

Hétérogénéité des croyances, prix du risque et volatilité des marchés

Elyès Jouini, Clotilde Napp

▶ **To cite this version:**

Elyès Jouini, Clotilde Napp. Hétérogénéité des croyances, prix du risque et volatilité des marchés. Revue d'économie financière, 2004, 74, pp.125-138. halshs-00176465

HAL Id: halshs-00176465
https://shs.hal.science/halshs-00176465

Submitted on 3 Oct 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Hétérogénéité des croyances, prix du risque et volatilité des marchés

E. Jouini
CEREMADE Université Paris 9-Dauphine
Place du maréchal de Lattre de Tassigny
75775 Paris Cedex 16
jouini@ceremade.dauphine.fr
phone : + 33 1 44 05 42 26
fax : + 33 1 44 05 48 49

C. Napp
CEREMADE Université Paris 9-Dauphine and CREST

1. Introduction

Les divergences des analystes dans leurs prévisions des résultats futurs des entreprises est un fait. De manière plus générale, la divergence d'opinion des investisseurs quant à l'évolution future des cours boursiers ou des fondamentaux de l'économie est largement étayée dans la littérature. Il y a cependant peu d'études relatives à l'impact de cette divergence sur les prix, les taux d'intérêt et la volatilité des marchés.

Les périodes à forte divergence de prévisions sont elles différentes du point de vue du comportment des prix? Les actifs pour lesquels la divergence est la plus forte ont-ils des comportements spécifiques?

Le but de cet article est d'analyser les conséquences de l'introduction de croyances subjectives hétérogènes dans le modèle d'équilibre standard. Plus précisément, en partant d'un marché avec croyances hétérogènes, nous tenterons de répondre aux questions suivantes : 1) est-il possible de définir une croyance de consensus, c.-à-d. une croyance qui, si elle était commune à tous les individus, produirait les mêmes prix d'équilibre et les mêmes volumes d'échange que dans l'économie initiale? 2) est-il encore possible dans un tel contexte de définir un agent représentatif? 3) quel est l'impact de l'hétérogénéité des croyances sur la prime de risque (ou le prix du marché du risque) ? 4) quel est l'impact de l'hétérogénéité des croyances sur les taux d'intérêt? 5) quel est l'impact de l'hétérogénéité des croyances sur le prix des actifs financiers et sur leur volatilité?

Au travers des deux premières questions, l'enjeu est de comprendre si les économies dans lesquelles les agents ont des anticipations hétérogènes ont un comportement fondamentalement différent de celles où les agents ont les mêmes anticipations. En d'autres termes, il s'agit de comprendre si le marché réagit à l'hétérogénéité des croyances simplement comme si l'on était en présence d'un individu moyen avec une croyance moyenne ou plutôt comme si cette hétérogénéité était, par elle même, une source d'information sur les prix futurs. Les trois questions suivantes permettront de mieux appréhender l'impact de l'hétérogénéité des croyances sur les fondamentaux de l'économie et sur la volatilité des marchés.

Il est à remarquer que même dans le cas où l'hétérogénéité n'aurait pas d'impact intrinsèque et où elle serait intégrée dans les prix via une croyance moyenne, les questions relatives à l'impact de cette hétérogénéité n'en demeurent pas moins pertinentes. En effet, selon que la croyance moyenne prise en compte dans les prix pondère plus les agents « optimistes » ou « pessimistes», la prime de risque d'équilibre sera plus ou moins élevée que celle prédite dans un modèle standard. Nous verrons que cette question de la détermination des poids relatifs des différentes catégories d'investisseurs est un élément important de l'analyse de l'hétérogénéité. Nous verrons également que par delà cet effet relatif, l'hétérogénéité a également, par elle même, un impact qui ne peut être simplement modélisée dans le cadre d'une croyance moyenne.

Cet aspect de la question nous permettra d'ailleurs d'apporter un éclairage nouveau sur une controverse empirique puisque selon Cragg et Malkiel (1982), l'hétérogénéité des croyances peut s'interpréter sur les marchés comme une source de risque supplémentaire, elle conduit donc à une prime de risque plus élevé alors que selon Diether, Malloy et Scherbina (2002), les actifs sur lesquels pèse la plus grande incertitude en matière de prévisions sont ceux qui, en moyenne, ont la prime de risque la plus faible.

Par delà l'impact sur la prime de risque, notre intérêt se portera également sur les taux d'intérêt d'équilibre, les prix des actifs et leur volatilité.

Dans toute notre analyse, nous prendrons les croyances subjectives comme données. Comme dans Varian (1985, 1989), Abel (1989) ou Harris et Raviv (1993), ces croyances reflètent la divergence de vues parmi les agents plutôt que la différence d'information; en effet, nous supposons que les investisseurs reçoivent les mêmes informations mais qu'ils différent dans leur manière de les interpréter. Notre analyse ne prend donc pas du tout en compte les asymétries d'information ce qui n'empêche pas que les croyances subjectives que nous considérons peuvent être issues d'un processus de mise à jour bayésienne de la distribution a priori des rendements des actifs risqués comme dans Williams (1977), Detemple et Murthy (1994), Zapatero (1998), Gallmeyer (2000), Basak (2000), Gallmeyer et Hollifield (2002). Dans tous ces modèles de formation bayésienne des croyances, la construction des croyances individuelles se fait de manière totalement indépendante du processus de choix de portefeuille et donc de la construction des prix d'équilibre (voir par exemple le Genotte, 1986). Il est donc possible de se focaliser sur les prix en considérant les croyances comme données. La formation de ces croyances n'ayant pas d'impact direct sur notre analyse, nous imposerons simplement que les probabilités subjectives sont équivalentes entre elles c'est à dire que les états possibles pour un agent le sont pour tous les autres et que ces derniers ne diffèrent que par la probabilité accordée à cet état.

Enfin et puisque nous voulons nous concentrer sur l'impact de la présence de la croyances hétérogènes, nous considèrerons cette question dans le contexte d'un modèle standard et en particulier nous ne supposerons ni la présence de contraintes de vente à découvert, ni celle de coûts de transactions,...

L'article est organisé comme suit. La section 2 rappelle des résultats dus à Jouini et Napp (2003) qui constitueront pour notre analyse un cadre de référence et qui nous permettrons de mettre en place les briques élémentaires d'une analyse plus détaillée de l'impact de la divergence d'opinion. Plus précisément, cette section établit que étant donné un équilibre de marché obtenu avec des probabilités hétérogènes, il existe une croyance de consensus, qui, si elle était commune à tous les investisseurs conduirait, à l'équilibre, aux mêmes prix et aux mêmes échanges. L'existence d'une telle croyance de consensus est obtenue moyennant l'introduction d'un facteur d'escompte sur les revenus et consommations futurs. Ce facteur d'escompte peut être positif ou négatif selon, que l'investisseur moyen est plus ou moins prudent. Une interprétation possible de ce résultat consiste alors à considérer la dispersion des croyances comme source de risque. En effet, quand il y a plus de risque dans un marché et selon le degré de prudence des investisseurs, il est bien connu que ces derniers réduisent ou augmentent leur consommation courante (par rapport à leur consommation future), agissant comme si leur utilité avait été escomptée par un taux d'escompte positif ou négatif.

Du fait de la présence de ce facteur d'escompte inexistant a priori dans le modèle à croyances homogènes, le modèle à croyances hétérogènes ne peut pas en général se réduire à un modèle avec croyance homogène dans lequel la croyance prise en compte par les marchés serait simplement une moyenne pondérée des croyances individuelles.

Ainsi, il apparaît qu'il y a essentiellement deux effets liés à l'hétérogénéité des croyances. Il y a tout d'abord un effet de changement de probabilité, la probabilité de consensus étant une moyenne pondérée des différentes probabilités subjectives et en second lieu, un effet d'escompte. Nous terminons la section 2 en montrant que pour la classe des fonctions d'utilité à tolérance au risque linéaire (HARA), il est possible de calculer explicitement la probabilité de consensus et de caractériser les situations où le taux d'escompte est positif (resp. négatif). Pour cette classe de fonctions d'utilité (qui inclut l'utilité logarithmique, l'utilité exponentielle aussi bien que les

fonctions puissance), il s'avère que la probabilité de consensus est une moyenne pondérée des croyances individuelles et que le processus d'escompte est directement lié à la dispersion de ces croyances individuelles.

Dans la section 3, nous analysons l'impact de ces deux effets sur le prix du marché du risque et sur les taux d'intérêt. En particulier, nous montrons que seul le changement de probabilité a un impact sur le prix du risque. Nous constatons que la formule du CCAPM sous la croyance hétérogène est donnée par la formule du CCAPM dans une économie où tous les investisseurs partageraient la même croyance, à savoir la croyance de consensus obtenue par notre procédé d'agrégation. L'impact de l'introduction des croyances hétérogènes sur le prix du risque est alors très clair : elle conduit à une augmentation (resp. diminution) du prix du risque si et seulement si la probabilité de consensus est pessimiste (resp. optimiste), où pessimiste signifie que les prévisions de rendements sont en moyenne inférieures aux rendements qui seront objectivement observés. En fait, la prime de risque subjective prévue est la même pour les agents pessimistes et pour les agents optimistes et la raison pour laquelle le pessimisme induit une hausse de la prime de risque n'est pas qu'un agent pessimiste exige une prime de risque plus élevée. En fait, il exige la même prime mais son pessimisme le conduit à sous-estimer le taux de rendement moyen des actifs risqués (laissant inchangée son évaluation du taux sans risque). Ainsi, la prime de risque moyenne objective est-elle plus grande que la prime de risque moyenne subjective et donc plus grande que la prime d'équilibre obtenue dans le modèle standard. Ces résultats sont conformes à ceux d'Abel (2000), de Cecchetti et al. (2000), de Hansen et al. (1999), ou d'Anderson et al. (2000), qui s'intéressent à des distorsions de croyances liées au comportement individuel des agents. La différence principale entre ces références et ce que nous faisons dans le présent article se situe dans le fait que dans notre cadre, l'optimisme/pessimisme n'est pas supposé au niveau individuel mais apparaît plutôt au niveau global comme la résultante des différentes croyances individuelles. En particulier, il est possible d'avoir de l'optimisme/pessimisme au niveau global, même dans des modèles où la croyance moyenne (équipondérée) est neutre c'est à dire qu'elle n'est ni optimiste, ni pessimiste.

Contrairement à ce qui se passe pour la prime de risque d'équilibre, tant le changement de probabilité que le facteur d'escompte ont un impact sur les taux d'intérêt. Il apparaît que le changement de la probabilité contribue à un abaissement des taux si et seulement si la probabilité de consensus est pessimiste. En effet, si l'agent représentatif est pessimiste au sujet du taux de croissance de l'économie, il essayera de réduire sa consommation courante et d'augmenter son épargne courante. Cette tentative d'augmenter son épargne aura alors un effet baissier sur les taux d'intérêt. Par ailleurs, lorsqu'il est positif, le facteur d'escompte contribue à une augmentation du taux d'intérêt. En effet, un taux d'escompte positif signifie que la consommation future est moins importante pour l'agent représentatif que la consommation présente, d'où un taux d'intérêt d'équilibre plus élevé.

Dans la section 4, nous remarquons que l'impact de la dispersion des croyances est directement lié à la corrélation entre la richesse et le degré d'optimisme. Il y a par exemple un biais, vers l'optimisme, dans la probabilité de consensus et une baisse de la prime de risque si l'on suppose qu'il y a une corrélation positive entre la richesse et l'optimisme, comme cela semble être empiriquement le cas. En effet, et à titre d'exemple, l'indice du sentiment des ménages édité par l'université du Michigan est systématiquement plus haut pour des familles avec des revenus au-dessus de \$50 000 que pour des familles avec des revenus en dessous de \$50 000.

Ainsi et quoique les contraintes de vente à découvert ne fasse pas partie de notre modèle

(comme, par exemple, dans Miller (1977)), nous constatons que les prix reflètent les vues des plus optimistes. Ceci signifie que les actifs pour lesquels la dispersion des prévisions est la plus élevée devraient avoir de plus faibles rendements. Ce résultat est alors conforme aux résultats de Diether et al (2002) qui constatent qu'à niveau de risque égal, les actifs pour lesquels la dispersion des prévisions est la plus grande ont la prime de risque la plus faible.

2. Des croyances hétérogènes à une croyance de consensus

Dans le cadre usuel du modèle d'équilibre des marchés financiers (MEDAF) ou (CAPM) de Sharpe (1964) et Lintner (1965) ou dans le cadre de sa version dynamique prenant en compte la consommation (CCAPM, Ingersoll, 1987, Huang et Litzenberger, 1988, Duffie, 1996), tous les agents sont supposés avoir les mêmes anticipations. Il apparaît alors que les prix d'équilibre peuvent s'interpréter comme résultant des choix de portfeuille d'un agent unique dit agent représentatif. La théorie de l'agent représentatif est ainsi devenue un outil incontournable de l'analyse des marchés finnaciers. La grande simplicité d'utilisation et d'interprétation de ces modèles ont conduit à de nombreuses études empiriques ainsi qu'à de multiples prolongements théoriques.

Cependant, comme le signale Williams (1977), de nombreux effets ne sont pas pris en compte dans ces modèles désormais standards et le plus important d'entre eux est certainement l'hétérogénéité des croyances et des prévisions des agents économiques. De nombreux autres auteurs ont confirmé que la diversité des prévisions des investisseurs est un élément important à prendre en compte pour une bonne compréhension du fonctionnement des marchés financiers (voir, par exemple, Lintner (1969), Rubinstein (1976), Miller (1977), Williams (1977), Mayshar (1983), Cragg et Malkiel (1982), Varian (1985,1989), Abel (1989), Harris et Raviv (1993), Detemple et Murthy (1994),Basak (2000), Gallmeyer (2000), Gallmeyer et Hollifield (2002), Calvet et al. (2002), Diether et al. (2002).

L'objet de cette section est de présenter une généralisation du CCAPM à un cadre dans lequel les agents ont des anticipations hétérogènes. Plus précisément, nous répondons aux deux questions suivantes :

1. Est-il possible de définir une croyance de consensus qui, si elle était partagée par tous, conduirait aux mêmes prix et aux mêmes échanges que ceux qui sont effectivement observés?

2. Est-il encore possible de définir un agent représentatif et de faire le lien entre la prime de risque et l'aversion au risque de cet agent comme dans le cadre standard?

Jouini et Napp (2003) répondent positivement à ces deux questions et montrent plus précisément que dans un modèle où l'agent i maximise, sous sa contrainte de richesse, l'espérance d'utilité résultant de sa consommation future $E^{Q^i}\left[\int_0^T u_i(t,c_t)dt\right]$, où Q^i correspond à la probabilité subjective de l'agent considéré, où u_i correspond à sa fonction d'utilité et où c_t correspond à sa consommation à la date t, il existe une probabilité de consensus Q , une fonction d'utilité représentative u et un taux d'escompte μ tels que les prix observés à l'équilibre dans le modèle de départ sont les mêmes que ceux observés dans un modèle à un seul agent de fonction d'utilité u, de richesse égale à la richesse agrégée de l'économie, de probabilité subjective Q et dont l'objectif serait de maximiser, sous sa contrainte de richesse, l'espérance actualisée par le taux d'escompte de l'utilité résultant de sa consommation future, i.e. $E^Q\left[\int_0^T \exp\left(-\int_0^t \mu_s ds\right) u(t,c_t)dt\right]$.

Leur résultat est obtenu sous des conditions très générales sur les fonctions d'utilité. Cependant, pour mieux illustrer notre propos nous présentons ci-après une construction explicite de cette croyance de consensus pour les fonctions d'utilité HARA.

1. Si toutes les fonctions d'utilité sont exponentielles, alors la fonction d'utilité de l'agent représentatif l'est également et la densité de la probabilité de consensus escomptée est égale à la moyenne géométrique, pondérée par les tolérances au risque individuelles, des densités des probabilités individuelles. En fait, cette moyenne géométrique ne correspond pas à une densité de probabilité. En effet, les inégalités de convexité usuelles permettent de voir que l'espérance de la moyenne géométrique n'est pas égale à l'espérance commune des densités individuelles (c'est à dire 1). Le taux d'escompte est donc défini comme le coefficient à appliquer à cette moyenne géométrique pour en faire une densité de probabilité.

2. Si les fonctions d'utilité sont des fonctions puissances ou logarithmiques, alors il en est de même pour la fonction d'utilité de l'agent représentatif et la densité de la probabilité de consensus escomptée à la puissance η est égale à la moyenne arithmétique, pondérée par les tolérances au risque individuelles, des densités des probabilités individuelles élevées à la même puissance.

En général et sauf dans le cas logarithmique, cette moyenne n'est pas la densité d'une probabilité, $\exp\left(-\int_0^T \mu_s ds\right)$ n'est alors pas égal à 1 et μ_s n'est pas identiquement nul.

Cela signifie donc bien, qu'en général, l'agrégation des croyances individuelles en une croyance commune induit un biais spécifique que nous allons analyser plus précisément dans ce qui suit.

Afin de spécifier un peu plus le modèle, considérons un modèle en temps continu dans lequel le risque est gouverné par un mouvement brownien standard. La richesse totale de l'économie et les densités individuelles M^i suivent alors des équations du type

$$de_t^* = \alpha_t e_t^* dt + \beta_t e_t^* dW_t, \qquad \beta > 0, \qquad dM_t^i = \delta_t^i M_t^i dW_t, \qquad M_0^i = 1.$$

Pour l'agent i, le taux de croissance moyen est alors $\alpha + \beta\delta^i$ ce qui permet d'interpréter δ^i comme le degré d'optimisme de l'agent considéré. Si δ^i est positif, l'agent surévalue le taux de croissance moyen et si δ^i est négatif, il sous-évalue ce taux de croissance moyen. On désignera par δ, le degré d'optimisme/pessimisme de la probabilité de consensus.

On obtient alors que pour des fonctions d'utilité HARA,

$$\delta = \sum_{i=1}^{N} \kappa^i \delta^i = E^\kappa[\delta], \qquad \mu = -\frac{1}{2}(\eta - 1) Var^\kappa[\delta]$$

où les κ^i vérifient $\sum_{i=1}^N \kappa^i = 1$ et sont proportionnels aux tolérances au risque des agents respectivement associés.

Pour cette classe de fonctions d'utilité δ est alors égal à la moyenne pondérée par les tolérances au risque individuelles des δ^i et μ est proportionnel à leur variance. Les prix d'équilibre dans le cadre des croyances hétérogènes correspondent donc à des prix d'équilibre dans un modèle à croyances homogènes dans lequel la croyance commune serait la croyance moyenne et dans lequel les agents appliqueraient un facteur d'escompte à leur utilité future. Ce facteur est proportionnel à la dispersion des croyances d'origine et rend donc compte du dégré d'hétérogénéité des croyances.

En outre, il est facile de voir que μ est positif si et seulement si $\eta < 1$. Une interprétation possible de ce résultat pourrait être la suivante. Le paramètre η mesure le dégré de prudence de l'agent. Lorsque le niveau de risque augmente dans l'économie, selon que l'investisseur est plus ou moins prudent, il est facile de montrer que ce dernier réduit ou augmente sa consommation courante par rapport à sa consommation future. Par exemple, pour $\eta < 1$, l'investisseur est prudent et augmente sa consommation courante agissant comme si son utilité avait été escomptée par un taux d'escompte positif. Le raisonnement inverse mène à un taux d'escompte négatif si $\eta > 1$. Dans notre contexte, tout se passe donc comme si la dispersion des croyances était interprétée comme source de risque puisqu'elle conduit à l'apparition d'un facteur d'escompte dont l'effet principal est un transfert entre consommation courante et consommation future (dans un sens déterminé par la position de η par rapport à 1) et que cet effet est tout à fait analogue à celui qui serait observé si l'on augmentait le niveau de risque dans l'économie.

3. Croyances hétérogènes, prime de risque et taux d'intérêt

L'impact de l'hétérogénéité des croyances sur les prix devient facile à analyser. Il suffit de réécrire les équations usuelles du CCAPM en prenant en compte à la fois le changement de probabilité et le facteur d'escompte. Il s'avère alors tout d'abord que ce dernier n'a aucun impact sur le prix du risque, c'est à dire la rémunération en terme de rendement excédentaire (par rapport au taux sans risque) de chaque unité de risque supplémentaire. Il s'avère également que l'hétérogénéité des croyances conduit à un prix du risque plus élevé si et seulement si la probabilité de consensus est pessimiste. En fait, le prix du risque subjectivement anticipé n'est pas modifié par l'introduction d'un certain degré de dispersion des croyances ou de pessimisme. En d'autres termes, la raison pour laquelle le pessimisme augmente le prix du risque n'est pas que les consommateurs pessimistes exigent une rémunération du risque plus élevée. Ils exigent le même niveau de rémunération du risque qu'un agent standard mais sous-estiment en revanche le taux de rendement des actifs ce qui revient à surestimer le risque associé à un rendement donné.

Ces résultats sont cohérents avec ceux d'Abel (2000), Cechetti et al. (2000), Epstein et Wang (1994), Hansen et al. (1999), ou Anderson et al. (2000), qui introduisent dans leurs modèles des distorsions de croyances liées à des comportements individuels. Ainsi, Abel (2000) montre dans un modèle en temps discret que si les agents sont pessimistes, la prime de risque est plus élevée. Dans notre cadre, et à la différence de celui d'Abel (2000), il n'est pas nécessaire que les agents soient individuellement pessimiste car le pessimisme au niveau global suffit à assurer une augmentation du prix du risque.

Quant à l'effet du taux d'escompte sur les taux d'intérêt, il est également facile à analyser. Un taux d'escompte positif signifie que la consommation future est moins importante pour l'agent représentatif, ce qui conduit à un taux d'intérêt d'équilibre plus élevé. Ce résultat apporte un éclairage intéressant sur l'énigme du taux sans risque. Comme souligné par Weil (1989), une valeur de beta au-dessus de 1 (qui correspond dans notre contexte à un taux d'escompte négatif) est la solution théorique de l'énigme du taux sans risque. La principale différence cependant entre notre cadre et celui de Weil (1989) est que le taux d'escompte apparaît chez nous de manière endogène et est lié à la dispersion des croyances alors que dans Weil (1989), ce taux d'escompte est considéré comme donné et partie intégrante du comportement individuel des agents. Dans un tel contexte, un taux négatif devient impossible à justifier puisqu'il supposerait que les agents préfèrent le futur au présent ce qui ne correspond pas du tout à ce que montrent

les études empiriques.

L'effet du changement de probabilité quant à lui correspond à un abaissement du taux d'intérêt sans risque lorsque la probabilité de consensus est pessimiste. En effet, si les consommateurs sont pessimistes au sujet du taux de croissance de l'économie, ils essayeront de réduire la consommation courante et d'augmenter l'épargne courante. La tentative d'augmenter l'épargne courante conduit alors à une baisse des taux d'intérêt.

En combinant les deux effets, nous obtenons que l'hétérogénéité des croyances des investisseurs conduit à une augmentation des taux d'intérêts si la probabilité globale est optimiste et si le taux d'escompte est positif. Dans le cas où les deux effets s'opposent, c'est l'effet changement de probabilité qui l'emporte tant que la dispersion des croyances reste suffisamment faible.

En ce qui concerne les actifs risqués, l'effet du facteur d'escompte, dans le cas le plus cohérent d'un coefficient de prudence inférieur à un, est vers un abaissement du prix des actifs ce qui signifie que les prix des actifs dans le modèle à croyances hétérogènes sont inférieurs au prix des actifs dans un modèle où tous les investisseurs partagent la même probabilité. L'effet du changement de probabilité est également une baisse des prix des actifs dans le cas d'une probabilité de consensus optimiste.

4. Effet sur la dynamique des prix

Quittons à présent les modèles pour tenter d'utiliser les briques élémentaires analysées ci-dessus pour une meilleure compréhension de la dynamique des prix et notamment l'impact des phénomènes que nous avons étudiés sur la volatilité des marchés.

Tout d'abord nous avons vu que la probabilité de consensus est une moyenne des probabilités individuelles pondérée par les tolérances individuelles au risque. Dans le cas des fonctions d'utilité CRRA (constant relative risk aversion), les tolérances au risque sont proportionnelles à la richesse et il en résulte que la probabilité de consensus sera optimiste ou pessimiste selon que les acteurs les plus riches seront optimistes ou pessimistes. Les études sur le sentiment des ménages conduites par l'Université du Michigan laissent penser que les ménages les plus riches sont les plus optimistes ce qui nous amène à conclure que la probabilité de consensus va avoir un biais vers l'optimisme. Il s'agit cependant d'un optimisme/pessimisme relatif et cela ne signifie donc pas que les prévisions sous la probabilité de consensus seront toujours supérieures aux réalisations.

Par ailleurs, toutes les études empiriques montrent que le coefficient de prudence est plutôt inférieur à un ce qui, dans notre cadre, signifie que le taux d'escompte doit plutôt être considéré comme positif.

L'impact de l'hétérogénéité des croyances est alors

- une baisse de la prime de risque,
- une hausse des taux d'intérêt,
- une baisse des prix des actifs risqués.

En période d'instabilité informationnelle des marchés, c'est à dire au cours de périodes caractérisées par de nombreuses informations contradictoires ou pouvant être diversement interprétées, la dispersion des croyances augmente ce qui implique immédiatement une baisse des prix, une hausse des taux et une baisse de la prime de risque. Cette situation tout en maintenant une dispersion des croyances élevées va induire un biais dans les croyances des agents vers plus de pessimisme ce qui conduira alors vers une augmentation de la prime de risque mais

à des effets contradictoires sur les prix et les taux d'intérêt. Il devrait alors en résulter une augmentation de la volatilité des prix des actifs risqués.

Ainsi alors même que les informations arrivant sur le marché ne sont a priori ni bonnes ni mauvaises et en particulier n'oscillent pas de bonnes à mauvaises, c'est à dire qu'il n'y a pas de volatilité informationnelle, les prix peuvent devenir de plus en plus volatils en réponse à une augmentation de la dispersion des croyances des agents. Le marché semble alors comme fou sans raisons apparentes. Pour peu que les tentatives de réduire cette volatilité soient aussi désordonnées que les diagnostics, la dispersion des croyances s'en trouvera confortée et il semblera difficile de remédier à l'augmentation de la volatilité.

La solution en pareil cas semble alors de tenter de rapprocher les croyances notamment par des effets d'annonce comme cela se pratique souvent sur le marché des changes ou le marché des taux. Interviennent cependant à ce niveau d'autres phénomènes qui sortent du cadre de notre analyse mais qui ont clairement été mis en lumière par les psychologues : les phénomènes de sur-confiance. Ainsi, une même information donnée à des acteurs dont l'analyse diverge peut conduire à une divergence encore plus grande. L'apport de nouvelles informations ne résout donc pas tout, il faut que ces informations soient fiables, crédibles et surtout qu'elles rapprochent les points de vue par une analyse en profondeur de la situation. Les simples effets d'annonce sont, quant à eux, analysés comme tels et renforcent chaque camps dans ses convictions. Lorsque les prix sont bas et que tous les "gourous" annoncent que c'est le moment d'acheter, cela peut être interprété à la lettre ou comme autant de tentatives désespérées de faire remonter les prix et donc comme un signal de situation encore plus difficile qu'on ne l'anticipait.

Le même raisonnement peut continuer à s'appliquer dans un cadre où la croyance moyenne (non-pondérée) des agents serait pessimiste et où le biais vers l'optimisme induit par la dispersion des croyances, quoique réel, serait insuffisant à compenser le pessimisme initial. Les actifs à dispersion de prévision élevée continuerait à avoir des rendements plus faibles mais la prime de risque moyenne serait plus élevée que dans le modèle standard, et les taux d'intérêt seraient inférieurs à ceux du modèle standard. Ceci apporte alors un éclairage particulièrement intéressant sur l'énigme de la prime de risque ainsi que sur l'énigme du taux d'intérêt sans risque (Mehra et Prescott, 1985, et Weil, 1989).

5. Conclusion

Dans cette analyse, nous avons illustré l'impact de la divergence d'opinions sur les prix des actifs, sur la prime de risque et sur les taux d'intérêt. La probabilité objective utilisées dans les modèles usuels (CAPM, CCAPM) doit alors être remplacée dans ce contexte par une probabilité moyenne. Cette transformation est cependant insuffisante et l'impact de l'hétérogénéité ne se réduit pas à remplacer la probabilité objective par une croyance de consensus. La divergence d'opinions est source de comportments spécifiques et les périodes à forte volatilité informationnelle vont conduire les marchés à sur-réagir par rapport à ce qui est prédit par les modèles usuels même si l'on remplace dans ces modèles usuels les anticipations rationnelles de la théorie économique par des anticipations moyennes ou de consensus.

Cette sur-réaction devrait alors avoir à son tour un effet sur les croyances et induire en conséquence une période d'instabilité tant informationnelle que réelle (forte volatilité des prix).

La réduction de cette instabilité passe alors par une réduction de la divergence d'opinions. Cette tâche est d'autant plus complexe qu'elle fait appel à des ressorts psychologiques liés au

mimétisme, à la sur-confiance et à la défiance qui sortent du cadre de la présente analyse.

References

[1] Abel, A., 1989. Asset prices under heterogeneous beliefs: implications for the equity premium. Mimeo, University of Pennsylvania.

[2] Abel, A., 2000. An exploration of the effects of pessimism and doubt on asset returns. Mimeo, University of Pennsylvania.

[3] Anderson, E., L.-P., Hansen and T. Sargent, 2000. Robustness, detection and the price of risk. Mimeo, Stanford University.

[4] Basak, S., 2000. A model of dynamic equilibrium asset pricing with heterogeneous beliefs and extraneous risk. Journal of Economic Dynamics and Control, 24, 63-95.

[5] Basak, S. and D. Cuoco, 1998. An equilibrium model with restricted stock market participation, Review of Financial Studies, 11, 309-341.

[6] Calvet, L., Grandmont, J.-M., and I. Lemaire, 2002. Aggregation of heterogenous beliefs and asset pricing in complete financial markets. Working Paper.

[7] Cecchetti, S., Lam, P. and N. Mark, 2000. Asset pricing with distorted beliefs: are equity returns too good to be true? American Economic Review, 90, 787-805.

[8] Cragg, J. and B. Malkiel, 1982. Expectations and the Structure of Share Prices. University of Chicago Press, Chicago.

[9] Detemple, J. and S. Murthy, 1994. Intertemporal asset pricing with heterogeneous beliefs. Journal of Economic Theory, 62, 294-320.

[10] Diether, K., C. Malloy and A. Scherbina, 2002. Differences of opinion and the cross section of stock returns. Journal of Finance, vol. LVII(5), 2113-2141.

[11] Duffie, D., 1996. Dynamic Asset Pricing Theory. Princeton University Press, Princeton.

[12] Epstein, L. and T. Wang, 1994. Intertemporal asset pricing under Knightian uncertainty. Econometrica, 62 (2), 283-322.

[13] Gallmeyer, M., 2000. Beliefs and volatility. Working paper, Carnegie Mellon University.

[14] Gallmeyer, M. and B. Hollifield, 2002. An examination of heterogeneous beliefs with a short sale constraint. Working paper, Carnegie Mellon University.

[15] Genotte, G., 1986. Optimal portfolio choice under incomplete information. Journal of Finance, 41, 733-746.

[16] Grossman, S. and R. Shiller, 1981. The determinants of the variability of stock market prices, American Economic Review, 71(2), 222-227

[17] Harris, M. and A. Raviv, 1993. Differences of opinion make a horse race. Review of Financial Studies, 6(3), 473-506.

[18] Hansen, L.-P., T. Sargent and T. Tallarini, 1999. Robust permanent income and pricing. Review of Economic Studies, 66, 873-907.

[19] Huang, C.-F., and R. Litzenberger, 1988. Foundations of Financial Economics, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NewJersey.

[20] Ingersoll, J., 1987. Theory of Financial Decision Making, Rowman and Littlefield, Totowa, NewJersey.

[21] Jouini, E., and C. Napp, 2003, Consensus consumer and intertemporal asset pricing with heterogeneous beliefs, mimeo.

[22] Karatzas, I. and S. Shreve, 1988. Brownian Motion and Stochastic Calculus, Springer-Verlag.

[23] Kocherlakota, N. R., 1996. The equity premium: It's still a puzzle. Journal of Economic Literature, 34, 42-71.

[24] Lintner, J., 1969. The aggregation of investor's diverse judgements and preferences in purely competitive security markets. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 4, 347-400.

[25] Mayshar, J., 1983. On Divergence of opinion and imperfections in capital markets. American Economic Review, 73, 114-128.

[26] Mehra, R., and E. Prescott, 1985. The equity premium: a puzzle. Journal of Monetary Economics, 15, 145-162.

[27] Miller, E. M., 1977. Risk, Uncertainty, and divergence of opinion. Journal of Finance, 32, 1151-1168.

[28] Rubinstein, M., 1976. The strong case for the generalized logarithmic utility model as the premier model of financial markets. Journal of Finance, 31, 551-571.

[29] Sharpe, W. F., 1964. Capital asset prices : a theory of market equilibrium under conditions of risk, Journal of Finance, 19, 425-442.

[30] Varian, H., 1985. Divergence of opinion in complete markets. Journal of Finance, 40, 309-317.

[31] Varian, H., 1989. Difference of Opinion in Financial Markets. In Financial Risk: Theory, Evidence, and Implications. Stone C. C. (Ed.), Kluwer, Dordrecht, The Netherlands.

[32] Weil, P., 1989. The equity premium puzzle and the risk-free rate puzzle. Journal of Monetary Economics, 24, 401-421.

[33] Welch, I., 2000. Views of financial economists on the equity premium and on professional controversies. Working paper, Yale University.

[34] Williams, J. T., 1977. Capital asset prices with heterogeneous beliefs. Journal of Financial Economics, 5, 219-239.

[35] Zapatero, F., 1998. Effects on financial innovations on market volatility when beliefs are heterogeneous. Journal of Economics, Dynamics and Control, 22, 597-626.