



HAL
open science

Quelles avancées permettent les techniques de frontière dans la mesure de l'efficacité des exploitants de transport urbain ?

Julien Lévêque, William Roy

► To cite this version:

Julien Lévêque, William Roy. Quelles avancées permettent les techniques de frontière dans la mesure de l'efficacité des exploitants de transport urbain ?. XIVèmes journées du SESAME : Séminaire d'Etudes et de Statistiques Appliquées à la Modélisation en Economie, 23, 24 et 25 septembre 2004, UPPA : Université de Pau et des Pays de l'Adour, CATT : Centre d'analyse théorique et de traitement des données économiques., 2004, 19 p. halshs-00091900

HAL Id: halshs-00091900

<https://shs.hal.science/halshs-00091900v1>

Submitted on 4 Oct 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Quelles avancées permettent les techniques de frontière dans la mesure de l'efficacité des exploitants de transport urbain ?

Julien LEVEQUE et William ROY *

Université Lumière Lyon 2

Laboratoire d'Economie des Transports

UMR CNRS N°5593

Résumé : Cette communication traite de la mesure de l'efficacité des exploitants de transport collectif urbain. Nous proposons une approche par frontières que nous comparons à l'utilisation traditionnelle de ratios de productivité. Une revue de la littérature nous permet de préciser nos choix méthodologiques en faveur de frontières paramétriques stochastiques et de spécifier notre modèle, compte tenu des particularités du secteur étudié. A partir de données collectées par le CERTU, nous estimons une frontière de production concernant 135 réseaux de transport urbain sur la période 1995-2002. Nous discutons des facteurs explicatifs de l'inefficacité (notamment la taille des petits réseaux) et des élasticités (rendements d'échelle, élasticités de substitution). Nous montrons les enrichissements qu'apportent les frontières dans les mesures d'efficacité.

Mots clés : frontières stochastiques, transport urbain, efficacité, productivité, élasticité, fonction de production, translog.

Abstract : This paper discusses the efficiency measure of urban transport operators. We propose a frontier approach, which is compared to the current use of productivity ratios. A survey of the literature leads us to expose our methodology (parametric and stochastic frontier) and to take into account the characteristics of urban transportation in our model. We estimate a production frontier for a sample of 135 urban networks corresponding to years 1995-2002. We analyze the factors which explain inefficiency (for instance the size of networks) and elasticities (return to scale, elasticities of substitution). We show that frontiers improve the quality of efficiency measurements.

* LET-ISH, 14 av. Berthelot, F-69363 LYON Cedex 07, France ;
julien.leveque@let.ish-lyon.cnrs.fr / william.roy@let.ish-lyon.cnrs.fr.

1. Introduction

La productivité est le rapport entre ce qui est produit et ce qui a été consommé pour y parvenir. Dans le secteur des transports collectifs, le nombre de kilomètres réalisés par agent roulant est un exemple de ratio de productivité incontournable. Mais il ne relie qu'un seul output et qu'un seul input, c'est un indicateur partiel de productivité. Or ce type de mesure peut conduire à des diagnostics erronés. D'une part, les proportions des facteurs peuvent varier selon les firmes et les dates d'observation. Par exemple, une amélioration de la productivité du travail peut être obtenue avec une utilisation plus abondante du capital. D'autre part, ces indicateurs partiels de productivité ne tiennent pas compte de la diversité des environnements auxquels font face les entreprises. Ce second point nous semble tout à fait primordial dans la mesure où les opérateurs de transport urbain sont isolés dans leur agglomération. Les réseaux ne sont pas, a priori, comparables si on ignore leurs différences exogènes (densité de population, contraintes naturelles...), mais aussi endogènes (niveau de service public, extension vers la périphérie, prix, investissement...). Ces facteurs agissent de manière significative sur la productivité « brute ». Et si les ratios partiels de productivité ont l'avantage d'être faciles à interpréter, ils paraissent aussi très fragiles, voire insuffisants.

Les ratios partiels sont l'instrument quantitatif quasi-exclusif des professionnels du secteur¹ pour juger de la performance des réseaux. La comparaison des opérateurs à partir de ces indicateurs désagrégés, et sans aucune considération pour les principales variables de contrôle, risque de conduire les acteurs à des approximations. L'actuel mouvement de libéralisation des industries de réseau engendre une demande forte en terme d'évaluation de la performance de la part des différents agents économiques (entreprises, régulateurs, consommateurs, gouvernements). L'objectif de cette communication est de montrer l'apport des techniques de frontière dans la mesure de la productivité des opérateurs de transport urbain.

Farrell [1957], en tirant profit de la définition formelle de Koopmans² et de la mesure de l'efficacité technique proposée par Debreu [1951]³, a fait le premier pas important vers l'économétrie des frontières. L'innovation de Farrell réside dans l'application de l'efficacité définie par Debreu à chaque unité de production d'un secteur (Stone 2002). L'idée des techniques de frontière consiste à modéliser le processus de production (ou la fonction de coût) pour expliquer l'efficacité relative des firmes.

Les revues de la littérature sur les techniques de frontière montrent que ce domaine s'est enrichi par de nombreux raffinements (Bauer 1990, Chaffai 1997, Murillo-Zamorano 2004) et a déjà fait l'objet de multiples applications dans le transport collectif ferroviaire (Oum, Waters et Yu 1999) ou urbain (De Borger, Kerstens et Costa 2002). Nous nous concentrerons

¹ Il s'agit des ratios utilisés par la quasi-totalité des acteurs de la profession, notamment disponibles dans le document que publie annuellement l'UTP (syndicat des entreprises de transport collectif urbain) : « Les chiffres clés du transport urbain ».

² « A feasible input-output vector is said to be technically efficient if it is technologically impossible to increase any output and/or reduce any input without simultaneously reducing another output and/or one other input. » (Koopmans 1951, d'après N. Adler).

³ Debreu a initialement dénommé l'efficacité technique « coefficient d'utilisation des ressources ». Lovell (1993) propose une discussion critique sur les différences dans la définition de la mesure de l'efficacité technique entre Koopmans et Debreu-Farrell.

sur les modèles paramétriques de frontières stochastiques. Ce type de méthode nous permettra notamment de réaliser un certain nombre de tests statistiques et de mesurer quelques élasticités.

Le traitement simultané des inputs permet de répondre à la première critique adressée aux ratios partiels. De plus, plusieurs variables de contrôle sont mobilisées pour ajuster la mesure de l'efficacité aux caractéristiques de l'environnement de production.

Nous disposons d'une base de données collectée par le CERTU⁴ [2003a]. C'est le résultat d'une enquête annuelle auprès des réseaux de Province (environ 250). La base de données propose un grand nombre de réponses, parmi lesquelles on retrouve des variables relatives à l'agglomération, à la consistance du réseau, à la comptabilité, à l'offre de transport ou aux aspects commerciaux. Nous nous sommes limités aux agglomérations de plus de 25 000 habitants qui ne possèdent pas de modes lourds. En effet, la problématique des transports peut différer sensiblement dans les très petits réseaux. Et en tout état de cause, la technologie n'est pas la même dans les agglomérations dotées de métros ou de tramways. Notre panel de 135 réseaux est analysé sur 8 périodes : 1995 à 2002. Ce panel est non-cylindré, nous disposons de 928 observations, soient 152 couples réseau-année non renseignés.

Nous proposons tout d'abord (section 2) d'introduire les frontières par les définitions fondamentales de l'efficacité. Nous traitons ensuite (section 3) les méthodes paramétriques qui nous permettront de quantifier l'inefficacité. La section 4 aborde les spécificités du secteur des transports collectifs urbains. La section 5 décrit les données : inputs et variable de contrôle. La section 6 propose les principaux résultats de cette étude. La section 7 conclut.

2. Définition de l'efficacité

Une frontière de production définit la quantité maximale d'output qui peut être produite pour une technologie et un vecteur d'input donnés. Le concept d'X-efficacité (Leibenstein 1966) considère le fait que les producteurs ne se comportent pas systématiquement de façon optimale. En termes d'analyse comparative, la frontière matérialise les meilleures pratiques.

Farrell (1957) propose une décomposition de l'efficacité économique en une composante technique et une composante allocative à travers une représentation graphique didactique. L'inefficacité technique correspond à une production insuffisante par rapport à ce qui est techniquement possible avec un niveau d'inputs donné (ou réciproquement une quantité d'input supérieur au nécessaire pour un niveau d'output donné). Elle est évaluée par l'écart à la frontière formée par les firmes de l'échantillon les plus performantes. L'inefficacité allocative stigmatise l'utilisation des inputs dans des proportions qui ne correspondent pas à l'optimalité décrite par les prix relatifs des inputs. Dans sa représentation, Farrell considère une fonction de production à deux facteurs $y = f(x_1, x_2)$ et suppose des rendements d'échelle constants (CRS). Dans ce cadre simplifié, la fonction de production s'écrit : $1 = f(x_1/y, x_2/y)$, elle est représentée (figure 1) par l'isoquante unité SS' .

⁴ Centre d'Études sur les Réseaux, les Transports, l'Urbanisme et les constructions publiques

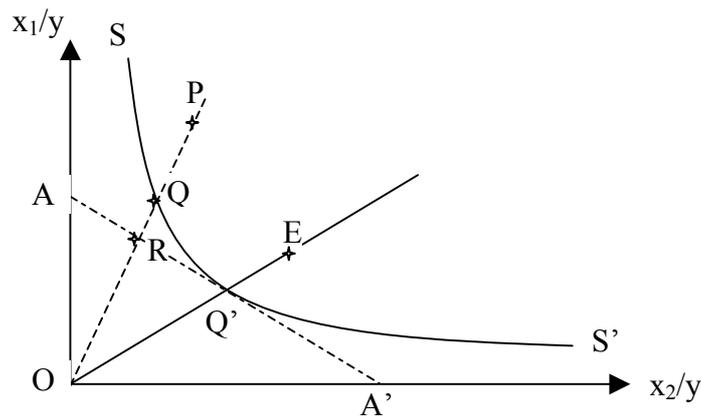


Figure 1 : Représentation graphique (Farrell 1957) de l'efficacité technique et de l'efficacité allocative

L'isoquante SS' représente les combinaisons minimums d'input par unité d'output, c'est la frontière de production. Les combinaisons d'inputs réalisables se trouvent nécessairement à droite de l'isoquante.

L'inefficacité technique (ou inefficacité productive) provient d'une utilisation excessive d'input. Géométriquement, Farrell définit l'efficacité technique de la firme P par $TE = OQ/OP$. Q est le point de la frontière qui possède les mêmes proportions d'input que P . Une propriété immédiate de cette définition est : $0 \leq TE \leq 1$.

Théoriquement, Les firmes doivent équilibrer leur taux marginal de substitution technique (TST) entre les deux inputs avec le rapport des prix des inputs déterminés par le marché. L'inefficacité allocative (ou inefficacité prix) provient d'une combinaison erronée des inputs, étant donnés les prix relatifs. La droite (AA') représente graphiquement ce rapport des prix. Géométriquement, Farrell mesure l'efficacité allocative par $AE = OR/OQ$, avec $0 \leq AE \leq 1$. Cette mesure a l'avantage de faire apparaître la même efficacité allocative à deux entreprises utilisant les facteurs dans les mêmes proportions. Toutefois, on peut se demander si l'efficacité technique restera stable en cas de modification des proportions d'input.

L'efficacité économique⁵ correspond à l'efficacité technique et à l'efficacité allocative réunies. Elle est obtenue au point Q' . A l'inverse, le point P n'est ni techniquement, ni allocativement efficace. Selon Farrell, son efficacité économique est $EE = TE * AE = OR/OP$ avec $0 \leq EE \leq 1$. Par ailleurs, le point Q , bien que techniquement efficace, est aussi inefficace que P du point de vue allocatif (inputs dans les mêmes proportions). A l'inverse, la firme E est allocativement efficace mais techniquement inefficace.

3. Les frontières paramétriques (SFA)

Pour la mesure de l'efficacité technique, on distingue généralement les approches non paramétrique et paramétrique. Les techniques non paramétriques, souvent assimilées à la méthode DEA (*Data Envelopment Analysis*), permettent la construction empirique de fonctions de production, sur la base de modèles mathématiques d'optimisation et de

⁵ Le terme economic efficiency a succédé à overall efficiency initialement utilisé par Farrell

techniques de programmation linéaire. Les approches paramétriques sont une réponse économétrique qui utilise les techniques statistiques d'estimation.

3.1. Mesure du terme d'efficacité technique

En incluant un paramètre d'inefficacité technique, la fonction de production prend la forme :

$$Y_i = f(X_i, \beta) \cdot TE_i$$

Avec Y_i la production de la firme i ($i=1, 2, \dots, I$), f la fonction de production qui dépend du vecteur X_i des N inputs et du vecteur β des paramètres technologiques. TE_i est l'efficacité technique (côté output) du producteur i , qui se définit comme le ratio entre l'output observé et l'output maximum pouvant être obtenu : $TE_i = \frac{Y_i}{f(X_i, \beta)}$

Dans le cas d'une technologie de type Cobb-Douglas, l'inefficacité technique a d'abord été modélisée par une variable d'erreur asymétrique (Aigner et Chu 1968) :

$$\ln Y_i = \beta_0 + \sum_{n=1}^N \beta_n \ln X_{ni} - u_i \quad \text{avec } u_i \geq 0$$

L'efficacité technique est alors $TE_i = \exp(-u_i)$

L'importante limite de ces premières frontières, dites déterministes, est la non prise en compte des variations aléatoires (bruit) qui sont inhérentes aux mesures. Tous les écarts à la frontière sont considérés comme étant de l'inefficacité technique.

Aigner, Lovell, et Schmidt (1977), Battese et Corra (1977) et Meeusen et van den Broeck (1977) ont simultanément développé des modèles de frontières stochastiques (SFA). Ces modèles incluent un terme d'efficacité positif (comme les approches déterministes), mais permettent aussi de considérer ce qui relève de l'erreur dans l'observation ou la mesure de l'output.

La fonction Cobb-Douglas à estimer devient :

$$\ln Y_i = \beta_0 + \sum_{n=1}^N \beta_n \ln X_{ni} + v_i - u_i$$

Le terme d'erreur est alors composé de l'inefficacité technique u et d'un bruit blanc v (iid). En ce qui concerne le terme asymétrique u , une hypothèse doit être faite sur sa distribution, afin de pouvoir séparer les deux contributions à la déviation de la frontière. Le problème est qu'il n'existe pas de modèle théorique qui permette de choisir *a priori* une distribution particulière. Les résultats d'efficacité sont potentiellement sensibles aux hypothèses sur la distribution de la variable asymétrique. Les distributions fréquemment retenues sont la loi semi-normale, la loi exponentielle ou une loi normale tronquée⁶.

⁶ Les propriétés de la loi normale tronquée semblent plus réalistes que celles de la loi semi-normale (Chaffai 1997). Pour une synthèse sur ce point : Murillo-Zamorano [2004]

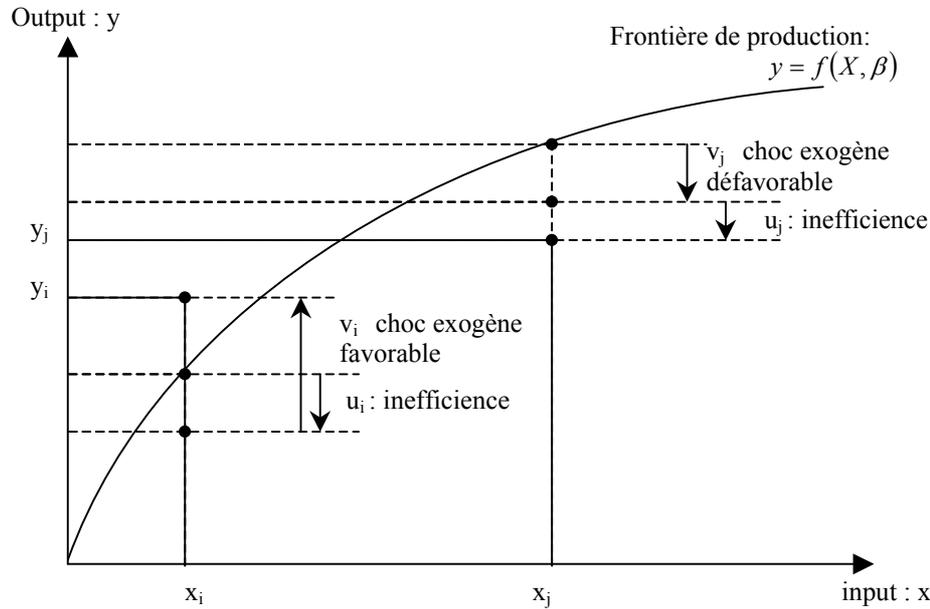


Figure 2 : Frontière de production stochastique. Illustration de la décomposition du terme d'erreur dans le cas de deux observations i et j.

3.2. Le modèle de frontière stochastique avec données de panel

Considérons la fonction de production suivante pour modéliser la frontière stochastique en données de panel :

$$Y_{it} = f(X_{it}, \beta) e^{(v_{it} - u_{it})}$$

Y_{it} est la production de la firme i ($i = 1, 2, \dots, I$) à la période t ($t = 1, 2, \dots, T$). X_{it} est le vecteur ($1 \times k$) des quantités d'input de la firme i à la période t . β est le vecteur ($k \times 1$) des paramètres estimés. Les v_{it} sont supposés iid, de loi $N(0, \sigma_v^2)$, et indépendamment distribués par rapport aux u_{it} . Les u_{it} représentent l'inefficience technique de production, une variable aléatoire non-négative.

Dans la lignée de Battese et Coelli [1993, 1995], nous faisons l'hypothèse que les u_{it} sont indépendamment distribués selon une loi normale tronquée (en zéro) de moyenne $z_{it} \cdot \delta$ et de variance σ_u^2 . z_{it} est le vecteur ($1 \times m$) des variables explicatives de l'inefficience des firmes ; δ est le vecteur ($m \times 1$) des coefficients de ces variables.

Ce type de modélisation permet d'intégrer certaines critiques faites à l'approche dite « en deux étapes » (Battese et Coelli 1993). Dans la première étape de cette méthode, les termes d'inefficience sont supposés indépendamment et identiquement distribués pour être estimés.

Ensuite les scores d'efficacité sont régressés sur les variables z_{it} , soit par les MCO, soit dans un modèle Tobit pour tenir compte du caractère tronqué de la variable endogène entre 0 et 1. Dans cette seconde étape, on considère donc que les termes d'inefficacité dépendent d'un certain nombre de paramètres spécifiques aux firmes, ce qui implique qu'ils ne sont pas identiquement distribués (sauf si tous les coefficients sont nuls). L'estimation simultanée proposée par Battese et Coelli, et mise en œuvre dans le programme FRONTIER version 4.1 (Coelli 1996), est de nature à limiter la portée de cette critique⁷.

L'inefficacité technique peut s'écrire $u_{it} = z_{it}\delta + w_{it}$, où la variable aléatoire w_{it} est définie par une loi normale tronquée de moyenne zéro et de variance σ_u^2 (le point de troncature étant $-z_{it}\delta$). On suppose aussi que w_{it} est indépendant de v_{it} . L'efficacité technique de production est définie par : $TE_{it} = \exp(-u_{it}) = \exp(-z_{it}\delta - w_{it})$

Les termes d'erreurs étant supposés indépendants les uns des autres et des inputs, il est possible d'estimer la fonction par la méthode du maximum de vraisemblance⁸. Les paramètres associés à v_{it} et u_{it} sont $\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$ et $\gamma = \sigma_u^2 / (\sigma_u^2 + \sigma_v^2)$.

4. Quelques spécificités du transport collectif urbain

Etant donné le mode de gestion des transports urbains (service largement subventionné), les hypothèses de maximisation du revenu ou du profit – respectivement associées à l'élaboration de frontières de revenu et de profit – sont peu réalistes, dans la mesure où la nature, la quantité et la tarification du service sont fixées par l'autorité organisatrice⁹. Toutefois, comme le remarquent Perelman et Pestieau [1994], il existe au moins un objectif qui doit toujours être poursuivi : l'efficacité technique. Utiliser trop d'inputs par rapport à ce qui est techniquement nécessaire ne peut pas être justifié par la poursuite d'une mission particulière de service public. Ce n'est pas parce que la collectivité souhaite mieux desservir sa périphérie que la productivité peut être négligée.

Il semble que l'efficacité technique soit tout à fait prépondérante dans le secteur (Kerstens 1999) par rapport à d'autre forme d'efficacité. Ce qui explique probablement pourquoi l'efficacité technique est généralement privilégiée dans les travaux empiriques.

Depuis une vingtaine d'années, les mesures partielles (unidimensionnelles) de la performance se sont raréfiées dans la littérature¹⁰ pour faire place aux techniques de frontière. Une très large variété de frontières sur les transports collectifs urbains ont été estimées. De Borger et al. [2002] remarquent que la majorité des travaux dans ce domaine a été publiée à partir des années 1990. Leur revue de la littérature et la contribution de Oum, Waters et Yu [1999] sur le ferroviaire montrent que les frontières paramétriques et non paramétriques font jeu égal dans le secteur des transports terrestres. Pour ce qui est des estimations paramétriques dans les transports collectifs urbains, les fonctions de coûts (Matas et Raymond 1998 ; Dalen et Gomez Logo 2003 ; Gagnepain et Ivaldi 2002) bénéficient d'un avantage par rapport aux fonctions de production (Sakano, Obeng et Azam 1997 ; Sakano et Obeng 1995). En effet, la demande des autorités organisatrices s'exprime sous la forme d'une minimisation des coûts

⁷ Chaffai [1997] ne recommande pas cette méthode dès lors que toutes les variables explicatives de l'inefficacité ne sont pas disponibles.

⁸ Pour une revue des différentes méthodes d'estimation de frontières, voir Schmidt et Sickles [1984]

⁹ Pour en savoir plus sur l'organisation institutionnelle du secteur : CERTU [2003b] ou GUYON [2000]

¹⁰ Pour une vision quasi-exhaustive des ratios possible : Vaziri et Deacon [1986]

pour une production donnée. Toutefois, la dualité micro-économique, qui réunit la fonction de coût et la fonction de production, limite la portée de cette remarque.

La configuration en monopoles locaux est source de redoutables difficultés dans la comparaison des réseaux de transport collectif. Le problème se situe dans le contrôle des caractéristiques spatiales et structurelles de chaque réseau. Ces facteurs non contrôlables par les managers introduisent des différences dans les conditions de production et donc potentiellement dans les efficacités relatives.

L'environnement urbain varie considérablement d'une agglomération à l'autre pour deux raisons principales. D'une part, il existe des caractéristiques exogènes aux réseaux qui sont autant de variables à contrôler : taille, géographie, densité, urbanisme... Par exemple, le réseau de Grenoble bénéficie d'une forte densité au creux de la vallée favorable à une massification des flux de trafic. D'autre part, il existe aussi de réelles différences en ce qui concerne les missions de service public choisies. Certains élus vont par exemple décider de financer une meilleure desserte périurbaine ; ce choix favorisera la vitesse moyenne d'exploitation, tout en agissant négativement sur le taux de remplissage. Afin de tenir compte de cette hétérogénéité externe, nous introduirons des variables de contrôle permettant d'expliquer cette part non contrôlable de l'inefficacité apparente des entreprises.

5. Données

5.1. Echantillon de réseaux retenus

Afin de circonscrire un ensemble cohérent de réseaux, nous avons retenu dans un premier temps les réseaux des agglomérations de plus de 25 000 habitants ; en deçà, la structure productive du transport urbain diffère sensiblement des autres : le nombre de lignes est inférieur à 5, les salariés sont rarement plus de 30 et le parc ne dépasse pas 20 véhicules. Par la suite, des analyses complémentaires ont montré que la technologie de production (ainsi que les charges associées) des réseaux disposant de modes lourds en site propre (métro, val et tramway) s'écarte de celle des réseaux de bus, sans que nous parvenions à corriger cette hétérogénéité à l'aide de variables explicatives. D'une manière générale, nous avons été conduit à isoler les réseaux suivants : Lyon, Lille, Marseille, Bordeaux, Nantes, Toulouse, Strasbourg, Grenoble, Rennes, Rouen, Saint-Etienne, ainsi qu'Orléans, Montpellier et Nancy à partir de la mise en service de leur mode lourd.

Finalement, nous disposons d'un échantillon de 135 réseaux sur 8 ans (1995-2002) qui constitue un panel non cylindré de 928 observations.

5.2. Choix de l'output

La production d'un service de transport urbain peut être évaluée à partir de variables de trafic (nombre de voyages, de déplacements ou encore de passagers.kilomètres) qui sont des mesures de l'output final. Mais la production peut également être évaluée sur la base de variables d'offre (nombre de véhicule.kilomètres – Véh.km – ou de place.kilomètres – PKO) qui mesurent l'output intermédiaire. Le choix entre ces deux types de variables est loin d'être

anodin dans la mesure où les variables de trafic incluent la dimension commerciale de l'efficacité du service évalué. Dans le contexte français de conventionnement des transports collectifs urbains, l'efficacité de l'offre (remplissage des véhicules) est relativement exogène à l'exploitant de transport. Tout au moins, elle dépend de variables sur lesquelles l'exploitant a peu de prises. Si l'exploitant est effectivement responsable d'une certaine forme de qualité du service offert (courtoisie de l'accueil, propreté, information), l'essentiel lui échappe au profit des décisions politiques de l'autorité organisatrice : qu'il s'agisse de la tarification, du choix des lignes à desservir, de la fréquence du service offert ou encore de la vitesse commerciale. Pour ces raisons, nous choisissons – à l'instar de nombreuses références de la littérature – de nous concentrer sur la seule efficacité technique, ce qui justifie de retenir une variable d'offre (Véh.km ou PKO) en guise d'output. Nous verrons toutefois que le trafic ne restera pas totalement ignoré, dans la mesure où il intervient au niveau des variables de contrôle.

Il nous reste à déterminer la variable d'offre que nous retiendrons au titre d'output. Encore une fois, il s'agit de faire en sorte que les comparaisons entre différents réseaux soient le moins biaisées possible. A ce niveau, de l'hétérogénéité apparaît quant aux types des véhicules utilisés pour assurer le service, puisque les réseaux que nous retenons disposent d'un parc de matériel roulant varié : bus standards ou articulés, minibus, bus à gabarit réduit, ou encore autocars et trolleybus. Il est préférable de raisonner avec l'une ou l'autre des variables (Véh.km ou PKO) selon les différents facteurs de production. Le principal d'entre eux, le nombre d'agents roulants est directement lié au nombre de véhicule.kilomètres, puisqu'il faut un conducteur par bus quel que soit le gabarit de ce dernier. Symétriquement, l'énergie consommée dépend davantage de la masse du véhicule, elle-même liée au nombre de place.kilomètres. Cependant les distorsions sont moins importantes lorsqu'on raisonne en Véh.km, compte tenu de l'importance de l'input nombre d'agents roulants ; nous estimons par ailleurs que les marges en terme d'efficacité énergétique sont nettement inférieures à celles relatives au personnel. Enfin, l'optique d'une comparaison entre frontière de production et frontière de coût renforce ce choix dans la mesure où l'output Véh.km s'impose dès que l'on travaille sur l'efficacité allocative¹¹.

Nous retenons donc comme output le nombre de véhicule.kilomètres réalisés par le réseau. Précisons que cette variable inclut les Véh.km effectués aussi bien lors des services réguliers que lors des services spéciaux ou occasionnels ; enfin, elle tient compte des véhicule.kilomètres sous-traités auprès d'une tierce partie¹².

5.3. Les variables explicatives

Conformément à la méthodologie de Battese et Coelli [1995], nous distinguons d'une part les facteurs de production (travail, énergie, capital), et d'autre part les variables de contrôle qui expliquent l'inefficacité technique exogène à l'exploitant.

¹¹ De façon encore plus évidente que pour l'estimation de frontières de production, les coûts d'exploitation d'un réseau sont liés nettement plus significativement au nombre de véhicule.kilomètres qu'au nombre de place.kilomètres.

¹² Le recours à la sous-traitance est une pratique inégalement répandue : 10 % des réseaux y ont recours pour plus de 30 % de leur offre, 20 % pour plus de 15 %, tandis qu'un tiers des réseaux n'y ont pas recours.

Les facteurs de production que nous retenons sont le personnel roulant, le personnel non roulant (administration, maintenance, entretien...), l'énergie consommée et le nombre de véhicules composant le parc de matériel roulant à disposition de l'exploitant.

➤ Les effectifs de personnel sont exprimés en équivalent temps complet ; ils incluent à la fois le personnel salarié de l'exploitant, celui des sous-traitants et le personnel intérimaire.

➤ La variable énergétique a fait l'objet de traitements visant à la rendre compatible avec notre démarche. Dans un premier temps, il s'est agit de tenir compte de l'énergie consommée par les services sous-traités (donnée indisponible dans notre base), évaluée au prorata des Véh.km sous-traités. Ensuite, il a fallu homogénéiser les quantité consommées des différentes sources d'énergie (kWh, m³ de gazole, m³ de gaz et m³ d'autres carburants). A partir de données sur la consommation unitaire moyenne des véhicules propulsés (ADEME-CERTU 1999) par ces différentes sources d'énergie, nous avons calculé par combinaison linéaire un équivalent m³ de gazole de la consommation énergétique des différents réseaux.

➤ En ce qui concerne le facteur capital, ne disposant pas des données financières suffisantes pour reconstituer des séries de dépense en capital, nous utilisons le nombre de véhicules du parc de matériel roulant à la disposition de l'exploitant.

Pour ce qui est des variables de contrôle, nous avons considéré initialement les variables suivantes, susceptibles d'influencer l'inefficience exogène à l'exploitant :

➤ La longueur du réseau peut justifier une part de l'inefficience productive liée aux contraintes des réseaux les plus grands. Par exemple, plus la distance à parcourir est longue, plus les aléas sont nombreux à pouvoir contrarier l'horaire théorique, ce qui implique un temps de battement plus long en bout de ligne.

➤ Le nombre de voyages est susceptible d'influencer le nombre de Véh.km parcourus et donc notre mesure de l'efficience productive. Cette variable de trafic englobe plusieurs effets et notamment la complexité du réseau, ce qui rend difficile l'interprétation de son sens. D'un côté, l'affluence en terme de trafic ralentit la vitesse des véhicules qui s'immobilisent plus longtemps aux arrêts ; dès lors, les agents roulants étant employés pour un certain volume horaire de travail, il faudra d'autant plus de cet input que la vitesse des véhicules est faible, et donc que le nombre de voyageurs par arrêt est important. D'un autre côté, les grands réseaux qui transportent le plus de voyageurs sont mieux à même d'optimiser leur consommation d'input

➤ La fréquence moyenne des arrêts agit sur la production car elle ralentit la vitesse des véhicules qui doivent s'arrêter plus souvent. Cette variable permet de tenir compte de l'extension vers la périphérie (voire de certains trafics périurbains). En effet, la distance inter-arrêt s'élève lorsqu'on quitte le centre. Il s'agit d'une contrainte de desserte résultant de la morphologie urbaine et, *in fine*, d'une décision de l'autorité organisatrice.

➤ La longueur de couloirs réservés influe sur la production en permettant un accroissement des vitesses. Ce facteur est exogène dans la mesure où il résulte d'un investissement consentit par l'autorité organisatrice ou par la voirie municipale.

➤ L'amplitude du service, imposée par l'autorité organisatrice, est un indicateur de qualité qui renseigne sur les contraintes temporelles qui peuvent justifier une surconsommation de facteur travail.

➤ L'âge moyen du parc est techniquement corrélé avec les consommations d'énergie, les opérations de maintenance et d'immobilisation (nous attendons une surconsommation de personnel non roulant et d'énergie lorsque l'âge du parc est élevé). Il s'agit d'un facteur d'efficience exogène dans la mesure où le renouvellement du parc est dans 95% des cas de la responsabilité de l'autorité organisatrice. Toutefois, les premières estimations révèlent

un coefficient positif, qui ne correspond pas au sens attendu de cette variable de contrôle qui sera supprimée des modèles que nous présentons ensuite. La mauvaise qualité des réponses semble en être la cause.

Tableau 1 : Statistiques descriptives

Variables	Moyenne	Ecart-type
Véhicule.kilomètres	2 436 401	2 568 841
Agents roulants (en équivalent temps plein)	107	121,9
Agents non roulants (en équivalent temps plein)	38	46,8
Energie consommée (en équivalent m ³ de gazole)	1 102	1 268
Capital (nombre de véhicules)	63,5	64,6
Longueur du réseau (km)	153,2	126,4
Voyages	6 866	8 367
Fréquence des arrêts (arrêts / km de ligne)	2,2	1,0
Longueur de couloirs réservés (km)	2,3	7,2
Amplitude du service (heures)	13,9	1,0
Age du parc (années)	8,0	2,6

6. Résultats

6.1. Estimations

Nous utilisons le logiciel FRONTIER version 4.1 (Coelli 1996). Les paramètres de nos frontières stochastiques sont estimés par la méthode du maximum de vraisemblance. Après initialisation de la fonction par les MCO, le programme procède à des itérations¹³ qui incluent les variables de contrôle.

La frontière stochastique de production estimée (modèle 1) est :

$$\ln Y_{it} = \beta_0 + \sum_{i \in \{R, NR, E, P\}} \beta_i \ln X_{it}^i + \sum_{\substack{(j,k) \in \{R, NR, E, P\} \\ j \geq k}} \beta_{jk} \ln X_{it}^j \ln X_{it}^k + v_{it} - u_{it}$$

Y_{it} est le nombre de kilomètres réalisés par les véhicules de transport en commun dans le réseau i ($i = 1, \dots, 135$) à la date t ($t = 1995, \dots, 2002$).

X^R est le nombre de personnels (en équivalent temps plein) affectés à la conduite des véhicules au 31 décembre.

X^{NR} représente les personnels non roulants (en équivalent temps plein).

X^E correspond à la quantité d'énergie, en équivalent m³ de gazole.

X^P est le nombre de véhicules du parc au 31 décembre.

¹³ Procédure Davidon-Fletcher-Powell Quasi-Newton (Coelli 1996)

Efficiences des transports collectifs urbains

Les v_{it} sont supposés iid, de moyenne nulle, de variance σ_v^2 et indépendant des u_{it} .

Les u_{it} ont une valeur positive qui représente l'inefficacité technique de la firme i à la date t . Ils sont supposés indépendamment distribués. Les u_{it} sont obtenus par une loi normale tronquée (en zéro) de distribution $N(m_{it}, \sigma_u^2)$, avec :

$$m_{it} = \delta_0 + \delta_1(\text{lignes}_{it}) + \delta_2(\text{voyages}_{it}) + \delta_3(\text{arrêts} / \text{lignes}_{it}) + \delta_4(\text{couloirs}_{it}) + \delta_5(\text{amplitude}_{it})$$

Le modèle 1 estime la spécification précédente. Le modèle 2 correspond à la même frontière avec seulement trois des cinq variables de contrôle initiales. Le modèle 3 estime une fonction de type translog qui ne prend pas en compte l'énergie. Enfin, un modèle avec spécification de la fonction de production de type Cobb-Douglas a été estimé.

Tableau 2 : Résultats des estimations de frontière de production par la méthode du maximum de vraisemblance

Variables	Variable expliquée : véhicule-km ; 928 observations					
	Modèle 1		Modèle 2		Modèle 3	
	Coefficient	t	Coefficient	t	Coefficient	t
Constante	11,11	16,11	11,20	14,02	10,86	80,75
Personnel roulant (R)	1,477	4,662	1,224	4,141	0,4184	2,567
Personnel non roulant (NR)	0,8360	4,646	0,7706	4,908	0,3024	3,266
Energie (E)	-0,9962	-1,895	-0,7812	-1,941		
Parc (P)	-0,2881	-0,924	-0,3549	-1,269	0,4287	2,832
RxR	0,2528	4,135	0,2647	4,478	0,2478	2,888
NRxNR	0,0604	3,097	0,05809	3,078	0,0455	1,793
ExE	0,2978	2,870	0,2504	3,067		
PxP	0,1052	1,454	0,08032	1,132	0,1174	1,288
RxNR	0,0904	1,470	0,06178	-1,032	-0,2324	-3,067
RxE	-0,4242	-3,474	-0,3797	-3,428		
RxP	-0,2645	-2,489	-0,2678	-2,615	-0,3448	-2,341
NRxE	-0,2641	-4,124	-0,2352	-4,374		
NRxP	0,0349	0,597	0,03827	0,703	0,1605	1,992
ExP	0,0993	0,838	0,1387	1,284		
Constante	0,1847	1,785	0,3004	0,491	0,5856	11,37
Longueur de ligne	-0,3352 ^{E-03}	-4,566	-0,1194 ^{E-03}	-2,600	-0,4995 ^{E-03}	-5,503
Voyages	-0,0016 ^{E-03}	-0,946	0,5273 ^{E-05}	4,226	-0,0299 ^{E-03}	-8,185
Arrêts / Longueur de ligne	-0,0081	-1,176	-0,003223	-0,882		
Couloirs réservés	-0,0069	-2,633				
Amplitude du service	0,0004	0,066				
$\sigma^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$	0,00788	12,93	0,00723	21,42	0,01969	19,87
$\gamma = \sigma_u^2 / (\sigma_u^2 + \sigma_v^2)$	0,3696	3,616	0,5909	4,580	0,4901	5,964
Log de vraisemblance	967,33		970,62		558,57	
LR test du terme asymétrique	24,39		30,97		99,64	
Nombre de restrictions	7		5		4	

Pour savoir si la fonction de production de type Cobb-Douglas remplacerait avantageusement la spécification translog du modèle 1, nous testons l'hypothèse $H_0 : \beta_{jk} = 0$ pour $j \geq k = R, NR, E, P$, par le test du ratio de vraisemblance¹⁴ :

$$LR = -2\{\ln[L(\text{Cobb - Douglas})] - \ln[L(\text{modèle 1})]\}$$

Ce test nous amène à rejeter la spécification Cobb-Douglas.

Le même test appliqué entre les modèles 1 et 2 (le modèle 2 présentant deux restrictions par rapport au modèle initial) ne nous conduit pas à privilégier le modèle 2. Ce résultat n'est pas surprenant si on considère que l'hypothèse H_0 testée est $\delta_4 = \delta_5 = 0$, alors que manifestement, le t de Student associé au coefficient δ_4 invalide la possibilité $\delta_4 = 0$. Nous présentons néanmoins le modèle 2 dont l'intérêt consiste à ôter le terme négatif (alors que nous l'attendions positif) associé à la variable Couloirs réservés.

Le modèle 3 exclut les termes énergétiques et conserve les variables de contrôle les plus significatives. Le retrait de la variable énergie est essentiellement motivé par la mauvaise qualité des données renseignées (confusion dans les réponses à l'enquête entre « prévu » et « réalisé », harmonisation discutable entre les carburant).

Dans les modèles précédents, la part du terme d'inefficience dans la variance totale, estimée par le ratio $\gamma = \frac{\sigma_u^2}{\sigma_u^2 + \sigma_v^2}$, est significative. Le LR test du terme asymétrique compare

l'estimation de l'hypothèse nulle $H_0 : \gamma = 0$ et de l'hypothèse alternative $H_1 : \gamma > 0$. Pour une distribution normale tronquée, la valeur critique est issue d'une distribution de χ^2 mixte¹⁵. Par ailleurs, les γ sont significativement inférieurs à 1, ce qui justifie l'importance du terme stochastique v . Dans le cas inverse, il n'y aurait pas de différence significative avec une estimation déterministe de la frontière.

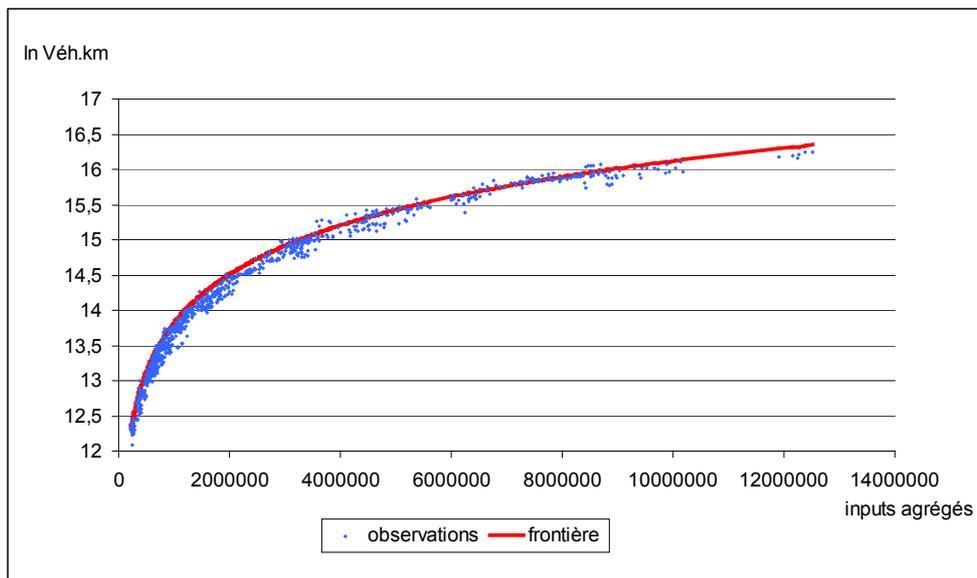


Figure 3 : frontière et observations (modèle 1)

¹⁴ Le LR test entre l'hypothèse nulle H_0 et de l'hypothèse contraire H_1 repose sur la statistique suivante : $LR = -2\{\ln[L(H_0)] - \ln[L(H_1)]\}$, où $L(H_0)$ et $L(H_1)$ correspondent à la fonction de vraisemblance pour les hypothèses H_0 et H_1 . Cette statistique suit une loi du χ^2 dont le nombre de degré de liberté égale le nombre de restrictions imposées. H_0 est rejetée si $LR > \chi^2(n, \alpha)$.

¹⁵ elle correspond à 5,136 pour une probabilité de 5% (p. 201 Coelli, Rao et Battese 1998)

Les différents modèles permettent de discuter la pertinence des variables de contrôle introduites :

- La longueur totale des lignes du réseau a des effets significativement positifs : plus la longueur de lignes est grande, moins le réseau est inefficace. Les plus grands réseaux (au sens de cette variable) bénéficient de gains d'efficace.
- Dans les modèles 2 et 3 où il devient significatif, le trafic de voyageurs impacte dans deux sens différents le score d'efficace des exploitants. Cette variable de contrôle est susceptible d'intégrer des effets opposés. Cela nous conduit à relativiser son rôle visiblement multiple.
- Concernant la densité d'arrêts, les estimations sont peu significatives. De plus, cette variable tend vers un sens négatif sur l'inefficace, contrairement à ce que nous escomptions.
- La variable « Couloirs réservés » du modèle 1 a le signe attendu : plus il y a de couloirs réservés, moins le réseau est inefficace. La facilitation de la circulation des bus est de nature à favoriser la productivité des opérateurs de transport.
- Enfin, l'amplitude du service a un effet très peu significatif. Ce résultat n'est pas si surprenant dans la mesure où cette variable de qualité de service a des effets sur la productivité qui sont multiples et relativement indirects. De plus, sa très faible variabilité (cf. statistiques descriptives) ne contribue pas à la rendre significative. Nous la retirons dans l'estimation des modèles 2 et 3.

6.2. Elasticités

Le calcul des élasticités a quelques spécificités dans le cadre d'une fonction translog. Nous donnons quelques précisions en annexe.

De Borger et Kersterns [2000] affirment que les rendements d'échelle sont généralement croissants pour de petits réseaux (< 100 bus) ; qu'ils sont croissants ou constants pour les tailles moyennes (< 300-400 bus) et décroissants pour un parc supérieur à 400 bus. Notre panel comprend des réseaux ayant un parc de 5 à 365 véhicules ; le nombre moyen étant 63,5 (cf. tableau 1). Les rendements d'échelle que nous avons estimés pour les modèles 1 et 2 sont relativement constants (légèrement décroissants).

Tableau 3 : Elasticités et rendements d'échelle dans les modèles 1 et 2

Niveau du réseau	Modèle 1			Modèle 2		
	minimum	moyen	maximum	minimum	moyen	maximum
Elasticités						
Personnel roulant (R)	0,352	0,099	0,041	0,327	0,151	0,150
Personnel non roulant (NR)	-0,010	-0,007	0,016	-0,010	-0,007	0,008
Energie (E)	0,740	0,646	0,510	0,719	0,673	0,587
Parc (P)	-0,090	0,172	0,285	-0,081	0,171	0,264
Rendement d'échelle	0,992	0,909	0,851	0,955	0,988	1,009

L'élasticité de la production par rapport au nombre des personnels roulants est positive et décroissante avec la taille du réseau. Selon les résultats du tableau 3, une augmentation de 1% de cet effectif entraînera une augmentation de 0,10% à 0,15% de la production d'une

entreprise moyenne. Pour sa part, l'élasticité reliant la production à l'énergie est relativement forte, et nettement plus élevée que celle du personnel roulant. Ces deux premiers résultats peuvent surprendre quand on sait que le personnel représente environ 60% des coûts d'exploitation. Le calcul des productivités marginales¹⁶ montre que celle du personnel est plus de deux fois supérieure à celle de l'énergie. De plus, le différentiel sur les élasticités signifie avant tout que les marges de manœuvre sont faibles en matière d'énergie.

L'élasticité de la production aux personnels non roulants est très faible, ce qui confirme que ce n'est pas un facteur déterminant à la marge. Pour ce qui est du parc, mis à part le résultat aberrant observable dans les petits réseaux, on constate une place intermédiaire entre le personnel roulant et l'énergie. Le triptyque personnel roulant - énergie - parc est tout à fait suffisant pour augmenter la production marginale. Les personnels non roulant ont évidemment un rôle beaucoup plus structurel.

La production de bus-km offre peu de possibilités de substitution entre capital et travail (De Borger et Kersterns 2000). C'est ce que nous vérifions globalement (tableau 4), puisque les inputs sont souvent complémentaires (élasticité de substitution négative) ou inélastiques (élasticité proche de 0). Il existe quelques substituabilités entre le capital (parc) et l'énergie et le capital et le personnel non roulant (dans une moindre mesure). L'effet vient probablement du fait que les bus les plus récents consomment moins et nécessitent moins de maintenance.

Tableau 4 : Elasticités de substitution dans le modèle 1

	Réseau minimum			Réseau moyen			Réseau maximum		
	DES	AES	MES	DES	AES	MES	DES	AES	MES
RxNR			0,014			0,012			0,010
NRxR	0,048	0,953	0,067	-0,208	-0,444	-0,013	0,070	7,129	2,213
RxE			0,279			0,186			0,075
ExR	-0,213	0,435	-0,440	-0,082	0,351	-0,129	-0,990	1,481	-3,547
RxP			0,267			0,251			-0,021
PxR	-0,215	-2,065	-0,091	-0,086	-0,841	-0,019	0,381	-4,587	-0,610
NRxE			-0,950			-1,045			-0,047
ExNR	0,060	-1,385	-0,316	-0,133	-1,828	0,690	0,078	-2,492	-1,505
NRxP			0,361			0,249			-0,008
PxNR	0,054	4,752	0,026	-0,164	3,192	-0,018	0,086	7,911	0,313
ExP			-3,623			-4,348			0,169
PxE	12,107	1,171	0,784	2,798	0,842	0,474	0,245	2,037	1,396

6.3. Scores d'efficacité et ratios de productivité

Les termes d'inefficience u_{it} estimés sont variablement corrélés entre les trois modèles. Ceux des modèles 1 et 3 sont fortement corrélés, tandis que le modèle 2 fournit des résultats très différents. Corrigés de l'influence des variables de contrôle, les termes d'inefficience w_{it}

¹⁶ Productivités marginales (modèle 2) : $\frac{\partial Y}{\partial X_R} = 3435$; $\frac{\partial Y}{\partial X_E} = 1487$; $\frac{\partial Y}{\partial X_P} = 6574$.

des 3 modèles sont corrélés. Les termes d'inefficience w_{it} , normalisés à 1 pour les réseaux les plus efficaces, sont caractérisés dans le tableau 5.

Tableau 5 : Statistiques descriptives des termes d'efficacité corrigés (w_{it})

	modèle 1	modèle 2	modèle 3
minimum	0,589	0,541	0,365
moyenne	0,906	0,806	0,795
maximum	1	1	1
écart-type	0,051	0,084	0,115

Les w_{it} estimés sont négativement corrélés avec la variable à expliquer¹⁷. Les petits réseaux semblent plus efficaces que les grands, pour des raisons qui ne correspondent pas aux variables que nous avons prises en compte. Dans les trois cas, les scores d'efficacité sont partiellement corrélés aux ratios de productivité du travail : Véhic.km/R et Véhic.km/(R+NR). Pour nos trois estimations, cette corrélation s'améliore (coefficient égal de l'ordre de 0,6) lorsque l'on segmente notre échantillon. Cela revient à comparer les techniques de frontière appliquées aux transports collectifs urbains à l'usage que font les professionnels du secteur des ratios de productivité. Ainsi, les frontières améliorent la mesure de l'efficacité par rapport aux ratios unidimensionnels ; pour autant, ces ratios de productivité apparaissent comme une approximation acceptable de la mesure de l'efficacité par frontière à laquelle ils sont relativement corrélés (entre 0,58 et 0,65).

7. Conclusion

L'inefficience technique d'une firme est la différence entre ses consommations réelles d'input et le niveau optimum qu'elle pourrait atteindre en conservant le même niveau de production. Ce niveau optimum est celui des meilleures pratiques du secteur.

Dans cette communication nous avons estimé une frontière de production paramétrique caractérisant le transport collectif urbain. Notre démarche s'est articulée autour du modèle de Battese et Coelli [1995], qui intègre une méthode de prise en compte des variables environnementales. Malgré l'utilisation d'une fonction translog, nous avons constaté des rendements d'échelle proches de l'unité.

Cette forme fonctionnelle nous a tout de même permis de constater la relativement forte complémentarité entre les facteurs. Le niveau d'inefficience technique dans le secteur est significatif. Il est conditionné par l'environnement mais est aussi largement inexplicé, et donc probablement du fait des entreprises. Par rapport aux ratios partiels de productivité l'apport des frontières est à deux niveaux : les inputs sont considérés simultanément et il est possible de prendre en compte l'environnement.

Bibliographie

ADEME-CERTU (1999), *Les bus propres en France, les filières actuelles*, rapport d'étude Predit, DTT.

AIGNER D.J. et CHU S.F. (1968), « On Estimating the Industry Production Function », *American Economic Review*, 58, pp. 826-839.

AIGNER D.J., LOVELL C.A.K et SCHMIDT P. (1977), « Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models », *Journal of Econometrics*, 6, pp. 21-37.

BATTESE G.E. et COELLI T.J. (1993), « A Stochastic Frontier Production Function Incorporating a Model for Technical Inefficiency Effects », *Working Papers in Econometrics and Applied Statistics*, n°69, University of New England, Australia.

BATTESE G.E. et COELLI T.J. (1995), « A Model for Technical Inefficiency Effects in a Stochastic Frontier Production Function for Panel Data », *Empirical Economics*, n°20, pp. 325-332.

BAUER P.W. (1990), « Recent Developments in the Econometric Estimation of Frontiers », *Journal of Econometrics*, 46(1/2), pp. 39-56.

BLACKORBY C. et RUSSEL R.R. (1989), « Will the Real Elasticity of Substitution Please Stand Up? », *American Economic Review*, 79(4), pp. 882-888.

CERTU (2003a), *transports collectifs urbains - évolution 1997- 2002*, Annuaire statistique.

CERTU (2003b), *Les transports publics urbains en France - organisation institutionnelle*, janvier, DTT.

CHAFFAI M. (1997), « Estimation de frontières d'efficience : un survol des développements récents de la littérature », *Revue d'économie du développement*, 3, pp. 33-67.

COELLI T. (1996), « A Guide to FRONTIER Version 4.1: A Computer Program for Stochastic Frontier Production and Cost Function Estimation », *CEPA Working Paper 96/07*, University of New England, Australia.

COELLI T., ESTACHE A., PERELMAN S. et TRUJILLO L. (2003), *A Primer on Efficiency Measurement for Utilities and Transport Regulators*, Washington: The World Bank Institute.

COELLI T., RAO D. S. P. et BATTESE G. E. (1998), *An Introduction to Efficiency and Productivity Analysis*, Boston: Kluwer Academic Publishers.

DALEN D. M. et GOMEZ-LOBO A. (2003), « Yardsticks on the road: Regulatory contracts and cost efficiency in the Norwegian bus industry », *Transportation*, n°30, pp. 371-386.

DEACON J., VAZIRI M. (1986), « Choosing performance indicators for transit decision making », *Transport Policy and Decision Making*, n°3, pp. 323-340.

¹⁷ c'est aussi le cas pour Matas et Raymond [1998]

Efficiency des transports collectifs urbains

- DE BORGER B. et KERSTERNIS K. (2000), « The performance of bus transit operators ». In D. Hensher and K. Button (eds), *Handbook of Transport Modelling*, New York: Pergamon, pp. 577-595.
- DE BORGER B., KERSTENS K. et COSTA A. (2002), « Public transit performance: what does one learn from frontier studies », *Transport Reviews*, 22(1), pp. 1-38.
- DEBREU G. (1951), « The Coefficient of Resource Utilization », *Econometrica*, 19(3), pp. 273-292.
- FARRELL M.J. (1957), « The Measurement of Productive Efficiency », *Journal of the Royal Statistical Society (series A)*, 120(3), pp. 253-281.
- GAGNEPAIN P., IVALDI M., 2002, “ Incentive Regulatory Policies: The Case of Public Transit Systems in France ”, *RAND Journal of Economics*, 33(4), winter 2002, pp. 605-629.
- GUYON G. (2000), *Transport collectif urbain de voyageurs*, Paris : CELSE.
- KERSTENS K. (1999), « Decomposing Technical Efficiency and Effectiveness of French Urban Transport », *Annales d'économie et de statistique*, n° 54.
- LEIBENSTEIN H. (1966), « Allocative Efficiency versus 'X-efficiency' », *American Economic Review*, 56, pp. 392-415.
- MATAS A. et RAYMOND J-L. (1998), « Technical characteristics and efficiency of urban bus companies: The case of Spain », *Transportation*, n°25, pp. 243-263.
- MEEUSEN W. et VAN DEN BROECK J. (1977), « Efficiency Estimation from Cobb-Douglas Production Functions with Composed Error », *International Economic Review*, 18, pp. 435-444.
- MURILLO-ZAMORANO L. R. (2004), « Economic Efficiency and Frontier Techniques », *Journal of Economic Survey*, 18(1).
- OUM T. H., WATERS II W. G. et YU C. (1999), « A Survey of Productivity and Efficiency Measurement in Rail Transport », *Journal of Transport Economics and Policy*, 33(1), p. 9-42.
- PERELMAN S. et PESTIAU P. (1994), « A Comparative Performance Study of Postal Services: A productive Efficiency Approach », *Annales d'économie et de statistique*, n° 33, pp. 187-202.
- SAKANO, OBENG et AZAM (1997), "Subsidies and inefficiency: stochastic frontier approach", *Contemporary Economic Policy*, 15, pp. 113-127
- SAKANO et OBENG (1995), "Re-examination of inefficiencies in urban transit systems: a stochastic frontier approach", *Logistic and transportation review*, 31, pp. 377-392
- SCHMIDT P. et SICKLES R.C. (1984), “Production frontier and panel data”, *Journal of Business & Economic statistics*, 2(4), pp. 367-374
- STONE M. (2002), « How not to measure the efficiency of public services (and how one might) », *Journal of the Royal Statistical Society (series A)*, 165(3), pp. 405-422

Annexe : Elasticités dans la fonction translog

$$\ln(y) = \beta_0 + \sum_i \beta_i \ln(x_i) + \sum_i \sum_j \beta_{ij} \ln(x_i) \ln(x_j)$$

$$\text{Elasticité d'un facteur : } \varepsilon_i = f_i \frac{x_i}{y} = \frac{\partial \ln(y)}{\partial \ln(x_i)} = \beta_i + \sum_j \beta_{ij} \ln(x_j)$$

$$\text{Rendements d'échelle : } \varepsilon = \sum_i \varepsilon_i$$

Elasticité de substitution :

$$\text{➤ Elasticité de substitution directe}^{18} : DES_{ij} = \frac{x_i f_i + x_j f_j}{x_i x_j} \frac{f_i f_j}{2 f_{ij} f_i f_j - f_{ii} f_j^2 - f_{jj} f_i^2}$$

$$\text{➤ Elasticité de substitution partielle d'Allen : } AES_{ij} = \frac{\sum_k x_k f_k}{x_i x_j} \frac{F_{ij}}{|F|}$$

$$\text{➤ Elasticité de substitution de Morishima}^{19} : MES_{ij} = \frac{f_j}{x_i} \frac{F_{ij}}{|F|} - \frac{f_j}{x_j} \frac{F_{ij}}{|F|}$$

Avec :

$$f_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{y}{x_i} \left(\beta_i + \sum_j \beta_{ij} \ln(x_j) \right)$$

$$f_{ij} = \frac{y}{x_i x_j} (\beta_{ij} + \varepsilon_i \varepsilon_j)$$

$$f_{ii} = \frac{y}{x_i^2} (\beta_{ii} + \varepsilon_i^2 - \varepsilon_i)$$

$|F|$ est le déterminant du hessien bordé de f

F_{ij} est le cofacteur associé à f_{ij} de F

¹⁸ Cette mesure de l'élasticité de substitution est limitée car elle se fonde sur l'hypothèse que les autres facteurs sont fixes. En tout état de cause, elle ne peut s'interpréter qu'à court terme.

¹⁹ Pour une comparaison entre les élasticités d'Allen et de Miroshima : Blackorby et Russell (1989)