



**HAL**  
open science

## Structure par terme et règle de politique monétaire

Charlotte Lespagnol

► **To cite this version:**

| Charlotte Lespagnol. Structure par terme et règle de politique monétaire. 2006. halshs-00077365

**HAL Id: halshs-00077365**

**<https://shs.hal.science/halshs-00077365>**

Preprint submitted on 30 May 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



*Laboratoire d'Economie d'Orléans*

## **Document de Recherche**

**n° 2006-08**

**" Structure par terme et règle de politique monétaire "**

**Charlotte LESPAGNOL**

# Structure par terme et règle de politique monétaire

Charlotte Lespagnol<sup>1</sup>

## Résumé

Théoriquement, les actions de politique monétaire *via* le maniement des taux courts nominaux se transmettent à l'économie le long de la structure par terme des taux d'intérêt. L'absence de vérification empirique de ces relations entre les taux à différentes maturités, et partant de la transmission de la politique monétaire, remet en cause l'efficacité même des interventions des banques centrales. On peut cependant soutenir que les tests empiriques usuels qui remettent en cause la structure des taux peuvent être sujets à caution. En effet, ils utilisent seulement le passé des taux d'intérêt pour construire les anticipations de taux courts servant à calculer les taux longs théoriques qui sont ensuite comparés aux taux longs historiques. Or, il est commun à présent d'utiliser les règles de politiques monétaires pour modéliser l'action des banques centrales, en observant les évolutions de l'inflation et de l'activité. Nous tentons donc à l'aide d'un modèle macroéconomique et d'une règle monétaire « de type Taylor » de réconcilier l'idée d'une transmission de la politique monétaire des taux courts aux taux à plus long terme. Dans un premier temps, nous cherchons à déterminer un modèle macroéconomique simplifié de l'Allemagne de 1985 à 1998. Ensuite, nous simulons des séries de taux courts anticipés afin d'en déduire des taux à plus longue maturité. De la proximité constatée entre les taux observés à différentes échéances et les résultats des simulations, nous pourrions alors traiter de la pertinence de la théorie des anticipations de la structure par terme des taux.

## Abstract

According to the economic theory, the manipulation of nominal short rates performed by monetary authorities is transferred at the real economic level through the term structure of interest rates. The failure of empirical approaches to validate the relation among rates with various maturities, and hence the transmission of monetary policy, questions the efficiency of the central banks interventions. One can however say that usual empirical tests of term structure should be regarded with caution. In these tests, the theoretical long rates to be compared with the historical ones are computed with respect to the expected short term rates which are in turn based only on the past interest rates. However, it is common to use monetary policy rules to model central banks action, by observing inflation and activity evolution. In order to address all these shortcomings, we try to reconcile the idea of monetary policy transmission to long rates, by applying a macroeconomic model and a Taylor monetary rule. Our analysis proceeds by presenting a simplified macroeconomic model for Germany from 1985 till 1998. Then, we simulate expected short rates series to deduct rates with longer maturity. The similarity between observed rates at various maturities and the results of simulations may help to test the relevance of expectations theory of interest rates term structure.

Classification JEL : C5, E43, E52.

Mots clé : Structure par terme des taux, test de la théorie des anticipations, modèle macroéconomique, règle monétaire, simulations stochastiques.

---

<sup>1</sup>Laboratoire d'Economie d'Orléans (UMR 6221), E-mail : charlotte.lespagnol@univ-orleans.fr.  
Je tiens vivement à remercier Christophe Hurlin pour ses nombreux conseils concernant la deuxième partie de cet article, les erreurs pouvant subsister restent bien évidemment miennes.

## Introduction

La théorie de la structure par terme des taux d'intérêt est largement utilisée dans la littérature relative à la politique monétaire, puisqu'elle permet de justifier que les impulsions des autorités monétaires sont transmises, le long de cette courbe des taux, aux taux longs qui déterminent l'activité.

Dans ce cadre, l'absence de vérification empirique de la structure par terme des taux d'intérêt<sup>2</sup> se révèle problématique. Les tests de vérification de la théorie des anticipations sont fondés sur la définition même de cette théorie, à savoir que le taux long se décompose en une moyenne de taux courts futurs et d'une prime supposée constante par simplification dans les tests empiriques. Suivant cette définition, la logique de test consiste à construire des anticipations de taux courts afin de reconstruire un taux long théorique qui sera alors confronté aux taux long observés. Il faut noter que ces tests, que l'on peut qualifier de « classiques », utilisent simplement le passé des taux pour formuler leur prévisions.

D'une façon générale, les conclusions de ces tests dépendent des pays étudiés, des périodes, des taux utilisés et de leur maturité. Par exemple, les tests relatifs aux États-Unis tendent plutôt à rejeter la théorie des anticipations comme explication de la structure par terme. En ce qui concerne l'Allemagne, pays que l'on va étudier, les choses sont moins claires puisque Jondeau & Ricart (1998) et Jondeau (1997) rejettent la théorie des anticipations de la structure par terme contrairement à Gerlach & Smets (1997), Gerlach (1996). Ce rejet est généralement attribuée à une forte variabilité de la prime de terme ou à la non rationalité des anticipations.

En situation d'information limitée sur la valeur des taux anticipés, il est impossible de discriminer entre les erreurs de prévisions et les variations de la prime de risque. Donc en dépit de l'imputation, par de nombreuses études, du rejet de la structure par terme à la variabilité de la prime il est important de rappeler que l'incertitude sur la valeur des anticipations peut être aussi évidemment responsable de l'échec des tests empiriques de la structure par terme. Or cette incapacité à connaître les anticipations individuelles de taux d'intérêt peut être en partie résolue en utilisant l'importante littérature relative aux règles de politique monétaire initiée par Taylor (1993). Ces dernières sont à présent devenues courantes pour modéliser et interpréter les décisions de politique monétaire. Elles relient d'une manière générale le taux d'intérêt de court terme, supposé contrôlé par les autorités monétaires, à l'écart entre l'inflation anticipée et sa cible, et à l'output gap courant. S'il est vrai que la politique monétaire des Banques Centrales peut être expliquée par une équation simple et robuste dans le temps, on peut légitimement faire l'hypothèse que les agents économiques vont en faire l'apprentissage et s'en servir pour former leurs anticipations de taux courts futurs.

Comme ces équations de taux court incorporent d'autres variables telles que l'inflation anticipée et l'output gap, nous devons pour nous servir de cette règle, rendre compte aussi

---

<sup>2</sup>En fait, les tests d'existence d'une structure par terme des taux correspondent à la confirmation de la seule théorie des anticipations.

de la dynamique de ces variables. En d'autres termes, il nous faut aussi modéliser d'autres variables telles que la production et les prix. Au total, nous allons examiner un modèle comprenant des équations d'offre et de demande, une règle de politique monétaire et la définition de la structure par terme.

La stratégie que nous allons appliquer dans ce papier est novatrice en ce sens qu'elle s'attache à relier le mécanisme de formation des taux courts et la justification de la théorie de la structure par terme. Dans la lignée des travaux menés par exemple par Favero (2001) sur les États-Unis et l'Allemagne, nous tentons à l'aide d'un modèle macroéconomique, et d'une règle monétaire « du type Taylor » de reconstituer des séries de taux courts anticipés pour l'Allemagne<sup>3</sup>, afin d'en déduire des taux à plus longue maturité. De la proximité constatée entre les taux observés à différentes échéances et les simulations, nous pourrions alors tester la théorie des anticipations de la structure par terme des taux. Toutefois, nous ne faisons plus seulement appel aux taux d'intérêt mais à une modélisation plus complexe de l'économie. Cette dernière a l'avantage par rapport aux études de Favero (2001, 2002) de former des anticipations compatibles avec une représentation théorique.

Notre travail est organisé de la manière suivante. Dans une première section, nous exposons les données et les modèles macroéconomiques utilisés habituellement dans la littérature relative à la politique monétaire. Ces représentations simplifiées de l'économie comprennent trois équations : l'offre et la demande agrégées ainsi que la règle de politique monétaire. Dans la deuxième section, nous présentons la méthode de résolution du modèle puis nous l'estimons. Nous regardons alternativement deux méthodes d'estimation, la méthode des moments généralisés et le maximum de vraisemblance. Une fois la spécification de notre modèle achevée, nous simulons des séries de taux courts à partir desquels nous reconstituons des taux à plus longue maturité afin de les comparer aux taux longs historiques, et ainsi tester à l'aide d'une méthode originale la théorie de la structure par terme des taux d'intérêt.

## 1 Modélisation de l'économie

D'une façon générale, un modèle de politique monétaire doit intégrer, dans un modèle structurel, les instruments et les cibles de cette politique. Partant, l'estimation d'une courbe de Phillips incorporant l'output gap, d'une courbe IS faisant intervenir le taux réel et d'une règle de politique monétaire reliant le taux d'intérêt de court terme à l'inflation et à l'output gap doit être effectuées.

Nous portons notre attention sur des modèles simplifiés de l'économie -dans la lignée des travaux de Fuhrer & Moore (1995), Mc Callum & Nelson (1999) ou encore Jondeau & Le Bihan (2000)- mais reposant sur des fonctions d'offre et de demande globales découlant

---

<sup>3</sup>Le choix de l'Allemagne résulte de la bonne adéquation reconnue de ce pays avec les règles de politique monétaire de type « Taylor ».

du comportement rationnel optimisateur des agents (modèles de la « nouvelle synthèse néo-classique »).

Dans la construction de ces petits modèles macroéconomiques, une question récurrente réside dans le comportement des agents. Ont-ils une conduite tournée vers le futur (*forward looking behaviour*) ou alors vers le passé (*backward looking behaviour*)? La théorie de l'agent optimisateur implique que les individus rationnels prennent en compte les revenus et rendements futurs pour déterminer leur niveau de consommation, ainsi que les prix futurs pour établir les prix courants. Cependant, différents travaux ont empiriquement montré que ces modèles purement *forward looking* donnent de mauvais résultats. La recherche s'est alors orientée vers des modèles hybrides comprenant à la fois des termes avancés et retardés.

Avant de décrire ces modèles et voulant justement vérifier la proximité de notre modélisation à la réalité empirique, nous dressons dans un premier temps quelques faits stylisés de l'économie allemande dans le but de pouvoir les reproduire à l'aide du modèle retenu.

## 1.1 Les données

Nous présentons ici les variables présentes dans notre étude pour l'Allemagne, à savoir l'output gap, l'inflation et les taux d'intérêt à 3 mois et à 10 ans sur la période allant de 1974 à fin 1998. Après cette date, il semblait difficile de relier le taux d'intérêt de court terme, contrôlé non plus par la Bundesbank, mais par la Banque Centrale Européenne, aux agrégats internes de ce pays. D'autre part, cette rupture étant survenue assez récemment, l'historique de données est encore trop faible pour s'intéresser uniquement à la période post 1998.

Toutes nos séries sont des données OCDE<sup>4</sup>, en fréquence annuelle de manière analogue à Smets (2000) et Sahuc (2002), et issues de la base *Datastream*. Le choix de cette fréquence est donc cohérent avec la littérature empirique sur le sujet.

L'inflation est définie comme la différence en pourcentage du logarithme de deux prix à la consommation successifs,  $\pi_t = 100 \times (\ln(P_t) - \ln(P_{t-1}))$ . L'output gap est directement calculé par l'OCDE<sup>5</sup>. Enfin, considérant des données annuelles, nous utilisons les taux à 1 an comme taux d'intérêt de court terme. Pour ce qui est des échéances plus lointaines, nous retenons le rendement actuariel d'un titre d'État de maturité 10 ans.

Comme le notent Coenen & Wieland (2002), on remarque la tendance baissière de

---

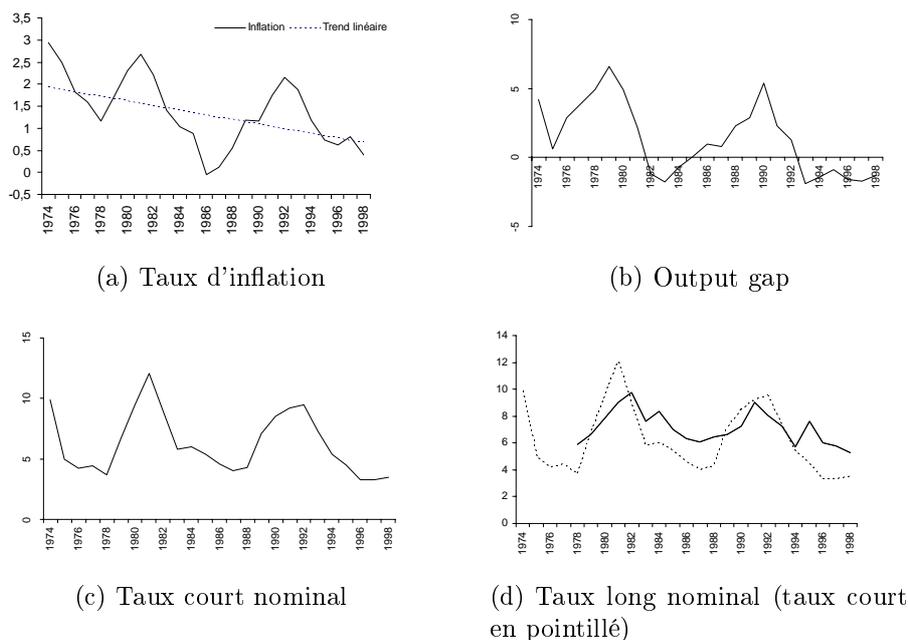
<sup>4</sup>Nous avons choisi ici de ne pas multiplier les origines des données, afin de faciliter leur comparaison.

<sup>5</sup>Nous avons effectué ce choix plutôt que de le calculer nous même car le calcul de l'output gap nécessite de faire de multiples choix *ad hoc* et donc peut être soumis à la critique. Premièrement, il faut choisir une variable d'activité qui peut être, par exemple, soit le PIB, soit la production industrielle. Ensuite, il faut s'interroger sur la méthode d'extraction tendance-cycle à utiliser. Si l'on retient de façon usuelle, la démarche proposée par Hodrick & Prescott (1997), il faut encore définir la valeur du paramètre de lissage..... Nous avons là autant de choix potentiellement discutables.

l'inflation le long de la période liée au processus de désinflation engagé par les économies européennes (cf. graphique 1). Cette spécificité purement européenne, comparée aux États-Unis, est peut être moins marquée pour l'Allemagne par rapport à d'autres pays comme la France ou encore l'Italie, cependant elle ne peut pas être niée. Cette particularité rend complexe les estimations empiriques (Coenen & Wieland (2002)).

De plus, sur le dernier graphique, nous constatons que le taux court allemand est supérieur au taux long de 1979 à 1981 et de 1989 à 1993, ce qui implique donc un renversement de la courbe des taux. Durant ces périodes où l'inflation et l'output gap étaient considérablement élevés, les agents, dont on peut supposer qu'ils ont en tête la théorie des anticipations, ont observé des taux courts conséquents tout en anticipant une baisse future des taux. Ces retournements de la courbe des taux ne simplifient pas non plus l'analyse. On peut, en effet, penser que lors des estimations ces phénomènes ne seront pas aisés à restituer.

FIG. 1: DONNÉES



Nous ajoutons à ces aperçus graphiques, les variances et autocorrélations d'ordre un, deux et trois des différentes variables du modèle (cf. tableau 1.1), que nous comparerons plus tard à nos valeurs simulées.

Nous observons que, contrairement à Söderström, Söderlind & Vredin (2002), la persistance du taux court nominal, mesurée ici à l'aide des autocorrélations, est moins forte que celle de l'output gap et de l'inflation.

TAB. 1: VARIANCE ET AUTOCORRÉLATIONS DES DONNÉES

	Variance	Autocorrélations		
		1 retard	2 retards	3 retards
ALLEMAGNE				
Inflation	0,64	0,80	0,42	0,04
Output gap	6,77	0,75	0,46	0,07
Taux court nominal	6,19	0,67	0,17	-0,30
Taux long nominal	1,50	0,54	0,19	-0,23

Nous complétons cette description des données par des tests de non stationnarité afin d'évaluer le comportement régulier des séries. Nous débutons notre analyse par de simples tests de Dickey-Fuller (Dickey & Fuller (1979), Dickey & Fuller (1981))<sup>6</sup>. Du fait de leur utilisation simple, ces tests, bien que peu robustes demeurent toujours très utilisés. De plus, cherchant à employer des tests plus efficaces tels que celui proposé par Elliott, Rothenberg & Stock (1996), nous avons constaté que ce dernier était très proche des tests ADF, voire même exactement identique. En effet, afin d'estimer le modèle présenté ci-dessous, nous avons centré toutes nos données afin de simplifier la résolution matricielle de notre système (voir section 2.1). Nous avons donc mené nos tests de racine unitaire sur les séries centrées que nous allons utiliser par la suite. Cette transformation nous a conduit à envisager des équations de tests sans constante, ce qui rend les test ADF et ERS équivalents (cf. *infra*). Cependant, la présence d'une tendance linéaire dans nos séries sur cette période précise n'était pas pour autant à exclure.

Donc, ne sachant *a priori* approuver ou contester la présence d'un trend linéaire, nous avons, dans un premier temps, effectué les tests avec constante et trend<sup>7</sup>. Si l'on observe les résultats des tests ADF concernant l'inflation en Allemagne, on constate que l'on ne peut rejeter la présence de racine unitaire ( $t_b > VC$ ), cependant le test joint nous permet également d'accepter l'hypothèse nulle, racine unitaire et pas de trend linéaire. Ce résultat nous conduit à conclure à la non nécessité d'inclure un trend dans l'équation de test. Nous poursuivons donc notre analyse en régressant la différence première de l'inflation sur simplement, une constante et sur l'inflation retardée (plus éventuellement des *lags* en différence première de l'inflation)<sup>8</sup>. De même que précédemment, nous concluons à la présence de racine unitaire grâce à la statistique  $t_b$  mais nous acceptons aussi l'hypothèse nulle du test joint : racine unitaire et pas de constante. Ce résultat est cohérent avec la transformation appliquée aux données. Nous terminons donc notre logique de test en consi-

<sup>6</sup>Les résultats détaillés sont disponibles en annexe, p. 38.

<sup>7</sup>Dans les tests ADF, la prise en compte d'un trend implique automatiquement la présence d'une constante.

<sup>8</sup>Nous réalisons ce test pour continuer la logique précédemment exposée. En effet, grâce à l'opération de centrage des données, nous pourrions occulter cette étape.

dérant la régression de Dickey-Fuller sans constante, ni trend. Cette fois-ci, la conclusion du test ADF ( $t_b$ ) nous apprend que notre série d'inflation (centrée) est stationnaire à 95% de confiance mais pas à 99%. Le même raisonnement est opéré pour l'output gap et le taux court (centrés). À chaque fois, la stationnarité des séries est acceptée à 90% de confiance, même à 95% pour le taux court.

Maintenant que nous avons précisé l'évolution des données, cherchons à les modéliser explicitement.

## 1.2 Courbe IS

Comme le souligne Fuhrer (2000), l'incorporation d'anticipations et la prise en compte du comportement optimisateur des agents doit maintenant être chose courante dans les modèles de politique monétaire, pour à la fois contrer la critique de Lucas et comporter des fondements microéconomiques. Pour répondre à ces contraintes, nous retenons une courbe de demande agrégée résultant de l'optimisation des agents.

Dans sa forme la plus simple, l'équation de demande dérivée de l'équation de consommation d'Euler, peut être définie telle que<sup>9</sup> :

$$y_t = \kappa_0 + \kappa_a \mathbb{E}_t(y_{t+1}) - \kappa_r r_{t-1} + \eta_t \quad (1)$$

où  $y_t$  est l'output gap qui est défini comme la différence entre le PIB et le PIB potentiel.  $\mathbb{E}_t$ , l'espérance conditionnelle<sup>10</sup> et  $\eta_t$  un résidu indépendant et identiquement distribué (i.i.d.).

L'équation (1) résulte de la log-linéarisation de l'équation d'Euler, qui est dérivée du programme de maximisation des agents. Selon cette formulation l'output gap dépend exclusivement de l'anticipation d'output gap et du taux réel. Le coefficient  $\kappa_r$ , qui peut être assimilé à l'élasticité de substitution de la consommation, doit être positif selon cette écriture, puisque la relation entre l'output gap et le taux réel est théoriquement négative. Nous nous intéresserons principalement à ce paramètre, vecteur en théorie des impulsions de politique monétaire; nous vérifierons que ce coefficient est bien positif. Nous ajoutons un décalage au taux d'intérêt réel en raison des délais d'action de la politique monétaire. En effet pour satisfaire au schéma selon lequel les autorités monétaires font varier le taux court nominal, ce qui affecte l'output gap et *in fine* à l'inflation, nous ressentons le besoin d'introduire une viscosité dans cet enchaînement. Comme nous utiliserons une fréquence de donnée peu élevée, nous pensons qu'un décalage d'une seule période sera suffisant.

Une difficulté demeure cependant dans la spécification de cette courbe IS. Celle-ci réside dans la maturité du taux réel<sup>11</sup>. Si l'on se conforme strictement à la contrainte budgétaire

---

<sup>9</sup>Des précisions quant à la dérivation de cette équation sont fournies en annexe, cf. p. 39.

<sup>10</sup>Toute l'information disponible en  $t$  est incorporée dans la prévision.

<sup>11</sup>D'une façon générale, les taux réels seront notés  $r$  alors que les taux nominaux,  $i$ . De plus, il leur sera rajouté la lettre  $c$  ou  $l$  selon qu'il s'agit de taux d'intérêt de court ou de long terme.

intertemporelle du programme de maximisation de l'utilité sous cette contrainte (cf. équation (22) en annexe, p. 39), nous aurions tendance à penser qu'il s'agit du taux court réel puisque cet intérêt récompense l'unique période (entre  $t$  et  $t + 1$ ) pendant laquelle sont détenus les actifs. Cette prise de position est de plus en accord avec la notion de consommation à partir de laquelle est dérivée la courbe de demande. *A contrario*, si l'on considère à présent l'investissement et non plus la consommation comme composante principale de la demande, alors on peut se demander s'il ne faut pas inclure le taux long réel dans cette courbe IS. Cette écriture a de plus l'avantage de satisfaire un schéma bien connu, à savoir que les autorités monétaires modifient le taux court, ce qui se transmet le long de la courbe des taux jusqu'aux taux longs, pour ensuite affecter l'output gap et l'inflation.

Malgré ce dernier cheminement, on peut néanmoins s'interroger sur cette notion de taux long réel. Si l'on retient une maturité de dix ans, alors le taux long réel associé doit être calculé comme la différence entre le taux long nominal de même maturité et l'anticipation d'inflation à dix ans. Or cette dernière donnée paraît impossible à observer. La solution de facilité souvent retenue consiste simplement à retrancher du taux long nominal la valeur ex-post de l'inflation à une seule période. Nous ne procéderons pas ainsi, pensant qu'il s'agit là d'une approximation trop arbitraire qui pourrait être amplifiée par les manipulations empiriques que nous allons réaliser par la suite. Nous retiendrons finalement le taux court réel comme élément constitutif de la courbe IS.

Suivant par exemple Fuhrer (2000), nous allons envisager de nous éloigner quelque peu de l'équation (32) pour préférer une écriture hybride, c'est-à-dire incorporant aussi des termes retardés, dans l'espoir de satisfaire davantage aux caractéristiques apparentes des séries économiques<sup>12</sup>.

$$y_t = \kappa_0 + \kappa_a \mathbb{E}_t(y_{t+1}) + (1 - \kappa_a)y_{t-1} - \kappa_r r c_{t-1} + \eta_t \quad (2)$$

Cette équation, comme la précédente, résulte de la maximisation de l'espérance d'utilité des agents sous contrainte budgétaire intertemporelle, le terme retardé d'output gap étant lié à la formation d'habitude dans la fonction d'utilité. Conformément à l'équation (1), nous nous contenterons d'ajouter un seul terme retardé (pour un seul terme *forward*) en pensant qu'il s'agit là d'une bonne spécification<sup>13</sup>.

<sup>12</sup>Notons que la courbe de demande agrégée peut être définie de façon purement *backward looking*. Cette courbe IS qui n'est alors pas dérivée d'un comportement optimisateur ne comprend pas de termes anticipés.

<sup>13</sup>Nous sommes conscients qu'aussi bien la capacité à prévoir des agents que leur « mémoire » sont des éléments sujets à caution. En choisissant l'horizon *forward* et *backward* minimal d'une période, nous envisageons peut être la configuration minimum mais au moins nous n'exagérons en rien les capacités des agents. D'autre part, comme nous l'avons déjà précisé, nous avons en tête à cet instant la périodicité de nos données et celle-ci convient particulièrement à cette définition des équations puisqu'il s'agit de séries annuelles.

### 1.3 Courbe de Phillips

La courbe de Phillips augmentée relie simplement l'inflation courante à ses valeurs passées ainsi qu'à l'output gap décalé :

$$\pi_t = \sum_{i=1}^h \varphi_i \pi_{t-i} + \alpha_y y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3)$$

où  $\varepsilon_t$  est une variable aléatoire i.i.d..

Malgré les critiques relatives à une telle spécification (purement *backward*), cette écriture est privilégiée par de nombreux auteurs. Ce choix est justifié par souci de simplification afin d'introduire d'autres variables (comme le taux de change pour Ball (1999)), ou tout simplement car ces formes autorégressives sont réputées être davantage en adéquation avec les données (Rudebusch & Svensson (1999), Jondeau & Le Bihan (2000)). Jondeau & Le Bihan (2000) trouvent, conformément aux attentes, le coefficient d'output gap retardé positif et significatif, sur données américaines et allemandes allant du premier trimestre 1968 au quatrième de 1998. Galí, Gertler & López-Salido (2001) font le même constat sur données trimestrielles européennes et américaines de 1970 :Q1 à 1998 :Q2<sup>14</sup>. On peut cependant noter que la valeur du paramètre d'intérêt de cette équation diffère selon ces deux groupes d'auteurs. Alors que Jondeau & Le Bihan (2000) notent une valeur de  $\alpha_y$  de 0,175 pour les États-Unis et 0,106 pour l'Allemagne, Galí et al. (2001) affichent des coefficients deux fois moins importants, respectivement de 0,048 et 0,051.

En dépit de ces résultats encourageants, cette équation n'en est pas moins soumise à la célèbre critique de Lucas. La stabilité de cette écriture n'est en effet pas assurée en cas de changement de régime monétaire.

Les modèles qualifiés de néo-keynésiens permettent de remédier à cette difficulté. Cet important courant de la littérature (auquel participent par exemple Woodford (1996, 2003) et Clarida, Galí & Gertler (1999)) permet de dériver d'un comportement optimisateur des agents dans un modèle d'équilibre général avec des rigidités nominales une équation du type<sup>15</sup> :

$$\pi_t = \alpha_a \mathbb{E}_t(\pi_{t+1}) + \alpha_y y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4)$$

L'intégration d'anticipations rationnelles permet ainsi de contrer la critique de Lucas. Cette équation est habituellement qualifiée de *New Keynesian Phillips Curve* ou NKPC. Cependant, cette formulation n'est généralement pas celle retenue. On lui préfère effectivement une équation incorporant à la fois des anticipations et des termes retardés afin de tenir compte de la persistance de l'inflation et du type de données utilisées (Rudebusch

---

<sup>14</sup>Le nombre de décalages inclus dans cette courbe de Phillips est quasiment identique entre les deux groupes d'auteurs. En effet, Jondeau & Le Bihan (2000) et Galí et al. (2001) incorporent quatre décalages pour les États-Unis et l'Europe, et seulement trois pour l'Allemagne (Jondeau et al.).

<sup>15</sup>Une présentation détaillée de l'obtention de cette courbe *forward looking* est donnée en annexe, cf. p. 42.

(2002)). Fuhrer & Moore (1995) proposent ce genre de spécification en utilisant un modèle de contrats où les agents sont concernés par le salaire réel relatif sur la totalité de vie du contrat. Nous détaillons toutefois un autre modèle, celui de Galí & Gertler (1999) (cf. en annexe, p. 45). Ces derniers obtiennent une équation hybride en reprenant le modèle de rigidités nominales de Calvo (1983), qui nous a permis d'établir la forme purement *forward looking*, et en ajoutant l'hypothèse suivante : parmi la proportion  $(1 - \phi)$  des entrepreneurs qui révisent leurs prix, seuls  $(1 - \omega)$  d'entre eux le font de façon optimale, les autres adoptent une règle de conduite tournée vers le passé.

$$\pi_t = \sum_{h=1}^H \alpha_h \pi_{t-h} + \sum_{j=1}^J \phi_j \mathbb{E}_t(\pi_{t+j}) + \delta y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5)$$

Cette forme très générale (équation (5)) peut être obtenue en considérant des contrats multi-périodiques. Cependant, l'ajout de ces termes retardés a aussi une origine empirique. En effet, sans ces variables décalées la dynamique présenterait des sauts en réponse aux chocs à l'opposé du comportement réel des données (Estrella & Fuhrer (1998)).

Donc, bien que les termes retardés ne puissent être négligés, Clarida et al. (1999) mettent en avant un fort comportement *forward looking* aussi bien pour les États-Unis que pour la zone euro. De plus, en considérant un processus de formation des prix dépendant des coûts marginaux réels du travail et non de l'output gap, ils trouvent des coefficients d'intérêt (ie., le coefficient devant la variable d'activité dans la courbe de Phillips) deux fois plus importants en valeur pour les États-Unis par rapport à l'Europe. En ce qui concerne l'Allemagne, l'étude de Jondeau & Le Bihan (2001) révèle systématiquement un coefficient d'output gap de signe contraire à celui attendu quel que soit le nombre de retards pris en compte (un *lead*<sup>16</sup>, un *lag* ou trois *leads*, trois *lags*) et la méthode d'estimation retenue (GMM ou FIML)<sup>17</sup>.

La transmission des impulsions de politique monétaire à l'économie réelle (prix et production) est modélisée par ces deux équations. Selon ces formulations, on peut noter que conformément à Svensson (1997) l'inflation et l'output gap réagissent avec un lag de décalage aux variations du taux court, ce qui, étant donnée la structure des deux équations, implique que l'inflation va réagir avec deux périodes de décalages. Ces retards sont justifiés par les délais d'action de la politique monétaire. Comme précédemment, étant donnée la faible périodicité de nos données, un décalage vers l'avant et un autre retardé dans la courbe de Phillips sera considéré comme suffisant. Ces paramètres (respectivement, le coefficient d'output dans la courbe de Phillips et celui du taux réel dans l'équation de demande agrégée) seront par la suite considérés comme les paramètres d'intérêt de notre étude. En effet, voulant analyser l'impact des interventions des autorités monétaires, nous cherche-

---

<sup>16</sup>Nous emploierons *lead* et *lag*, les termes anglais, pour parler des termes avancés et retardés des différentes équations.

<sup>17</sup>En plus des estimations incluant l'output gap dans la courbe de Phillips, Jondeau & Le Bihan (2001) considèrent un processus de formation des prix dépendant des coûts marginaux du travail. Pour l'Allemagne, les différentes configurations mènent à des résultats similaires.

rons des représentations de l'économie capables de transcrire les impulsions des taux courts à l'inflation.

La dernière équation du modèle établit la règle de politique monétaire suivie par la Banque Centrale. La littérature sur ce sujet est abondante (Taylor (1999)). Notre problème n'étant pas la recherche d'une règle optimale de politique monétaire (Svensson (1997), Svensson (1998)), nous estimerons une règle effective, extraite des données (Clarida, Galí & Gertler (1997)).

## 1.4 Règle de politique monétaire

La formulation originale proposée par Taylor (Taylor (1993)) relie le taux des fonds fédéraux américains sur la période 1987-1992, à l'écart entre l'inflation et sa cible (qu'il fixe égale à 2), et à l'output gap :

$$ic_t = \pi_t + 0,5 y_t + 0,5 (\pi_t - 2) + 2 \quad (6)$$

où  $\pi_t$  est le taux d'inflation calculé sur les quatre derniers trimestres et  $y_t$ , l'output gap, est l'écart, en pourcentage, entre le PIB réel et sa cible. La constante égale à 2 représente le taux réel d'équilibre. L'équation proposée par Taylor suggère donc que la Fed augmentera ses taux si l'inflation dépasse sa cible (qu'il fixe ici à 2%) ou / et si le PIB dépasse son niveau potentiel. Le taux des fonds fédéraux sera fixé à 4% si à la fois l'inflation et le PIB ont atteint leur cible (Taylor suppose que le taux d'intérêt réel est de 2%).

En dépit de sa forme simple, la règle de Taylor reste une référence. Cependant, des reproches peuvent être formulés à l'égard de cette spécification. Les paramètres de la règle sont fixés de façon *ad hoc* par Taylor, pour les États-Unis et sur une certaine période. Ils ne conviennent donc pas *a priori* à d'autres pays et/ou d'autres périodes. De plus, les variables d'intérêt sont uniquement passées ou présentes, les autorités monétaires n'ont donc aucune considération pour le futur.

Il est donc plus commun aujourd'hui de considérer que la règle monétaire est définie de la façon suivante (Clarida et al. (1997)) :

$$ic_t^* = \bar{i}l + \beta [\mathbb{E}_t(\pi_{t+n}) - \pi^*] + \gamma [y_t - y_t^*] \quad (7)$$

où  $ic_t^*$  est le taux d'intérêt nominal de court terme contrôlé par la banque centrale,  $\bar{i}l$ , le taux d'intérêt nominal d'équilibre de long terme,  $\pi^*$  et  $y_t^*$  sont respectivement les cibles d'inflation et d'output. L'évolution du taux d'intérêt de court terme dépend donc, selon cette formulation, de l'inflation anticipée à un horizon  $n$  restant à définir, et de l'output gap courant<sup>18</sup>. Clarida et al. (1997) supposent que les banques centrales s'attachent plus

---

<sup>18</sup>Dans leur article, Clarida et al. (1997) mettent un terme d'espérance devant  $y_t$  pour supposer que l'information disponible des autorités monétaires en  $t$  ne comprend pas les valeurs courantes. Sans réellement postuler que la banque centrale possède en  $t$  toute l'information jusqu'à cette date, nous ne mettrons pas de signe d'anticipation devant des termes normalement connus à la date d'aujourd'hui.

volontiers à l'évolution à long terme de l'inflation plutôt qu'aux variations mensuelles, ils fixent sur cette base la valeur de  $n$  à 12. Cette valeur d'une anticipation à un an nous semble tout à fait raisonnable. Nous supposons, de plus comme Jondeau & Le Bihan (2000), que la cible d'output est nulle, c'est dire que la banque centrale n'a pas de biais d'inflation. Remarquons que cette formulation est très proche de la règle initiale postulée par Taylor. L'unique différence réside dans la non fixation à priori des paramètres ainsi que des valeurs cibles.

Outre la composante *forward* pour l'inflation, faisant ainsi le lien entre les variables de la règle et les objectifs des banques centrales, l'observation des taux directeurs a conduit à introduire dans la règle une forme de gradualisme, représentée par un décalage du taux d'intérêt nominal à droite du signe égal (*AR*(1)). Sack & Wieland (2000) justifient de trois façons différentes la présence de ce taux d'intérêt retardé. Premièrement, si l'on se place dans le contexte de modèle à anticipations rationnelles, les règles représentées par l'équation (8) seront plus à même de stabiliser l'inflation et l'output que les règles sans ajustement partiel. En effet, dans ce cadre les agents anticiperont qu'une variation des taux directeurs devrait être suivie par d'autres variations dans la même direction, favorisant ainsi l'action instantanée sur l'inflation et l'output. Les deux autres arguments avancés par Sack & Wieland (2000) concernent l'incertitude : incertitude sur les données utilisées par la banque centrale et incertitude sur les paramètres estimés dans la règle. Les données macroéconomiques peuvent être mesurées avec erreur et sont sujettes à de multiples révisions. De plus, les relations entre les différentes variables de l'économie, autrement dit la valeur des paramètres de la règle, ne sont pas connues avec certitude.

$$ic_t = (1 - \rho)i_t^* + \rho ic_{t-1} + v_t \quad (8)$$

où  $\rho \in [0, 1]$  traduit le degré d'ajustement des taux d'intérêt et  $v_t \rightsquigarrow i.i.d.$  .

Au total, l'équation que nous allons considérer est semblable à celle proposée par Clarida et al. (1997) :

$$ic_t = (1 - \rho) [\alpha + \beta \mathbb{E}_t (\pi_{t+n}) + \gamma y_t] + \rho ic_{t-1} + u_t \quad (9)$$

où  $n$  correspond à un horizon d'un an.

Maintenant que nous avons défini le modèle de l'économie que nous entendons suivre, poursuivons notre analyse en réalisant l'estimation dans le cadre de l'Allemagne.

## 2 Résolution, estimation et simulation du modèle

### 2.1 Résolution du système d'équations

La présence d'anticipations rationnelles dans le modèle décrit plus haut nous conduit tout naturellement à vouloir le résoudre, afin de pouvoir travailler uniquement avec des variables *backward* qui sont par définition connues en  $t$ . Nous allons pour cela nous servir de l'approche méthodologique employée dans les Modèles d'Equilibre Général Intertemporel Stochastiques (MEGIS).

Nous disposons, en effet, avec l'écriture de notre modèle sous forme réduite d'un modèle linéaire que nous pouvons résoudre de façon simple par la méthode de Farmer (1993).

L'écriture de nos trois équations sous forme espace-état nécessite dans un premier temps de distinguer les variables prédéterminées (variables *backward*), de celles qui sont *forward looking* et des variables de contrôle. Notons au passage que par souci de simplification, nous avons centré chacune de nos variables, sans modifier pour autant les notations, ceci nous permet de ne pas inclure une matrice de constantes.

$$\begin{aligned}\pi_t &= \alpha_a \mathbb{E}_t(\pi_{t+1}) + (1 - \alpha_a)\pi_{t-1} + \alpha_y y_{t-1} + \varepsilon_t^\pi \\ y_t &= \kappa_a \mathbb{E}_t(y_{t+1}) + (1 - \kappa_a)y_{t-1} - \kappa_r (ic_{t-1} - \pi_t) + \varepsilon_t^y \\ ic_t &= (1 - \rho)[\beta \mathbb{E}_t(\pi_{t+1}) + \gamma y_t] + \rho ic_{t-1} + \varepsilon_t^i\end{aligned}\tag{10}$$

Si l'on note  $x_{1t}$  le vecteur de taille  $(n_1, 1)$  des variables prédéterminées,  $x_{2t}$  de taille  $(n_2, 1)$  celui des variables anticipées et  $C_t$  de taille  $(n_3, 1)$  celui des variables de contrôle ou de mesure, on a donc :

$$\begin{aligned}x_{1t} &= [\pi_{t-1}, y_{t-1}, ic_{t-1}]' \\ x_{2t} &= [\pi_t, y_t]' \\ C_t &= [\pi_{t-1}, y_{t-1}, ic_{t-1}]'\end{aligned}\tag{11}$$

On note la présence de trois variables pré-déterminées dans notre modèle pour deux variables anticipées. D'autre part, nous remarquons que, de façon analogue à Jondeau & Le Bihan (2000), les variables pré-déterminées et celles de contrôle sont identiques. Cela nous permettra de simplifier le système matriciel nécessaire à la résolution du modèle (pour plus de détails, voir en annexe, section 3.4, p. 45).

En posant  $S_t = (x_{1t} \ x_{2t})'$  le vecteur de taille  $(n_1 + n_2)$  des variables d'état comprenant à la fois les variables pré-déterminées et anticipées<sup>19</sup>, nous pouvons écrire notre modèle sous la forme<sup>20</sup> :

<sup>19</sup>Par convention, d'après Farmer, nous organisons le vecteur  $S_t$  tel que les variables pré-déterminées soient en premier.

<sup>20</sup>Le détail des matrices est présenté en annexe, p. 45.

$$M_{cc} C_t = M_{cs} S_t \quad (12)$$

$$M_{ss0} \mathbb{E}_t S_{t+1} + M_{ss1} S_t = M_{sc0} \mathbb{E}_t C_{t+1} + M_{sc1} C_t + M_{se} \varepsilon_{t+1} \quad (13)$$

Nous remarquons qu'il n'y a pas de constante dans l'équation (13), contrairement au modèle présenté dans la section 1. Cela tient au fait que la résolution de ce genre de modèle est plus simple dans ce cadre. Nous trouvons là une justification pour avoir centré les données, opération qui n'enlève rien à leurs propriétés.

Ce système peut ensuite être résolu par la méthode de Farmer. En incorporant l'équation (12) dans (13), nous pouvons dans un premier temps éliminer les variables de contrôle de la dynamique. Ensuite pour faire de même avec les opérateurs d'espérance, nous écrivons  $\mathbb{E}_t(S_{t+1})$  en fonction de la réalisation du vecteur d'état à la date  $t + 1$  et de l'erreur d'anticipation :  $\mathbb{E}_t(S_{t+1}) = S_{t+1} - \varepsilon_{t+1}$ . Nous obtenons finalement un système écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} S_{t+1} &= W_s S_t + W_e \varepsilon_{t+1} \\ C_t &= \Pi S_t \end{aligned} \quad (14)$$

avec  $\Pi = M_{cc}^{-1} M_{cs}$  et  $W_s = (M_{ss0} - M_{sc0} M_{cc}^{-1} M_{cs})^{-1} (M_{sc1} M_{cc}^{-1} M_{cs} - M_{ss1})$

Notons dès à présent que cette écriture nous permettra de dériver les conditions de Blanchard-Kahn. En effet, ce sont les valeurs propres de la matrice  $W_s$  qui nous renseigneront sur la trajectoire suivie par notre système. Plus précisément, nous chercherons la configuration où il existe une trajectoire unique qui converge vers l'état stationnaire, c'est-à-dire que nous vérifierons que le nombre de valeurs propres supérieures à l'unité soit égal au nombre de variables non pré-déterminées dans le système.

Pour terminer de résoudre notre modèle, nous écrivons les variables *forward* en fonction des variables prédéterminées :  $S_{F,t} = H S_{B,t}$ <sup>21</sup>.

Maintenant que toutes les variables d'état peuvent être exprimées en fonction des variables *backward*, nous obtenons une forme état-mesure où les équations d'état ne portent que sur ces variables *backward* :

$$S_{B,t+1} = M_{SS} S_{B,t} + M_{SE} \varepsilon_{t+1} \quad (15)$$

où  $M_{SS} = W_{BB} + W_{BF} H$  et  $M_{SE} = W_{EB}$ .

Cette équation matricielle, qui n'est rien d'autre qu'un VAR(1), nous sera utile tant pour l'estimation que la simulation de notre modèle.

---

<sup>21</sup>La matrice  $H$  est obtenue telle que  $H = -(P_{FF}^*)^{-1} P_{FB}^*$ .  $P_{FF}^*$  et  $P_{FB}^*$  sont des blocs de la matrice  $P^{-1}$  ( $P$  étant la matrice des vecteurs propres), tout comme  $W_{BB}$  et  $W_{BF}$  seront des blocs de la matrice  $W_s$  (cf. légende de l'équation (15)).

## 2.2 Estimation du modèle macroéconomique

Notre logique étant de dériver des anticipations de taux courts, afin de reconstruire des taux à plus long terme, nous nous intéressons principalement à la règle de politique monétaire<sup>22</sup>. Celle-ci comporte, cependant, d'autres variables telles que l'inflation anticipée pour dans un an et l'output gap courant. Ceci, nous a conduit à modéliser les dynamiques de ces variables auxiliaires que nous avons présentées dans la section 1. Dans ce contexte, une estimation équation par équation ne permettrait pas, à notre avis, de considérer toutes les interactions. Une prise en compte globale du système composé des trois équations nous semble indispensable.

De très nombreuses estimations des équations sous formes réduites, présentées dans la section précédente, ont été menées (on peut citer par exemple Clarida et al. (1997), Jondeau & Le Bihan (2001), Lindé (2001), Fuhrer & Rudebusch (2002), Coenen & Wieland (2002) ou encore Lindé (2002)). Cependant, la plupart de ces travaux empiriques ont été conduits sur une seule équation, ou au mieux sur le système composé des équations d'offre et de demande agrégées. La calibration est aussi souvent utilisée pour permettre aux représentations théoriques de corroborer les faits stylisés (Söderström et al. (2002), Lindé (2001)). De plus, beaucoup de ces travaux s'intéressent aux États-Unis et moins à l'Europe.

Dans ce contexte, l'estimation du système complet de trois équations sur données allemandes peut paraître ambitieuse à réaliser, car ces relations interdépendantes forment un système complexe et qui plus est, à la fois *forward* et *backward*. Nous pouvons néanmoins rapprocher notre étude des travaux de Jondeau & Le Bihan (2000) et Sahuc (2002). Les premiers effectuent l'estimation d'un système à quatre équations (les trois équations présentées ci-dessus plus la structure par terme des taux puisqu'ils incorporent le taux long réel dans la courbe IS) par maximum de vraisemblance pour l'Allemagne et les États-Unis, cependant ils considèrent un système d'équations d'offre et de demande agrégées purement *backward looking*. *A contrario*, Sahuc (2002) prend en compte le comportement optimisateur des agents, c'est-à-dire qu'il incorpore des termes anticipés dans les équations du modèle macroéconomique. Plus précisément, Sahuc (2002) estime par maximum de vraisemblance à information complète (FIML, *Full Information Maximum Likelihood*) un système de trois équations comparable au nôtre<sup>23</sup> sur données européennes. On peut rapprocher cette dernière étude de celle de Smets (2000) même si ce dernier ne réalise l'estimation (par la méthode des moments généralisés, GMM) que du modèle macroéconomique, puisque tous les deux utilisent des données annuelles européennes de 1974 à 1998 pour Smets et de 1974 à 2000 pour Sahuc.

L'estimation de notre système complet, qui contient des termes *forward*, ne peut pas

---

<sup>22</sup>D'autre part, cela justifie de nous cantonner à l'utilisation du modèle sous forme réduite, et non à la forme structurelle.

<sup>23</sup>On peut cependant noter que Sahuc (2002) n'incorpore pas de lag dans l'output gap et dans le taux court réel dans les équations du modèle macroéconomique, comme nous le faisons.

être réalisée par de simple moindres carrés ordinaires. En effet, une partie des régresseurs (les termes anticipés) sont par nature corrélés avec les résidus. Pour résoudre ces modèles, nous retenons deux méthodologies couramment employées : la méthode des moments généralisés et le maximum de vraisemblance.

La méthode des moments généralisés, en n'imposant pas de spécification particulière, est robuste aux erreurs de spécification de la dynamique, cependant en cas de bonne spécification du modèle, une méthode paramétrique se révèle plus précise. D'autre part, les GMM ne demandent pas la définition de l'ensemble de la densité, elle s'intéresse seulement à quelques moments. Malgré la simplicité que cela engendre, elle n'utilise pas, en conséquence, toute l'information disponible dans l'échantillon.

Une seconde technique permettant de résoudre ces modèles comprenant des termes anticipés impose, à l'opposé de la précédente, une spécification particulière : le maximum de vraisemblance. Elle consiste à calculer la densité jointe des endogènes du système conditionnellement aux variables prédéterminées et à maximiser la fonction de vraisemblance jointe. Cette approche, connue sous le nom de maximum de vraisemblance à information complète (FIML), ne réclame pas de choix d'instruments cependant elle nécessite d'écrire le modèle sous forme espace-état, tel que nous venons de le réaliser et de faire une hypothèse forte sur la loi suivie par les résidus du système. Nous supposons qu'ils sont gaussiens, non autocorrélés et indépendants des variables explicatives.

La log-vraisemblance à maximiser s'écrit dans ce cadre, en reprenant l'équation finale issue de la résolution de notre modèle par la méthode de Farmer (1993) (équation (15)) :

$$\log L = -\frac{n_1 T}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log |\Sigma_t| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \tilde{\varepsilon}_t \Sigma_t^{-1} \tilde{\varepsilon}_t \quad (16)$$

où  $n_1$  définit toujours le nombre de variables prédéterminées (cf. section 2.1),  $T$ , est le nombre d'observation disponible,  $|\Sigma_t|$ , le déterminant de la matrice de variance-covariance des résidus, et  $\tilde{\varepsilon}_t = S_{B,t} - MSS \times S_{B,t-1}$  (cf. équation (15)).

Nous pouvons observer les résultats des GMM et FIML<sup>24</sup> dans le tableau 2. La première constatation que nous pouvons faire est que tous les paramètres du modèle sont de signes attendus (positifs, conformément aux notations du système 10), quelle que soit la méthode d'estimation. Cependant, tous ces coefficients ne sont pas significatifs.

Nous constatons que, selon les GMM, seule la sensibilité de l'inflation à l'output gap est significative. En ce qui concerne l'impact du taux court réel sur l'output gap, la relation trouvée est bien négative, cependant on ne peut rejeter l'hypothèse de nullité de ce coefficient. Il en est de même pour le paramètre d'inflation dans la règle de politique monétaire qui n'est donc pas significatif. Cette dernière propriété se retrouve dans les résultats obtenus par FIML, où la variable ciblée par la Banque Centrale, à savoir l'inflation

---

<sup>24</sup>Les estimations par GMM ont été réalisées à l'aide du logiciel RATS alors que celles par FIML ont été effectués avec MATLAB.

TAB. 2: ESTIMATION DU SYSTÈME DE 3 ÉQUATIONS

ALLEMAGNE				
Paramètres	GMM		FIML	
	estimation	t-stat	estimation	t-stat
Courbe de Phillips				
$\alpha_a$	0,43	14,33	0,53	8,83
$\alpha_y$	0,07	4,66	0,03	3,04
Courbe de demande				
$\kappa_a$	0,71	41,76	0,40	5,43
$\kappa_r$	0,11	0,78	0,22	2,44
Fonction de réaction				
$\rho$	0,64	20,12	0,61	4,36
$\beta$	1,36	1,62	2,03	1,14
$\gamma$	1,36	5,44	0,85	1,05
	J-Stat		Vrais.	
	8,27		-92,17	

Les écart-types des GMM sont corrigés des problèmes d'autocorrélation et d'hétéroscédasticité. Les instruments utilisés pour les GMM sont deux décalages des variables d'inflation et d'output gap, et un décalage du taux court nominal. Le test d'Hansen ( $J - Stat$ ) conclut que les instruments sont bien valides. En effet, la valeur critique d'un  $\chi^2$  à huit degrés de liberté à 5% est de 15,51. Les écart-types associés aux coefficients estimés par FIML sont obtenus à partir de la matrice Hessienne tels que :  $\sigma_i = \sqrt{-\widehat{Hess_{ii}}^{-1}}$ . Enfin, les valeurs critiques pour le test de Student à 18 degrés de libertés sont respectivement aux seuils de risque de 10, 5 et 1%, 1,734, 2,101 et 2,879.

anticipée, est non significative. De plus, selon cette estimation, nous pouvons noter que, l'output gap, qui peut être considéré comme un indicateur avancé de l'inflation future est aussi non significatif. Par contre, nous constatons que, par FIML, les sensibilités de l'inflation à l'output gap et de l'output gap au du taux court réel sont significatifs et de bons signes conformément aux attentes. Les valeurs estimées de la règle de politique monétaire arborent aussi les signes attendus. Dans ce cadre, nous constatons, d'autre part que les GMM donnent un poids équivalent à l'inflation et à l'output gap, alors que les FIML accordent une plus grande importance à l'objectif d'inflation par rapport à l'output gap.

La comparaison des nos résultats avec des études analogues, c'est à dire utilisant un système d'équations comparable au nôtre (hybride), sur l'Allemagne et sur une période similaire est difficile. Cependant, comme nous l'avons noté précédemment, nous pouvons rapprocher notre étude de celles de Smets (2000) et Sahuc (2002) en dépit du fait que ces

auteurs travaillent sur données européennes, et que nous sommes conscient que la zone euro ne se résume pas à l'Allemagne. De plus, nous devons noter que le modèle macroéconomique estimé par ces deux auteurs diffère du notre par l'absence de *lag* pour l'output gap et le taux d'intérêt réel dans respectivement l'équation d'offre et dans la courbe IS. Smets (2000) justifie ce choix en disant qu'il ne met pas de décalage dans ces deux équations car il s'intéresse à l'horizon optimal de la politique monétaire et non à la transmission de celle-ci vers l'économie réelle.

Si nous confrontons nos estimations à celles de ces auteurs, nous observons que Sahuc (2002) et Smets (2000) obtiennent tous les deux un coefficient prospectif plus important dans l'équation de demande ( $\kappa_a$ ) par rapport à la courbe de Phillips ( $\alpha_a$ ) (pour Smets 0,56 *vs.* 0,52 et pour Sahuc 0,51 *vs.* 0,46) alors que nous obtenons ce résultat seulement par GMM. Pour cette dernière estimation, nous trouvons en outre que la composante inertielle de l'inflation ( $1 - \alpha_a$ ) domine dans la courbe de Phillips. Ce résultat observé par Sahuc (2002) par FIML, n'est plus vrai pour notre estimation de la courbe de Phillips allemande estimé par maximum de vraisemblance.

En ce qui concerne les sensibilités de l'output gap à l'inflation et du taux court réel à l'output gap, Smets (2000) trouve une valeur trois fois plus importante que Sahuc (2002), ce qui pourrait correspondre avec notre estimation par FIML. En ce qui concerne la règle, Sahuc affecte un poids plus important à l'output gap comparativement à l'inflation. Mais surtout, il obtient un paramètre autorégressif beaucoup plus grand en valeur que les nôtres (0,88 contre 0,61 et 0,64, pour nous).

Tous ces résultats différents nous conduisent à ne pouvoir discerner *a priori* entre les deux types d'estimation, puisque tous les deux nous donnent des paramètres dont les signes sont conformes aux attentes. Nous devons noter, de plus, que les modèles ainsi estimés sont stables. En effet, pour chaque estimation deux valeurs propres sont supérieures à l'unité<sup>25</sup> pour deux variables non-prédéterminées dans le système, ce qui implique l'existence d'une trajectoire unique qui converge vers l'état stationnaire.

À partir des estimations précédentes, qui ne nous ont pas permis de privilégier un type d'estimation plutôt qu'un autre, nous proposons à présent d'évaluer la réponse de notre système de trois équations à des chocs d'inflation, d'output gap et de politique monétaire<sup>26</sup>. Nous savons, en effet, qu'il s'agit là d'un bon outil pour apprécier la dynamique des variables.

Les fonctions de réponse inhérentes à notre modèle et à celle de chacune des estimations (par GMM et par FIML) sont données sur le graphique 2. Nous constatons quelques différences entre les réponses issues de l'estimation par FIML et celles par GMM. Cependant, nous ne pouvons pas dire qu'elles soient radicalement dissemblables.

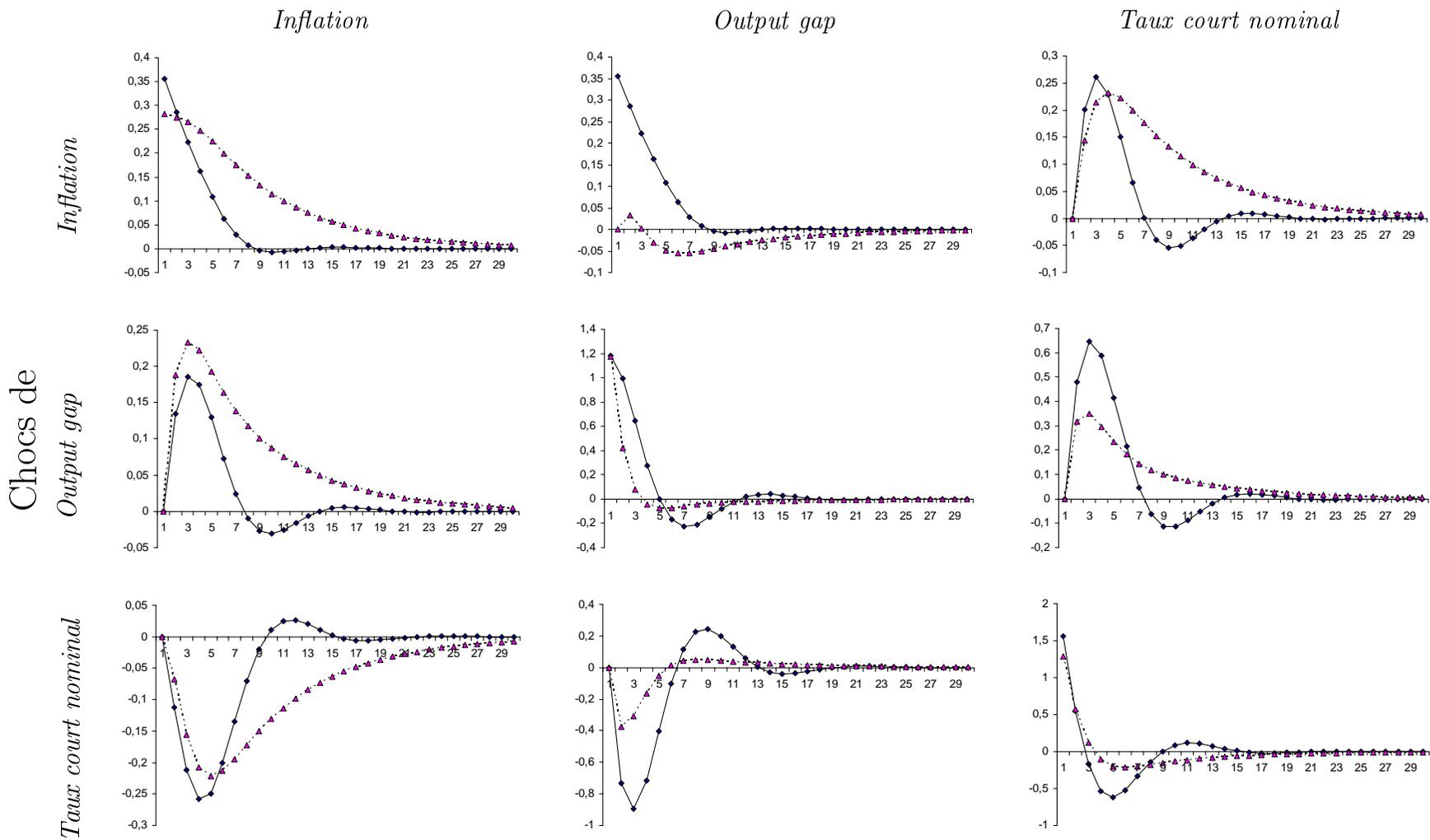
---

<sup>25</sup>Précisément, les valeurs propres obtenues dans le cadre des estimations sont dans l'ordre croissant : 0,4846 ; 0,4846 ; 0,8816 ; 1,2293 ; 1,3615 et 0,6997 ; 0,96 ; 0,96 ; 1,2509 ; 2,0333 par GMM, et 0,6405 ; 0,7677 ; 0,7677 ; 1,1822 ; 1,8180 par FIML.

<sup>26</sup>Ces fonctions de réponse ont été construites à partir du système résolu (cf. équation (15)) sous MATLAB.

FIG. 2: Fonction de réponse pour l'Allemagne (trait en pointillés pour les GMM et trait plein pour les FIML)

## Réponse de



Si nous regardons la dernière ligne du graphique 2, qui montre l'impact d'un choc positif d'un écart-type de taux d'intérêt, nous constatons que, quelle que soit la méthode d'estimation employée, l'inflation et l'output gap diminuent avant de revenir à leur position d'équilibre. Nous n'observons donc pas le *price puzzle* décrit de nombreuses fois dans la littérature empirique (à partir des modèles VAR).

Si l'on se concentre à présent sur la troisième colonne du graphique, on observe qu'un choc positif d'inflation et d'output gap, fait normalement s'élever le taux court, avant que celui-ci revienne à l'équilibre. Nous pouvons noter, de plus, que nous retrouvons la forme en bosse (*hump-shaped*) des réponses générées par les termes retardés (Christiano, Eichenbaum & Evans (2001)) seulement pour l'estimation par FIML.

Globalement, nous pensons donc, à présent, disposer au moins d'une représentation de l'économie allemande permettant de reproduire correctement les faits stylisés de ce pays sur la période considérée.

## 2.3 Simulations

Maintenant que nous avons rendu compte empiriquement des mécanismes de transmission de la politique monétaire aux variables réelles et simultanément défini un mécanisme de formation des taux courts, nous allons chercher à vérifier la théorie de la structure par terme des taux d'intérêt.

La théorie pure des anticipations rationnelles prédit que le taux long est égal à une somme pondérée de taux courts présent et anticipés.

En terme nominal, nous pouvons écrire<sup>27</sup> :

$$i_{t+n} = \left(\frac{1}{n}\right) \sum_{i=1}^n \mathbb{E}_t(i_{t+i-1}) + \xi \quad (17)$$

Les taux longs sont donc simplement des moyennes pondérées des taux courts présent et futurs plus une prime. Ces taux courts anticipés sont par définition non connus en  $t$ , nous allons les simuler à partir du système d'équations estimé précédemment (nous prendrons alternativement les résultats obtenus par FIML et par GMM).

Afin de mener à bien notre exercice de simulation sur la période allant de 1975 à 1998<sup>28</sup>, nous avons récupéré la matrice de variance-covariance de chacune des estimations précédentes (sur l'ensemble de l'échantillon). Nous allons en effet appliquer à notre système des chocs aléatoires tirés dans une loi normale centrée, de variance égale à nos variances estimées.

---

<sup>27</sup>Cette équation est identique à celle considérée par Favero (2001, 2002) auquel nous comparerons nos résultats.

<sup>28</sup>Nous débutons nos simulations en 1975, soit une période après le début de notre échantillon pour nous permettre de se servir de cette première donnée comme point de départ.

Chaque endogène (inflation, output gap et taux court) est obtenue aisément à l'aide de l'équation finale issue de la résolution du système (équation (15)). Précisément si l'on se place en 1975, à la première simulation, nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{l} S_{B,1975} = M_{SS} S_{B,1974} + MSE \cdot \sqrt{VCOV} \cdot ResN_{1975} \\ S_{B,1976} = M_{SS} \tilde{S}_{B,1975} + MSE \cdot \sqrt{VCOV} \cdot ResN_{1976} \\ \cdot \\ \cdot \\ S_{B,1984} = M_{SS} \tilde{S}_{B,1983} + MSE \cdot \sqrt{VCOV} \cdot ResN_{1984} \end{array} \right.$$

où  $VCOV$  est la matrice de variance-covariance estimée de notre système<sup>29</sup> et  $ResN$ , un tirage dans une loi normale centrée réduite effectué à chaque simulation.  $\tilde{S}_{B,1975}$  représente la prévision du vecteur  $S_{B,1975}$  obtenue à la ligne précédente.

D'après le système précédent, nous récupérons en 1975 des valeurs d'inflation, de l'output gap et du taux à 1 an (à partir de  $S_{B,1975}$ <sup>30</sup>), et nous calculons des taux à 2, 3, 5, 7 et 10 ans tels que (par exemple pour les taux à 2 et à 10 ans) :

$$t_{2 \text{ ans}, 1975} = \frac{1}{2} \sum_{i=1975}^{1976} iC_{t+i} \quad t_{10 \text{ ans}, 1975} = \frac{1}{10} \sum_{i=1975}^{1984} iC_{t+i} \quad (18)$$

Nous répétons cet exercice dix mille fois, puis nous calculons la moyenne pour chaque variable que nous venons d'énoncer. Une fois ceci fait, nous avançons d'une période, donc nous passons à 1976, où maintenant nous prenons comme historique de nos séries les vraies valeurs de 1975 et ainsi de suite... Nous construisons, de plus, des intervalles de confiance à 90% autour de nos simulations. Concrètement, nous avons cherché, à chaque date, les fractiles à 5 et 95% sur nos dix mille simulations, nous permettant ainsi d'encadrer nos séries simulées<sup>31</sup>.

Nous comparons nos simulations (toujours réalisées depuis 1975) aux taux observés, de 1980 à 1998, faute de disponibilités de données<sup>32</sup> (cf. graphiques 3,4, 5 et 6). Nous constatons alors que les taux simulés s'éloignent de plus en plus des taux observés au fur et à mesure que la maturité devient grande. Autrement dit, les taux simulés à partir de la théorie des anticipations de la structure par terme sont relativement en accord avec les vraies valeurs des taux pour les échéances courtes et moyennes, mais sont décalés dans le long terme.

<sup>29</sup>Nous avons fait l'hypothèse que la matrice de variance-covariance des résidus est diagonale. Cette restriction a été effectuée par souci de simplification quant à l'estimation par FIML mais aussi par parcimonie. En effet, si nous n'avions pas imposé cette forme, nous aurions dû estimer trois paramètres supplémentaires dans notre système, limitant d'autant le nombre de degré de liberté.

<sup>30</sup>Nous rappelons que le vecteur  $S_{B,t} = [\pi_{t-1}, y_{t-1}, iC_{t-1}]'$ .

<sup>31</sup>Ces simulations ont été réalisées à l'aide du logiciel Matlab.

<sup>32</sup>Nous ne perdons que 4 points.

FIG. 3: ALLEMAGNE - TAUX SIMULÉS VS. TAUX OBSERVÉS À COURT ET MOYEN TERME (*estim. par GMM*)

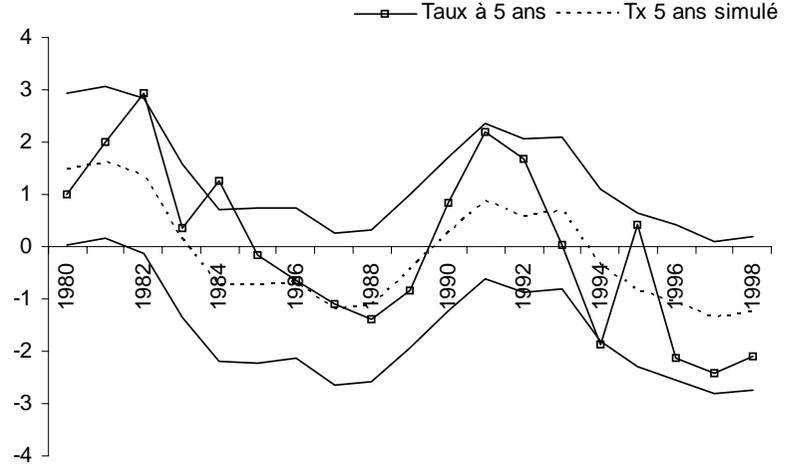
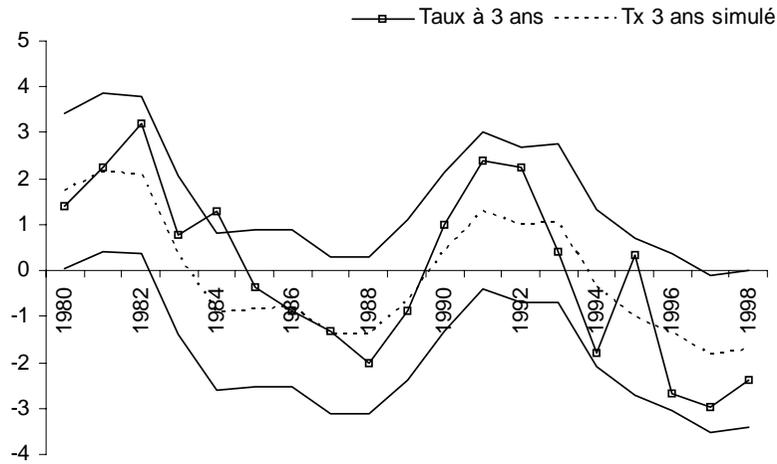
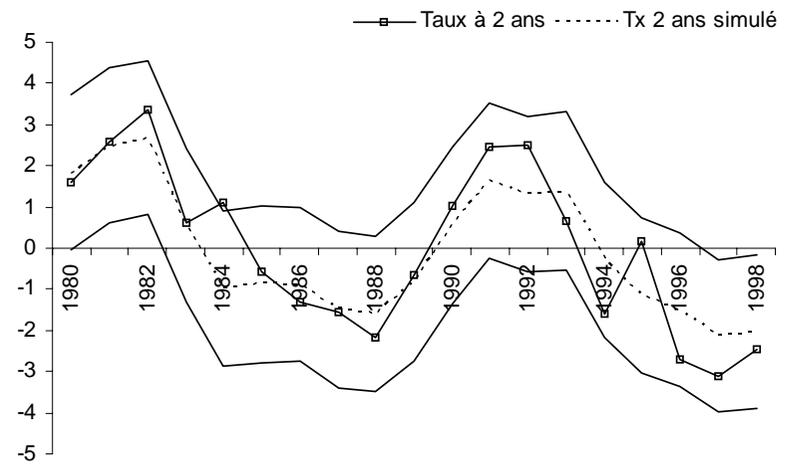
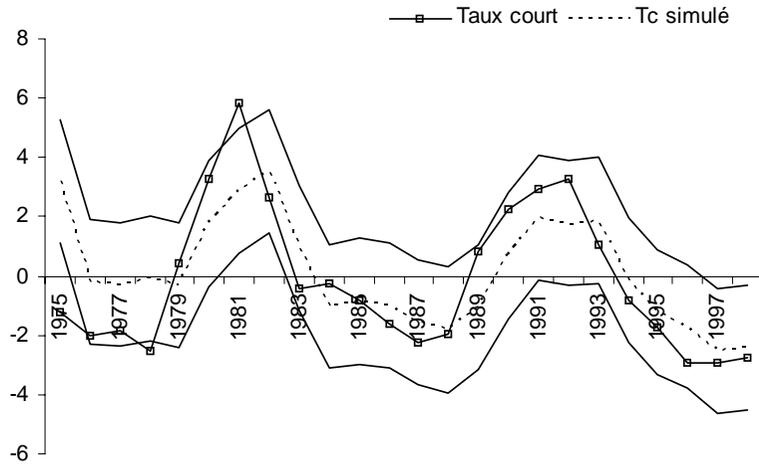


FIG. 4: ALLEMAGNE - TAUX LONGS ET ENDOGÈNES SIMULÉS VS. OBSERVATIONS (*estim. par GMM*)

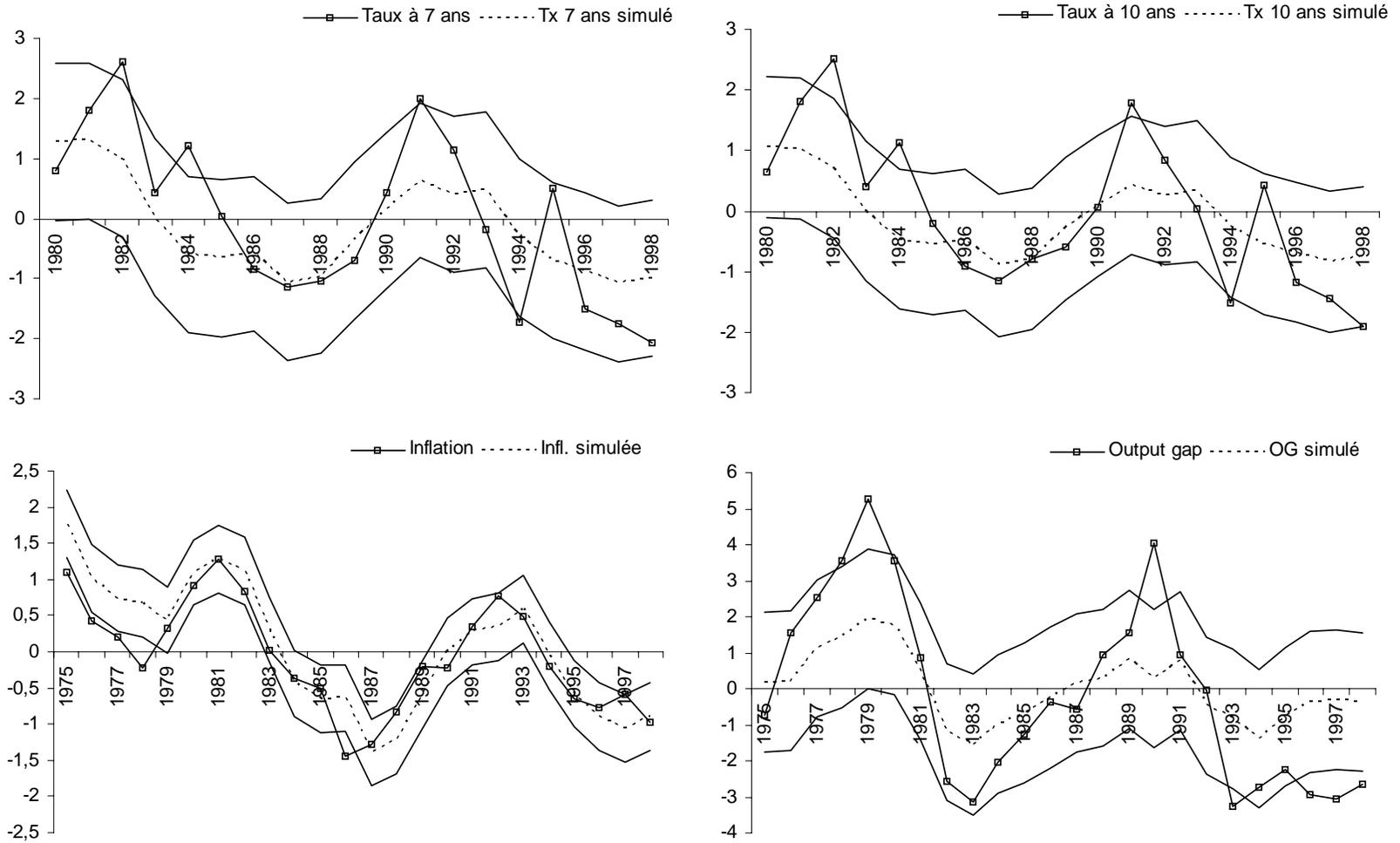


FIG. 5: ALLEMAGNE - TAUX SIMULÉS VS. TAUX OBSERVÉS À COURT ET MOYEN TERME (*estim. par FIML*)

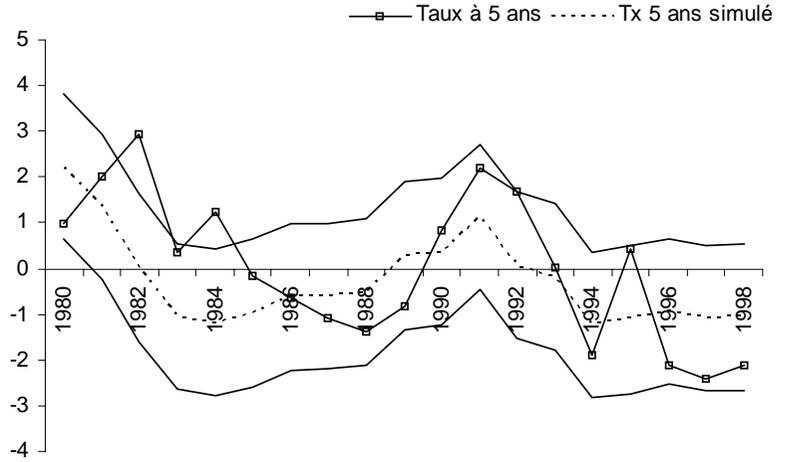
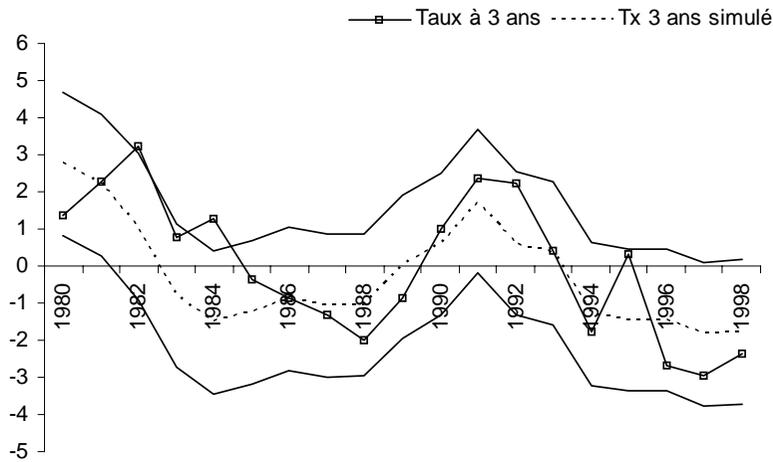
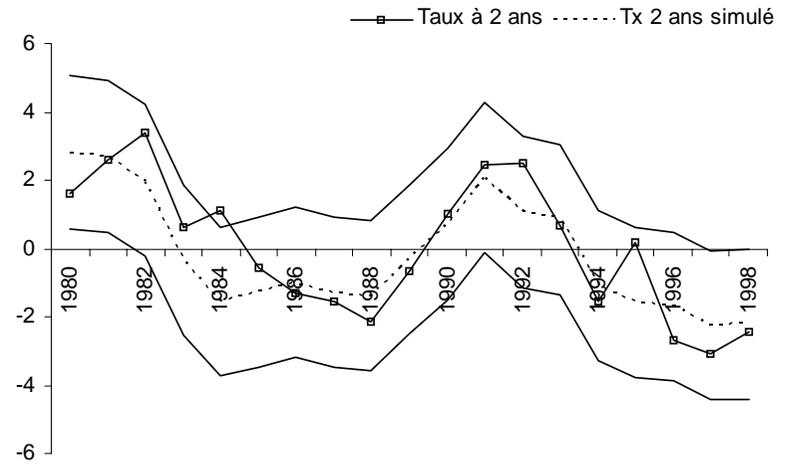
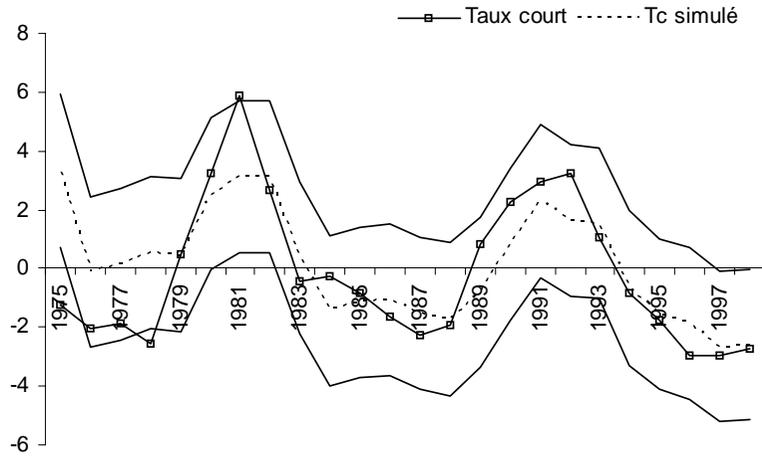
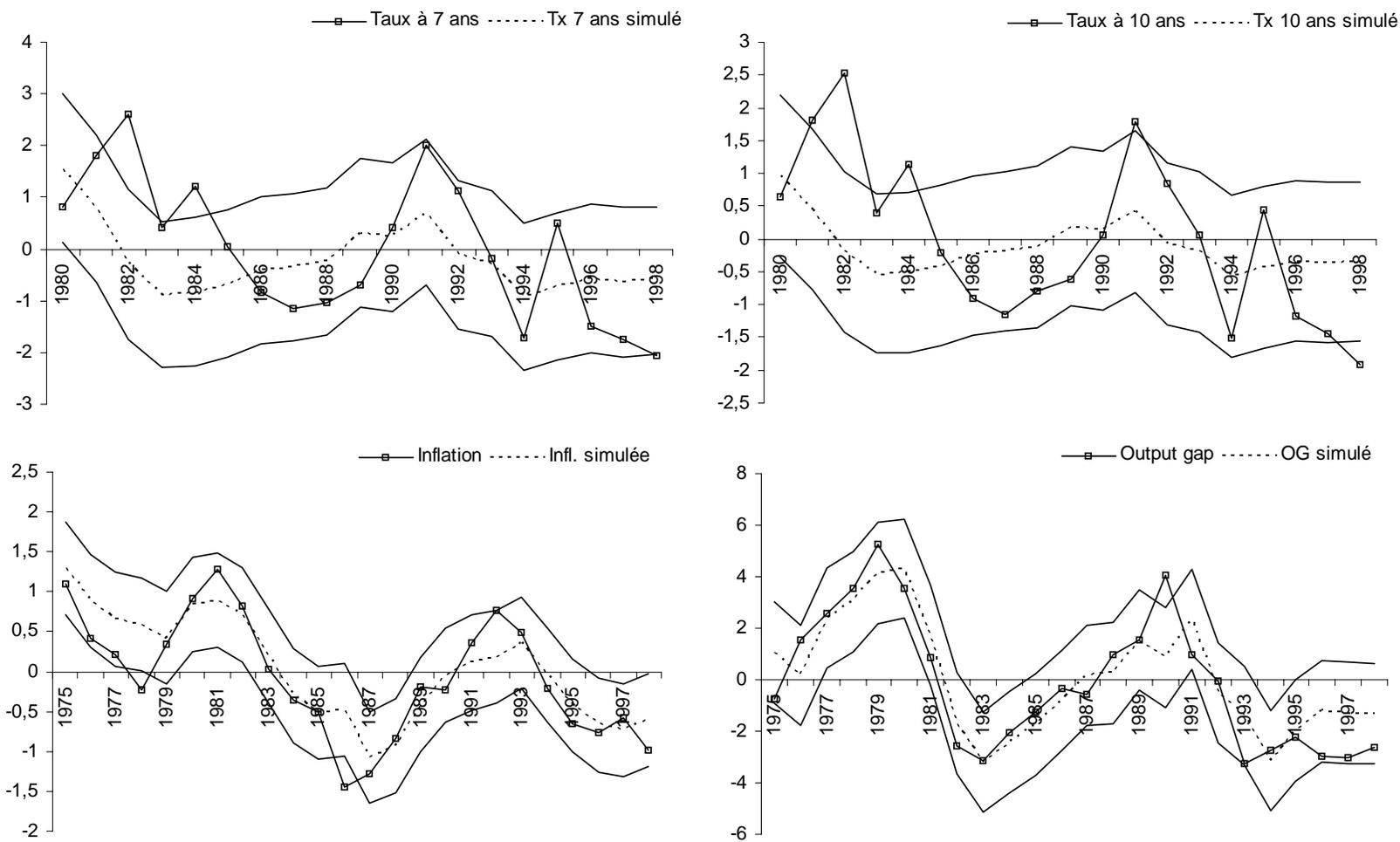


FIG. 6: ALLEMAGNE - TAUX LONGS ET ENDOGÈNES SIMULÉS VS. OBSERVATIONS (*estim. par FIML*)



Ce constat graphique est néanmoins difficilement corroboré par la comparaison des moments d'ordre 2 (variance et autocorrélations d'ordre 1, 2 et 3) des séries simulées et observées (cf. tableau 2.3). Les moments d'ordre 2 issus des séries simulées par GMM et FIML sont relativement, voire même pour les taux longs, vraiment éloignés des moments empiriques.

Outre ces constatations graphiques, nous calculons de manière analogue à Campbell & Shiller (1987) le coefficient de corrélation entre les taux longs simulés et observés ( $\rho_{R^*,R}$ <sup>33</sup>) ainsi que le ratio des écart-types de ces deux séries ( $\sigma_{R^*}/\sigma_R$ ). D'autre part, nous effectuons la régression suivante afin de tester la valeur du paramètre  $\beta$  :

$$R^* = \gamma + \beta R_t + \varepsilon_t \quad (19)$$

Chacun des coefficients estimés doit si la théorie des anticipations est vérifiée tendre à être égal à un (cf. tableau 4). Nous observons que les résultats diffèrent selon le type d'estimation. Alors que les coefficients de corrélation sont relativement élevés et le ratio plutôt faible, quelle que soit la maturité, lorsque l'on observe les résultats issus des FIML, c'est totalement le contraire pour les GMM. De façon logique, on observe tout de même que le coefficient estimé tend à décroître avec la maturité, signe de la difficulté des prévisions à long terme. D'autre part, bien que la pente de la régression du taux long simulé sur le taux long observé soit généralement significative, on ne peut accepter l'hypothèse qu'elle soit égale à un.

Cependant, à ce stade nous avons contruit les taux simulés comme des moyennes des taux courts présent et anticipés sans prendre en compte l'existence d'une prime de risque. Or, la prime dépend théoriquement de nombreux éléments : de la variabilité du taux long, de la covariance taux long / inflation et des offres d'obligations pour le modèle simple de choix de portefeuille. Si nous montrons que la différence entre les taux observés et simulés est fonction de ces variables, c'est à dire finalement qu'elle possède les attributs d'une prime de risque, nous pourrions alors convenir que la théorie des anticipations est éventuellement pertinente<sup>34</sup>.

Nous régressons donc la prime potentielle des taux allemands<sup>35</sup>, qui est simplement la différence entre les taux observés et simulés<sup>36</sup> à chaque maturité, sur les différentes

---

<sup>33</sup>L'étoile désigne le taux simulé.

<sup>34</sup>Nous devons noter que le résidu entre taux théoriques (issus de la théorie des anticipations) et taux observés n'est pas réellement une prime. En effet, comme nous avons centré nos données, nous n'observons pas le niveau de la prime. Cependant l'évolution de ce qu'on appellera tout de même « prime potentielle » est tout à fait équivalente à la « vraie prime ».

<sup>35</sup>Les taux simulés sont alternativement issus des estimations par FIML et par GMM. Nous étudierons donc successivement deux primes pour chaque maturité, déduites respectivement des deux types d'estimation.

<sup>36</sup>En effet, les taux observés contiennent éventuellement une prime de risque alors que les taux simulés, calculés comme une moyenne des taux courts présent et anticipés ne l'incorporent pas. La prime et donc

TAB. 3: VARIANCE ET AUTOCORRÉLATIONS DES DONNÉES ET DES SIMULATIONS POUR L'ALLEMAGNE

	Variance	Autocorrélations		
		1 retard	2 retards	3 retards
Inflation				
Valeurs Observées	0,56	0,77	0,39	0,001
Valeurs issues des simulations ( <i>FIML</i> )	0,43	0,88	0,66	0,40
Valeurs issues des simulations ( <i>GMM</i> )	0,77	0,86	0,59	0,30
Output gap				
Valeurs Observées	6,69	0,78	0,45	0,03
Valeurs issues des simulations ( <i>FIML</i> )	4,64	0,77	0,42	-0,01
Valeurs issues des simulations ( <i>GMM</i> )	0,93	0,76	0,37	-0,07
Taux à 1 an				
Valeurs Observées	5,85	0,74	0,24	-0,26
Valeurs issues des simulations ( <i>FIML</i> )	3,41	0,72	0,34	-0,06
Valeurs issues des simulations ( <i>GMM</i> )	3,14	0,70	0,25	-0,18
Taux à 2 ans				
Valeurs Observées	3,94	0,70	0,38	-0,07
Valeurs issues des simulations ( <i>FIML</i> )	2,78	0,82	0,42	-0,15
Valeurs issues des simulations ( <i>GMM</i> )	2,43	0,82	0,41	-0,12
Taux à 3 ans				
Valeurs Observées	3,54	0,67	0,36	-0,06
Valeurs issues des simulations ( <i>FIML</i> )	1,99	0,81	0,39	-0,20
Valeurs issues des simulations ( <i>GMM</i> )	1,73	0,83	0,43	-0,11
Taux à 5 ans				
Valeurs Observées	2,58	0,60	0,32	-0,04
Valeurs issues des simulations ( <i>FIML</i> )	0,95	0,77	0,27	-0,29
Valeurs issues des simulations ( <i>GMM</i> )	0,98	0,84	0,46	-0,10
Taux à 7 ans				
Valeurs Observées	1,90	0,58	0,29	-0,04
Valeurs issues des simulations ( <i>FIML</i> )	0,43	0,72	0,17	-0,35
Valeurs issues des simulations ( <i>GMM</i> )	0,63	0,84	0,47	-0,09
Taux à 10 ans				
Valeurs Observées	1,57	0,56	0,32	-0,04
Valeurs issues des simulations ( <i>FIML</i> )	0,16	0,72	0,16	-0,36
Valeurs issues des simulations ( <i>GMM</i> )	0,39	0,84	0,48	-0,09

explicatives suivantes incorporées une à une<sup>37</sup> :

- la variabilité du taux long allemand, que l'on mesure comme la variance sur un an des taux à dix ans de périodicité mensuelle,
- la covariance taux long allemand / inflation allemande, calculée comme la covariance entre ces deux variables, sur un an, à partir de données de fréquence mensuelle,

bien la différence entre les taux observés et simulés, et non l'inverse.

<sup>37</sup>Toutes les variables explicatives sont des données OCDE trouvées sur *Datastream*, sauf pour les offres d'obligations.

TABLEAU 4: COMPARAISON TAUX LONG THÉORIQUE VS.  
OBSERVÉ POUR L'ALLEMAGNE

Maturité	1 an	2 ans	3 ans	5 ans	7 ans	10 ans
FIML						
$\rho_{R^*,R}$	0,76	0,85	0,75	0,58	0,44	0,40
$(\sigma_{R^*}^*/\sigma_R)$	0,76	0,84	0,75	0,61	0,48	0,32
$\beta$	0,58	0,72	0,56	0,35	0,21	0,13
	(5,47***)	(6,74***)	(4,69***)	(2,92***)	(2,03*)	(1,79)
$t(\beta = 1)$	-3,96***	-2,66**	-3,63***	-54,11***	-7,60***	-12,39***
GMM						
$\rho_{R^*,R}$	0,75	0,90	0,86	0,81	0,77	0,76
$(\sigma_{R^*}^*/\sigma_R)$	0,73	0,78	0,70	0,61	0,58	0,50
$\beta$	0,55	0,70	0,61	0,50	0,44	0,38
	(5,35***)	(8,66***)	(7,13***)	(5,73***)	(4,99***)	(4,89***)
$t(\beta = 1)$	-4,36***	-16,00***	-4,63***	-5,72***	-6,22***	-7,94***

Les valeurs entre parenthèses sont les t-stat du test de significativité du coefficient  $\beta$ . \*, \*\* et \*\*\* signale que l'on rejette l'hypothèse nulle au seuil de risque de 10, 5 et 1% respectivement.

- les offres d'obligations en Allemagne. Nous avons retenu comme *proxy* de cette variable, la série des engagements financiers bruts des administrations publiques en % du PIB nominal, fournie par l'OCDE<sup>38</sup>. Cette série ne remonte que jusqu'en 1981, ce sera donc le point de départ de toute nos régressions<sup>39</sup>. D'autre part, à partir de 1998 et la mise en place du critère de déficit budgétaire de 3% institué par le Traité de Maastricht et le Pacte de stabilité et de croissance, nous pouvons penser qu'une modification dans le calcul de ce ratio est apparue, nous conduisant à occulter cette dernière année de notre échantillon.

De plus, nous ajoutons la prime décalée d'une période dans les équations de tests afin de tenir compte d'une éventuelle inertie des primes. Étant donné la périodicité annuelle de nos données originales, il nous semble d'une part, que ce seul décalage devrait suffire et d'autre part, que les autres variables explicatives ne doivent pas être décalées.

Les résultats de ces estimations sont présentés dans le tableau 5. Nous constatons premièrement que les déterminants théoriques classiques de la prime présentent les signes attendus, à savoir positifs. Cependant, ils sont souvent non significatifs, quelle que soit la prime étudiée (la maturité) et la méthode d'estimation du système employée. Seule la covariance taux long / inflation se révèle être significative pour toutes les primes, sauf celle à un an, aussi bien dans les résultats issus des FIML que dans ceux obtenus par GMM.

Ces conclusions sont proches de celles de Artus & Kaabi (1995). En effet, ils notaient,

<sup>38</sup>Perspectives Économiques de l'OCDE, n° 63, juin 1998.

<sup>39</sup>Nous ne perdons qu'un seul point sur les différents taux de maturité supérieure ou égal à 2 ans, puisque nous le rappelons ces données étaient disponibles qu'à partir de 1980. Par contre, pour la prime du taux d'intérêt à un an qui débute en 1975, nous éliminons intentionnellement six points par manque de données.

TABLEAU 5: RÉGRESSIONS DES DIFFÉRENTES PRIMES ALLEMANDES SUR SES DÉTERMINANTS THÉORIQUES

	p1 <sup>a</sup>	p2 <sup>a</sup>	p3 <sup>a</sup>	p5 <sup>a</sup>	p7 <sup>a</sup>	p10 <sup>a</sup>
Primes issues des estimations FIML						
Variabilité taux long	-0,23 (-0,15)	2,50 (1,51)	2,94 (1,54)	2,75 (1,39)	1,95 (1,09)	1,05 (0,63)
$\dot{p}i_{t-1}$	0,15 (0,67)	0,15 (0,58)	0,29 (1,20)	0,36 (1,46)	0,43* (1,85)	0,45* (1,90)
$R^2$	0,02	0,11	0,20	0,25	0,28	0,27
Cov. tx long / infl.	4,88 (0,96)	11,21** (2,38)	12,73** (2,39)	13,41** (2,53)	10,46* (2,10)	8,25* (1,77)
$\dot{p}i_{t-1}$	0,04 (0,16)	0,20 (0,91)	0,36 (1,71)	0,41* (2,04)	0,45** (2,23)	0,43* (2,09)
$R^2$	0,07	0,26	0,33	0,41	0,41	0,38
Offre obligations	0,0006 (0,12)	0,004 (0,71)	0,004 (0,52)	0,002 (0,29)	0,0007 (0,11)	-0,0006 (-0,12)
$\dot{p}i_{t-1}$	0,13 (0,62)	0,19 (0,69)	0,37 (1,39)	0,46* (1,77)	0,52** (2,15)	0,51** (2,21)
$R^2$	0,02	0,003	0,08	0,15	0,22	0,25
Primes issues des estimations GMM						
Variabilité taux long	-1,65 (-1,00)	0,75 (0,49)	1,15 (0,68)	1,31 (0,79)	1,23 (0,83)	1,12 (0,80)
$\dot{p}i_{t-1}$	0,24 (1,14)	-0,005 (-0,02)	0,13 (0,46)	0,14 (0,53)	0,18 (0,69)	0,19 (0,72)
$R^2$	0,11	0,02	0,05	0,07	0,09	0,10
Cov. tx long / infl.	2,31 (0,39)	9,87** (2,29)	10,94** (2,30)	11,72** (2,58)	9,59** (2,24)	8,41* (2,09)
$\dot{p}i_{t-1}$	0,14 (0,60)	-0,08 (-0,34)	0,05 (0,22)	0,05 (0,24)	0,09 (0,41)	0,12 (0,53)
$R^2$	0,06	0,27	0,29	0,34	0,30	0,28
Offre obligations	-0,002 (-0,44)	0,001 (0,22)	0,002 (0,29)	0,002 (0,41)	0,003 (0,54)	0,002 (0,47)
$\dot{p}i_{t-1}$	0,19 (0,90)	-0,0004 (-0,001)	0,14 (0,49)	0,15 (0,53)	0,18 (0,65)	0,21 (0,77)
$R^2$	0,06	0,004	0,03	0,04	0,07	0,07

<sup>a</sup> p1, p2, ..., p10, sont simplement les primes à un, deux, ..., dix ans.

Les chiffres entre parenthèses sont les t-stat associées aux coefficients. \*\*\*, \*\* et \* représentent la significativité à respectivement 1, 5 et 10% de confiance des paramètres estimés. Pour chaque régression, nous avons vérifié à l'aide de tests de Box-Pierce que le résidu de chaque équation était bien non autocorrélé. Dans certaines régressions, nous avons inclus une constante, que nous n'avons pas reportés ici, quand celle-ci était significative.

lors de l'étude des déterminants théoriques, l'influence quasi-unique de la covariance taux long / inflation dans le cas de l'Allemagne. Il semble donc que les risques joints d'inflation

et de hausse des taux soient incorporés dans les primes de risques des taux à différentes maturités en Allemagne. Par ailleurs, on note que le coefficient de détermination des régressions a tendance à augmenter avec les maturités. Nous en déduisons une meilleure explication des primes « potentielles » pour les maturités longues, c'est à dire que l'écart entre le taux long simulé et observé pour ces échéances lointaines reflète mieux ce que l'on attend d'une prime, par rapport au court terme.

Outre les déterminants classiques de la prime, nous avons également testé la possibilité d'inclure des influences internationales, ici, celles de la France et des États-Unis, en régressant les primes allemandes sur la dette extérieure de ces pays, les covariances entre les rendements et les covariances rendement / taux de change. Comme précédemment, nous avons calculé ces variables en considérant des données mensuelles et en calculant les moments sur un an. D'autre part, nous avons effectué ces régressions en ajoutant une à une les différentes explicatives et de plus, en incorporant la prime décalée. Ces régressions ont été réalisées pays par pays, en d'autres termes nous avons recherché l'influence des États-Unis et de la France séparément dans les primes allemandes. Les résultats de ces estimations sont présentés dans le tableau 6.

De façon analogue à l'estimation des déterminants théoriques des primes, nous observons que globalement les paramètres estimés arborent le bon signe, c'est à dire négatif pour la dette d'un pays tiers ainsi que pour la covariance rendement allemand / taux de change DM-autre devise et par contre positif pour la covariance entre les taux d'intérêt de long terme des deux pays considérés.

En outre, nous constatons que les résultats sont relativement différents selon que le système ait été estimé par FIML ou par GMM. En effet, si nous considérons les primes issues des FIML, nous pouvons mettre en avant un impact de la dette extérieure américaine, de la covariance entre les rendements longs allemands et américains et de la covariance entre le taux long allemand et le taux de change deutsche-mark / franc français. Par contre, en observant les résultats des GMM, nous établissons l'influence principale de la dette extérieure française sur les primes allemandes. Notons tout de même que nous retrouvons dans ce cas, l'impact de la dette américaine qui apparaît quatre fois significatives.

Ces résultats sont conformes pour partie à ceux de Artus & Kaabi (1995). En recherchant les influences internationales sur la prime, ils montraient l'influence décisive de la dette américaine sur les primes allemandes.

TABLEAU 6: RÉGRESSIONS DES DIFFÉRENTES PRIMES ALLEMANDES SUR SES DÉTERMINANTS INTERNATIONAUX

	p1 <sup>a</sup>	p2 <sup>a</sup>	p3 <sup>a</sup>	p5 <sup>a</sup>	p7 <sup>a</sup>	p10 <sup>a</sup>
Primes issues des estimations FIML						
Dette extérieure US	0,001 (0,34)	-0,06 (-1,71)	-0,08* (-1,90)	-0,08* (-1,81)	-0,06 (-1,61)	-0,05 (-1,34)
$\rho_{i,t-1}$	0,12 (0,55)	0,07 (0,28)	0,20 (0,80)	0,26 (0,99)	0,33 (1,29)	0,35 (1,36)
$R^2$	0,04	0,28	0,38	0,39	0,40	0,35
Cov. rdt. All. / US	-1,29 (-1,24)	1,88 (1,73)	2,45* (2,02)	2,65* (2,12)	2,19* (1,92)	2,43* (1,78)
$\rho_{i,t-1}$	0,28 (1,22)	0,15 (0,59)	0,27 (1,16)	0,29 (1,27)	0,35 (1,56)	0,36 (1,55)
$R^2$	0,13	0,23	0,36	0,41	0,43	0,41
Cov. rdt / change DM-US	-5,02 (-0,65)	-9,05 (-0,85)	-11,34 (-0,99)	-12,24 (-1,10)	-9,81 (-1,00)	-9,59 (-1,11)
$\rho_{i,t-1}$	0,15 (0,72)	0,38 (1,29)	0,54* (2,01)	0,59** (2,36)	0,61** (2,59)	0,58 (2,57)
$R^2$	0,06	0,11	0,22	0,29	0,32	0,32
Dette extérieure France	-0,02 (-1,01)	-0,04 (-1,46)	-0,05 (-1,65)	-0,05 (-1,71)	-0,04 (-1,48)	-0,03 (-1,33)
$\rho_{i,t-1}$	0,04 (0,18)	0,10 (0,37)	0,24 (0,94)	0,30 (1,18)	0,39 (1,58)	0,40 (1,66)
$R^2$	0,11	0,24	0,34	0,38	0,38	0,35
Cov. rdt. All. / Fr	-0,11 (-0,08)	1,09 (0,67)	1,04 (0,56)	0,75 (0,40)	0,22 (0,13)	-0,16 (-0,11)
$\rho_{i,t-1}$	0,14 (0,67)	0,22 (0,84)	0,39 (1,52)	0,46 (1,88)	0,52** (2,25)	0,51** (2,24)
$R^2$	0,03	0,09	0,19	0,23	0,28	0,27
Cov. rdt / change DM- FR	7,81 (0,30)	-26,03 (-1,21)	-36,24 (-1,53)	-45,93* (-1,99)	-40,02* (-1,92)	-43,63** (-2,18)
$\rho_{i,t-1}$	0,20 (0,69)	0,23 (0,90)	0,38 (1,64)	0,40 <sup>1,87</sup> (1,87)	0,43* (2,07)	0,42* (1,98)
$R^2$	0,04	0,15	0,29	0,39	0,43	0,46
Primes issues des estimations GMM						
Dette extérieure US	-0,001 (-0,22)	-0,05 (-1,47)	-0,06* (-1,81)	-0,07* (-2,00)	-0,07* (-2,08)	-0,06* (-2,05)
$\rho_{i,t-1}$	0,19 (0,89)	-0,08 (-0,31)	-0,005 (-0,02)	-0,05 (-0,18)	-0,05 (-0,20)	-0,05 (-0,018)
$R^2$	0,05	0,16	0,24	0,28	0,31	0,30
Cov. rdt. All. / US	-2,21** (-2,18)	0,64 (0,62)	1,08 (0,98)	1,39 (1,28)	1,41 (1,48)	1,44 (1,61)
$\rho_{i,t-1}$	0,34 (1,72)	-0,008 (-0,03)	0,11 (0,42)	0,11 (0,43)	0,14 (0,56)	0,12 (0,48)
$R^2$	0,29	0,03	0,08	0,13	0,17	0,21
Cov. rdt / change DM-US	-4,78 (-0,54)	-2,49 (-0,25)	-3,54 (-0,33)	-3,71 (-0,35)	-2,25 (-0,24)	-4,47 (-0,54)
$\rho_{i,t-1}$	0,18 (0,88)	0,05 (0,16)	0,21 (0,66)	0,23 (0,75)	0,25 (0,85)	0,30 (1,09)
$R^2$	0,07	0,005	0,03	0,04	0,05	0,08
Dette extérieure France	-0,02 (-0,85)	-0,05* (-2,02)	-0,06** (-2,35)	-0,06** (-2,56)	-0,05* (-2,09)	-0,04* (-1,81)
$\rho_{i,t-1}$	0,12 (0,53)	-0,17 (-0,65)	-0,11 (-0,41)	-0,16 (-0,61)	-0,07 (-0,28)	-0,01 (-0,03)
$R^2$	0,11	0,25	0,33	0,38	0,32	0,27
Cov. rdt. All. / Fr	-1,01 (-0,67)	-0,10 (-0,07)	0,03 (0,02)	0,08 (0,05)	-0,04 (-0,02)	-0,04 (-0,03)
$\rho_{i,t-1}$	0,19 (0,92)	0,009 (0,03)	0,15 (0,56)	0,18 (0,66)	0,22 (0,83)	0,24 (0,94)
$R^2$	0,08	0,0004	0,02	0,03	0,05	0,06
Cov. rdt / change DM- FR	23,67 (0,84)	-19,83 (-0,99)	-25,08 (-1,15)	-32,04 (-1,53)	-27,37 (-1,44)	-32,03* (-1,91)
$\rho_{i,t-1}$	0,34 (1,22)	-0,05 (-0,17)	0,09 (0,33)	0,08 (0,30)	0,12 (0,48)	0,12 (0,50)
$R^2$	0,10	0,07	0,11	0,17	0,17	0,25

Voir les notes du tableau 5.

D'autre part, nous retrouvons comme précédemment, et de manière même plus marquée, l'augmentation du  $R^2$  des régressions au fur et à mesure que la maturité devient importante.

Ces tests de vérification de la nature de notre résidu, nous donnent quelques éléments permettant de penser qu'il s'agit là d'une prime de risque. Cependant, aucune des modélisations théoriques proposées, n'est complètement validée par nos estimations. Ainsi, le modèle de choix de portefeuille est invalidé par le faible impact que semble jouer la variable dette sur PIB. En revanche, les influences internationales apparaissent plus nombreuses dans l'explication des primes.

Nous parvenons donc à des conclusions plus nuancées que celles de Favero (2001). Celui-ci arrivait en effet à confirmer la théorie des anticipations dans le cadre de la structure des taux pour les États-Unis et l'Allemagne pour toutes les maturités, à l'aide d'un petit modèle macroéconomique *backward* et d'une « règle de type Taylor ». Nos résultats ne sont pas en effet aussi tranchant même si nous trouvons pour l'Allemagne quelques éléments nous laissant envisager le non rejet de la théorie des anticipations. En effet, pour ce pays, nous avons trouvé que les taux simulés sont relativement proches de ceux observés, notamment sur le court moyen terme. De plus, la prime potentielle retirée des taux allemands simulés possède quelques caractéristiques nous laissant penser qu'il s'agit effectivement d'une prime de risque.

On peut cependant effectuer deux remarques concernant l'étude de Favero. Premièrement, le modèle macroéconomique considéré pour l'économie allemande inclue des variables américaines. Il n'existe pas vraiment de justification théorique à ce choix. Celui-ci découle certainement d'observations empiriques de meilleurs résultats dans ce cadre. Deuxièmement, les résultats de Favero (2001) sont essentiellement graphiques et lorsque l'on regarde en détail les évolutions des séries historiques et estimées, on ne peut pas être complètement certain que leurs moments coïncideraient.

La différence entre nos résultats et ceux de Favero réside essentiellement dans le choix de la modélisation de l'économie. Alors que nous prenons explicitement en compte le comportement tourné vers le futur des agents, Favero (2001, 2002) utilise une forme autorégressive pour former ses anticipations. Il se justifie en disant que les modèles *forward looking* possèdent ce type de représentation comme forme réduite. Effectivement, en résolvant notre modèle, nous obtenons un VAR(1). Cependant, celui-ci découle directement de modèles théoriques, il n'est pas une construction purement empirique à laquelle on peut ajouter des décalages pour parvenir à de meilleurs résultats.

Malgré l'absence de résultats clairement positifs en faveur de la structure par terme des taux d'intérêt, peut-on dire que les modifications de taux court générées par les autorités monétaires ne se transmettent pas du tout le long de la courbe des taux, aux taux à plus long terme ? Une telle conclusion semble un peu hâtive.

Cette absence de relation entre les taux de toutes maturités peut être liée à un problème de transmission de la politique monétaire. Celle-ci peut être notamment affectée par le com-

portement de la banque centrale. Selon la crédibilité des autorités monétaires, les agents formeront leurs anticipations de taux courts à venir de différentes manières. Les décisions prises par une institution sont fiables si celle-ci n'a pas l'habitude de tricher ou de prendre des décisions incohérentes. En termes de politique monétaire, on admet généralement que la Bundesbank jouit d'une telle confiance. Cela est notamment liée à l'indépendance de cette banque centrale, effective depuis 1957. Si les agents croient en la politique de resserrement monétaire, ils anticiperont un niveau d'inflation à la baisse et donc des taux courts futurs moins élevés<sup>40</sup>. On entre dans le cercle vertueux de la confiance : plus la politique est crédible, plus les anticipations des agents seront conformes aux attentes et donc plus les impulsions allouées aux taux courts atteindront leurs buts. En revanche, si les autorités monétaires ne sont pas crédibles, alors les agents n'anticiperont pas de baisse future de l'inflation ce qui les conduira à anticiper des taux courts futurs à la hausse. On ressent bien que la relation entre le taux long et taux courts anticipés est fluctuante en fonction du comportement de la banque centrale. Selon Estrella & Mishkin (1995) qui étudient l'action des banques centrales en France, en Allemagne, en Italie, au Royaume-Uni et aux États-Unis, une augmentation de taux courts dans chacun de ces pays entraîne une variation positive du taux long. Or le mécanisme sous-jacent lorsque les autorités monétaires sont parfaitement crédibles devrait être qu'un resserrement monétaire signale une lutte active contre l'inflation, qui donc doit voir à terme son niveau diminuer et ainsi impliquer un relâchement des taux courts futurs, ces derniers se répercutant finalement sur le taux long. On voit bien qu'en fonction du niveau de crédibilité des autorités monétaires, la même impulsion sur les taux courts ne se traduira pas de la même manière sur les taux à plus long terme. Donc le lien entre les taux de différentes échéances est loin d'être parfaitement directe.

D'autre part, le comportement de la banque centrale ne suffit certainement pas pour juger de leur crédibilité. Les fondamentaux de l'économie se révèlent aussi primordiaux : en fonction des niveaux d'inflations passés et des déficits budgétaires, l'état d'esprit des individus sera fluctuant. Par exemple, à l'heure actuelle où l'augmentation démesurée des prix du pétrole brut<sup>41</sup> semble difficile à contenir, les craintes d'un fort retour de l'inflation peuvent demeurer. Donc, malgré l'indépendance généralisée des banques centrales des pays industrialisés et tous les efforts réalisés afin de rendre le plus intelligible possible la politique menée, on peut supposer que la crédibilité des autorités monétaires demeure encore imparfaite. Une relation existe bel et bien entre les taux à différentes maturités, mais celle-ci est certainement non linéaire, et l'impact d'une impulsion de 50 points de base des taux courts a sûrement un ordre de grandeur indéterminé sur les taux longs, dépendant de nombreux paramètres.

---

<sup>40</sup>Alesina & Summers (1993) montrent sur longue période et sur un échantillon mondial qu'une corrélation négative existe bien entre l'indépendance de la banque centrale et le taux d'inflation.

<sup>41</sup>À la suite des dommages causés par l'ouragan Katrina, le prix du pétrole brut a atteint, le 30 août 2005, à New York un record historique à 70,85\$ le baril.

## Conclusion

Contrairement aux travaux effectués précédemment dans le cadre de la vérification de la structure par terme des taux, nous choisissons, ici, de dériver les anticipations de taux courts d'un ensemble large d'informations. Ceci nous permet d'espérer la prise en compte correcte des décisions des autorités monétaires ainsi que l'évolution des variables clés entrant dans la fonction de réaction de la Banque Centrale.

Préalablement à l'exercice de simulation, nous estimons un modèle macroéconomique pour l'Allemagne en données annuelles. Ceci nous permet de valider la transmission de la politique monétaire à l'économie. De plus, la règle de politique monétaire donne, conformément aux attentes, un poids important à l'objectif d'inflation.

La structure de l'économie allemande ainsi estimée nous permet dans un second temps, de simuler des taux courts futurs anticipés afin de déterminer des taux à plus long terme, conformément à la définition théorique de la structure par terme des taux d'intérêt. Nous trouvons que les résultats sont mitigés puisque les taux simulés à l'aide de la théorie des anticipations sont proches des taux observés, seulement sur le court moyen terme. De plus, la prime « potentielle » obtenue suite à cet exercice détient quelques-unes des caractéristiques des primes de risque.

Cependant, nous ne parvenons pas à vérifier *stricto sensu* la théorie des anticipations de la structure par terme pour toutes les échéances. Nous rapportons ce résultat au problème de transmission de la politique monétaire. Les anticipations de taux courts effectuées par les agents, à partir desquelles sont construits les taux à plus long terme, peuvent être en effet modifiées en fonction de la crédibilité de la Banque Centrale ou encore par les fondamentaux de l'économie. Il en découle une relation « non linéaire » entre les taux à différentes maturités qui n'est pas aussi aisée à capter que le pressent la théorie des anticipations de la structure par terme des taux d'intérêt.

## Références

- Abel, A. B. (1990), 'Asset prices under habit formation and catching up with the joneses', *American Economic Review* **80**(2), 38–42.
- Alesina, A. & Summers, L. (1993), 'Central-bank independence and macro-economic performance : Some comparative evidence', *Journal of Money, Credit and Banking* **25**(2), 151–162.
- Artus, P. & Kaabi, M. (1995), 'Les primes de risque jouent-elles un rôle significatif dans la détermination de la pente de la structure des taux?', *Document de travail, CDC, Service des Études Économiques et Financières* (1995-01/F).
- Ball, L. (1999), Policy rules for open economies, in J. B. Taylor, ed., 'Monetary Policy Rules', NBER.
- Calvo, G. A. (1983), 'Staggered prices in a utility-maximizing framework', *Journal of Monetary Economics* **12**(3), 383–398.
- Campbell, J. Y. & Shiller, R. (1987), 'Cointegration and tests of present value models', *Journal of Political Economy* **95**(5), 1062–1088.
- Christiano, L. J., Eichenbaum, M. & Evans, C. (2001), 'Nominal rigidities and the dynamic effects of a shock to monetary policy', *NBER Working Papers* (8403).
- Clarida, R., Galí, J. & Gertler, M. (1997), 'Monetary policy rules in practice : Some international evidence', *NBER Working Papers* (6254).
- Clarida, R., Galí, J. & Gertler, M. (1999), 'The science of monetary policy : A new keynesian perspective', *Journal of Economic Literature* **37**(4), 1661–1707.
- Coenen, G. & Wieland, V. (2002), 'A small estimated euro-area model with rational expectations and nominal rigidities', *CEPR Discussion Paper Series* (3574).
- Dickey, D. A. & Fuller, W. A. (1979), 'Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root', *Journal of the American Statistical Association* **74**(366), 427–431.
- Dickey, D. A. & Fuller, W. A. (1981), 'Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root', *Econometrica* **49**(4), 1057–1072.
- Elliott, G., Rothenberg, T. J. & Stock, J. H. (1996), 'Efficient tests for an autoregressive unit root', *Econometrica* **64**(4), 813–836.
- Estrella, A. & Fuhrer, J. C. (1998), 'Dynamics inconsistencies : Counterfactual implications of a class of rational expectations models', *Federal Reserve Bank of Boston Working Paper* .
- Estrella, A. & Mishkin, F. S. (1995), 'The term structure of interest rates and its role in monetary policy for the european central bank', *NBER Working Papers* (5279).
- Farmer, R. (1993), *The Macroeconomics of Self-Fulfilling Prophecies*.
- Favero, C. A. (2001), 'Does macroeconomics help us to understand the term structure of interest rates', *CEPR Discussion Paper Series* (2849), 680–692.

- Fuhrer, J. C. (2000), ‘Habit formation in consumption and its implications for monetary-policy models’, *American Economic Review* **90**(3), 367–390.
- Fuhrer, J. C. & Rudebusch, G. D. (2002), ‘Estimating the euler equation for output’, *Federal Reserve Bank of Boston, Working Papers* (2002-3).
- Fuhrer, J. & Moore, G. (1995), ‘Inflation persistence’, *Quarterly Journal of Economics* **110**(1), 127–159.
- Galí, J. & Gertler, M. (1999), ‘Inflation dynamics : A structural econometric analysis’, *Journal of Monetary Economics* **44**(2), 195–222.
- Galí, J., Gertler, M. & López-Salido, J. D. (2001), ‘European inflation dynamics’, *European Economic Review* **45**(7), 1237–1270.
- Gerlach, S. (1996), ‘Monetary policy and the behaviour of interest rates : Are long rates excessively volatile?’, *BIS Working Paper* (34).
- Gerlach, S. & Smets, F. (1997), ‘The term structure of euro-rates : Some evidence in support of the expectations hypothesis’, *Journal of International Money and Finance* **16**(2), 305–321.
- Hodrick, R. J. & Prescott, E. C. (1997), ‘Postwar u.s. business cycles : An empirical investigation’, *Journal of Money, Credit, and Banking* **29**(1), 1–16.
- Jondeau, E. (1997), ‘Représentation var et test de la théorie des anticipations de la structure par terme’, *Notes d’Études et de Recherche, Banque de France* (46).
- Jondeau, E. & Le Bihan, H. (2000), ‘Evaluating monetary policy rules in estimated forward-looking models : A comparison of u.s. and german monetary policies’, *Notes d’Étude et de Recherche, Banque de France* (76).
- Jondeau, E. & Le Bihan, H. (2001), ‘Testing for a forward-looking phillips curve. additional evidence from european and us data’, *Document de travail, Université Paris XII Val de Marne* (01-05).
- Jondeau, E. & Ricart, R. (1998), ‘La théorie des anticipations de la structure par terme : Tests à partir des taux sur euro-dollar, euro-mark, euro-franc et euro-livre’, *Notes d’Études et de Recherche, Banque de France* (35).
- Lindé, J. (2001), ‘The empirical relevance of simple forward- and backward- looking models : A view from a dynamic general equilibrium model’, *Sveriges Riksbank Working Paper Series* (130).
- Lindé, J. (2002), ‘Estimating new-keynesian phillips curves : A full information maximum likelihood approach’, *Sveriges Riksbank Working Paper Series* (129).
- Mc Callum, B. T. & Nelson, E. (1997), ‘An optimizing is-lm specification for monetary policy and business cycle analysis’, *NBER Working Papers* (5875).
- Mc Callum, B. T. & Nelson, E. (1999), Performance of operational policy rules in an estimated semiclassical structural model, in ‘Monetary Policy Rules’, NBER.
- Obstfeld, M. & Rogoff, K. (1996), *Foundations of International Macroeconomics*, The MIT Press.

- Rotemberg, J. J. & Woodford, M. (1997), 'An optimization-based econometric framework for the evaluation of monetary policy', *NBER Macroeconomics Annual* pp. 297–346.
- Rudebusch, G. D. (2002), 'Term structure evidence on interest rate smoothing and monetary policy inertia', *Journal of Monetary Economics* **49**(6), 1161–1187.
- Rudebusch, G. D. & Svensson, L. O. (1999), Policy rules for inflation targeting, in J. B. Taylor, ed., 'Monetary Policy Rules', NBER.
- Sack, B. & Wieland, V. (2000), 'Interest-rate smoothing and optimal monetary policy : A review of recent empirical evidence', *Journal of Economics and Business* **52**(1-2), 205–228.
- Sahuc, J.-G. (2002), 'A «hybrid» monetary policy model : Evidence from the euro area', *Applied Economics Letters* **9**(14), 949–955.
- Sbordone, A. M. (2002), 'Prices and unit labor costs : A new test of price stickiness', *Journal of Monetary Economics* **49**(2), 265–292.
- Smets, F. (2000), 'What horizon for price stability', *European Central Bank Working Paper Series* (24).
- Söderström, U., Söderlind, P. & Vredin, A. (2002), 'Can a calibrated new-keynesian model of monetary policy fit the facts', *Sveriges Riksbank Working Papers Series* (140).
- Svensson, L. E. (1997), 'Inflation targeting : Some extensions', *NBER Working Paper* (5962).
- Svensson, L. E. (1998), 'Inflation targeting as a monetary policy rule', *CEPR Discussion Papers* (DP1998).
- Taylor, J. B. (1993), 'Discretion versus policy rules in practice', *Carnegie-Rochester Conference on Public Policy* **39**, 195–214.
- Taylor, J. B. (1999), *Monetary Policy Rules*, Chicago Press, NBER.
- Woodford, M. (1996), 'Control of the public debt : A requirement for price stability?', *NBER Working Paper* (5684).
- Yun, T. (1996), 'Nominal price rigidity, money supply endogeneity and business cycles', *Journal of Monetary Economics* **37**(2), 345–370.

### 3 Annexes

#### 3.1 Résultats des tests de racine unitaire

TAB. 7: TESTS DE RACINE UNITAIRE DE DICKEY-FULLER

ALLEMAGNE		
Variabes	$t_b$	F (test joint)
<i>Trend linéaire et constante (cas 1)</i>		
$\pi_t$	-2,0381	2,1779
$y_t$	-2,1347	2,2794
$ic_t$	-2,1605	2,3502
<i>Constante (cas 2)</i>		
$\pi_t$	-2,0525	2,6332
$y_t$	-1,8555	1,8280
$ic_t$	-2,2710	2,6950
<i>Ni trend linéaire ni constante (cas 3)</i>		
$\pi_t$	-2,0525	-
$y_t$	-1,8555	-
$ic_t$	-2,2710	-

TAB. 8: VALEURS CRITIQUES DES TESTS DE DICKEY-FULLER

Valeurs critiques (25 points)			
	1%	5%	10%
$VC_{t_b}$ (cas 1)	-4,38	-3,60	-3,24
$VC_{t_b}$ (cas 2)	-3,75	-3,00	-2,63
$VC_{t_b}$ (cas 3)	-2,66	-1,95	-1,60
$VC_{F_{(RU \text{ et pas trend})}}$	10,61	7,24	5,91
$VC_{F_{(RU \text{ et pas cste})}}$	7,88	5,18	4,12

### 3.2 Fondements théoriques de la courbe IS

Pour simplifier, nous supposons qu'il existe un agent représentatif dont l'utilité dépend positivement de sa consommation ( $C$ ), de ses encaisses réelles ( $\frac{M}{P}$ ) et négativement de sa désutilité à travailler, ( $N$  représente l'offre de travail). Les choix du consommateur sont effectués de manière à maximiser son utilité intertemporelle :

$$\mathbb{E}_t \sum_{T=0}^{\infty} \beta^T \left\{ u(C_{t+T}) + v\left(\frac{M_{t+T}}{P_{t+T}}\right) - l(N_{t+T}) \right\} \quad (20)$$

où  $\beta \in [0, 1]$  est le taux de préférence pour le présent,  $u(C_{t+T})$ , l'utilité instantanée de la consommation,  $v\left(\frac{M_{t+T}}{P_{t+T}}\right)$ , l'utilité associée à la détention d'encaisses réelles ( $P_t$  étant le niveau général des prix) et  $l(N_{t+T})$  la désutilité liée au travail.

Comme nous voulons simplement dériver l'équation d'Euler pour obtenir finalement la courbe IS, nous donnons uniquement la forme de l'utilité retirée de la consommation :

$$U(C_t) = \frac{1}{1 - \frac{1}{\sigma}} (C_t)^{1 - \frac{1}{\sigma}} \quad (21)$$

avec  $0 < \sigma < 1$ , l'élasticité de substitution intertemporelle.

À chaque période, les ménages font face à la contrainte budgétaire intertemporelle suivante :

$$C_t + \frac{T_t}{P_t} + \frac{M_t}{P_t} + \frac{B_{t+1}}{P_{t+1}} \leq \frac{W_t}{P_t} N_t + (1 + i_t) \frac{B_t}{P_t} + \frac{M_{t-1}}{P_t} \quad (22)$$

Les termes à droite de l'inégalité indiquent les ressources de l'individu pour chaque période : cela comprend dans l'ordre, les revenus du travail, les actifs détenus précédemment augmentés de leurs intérêts, les encaisses réelles détenues. Le membre de gauche montre quant à lui l'allocation de ces ressources entre respectivement la consommation, le paiement des impôts, la détention d'encaisses réelles et de titres.

Chaque consommateur cherche à maximiser son espérance d'utilité (20) sous sa contrainte budgétaire intertemporelle (22). Les conditions du premier ordre de ce problème permettent d'obtenir la condition d'Euler pour la consommation :

$$U'(C_t) = \beta \mathbb{E}_t \left[ \frac{(1 + i_t) P_t}{P_{t+1}} U'(C_{t+1}) \right] \quad (23)$$

or,

$$\frac{\partial U(C_t)}{\partial C_t} = C_t^{-\frac{1}{\sigma}} \quad (24)$$

En supposant, d'autre part, que le terme aléatoire entre crochet dans l'équation (23) est distribué selon une loi log-normale, avec une variance conditionnel constante, nous

pouvons réécrire l'équation d'Euler de la façon suivante<sup>42</sup> (cf. par exemple Obstfeld & Rogoff (1996)) :

$$C_t^{-\frac{1}{\sigma}} = \beta \mathbb{E}_t \left\{ \exp \left[ \log \left( \frac{(1+i_t)P_t}{P_{t+1}} C_{t+1}^{-\frac{1}{\sigma}} \right) \right] \right\} \quad (25)$$

$$= \beta \exp \left\{ \mathbb{E}_t \left[ \log(1+i_t) + \log(P_t) - \log(P_{t+1}) + \log \left( C_{t+1}^{-\frac{1}{\sigma}} \right) \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \mathbb{V} \left[ \log \left( \frac{(1+i_t)P_t}{P_{t+1}} C_{t+1}^{-\frac{1}{\sigma}} \right) \right] \right\} \quad (26)$$

En passant au logarithme, nous obtenons :

$$-\frac{1}{\sigma} \log(C_t) = \log \beta + \mathbb{E}_t \left[ \log(1+i_t) + \log(P_t) - \log(P_{t+1}) - \frac{1}{\sigma} \log(C_{t+1}) \right] \\ + \frac{1}{2} \mathbb{V} \left[ \log \left( \frac{(1+i_t)P_t}{P_{t+1}} C_{t+1}^{-\frac{1}{\sigma}} \right) \right] \quad (27)$$

Comme  $\frac{1}{2} \mathbb{V} \left[ \frac{(1+i_t)P_t}{P_{t+1}} C_{t+1}^{-\frac{1}{\sigma}} \right]$  est constant (on posera par la suite, pour simplifier les écritures, que ce terme est égal à  $\chi$ ), alors nous pouvons exprimer l'équation précédente en écart à l'état stationnaire (représenté par un chapeau sur la variable) :

$$-\frac{1}{\sigma} \left( \log(C_t) - \log(\hat{C}) \right) = \mathbb{E}_t \left[ \log(1+i_t) - \log(1+\hat{i}) - \pi_{t+1} + \hat{\pi} \right. \\ \left. - \frac{1}{\sigma} \left( \log(C_{t+1}) - \log(\hat{C}) \right) \right] + \chi \quad (28)$$

Pour des petites déviations, nous pouvons donc écrire l'équation linéaire suivante pour la consommation (le passage au logarithme étant représenté par une écriture en minuscule, par exemple  $\log(C_t) = c_t$ )<sup>43</sup> :

$$c_t = \mathbb{E}_t(c_{t+1}) - \sigma(i_t - \mathbb{E}_t(\pi_{t+1})) + \varsigma \quad (29)$$

où  $\varsigma = -\sigma \chi$ .

D'autre part, nous pouvons exprimer la demande globale (exprimée en logarithme) telle que :

$$y_t = d_1 c_t + d_2 \text{inv}_t + d_3 g_t \quad (30)$$

---

<sup>42</sup>Une autre façon pour obtenir ce résultat sans poser l'hypothèse de log-normalité serait d'utiliser une approximation de Taylor du second ordre.

<sup>43</sup>D'autre part, l'utilisation de l'approximation logarithmique nous permet d'écrire  $\log(1+x_t) = x_t$  lorsque  $x_t$  est petit.

où les coefficients  $d_j$  expriment les parts liées à la consommation, l'investissement et les dépenses publiques dans la demande globale.

En incorporant (29) dans (30), nous obtenons (Mc Callum & Nelson (1997))<sup>44</sup> :

$$\begin{aligned} y_t &= d_1 (\mathbb{E}_t(c_{t+1}) - \sigma r_t + \varsigma) + d_2 \text{inv}_t + d_3 g_t \\ &= d_1 \varsigma - d_1 \sigma r_t + [\mathbb{E}_t(y_{t+1}) - d_2 \mathbb{E}_t(\text{inv}_{t+1}) - d_3 \mathbb{E}_t(g_{t+1})] + d_2 \text{inv}_t + d_3 g_t \end{aligned} \quad (31)$$

En supposant de plus, que d'une part le taux de croissance du capital est constant ( $\mathbb{E}_t(\text{inv}_{t+1}) - \text{inv}_t = \log(1 + \xi) \simeq \xi$ ) et d'autre part, que les dépenses publiques influencent modestement le cycle économique, nous obtenons l'équation de demande globale purement *forward looking*<sup>45</sup> :

$$y_t = \kappa_0 + \kappa_a \mathbb{E}_t(y_{t+1}) - \kappa_r r_{t-1} + \eta_t \quad (32)$$

où  $y_t$  est l'output gap qui est défini comme la différence entre le PIB et le PIB potentiel<sup>46</sup>,  $\mathbb{E}_t$ , l'espérance conditionnelle<sup>47</sup> et  $\eta_t$  un résidu indépendant et identiquement distribué (i.i.d.).

Suivant par exemple Fuhrer (2000), nous avons envisagé de nous éloigner quelque peu de l'équation (32) pour préférer une écriture hybride, c'est-à-dire incorporant aussi des termes retardés, dans l'espoir de satisfaire davantage aux caractéristiques apparentes des séries économiques.

Pour ce faire, nous faisons intervenir un effet de persistance dans la consommation en incluant la formation d'habitude (par exemple, à l'aide du principe du « *keeping with the Joneses* », Abel (1990)). La fonction d'utilité alors considérée est :

$$U(C_t, H_t) = \frac{1}{1 - \frac{1}{\sigma}} \left( \frac{C_t}{H_t^\gamma} \right)^{1 - \frac{1}{\sigma}} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\sigma}} \left( \frac{C_t}{\bar{C}_{t-1}^\gamma} \right)^{1 - \frac{1}{\sigma}} \quad (33)$$

La variable  $H_t$  représente dans ce cadre l'habitude de consommation qui est égale à la consommation de la période précédente (Fuhrer (2000)) ou plus généralement à une moyenne de la consommation passée ( $\bar{C}_{t-1}$ ). Le paramètre  $\gamma$ ,  $0 < \gamma < 1$ , indique l'importance de la formation d'habitude dans la fonction d'utilité. Si  $\gamma = 1$ , seule la consommation présente rapportée à la consommation précédente compte. À l'opposé, si  $\gamma = 0$  alors nous

<sup>44</sup>Nous posons que le taux d'intérêt réel est tel que :  $r_t = i_t - \mathbb{E}_t(\pi_{t+1})$ .

<sup>45</sup>Cf. Woodford (1996), Clarida et al. (1999).

<sup>46</sup>Nous justifions le passage de la demande globale à l'output gap par une linéarisation au voisinage de l'état stationnaire.

<sup>47</sup>Toute l'information disponible en  $t$  est incorporée dans la prévision.

retrouvons le modèle de base sans persistance.

En résolvant cette nouvelle maximisation sous contrainte de manière analogue à la précédente, nous obtenons une équation de consommation telle que<sup>48</sup> :

$$c_t = c_{t+1} - \sigma\gamma \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) \bar{c}_{t-1} + \sigma\gamma \left(1 - \frac{1}{\sigma}\right) \bar{c}_t - \sigma(ic_t - \pi_{t+1}) - \sigma \ln\beta \quad (34)$$

soit de manière générale pour l'output gap<sup>49</sup>,

### 3.3 Fondements théoriques de la courbe de Phillips

Commençons par détailler la construction de la courbe de Phillips purement *forward looking*.

Nous considérons l'existence d'un *continuum* de firmes indicées par  $j$ ,  $j \in [0, 1]$ , en situation de concurrence monopolistique. Chaque firme produit un bien ( $Y_t(j)$ ) qu'elle vend au prix ( $P_t(j)$ ). La fonction de demande pour ce bien est définie telle que :

$$Y_t(j) = \left(\frac{P_t(j)}{P_t}\right)^{-\theta} Y_t \quad (35)$$

où  $P_t$  et  $Y_t$  sont respectivement les niveaux agrégés de prix et de production.  $\theta$  constitue l'élasticité prix-demande constante auquel chaque firme est confrontée.

La fonction de production de chaque firme est donnée par<sup>50</sup> :

$$Y_t(j) = A_t N_t(j)^a \quad (36)$$

où  $N_t(j)$  et  $A_t$  sont respectivement le niveau de l'emploi et le paramètre technologique.

Conformément à Calvo (1983), nous supposons que chaque firme peut modifier son prix à chaque période avec une probabilité  $(1 - \phi)$ .  $\phi$  peut donc être assimilé à une mesure du degré de rigidité des prix. Lorsque  $\phi = 1$ , les prix sont complètement rigides, alors que si  $\phi = 0$ , ils sont parfaitement flexibles. Les firmes ne modifiant pas leur prix sont en proportion  $\phi^{51}$ . Le prix (agrégé) de l'économie est donc fonction des prix révisés et des prix inchangés, soit (Woodford (1996), Galí et al. (2001)) :

$$P_t = [\phi P_{t-1}^{1-\theta} + (1 - \phi) P_t^{1-\theta}(j)]^{\frac{1}{1-\theta}} \quad (37)$$

En log-linéarisant cette expression autour de l'état stationnaire, nous obtenons :

<sup>48</sup>Comme nous l'avons précisé plus haut, nous incorporons le taux court nominal ( $ic_t$ ) dans cette équation.

<sup>49</sup>Comme précédemment, nous ajoutons un décalage au taux d'intérêt réel.

<sup>50</sup>Notons que cette fonction de production ne contient pas de terme relatif au capital. Un tel ajout ne changerait cependant rien aux résultats obtenus ci-après.

<sup>51</sup>On peut cependant noter qu'une hypothèse alternative consisterait à leur faire modifier leur prix d'un montant égal à l'inflation de la période (Yun (1996)).

$$p_t = (1 - \phi)p_t^* + \phi p_{t-1} \quad (38)$$

Les minuscules désignent le passage au logarithme.

De façon usuelle, l'objectif des entrepreneurs est de maximiser leur profit :

$$Max \mathbb{E}_t \sum_{k=0}^{+\infty} (\phi\beta)^k \left[ P_t(j) \left( \frac{P_t(j)}{P_{t+k}} \right)^{-\theta} Y_{t+k} - W_{t+k} N_{t+k}(j) \right] \quad (39)$$

sous la contrainte,

$$\left( \frac{P_t(j)}{P_{t+k}} \right)^{-\theta} Y_{t+k} \leq A_{t+k} N_{t+k}(j)^a \quad (40)$$

où  $W$  représente le niveau des salaires nominaux<sup>52</sup>.

La condition de premier ordre relative à l'emploi nous permet d'écrire :

$$\lambda_{t+k} = \frac{W_{t+k} N_{t+k}}{a Y_{t+k}} \quad (41)$$

où  $\lambda_{t+k}$  est le multiplicateur de lagrange pour la période  $t+k$ .

Or cette condition est assimilable au coût marginal de l'entreprise, ainsi on peut définir le coût marginal réel tel que :

$$MC_t = \frac{W_t N_t}{a Y_t P_t} \quad (42)$$

D'autre part, la condition de premier ordre relative au prix nous donne, en utilisant (41) :

$$P_t(j) = \mu \mathbb{E}_t \left[ \frac{\sum_{k=0}^{\infty} (\phi\beta)^k W_{t+k} N_{t+k}}{\sum_{k=0}^{\infty} (\phi\beta)^k a Y_{t+k}} \right] \quad (43)$$

avec  $\mu = \frac{1}{1-\theta}$ , le taux de marge ou encore le *markup* de l'entreprise. En log-linéarisant cette expression autour de son état stationnaire ( $P_t^* = \mu \frac{W^* N^*}{a Y^*}$ ), nous obtenons :

$$p_t^j = \log \mu + (1 - \phi\beta) \sum_{k=0}^{\infty} (\phi\beta)^k \mathbb{E}_t (mc_{t+k}) \quad (44)$$

Suivant Woodford (1996) et Sbordone (2002), en utilisant les propriétés de la fonction de production Cobb-Douglas et de la demande, nous pouvons écrire une relation entre  $mc_{t+k}$  et  $mc_t$  :

---

<sup>52</sup>  $\phi^k$  fait référence à la non modification des prix. La probabilité qu'un prix ne soit pas révisé est  $\phi$ , deux périodes plus tard,  $\phi^2$ , et  $k$  périodes après  $\phi^k$ .  $\beta$  représente, comme pour la détermination de la courbe IS, le facteur d'escompte.

$$mc_{t+k} = mc_t - \frac{\theta(1-a)}{a} (p_t^j - p_{t+k}) \quad (45)$$

Finalement, en combinant les équations (38), (44), (45) et en posant  $\pi_t = p_t - p_{t-1}$ , nous finissons, après quelques manipulations, par formuler une première version de la courbe de Phillips purement *forward looking* ou encore néo-keynésienne (*New Keynesian Phillips Curve*).

$$\pi_t = \beta \mathbb{E}_t (\pi_{t+1}) + \lambda mc_t \quad (46)$$

avec  $\lambda = \frac{(1-\phi)(1-\beta\phi)a}{\phi(1+[1-a])(\theta-1)}$

En ajoutant le fait que sous certaines conditions (voir Rotemberg & Woodford (1997)) le coût marginal est proportionnel à l'output gap, nous retrouvons alors l'équation (4), appelée NKPC.

La courbe de Phillips hybride telle que nous la présentons dans ce chapitre (voir équation (5)) est déterminée de façon analogue à celle purement *forward looking*. Une hypothèse majeure est ajoutée au modèle<sup>53</sup> : parmi les  $(1-\phi)$  firmes modifiant leur prix à chaque période, seules  $(1-\omega)$  se comporte de façon optimale, c'est à dire en maximisant leur profit. Les autres  $(\omega)$  fixent leur prix ( $p_t^b$ ), par rapport au prix passé et en tenant compte de l'inflation, de la façon suivante :

$$p_t^b = p_{t-1}^* + \pi_{t-1} \quad (47)$$

où  $p_{t-1}^*$  est le niveau du prix modifié à la période précédente, il tient compte à la fois des firmes ayant un comportement optimal et non optimal.

Malgré cette nouvelle hypothèse, les équations (38), définissant le logarithme du niveau général des prix, et (45), reliant les coût marginaux, restent inchangées. On peut aussi noter que le niveau de prix modifié de façon optimal (il correspond au  $p_t(j)$  détaillé dans la courbe *forward*) est identique au précédent, seul change son appellation. On le nommera désormais  $p_t^f$ <sup>54</sup>, cependant il correspond en tout point à l'équation (44).

Seul est modifié le niveau de prix global révisé. En effet, il doit à présent à la fois tenir compte des prix corrigés de façon optimal ( $p_t^f$ ) et ceux suivant une simple règle *backward* ( $p_t^b$ ). Il s'écrit désormais :

$$p_t^* = (1-\omega)p_t^f + (1-\phi)p_t^b \quad (48)$$

Au final, à l'aide des équations (38), (45), (44), (47) et (48), en réarrageant les termes, nous pouvons déduire l'équation de la courbe de Phillips hybride :

---

<sup>53</sup>Nous relâchons aussi l'hypothèse de constance du coût marginal entre les firmes.

<sup>54</sup>Pour plus de simplicité, on occulte l'indice relatif aux firmes.

$$\pi_t = \alpha_f \mathbb{E}_t(\pi_{t+1}) + \alpha_b \pi_{t-1} + \alpha_{mc} mC_t \quad (49)$$

avec

$$\begin{aligned} \alpha_f &= \beta \phi (\phi + \omega [1 - \phi (1 - \beta)])^{-1} \\ \alpha_b &= \omega (\phi + \omega [1 - \phi (1 - \beta)])^{-1} \\ \alpha_{mc} &= (1 - \phi) (1 - \beta\phi) (1 - \omega) (\phi + \omega [1 - \phi (1 - \beta)])^{-1} \end{aligned}$$

En supposant de plus que l'output gap et le coût marginal sont liés de façon linéaire, nous retrouvons la spécification mixte (à la fois *backward* et *forward*) employée dans notre modèle.

### 3.4 Précisions sur la résolution du modèle

De façon analogue à Jondeau & Le Bihan (2000), les variables prédéterminées de notre système correspondent à celles de contrôle. Les matrices  $M_{sc0}$  et  $M_{sc1}$  (cf. équation (13)) vont donc être nulles, ce qui rend inutile l'action potentielle de  $M_{cc}$  et  $M_{cs}$ . L'équation (12) n'est donc pas nécessaire pour notre étude. Nous devons donc simplement définir les matrices présentes dans l'équation (13), c'est-à-dire respectivement  $M_{ss0}$ ,  $M_{ss1}$  et  $M_{se}$  :

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -\alpha_a & 0 \\ \kappa_r & 1 & 0 & 0 & -\kappa_a \\ 0 & -(1 - \rho) \times \gamma & 1 & -(1 - \rho) \times \beta & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \pi_t \\ y_t \\ iC_t \\ \pi_{t+1} \\ y_{t+1} \end{pmatrix} \\ & + \begin{pmatrix} -(1 - \alpha_a) & -\alpha_y & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(1 - \kappa_a) & -\kappa_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\rho & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \pi_{t-1} \\ y_{t-1} \\ iC_{t-1} \\ \pi_t \\ y_t \end{pmatrix} \\ & = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_t^\pi \\ \varepsilon_t^y \\ \varepsilon_t^{ic} \end{pmatrix} \quad (50) \end{aligned}$$

Notons que cette écriture donne des résultats similaires à celle faisant intervenir des variables auxiliaires. Par exemple, pour la première équation de notre système, nous pourrions poser  $z_t = \pi_t$  et inclure cette nouvelle variable dans le vecteur  $S_t$  dans le cadre de la

résolution.

Comme l'équation (12) peut être retirée de la résolution, nous obtenons facilement la matrice  $W_s = -(M_{ss0})^{-1} \cdot M_{ss1}$ , et donc le système présenté en haut de la page suivante.

$$\begin{aligned}
& \begin{pmatrix} \pi_t \\ y_t \\ ic_t \\ \pi_{t+1} \\ y_{t+1} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{(-1+\alpha_a)\times\beta\times(-1+\rho)}{\frac{\alpha_a}{-1+\alpha_a}} & \frac{\alpha_y\times\beta\times(-1+\rho)}{\frac{\alpha_a}{-1+\alpha_a}} & \rho & \frac{\beta\times(1-\rho)}{\frac{\alpha_a}{-1+\alpha_a}} & \gamma\times(1-\rho) \\ \frac{\alpha_a}{0} & \frac{\alpha_a}{-1+\alpha_a} & 0 & \frac{1}{\frac{\alpha_a}{\kappa_r}} & 0 \\ 0 & \frac{-1+\kappa_a}{\kappa_a} & \frac{-\kappa_r}{\kappa_a} & \frac{\kappa_r}{\kappa_a} & \frac{\kappa_r}{\kappa_a} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \pi_{t-1} \\ y_{t-1} \\ ic_{t-1} \\ \pi_t \\ y_t \end{pmatrix} \\
&+ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \varepsilon_t^\pi \\ \varepsilon_t^y \\ \varepsilon_t^{ic} \end{pmatrix} \tag{51}
\end{aligned}$$

Pour terminer la résolution du système, nous commençons par calculer les valeurs propres et vecteurs propres associés à la matrice  $W_s$  dont nous venons de donner l'expression. Nous classons les valeurs propres par ordre croissant et ordonnons de la même façon les vecteurs propres. Ceci nous permet d'écrire les variables *forward* en fonction des variables *backward* telles que  $S_{F,t} = HS_{B,t}$ . En effet, la matrice  $H$  n'est rien d'autre que le produit de bloc de l'inverse de la matrice des vecteurs propres ( $P$  étant toujours classé dans l'ordre croissant des valeurs propres) :  $H = -(P_{FF}^*)^{-1}P_{FB}^*$ .

Plus précisément, dans le cadre de notre modèle, la matrice  $P_{FF}^*$  est composée des lignes 4 et 5, et des colonnes 4 et 5 de l'inverse de la matrice des vecteurs propres. De la même façon,  $P_{FB}^*$  comprend les lignes 4 et 5, et les colonnes 1, 2 et 3 de cette même matrice  $P^{-1}$ .

Maintenant que les variables d'état peuvent être exprimées qu'en fonction des variables pré-déterminées, nous pouvons en déduire l'écriture finale de notre modèle :

$$S_{B,t+1} = M_{SS} S_{B,t} + M_{SE} \varepsilon_{t+1}$$

où  $M_{SS} = W_{BB} + W_{BF} H^{55}$  et  $M_{SE} = W_{EB}$ .

Il nous reste simplement à préciser à quels blocs de la matrice  $W_s$  correspondent les matrices  $W_{BB}$  et  $W_{BF}$  dans notre modélisation à cinq variables d'états.  $W_{BB}$  correspond aux lignes et colonnes, 1, 2 et 3 de la matrice  $W_s$  alors que  $W_{BF}$  comprend les lignes 1,2 et 3, et les colonnes 4 et 5 de  $W_s$ .

Enfin,  $M_{SE}$  est aussi une partition, de la matrice  $M_{se}$ . Cette dernière est tronquée juste après les 3 variables prédéterminées du système de telle sorte que :

$$MSE = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (52)$$

---

<sup>55</sup>Nous prenons ici la partie réelle de la matrice  $H$ .