il en soit, cette définition structurelle de la frontière est plus proche de l'idée que l'on se fait des membranes qui sont les interfaces construites par les systèmes à dynamique autonome. Reste à envisager et ce n'est pas la moindre de choses, la possibilité d'user d'une telle modélisation structurelle mathématique.

Si l'on veut respecter l'axiomatique topologique, la démarche à mettre en œuvre est la suivante. On considère un ensemble d'éléments. On le munit d'une structure topologique, constitué par un système adéquat d'ouverts. Leur complémentaire donne la topologie des fermés. Ayant alors l'ensemble des ouverts et des fermés de la topologie, pour tout sous-ensemble quelconque, on peut définir sa frontière. La frontière d'une partie quelconque résulte donc de sa position au sein de la topologie. On conviendra aisément qu'un tel exercice est délicat à mettre en œuvre lorsque la notion d'ouvert (resp. de fermé) ne renvoie pas à un type de propriété évidente, comme celle qui caractérise les intervalles ouverts de la droite des réels, intervalles qui ne contiennent pas leurs bornes. Pour des ensembles quelconques, la notion d'adhérence peut probablement être plus aisément mise en œuvre pour caractériser la notion de fermeture et par complémentarité, celle d'ouvert. La prétopologie a développé cette voie.

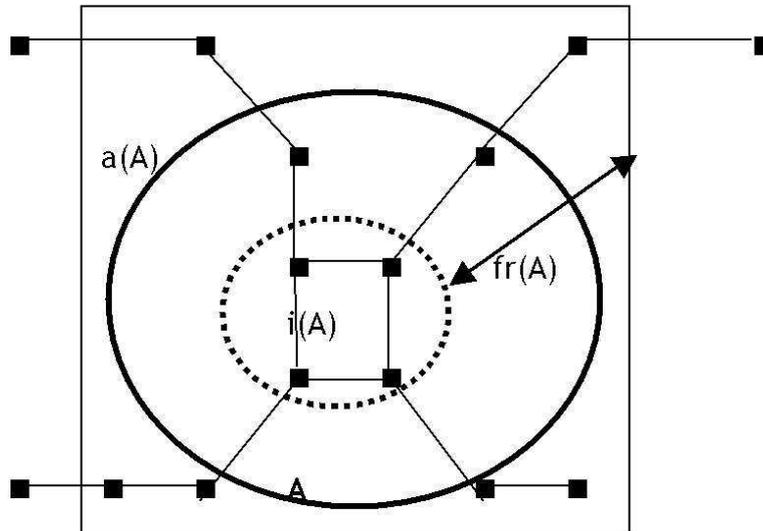
314. Frontières et prétopologie

La prétopologie fut élaborée récemment afin de "*développer une topologie mieux adaptée aux problèmes rencontrés, et ne pas, envers et contre tout, contraindre le réel à subir une axiomatique ne lui convenant pas*" (Belzmandt, 1993). Comme nous l'avons précisé antérieurement, une prétopologie est construite à partir de deux opérateurs dont la signification est assez simple, un opérateur d'extension (a) et son dual, la contraction (i).

Lorsque la prétopologie est quelconque, la frontière fr d'une partie A est définie comme suit,

$$fr(A) = a(A) - i(A) .$$

Par exemple, on peut associer très simplement une frontière au sens prétopologique à une partie d'éléments pris sur un réseau. Le processus d'extension consiste à associer à une partie les éléments qui, extérieurs, sont en relation directe avec un élément (au moins) de la partie.



Lorsque la prétopologie est de type V, c'est à dire vérifiant la proposition suivante,

$$A \subset B \text{ alors } a(A) \subset a(B) ,$$

toute partie A possède un plus grand ouvert inclus dans la partie ($O(A)$). De plus, elle est incluse dans un plus petit fermé ($F(A)$). La différence entre les deux définit la frontière de la partie.

315. Conclusion

La notion de frontière renvoie à deux catégories de représentation. La première relève du sens commun. La frontière est une ligne de partage entre un objet et son environnement. Cette ligne peut ne pas avoir d'existence matérielle. Elle symbolise l'existence d'un sous-ensemble qui se distingue de son environnement. C'est un bord au sens topologique et prétopologique du terme. Si cette frontière est le lieu du développement d'une dynamique comme des échanges de flux, des transferts, ils sont représentés par quelques formules qui relient directement tout ou partie de l'état du sous-ensemble à celui de son environnement. La frontière est le support de ces échanges mais étant défini comme un espace sans contenu, elle n'est pas prise en considération dans la représentation de ces échanges hormis leur localisation.

La seconde renvoie à la notion de membrane. La (pré)topologie nous permet de distinguer trois types de milieu, un milieu intérieur, inclus dans l'objet, un milieu intermédiaire, à cheval sur l'objet et son environnement et un milieu extérieur, l'au-delà du milieu intermédiaire. La frontière de l'objet est son milieu intermédiaire, qui assure la relation entre l'intérieur et l'extérieur.

32. Centralité.

Rappelons que l'objectif de ce chantier est de vérifier en quoi l'utilisation de la notion prétopologique de frontière permet de comprendre quelques-uns des aspects de l'organisation spatiale des agglomérations urbaines. L'hypothèse soutenue est que la prise en compte de la définition prétopologique de la notion de frontière permet de mieux formaliser le rôle que jouent certains espaces en matière de structuration des agglomérations urbaines. Une agglomération possède autant de frontières qu'il y a de systèmes d'échange entre cet ensemble et ses environnements ; elles sont constituées des équipements qui assurent ses liaisons avec ses environnements proches et lointains. Ces équipements peuvent également servir à relier les éléments d'une agglomération entre eux. Ce chantier vise plus précisément à vérifier en quoi la frontière est un élément engagé dans la localisation des lieux centraux d'une agglomération, hypothèse illustrée par la proposition, **la frontière fait centre**. Ce chantier associe donc deux approches pour définir quelques aspects de l'organisation des espaces habités et plus particulièrement des agglomérations urbaines. La première est prétopologique et permet de formaliser la notion de frontière. La seconde est la centralité. C'est une structure composée par l'ensemble des rapports qui différencie l'espace habité entre un ou plusieurs lieux centraux et leurs espaces périphériques. La centralité est l'une des trois grandes structures couramment utilisées pour décrire et comprendre l'organisation des espaces urbains, mais également utilisées pour concevoir et aménager tout ou partie de ces espaces. Les deux autres sont le système et le réseau.

321. Le système, le réseau et la centralité

Lorsqu'un objet est vu comme un système, l'accent est mis sur sa composition en parties, chacune d'elles étant plus ou moins distincte des autres avec une place, un rôle, spécifiques au sein de la totalité que représente l'objet : une telle approche peut être qualifiée de *partitionnelle*¹. Par exemple, lorsque la description porte sur l'agencement spatial d'une agglomération, cette approche met en avant l'existence de lieux, quartiers ou tout autre géotype du type de l'aire dont la composition constitue l'organisation de l'agglomération. La notion plus récente d'écosystème conduit à prendre également en compte les interactions entre ces parties et leurs populations. Ces interactions constituent la dynamique organisationnelle de l'espace en parties, plus ou moins distinctes les unes des autres.

Sans être totalement indépendante de la notion de système, celle de réseau fait une place prépondérante aux relations entre les éléments qui le constituent. Par

¹ Nous avons forgé ce terme qui signifie que l'accent est mis sur la composition d'un objet en parties, en référence à l'adjectif relationnel.

cette approche qui peut être qualifiée de relationnelle, l'agglomération est moins perçue comme un ensemble de parties, plus ou moins distinctes les unes des autres, que comme un ensemble d'éléments inter-reliés. Ces éléments peuvent être définis à plusieurs échelles, de l'individu en tant que plus petite unité sociale, du lieu en tant que plus petite unité spatiale, au quartier, au groupe sociale, etc.

Avec la centralité, l'organisation de l'espace urbain est constituée par un ensemble de rapports entre des lieux centraux et le restant de l'espace. Ces rapports structurent l'espace en géotypes dont les deux principaux sont le lieu central ou centre urbain et l'espace périphérique. L'identification du rapport lieu central/espace périphérique s'appuie généralement sur deux dimensions et leur articulation,

- la première est liée au contenu des espaces, opposés à partir d'un jeu de contraires, équipé/faiblement équipé, diversifié/unifié, accessible/isolé, etc.,
- la seconde dimension porte sur les flux qui circulent entre un lieu central et son environnement, comme la circulation de personnes, d'information, etc., tels que le lieu central est un attracteur et l'espace périphérique un émetteur.

Ces trois structures, le système, le réseau et la centralité ne sont pas indépendantes les unes des autres. Lieux centraux, espaces péri-centraux et périphériques peuvent être les parties d'une approche *partitionnelle* avec des rapports et échanges, supportés par quelques réseaux, matériels et immatériels.

322. De l'unique centre au centre en chaque lieu

Comme pour toutes les organisations, les agglomérations présentent trois niveaux de centralité, chacun d'eux pouvant correspondre à des équipements, situations, événements, etc., différents ; une agglomération est centrée, polycentrée et acentrée.

Elle est acentrée si l'on considère que chacune de ses parties est un centre pour ceux qui les habitent, du logement au quartier. Elle est acentrée si l'on considère que chacune de ces parties est un facteur organisationnel pour l'ensemble.

Elle est centrée par l'existence d'un seul équipement, d'une seule autorité, d'une seule situation, d'un seul événement, qui concernent toutes ses parties et sa population. Ce peut être un pouvoir d'agglomération. Ce peut-être un seul équipement pour l'ensemble comme une gare ferroviaire, un aéroport, un lieu de culte, etc.. Ce peut-être un seul événement comme un festival, etc.

Elle est polycentrée par la distribution en plusieurs lieux d'équipements qui assurent la même fonction ou des fonctions voisines, par l'existence en plusieurs lieux d'évènements, situations semblables. Ce peut être plusieurs centres

commerciaux, plusieurs centres d'affaire, plusieurs zones d'activités, plusieurs centres de loisirs, plusieurs pouvoirs communaux, etc.

Le niveau de centralité de chacun de ces centres pour un même type n'est pas nécessairement identique. La polycentralité présente plusieurs géotypes, obtenus à partir du croisement de caractéristiques différentes comme la diversité et la densité des situations, évènements, équipements du lieu, ainsi que son type de fréquentation, par toute la société à une de ses parties.

Par exemple, le regroupement de la densité et de la diversité, croisé par le type de fréquentation, donne les trois géotypes suivants,

	Peu dense et peu diversifié	Dense et diversifié
Infra sociétal	Infra central	Para-central
Sociétal	Para-central	Central

323. Centralité et accessibilité

Un centre, qu'il soit unique ou non, est caractérisé par son contenu et son accessibilité. L'accessibilité n'est pas l'unique condition de la centralité ; un lieu très accessible mais sans contenu, sans que rien ne s'y passe, ne peut pas être un lieu central, il ne l'est que virtuellement. A l'inverse, un lieu qui contient un équipement unique et fréquenté potentiellement par toute la population d'une agglomération reste central même si faible est son accessibilité, qu'elle soit définie par le temps d'accès au lieu, le coût de cet accès, sa distance, sa capacité d'accueil, etc.

Sans être l'unique condition de la centralité, l'accessibilité est l'un de ses facteurs ; elle renforce celle du lieu le plus accessible parmi ceux qui offrent le même potentiel en termes de contenu. Ce chantier porte sur cette affirmation, considérant que dans certaine configuration, l'accessibilité est en grande partie portée par la frontière définie comme une interface qui met en relation la ville et son environnement, mais également entre elles, les parties de la ville. Ce chantier porte sur la frontière attachée au réseau de voiries des agglomérations urbaines. Ce chantier considère que les rocade et autoroutes, du moins, l'accès à ces infrastructures constituent une frontière prétopologique des agglomérations urbaines.

L'objectif de cette recherche est de vérifier qu'au sein des agglomérations urbaines, quelques lieux centraux sont plus ou moins directement liés aux grands systèmes d'accessibilité qui les desservent et les relient à leurs environnements proches et lointains. Des données relatives aux déplacements urbains motorisés ont fait l'objet d'un traitement informatique afin d'obtenir les distances métriques et temporelles des itinéraires possibles au sein des agglomérations de Tours Nantes et Le Mans. La représentation cartographique des valeurs des distances permet d'illustrer les différences d'accessibilité.

Dans un premier temps, cette partie précise la problématique dans laquelle s'inscrit cette recherche. Les outils utilisés pour obtenir les résultats de cette recherche seront présentés. Ensuite, les étapes du traitement informatique et cartographique seront expliquées et détaillées.

331. Problématique

a. Hypothèse principale. Les périphéries des agglomérations présentent des secteurs à fort développement avec la création de zones d'habitations et d'activités économiques. Ces secteurs périphériques partagent une caractéristique commune : ils sont généralement dotés d'une bonne accessibilité, en raison de la proximité d'un système d'infrastructures routières. Cette bonne accessibilité, permis par la présence d'un système d'infrastructures routières hiérarchisé (avec des routes de gabarit différent et connectées entre elles), est un facteur favorisant l'implantation de logements et d'activités économiques.

Ce chantier vise à vérifier si la bonne accessibilité est corrélée avec certaines formes de centralité et plus particulièrement la centralité économique.

b. Le cadre théorique de cette recherche. L'accessibilité d'un lieu mesurée par ce chantier correspond à la combinaison de deux types d'accessibilité :

- La distance du lieu à tous les autres lieux de l'agglomération : c'est l'accessibilité interne.
- La distance la plus courte du lieu au système constitué par la rocade ou les rocades, l'autoroute ou les autoroutes, système constituant une frontière au sens prétopologique : c'est l'accessibilité externe.

L'accessibilité a été calculée à partir des distances métriques et temporelles des itinéraires possibles au sein des agglomérations. Le calcul de la distance la plus courte d'un lieu quelconque d'une agglomération à la frontière routière (rocade et autoroute) revient à considérer que les points d'accès à cette frontière jouent le rôle de ports d'échange. Ce terme de « port » a été choisi afin de traduire l'idée

d'une rupture de charge, notamment provoquée par une modification de la vitesse de circulation. Les infrastructures routières étant un élément central de la recherche, nous ne nous attacherons qu'aux déplacements motorisés.

Pour vérifier l'hypothèse selon laquelle les « ports » sont des « acteurs spatiaux » dans la fabrication de la centralité, l'espace urbain sera représenté sous la forme simplifiée d'un réseau.

332. Présentation des outils de l'étude

L'agglomération a été représentée sous la forme d'un graphe planaire composé de tronçons et de nœuds. Un graphe correspond à la représentation simplifiée d'un réseau routier en tronçons et en nœuds. Aucune caractéristique (de population, d'activité, de trafic) n'a été prise en compte pour l'étude de l'accessibilité.

Un tronçon se définit comme toute portion de l'espace routier public sur laquelle on peut circuler avec un véhicule motorisé. Les nœuds permettent la connexion des tronçons entre eux. Ainsi, chaque nœud est rattaché à une extrémité de tronçon. Ils sont considérés comme des points d'entrée du réseau routier à tout véhicule motorisé.

Les outils utilisés pour réaliser cette recherche sont :

- La base de données Géoroute de l'IGN. Elle fournit le graphe du réseau routier.
- Un programme informatique déterminant les itinéraires les plus courts¹, Il produit les valeurs des distances à partir d'un graphe.

a. La Base de Données (BD) Géoroute. La BD Géoroute comporte 4 dossiers thématiques contenant plusieurs fichiers de forme²

- **Administratif.** Il comporte 4 fichiers de forme : COMMUNE (il s'agit de la représentation de l'agglomération étudiée, comportant les limites des communes la composant), INFO_COMMUNE (il indique le rôle administratif de chaque commune de l'aire d'étude), LIMITE_COMMUNE (il donne le numéro INSEE de chaque commune de l'aire d'étude) et Zone_Etudie (il s'agit de la limite totale de l'aire urbaine³ décrite).

- **Destination.** Il comporte 4 fichiers de forme : ACCES (il s'agit d'équipements permettant l'accès de certains lieux), EQUIPEMENT PUBLIC (il s'agit de la localisation d'équipements publics), EQUIPEMENT ROUTIER (il s'agit de la

¹ Programme développé en C++ par Julien Coquio

² Les fichiers de formes sont entendus comme des fichiers associant des données alphanumériques à des entités graphiques géoréférencées. Dans ce compte-rendu, ils sont également appelés "couches" pour désigner plutôt les entités graphiques composant une carte.

³ Aire urbaine au sens de l'INSEE.

localisation de parkings et d'aires de service), et HABILLAGE_EQUIPEMENT (il s'agit de la localisation surfacique de quartiers, de zones industrielles et des équipements publics).

- **Habillage.** Il contient 6 fichiers de forme : ESPACE_VERT, TRONCON_HYDRO, TRONCON_VOIE_FERREE, ZONE_ACTIVITE, ZONE_HABITAT et ZONE_HYDRO. IL s'agit de la localisation de ces différents types d'espaces, en implantation linéaire ou zonale.

- **Réseau routier.** Il contient 4 fichiers de forme : CARREFOUR_COMPLEXE (il s'agit de la localisation surfacique de carrefours aménagés et de ronds-points possédant une emprise totale minimale de 30 mètres de rayon. Ce sont des zones de convergences du trafic vues comme des entités), NOEUD_ROUTIER (Un nœud du réseau correspond à une extrémité de tronçon de route. Il traduit une modification des conditions de circulation), NON_COMMUNICATION (il s'agit des interdictions ou impossibilités de tourner, d'aller tout droit) et TRONCON_ROUTE (il s'agit de toute portion de l'espace routier public sur laquelle on peut circuler et/ou adresser des éléments (y compris voies piétonnes, escaliers...) C'est la plus grande division de route entre deux nœuds sur laquelle n'intervient aucune variation de valeur des attributs du tronçon de route).

Le calcul des distances s'effectuant sur un graphe, seuls deux fichiers de forme important, constituant les entités du graphe :

- TRONCON_ROUTE
- NOEUD_ROUTIER.

La BD Géoroute de Tours comporte, à l'origine, 22022 tronçons et 14903 nœuds. Celle de Nantes compte 31415 tronçons et 24015 nœuds.

b. Le programme des chemins minimaux. Ce programme informatique élaboré au sein de l'équipe ART de l'UMR CITERES, permet de déterminer les chemins minimaux au sein d'un graphe de chaque nœud vers tous les autres et de produire les valeurs des distances¹. Au final, les résultats des distances entre les nœuds se présentent sous la forme d'une matrice.

333. Préparation du graphe

Ce paragraphe expose les différentes modifications apportées aux données de la base de données Géoroute, d'une part pour répondre à la problématique de

¹ Dans un premier temps, Laurent Guimas a développé ce programme en Visual Basic. Par la suite, Julien Coquio a transcrit ce programme en C++. Cette transformation de langage informatique a permis de réduire le temps nécessaire au programme pour fournir les calculs des distances.

recherche et d'autre part, pour se conformer aux exigences imposées par le programme de calcul des distances.

a. ETAPE 1 : Suppression des entités non pertinentes

Suppression des entités dans TRONCON_ROUTE

Dans la BD Géoroute, un tronçon correspond à une portion de l'espace routier public sur laquelle on peut circuler et/ou adresser des éléments. C'est la plus grande division de route entre deux nœuds sur laquelle n'intervient aucune variation de valeur des attributs du tronçon de route. Cette définition large inclut les portions de l'espace routier public réservé aux cheminements pédestres et aux bus. Notre problématique de recherche ne s'attachant qu'aux déplacements motorisés, il a été nécessaire de procéder à la suppression des entités non pertinentes pour l'étude.

Dans Géoroute, ce fichier comporte les champs suivants :

FID	SHAPE	CL_FONC	CL_PHYSIQ	NB_VOIES
Numérotation automatique de la ligne.	Forme de l'entité graphique (ici, polyligne).	Classement fonctionnel : définit des niveaux en fonction de la capacité des voies à acheminer les véhicules à vitesse élevée (principal, primaire, secondaire, etc).	Classement physique : définit les types de voies (autoroute, quasi-autoroute, bretelle, route à 2 chaussées, etc.).	Nombre total de voies que comporte le tronçon dans les deux sens.
REST_ACCES	POS_SOL	RES_VERT	SENS	LIMITE
Restriction d'accès : condition de circulation sur un tronçon.	Position par rapport au sol : indication de passage d'un tronçon de route sur ou sous un aménagement routier de type pont, tunnel, etc.		Sens de circulation.	Limite administrative.

NIVEAU	REST_POIDS	REST_HAUT	REST_LONG	REST_LARG
Niveau au franchissement : renseigne sur l'empilement des tronçons de route au niveau d'un franchissement. Par convention, 0 est le niveau le plus bas,	Restriction de poids total.	Restriction de hauteur.	Restriction de longueur portant sur la taille du véhicule.	Restriction de largeur fonction d'un obstacle.

n+1 le niveau immédiatement supérieur à n.				
MAT_DANGER	VOIE_BUS	REST_MARC	LIVRAISON	CIRCUL_INT
Interdiction aux matières dangereuses.	Voie de bus : indique la présence d'un couloir réservé aux bus et taxis sur le tronçon de route.	Restriction marchandise : concerne les véhicules affectés au transport de marchandise.	Horaires de livraison.	
NOM_RUE_D	NOM_RUE_G	BORN_DEB_D	BORN_DEB_G	BORN_FIN_D
Nom de la rue située à droite du tronçon par rapport au sens de digitalisation.	Nom de la rue située à gauche du tronçon par rapport au sens de digitalisation.	Borne début droite par rapport au sens de digitalisation.	Borne début gauche par rapport au sens de digitalisation.	Borne fin droite par rapport au sens de digitalisation.
BORN_FIN_G	TYP_ADR	INSEE_COMD	INSEE_COMG	NUM_ROUT
Borne fin gauche par rapport au sens de digitalisation.	Type d'adressage.	N° INSEE de la commune située à droite du tronçon par rapport au sens de digitalisation.	N° INSEE de la commune située à gauche du tronçon par rapport au sens de digitalisation.	Numéro connu de la route (ex : A11).
NOM_ITI	MISE_SERV	PANN_DEB	PANN_FIN	FERM_SAIS
Nom d'itinéraire.	Date de la mise en service du tronçon.	Panneau début	Panneau fin	Fermeture saisonnière.
TYP_DONNE	ID_GEOROUT			
Type de données : urbain ou interurbaine.	N° identifiant Géoroute.			

Au cours du traitement des données, les champs importants sont :

- ID_GEOROUT : ce champ contient les identifiants attribués à chaque tronçon de la base de données. Il est le champ essentiel au fonctionnement d'un système de gestion d'une base de données.
- CL_F,
- CL_PHYSIQ,
- REST_ACCES,
- et SENS.

Le champ SENS est utile lors de l'étape des modifications apportées au graphe liées au programme informatique de calcul des distances.

Les trois champs CL_PHYSIQ, CL_FONC et REST_ACCES interviennent lors de l'étape de suppression des entités non pertinentes de la problématique de recherche. Tous les tronçons sur lesquels la circulation automobile est impossible ont été supprimés :

- Dans CL_PHYSIQ, suppression de "escalier", "passerelle", ou "chemin".
- Dans CL_FONC, suppression de "sans objet".
- Dans REST_ACCES, suppression de "impossible" ou "interdit", "réservé aux bus sens direct", "réservé aux bus sens inverse" et "réservé aux bus".

Des modifications de tronçons existants et des ajouts de tronçons, notamment en dehors de la zone d'étude, ont été effectuées, afin d'éviter des effets de limite et des incohérences de parcours et assurer une continuité d'itinéraire motorisé. En effet, lorsque deux secteurs situés en limite de la zone d'étude étaient isolés l'une de l'autre, la route les reliant a été ajoutée¹.

Suppression des entités dans NŒUD_ROUTIER

Un nœud du réseau routier correspond à une extrémité de tronçon de route. Il traduit une modification des conditions de circulation.

Le fichier NŒUD_ROUTIER comporte les champs suivants :

FID	SHAPE	Nature	Toponyme	TYP_DONNE
Numérotation automatique de la ligne.	Forme de l'entité graphique (ici, point).	Nature de l'intersection	Nom du lieu s'il en comporte un.	Urbain ou interurbain.
ID_GEOROUT				
N° identifiant Géoroute.				

Pour l'étude, les champs ID_GEOROUT et NATURE importent. Le champ NATURE intervient lors des modifications apportées au graphe en vue du programme informatique de calcul des distances.

Certains tronçons ayant été supprimés, tous les nœuds situés aux extrémités de ces tronçons ont été supprimés.

b. ETAPE 2 : Modifications en vue du programme de calcul des distances

Le programme de calcul des distances pose un certain nombre de contraintes de traitement. Les données doivent faire l'objet d'adaptations avant d'effectuer le calcul des distances. La particularité du programme informatique est de travailler sur un graphe planaire a-spatial. Le graphe planaire est composé de tronçons et de nœuds, qui doivent répondre à des caractéristiques particulières :

- ❑ Le programme ne prend en compte que les tronçons à sens direct.
- ❑ Les tronçons constituent les itinéraires possibles. Leur longueur permet de calculer les distances métriques et temporelles (longueur des tronçons exprimée en vitesse de parcours en seconde/mètre).
- ❑ Les nœuds correspondent à des carrefours : un nœud permet l'accès à tous les tronçons qui lui sont connectés.

¹ Par exemple, entre le pont sur le Cher et la commune de Vétetz pour l'agglomération de Tours.

- Chaque tronçon doit comporter, à ses deux extrémités, un nœud de départ et un nœud d'arrivée. Ces derniers indiquent le sens de circulation du tronçon.

Le programme s'effectue sur des données non géoréférencées. Il faut fournir des données sous la forme de tableur comportant les informations nécessaires au calcul :

- pour les tronçons :

ID TRONÇON	ID NŒUD DE DEPART	ID NŒUD D'ARRIVEE	LONGUEUR EN METRE	TEMPS DE PARCOURS DU TRONCON EN SECONDE
1000000	2000000	2000001	40	2,88
1000001	2000001	2000000	30	3,6
Etc.	Etc.	Etc.	Etc.	Etc.

- pour les nœuds :

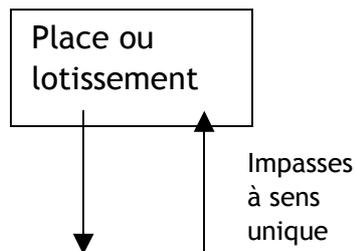
LISTE DES ID DES NŒUDS DU GRAPHE PLANAIRE
2000000
2000001
Etc.

Les résultats du calcul des distances se présentent sous la forme d'une matrice. La matrice se présente ainsi :

		Nœuds d'arrivée							
Nœuds de départ									

Les résultats des distances sont donnés par nœuds et non par tronçons. C'est à partir des nœuds de départ et d'arrivée, affectés à chaque tronçon que l'on obtient les valeurs métriques et temporelles des itinéraires. Chaque tronçon doit donc être doté d'un nœud de départ et d'arrivée.

- la première explication vient du fait que notre réseau routier est limité. Les limites posées à notre aire d'étude induisent une interruption de certains tronçons, dont l'extrémité se situe en limite de notre aire d'étude. C'est le cas de certains tronçons d'autoroutes de notre réseau routier ;
- la deuxième explication est liée à l'organisation de la circulation en fonction de zones bâties et d'activités. Le cas de figure suivant a été remarqué : deux tronçons en impasse peuvent se terminer sur un espace public ou privé, comportant chacun un sens de circulation contraire.



Le travail sur un graphe suppose que la circulation ne doit pas être bloquée à l'extrémité d'un tronçon. Les tronçons en impasse à sens unique ont été supprimés de la base de données. Tous les tronçons des autoroutes à sens unique ont été supprimés jusqu'à l'échangeur permettant le raccordement des tronçons d'autoroute au reste du réseau routier de l'agglomération.

Pour localiser et supprimer les tronçons en impasse à sens unique, correspondant au 2^{ème} cas de figure, deux manipulations ont été effectuées :

- la sélection des tronçons en sens unique,
- un utilitaire a permis de calculer les occurrences des nœuds des tronçons sélectionnés. Lorsqu'un tronçon comporte un nœud avec une occurrence de 1, cela signifie qu'il est en impasse.

Suppression des franchissements

Ils correspondent à des nœuds indiquant des différences de niveaux entre deux tronçons, ne permettant pas le passage de l'un vers l'autre. Les franchissements imposent donc des restrictions de circulation. Dans la BD Géoroute, un franchissement est symbolisé par un nœud.

Or, le programme informatique considère un nœud comme un carrefour dont la circulation est possible vers tous les tronçons qui lui sont connectés.

Ces nœuds ont donc été supprimés. Les tronçons, lorsqu'ils étaient de même niveau, ont été combinés afin de n'en former plus qu'un.

Les sens de circulation

Le programme informatique impose des tronçons dont la circulation se fait uniquement à sens unique.

Avant de lancer le calcul des distances, il est nécessaire d'effectuer quelques simplifications des sens de circulation. Dans la BD Géoroute, il existe trois types de sens dans le champ "Sens" (de circulation) :

- double sens : la circulation se fait dans les deux sens sur ces tronçons,
- sens direct : la circulation ne se fait que dans un sens, conforme au sens de la digitalisation, donc s'effectuant bien du nœud de départ au nœud d'arrivée.
- sens inverse : la circulation sur ces tronçons s'effectue en sens inverse du sens de digitalisation, donc s'effectuant du nœud d'arrivée au nœud de départ.

double sens

Tout d'abord, il a été nécessaire de copier chaque tronçon classé "double sens". Leurs nœuds de départ et d'arrivée ont été intervertis et ces tronçons doublés ont reçu un numéro identifiant les distinguant chacun. Cette opération est effectuée sur le fichier DBF, destiné au traitement en C++ de Julien Coquio, et non sur les couches graphiques du réseau routier.

A l'origine :

ID TRONÇON	ID ND DE DEPART	ID ND D'ARRIVEE
150000	22222	33333
250000	33333	22222

Après traitement :

ID TRONÇON	ID ND DE DEPART	ID ND D'ARRIVEE
150000	22222	33333

Sens inverse

Afin de rectifier les calculs, les tronçons "Sens inverse" ont été rétablis en concordance avec leur sens de circulation de la manière suivante : Après sélection des tronçons "Sens inverse", les nœuds de départ et les nœuds d'arrivée ont été intervertis (les nœuds de départ sont devenus les nœuds d'arrivée et vice-versa) afin qu'ils deviennent des "Sens direct".

Ainsi, les tronçons traités, avant de lancer le calcul, ne comportent plus qu'un type de sens de circulation : "Sens direct".

c. ETAPE 3 : Modifications pour obtenir les distances temporelles

Le calcul des distances fournit deux types d'informations :

- La distance métrique,

- La distance temporelle.

La distance métrique est obtenue par la longueur de chaque tronçon, calculée lors de l'import des tables dans une géodatabase d'ArcInfo¹.

Afin d'obtenir la distance temporelle, une vitesse de parcours a été attribuée à chaque tronçon en km/h. Les zones bâties et d'activités ont servi de référents afin de déterminer les vitesses de circulation. Les temps de parcours ont été modifiés si les tronçons se trouvaient en zone bâtie et d'activité ou non. En effet, les zones bâties et d'activités représentent, pour cette recherche, l'agglomération au sein de laquelle la vitesse de circulation est plus lente, par opposition aux zones dépourvues de zones bâties et d'activités, au sein desquelles la vitesse de circulation est plus élevée, qui sont alors considérées hors agglomération. Dans ce dernier cas, la vitesse de circulation a été majorée (par exemple, 50km/h en zone urbaine a été remplacé par 90km/h hors zone urbaine).

Table de correspondance des vitesses utilisée dans notre recherche :

Classement physique													
Classement fonctionnel	Vitesse en Km/h	Autoroute		Quasi-autoroute		Bretelle		Bac		Route à 1 chaussée		Route à 2 chaussées	
		Hors agglom.	Agglom.	Hors agglom.	Agglom.	Hors agglom.	Agglom.	Hors agglom.	Agglom.	Hors agglom.	Agglom.	Hors agglom.	Agglom.
		Principal	130	110	100	90	70	70			90	50	90
Primaire	130	110	100	90	50	50			85	45	85	45	
Secondaire					50	50	1	1	80	40	80	40	
Tertiaire					40	40	1	1	80	35	80	35	
Desserte					40	40			70	25	70	25	

ID TRONÇON	ID Nœud DEPART	ID Nœud D'ARRIVEE	LONGUEUR EN METRE	TEMPS PARCOURS DU TRONÇON EN SECONDE
1000000	2000000	2000001	40	2,88
1000001	2000001	2000000	30	3,6

La longueur du tronçon en seconde a été calculée de la façon suivante :

- Pour le 1^{er} tronçon : 40 m de longueur - 50 km/h
- Temps de parcours en km/h ($40 \div 50000$) = 0,0008 h, soit en seconde ($0,0008 \times 3600$) = 2,88 secondes.

¹ Une géodatabase est une base de données géoréférencées (les logiciels comme Access travaillent sur des bases de données non géoréférencées). C'est à partir du système de projection, qui définit la BD spatialisée, que la mesure des entités de la base de données est possible (périmètre, aire, distances métriques, etc.). Par exemple, dans cette recherche, la projection choisie pour la BD Géoroute est le Lambert II.

- Pour le 2^{ème} tronçon : 30 m de longueur - 30 km/h
- Temps de parcours en km/h ($30 \div 30000$) = 0,001 h, soit en seconde ($0,001 \times 3600$) = 3,6 secondes.

d. ETAPE 4 : Vérification de la connectivité du graphe

Cette étape est nécessaire afin de s'assurer que le graphe est prêt pour le programme informatique. Il permet de détecter les connections défectueuses entre tronçons et nœuds.

A ce stade, les données sont prêtes pour le calcul des distances.

Au final, les réseaux routiers de notre recherche comportent :

- 17465 tronçons et 13411 nœuds pour l'agglomération de Tours
- 27518 tronçons et 22043 nœuds pour l'agglomération de Nantes.

e. ETAPE 5 : Identification de la rocade et de l'autoroute

Les rocades offrent une desserte rapide à l'intérieur de l'agglomération, en proposant une alternative au réseau routier interne à l'agglomération. En effet, l'affluence des véhicules sur le réseau routier interne conduit à un engorgement, notamment aux heures de pointe des déplacements, et un ralentissement de la vitesse de circulation.

Les autoroutes sont définies comme une portion du réseau routier, à desserte rapide, permettant l'entrée et la sortie à l'agglomération de l'extérieur.

Cette phase de la recherche préfigure le traitement cartographique et est utile pour le calcul des distances.

Dans un premier temps, il est nécessaire de créer deux couches, l'une représentant la rocade et l'autre l'autoroute. Elles composeront les cartes finalisées. C'est à partir de la couche TRONCON que sont créées les couches ROCADE et AUTOROUTE.

Dans un deuxième temps, il est nécessaire de repérer les nœuds coupant les tronçons de rocade ou d'autoroute. Les identifiants de ces nœuds permettront d'extraire de la matrice des résultats les valeurs des distances des nœuds de la ville aux nœuds de la rocade et d'autoroute. De plus, c'est à partir de leurs couches que sont créées les couches PORT de rocade et PORT d'autoroute.

Création des couches ROCADE et AUTOROUTE

A partir de la couche TRONCON sont sélectionnés les tronçons répondant aux caractéristiques de la rocade et de l'autoroute. Les tronçons sélectionnés sont copiés, selon leurs caractéristiques, dans la table ROCADE ou AUTOROUTE et effacés, ensuite, de la couche TRONCON. La table, associée à une couche qui

comporte les entités graphiques, contient les informations attributaires associées aux entités graphiques.

La création de la couche ROCADE s'est effectuée par la sélection de tronçons "autoroute" et "quasi-autoroute", attribut donné dans le champ « classement fonctionnel ». Pour le cas de Tours, les tronçons de la voirie urbaine à Tours nord, représentant la ceinture de l'agglomération tourangelle, ont été également retenus.

La création de la couche AUTOROUTE s'est effectuée par la sélection de tronçons classés "autoroute".

Création des couches PORTS

La création de la couche PORTS de la rocade s'est effectuée en deux temps :

- La sélection des nœuds coupant les tronçons de la couche ROCADE.
- Le regroupement par paquets de nœuds, proches spatialement, c'est-à-dire fonctionnant ensemble, correspondant à un point d'échange avec le réseau, permettant l'entrée et la sortie sur la rocade et l'autoroute.
- Création d'une entité ponctuelle symbolisant le port, regroupant un ou plusieurs nœuds.

La même procédure a été suivie pour créer la couche PORTS de l'autoroute.

334. Traitement cartographique

a. ETAPE 1 : Création des couches destinées à l'habillage des cartes

Des couches ont été créées pour la mise en page des cartes finalisées.

Les cartes finalisées comportent un certain nombre de couches communes créées pour faciliter le repérage spatial :

- Réseau routier : il s'agit des liaisons autoroutières, principales et régionales traversant l'agglomération. Pour Tours, cette couche a été créée à partir de la BD Carto de l'IGN, plus adaptée à l'échelle des cartes finales et plus lisible que la BD Géoroute. Pour Nantes, la couche a été créée à partir du fichier de forme TRONCON_ROUTE en sélectionnant les tronçons correspondants.
- Hydro : les cours d'eau traversant l'agglomération en implantation zonale.
- Zone_Etude : il s'agit des limites de la zone d'étude.

b. ETAPE 2 : Cartographie des résultats du calcul de distance

De la matrice des résultats, trois types d'informations ont été extraits :

- La distance des nœuds de la ville entre eux. C'est la distance interne.

- La distance des nœuds aux ports de la rocade.
- La distance des nœuds aux ports de l'autoroute.

Ces deux dernières distances donnent la distance externe.

Pour la distance interne, les résultats obtenus correspondent à la somme des distances d'un nœud à tous les autres nœuds de l'agglomération.

Une autre information a également été obtenue : la fréquence d'utilisation de chaque tronçon dans le calcul des chemins minimaux des nœuds entre eux.

Les distances sont dites métriques lorsqu'elles reposent sur la longueur des tronçons et temporelles lorsqu'elles reposent sur la vitesse de circulation attribuée à chaque tronçon.

Concernant les distances des nœuds de la ville aux ports de la rocade et de l'autoroute, les résultats portaient sur les entrées et les sorties à la ville :

- Entrée : distance des ports aux nœuds de la ville.
- Sortie : distance des nœuds de la ville aux ports.

Seuls les résultats en sortie ont été cartographiés.

Le choix de la méthode de cartographie : la représentation selon la méthode des voisins naturels

Les résultats renseignent les nœuds et non les tronçons, exception faite pour la carte des fréquences d'utilisation des tronçons.

La représentation cartographique à partir de nœuds (entités graphiques ponctuelles) est peu efficace visuellement. C'est pourquoi, il est préférable de convertir l'information ponctuelle en information zonale grâce à une méthode d'interpolation : on a opté pour la méthode des voisins naturels.

Cette fonction est proposée dans l'option 3D Analyst dans ArcMap. Elle consiste à effectuer une interpolation sur un semis de points irréguliers. L'interpolation s'effectue par une triangulation pour chaque nœud, ce qui revient à attribuer une surface à chaque nœud jusqu'aux nœuds les plus proches.

A l'issue de ce traitement, un raster est produit à partir duquel la représentation par classes peut se faire. En effet, ce raster se présente comme une couche comportant les données à cartographier. Il suffit alors de choisir le type de données à cartographier (ici, le champ comportant soit les valeurs brutes, soit les indices des distances métriques / temporelles de chaque nœud) et de déterminer les

classes de représentation (manuellement ou selon les méthodes de classification qu'ArcMap propose¹).

La représentation par classes des résultats apparaît sur la carte.

La méthode des voisins naturels crée une surface pour chaque point. Ces surfaces débordent des limites de la zone d'étude. Afin de ne visualiser que l'intérieur de la zone d'étude, une couche destinée à l'habillage des cartes, a été créée pour masquer le raster hors de la zone d'étude.

Représentation normalisée

A partir des valeurs brutes délivrées par la matrice (somme des distances d'un nœud à tous les autres nœuds), des indices ont été calculés à partir des valeurs métriques et temporelles.

$$i = d / \max d$$

i = indice

d = valeur de la distance

max d = valeur maximale des distances calculées.

Rapport distance métrique - distance temporelle

Le rapport entre l'indice des distances métriques et l'indice des distances temporelles a été calculé afin de permettre la comparaison entre ces deux valeurs.

ir = rapport im _ it

im = indice de la distance métrique

it = indice de la distance temporelle

$$ir = im/it$$

¹ Méthode des seuils naturels (Jenks), intervalles égaux, intervalles à amplitude définie, effectifs égaux et écart-type.

34. Résultats

Les traitements présentés ci avant ont été menés sur trois agglomérations, celle du Mans, celle de Nantes et celle de Tours. Ces agglomérations n'ont pas été choisies en fonction d'une représentativité particulière d'une population plus large. Elles le furent dans le cadre de cet atelier uniquement pour la connaissance que nous en avons afin de mener le plus sûrement l'analyse des résultats.

Les cartes produites se répartissent en quatre groupes :

- 1^{er} groupe de cartes : l'accessibilité interne de l'agglomération (des nœuds entre eux)
 - Vm : accessibilité interne à l'agglomération en distances métriques.
 - Vt : accessibilité interne à l'agglomération en distances temporelles.

- 2^{ème} groupe : l'accessibilité externe de l'agglomération à la rocade (des nœuds de la ville aux ports de la rocade)
 - Rm : accessibilité des nœuds de la ville aux ports de la rocade en distances métriques.
 - Rt : accessibilité des nœuds de la ville aux ports de la rocade en distances temporelles.

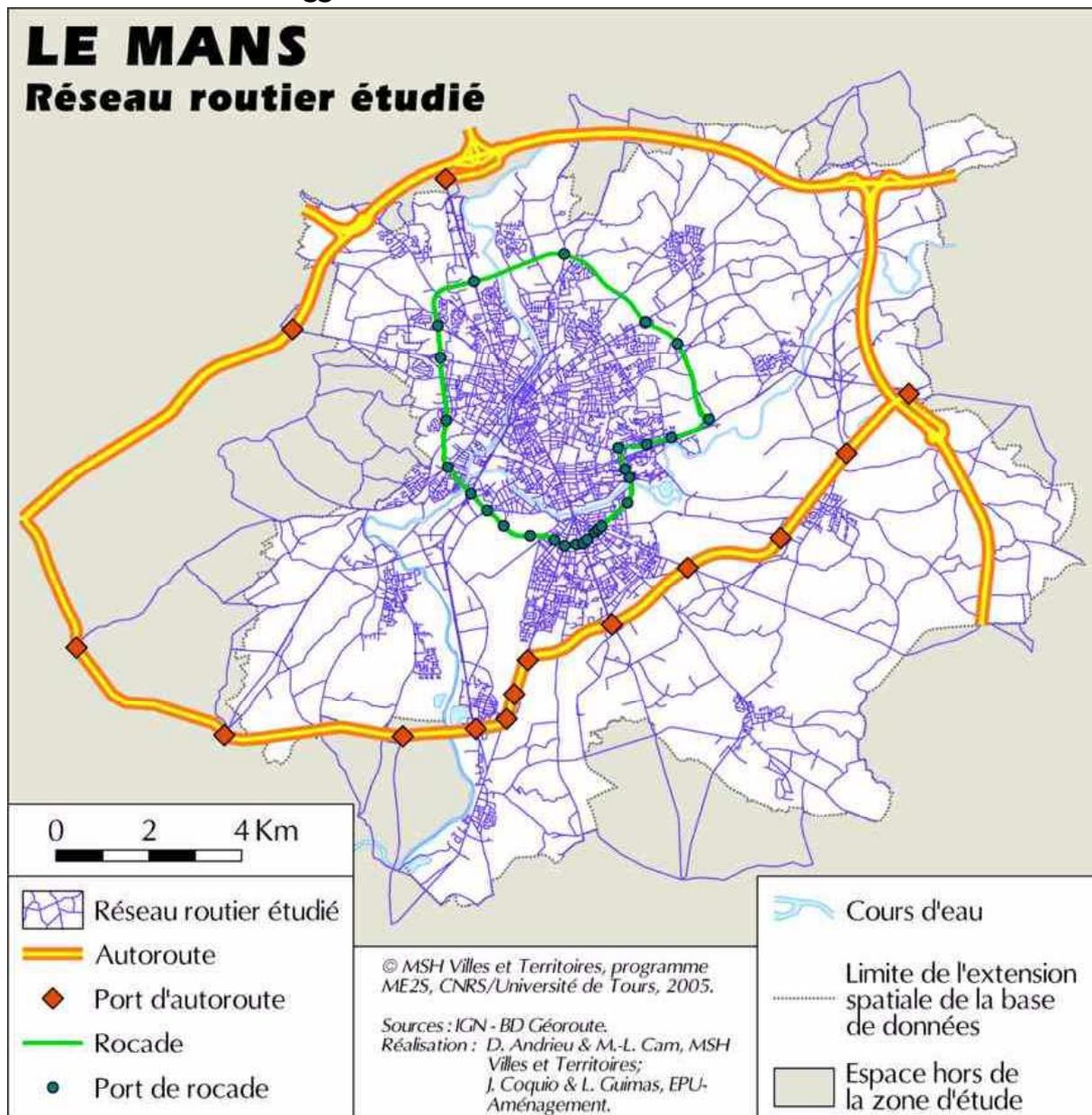
- 3^{ème} groupe : l'accessibilité externe de l'agglomération à l'autoroute (des nœuds de la ville aux ports de l'autoroute)
 - Am : accessibilité des nœuds de la ville aux ports de l'autoroute en distances métriques.
 - Ati : accessibilité des nœuds de la ville aux ports de l'autoroute en distances temporelles.

- 4^{ème} groupe : l'accessibilité totale
 - VRAm : somme des indices d'accessibilité interne et d'accessibilité externe (à la rocade et à l'autoroute) en distances métriques.
 - VRAt : somme des indices d'accessibilité interne et d'accessibilité externe (à la rocade et à l'autoroute) en distances temporelles.

Tous les résultats du calcul sont exprimés en indice. Chaque surface de couleur correspond à une classe d'indice de distance (en mètre ou en temps) d'un nœud à tous les autres nœuds.

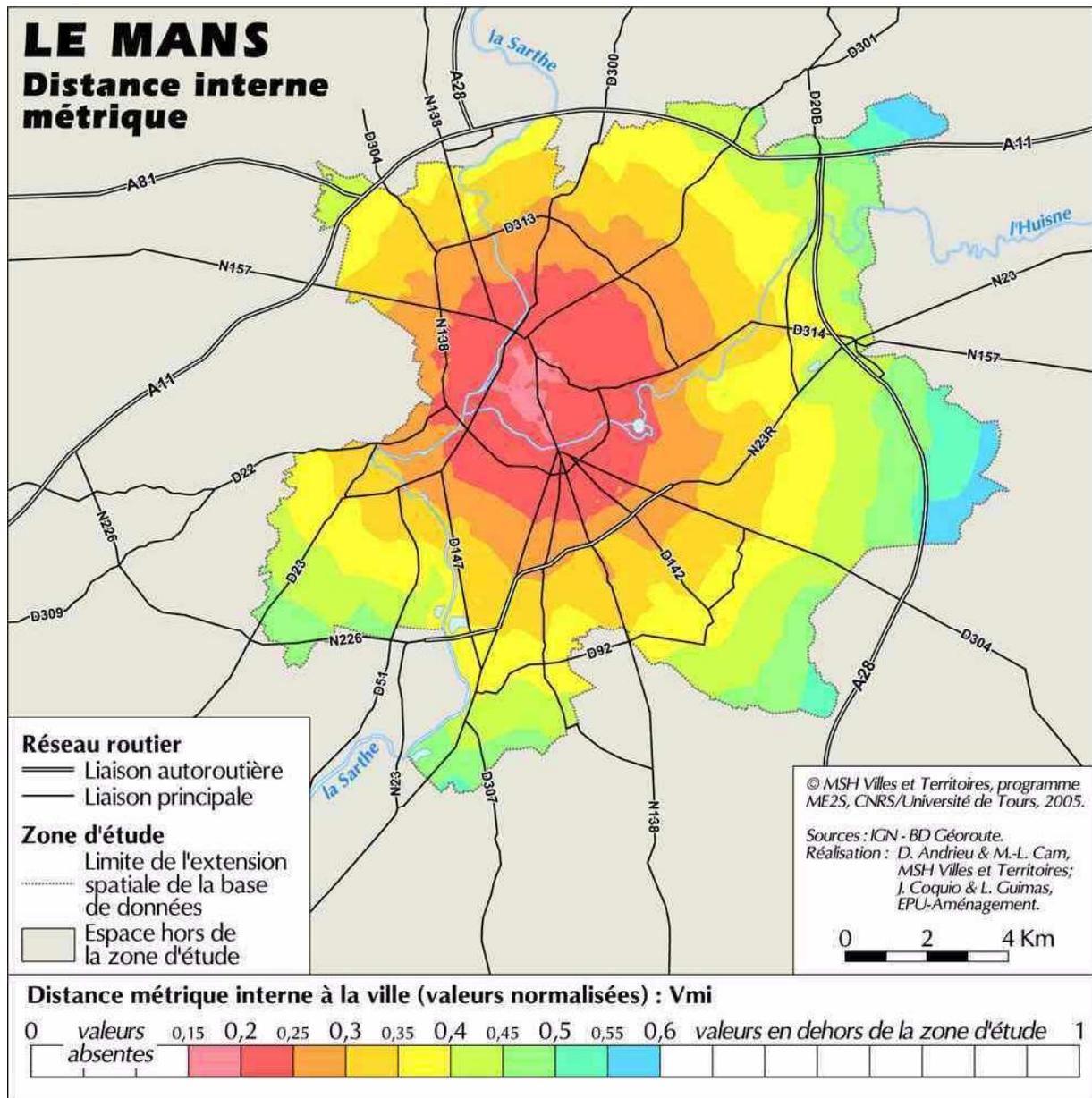
341. Agglomération du Mans

a. Réseau routier et agglomération



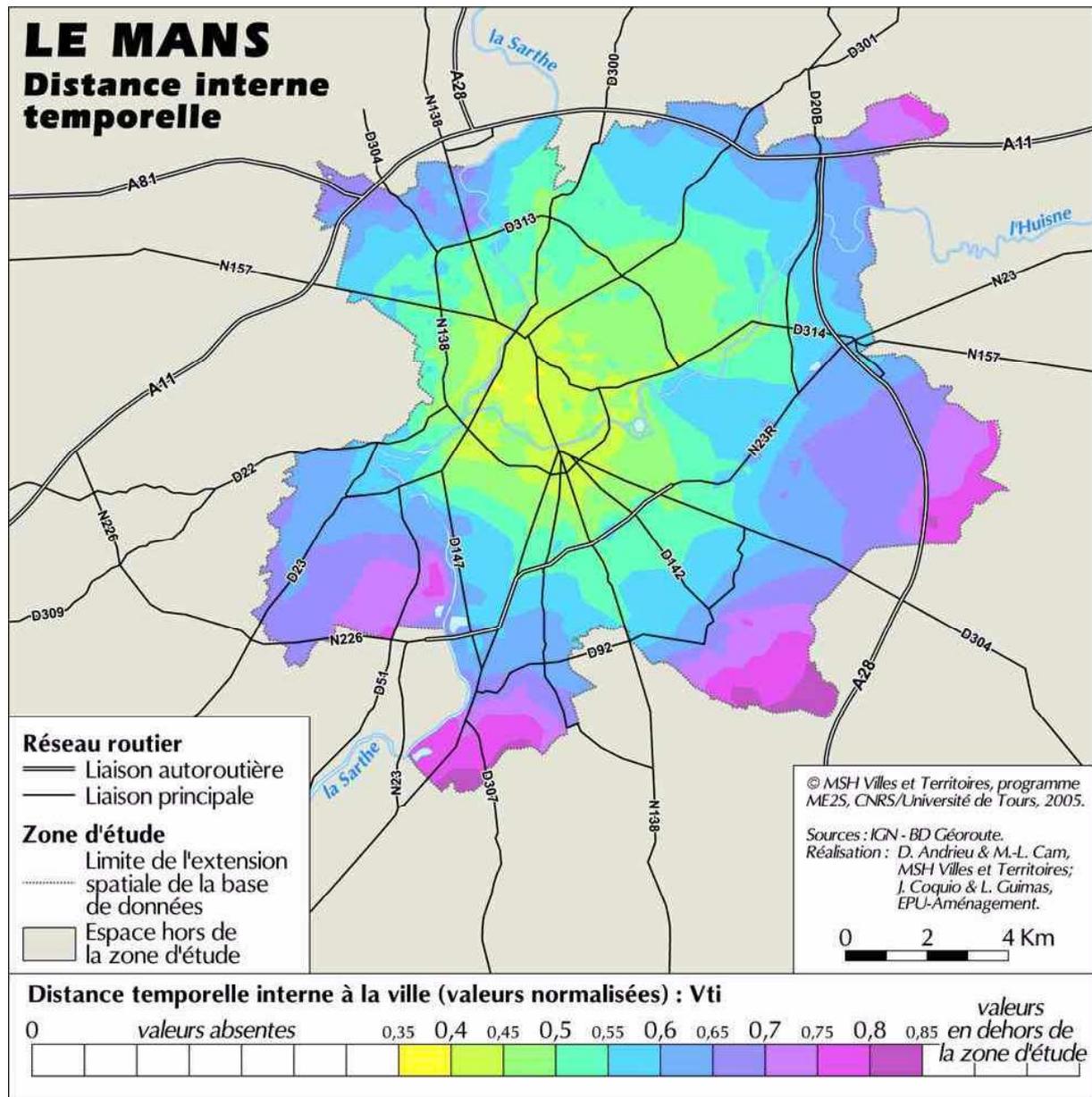
Cette agglomération était structurée encore au début des années 1960, comme la plupart des villes françaises, par un réseau de routes nationales, quasiment rayonnantes à partir du centre. A cette structure fut adjointe une nouvelle, se présentant sous une forme annulaire, composée d'un système autoroutier et d'une rocade, moins périphérique et à ce jour quasiment terminée. Le système autoroutier est un système de niveau inter régional, nationale et international. La rocade peut-être apparentée à un grand boulevard circulaire, intermédiaire entre le centre de l'agglomération et le système autoroutier. C'est à partir de cette présentation que la rocade et le système autoroutier, du moins leurs points d'accès ont été érigés en tant que frontière.

b.- accessibilité interne en distance métrique



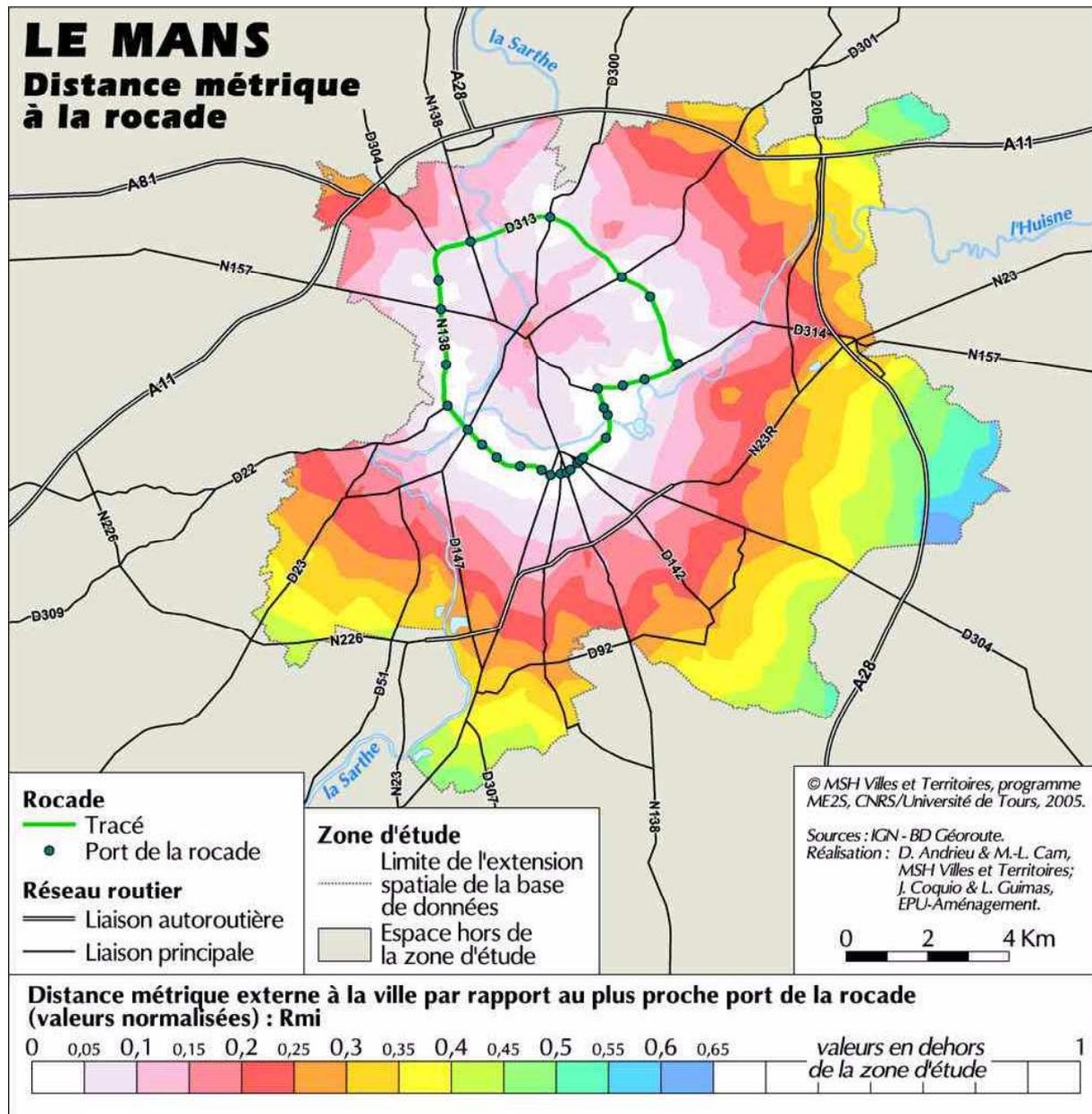
Cette carte Vmi représente l'accessibilité métrique d'un point à tous les autres points de l'agglomération. Les surfaces de couleur sont régulièrement radioconcentriques à partir du centre de l'agglomération, ce qui témoigne d'une desserte routière plutôt homogène sur toute l'agglomération, avec un centre d'accessibilité au centre !

c. Accessibilité interne en distance temps



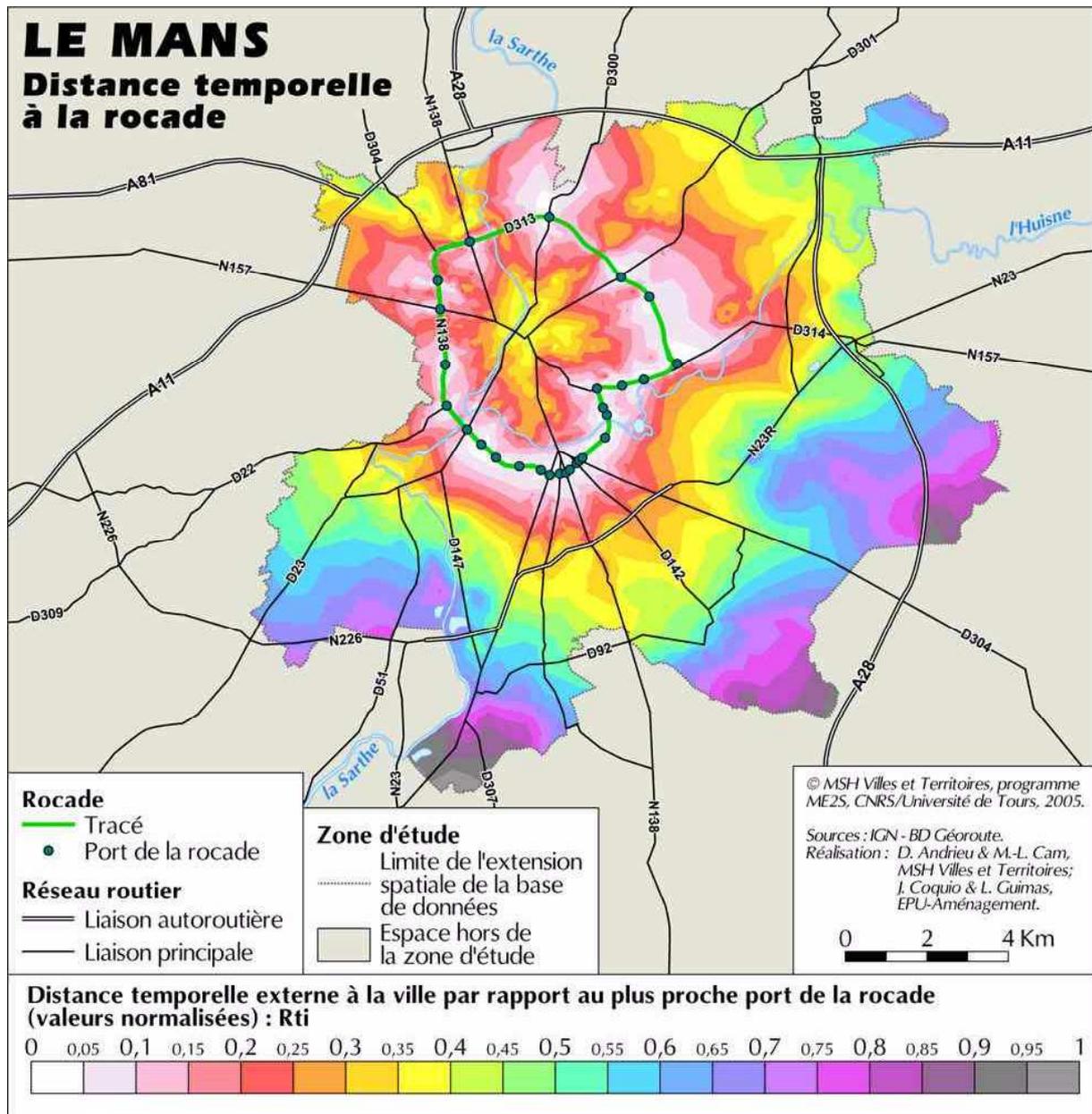
D'allure radio concentrique, la distance interne mesurée en temps d'accès modifie quelque peu la situation obtenue précédemment. Les espaces les plus accessibles ne constituent plus une aire d'un seul tenant. Ils correspondent à plusieurs zones, quasiment séparées les unes des autres, avec au sud deux zones « centrales » en matière d'accessibilité interne, correspondant à la ville nouvelle d'Allonnes et au quartier de Pontlieue.

d. Accessibilité à la rocade en distance métrique



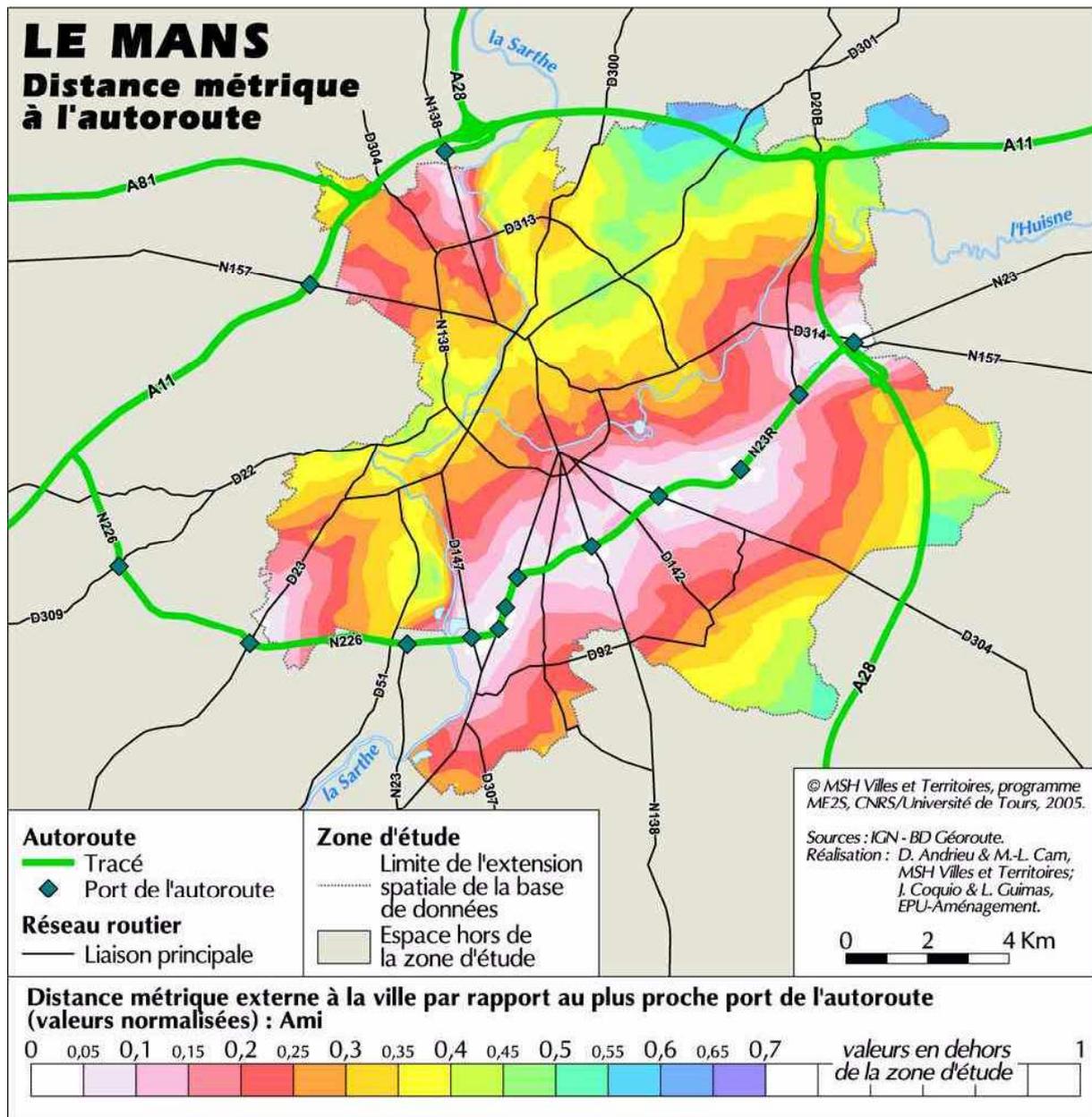
Avec une rocade, d'un seul tenant, il va de soi qu'elle dessine une ville aréolaire en matière de proximité à cette infrastructure qui relie les parties de la ville entre eux et la ville à ses environnements.

e. Accessibilité à la rocade en distance temps



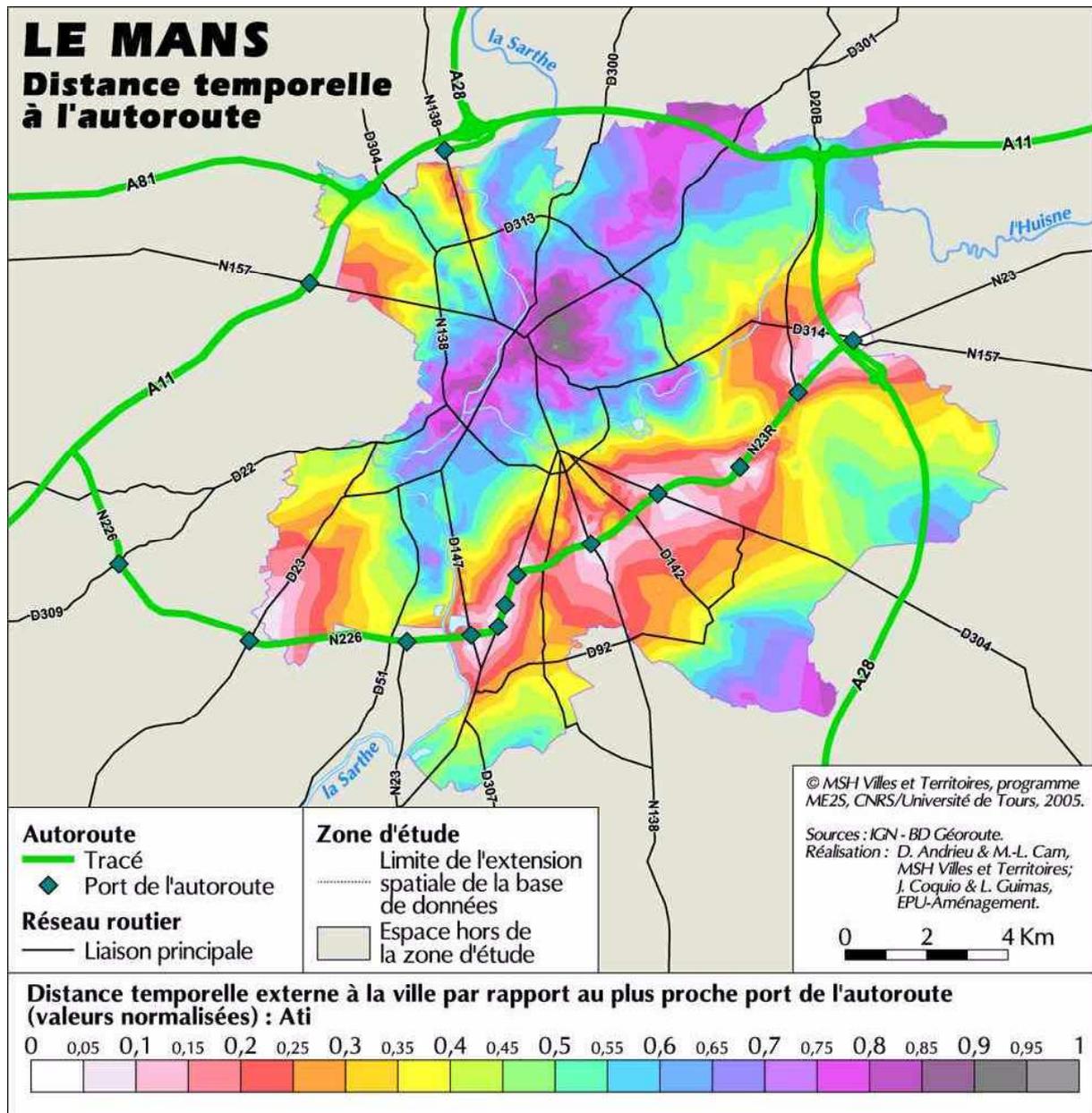
Ce mode de calcul ne modifie guère le résultat précédent avec un chapelet de zones les plus proches, centrées tout logiquement sur les points d'accès à la rocade.

f. Accessibilité au système autoroutier en distance métrique



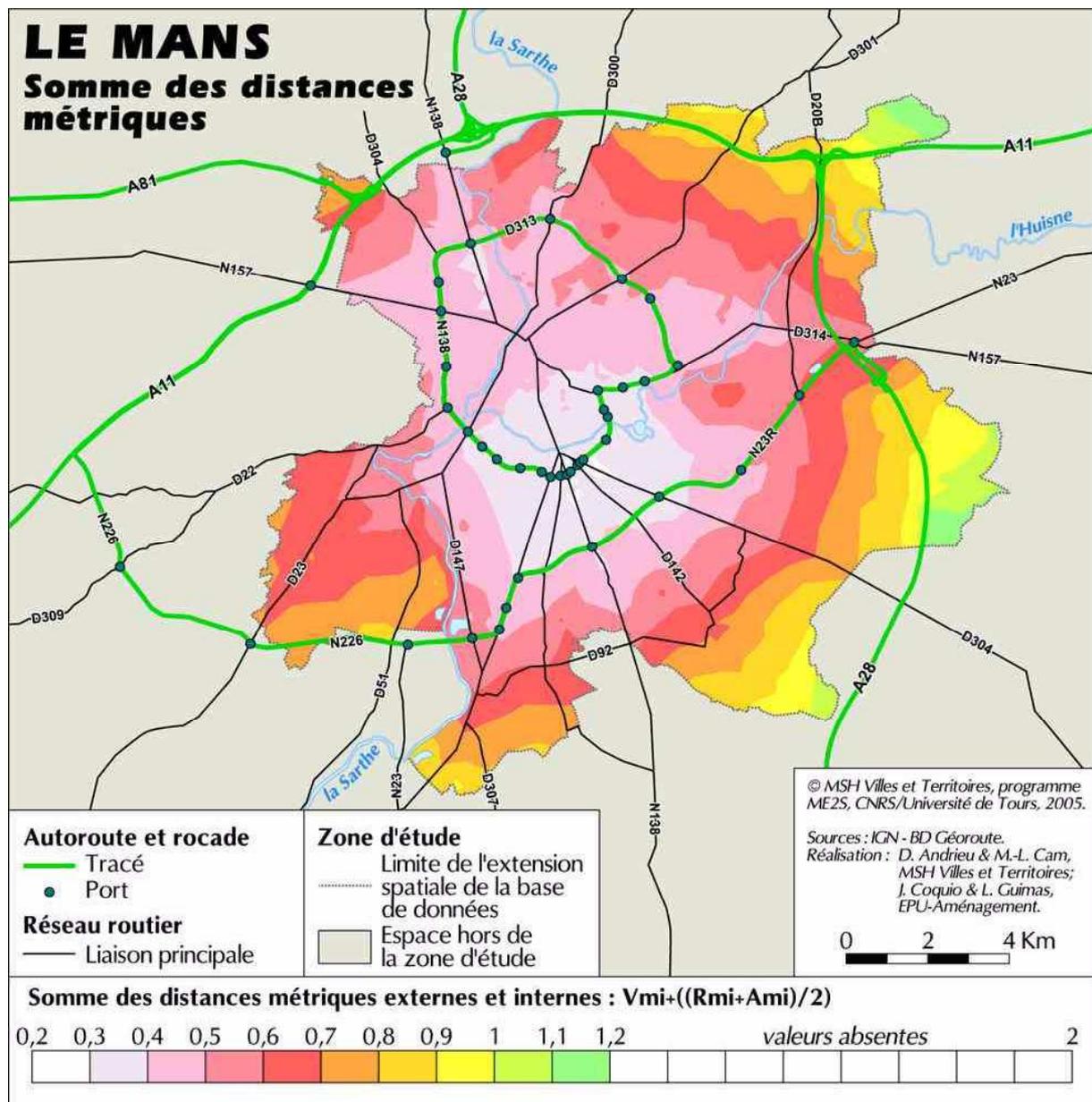
L'agglomération du Mans possède dans sa partie sud, un long contournement qui relie l'autoroute de Paris dans sa partie nord à sa partie sud en direction de Nantes tout en servant de liaison entre les deux parties de l'autoroute A88, Caen, Tours. Ce contournement permet de rapprocher les zones d'habitat mais surtout d'activité de l'autoroute Paris - Rennes - Nantes - Angers qui passe par le nord de l'agglomération. Ce contournement sud possède de nombreux points d'accès qui rapproche les zones urbaines proches du système autoroutier.

g. Accessibilité au système autoroutier en distance temps



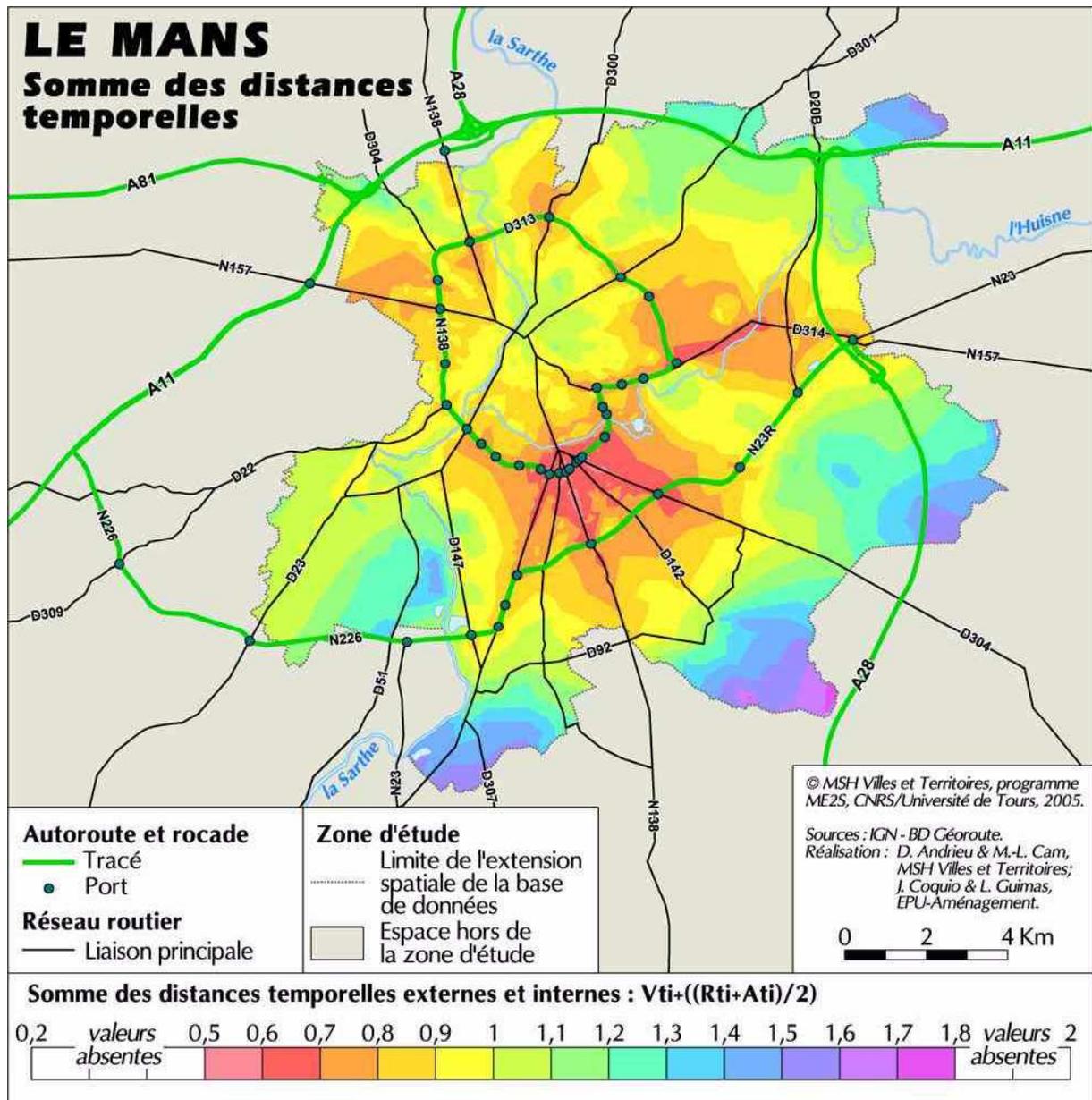
Comme pour la distance à la rocade, cette distance des lieux de la ville au système autoroutier, mesurée en temps, donne une place prépondérante aux lieux d'accès à ce système. Le centre ville traditionnel est l'espace le plus éloigné en matière d'accès au système autoroutier.

h. Accessibilité totale mesurée en distance métrique



La combinaison distance interne et distance externe donne une partie centrale en matière d'accessibilité totale de type radio concentrique dont la partie la plus accessible est centrée sur le quartier de Pontlieue, qui devient ainsi pour ce type de mesure le centre d'agglomération. La centralité de cette partie de l'agglomération est dû au nombre élevé d'accès au système autoroutier, présents sur le grand contournement sud.

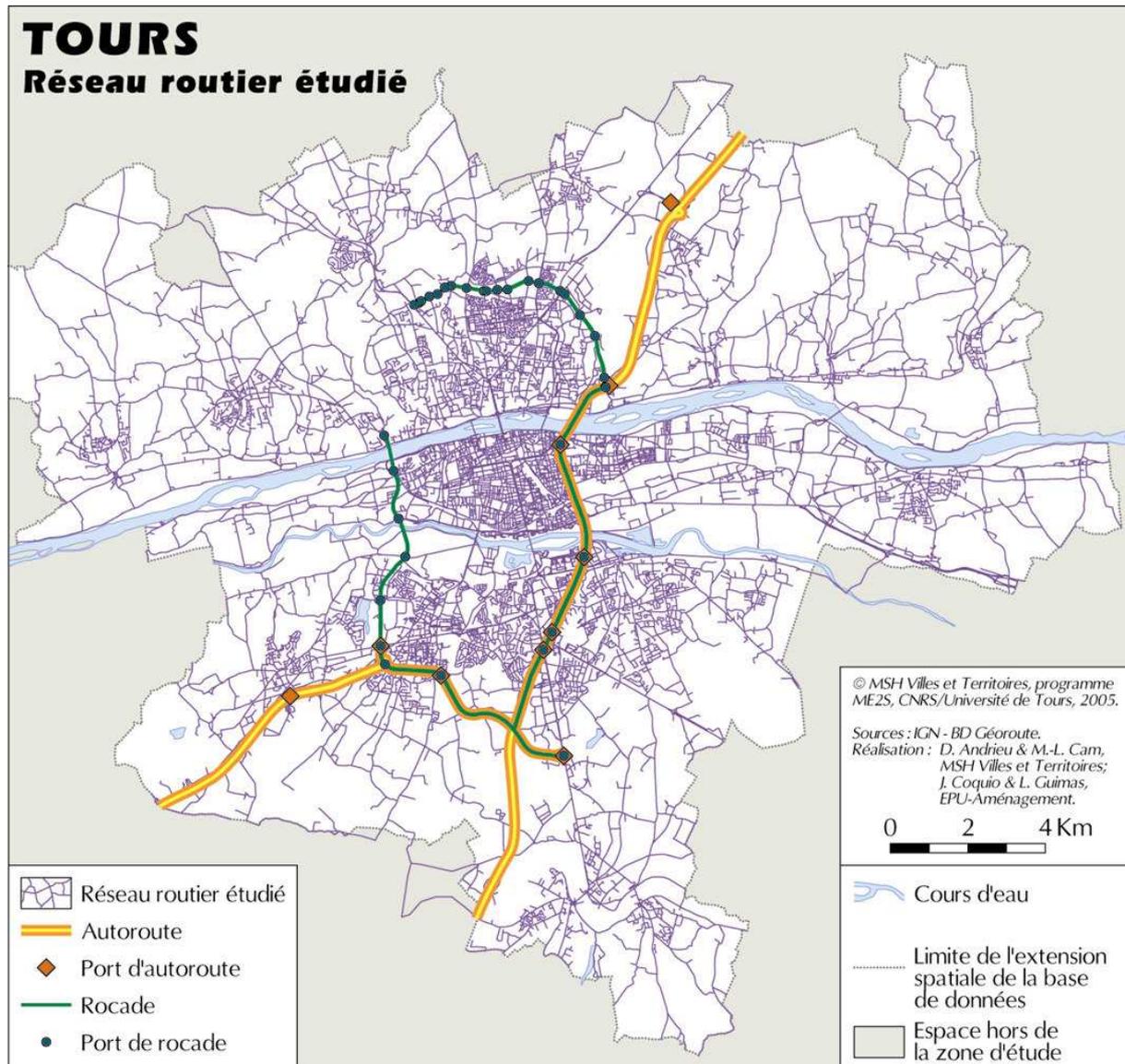
g. Accessibilité totale mesurée en distance temps



L'estimation en temps de l'accessibilité totale donne trois espaces plus centraux que le reste de l'agglomération. Le plus vaste est au sud, centré sur le quartier de Pontlueue, espace bordé par de nombreuses zones d'activités dont celle liée au circuit des 24h. Celle située à l'est est située sur la sortie de ville en direction de Paris. Celle à l'ouest correspond à la zone dite du technopole avec le domaine universitaire. L'accessibilité totale donne une centralité de type aréolaire.

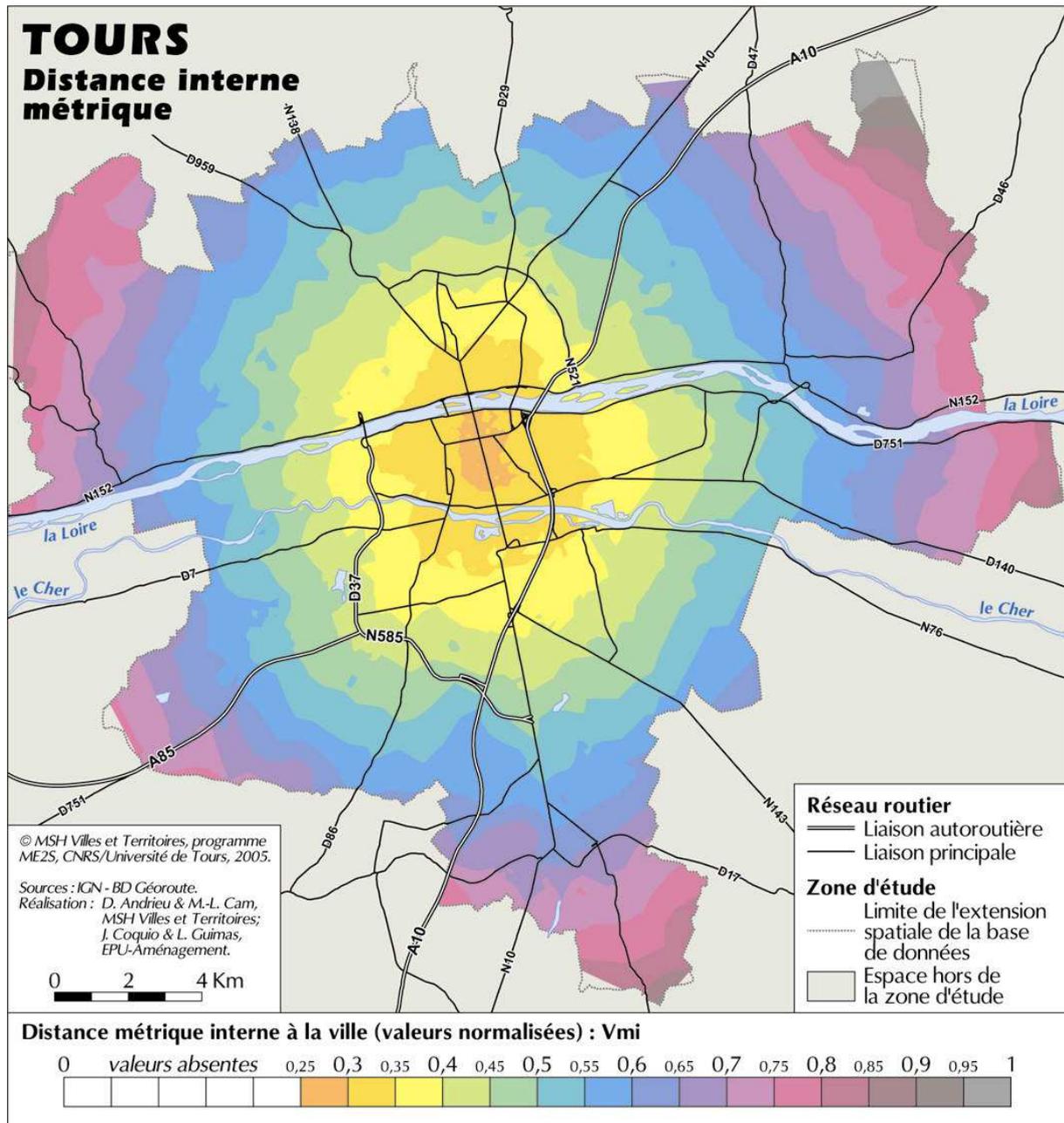
342. Agglomération de Tours

a. Réseau routier et agglomération



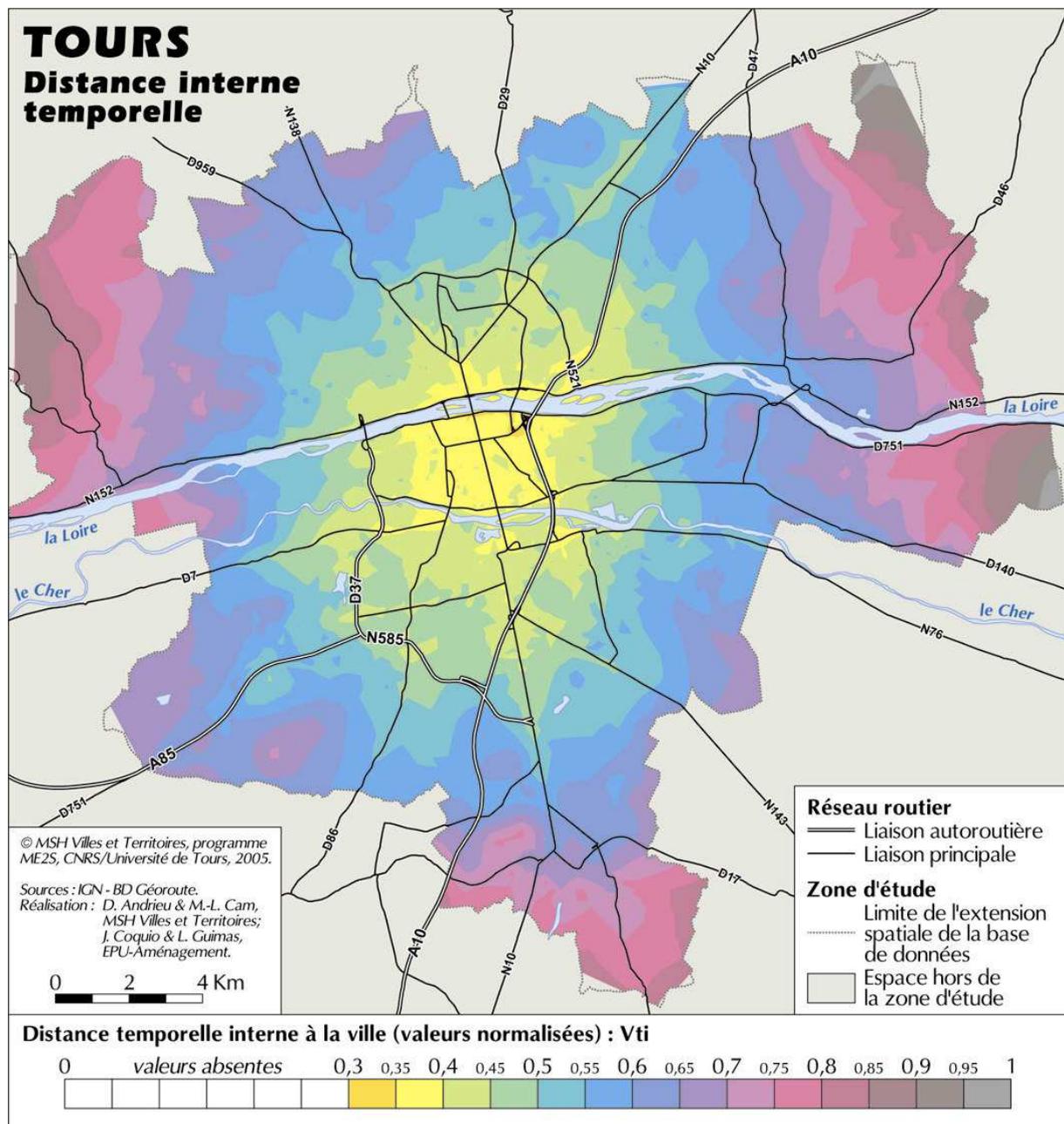
A la différence de son agglomération voisine, le système autoroutier de l'agglomération de Tours est plus linéique et moins circulaire. Il est composé de l'autoroute Paris Bordeaux, bordant le centre est de l'agglomération, avec deux branches, l'une vers Angers au sud ouest et l'autre, non encore figuré sur cette carte et en cours de travaux, en direction du Mans. La rocade n'est qu'une semi-rocade, coupée au nord ouest.

b. Accessibilité interne en distance métrique



Tout comme pour Le Mans, la distribution spatiale de cette accessibilité est fortement circulaire pour une agglomération dont le développement spatial est peu contraint par la géographie des espaces naturels. Les surfaces de couleur sont régulièrement radioconcentriques à partir du centre de l'agglomération, ce qui témoigne d'une desserte routière plutôt homogène sur toute l'agglomération et assurant une bonne accessibilité en tout point de l'agglomération. Au sein d'une surface de couleur, on observe des poches d'une couleur de classe inférieure (d'une distance métrique plus éloignée). A ces endroits, le réseau routier peut être plus lâche, avec moins de nœuds.

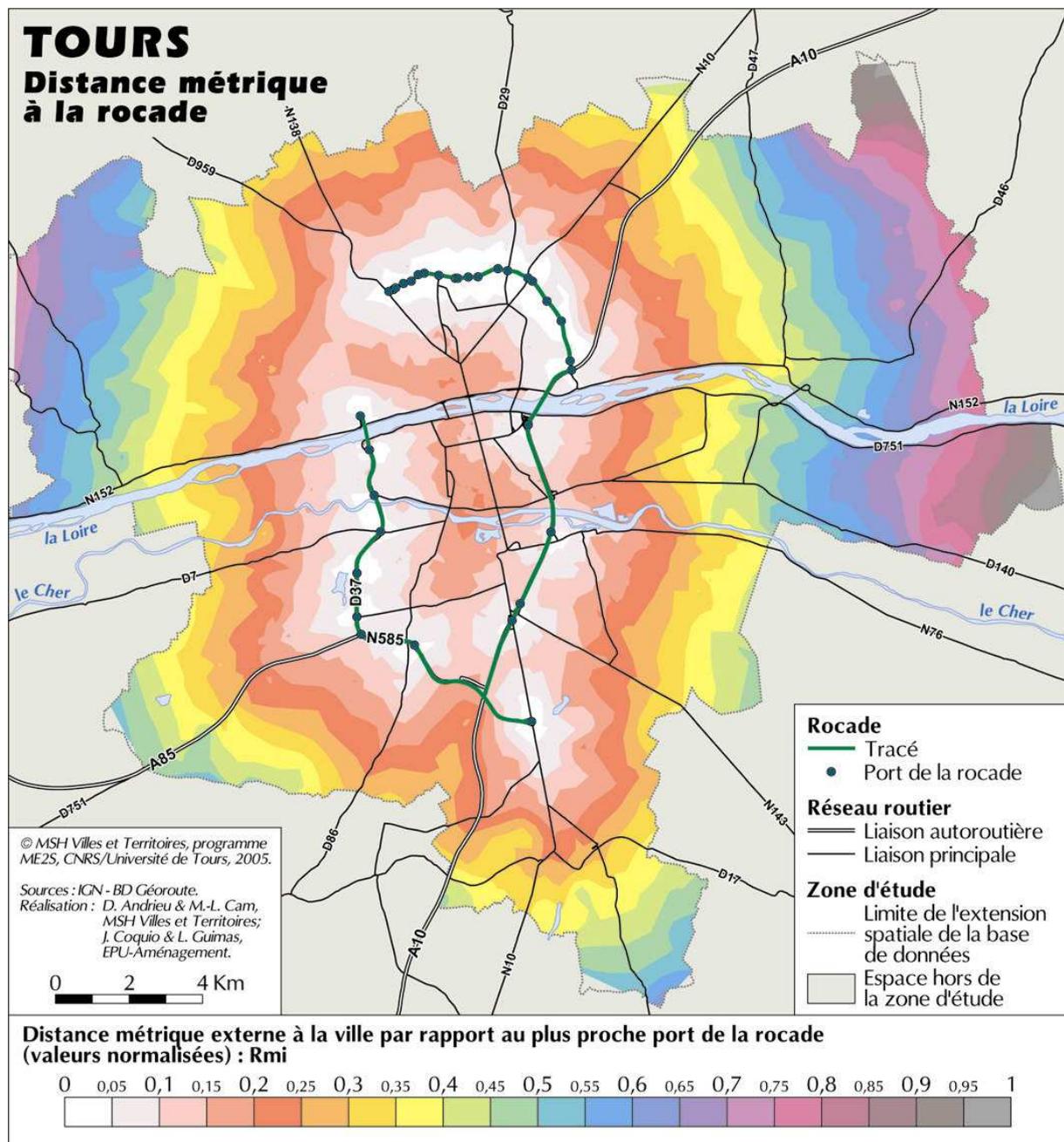
c. Accessibilité interne en distance temps



Le rôle des réseaux de voiries et plus particulièrement des voies rapides, comme la rocade et l'autoroute, apparaît de façon plus marquée que précédemment. Les nœuds les plus accessibles en distance-temps sont bien situés au centre de l'agglomération. La classe de nœuds comportant le meilleur indice d'accessibilité se situe le long du quai de la Loire, ce qui s'explique par la présence de l'échangeur de Tours centre.

On observe plus de poches à l'intérieur des surfaces : des poches de plus forte accessibilité temporelle sont constatées à proximité des grands axes routiers (N10, A85, D37 et N585).

d. Distance kilométrique par rapport à la rocade



Tout comme pour la rocade du Mans, son tracé englobe la partie centrale de l'agglomération et moins sa quasi-totalité. Elle offre un échangeur situé en proximité immédiate de l'hyper centre de Tours. La boucle de la rocade est incomplète. Actuellement, la portion nord-ouest, qui permettrait de relier le rond-point des Roches sur la commune de Fondettes au rond-point du centre commercial sur la commune de Saint-Cyr, est au stade de l'enquête publique. La rocade de Tours ne ceinture que partiellement l'agglomération. La rocade se scinde en deux catégories de tronçons routiers, de part et d'autre de la Loire. La partie située au

sud de la Loire correspond à des tronçons de type autoroutier, sur lesquels la circulation s'effectue à une vitesse de 110-130 km/h¹. Tandis que la partie au nord de la Loire s'apparente davantage à un boulevard urbain, connecté au réseau urbain classique, avec une vitesse de circulation limitée à 50 km/h. Le temps de parcours est d'ailleurs ralenti par une série de ronds-points².

Tout en assurant la desserte locale, au sein de l'agglomération de Tours, une portion de son tracé est empruntée pour le trafic national et international, s'ajoutant au trafic local.

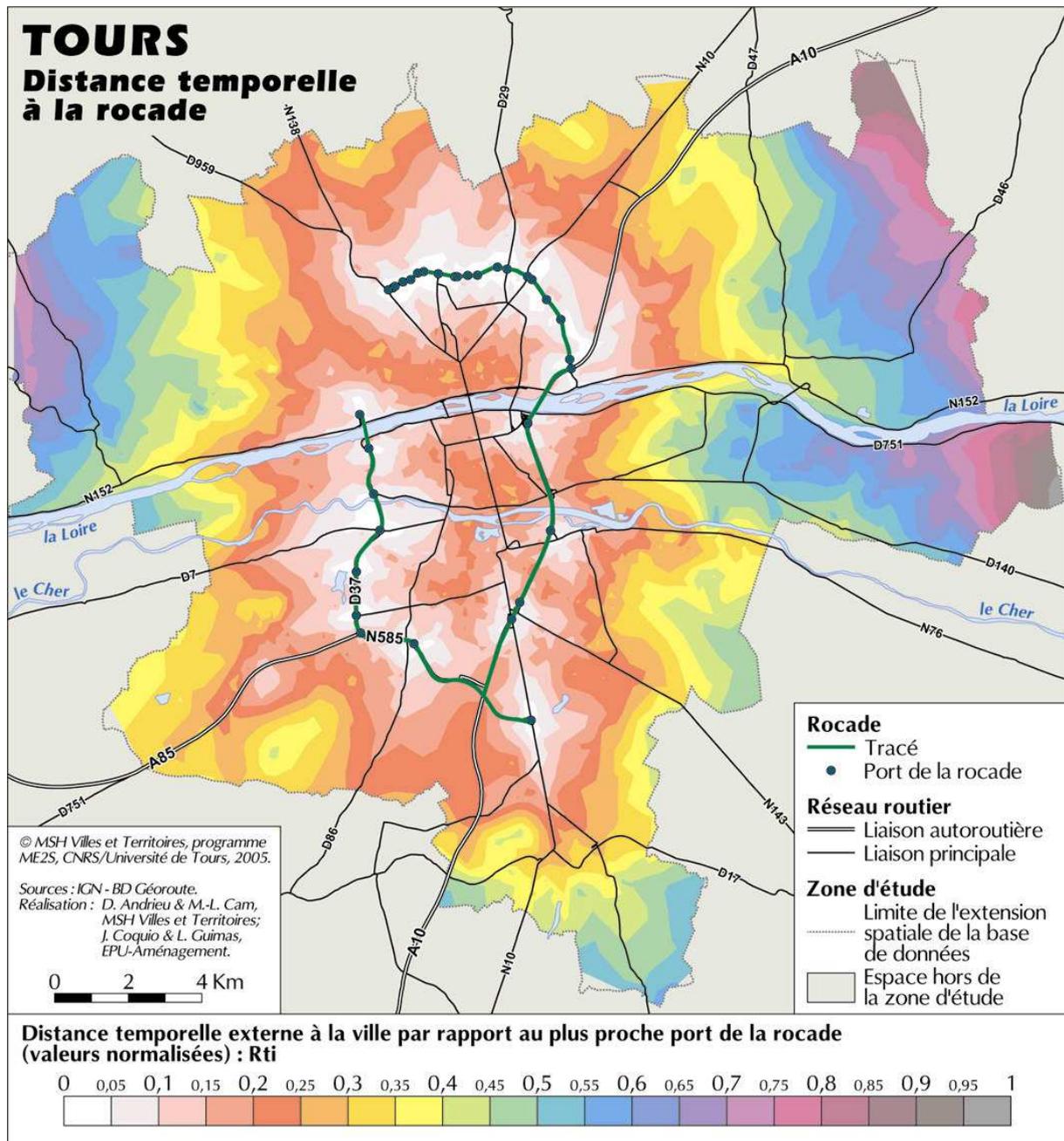
Avec l'autoroute A10 dans sa partie urbaine, c'est le seul tracé routier de l'agglomération, permettant de contourner le centre de l'agglomération. En pratique, les habitants de l'agglomération utilisent cet axe pour éviter de traverser le centre de Tours³. En outre, la vocation attribuée à l'axe nord, actuellement assimilé à un boulevard urbain, 121 nœuds intersectent la rocade. A partir de l'identification de « paquets » de nœuds (groupe de nœuds proches spatialement), 33 ports ont été créés.

¹ La partie comprise entre l'échangeur de Sainte-Radegonde et celui de Saint-Avertin est gratuite, remplissant par la-même la fonction de « super » boulevard urbain.

² C'est la raison pour laquelle la partie sud de la rocade (par rapport à la Loire), de type autoroutier, compte peu d'accès (et donc, peu de ports). La partie nord, quant à elle, compte de nombreux accès liés aux ronds-points jalonnant son tracé.

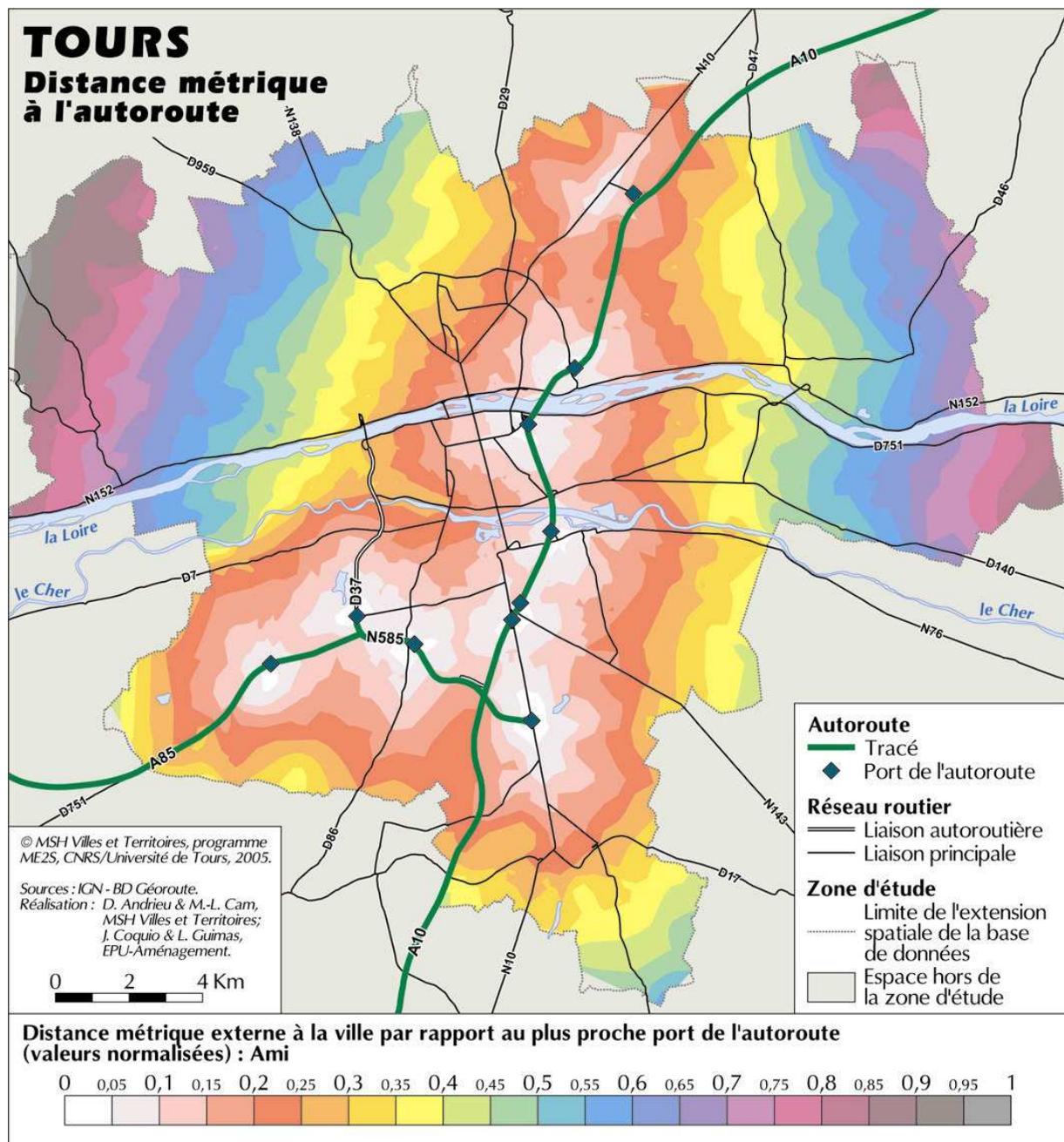
³ Le trafic poids lourds emprunte cet axe-là.

e. Distance temps par rapport à la rocade



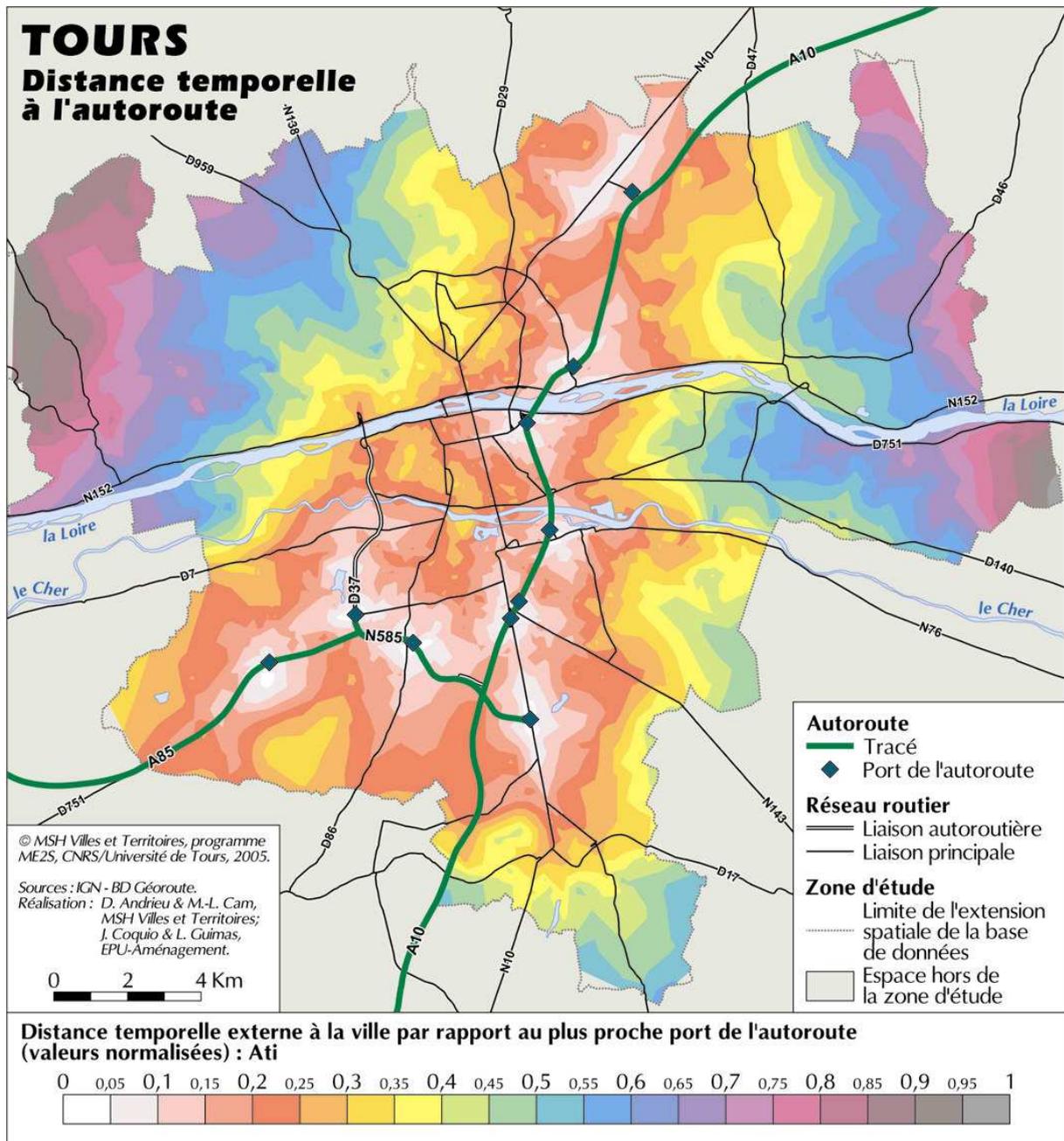
Les différences de vitesse accentuent l'hétérogénéité de l'espace en matière de distance par rapport à la rocade. A la différence du Mans, une bonne partie du centre ville de Tours est peu éloigné en temps (tout comme en distance kilométrique) de la rocade et de sa partie autoroutière.

f. Distance kilométrique par rapport à l'autoroute.



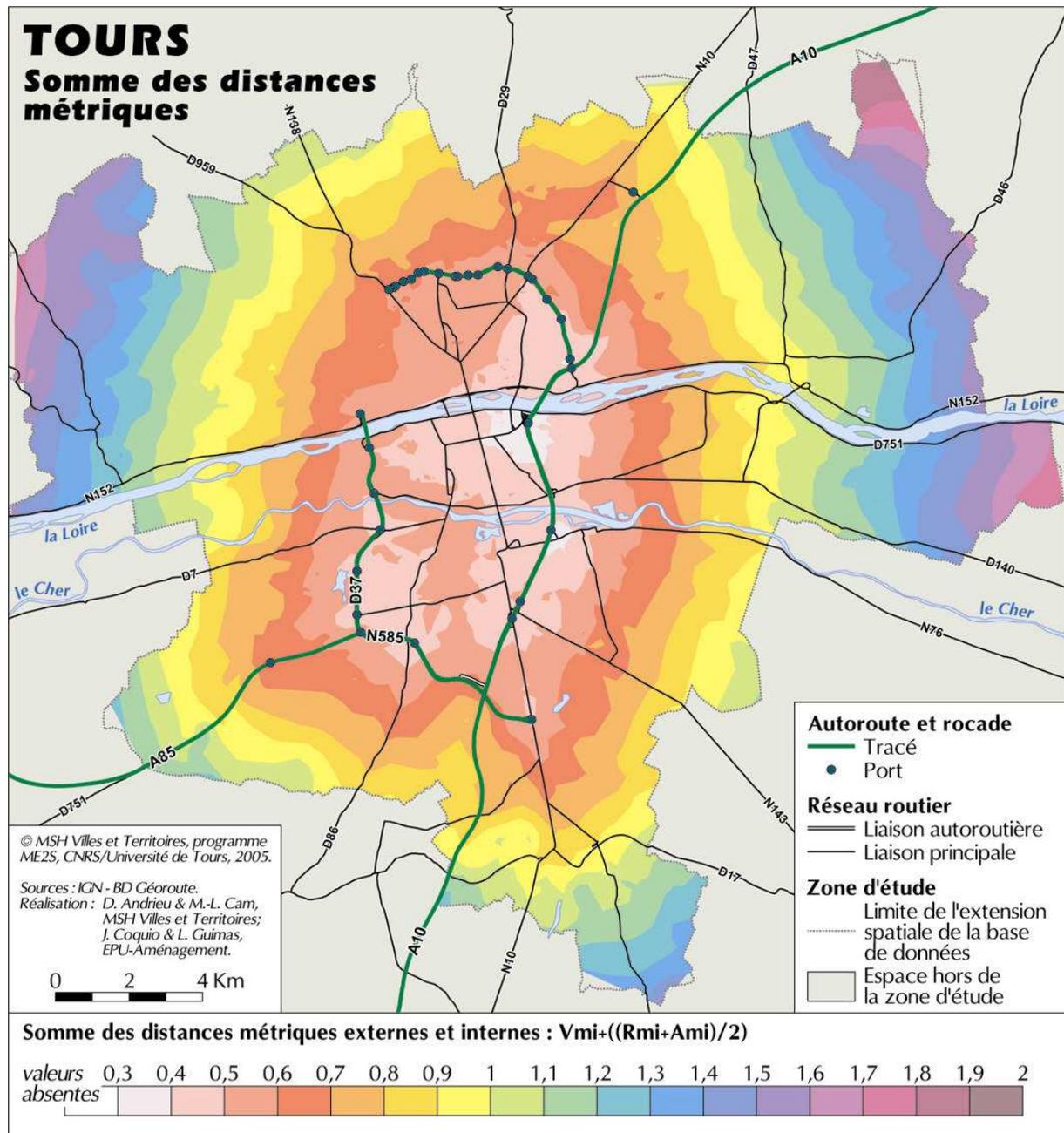
Le système autoroutier est linéaire du nord au sud de l'agglomération avec une branche dans sa partie sud-ouest. La proximité à ce système s'apparente donc à un L renversé.

g. Distance temps par rapport à l'autoroute.



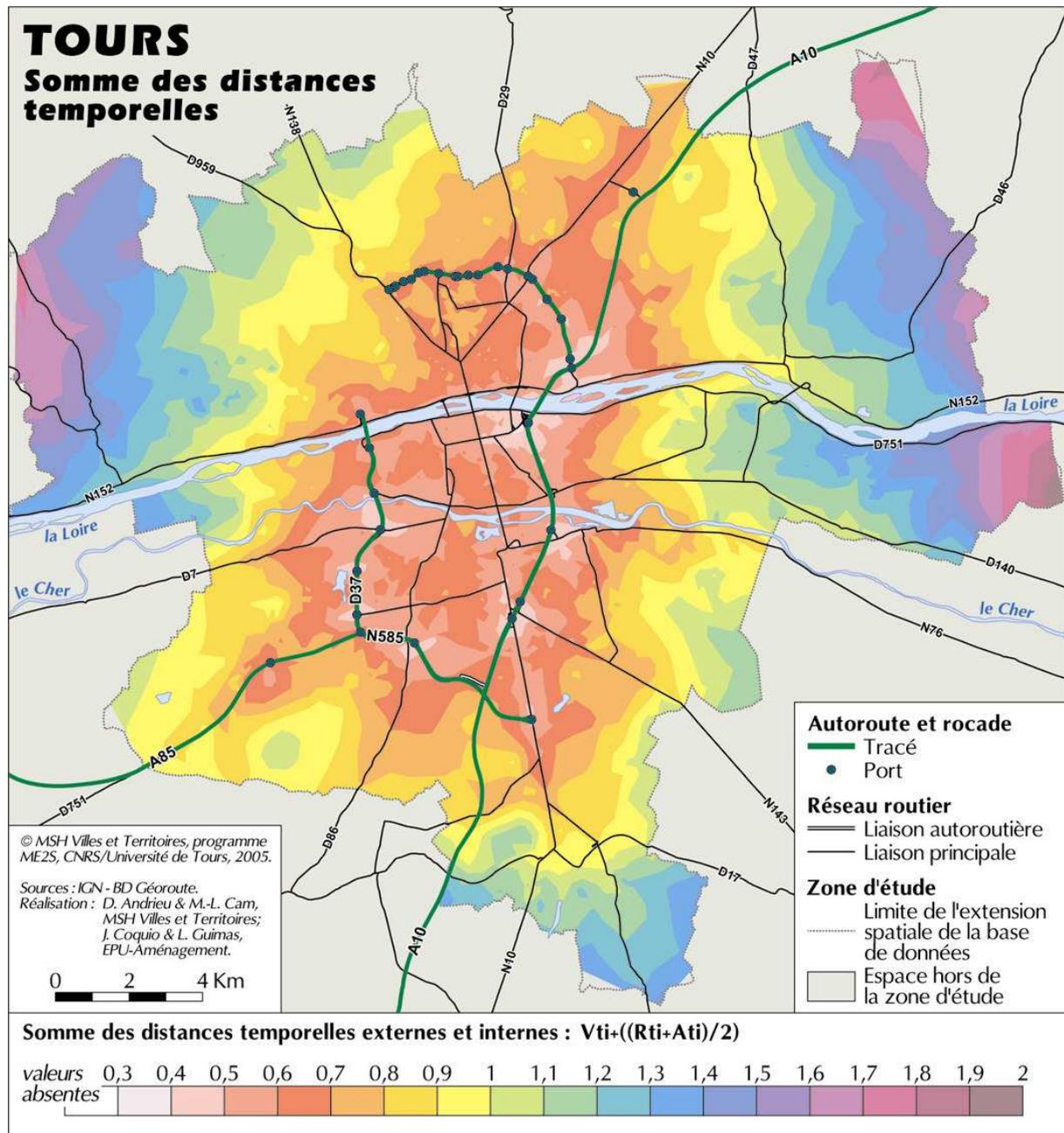
Tout comme pour la rocade et l'accessibilité interne, le temps singularise l'espace par l'effet des différences de vitesse. Le rôle des échangeurs en termes de polarisation est amplifié.

h. accessibilité totale en distance kilométrique



La partie centrale en matière d'accessibilité totale est composée de deux parties disjointes, la plus grande étant située le long de la façade autoroutière est, englobant le centre ville, l'autre autour de la jonction entre la rocade située à l'ouest et l'autoroute en direction d'Angers. Les centres commerciaux et d'activités dits périphériques sont inclus dans ces deux parties.

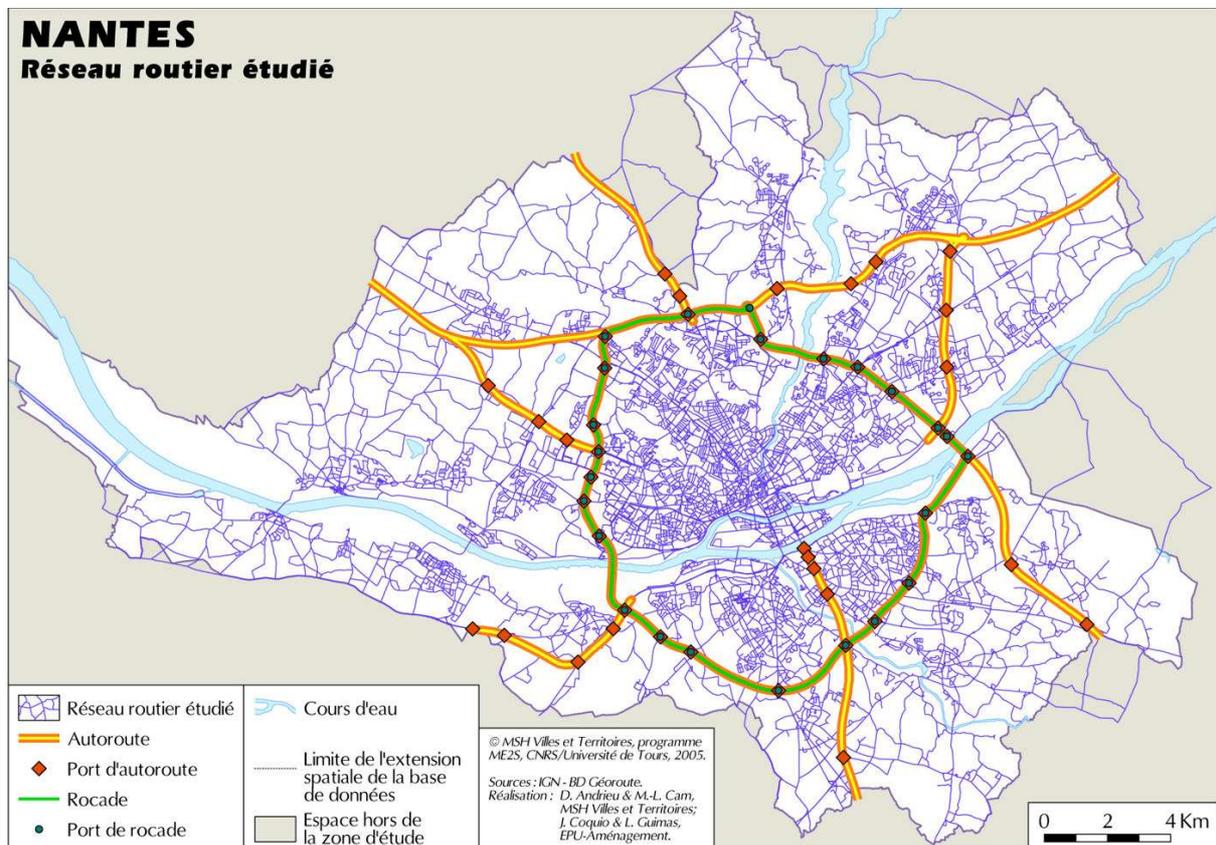
e. accessibilité totale en distance temps



Avec le temps, le rôle polarisateur de points d'accès à la rocade et à l'autoroute est renforcé. Le centre en matière d'accessibilité totale est quasiment une figure aréolaire englobant le centre ville de Tours avec une branche située au nord. Tous les grands centres commerciaux et d'activités sont situés au sein de cet espace central.

343. Agglomération de Nantes

a. Réseau routier et agglomération

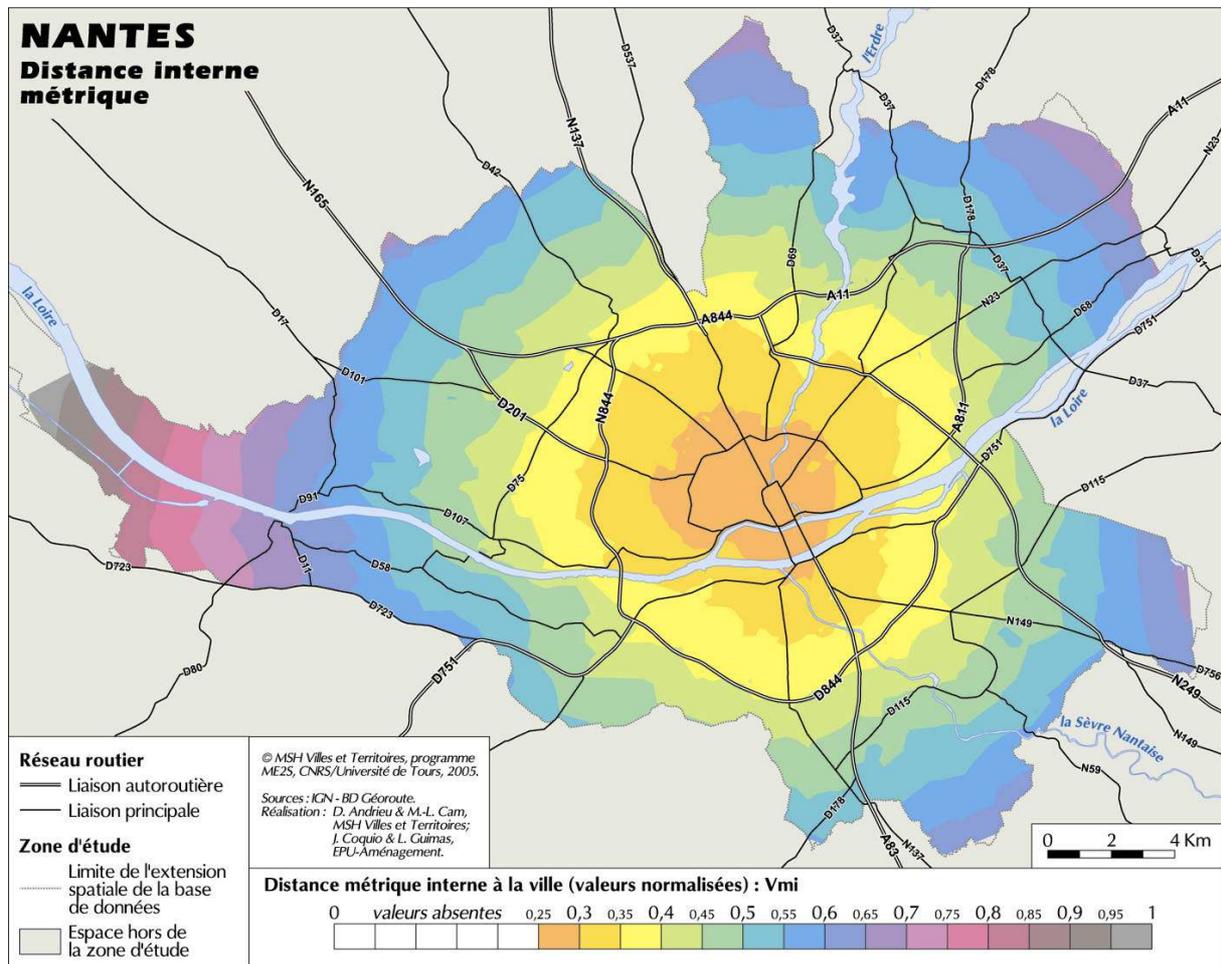


D'abord rayonnant, comme pour toutes les villes, le réseau des grandes voies d'accès à l'agglomération nantaise s'organise aujourd'hui à partir d'une rocade qui englobe la plus grande partie de cette agglomération et sert de liaison entre les autoroutes qui relient cette agglomération à ses voisines.

Cette rocade et les voies autoroutières qui lui sont associées servent également de grandes voies de distribution entre les communes et quartiers qui composent cette agglomération, mais également entre cette agglomération et les villes voisines, de sa conurbation comme Saint-Nazaire.

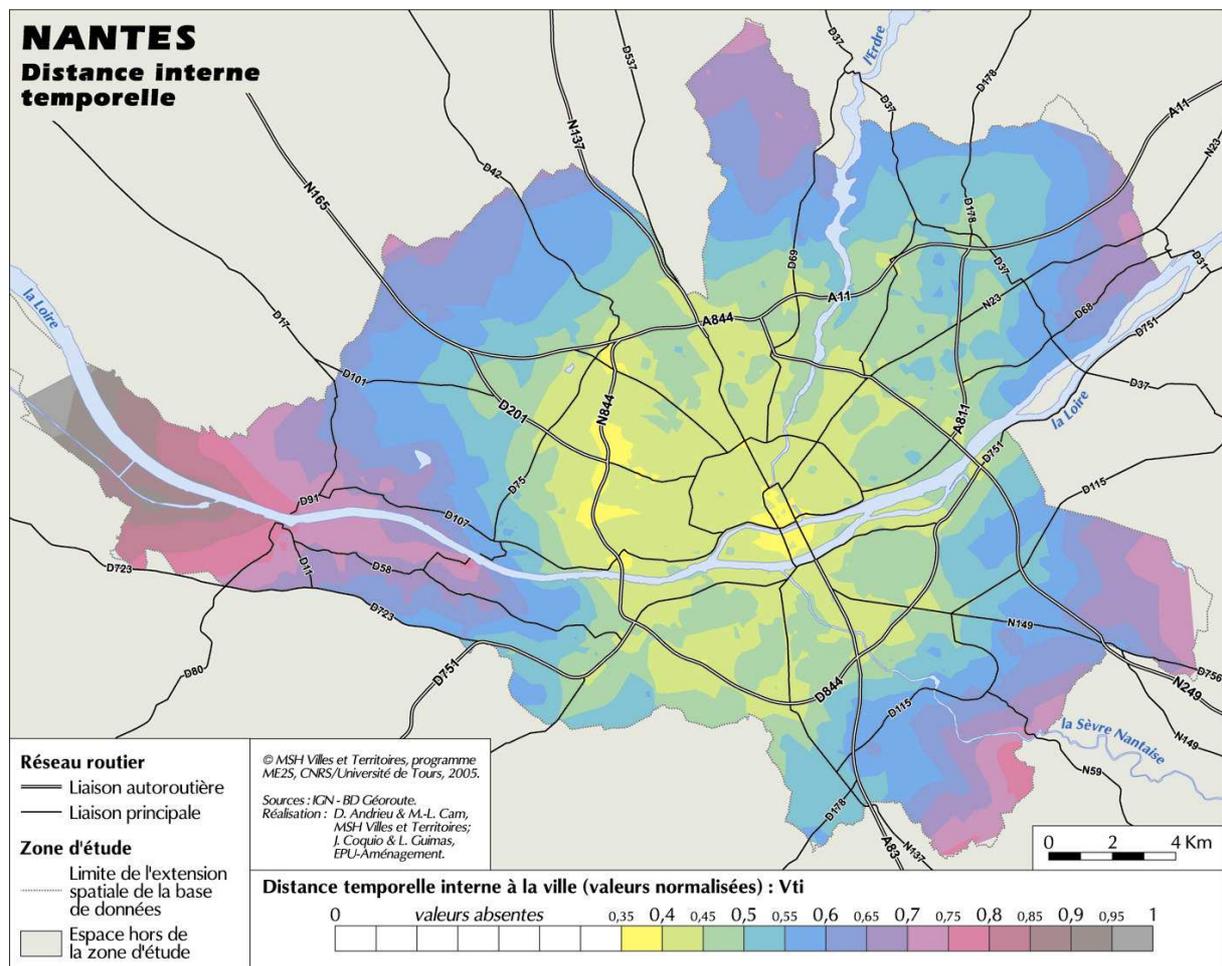
Encore aujourd'hui, les trois agglomérations utilisées pour cet atelier présentent un réseau de grandes voies d'accès dont les structures diffèrent. Celle de Nantes représente le schéma achevé de celle qui progressivement est réalisée sur l'agglomération de Tours. Le réseau de l'agglomération mancelle possède en plus une rocade intérieure qui sert de distribution entre les quartiers de cette agglomération et de jonction avec un système autoroutier qui cerne l'agglomération.

b. accessibilité interne en distance kilométrique



Là encore, la distribution des espaces par cette accessibilité définie en distance kilométrique est quasiment radioconcentrique. Les lieux de meilleure accessibilité sont ceux au centre de l'espace pris en considération, pour cet exemple comme les précédents, un espace englobant la ville principale de l'agglomération.

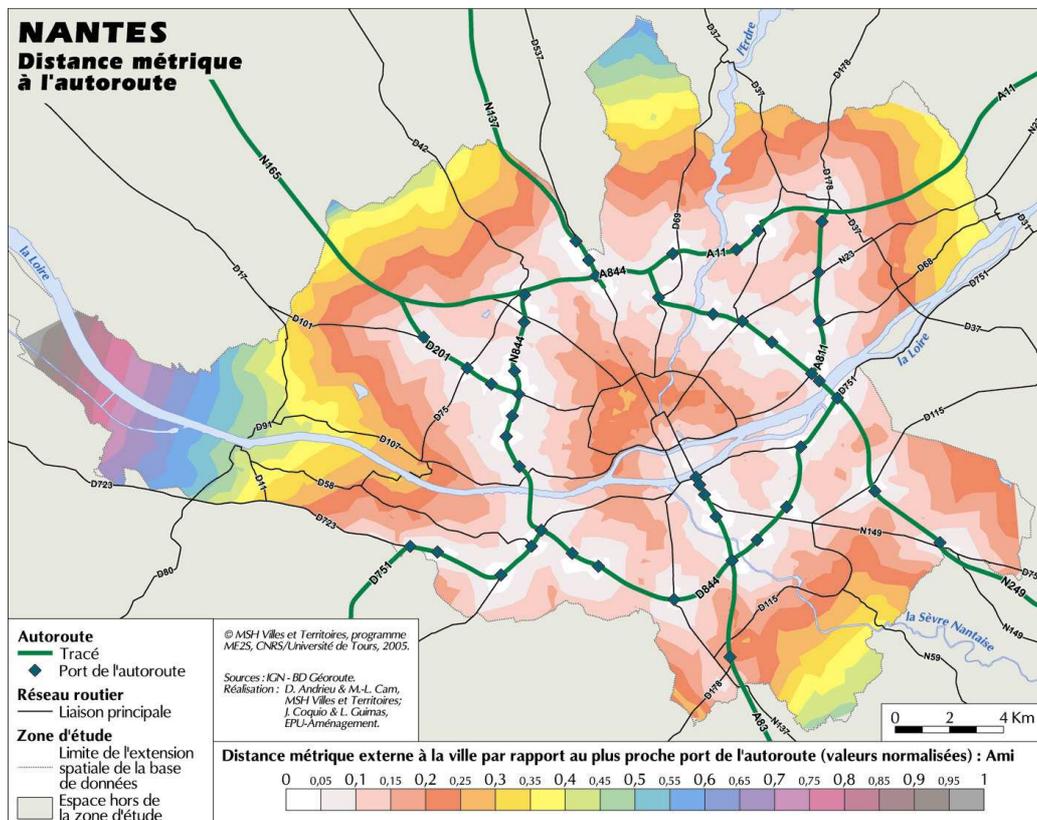
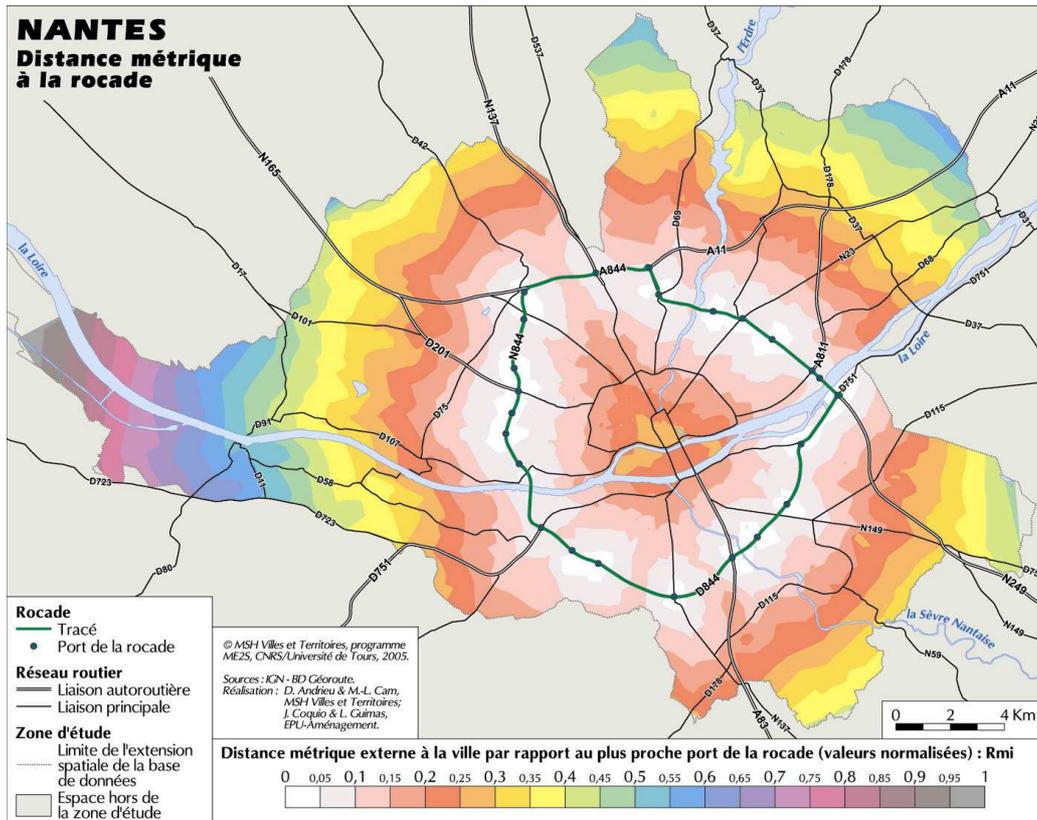
c. Accessibilité interne en distance temps.



A la différence de la carte précédente, la distribution des lieux par leur niveau d'accessibilité interne, cette fois ci mesurée en temps et non plus en kilomètres, est beaucoup moins régulière. Tout en étant encore de type radio-concentrique, cette distribution est structurée par le réseau de voirie. Les espaces en proximité des grandes voies rapides, rocade et autoroutes, gagnent en accessibilité. Cette fois ci, l'agglomération ne présente plus un seul centre caractérisé par son accessibilité interne, le centre ville de l'agglomération. Le second est un chapelet, porté par la façade ouest de la rocade. Cet espace correspond en grande partie à, la commune de Saint-Herblain.

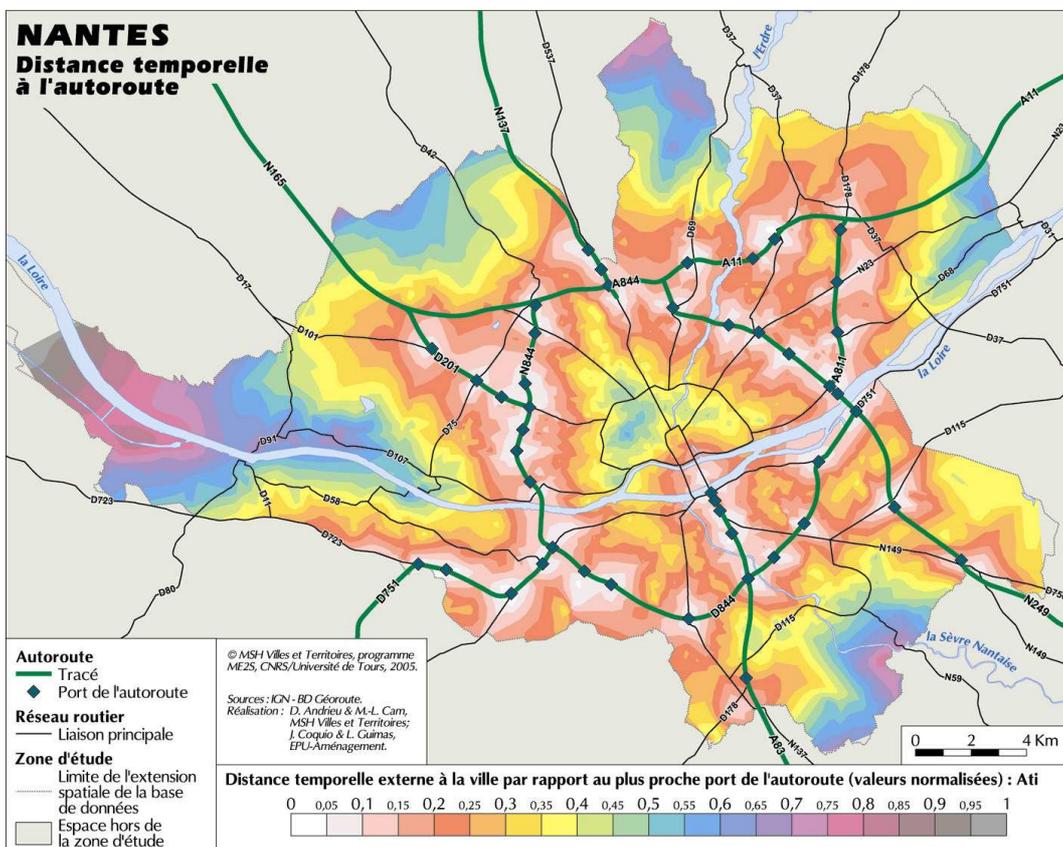
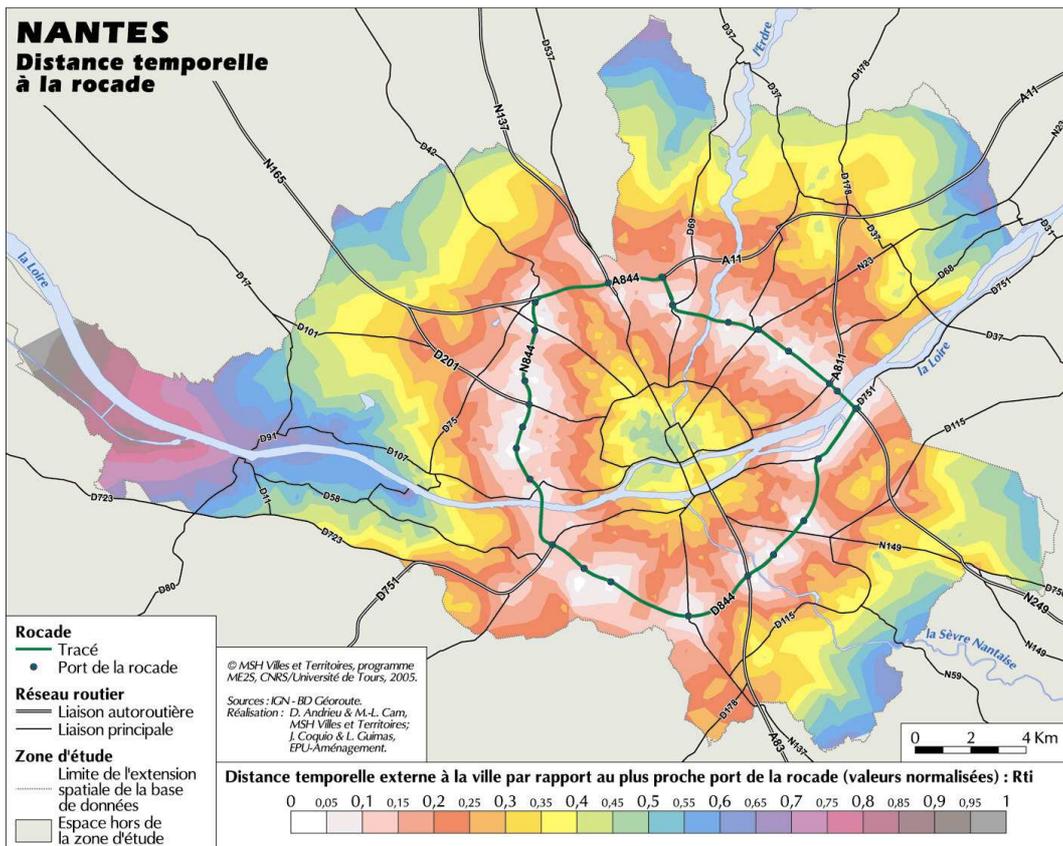
Seule cette agglomération parmi les trois utilisées, présente à ce niveau un dédoublement de la centralité liée à la seule accessibilité interne. Ce dédoublement est lié quantitativement à la taille de l'espace urbain pris en compte et au rôle joué par le système de grandes voies rapides.

d. distances à la rocade et au système autoroutier, mesurées en kilomètres



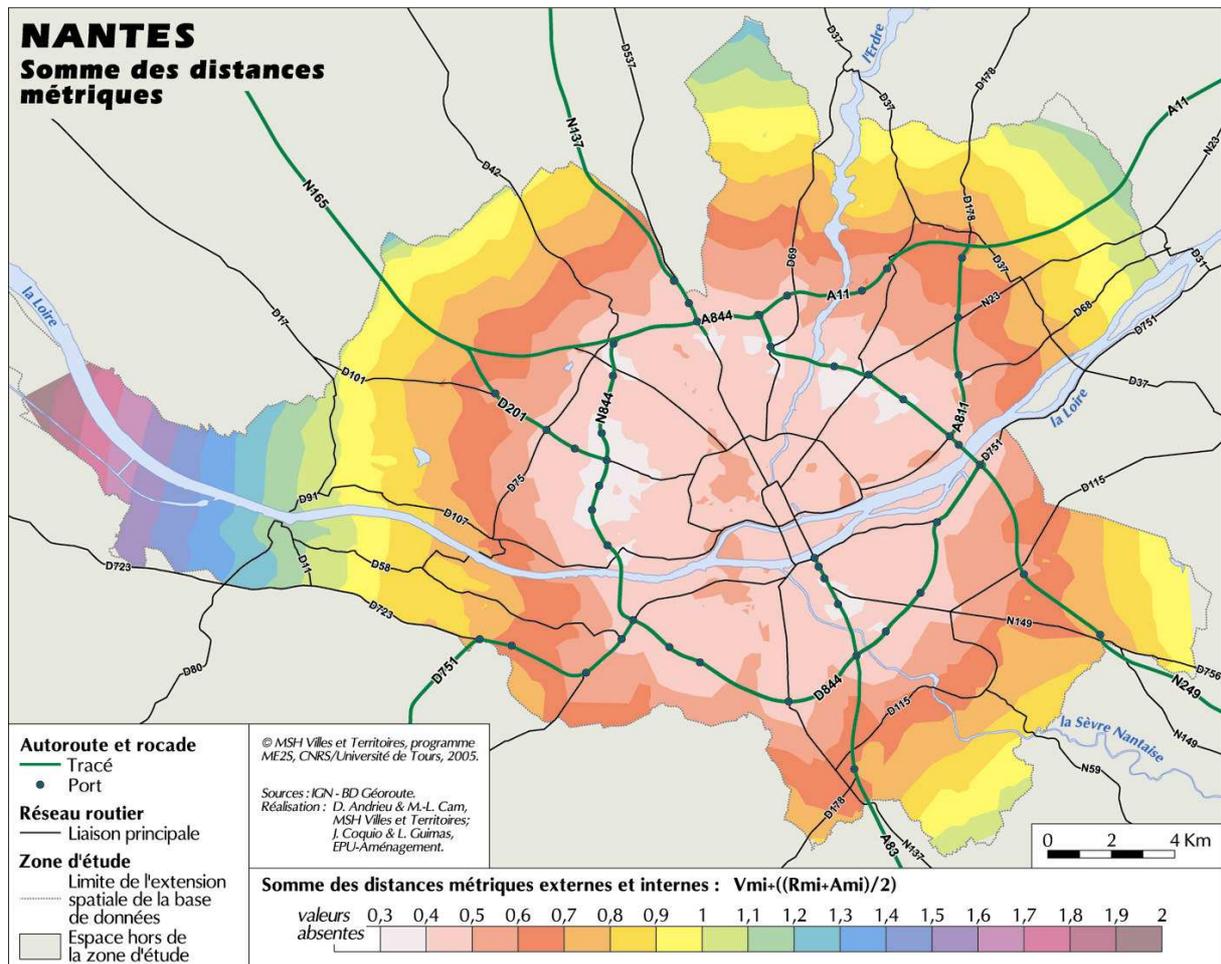
La distribution est radioconcentrique mais centrée sur la rocade et le système autoroutier. Seule la distance entre lieux d'accès donne quelques coupures au sein de l'anneau spatial et ses branches, entourant la rocade et ses branches autoroutières.

e. distances à la rocade et au système autoroutier, mesurées en temps



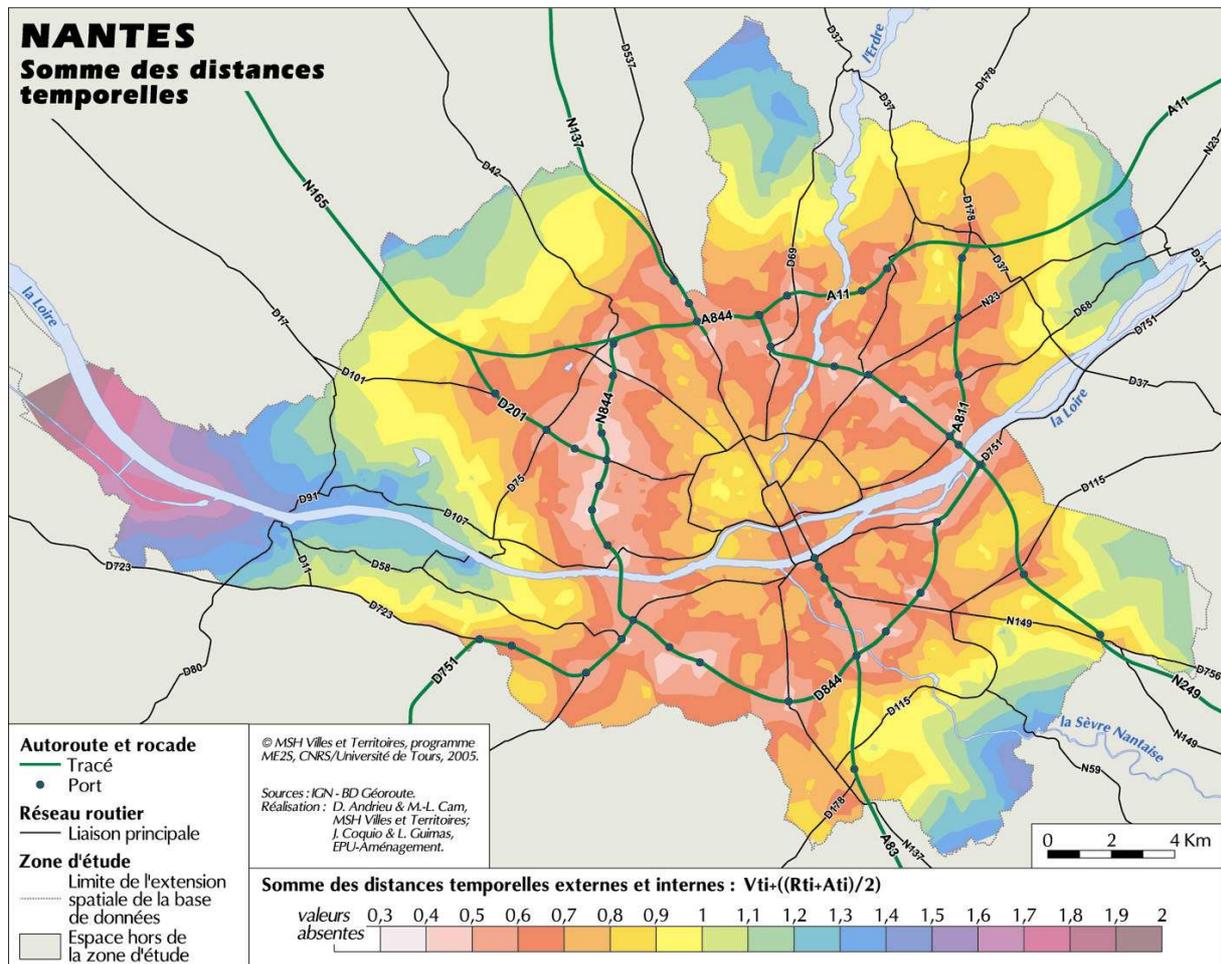
Tout comme pour les deux agglomérations précédentes, la mesure en temps de la distance, renforce l'effet de polarisation de lieux d'accès à la rocade et au système autoroutier. Le centre de Nantes reste proche des ces grandes voies, grâce notamment à la voie rapide qui traverse la commune de Rezé, l'île de Nantes, avant d'arriver au bord de ce centre.

f. Accessibilité totale par une mesure de distance en kilomètres.



La rocade a un effet d'homogénéisation pour tout l'espace qu'elle englobe. La distribution est quasiment radioconcentrique à partir de cet espace complètement central avec des lieux d'accessibilité un peu supérieur, centrée sur la rocade, qui pour ce type de mesure porte des lieux centraux de l'agglomération.

g. Accessibilité totale par une mesure de distance en temps.

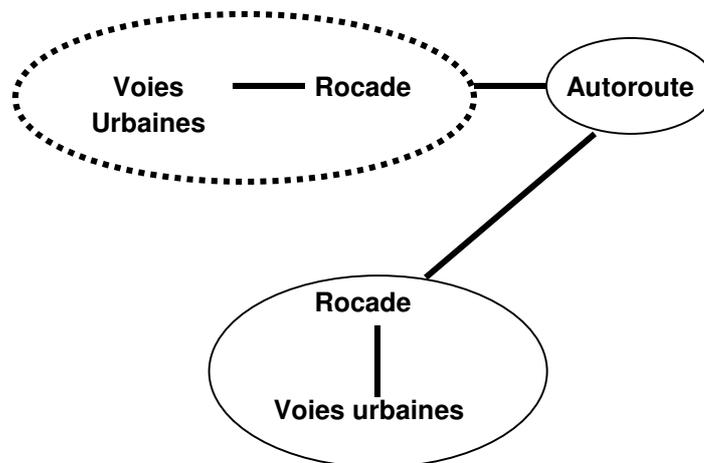


La mesure des distances par le temps d'accès renforce le constat précédent. Le centre ville de Nantes n'est plus le lieu de meilleure accessibilité pour le type de calcul effectué. Les lieux les plus centraux sont centrés sur le périphérique nantais et tout particulièrement en sa partie ouest, sur la commune de Saint-Herblain. C'est ici que se situent les lieux principaux de centralité dits périphérique comme la zone Atlantis par exemple. Ces lieux de centralité ne sont pas périphériques lorsque l'on définit le contenu de cette notion par l'accessibilité totale.

35. Conclusion

Attribuer aux grands systèmes de dessertes routières, constitués de rocade et voies autoroutière, le rôle de frontière (d'échange) entre les agglomérations et leurs environnements, ne procèdent pas d'une application très formalisée de la prétopologie mais d'un rapprochement entre l'analyse spatiale et cette partie des mathématiques.

Tous les résultats précédemment exposés sont issus d'une représentation très schématisée du réseau de voiries d'une agglomération et de ses relations à son environnement, correspondant au graphe élémentaire suivant :



En utilisant la définition prétopologique de la frontière,

$$\delta(A) = a(A) - i(A)$$

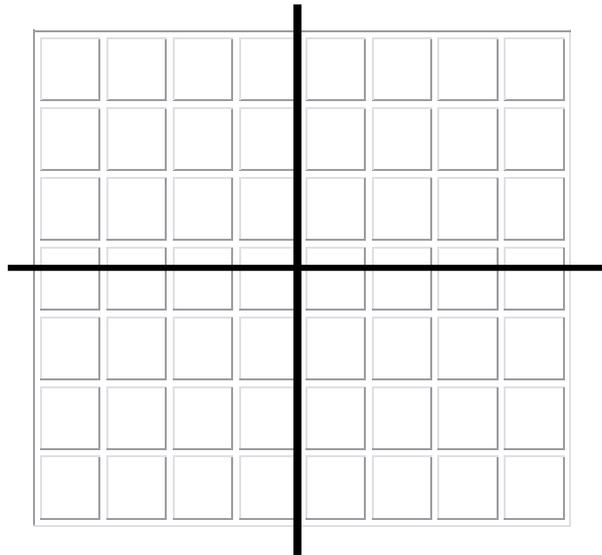
et en prenant comme processus d'extension d'une partie, l'association de l'élément extérieur qui lui est directement lié, la frontière d'une agglomération issue de ce schéma est constituée à partir de sa rocade, et des autoroutes de liaison inter-urbaine, la rocade étant alors le bord de l'agglomération et son intérieur défini par l'ensemble de ses voies urbaines. Et nous avons identifié cette frontière par les points d'accès à la rocade et à l'autoroute.

Il va de soi que pour une agglomération, cette frontière lié au réseau de voirie uniquement, ne contient pas tous les éléments qui relie une agglomération à son environnement. Les liaisons qui ne ressortent pas de l'enchaînement, voies urbaines, rocade, autoroute, sont plus délicates à structurer prétopologiquement. Le type de frontière que nous avons défini ne constitue pas le seul mode de liaison d'une agglomération à, son environnement ; **une agglomération est à la fois bornée par une frontière et à la fois non bornée** lorsque l'on considère les liaisons interurbaines qui ne sont pas constituée par l'ensemble voies urbaines, rocade et autoroutes.

Ayant choisi de définir l'accessibilité d'un lieu, entendu comme élément d'une partie, par ses distances aux deux grands ensembles prétopologique que sont l'intérieur de la partie et sa frontière, les lieux centraux en matière d'accessibilité totale, ne sont plus nécessairement ceux, centraux au seul titre de leur rapport à l'intérieur ; il y a donc autant de types de centralité liée à la notion d'accessibilité qu'il y a de façon de définir cette notion :

- Pour une agglomération, son centre ville définit communément comme tel, correspond à un rapport de distance entre un lieu et l'intérieur d'une agglomération.
- Les centralités périphériques correspondent à un rapport de distance entre un lieu de l'agglomération, son intérieur et sa frontière.

Dans certains cas, ces deux centralités peuvent ou ont pu géographiquement être identiques ; Il en était ainsi lorsque la frontière liée aux réseaux de voirie pouvait être identifiée par les grandes voies d'accès, qui convergeaient vers un espace, un lieu, une place, qualifiée de central :



Une frontière au sens prétopologique du terme n'est pas nécessairement ce qui entoure géographiquement un espace : Elle est constituée des lieux, éléments, etc., qui mettent en relation l'objet considéré et son environnement.