

## LA CRITIQUE DE LA GENERALITE

Dans ce chapitre et le suivant, nous nous pencherons, non plus sur la nature de la théorie tractatuséenne du symbolisme, mais sur certaines de ces conséquences. Plus précisément, nous chercherons à démontrer que la nouvelle approche constitue une clé pour comprendre deux ensembles de remarques très énigmatiques : celles consacrées à la généralité, et celles consacrées à la philosophie. L'objectif poursuivi est double : d'une part, saisir le sens de paragraphes importants et difficiles ; d'autre part, confirmer notre interprétation précédente, en montrant qu'elle permet d'expliquer des textes réputés très obscurs.

La découverte de la quantification représente indubitablement une rupture fondamentale dans l'histoire de la logique. Le calcul des relations forme, chez Russell, le socle de la critique de la théorie kantienne des mathématiques<sup>1</sup>. La maîtrise de généralité est à l'origine, chez Frege, de l'assimilation de l'idéographie au langage de la pensée<sup>2</sup>. Les deux logiciens sont donc parfaitement conscients du rôle joué par la quantification dans leur programme, et dans la philosophie qui le supporte. Le nouveau calcul n'occupe pourtant, chez Wittgenstein, qu'une place très secondaire. Il ne fait l'objet de pratiquement aucun développement (quelques paragraphes seulement lui sont consacrés), et ne paraît jamais être considéré comme une innovation majeure. Que signifie cet effacement ? Le mutisme de Wittgenstein est d'autant plus incompréhensible qu'il s'est présenté lui-même, à plusieurs reprises, comme un partisan particulièrement zélé de la nouvelle logique<sup>3</sup>. Comment le philosophe, si prompt à railler la syllogistique, a-t-il pu passer sous silence ce qui représentait aux yeux de ses maîtres le cœur de leurs travaux ?

Nous avancerons ici deux explications. La position de Wittgenstein doit d'abord être reliée à la façon dont Russell et Frege présentent la quantification. L'auteur du *Tractatus* estime, non sans raisons, que les logiciens font appel de manière subreptice, au moment où ils introduisent les quantificateurs, à des considérations psychologiques. Son attitude très réservée doit se comprendre comme une critique de la confusion entre logique et psychologie. Pour Wittgenstein la généralité est une notation non analysée parfaitement ordonnée ; la différence entre ce symbolisme et le langage tabulaire est syntaxique ; on ne doit en conséquence pas faire appel, lorsque l'on cherche à comprendre la relation entre les deux langages, à des propriétés particulières de l'esprit humain.

Le philosophe adresse une autre objection à Frege et à Russell, qui ne touche pas tant à la façon dont ils présentent la quantification, qu'à l'usage qu'ils en font. Wittgenstein leur reproche de confondre dans leur construction des nombres entiers deux espèces fondamentalement différentes de concepts :

---

<sup>1</sup> *Pples*, §4, §§27-30.

<sup>2</sup> « Sur le but de l'idéographie », op. cit., pp. 77-79.

les fonctions propositionnelles ordinaires, dont l'extension est fixée par la réalité, et les pseudo-concepts qui déterminent de manière interne l'ensemble des objets qui les satisfont. Cette critique, précise et ponctuelle, a une signification plus générale : Wittgenstein, en refusant d'assimiler ce que les logicistes considéraient comme deux fonctions propositionnelles, condamne leur volonté de réduire l'ensemble des concepts mathématiques à des constructions quantificationnelles. Ce n'est donc pas, ici également, la nouvelle notation en tant que telle qui est visée, mais la façon dont les logicistes la chargent d'une interprétation qui fait d'elle le canon de toute réflexion possible sur les pratiques symboliques humaines.

### Quantification et fonction de vérité

Le paragraphe central concernant la quantification est, dans le *Tractatus*, le paragraphe 5. 501 :

Une expression entre parenthèses, dont les membres sont des propositions dont l'ordre est arbitraire, je la note par un signe de la forme «  $(\overset{\xi}{\phantom{x}})$  ». «  $\xi$  » est une variable dont les valeurs sont les membres de l'expression entre parenthèses ; et la barre au-dessus de la variable note que celle-ci représente l'ensemble de ses valeurs dans les parenthèses.

(Si par exemple  $\xi$  a les trois valeurs P, Q, R :  $(\overset{\xi}{\phantom{x}}) = (P, Q, R)$ .)

Les valeurs des variables sont fixées. On les fixe en décrivant les propositions dont la variable tient lieu.

Le mode de description des membres de l'expression entre parenthèses n'est pas essentiel.

Nous pouvons distinguer trois espèces de description : 1. L'énumération directe. En ce cas, nous pouvons, au lieu de la variable, poser simplement ses valeurs constantes. 2. La donnée d'une fonction  $f_x$ , dont les valeurs pour toutes les valeurs de  $x$  sont les propositions à décrire. 3. La donnée d'une loi formelle, selon laquelle ces propositions sont construites. En ce cas les membres de l'expression entre parenthèses sont l'ensemble des membres d'une série de formes.

Aux deux premières manières de spécifier les valeurs de la variable, Wittgenstein fait correspondre en 5. 51 sq. le calcul des propositions, et en 5. 52 sq. le calcul des prédicats<sup>4</sup>. Lorsqu'il soutient que les divers modes de détermination de la variable ne sont pas essentiels, il affirme ainsi que la différence entre le calcul des prédicats et le calcul des propositions n'est pas, d'un point de vue logique, fondamentale. C'est cette thèse, extrêmement étrange, qui a contribué à mettre le *Tractatus* à l'écart du développement de la logique mathématique. En réduisant la logique au calcul des propositions, en lui ôtant sa part la plus neuve et la plus riche, Wittgenstein en revient finalement à un stade de développement pré-fregéen, booléen, pourrait-on dire, de la logique.

<sup>3</sup> Voir par exemple la critique « assassine » qu'il fait du livre de Coffey *The Science of Logic* en 1913 ; Cf. *Philosophical Occasions*, op. cit., pp. 2-3.

<sup>4</sup> Alors que les deux premiers modes de spécification de la variable sont liés à un mode de notation particulier, le troisième ne l'est apparemment pas. Nous laissons pour l'instant de côté cette troisième façon de déterminer les valeurs de  $\xi$ .

De nombreux commentateurs<sup>5</sup> formulent les choses en disant que, dans le *Tractatus*, la quantification est conçue comme une conjonction ou une disjonction (selon qu'elle est universelle ou existentielle) possiblement infinie. On aurait selon eux ces définitions :

$$(1) \quad \forall xfx = fa \wedge fb \wedge fc \dots \text{ Df.}$$

$$\exists xfx = fa \vee fb \vee fc \dots \text{ Df.}$$

Si l'on trouve effectivement ces égalités dans les années trente<sup>6</sup>, jamais, dans le *Tractatus*, Wittgenstein ne présente de telles analyses. Il écrit seulement :

$$(2) \quad N(fx) = \sim \exists xfx$$

Rigoureusement parlant, les membres de droite des deux définitions en (1) sont en effet absurdes. Les points de suspension sont pour Wittgenstein le signe d'une série formelle ; or, l'ensemble des propositions instances de  $fx$  ne constitue pas une telle série ; on n'a donc pas le droit de faire apparaître des points de suspension en (1). Cette remarque ne remet pas en cause l'idée selon laquelle, pour Wittgenstein, rien de logiquement essentiel ne distingue une conjonction ou une disjonction d'une proposition générale ; elle récusé simplement une manière relativement courante de présenter cette idée.

Pour comprendre l'étonnante « réduction » opérée dans le *Tractatus*, il faut en revenir aux conceptions fregéennes et russelliennes de la quantification. Wittgenstein et ses maîtres se retrouvent sur un point :

Les valeurs des variables sont fixées. On les fixe en décrivant les propositions dont la variable tient lieu.<sup>7</sup>

Nous avons insisté, au chapitre deux, sur le fait que, pour Wittgenstein, il existe un rapport interne entre la fonction et son domaine de sens<sup>8</sup>. Cette idée est, comme nous l'avons expliqué, une reprise de la conception fregéenne selon laquelle le concept est insaturé. On la retrouve néanmoins, moins nettement affirmée il est vrai, aussi chez Russell :

Les valeurs d'une fonction sont présupposées par la fonction [...]. Ce qui est nécessaire, [c'est que] la totalité des valeurs soit donnée intensionnellement, de telle sorte que, à propos de n'importe quel objet assigné, on détermine, au moins théoriquement, si l'objet en question est ou non une valeur de la fonction.<sup>9</sup>

<sup>5</sup> Par exemple, M. Black, *A companion ...*, op. cit., p. 281 ; plus récemment, M. Marion, *Wittgenstein, Finitism, and the Foundations of Mathematics*, Oxford : Clarendon Press, 1998, p. 33.

<sup>6</sup> *Grammaire*, op. cit., ii, §8 ; CC 32-35, p. 6

<sup>7</sup> Cf. aussi 3. 316 sq : « Les valeurs que la variable propositionnelle peut prendre sont déterminées. / La détermination de ces valeurs est la variable ». La barre au-dessus de la lettre grecque «  $\xi$  » indique que c'est la totalité des valeurs de la variable, donnée avec la variable, qui est considérée.

<sup>8</sup> Dit autrement, « être une valeur possible de  $fx$  » n'est pas pour Wittgenstein une fonction propositionnelle, mais un concept formel. Cf. notre chap. 2 et *infra*.

<sup>9</sup> *Ppia*, trad. Roy, pp. 273-274. Le contexte montre que les valeurs dont Russell parle ici sont l'ensemble des propositions vraies ou fausses que l'on peut former à partir de la fonction.

Frege, Russell et Wittgenstein, admettent tous qu'il ne faut pas assimiler le domaine de sens d'une fonction à un domaine de vérité ; s'il est tout à fait possible de saisir le sens de  $fx$  sans savoir si un objet  $a$  tombe sous  $f$ , on ne peut pas comprendre  $fx$  sans savoir si  $f$  peut ou non être satisfaite par  $a$ <sup>10</sup>.

A partir de ce consensus (que l'on relativisera bientôt), une évaluation de ce qui distingue Wittgenstein et ses deux maîtres est possible. Dire que le mode de description des membres de l'expression entre parenthèses n'est pas essentiel, c'est dire que les valeurs spécifiées par une fonction propositionnelle sont, en droit, susceptibles d'être saisies extensionnellement. Ce point pose évidemment immédiatement une difficulté : que se passe-t-il dans le cas où les valeurs de  $fx$  sont en nombre infini – ou très important ? Aucune énumération n'est alors possible. Pour maintenir que le mode de description de la variable est logiquement inessentiel, on doit donc, soit se limiter à des cas où les valeurs d'une fonction sont en nombre fini, soit admettre la possibilité d'une saisie extensionnelle d'un ensemble infini. Aucune des deux branches de l'alternative ne paraît, au premier abord, satisfaisante.

Une telle difficulté ne se pose ni chez Frege, ni chez Russell, qui reconnaissent tous deux l'existence d'une différence substantielle entre la donnée intensionnelle et extensionnelle d'un ensemble de propositions. Une des propriétés essentielles de la description fonctionnelle est précisément de permettre le traitement des collections infinies. Citons Russell :

[...] Une fonction peut être appréhendée sans qu'il soit nécessaire d'appréhender ses valeurs séparément et individuellement. Si tel n'était pas le cas, aucune fonction ne pourrait être appréhendée, puisque le nombre de valeurs (vraies et fausses) d'une fonction est nécessairement infini, et qu'il y a nécessairement des arguments possibles dont nous n'avons pas de connaissance directe.<sup>11</sup>

Frege développe le même type d'argument<sup>12</sup>. On pourrait donc dire que, de ce passage de 5. 501 :

Les valeurs des variables sont fixées. On les fixe en décrivant les propositions dont la variable tient lieu.

Le mode de description des membres de l'expression entre parenthèses n'est pas essentiel

Frege et Russell acceptent les deux premières phrases, mais refusent la troisième.

Nous sommes maintenant en mesure de comprendre ce que Wittgenstein déclare en 5. 521 :

Je sépare le concept *tous* de la fonction de vérité.

Frege et Russell ont introduit la généralisation en connexion avec le produit ou la somme logique. Il était dès lors difficile de comprendre les propositions «  $(\exists x) . fx$  » et «  $(x) . fx$  », dans lesquelles les deux idées sont impliquées.

<sup>10</sup> Nous renvoyons le lecteur au chapitre 2 où nous avons analysé comment Wittgenstein et Frege distinguent domaine de sens d'une fonction (qui est donnée avec la fonction) et domaine de vérité. Nous avons vu que Russell pressentait la nécessité de cette distinction (le texte cité au-dessus le montre), mais avait du mal à la maîtriser ; sur ce point, voir *infra*.

<sup>11</sup> *Ppia*, trad. Roy, p. 274. Cf. également *Pples* § 60 : « Quand un concept de classe  $a$  est donné, il faut considérer que les divers termes appartenant à la classe le sont également. [...] De cette façon, une collection de termes peut nous être donnée autrement que par énumération. Qu'elle puisse l'être par un autre moyen que l'énumération ou le concept de classe, c'est là une question que je laisse pour le moment sans réponse. Mais la possibilité qu'a un concept de classe de livrer une collection est de la plus haute importance, puisqu'elle nous permet de traiter des collections infinies comme nous le verrons dans la cinquième partie. » (trad. Roy, p. 93). Il est bien possible que Wittgenstein ait eu, en sous-main, ce texte quand il a composé 5. 501 : Russell non seulement y oppose explicitement la première et la seconde manière de déterminer les valeurs de la variable, mais y laisse également entendre qu'il est possible de décrire une collection d'une troisième manière (ce qui correspondrait, en 5. 501, à la donnée d'une loi formelle).

<sup>12</sup> Cf. « Compte rendu de *Philosophie der Arithmetik* de E. Husserl », in *Ecrits Logiques et Philosophiques*, op. cit., p. 154.

Il faut distinguer dans ce paragraphe une critique principale, adressée indifféremment à Frege et à Russell, d'une critique annexe, visant plus spécifiquement Russell.

Commençons par expliquer la première objection. La détermination des conditions de vérité d'une proposition de forme «  $\forall xfx$  » ou «  $\exists xfx$  » s'effectue chez Frege et Russell par ce genre de clause :

- «  $\forall xfx$  » est vrai si et seulement si toutes parmi toutes les instances de  $f$  sont vraies
- «  $\exists xfx$  » est vrai si et seulement si au moins une parmi toutes les instances de  $f$  est vraie<sup>13</sup>

C'est, pour les deux logiciens, à partir de la valeur de vérité des propositions appartenant à l'ensemble des instances (ensemble donné, comme on l'a dit, avec la fonction propositionnelle) que la valeur de vérité de la proposition générale est déterminée. Les quantificateurs se présentent donc, dans cette perspective, comme des fonctions associant à un ensemble déterminé  $\{V, F\}^\alpha$  (avec  $\alpha$  dénombrable), représentant les valeurs de vérités possibles des différentes propositions instances de  $fx$ , les deux valeurs  $V$  et  $F$ . Autrement dit, les quantificateurs sont assimilés à des fonctions de vérité. «  $\forall xfx$  » est la fonction qui associe le Vrai uniquement à l'ensemble, de cardinalité  $\alpha$ ,  $\{V, V, \dots\}$  ; «  $\exists xfx$  » est la fonction qui associe le Faux uniquement à l'ensemble  $\{F, F, \dots\}$ <sup>14</sup>.

Comme on vient de le voir, pour Frege et Russell, le propre de la description intensionnelle est de pouvoir traiter de collection infinie de propositions. Cette distinction, logiquement fondamentale, conduit les deux auteurs à refuser toute théorie unitaire des fonctions de vérité : dans la mesure où les quantificateurs sont susceptibles de prendre un nombre infini d'argument, ils diffèrent profondément des connecteurs propositionnels et des autres fonctions finitaires. La volonté de maintenir une différence essentielle entre le fini et l'infini explique pourquoi, chez Frege et Russell, les quantificateurs sont introduits, après les connecteurs propositionnels, comme des nouvelles constantes logiques. A l'inverse, le refus d'accorder à cette différence la moindre importance logique conduit naturellement Wittgenstein à rejeter l'idée qu'il y a divers types de fonctions de vérité. L'opérateur  $N(\xi)$ , à partir duquel il est possible de construire n'importe quelle fonction de vérité, peut prendre, chez lui, indifféremment, un nombre fini ou infini d'arguments<sup>15</sup>. En cela, il faut le comparer plutôt aux quantificateurs de Frege et de Russell, avec qui il partage la propriété de ne pas déterminer la

<sup>13</sup> La « sémantique » fregeo-russellienne ne fait aucun usage du concept introduit par Tarski dans les années trente de satisfaction par une série infinie d'objets.

<sup>14</sup> Cette approche qui considère les quantificateurs comme des fonctions de vérité se prête immédiatement à des généralisations. On peut introduire, à côté des quantificateurs usuels «  $\forall x$  » ou «  $\exists x$  », d'autres types de quantificateurs : «  $\exists !x$  », « il existe au moins deux... », « la plupart ... », ...

<sup>15</sup> Peut-on imaginer, dans le *Tractatus*, des fonctions de vérité à nombre infini d'arguments ? M. Marion fournit, à la page 34 de son *Wittgenstein, Finitism...*, op. cit., deux arguments en faveur de l'admission de telles fonctions : d'une part, en 4. 2211 et 5. 535, Wittgenstein accepte la possibilité d'un état de choses infiniment complexe et d'une infinité de noms ; d'autre part, il confie dans les années trente à un de ses étudiants, D. Lee, que l'idée selon laquelle il peut y avoir un nombre infini de propositions est une des sources des erreurs du *Tractatus* (CC 30-32, p. 119). Ajoutons à cela deux considérations : d'abord, dans un texte publié dans la récente édition de la *Wiener Ausgabe* (tome 1, p. 47), Wittgenstein « dessine » (en utilisant les points de suspension) une table de vérité infinie ; ensuite, Ramsey, le seul rappelons-le à avoir bénéficié d'une explication du *Tractatus*, voit dans la notion de table de vérité infinie une des innovations majeures du *Tractatus* (Cf. *The Foundations of Mathematics, in Foundations. Essays in Philosophy, ...*, op. cit., pp. 158-159). Tout ceci ne laisse guère de doute sur la position de Wittgenstein.

cardinalité de l'ensemble de propositions auquel il s'applique, qu'à un connecteur, fût-il la barre de Sheffer<sup>16</sup>.

On pourrait présenter les choses ainsi. Chez les maîtres de Wittgenstein, la généralité s'introduit deux fois ; d'abord par la description fonctionnelle d'un ensemble de propositions ; ensuite par l'introduction d'une nouvelle fonction de vérité capable de traiter des collections infinies. Pour l'auteur du *Tractatus*, la généralité ne s'introduit qu'une fois : par la manière dont on spécifie les valeurs de la variable. C'est, nous semble-t-il, ainsi qu'il faut comprendre 5. 521 : « Je sépare le concept *tous* de la fonction de vérité ». Le propre de la généralité n'est pas l'introduction d'une fonction de vérité spécifique, mais la spécification de la valeur de  $\xi$  à l'aide d'une fonction propositionnelle : « la notation du général s'introduit comme argument »<sup>17</sup>. Cette volonté de séparer le concept *tous* des fonctions de vérité s'incarne dans la présentation tractatuséenne. Le fait que le même opérateur  $N(\xi)$  apparaisse en 5. 51 et en 5. 52 montre que ce n'est pas la présence des quantificateurs qui caractérise le calcul des prédicats<sup>18</sup>. On a en effet :

5. 51	Calcul des propositions	5. 52	Calcul des prédicats
N	(fa, fb, ..., fz)	N	(fx)
↓	↓	↓	↓
fonction de vérité	Description	fonction de vérité	Description
$\{V, F\}^\alpha \rightarrow \{V, F\}$	énumérative	$\{V, F\}^\alpha \rightarrow \{V, F\}$	intensionnelle

Le mode de détermination des valeurs de la variable, non la nature de la fonction de vérité, distingue dans cette présentation les deux symbolismes.

Telle est, selon nous, la critique principale que Wittgenstein adresse, dans ces paragraphes, à Russell et Frege : le quantificateur n'est pas un concept logique primitif. En 5. 521, l'auteur du *Tractatus* va cependant plus loin. Il semble accuser ses aînés d'avoir confondu la généralité formelle et la généralité matérielle. Il écrit en effet :

Frege et Russell ont introduit la généralisation en connexion avec le produit ou la somme logique. Il était dès lors difficile de comprendre les propositions «  $(\exists x). fx$  » et «  $(x). fx$  », dans lesquelles les deux idées sont impliquées.

Wittgenstein paraît suggérer que Frege et Russell n'ont pas compris la différence entre le domaine de sens (la détermination de l'ensemble des arguments possibles d'une fonction) et le domaine de vérité

<sup>16</sup> On dit souvent que l'opérateur tractatuséen constitue une reprise du connecteur « barre de Sheffer », en terme duquel tous les autres connecteurs classiques peuvent être définis. Selon nous, Wittgenstein prolonge le travail de Sheffer, plus qu'il ne le reprend. En effet, si le logicien a bien unifié la théorie des connecteurs propositionnels, il n'a pas unifié la théorie des fonctions de vérité, puisque les quantificateurs sont laissés de côté. Wittgenstein, en s'appuyant dessus, dépasse sur ce point les limites de son travail.

<sup>17</sup> 5. 523.

<sup>18</sup> Cf. le texte de la Préface du *Tractatus* de Russell : « La méthode de Wittgenstein pour traiter les propositions généralisées [...] diffère des méthodes antérieures par le fait que la généralité ne survient qu'en spécifiant l'ensemble des propositions

(l'ensemble des arguments qui rendent la fonction vraie) d'une fonction propositionnelle – qu'ils ont cherché à réduire le premier au second<sup>19</sup>. Cette attaque, dans la mesure où elle est dirigée contre Frege, est injuste. L'auteur de l'idéographie distingue parfaitement, nous l'avons montré au chapitre deux, généralité matérielle et généralité formelle. Même s'il introduit le quantificateur comme une nouvelle constante logique, il ne confond pas l'opération consistant à spécifier les arguments possibles d'un concept avec la détermination de la référence d'une proposition générale. Il est vrai, par contre, que Russell tombe sous le coup de cette seconde critique de Wittgenstein.

Expliquons rapidement pourquoi. Nous avons fait pour l'instant comme si Frege, Russell et Wittgenstein considéraient que, avec la fonction propositionnelle, nous était donné le domaine de signification. Or ce point n'est, en réalité, jamais clair chez Russell ; le philosophe réduit parfois le domaine de signification d'une fonction propositionnelle à l'extension d'une autre fonction. Dans le chapitre deux, nous avons montré que cette confusion est à l'origine, notamment, de l'idée de théorie des types. Ce manque de clarté est également la source de l'argument, développé assez tardivement par Russell<sup>20</sup>, critiqué ici par Wittgenstein. L'idée, résumée par Ramsey, est la suivante :

Même si je pouvais avoir une liste de toutes les choses dans le monde 'a', 'b', ..., 'z', 'pour tout x, fx' ne serait pas encore équivalent à 'fa . fb . ... . fz', mais plutôt à 'fa . fb . ... . fz et a, b, ... z sont toutes les choses'.<sup>21</sup>

De manière plus formelle, pour Russell, on a :

$$\forall xfx = fa \wedge fb \wedge \dots \wedge fz \wedge \sim \exists x(x \neq a \wedge x \neq b \wedge \dots \wedge x \neq z \wedge (fx \vee \sim fx))$$

et non :

$$\forall xfx = fa \wedge fb \wedge \dots \wedge fz.$$

On pourrait croire que cet argument vise à distinguer la description énumérative, limitée au cas fini, de la description intensionnelle, utilisable pour les collections finies comme pour les collections infinies. Ce serait commettre un contresens : Russell ne pose ici aucune contrainte relative au nombre de toutes les choses<sup>22</sup>. Le philosophe soutient seulement que pour déterminer qu'un ensemble de propositions, quel qu'en soit le nombre, constitue la totalité des instances d'une fonction propositionnelle, il faut que l'énoncé « il n'y a pas d'autres instances de f que celles qui sont contenues dans cet ensemble » soit vrai. Autrement dit, pour lui, la détermination de la totalité des instances d'une fonction n'est pas

concernées ; une fois ceci fait, la construction des fonctions de vérité procède exactement comme dans le cas d'un nombre fini d'arguments énumérés : p, q, r, ... ».

<sup>19</sup> Cf. notre chap. 2. Nous rejoignons l'interprétation que fait Glock de ce passage : « [Frege et Russell] confondent deux choses à propos de la proposition générale (x)fx : qu'elle est une fonction de vérité de toutes ses instances, et qu'elle est vraie seulement au cas où tous les membres de cet ensemble sont vrais. » (*A Wittgenstein Dictionary*, Oxford : B. Blackwell, 1996, p. 147) ; Cf. également F. Schmitz, « Russell et Wittgenstein sur la forme logique et la généralité », in *Cahier de Philosophie du Langage*, Paris : l'Harmattan, 1996. Cette critique ne constitue cependant pas, selon nous, l'objection principale que Wittgenstein adresse à ses maîtres.

<sup>20</sup> Cette théorie contredit celle des *Principles* dans la mesure où elle vise à montrer que l'introduction des quantificateurs n'est pas motivée par des raisons (psychologiques selon l'auteur du *Tractatus*) tenant à la différence entre fini et infini ; Cf. note *infra*. Elle est exposée la première fois, à notre connaissance, en 1914 dans *Our Knowledge of External World*, op. cit., pp. 64-66. Il n'est pas interdit de penser que Russell développe cette idée en réponse à la première critique de Wittgenstein.

<sup>21</sup> *Fact and Proposition*, in *Foundations. Essays on Philosophy*, ..., op. cit., pp. 56-57.

<sup>22</sup> Ce point étaye l'hypothèse selon laquelle Russell serait en train de répondre à la première critique de Wittgenstein, et chercherait à ne plus fonder l'irréductibilité de la quantification sur la différence entre fini et infini.

donnée avec la fonction : une condition supplémentaire, exprimée par une proposition générale spécifique («  $\sim\exists x(x\neq a \wedge x\neq b \wedge \dots \wedge x\neq z \wedge (fx \vee \sim fx))$  »), doit être satisfaite. L'assimilation du domaine de signification d'une fonction propositionnelle  $fx$  à l'extension d'une autre fonction (la fonction  $fx \vee \sim fx$ ) constitue le cœur de l'argument russellien. C'est précisément cet argument que Wittgenstein a en tête lorsqu'il écrit en 5. 524 :

Si les objets sont donnés, alors nous sont du même coup donnés *tous* les objets. / Si les propositions élémentaires sont données, alors sont données du même coup *toutes* les propositions élémentaires.

Résumons donc. L'affirmation centrale selon laquelle il faut séparer le concept *tous* de la fonction de vérité constitue une critique de l'introduction, chez Frege et Russell, d'une nouvelle idée primitive, celle de quantificateur. Rien dans le concept de fonction de vérité ne justifie, pour Wittgenstein, une distinction entre fonction de vérité à nombre fini et fonction de vérité à nombre infini d'arguments<sup>23</sup>. A cette critique fondamentale, l'auteur du *Tractatus* en ajoute une autre, annexe : il ne faut pas confondre, comme le fait Russell en 1914, la généralité formelle, introduite par la variable propositionnelle, et la généralité matérielle, introduite par les fonctions de vérité.

### **La généralité comme mode d'expression**

L'attitude de Wittgenstein suscite deux interrogations. Comment soutenir d'abord que la différence entre le fini et l'infini doit, en logique, être ignorée ? Le simple fait que l'on ne puisse pas écrire une table de vérité infinie ne manifeste-t-il pas les limites d'une telle conception ? La seconde question découle de cette première interrogation : quel statut accorder à la différence entre description extensionnelle et intensionnelle, si l'on refuse de lui attribuer la moindre valeur logique ? Comment, dans la perspective wittgensteinienne, rendre compte de l'existence factuelle du calcul quantificationnel ?

Considérons d'abord la première difficulté. Selon Dummett, Russell et Frege partagent une même conception réaliste, antivérificationniste, de la signification. Pour eux, une proposition a un sens même si le locuteur ne dispose d'aucun moyen lui permettant d'atteindre, en principe, une situation dans laquelle il pourrait déterminer sa valeur de vérité. Ainsi, explique le commentateur, « nous pouvons [de leur point de vue] saisir ce que c'est pour une proposition universelle que d'être vraie, même si le domaine de quantification est une totalité infinie ou trop grande pour être parcourue [*unsurveyable*] »<sup>24</sup>. L'idée selon laquelle le domaine du sens est limité par nos possibilités de déterminer la valeur de vérité des propositions n'appartient pas à l'horizon de pensée fregeo-russellien.

<sup>23</sup> G. H. Moore, dans « The Emergence of First-Order Logic » (in Aspray et Kitcher éd., *Essays in the History and Philosophy of Mathematics*, Minneapolis : University of Minnesota Press, 1984), insiste sur le fait que les quantificateurs sont également présentés, chez Peirce et le Hilbert de 1905, comme des abréviations de conjonctions ou de disjonctions infinies.

<sup>24</sup> Dummett, *FPL*, p. 515.

Il semble, malgré tout, que Wittgenstein, puis, sous son influence, Ramsey, reprochent précisément à Frege et Russell de maintenir une forme de vérificationnisme larvé.

Il n'est en effet pas facile de comprendre quel statut assignent les deux précurseurs à l'impossibilité d'énumérer une collection infinie (ou très grande) de propositions. Chez Russell, cette impossibilité est psychologique. Notre esprit est tel que nous ne pouvons pas être en *acquaintance* avec une infinité d'objets<sup>25</sup>. Dummett comprend Frege de la même manière : ce serait nos capacités cognitives qui nous interdiraient de connaître individuellement chaque élément d'un ensemble infini. Certes, cette limitation psychologique ne conduit pas chez eux, comme dans la perspective vérificationniste, à une restriction du domaine du sens. Mais ces considérations ont néanmoins un « effet » logique : elles conduisent à introduire une nouvelle idée primitive, celle de quantificateur. Si l'infini pouvait être décrit de façon extensionnelle, nous n'aurions pas besoin en logique de cette nouvelle constante logique. Russell et Frege fondent donc l'irréductibilité des quantificateurs sur la limitation de nos capacités cognitives et symboliques.

C'est ce type de justification que rejette Wittgenstein. Pour lui, la logique est indépendante de toute considération factuelle, et repose uniquement sur la forme bipolaire de la proposition ; le nombre des propositions élémentaires ne peut pas y être pris en compte<sup>26</sup>. Wittgenstein ne conteste pas que nos moyens expressifs et cognitifs soient limités ; il récuse seulement l'idée que cette limitation ait une importance pour le logicien. L'auteur du *Tractatus* est radicalement antivérificationniste. Lorsqu'on fait de la logique, il faut, selon lui, mettre entre parenthèses toutes les contraintes expressives et psychologiques qui s'exercent sur notre esprit et ne pas hésiter à admettre la possibilité d'une description extensionnelle d'un ensemble infini de propositions. Le fait même que l'on soit obligé d'en appeler à des considérations extra-logiques pour refuser la possibilité d'une telle énumération prouve, qu'en soi, l'idée n'a rien d'absurde.

On retrouve exactement la même attitude dans *The Foundations of Mathematics*. Ramsey y affirme qu'un des défauts des *Principia* consiste dans l'intensionnalisme affiché de leur auteurs : seules les classes « définissables » par énumération finie ou par un prédicat sont considérées par Russell et Whitehead comme existantes. Ramsey leur reproche de confondre deux choses : la question, logique, de l'existence de certains objets, avec celle, psychologique, de notre connaissance de ces objets<sup>27</sup>. Le fait que l'on puisse ou non décrire une classe n'a absolument rien à voir, explique-t-il, avec le fait qu'elle existe. La possibilité de concevoir des fonctions de vérité qui ont un nombre infini d'arguments

---

<sup>25</sup> Citons un extrait du §71 des *Principles* : « Quoique la notion générale [de classe] puisse être définie de cette double façon [intensionnelle et extensionnelle], les classes particulières, sauf lorsqu'il se trouve qu'elles sont finies, ne peuvent être définies qu'intensionnellement [...]. Je crois cependant qu'il s'agit là d'une distinction purement psychologique : logiquement, la définition extensionnelle semble être applicable aux classes infinies, mais pratiquement, si nous nous y essayions, la mort interromprait notre louable effort avant qu'il ne soit parvenu à son but. Logiquement, donc, extension et intension semblent être au même niveau. » Wittgenstein ne dira pas autre chose ...

<sup>26</sup> Cf. 4. 128.

<sup>27</sup> *The Foundations of Mathematics*, op. cit., pp. 165-166, 173-174.

relève du même genre de considérations ; seule la prise en compte illégitime des limitations psychologiques nous oblige à distinguer entre fonctions de vérité finitaires et infinitaires<sup>28</sup>.

La réaction de Wittgenstein et de Ramsey doit être comprise comme une critique du type d'argument que Russell et Frege fournissent pour justifier l'irréductibilité des quantificateurs. Les deux amis mettent le doigt sur un point important : l'argumentaire utilisé par les logiciens fait intervenir de manière décisive des considérations psychologiques<sup>29</sup>, et contredit l'anti-psychologisme affiché par ailleurs. La position de Wittgenstein est donc essentiellement polémique : il ne justifie pas l'idée que la différence entre fini et infini est logiquement non essentielle ; il récuse seulement la justification (la seule qu'il connaisse) proposée par Frege et Russell. Dans les années trente, l'auteur reviendra sur ses positions et affirmera que l'idée d'une énumération infinie est absurde. Il continuera cependant à rejeter la façon dont les logiciens ont posé le problème ; l'impossibilité d'une description extensionnelle est, selon lui alors, logiquement, et non psychologiquement, impossible<sup>30</sup>.

Que la différence entre la notation de la généralité et le calcul des propositions ne soit pas logiquement fondamental, cela signifie-t-il pour autant qu'elle soit purement psychologique ? Il faut, à ce stade, rappeler ce que nous avons mis en place dans nos chapitres quatre et cinq. Ce n'est pas parce qu'une différence est logiquement accessoire, qu'elle est, aux yeux de Wittgenstein, psychologique et dénuée d'intérêt logique. Reprenons l'exemple du statut qu'a dans les *Principia* le symbolisme des descriptions définies introduit en \*14. Russell montre qu'une telle écriture, non essentielle d'un point de vue logique, préserve la multiplicité du contenu exprimé. Non logiquement fondamental, la notation introduite en \*14 est néanmoins logiquement possible. Dit autrement, la différence entre le langage de base et le symbolisme des descriptions n'est ni psychologique, ni logique, mais syntaxique. Le propos de Wittgenstein est selon nous d'affirmer qu'il en va de même pour la notation de la généralité. Selon 5. 501, toutes les expressions quantifiées peuvent être traduites dans le langage des tables (possiblement infinies) de vérité, et toutes les dérivations effectuées dans cette notation peuvent être effectuées dans le langage complètement analysé. Les deux écritures possèdent donc la même multiplicité logique. La différence entre la notation quantificationnelle et le langage (infinitaire) des tables n'est pas en conséquence, simplement psychologique ; elle est syntaxique.

F. P. Ramsey a très bien perçu l'importance qu'a, dans le *Tractatus*, ce changement de statut de la généralité. Être général ne caractérise pas, explique-t-il, une pensée, mais une manière d'exprimer une

---

<sup>28</sup> Ramsey propose de distinguer la somme algébrique, qui ne peut être que finie, de la somme logique ; Cf. *Mathematical Logic*, in *Foundations. Essays on Philosophy*, ..., op. cit., p. 226 ; Cf. également *The Foundations of Mathematics*, op. cit., p. 158.

<sup>29</sup> Nous renvoyons ici à l'extrait du §71 des *Principles* cité *supra.*, dans lequel Russell reconnaît explicitement que la différence entre le cas fini et le cas infini est purement psychologique.

<sup>30</sup> Cf. *Remarques...*, op. cit., p. p. 142 : « Ce n'est pas seulement, disons, « pour nous autres, hommes » qu'il est impossible d'appréhender [*erfassen*] successivement tous les nombres ; non, c'est impossible, cela ne veut rien dire. / On ne peut pas non plus dire : « la proposition ne peut pas appréhender successivement tous les nombres, aussi faut-elle qu'elle les appréhende par le concept », comme si c'était faute de mieux [...] ». L'ensemble du chapitre 12 des *Remarques* est consacré à cette question. Cf. également, *CC 30-32*, p. 17.

pensée, c'est-à-dire un symbolisme particulier<sup>31</sup>. Or affirmer que la généralité est la propriété d'un symbolisme, c'est reconnaître que la distinction entre le général et l'élémentaire (au sens des *Principia*<sup>32</sup>) n'est pas une distinction simplement subjective ou psychologique. Le jeune philosophe écrit :

Dans la théorie de Wittgenstein une proposition générale est équivalente à une conjonction de ses instances de telle sorte que le genre de fait affirmé par une proposition générale n'est pas essentiellement différent de celui affirmé par une conjonction de propositions atomiques. Cependant le symbole d'une proposition générale signifie sa signification [*means its meaning*] de manière différente de celle dont le symbole d'une proposition élémentaire la signifie, parce que le second contient des noms pour toutes les choses sur lesquelles il porte, alors que le symbole de la proposition générale contient seulement une variable qui renvoie à toutes ses valeurs à la fois. Si bien que même si les deux espèces de symbole signifient la même chose, les sens dans lesquels ils la signifient [*the senses of meaning in which they mean it*] doivent être différents.<sup>33</sup>

L'emploi de la notion de *sense* manifeste la volonté qu'a l'auteur de donner un contenu objectif, non platement psychologique, à la distinction entre les deux symbolismes. Si les deux expressions, générale et élémentaire, sont logiquement équivalentes, leur sens, ou encore (pour reprendre un concept du *Tractatus*) leur mode de désignation, diffèrent. La généralité ne caractérise pas, selon Ramsey comme selon Wittgenstein, un mode d'appréhension psychologique que le logicien serait incapable de définir ; elle distingue un langage particulier dont les règles obéissent aux lois de la logique, exactement comme le symbolisme des opérateurs de description le faisait chez Russell.

Le fait que la distinction entre description intensionnelle et extensionnelle soit syntaxique, et non psychologique, permet de comprendre pourquoi l'auteur du *Tractatus* peut accorder à la notation quantificationnelle les spécificités que Frege et Russell lui attribuent. Contrairement à ce que l'on pourrait penser, rien n'empêche Wittgenstein de reconnaître, avec ses maîtres, que la saisie d'une proposition générale «  $N(fx)$  » n'implique pas la connaissance de l'ensemble de ses arguments. Le sens de «  $N(fx)$  » étant déterminé par les règles de syntaxe qui gouvernent le symbole de fonction, l'usage de l'expression quantifiée ne présuppose pas la connaissance individuelle de chaque instance de  $fx$ <sup>34</sup>. Le fait, souligné par Frege, qu'« en énonçant la proposition « tous les hommes sont mortels » on ne veut rien dire d'un certain chef Akpanaya dont on n'a sans doute jamais entendu parler » ne constitue absolument pas une objection à la doctrine tractatuséenne. De même, Wittgenstein peut très bien accorder à ses aînés que seules les descriptions intensionnelles nous permettent, à nous hommes,

<sup>31</sup> Cf. *The Foundations of Mathematics*, op. cit., p. 185 sq. : « Dans la théorie de Wittgenstein, élémentaire n'est pas une propriété des propositions-types, mais seulement une propriété de ses instances. [...] 'Proposition élémentaire' est comme 'mot parlé' ; exactement comme un même mot peut être à la fois parlé et écrit, la même proposition peut être exprimée à la fois de manière élémentaire et non élémentaire. » Soulignons que ce point est absolument décisif pour Ramsey, puisqu'il supporte sa distinction entre paradoxe sémantique et paradoxe logique.

<sup>32</sup> Rappelons qu'une proposition est élémentaire en ce sens, lorsqu'elle ne comporte aucun quantificateur.

<sup>33</sup> *Mathematical Logic*, op. cit., p. 228.

<sup>34</sup> Ramsey écrit par exemple dans *Mathematical Logic*, op. cit., p. 225 : « Il est clair [...] que l'état d'esprit d'un homme utilisant une [des deux expressions «  $\forall xfx$  », «  $fa \wedge fb \wedge \dots$  »] diffère en plusieurs points de celle de l'homme utilisant l'autre, mais ce qui peut être nommé la signification logique de l'énoncé, le fait qui est asserté être, est le même dans les deux cas. »

de traiter des collections infinies. Cette propriété, pragmatiquement importante<sup>35</sup>, provient une nouvelle fois du fait que la spécification de la variable par la fonction propositionnelle nous dispense d'énumérer un à un les objets susceptibles de tomber sous la fonction.

Wittgenstein n'« écrase » donc absolument pas la description intensionnelle sur la description extensionnelle. Ce n'est pas parce qu'il refuse de lui attribuer un statut logique qu'il considère la distinction intension-extension comme étant de nature psychologique. Ce que l'auteur du *Tractatus* reproche à Frege et Russell, c'est précisément de n'avoir pas su introduire entre le logique et le psychologique un « sas » permettant de mettre fin au glissement incessant entre les deux niveaux. Pour Wittgenstein, la différence entre description intensionnelle et description extensionnelle n'est ni logique (elle n'est pas liée à la forme bipolaire des propositions), ni psychologique (elle ne tient pas aux limites de notre esprit), mais syntaxique. La généralité et le calcul V-F sont deux notations logiquement ordonnées dont les relations obéissent à des règles que le logicien peut expliciter. Si Frege et Russell ont introduit de façon non contrôlée des considérations psychologiques en logique, c'est, selon l'auteur du *Tractatus*, parce qu'ils n'ont pas réussi à accorder un statut aux faits linguistiques, écartelés chez eux entre le logique et le psychologique<sup>36</sup>.

### La critique de la construction ensembliste du nombre

Wittgenstein adresse une autre critique à l'usage que font Russell et Frege de la généralité, qui n'a pas trait à la façon dont ils présentent les concepts fondamentaux de la quantification, mais au rôle joué par la nouvelle notation dans la construction des nombres cardinaux. Comme le sujet est assez technique, nous allons d'abord préciser de manière neutre la nature de l'objection, telle qu'elle se manifeste dans les *Carnets* et le *Tractatus*. Nous reviendrons ensuite sur la signification qu'il convient de lui accorder.

Frege et Russell, on le sait, définissent le nombre cardinal par abstraction à partir de la relation d'équinuméricité<sup>37</sup>. Le nombre 0, par exemple, est la classe des classes équinumériques à la classe vide  $\emptyset$  ; le nombre 1, la classe des classes équinumériques au singleton  $\{\emptyset\}$ . Cette analyse procède chez eux de l'examen des attributions de nombre dans le langage ordinaire. Lorsque l'on dit « Jupiter a quatre satellites », on affirme que la classe des satellites de Jupiter appartient à la classe des classes qui ont quatre éléments. Dit autrement (dans le langage intensionnel des fonctions), soutenir que « Jupiter a quatre satellites », c'est attribuer à la propriété « être un satellite de Jupiter » la propriété d'être

<sup>35</sup> Dans *Fact and Proposition*, in *Foundations. Essays on Philosophy*, ..., op. cit., p. 56, Ramsey écrit : « On pourrait dire que *a* ne peut pas entrer dans le sens [meaning] de 'pour tout *x*, *fx*', parce que je peux affirmer l'énoncé sans avoir jamais entendu parler de *a*. A ceci je réponds que l'utilité du symbolisme de généralité consiste pour une part essentielle dans le fait que ce symbolisme nous permet de faire des assertions au sujet de choses dont nous n'avons jamais entendu parler, et pour lesquelles nous n'avons pas de noms. » L'utilité est ici celle d'un symbolisme, non celle d'une logique.

<sup>36</sup> Bien entendu, l'ensemble de l'argumentaire wittgensteinien repose sur l'idée qu'il est possible d'admettre en logique une énumération infinie. K. Gödel critiquera cette idée qui ne résout pas, mais « coupe court » (cut through), selon lui, à toutes les difficultés. Cf. *Russell's Mathematical Logic* (in Schilpp éd., *The Philosophy of Bertrand Russell*, La Salle : Open Court, 1989), p. 144.

quatre. Selon cette analyse, le nombre quatre ne désigne pas une propriété de l'objet Jupiter ; il désigne une propriété de la propriété « être un satellite de Jupiter », ou de la classe qui lui est associée.

Toutefois, l'exhibition de la forme logique des attributions de nombre ne saurait constituer à elle seule une définition. Dire que l'on peut analyser « Jupiter a quatre satellites » en terme d'appartenance de la classe des satellites de Jupiter à la classe des classes qui ont quatre éléments, ce n'est pas définir le nombre quatre, puisque ce nombre apparaît dans l'*analysans*. Pour éviter la circularité, il faut construire le nombre quatre comme la classe des classes équinumériques à une classe déterminée, possédant quatre éléments. Mais comment se donner une classe qui a quatre éléments sans se référer au nombre d'éléments qu'elle contient ? Prenons un exemple. Lorsque nous disons que le nombre des satellites de Mercure est nul, nous disons, selon la définition logiciste, que la classe des satellites de Mercure appartient à la classe des classes équinumériques à la classe vide  $\emptyset$ . Ici, la référence à  $\emptyset$  permet de ne pas réutiliser le nombre zéro pour caractériser le cardinal de l'ensemble des satellites de Mercure. Le résultat est généralisable. Pour identifier un nombre à une classe de classes, il faut exhiber une classe qui a la « bonne » cardinalité. Dans le programme logiciste, il est nécessaire, afin de définir le nombre  $n$ , de fournir une classe « témoin » à laquelle toutes les classes appartenant à la classe  $n$  sont équinumériques. Mais comment procéder pour trouver de telles classes « témoins » ? Qu'est-ce qui nous garantit, dans le cas par exemple de la définition du nombre zéro, qu'il y ait une classe vide ?

La question est délicate. Dans la théorie des ensembles (celle en particulier de Zermelo), on admet l'existence d'un modèle non vide de la théorie (c'est-à-dire l'existence d'au moins un ensemble), et un axiome particulier (l'axiome de séparation) nous permet alors d'affirmer l'existence de l'ensemble vide. Mais Frege et Russell adoptent une perspective intensionnaliste ; chez eux, la notion de classe est secondaire par rapport à la notion de fonction propositionnelle<sup>37</sup>. L'ensemble vide doit dans ce cadre être défini, et pour le définir, il faut faire référence à un concept dont l'extension est nulle. On peut par exemple utiliser le fait que Mercure n'a pas de satellite pour construire le nombre 0 comme la classe des classes équinumériques à l'extension du concept « être un satellite de Mercure ». Formellement, rien ne s'oppose à une telle définition. Mais cette construction présente un inconvénient majeur : elle fait dépendre l'existence du nombre 0 (et de la classe vide) du fait contingent que Mercure n'a pas de satellite. Bien que l'on ait défini par abstraction le nombre 0, la construction proposée n'est pas une construction logique : l'existence du 0 y est liée à la vérité de la proposition « Mercure n'a pas de satellite ».

L'exemple précédent montre que le procédé consistant à dériver le nombre de la relation d'équinuméricité, ne suffit pas à garantir le caractère logique de la construction. Si toutes les attributions de nombre étaient contingentes, la construction fregéo-russellienne demeurerait possible,

---

<sup>37</sup> Deux classes sont équinumériques lorsqu'une bijection les relie.

<sup>38</sup> Les classes sont introduites chez Frege comme des extensions de concepts. Dans les *Principia*, la classe est, comme on l'a indiqué au chapitre 4, un symbole incomplet, définie à l'aide de la notion fonction prédicative. La situation est plus complexe dans les *Principles*, où la définition par extension est mis au même niveau que la définition intensionnelle. Russell, on l'a vu, y reconnaît cependant le caractère indispensable de l'approche intensionnelle.

mais perdrait son sens : rien ne pourrait plus garantir *a priori* l'existence d'une classe de cardinalité déterminée. Les logicistes doivent donc impérativement montrer que certains énoncés attribuant un nombre à une fonction propositionnelle sont logiquement vrais. Ils doivent prouver, par exemple, qu'il existe un concept  $\phi$  tel que l'on puisse déterminer de manière *a priori* qu'aucun objet ne tombe sous lui, ou en terme plus technique que :

$$(3) \quad \exists \phi \forall x \sim \phi x$$

est une tautologie. Si (3) pouvait être faux, si aucune attribution du nombre zéro n'était nécessaire, alors le projet logiciste perdrait tout son intérêt.

Pour Frege et Russell, il ne fait aucun doute que (3) est une vérité logique. La relation d'identité leur fournit le moyen de construire une fonction qui est telle qu'aucun objet ne la satisfasse. Il est en effet logiquement vrai qu'aucun objet ne possède la propriété « ne pas être identique à soi-même ». L'existence de la classe vide est donc garantie par la définition :

$$(4) \quad \emptyset = x \wedge (x \neq x) \text{ Déf.}^{39}$$

Et celle du nombre 0 par la construction :

$$(5) \quad 0 = y \wedge (y \text{ sim } \emptyset) \text{ Déf.}^{40}$$

Le zéro ainsi défini sert ensuite à construire les classes « témoins » nécessaires à la définition des autres entiers<sup>41</sup>. En bref, chez les logicistes, le recours à l'identité permet d'emblée d'éloigner la menace de ne pas pouvoir exhiber de fonction ayant une extension de cardinalité déterminée<sup>42</sup>.

Il en va différemment chez Wittgenstein, comme le montre cet extrait des *Carnets*, daté du 20/10/14 :

La définition russellienne du zéro n'est-elle pas un non-sens ? Peut-on seulement parler d'une classe  $x \wedge (x \neq x)$  ? Et  $x \neq x$  ou  $x = x$  sont-elles des fonctions de  $x$  ? Le zéro ne doit-il pas être défini par l'hypothèse [*Hypothese*] :  $(\exists \phi)(\forall x) \sim \phi x$  ? Et il en serait de même pour tous les autres nombres. [...]

$$0 = \alpha \wedge \{(\exists \phi)(\forall x) \sim \phi x \wedge \alpha = v \wedge (\phi v)\} \text{ Déf.}$$

$$1 = \alpha \wedge \{(\exists \phi)(\exists x \phi x \wedge \forall y \forall z ((\phi y \wedge \phi z) \Rightarrow y = z)) \wedge \alpha = v \wedge (\phi v)\}^{43}$$

<sup>39</sup> Cf. *Ppia*, \*24 . 02 et \*54. 01.

<sup>40</sup> « Sim » est le nom que Russell donne à la relation d'équinuméricité.

<sup>41</sup> Le nombre 2 est défini ainsi dans les *Principia* à partir de la classe « témoin » (en notation moderne) :  $\{\{\emptyset\}, \{u'x\}\}$  ; Cf. \*101. Notons que ce mode de construction pose une difficulté sur laquelle Russell insiste : à mesure que l'on progresse dans la série des nombres, on progresse dans la hiérarchie des types (puisque l'on considère des classes  $(\emptyset, u'x)$ , puis des classes de classes  $(\{\{\emptyset\}, \{u'x\}\})$ , etc...). L'usage des variables numériques est ainsi rendu problématique. Sur cette question que nous laissons de côté, voir *Pcpia*, tome II, *Prefatory Statement* et livre III, section A.

<sup>42</sup> Après avoir critiqué la preuve de l'existence de Dieu, Frege estime nécessaire de préciser : « On ne doit cependant pas en tirer la conclusion générale qu'une propriété ne peut jamais être tirée d'un concept, c'est-à-dire de ses caractères. C'est possible dans certaines circonstances, tout comme on peut parfois inférer la durée d'un bâtiment de son mode de construction. On affirmerait trop en disant qu'on ne saurait rien conclure sur l'existence, ou l'unicité, à partir des caractères d'un concept. » (*Les Fondements de l'Arithmétique*, op. cit., §53, trad. Imbert). Ce point est crucial : si l'on ne pouvait jamais rien conclure en logique quant à l'existence ou l'unicité d'un concept, la construction des nombres cardinaux serait impossible.

<sup>43</sup> Cf. également *Carnets*, 13/10/14, dans lequel Wittgenstein analyse non plus le cas d'une fonction nulle, mais d'une fonction satisfaite par un objet : « Considérons la proposition : « il y a une classe possédant un seul élément ». Ou bien ce qui revient au même, la proposition : «  $\exists \phi(\exists x \phi x \wedge \forall y \forall z ((\phi y \wedge \phi z) \Rightarrow y = z))$  » [en notation moderne]. La proposition «  $\exists x(x = x)$  » pourrait être entendue comme tautologie, car si elle était fautive on ne pourrait même absolument pas l'écrire ; mais la proposition ci-dessus ! Elle peut être étudiée à la place de l'axiome de l'infini ! ». La référence finale à l'axiome de l'infini est intéressante. Pour garantir l'existence de  $\omega$ , Russell a besoin de poser un axiome affirmant qu'une classe infini existe (Cf. *Introduction à la Philosophie Mathématique*, op. cit., chap. 13). En rejetant, dans l'extrait cité, la possibilité d'exhiber un concept satisfait par exactement  $n$  éléments, Wittgenstein étend le problème que pose les cardinaux transfinis au fini. Pour

Nous reviendrons bientôt sur le refus de considérer  $x \neq x$  comme une fonction de  $x$ . Concentrons-nous pour l'instant sur la définition de zéro proposée ici :

$$(6) \quad 0 = \alpha^{\wedge} \{ \exists \phi \forall x \sim \phi x \wedge \alpha = v^{\wedge}(\phi v) \}$$

Le philosophe reprend les grandes lignes de l'analyse de ses maîtres : 0 est présenté comme la classe équinumérique à la classe vide. Cependant, à la différence de Russell et de Frege, Wittgenstein refuse de définir la classe vide à partir de l'exhibition d'une fonction logique particulière, l'identité. A cette étape, cruciale chez les logicistes, il substitue l'énoncé (3), c'est-à-dire l'affirmation qu'il existe une fonction dont la propriété est de n'être satisfaite par aucun objet. En refusant de faire immédiatement référence à l'identité, le philosophe dégage la structure globale du raisonnement de Frege et de Russell, et souligne l'absolue nécessité dans laquelle il se trouve de considérer l'hypothèse (3) comme une vérité logique.

L'identité apparaît ici comme un dispositif permettant aux logicistes d'éviter de se demander quel est le statut véritable de l'énoncé (3), et donc de s'interroger sur la valeur de la construction ensembliste elle-même. Tout se passe chez Frege et Russell comme si, par bonheur, un concept (celui de la différence avec soi-même) permettait de répondre à la question du statut de l'énoncé (3) avant qu'elle ne se pose ; mais précisément, c'est ce sentiment d'heureuse coïncidence qui met Wittgenstein mal à l'aise :

Si [...] par exemple le monde ne se composait que d'une chose et rien d'autres, pourrait-on dire qu'il y a une chose ? Russell dirait vraisemblablement : s'il y a une chose, alors il y a aussi la fonction  $\exists x(\xi^{\wedge}=x)$ . Oui mais.../ Si cette fonction ne suffit pas on ne peut alors parler de 1 que s'il y a une fonction matérielle qui ne soit satisfaite que par un seul argument./ Qu'en est-il de propositions telles que :

$$(\exists \phi)(\exists x)\phi x$$

et  $(\exists \phi)(\exists x)\sim \phi x$

L'une d'elles est-elle une tautologie ? Sont-elles des propositions appartenant à une science, c'est-à-dire sont-elles des *propositions* tout court [*überhaupt Sätze*] ?<sup>44</sup>

Wittgenstein ne dit pas (encore) que l'identité n'est pas un concept ; il dit que si l'identité n'était pas disponible (« ne suffisait pas »), alors les logicistes n'auraient pas pu faire l'économie d'un questionnement douloureux sur le statut des propositions complètement générales comme (3). L'analyse du philosophe révèle donc l'existence d'un lien secret entre la construction ensembliste du nombre cardinal et l'attitude vis-à-vis de la complète généralité. Refuser de considérer les énoncés complètement généraux comme des propositions logiques, c'est rejeter le caractère apodictique de la construction ensembliste du nombre<sup>45</sup>.

---

lui, il est nécessaire, si l'on veut construire à la manière de Russell les nombres finis particuliers, de formuler, pour chaque nombre, un axiome affirmant l'existence d'une classe de la cardinalité requise.

<sup>44</sup> 13/10/14. A propos de la curieuse notation «  $\exists x(\xi^{\wedge}=x)$  », nous reproduisons la note de Granger : « Plus exactement :  $x^{\wedge}(x=x)$ , classe qui se confond dans le cas du texte avec l'unique classe unité : le nombre 1 serait dans cet univers la classe (unité) de cette classe unité, mais ce que Wittgenstein critique, c'est l'usage d'une fonction d'identité. »

<sup>45</sup> La nécessité de construire une classe « témoin » par des moyens logiques est ainsi au croisement de trois interrogations qui traversent les réflexions du philosophe en cette fin d'année 1914 : celle concernant le statut de l'identité ; celle ayant trait à la nature de la complète généralité ; celle, enfin, portant sur la valeur de la construction ensembliste.

L'énoncé  $\exists\phi\forall x\sim\phi x$  est-il une tautologie ? Est-il vrai qu'il existe une fonction qui ne soit *a priori* satisfaite par aucun objet ? Rappelons le contexte de la réflexion de Wittgenstein. A la fin de l'année 1913, l'invention de la notation  $\lambda b$  lui a permis de donner une forme à l'intuition selon laquelle les « propositions logiques » n'étaient pas de véritables *Satz*. La question du statut des énoncés complètement généraux se pose alors : sont-ils des propositions vraies-faussees, ou bien des « propositions » logiques ? Jusque là, le philosophe avait accepté l'idée russellienne selon laquelle la complète généralité constituait un critère permettant de distinguer les « propositions » logiques des autres. Mais, s'interrogeant sur la construction du nombre, il en vient dans les *Carnets* à abandonner peu à peu cette conception. Le 14/10/1914, Wittgenstein, alors même qu'il reconnaît l'existence d'un passage progressif entre proposition élémentaire et complètement générale, affirme toujours que « il n'y a pas de *propositions* complètement généralisées ». Mais deux jours plus tard, il écrit :

«  $(\exists\phi)(x)\phi x$  » – il apparaît à peu près sûrement que cette proposition n'est ni une tautologie ni une contradiction.

Il réaffirmera constamment ensuite la bipolarité des énoncés complètement généraux<sup>46</sup>. Cette prise de position a bien entendu des conséquences très graves sur le processus de définition du nombre. La proposition (3) étant conçue comme une véritable hypothèse empiriquement falsifiable, l'existence de la classe vide n'est désormais plus garantie. Wittgenstein accorde bien aux logicistes la possibilité d'identifier le nombre 0 à la classe des classes équinumériques à l'extension de certains concepts empiriques (par exemple à celle du concept « être un satellite de Mercure ») ; mais il leur refuse la possibilité de construire, en n'utilisant que des moyens logiques, un concept dont la cardinalité de l'extension est nulle. Il se pourrait qu'il y ait un monde dans lequel toutes les fonctions propositionnelles soient satisfaites par au moins un objet, et dans lequel la classe vide n'existe pas. La critique de Wittgenstein s'étend à la construction de n'importe quel cardinal : rien, selon lui, ne nous assure *a priori* de l'existence d'une fonction satisfaite par un nombre déterminé d'objet<sup>47</sup>.

Cette objection constitue le noyau de la critique que Wittgenstein adresse en 6. 031 au logicisme fregéo-russellien :

La théorie des classes est en mathématique tout à fait superflue. / Ceci dépend de ce que la généralité dont nous avons besoin en mathématique n'est pas une généralité *accidentelle*.<sup>48</sup>

<sup>46</sup> Cf. par exemple 17/10/14 : « il y a des propositions entièrement générales ! ». Wittgenstein formule parfois sa critique en disant que Russell confond possibilité et actualité (l'extrait du 20/10/14, cité *supra.*, continue ainsi : « la proposition doit contenir (et donc montrer) la *possibilité de sa vérité*. Mais rien de plus que cette *possibilité*. ») Cette formulation sera reprise et développée dans les années trente. Wittgenstein soutiendra en effet que la définition du nombre par l'équinuméricité présuppose une confusion entre possibilité de corrélation et corrélation effective ; sur ce point, Cf. *WCV*, pp. 165-165, et l'analyse de M. Marion, *Wittgenstein, Finitism, ...*, op. cit., pp. 78-82.

<sup>47</sup> Cf. cet extrait de l'Appendice A dans *WCV*, p. 222 : « Et qui donc pourrait croire sérieusement qu'indiquer le nombre 3 soit la même chose que qu'indiquer les propriétés qui subsument trois objets ? Il est hors de doute qu'on peut imaginer un monde dans lequel ces propriétés seraient toujours remplies par quatre objets. Le nombre 3 est-il pour autant le nombre 4 ? Une chose est claire. Ce n'est pas à l'extension des propriétés factuelles que nous devons avoir affaire, mais à *ce qui rend possible de les décrire*. »

<sup>48</sup> 6. 031.

Les énoncés complètement généraux étant de véritables propositions vraies-faussees, l'existence de la classe vide comme celle d'une classe de cardinalité  $n$  relèvent de circonstances empiriques que la logique ne peut pas anticiper. Si l'on veut garantir le caractère *a priori* de l'arithmétique, il ne faut donc pas la fonder sur la notion de classe.

Il est important de comprendre que l'attaque de Wittgenstein ne dépend pas de sa critique de la théorie de l'identité. Ce n'est pas parce que l'identité n'est pas un concept, mais parce qu'un concept ne détermine jamais de façon purement logique son extension, que, selon lui, la construction logiciste échoue. Etant donné l'importance que Russell et Frege accordent à cette notion dans leur construction, l'objection tout à fait générale de Wittgenstein prend cependant, dans le *Tractatus*, la forme plus particulière d'une critique de l'identité. Le philosophe soutient en 5. 533 que « le signe d'égalité n'est [...] pas un élément essentiel de l'idéographie ». En effet, explique-t-il, toutes les propositions vraies-faussees contenant le symbole « = » peuvent être réécrites dans une notation qui en est dépourvue, au prix d'une interprétation différentes des variables :

Je n'écris [...] pas «  $f(a,b) . a=b$  », mais «  $f(a,a)$  » (ou «  $f(b,b)$  »). Ni «  $f(a,b) . \sim a=b$  », mais «  $f(a,b)$  ».

Et de même, non pas «  $(\exists x,y) . f(x,y) . x=y$  » mais «  $(\exists x) . f(x,x)$  » ; ni «  $(\exists x,y) . f(x,y) . \sim x=y$  », mais «  $(\exists x,y) . f(x,y)$  ».

Même si certains détails ne le sont pas<sup>49</sup>, l'intention est claire : au lieu de pouvoir prendre les mêmes valeurs, deux variables doivent toujours, dans la nouvelle interprétation (que l'on nomme parfois « interprétation exclusive »), prendre des valeurs différentes.

Comme l'a très justement fait remarquer J. Floyd<sup>50</sup>, le canevas mis au point par Wittgenstein permet de rendre compte des attributions de nombre. Ainsi, l'équivalent « exclusif » de « il y a deux  $f$  » est «  $\exists xy(fx \wedge fy) \wedge \sim \exists x \exists y \exists z (fx \wedge fy \wedge fz)$  ». Le rôle joué dans la notation russellienne par le signe d'identité est tenu chez Wittgenstein par les trois variables  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , typographiquement différenciées. Si l'analyse des énoncés ordinaires d'attribution de nombre ne diffère pas de celle faite par Frege et par Russell, il est par contre, dans la nouvelle notation, impossible de construire des concepts dont la cardinalité de l'extension est logiquement déterminée. Wittgenstein y insiste :

5. 534 : Et nous voyons maintenant que des pseudo-propositions telles que : «  $a=b$  », «  $a=b . b=c . \Rightarrow a=c$  », «  $(x) . x=x$  », «  $(\exists x) . x=a$  », etc., ne se laissent absolument pas écrire dans une idéographie correcte.

5. 535 : Par là sont aussi réglés tous les problèmes liés à de telles pseudo-propositions. Tous les problèmes introduits par l'« axiome de l'infini » de Russell trouvent alors ici une solution.<sup>51</sup>

<sup>49</sup> L'interprétation exclusive revient à lier les variables différentes les unes aux autres. Hintikka (« Identity, Variables and Impredicatives Definitions », *Journal of Symbolic Logic* 21, 1956, pp. 229-230) a souligné le fait que l'on pouvait donner plusieurs sens à cette liaison. Il est possible d'adopter une interprétation faible selon laquelle ce sont les variables se trouvant à l'intérieur de la portée d'un quantificateur qui ne doivent pas être instanciées par les mêmes objets ; mais il est également permis de soutenir une interprétation forte, selon laquelle toutes les variables d'un énoncé sont liées les unes aux autres.

<sup>50</sup> « Numbers and Ascriptions of Numbers in the *Tractatus* », in Reck éd., *Perspectives on Early Analytic Philosophy : Frege, Russell, Wittgenstein*, Oxford : OUP, à paraître, 2001.

<sup>51</sup> La référence à l'axiome de l'infini prend tout son sens si on la relie à ce que l'on a dit *supra*. à propos de l'extension dans le fini des difficultés liées chez Russell à l'infini.

La modification notationnelle introduite dans le *Tractatus* est extrêmement précise : elle n'ampute l'écriture fregéo-russellienne que des pseudo-concepts employés par les logicistes pour définir les nombres. Dans le nouveau symbolisme, l'expression «  $x \neq x$  » dont se servent Frege et Russell pour construire le nombre 0 n'a pas d'équivalent. Il y a donc une correspondance parfaite entre la critique de la construction ensembliste dans les *Carnets* et la critique de l'identité dans le *Tractatus*. Le nouveau symbolisme wittgensteinien permet de manifester la différence (masquée dans l'écriture russellienne) entre une fonction propositionnelle « authentique » et le pseudo-concept « être différent de soi-même ». Le philosophe remarque d'ailleurs que le seul fait d'écrire «  $\sim(\exists x) . x \neq x$  » sur le modèle de «  $\sim(\exists x) . fx$  », où  $fx$  est une véritable fonction (c'est-à-dire une fonction dont on ne peut pas déterminer *a priori* l'extension), confère à ce pseudo-concept le statut de propriété empirique (qui peut être ou non satisfaite), et rend caduque toute entreprise de construction logique du nombre 0 à partir de lui<sup>52</sup>.

### Généralité accidentelle et généralité formelle

Lorsqu'il critique dans les *Carnets* la théorie fregéo-russellienne du nombre, Wittgenstein s'en prend à une étape très définie du raisonnement fregéo-russellien. Il ne remet pas en cause la procédure d'abstraction. Il rejette seulement la possibilité d'exhiber un concept qui détermine de lui-même la cardinalité de son extension. Si l'analyse de Wittgenstein manifeste une compréhension profonde de la démarche des logicistes, il est assez difficile de saisir les raisons pour lesquelles l'auteur refuse de considérer les énoncés du type (3) comme des tautologies. Après tout, il paraît possible, sans faire appel à l'identité, de construire un symbole fonctionnel – par exemple, «  $\exists \phi(\phi x \wedge \sim \phi x)$  » que l'on peut traduire par « avoir une propriété et sa négation » – qui n'est jamais satisfait par un objet. Wittgenstein refuserait-il de considérer ce symbole comme un symbole de concept ? Pourquoi rejeter la possibilité que certains énoncés complètement généraux soient des « propositions logiques » ? Comme nous l'avons indiqué, la position du philosophe sur la complète généralité semble être une lointaine conséquence de la mise au point de la notation *ab*, et de ses réflexions sur la différence entre proposition et tautologie. Mais peut-on se contenter de justifications aussi indirectes et aussi vagues ? Pour donner tout son sens et toute sa portée à l'argument wittgensteinien, il faut, croyons-nous, faire référence aux très nombreux textes des années trente dans lesquels le philosophe dénonce l'uniformisation induite par le fait d'appliquer le canevas fonction-argument à l'ensemble des productions linguistiques humaines. Citons ce passage, tiré des notes de A. Ambrose, et daté de 1932-33 :

Ce que Russell a dit du nombre est inadéquat, parce que premièrement les critères de l'emploi qu'il fait de l'identité ne sont pas mentionnés dans les *Principia* et que deuxièmement sa

<sup>52</sup> Cf. 5352 : « [...] on voudrait exprimer qu'« il n'y a aucune chose » par «  $\sim(\exists x) . x \neq x$  ». Mais à supposer même que ceci soit une proposition, ne serait-elle pas encore vraie si en effet « il y avait des choses », mais que ces choses ne fussent pas identiques à elles-mêmes ? »

notation de la généralité suscite des confusions. Cette notation est construite par analogie avec les propositions sujet-prédicat du langage ordinaire, du genre de celles qui décrivent des objets physiques. Le « x » dans «  $(\exists x)fx$  » représente une chose, un substrat ; et les propositions dotées de grammaires différentes, qu'il s'agisse de propositions mathématiques ou non-mathématiques, sont toutes traitées de la même façon, par exemple « Tous les hommes sont mortels », « Tous les hommes dans cette pièce portent un chapeau », « Tous les nombres rationnels sont comparables du point de vue de leur grandeur. »<sup>53</sup>

L'auteur reproche aux logicistes d'avoir cru que la quantification pouvait rendre compte identiquement à la fois de la structure des propositions numériques ordinaires et de celle des équations arithmétiques. Des expressions aussi différentes que « il y a deux hommes dans la pièce » et « il y a deux racines à une équation du second degré » sont traitées par Frege et Russell exactement de la même manière. Wittgenstein rejette en 1932 cette volonté de remodeler la grammaire, qui provient selon lui d'un attachement excessif à ce qui n'est somme toute qu'un symbolisme particulier (la quantification)<sup>54</sup>. L'auteur du *Tractatus* développait-il les mêmes idées ?

L'analyse que nous venons de mener nous permet de répondre positivement à cette question. La critique de Wittgenstein en 1914 vise précisément le fait de concevoir toutes les « attributions de nombre » sur le même modèle. Affirmer que (3) est une proposition vraie-fausse, c'est en effet indiquer qu'une attribution de nombre nécessairement vraie n'en est pas véritablement une. Le refus de considérer les propositions complètement générales comme des tautologies n'est donc pas simplement une lointaine conséquence de la théorie de la *Satz* ; il est motivé par l'idée que l'on ne peut pas réduire la généralité qui se fait jour en arithmétique à la généralité accidentelle, portée par les quantificateurs. Le philosophe ne rejette pas la façon dont les logicistes rendent compte des attributions des nombres dans la langue usuelle. Il rejette la façon dont ils étendent cette analyse à l'ensemble des énoncés numériques – notamment aux énoncés arithmétiques.

La distinction entre concept matériel et concept formel (4. 122 sq.), déjà commentée au chapitre deux, acquiert dans ce contexte une dimension fortement polémique. Frege et Russell, sous le charme de la notation quantificationnelle, pensent pouvoir exprimer le fait qu'un symbole est un objet par une propriété – celle, par exemple, d'être identique à soi-même. Pour Wittgenstein, au contraire :

Le nom variable « x » est le signe propre du pseudo-concept *objet*. Chaque fois que le mot « objet » (« chose », « entité », etc.) est correctement employé, il est exprimé dans l'idéographie par le moyen du nom variable.<sup>55</sup>

L'auteur du *Tractatus* précise d'ailleurs, un peu plus haut dans le texte, la nature de la différence entre « propriété externe » et « propriété interne » :

<sup>53</sup> CC 32-35, p. 205

<sup>54</sup> Cf. *Remarques...*, op. cit., §115 (il parle de différents types d'attribution de nombre) : « On peut naturellement voir dans la proposition sujet / prédicat – ou ce qui revient au même, dans la forme argument / fonction – une norme de la représentation [*Norm der Darstellung*] : alors il est certainement caractéristique et important que, dans chaque cas où nous appliquons des nombres, le nombre se laisse représenter comme propriété d'un prédicat. Notre seule obligation alors sera de voir clairement que nous n'avons pas affaire à des objets ni à des concepts résultant d'une analyse, mais à des normes dans lesquelles nous avons moulé la proposition. »

<sup>55</sup> 4. 1272

Une propriété est interne quand il est impensable que son objet ne la possède pas. (Cette nuance de bleu et cette autre sont *ipso facto* dans une relation interne de plus claire à plus foncé. Il est impensable que *ces* deux objets ne soient pas dans cette relation.)<sup>56</sup>

Toutes les propriétés qui sont telles qu'il est impensable que les objets ne la possèdent pas ne peuvent être figurées par des fonctions propositionnelles. La propriété de ne pas être identique à soi-même est interne ; celle d'avoir une propriété et son contraire, comme celle, pour une équation du second degré, d'avoir deux racines, le sont également.

Une comparaison avec Frege peut être, à ce stade, éclairante. Comme nous l'avons rappelé ci-dessus, l'auteur de la *Begriffsschrift* distingue très soigneusement l'extension d'une variable (l'ensemble des entités qu'elle peut prendre pour valeurs) et l'extension d'une fonction (l'ensemble des valeurs de la variable qui satisfont la fonction). En cela, sa position est très proche de celle de Wittgenstein. Quelque chose distingue pourtant les deux hommes. Frege pense que certains concepts (par exemple, l'identité avec soi-même) sont tels qu'ils sont logiquement satisfaits par tous les objets. Wittgenstein considère qu'en concédant cela, Frege masque une différence fondamentale dont il reconnaît par ailleurs l'importance. L'objection est assez fine. Le philosophe de Iéna admet que les notions de concept et d'objet sont absolument primitives et indéfinissables ; mais il construit et manipule ensuite dans son idéographie des concepts qui ont pour extension la totalité des objets. Du point de vue de la technique logique, rien n'est problématique. Du point de vue de l'analyse philosophique par contre, on ne peut pas ne pas être troublé par ce double statut des notions d'« objet » et de « concept ». Le fait de construire des fonctions particulières dont l'extension coïncide avec celle de la variable d'objet revient à rendre invisible une distinction dont l'importance est reconnue par Frege lui-même<sup>57</sup>.

Contrairement à son maître, Wittgenstein cherche à manifester dans l'écriture la différence entre l'extension du concept (le domaine de vérité) et l'extension de la variable (le domaine de sens). Citons la fin de 4. 126 :

Les concepts formels ne peuvent, comme les concepts propres, être présentés au moyen d'une fonction./ Car leurs caractères, les propriétés formelles, ne sont pas exprimés par des fonctions./ L'expression de la propriété formelle est un trait de certains symboles./ Le signe des caractères d'un concept formel est donc un trait caractéristique de tous les symboles dont les significations tombent sous ce concept./ L'expression du concept formel est donc une variable propositionnelle dans laquelle seul est constant ce trait caractéristique.

L'auteur continue :

4. 127 : La variable propositionnelle désigne le concept formel, et ses valeurs les objets qui tombent sous lui.

4. 1271 : Chaque variable est le signe d'un concept formel./ Car chaque variable figure une forme constante que possède toutes ses valeurs et qui peut être conçue comme leur propriété formelle.

---

<sup>56</sup> 4. 123

<sup>57</sup> Le désaccord, exposé dans notre second chapitre, entre M. Dummett et J. Weiner à propos du statut qu'il faut donner à la notion de concept chez Frege trouve, selon nous, son origine dans le manque de clarté de l'auteur lui-même, qui hésite entre deux solutions.

En liant le concept formel à la variable propositionnelle, Wittgenstein renvoie à 5. 501 et à sa présentation de la notation de la généralité. Nous l'avons vu, le philosophe y souligne l'écart entre deux niveaux : celui de la variable propositionnelle (ou de « l'extension de la variable », qui est un concept formel), celui de la fonction de vérité (ou de « l'extension de la fonction », qui est un concept matériel). Certes, il est possible d'adopter une autre présentation, et de former un symbolisme dans lequel la variable est exprimée comme l'extension d'une fonction propositionnelle. Une telle écriture n'est pas en soi logiquement déficiente, mais possède l'inconvénient de rendre invisible la distinction fondamentale entre variable et opération de vérité sur laquelle pourtant elle est fondée. Ce que semble dire Wittgenstein est la chose suivante : si Frege et Russell avaient été plus rigoureux dans l'exposition des concepts de base de la quantification, ils auraient vu l'importance de la distinction entre variable et concept, et auraient donc compris l'impossibilité philosophique qu'il y a à unifier toutes les formes de généralité.

Revenons à la question des énoncés mathématiques. De quel type de généralité une expression comme « il y a deux racines à une équation du second degré » relève-t-il ? Un tel symbole n'est pas, selon Wittgenstein, une attribution de nombre. Il n'est même pas une proposition. La généralité est ici, selon lui, formelle, et ne doit pas être mise en relation avec celle, accidentelle, portée par les fonctions de vérité. Citons cet extrait des *Remarques* :

§113- [...] Où réside la différence entre la donnée numérique [*Zahlangabe*] concernant l'extension d'un concept et celle qui concerne l'extension d'une variable ? Dans le premier cas il y a une proposition, dans le second non. Car je peux dériver de la variable elle-même le nombre de ses instances [*Zahlangabe*]. (Il doit s'y montrer). / Mais ne puis-je pas donner une variable en disant que ses valeurs doivent être tous les objets qui satisfont une fonction matérielle déterminée ? Alors cette variable n'est pas une forme ! Et le sens d'une proposition dépend alors de la vérité ou de la fausseté d'une autre proposition. / La donnée numérique [*Zahlangabe*] pour une variable consiste en une transformation des variables qui rend visible le nombre de leurs valeurs.

§114- De quel type est la proposition « entre 5 et 8 il y a un nombre premier » ? Je dirais : « C'est du domaine de ce qui se montre. » [...]

La donnée numérique n'est jamais, en arithmétique, une attribution de nombre ; elle est, dit Wittgenstein, une « transformation des variables qui rend visible le nombre de leurs valeurs ». Quel sens attribuer à ces paroles ? Il faut ici, nous semble-t-il, être extrêmement prudent. On pourrait, en effet, être tenté de voir dans cette phrase une allusion à une construction bien définie, qui constituerait une alternative à la définition ensembliste des nombres. Or trouve-t-on quelque part dans le *Tractatus*, une telle construction ?

On pourrait le croire. P. Frascolla a récemment proposé une interprétation des fragments 6. 001-6. 021 dans laquelle il dépeint Wittgenstein en défenseur d'« un logicisme sans classe »<sup>58</sup>. La définition du nombre à partir de la notion d'opération constituerait, selon le commentateur, un véritable substitut à

<sup>58</sup> *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*, London-New York : Routledge, 1994, chap. 1 ; « The *Tractatus* system of Arithmetic », *Synthese*, 112, 1997, pp. 353-378

la construction ensembliste de Frege et de Russell. Il ne fait aucun doute, explique-t-il, que « Wittgenstein considérait [sa définition du nombre en terme d'exposant d'une opération] comme une alternative à l'explication logiciste des notions arithmétiques primitives [...] en terme de classe » et que « sa conception correspond à l'intuition fondamentale sur laquelle la représentation du nombre naturel dans le  $\lambda$ -calcul de Church est fondée »<sup>59</sup>. Même s'il en reconnaît les limites<sup>60</sup>, P. Frascolla prend très au sérieux les remarques 6. 001-6. 021 du *Tractatus* ; il insiste notamment sur le fait que la théorie tractatuséenne permet de reconstruire la partie équationnelle de l'arithmétique de Peano<sup>61</sup>. Cette lecture, notons-le, n'est pas incompatible avec nos précédents développements. Wittgenstein introduit en effet en 5. 501 la loi formelle comme une troisième façon de décrire une variable propositionnelle. Le projet de fonder l'arithmétique sur la notion d'opération ne tombe donc pas sous le coup de la critique que le philosophe adresse à Russell et Frege : la généralité associée à l'opération, liée à la variable, n'est pas la généralité accidentelle, liée à l'extension d'un concept.

Malgré sa réelle force, cette interprétation ne semble pas entièrement satisfaisante. Faire de ces quelques paragraphes, extrêmement difficiles, une alternative viable au monument que sont les *Principia* paraît plus tenir de la prouesse exégétique que de l'hypothèse historiquement vraisemblable. Le concept de forme générale de l'opération, censé constituer la notion fondamentale de cette « reconstruction », ne fait en particulier l'objet d'aucun traitement conséquent dans le *Tractatus*. Il est présenté très tard (en 6. 01<sup>62</sup>) et d'une façon si lapidaire qu'il est difficile de déterminer avec exactitude quelle relation il entretient avec l'opérateur de vérité. De plus, le concept d'opération est introduit par Wittgenstein à l'occasion d'une discussion de la définition logiciste de l'ancestral. On peut dès lors légitimement se demander si, dans son esprit, l'usage des notions d'opération et de série formelle n'a pas avant tout une portée polémique. Les développements consacrés dans le *Tractatus* à ce thème ne constitueraient pas alors, comme P. Frascolla le croit, un substitut à la construction ensembliste de Frege et de Russell, mais seulement une critique de l'assimilation logiciste de l'opération à la relation.

C'est, nous semble-t-il, ce qui ressort de l'interprétation très convaincante que J. Sackur a récemment proposée<sup>63</sup>. Selon lui, les remarques de Wittgenstein constituent une critique interne du logicisme, qui pourrait, à gros traits, être ainsi résumée : Frege et Russell pensent, en définissant la succession par la relation ancestrale, avoir réduit l'opération à la relation ; mais ce faisant, ils décrivent mal, nous explique Wittgenstein, ce qu'ils font ; cette « réduction » s'accompagne en effet d'une modification

<sup>59</sup> *The Tractatus system of Arithmetic*, op. cit., p. 353.

<sup>60</sup> *Ibid.*, p. 362

<sup>61</sup> *Ibid.*, p. 365

<sup>62</sup> « La forme générale de l'opération  $\Omega' (^{\wedge}\eta)$  est donc :  $[\wedge\xi, N(^{\wedge}\xi)] (^{\wedge}\eta) (= [^{\wedge}\eta, \wedge\xi, N(^{\wedge}\xi)])$  »

<sup>63</sup> *Opération et Description. La critique par Wittgenstein des théories de la proposition de Russell*, Thèse de doctorat sous la direction de C. Chauviré, 2000. Le concept tractatuséen d'opération a donné lieu à une masse impressionnante de commentaires dans la littérature secondaire récente, qui contraste avec le peu d'intérêt qu'il a suscité chez les interprètes plus anciens. En plus des travaux de P. Frascolla et de J. Sackur, citons ceux de M. Marion (*Wittgenstein, Finitism, ...*, op. cit., chap. 1), de J. Floyd (*Numbers and Ascriptions of Numbers in the Tractatus*, op. cit.) et de P. Hylton (« Functions, Operations and Sense in Wittgenstein's *Tractatus* », in Tait éd., *Early Analytic Philosophy*, Chicago-La Salle : Open Court, pp. 91-106, 1997).

profonde de l'usage du symbole de relation – modification qui manifeste, au sein même de leur système, la spécificité de la notion d'opération<sup>64</sup>. L'auteur du *Tractatus* ne chercherait pas, dans cette perspective, à faire endosser à l'opération la fonction que les classes ont dans le logicisme ; il viserait à indiquer à Russell et Frege qu'ils font jouer, dans leur théorie de la succession, « en sous main, sans s'en rendre compte »<sup>65</sup>, un rôle fondamental à l'opération. L'objectif de Wittgenstein n'est pas, dans cet optique, d'offrir une alternative au projet logiciste ; il est de décrire de façon adéquate ce que font Frege et Russell afin de montrer que l'idéologie fondationnaliste censée supporter l'œuvre, manque la nature véritable des procédures qui y sont déployées.

Nous retrouvons l'esprit de nos précédentes analyses. Dans la critique de la définition des cardinaux comme dans ces réflexions sur l'opération, Wittgenstein ne cherche pas à concurrencer ses maîtres. Son objectif est, ici comme là, purement négatif : il consiste à montrer que la construction logiciste masque des différences dont Frege et Russell reconnaissent pourtant l'importance. Ainsi, le désir de concevoir l'ensemble des énoncés arithmétiques comme des attributions de nombre les conduit à exprimer l'identité par un signe de relation ; mais il les oblige, ensuite, à réintroduire, « en sous-main », c'est-à-dire au niveau des règles de syntaxe, les différences qui n'ont pas disparu : les « prédicats » construits à l'aide de l'identité ont par rapport aux autres l'extraordinaire propriété de déterminer de façon *a priori* la cardinalité de leur extension. Wittgenstein ne dit pas que l'on n'a pas le droit d'écrire l'identité sous une forme relationnelle ; il ne dit pas qu'il est mal de faire apparaître l'opération comme une relation. Il insiste seulement sur le fait que l'uniformisation en surface réalisée par les logicistes, s'accompagne d'une complexification en profondeur des règles d'usage. Il souligne simplement que la traduction dans le langage quantificationnelle, si elle efface les distinctions entre les signes, ne fait pas disparaître les différences entre les symboles. Frege et Russell, ensorcelés par leur propre invention, veulent faire apparaître dans tous les langages des relations et des fonctions, des quantificateurs et des variables, sans se préoccuper de savoir comment ces expressions sont ensuite utilisées. Aucun des deux n'a compris que ce qu'ils gagnaient sur le plan des signes, ils le perdaient sur le plan de l'usage. Aucun des deux n'a saisi que le projet d'uniformiser les écritures, parce qu'il ne prenait en compte que la dimension visuelle des signes et négligeait complètement la dimension invisible des règles, ne pouvait donner lieu, au mieux, qu'à un maquillage<sup>66</sup>.

---

<sup>64</sup> J. Sackur (in *Opération et Description*, op. cit., pp. 203-223) souligne ainsi que la manière dont Russell et Withehead utilisent le symbole de relation lors la construction de la succession, est extrêmement singulière. Nous renvoyons le lecteur à ces pages qu'il est difficile, étant donné leur richesse et leur technicité, de résumer.

<sup>65</sup> *Ibid.*, p. 219 : « les *Principia* contiennent tout ce qu'il faut pour constituer une théorie de la succession fondée sur l'opération ; bien plus, c'est ce que les auteurs font, mais en sous-main, sans s'en rendre compte. » J. Sackur montre notamment (pp. 219-223) que le symbolisme par lequel Wittgenstein exprime le terme général de l'opération en 4. 1273, puis 5. 2522, provient directement de la notation russellienne, dont il constitue une forme de reprise ironique et critique.

<sup>66</sup> Nous reviendrons amplement, dans notre prochain chapitre, sur la nature exacte de la critique wittgensteinienne, en particulier sur son rapport avec la théorie de l'expression et de la différence entre signe et symbole. En bref, l'idée de Wittgenstein peut être ainsi formulée : en cherchant à uniformiser la notation, Frege et Russell camouflent sous l'identité apparente des signes les différences entre les symboles, et multiplient ainsi les risques de confusions philosophiques. L'auteur du *Tractatus* voit donc dans le programme logiciste, non pas un projet irréalisable, mais l'exemple de ce qu'il ne faut pas faire en philosophie.

Nous voudrions pour finir opposer un dernier argument à l'interprétation proposée par P. Frascolla. Wittgenstein développe dans les années trente une nouvelle conception du nombre comme « image d'une extension de concept »<sup>67</sup>. A première vue, cette position est aux antipodes de celle défendue dans le *Tractatus*, fondée sur l'opération. A y regarder de plus près, pourtant, les choses ne sont pas si évidentes. Citons cet extrait des *Cours de Cambridge 1932-35* :

Russell a dit que 3 est la propriété commune à toutes les triades. Que veut-il dire en disant que le nombre est la propriété d'une classe ? Est-il une propriété de ABC (la classe) ou de l'adjectif qui caractérise la classe ? Il n'y a pas de sens à dire que ABC est trois ; c'est une tautologie et elle ne dit rien du tout, lorsque la classe est donnée extensionnellement. Mais il y a du sens à dire qu'il y a 3 hommes dans la pièce. Le nombre est l'attribut d'une fonction qui définit une classe ; ce n'est pas une propriété de l'extension.<sup>68</sup>

Wittgenstein oppose la classe, en tant qu'elle est définie extensionnellement, à la classe définie intensionnellement. Et il affirme que si le nombre est la propriété externe d'une fonction, il est la propriété interne<sup>69</sup> d'une classe décrite extensionnellement. Rien dans le concept « être un homme dans la pièce » ne permet de lui attribuer un nombre ; il est par contre impossible d'énumérer A, B et C sans se donner le cardinal 3. C'est en ce sens que Wittgenstein dit que le nombre est une image de l'extension d'un concept : énumérer, c'est définir un nombre. Existe-t-il un rapport entre cette idée et les analyses tractatusiennes ?

Comme nous l'avons vu, on distingue généralement, dans le cas fini<sup>70</sup>, deux manières de décrire une classe : l'énumération de ses éléments ; la donnée d'une propriété que ses éléments sont les seuls à satisfaire. Dans ce cadre, très classique, intension et extension ne désignent pas deux choses différentes, mais deux façons de décrire un même objet. Le premier Wittgenstein rejette cette conception. Pour lui, extension et intension ne sont pas deux manières de décrire une même réalité, mais représentent deux choses fondamentalement différentes. En 5. 501, l'énumération [*Aufzählung*] est la première forme de description de la variable propositionnelle. Une liste constitue donc l'extension d'une variable (elle est un concept formel) ; elle n'a rien à voir avec l'extension d'un concept (elle n'est pas un concept matériel). Le philosophe lie donc déjà, en 1921, l'énumération à la variable, et donc au nombre<sup>71</sup>.

Contrairement à ce qu'affirme P. Frascolla<sup>72</sup>, les réflexions que Wittgenstein consacre dans les années trente aux nombres ne s'opposent pas aux conceptions développées dans le *Tractatus*. Si le commentateur durcit excessivement les oppositions entre les deux périodes, c'est à notre avis parce

<sup>67</sup> *Remarques...*, op. cit., §100 ; l'ensemble du chapitre x est une illustration et une défense de cette idée. Cf. également *WCV*, App. A.

<sup>68</sup> *CC* 1932-35, p. 205.

<sup>69</sup> Nous reprenons la terminologie du *Tractatus*.

<sup>70</sup> Nous laissons de côté le cas de classe nulle.

<sup>71</sup> Nous n'affirmons pas que l'idée d'associer le nombre à l'énumération est explicitement présente dans le *Tractatus*, mais qu'elle peut tout à fait y être développée. Soulignons que le terme allemand de *Aufzählung* contient, comme son équivalent français, la racine *Zahl* (nombre).

<sup>72</sup> *Wittgenstein's Philosophy of Mathematics*, op. cit., p. 45 : « [...] dans ses écrits de la phase intermédiaire, [le rejet de toute conception fondationnaliste] s'accompagne de la reconnaissance, absente dans le *Tractatus*, du rôle central joué par le concept de nombre cardinal d'une classe. »

qu'il attribue au premier Wittgenstein la volonté de fonder l'arithmétique sur la notion d'opération. Sa perspective herméneutique lui interdit de reconnaître la possibilité de développer à l'intérieur même du *Tractatus* des façons alternatives de considérer les nombres. En revanche, dans l'optique qui est la nôtre, la coexistence de plusieurs manières de concevoir les entiers est tout à fait compréhensible. Wittgenstein fait flèche de tout bois. Il attaque le programme logiciste en montrant qu'il se fonde sur une confusion entre concept matériel et concept formel ; il l'attaque en soulignant la différence entre relation et opération ; il l'attaque enfin en indiquant que, loin de pouvoir être mises sur le même plan, l'énumération et la description intensionnelle sont deux choses complètement différentes. A chaque fois, sa perspective est purement critique. A chaque fois, sa stratégie est la même : souligner la différence entre des concepts, entre des structures, que la fascination des logicistes pour la notation quantificationnelle tend à faire disparaître.

\*                      \*                      \*

Le dédain affiché par Wittgenstein vis-à-vis de « la notation de la généralité » est le résultat d'une critique profonde de la manière dont les logicistes présentent et emploient la quantification. Frege et Russell s'appuient sur la différence entre le fini et l'infini pour justifier l'introduction des quantificateurs. Or, en son fond, cette distinction, comme le reconnaît Russell, est psychologique. Chez les deux philosophes, l'introduction du nouveau symbolisme donne donc lieu à un usage logique, philosophiquement contestable, de considérations d'origine psychologique. L'exposition wittgensteinienne de la généralité a, elle, le mérite de la clarté : le langage quantificationnel ne possède en propre aucune opération de vérité spécifique, et c'est simplement l'emploi de la fonction propositionnelle dans la description de la variable qui distingue cette écriture de la notation tabulaire. La quantification n'est pas une « nouvelle logique » ; c'est une nouvelle manière d'exprimer la même structure fondamentale.

Mais la critique la plus sévère que Wittgenstein adresse à Frege et Russell est d'un autre ordre. L'auteur du *Tractatus* accuse ses deux maîtres d'avoir succombé aux charmes de leur invention (la quantification) – de n'avoir pas su résister aux tentations et aux espoirs que leur découverte a fait naître. Wittgenstein voit en effet dans le programme logiciste une volonté de projeter la même forme sur tous les énoncés linguistiques, un désir d'uniformiser l'ensemble des activités humaines. Wittgenstein montre notamment que la construction du nombre comme classe de classes équinumériques s'appuie sur la confusion entre les attributions de nombre contingentes et les théorèmes arithmétiques ordinaires. Cette seconde critique, plus que la première, est à même d'expliquer le rôle, finalement assez mineur, que le philosophe fait jouer à la quantification dans le *Tractatus*. Ce relatif retrait a valeur polémique. Loin d'être une nouvelle logique, semble nous dire Wittgenstein, la généralité n'est qu'un nouveau langage, qui n'apporte, sur le fond, contrairement à ce

que pensent Frege et Russell, rien de fondamentalement neuf, et qui ne se distingue du calcul exposé dans les cinq premiers chapitres des *Principia* que par des considérations relatives au fini et à l'infini. Reste un problème. Nous avons insisté dans le chapitre cinq sur le fait que Wittgenstein parvenait à dégager le concept d'analyse de la gangue psychologique dans laquelle Russell l'avait plongé. Nous avons soutenu alors que Wittgenstein développait l'idée très abstraite selon laquelle tous les langages avaient en commun une forme unique dont les tables de vérité représentaient la structure. Comment ne pas reconnaître dans cette affirmation la conséquence directe d'un désir d'uniformiser la langue ? La thèse selon laquelle toute proposition est une fonction de vérité de propositions élémentaires n'est-elle pas une manière très radicale de réduire la diversité des productions linguistiques humaines ? Comment Wittgenstein peut-il dénoncer chez ses maîtres la volonté de couler toutes les grammaires dans le même moule quantificationnel, et soutenir par ailleurs que tous les symbolismes sont des déformations d'un même patron vériconditionnel ? C'est ce paradoxe, touchant à la fonction de la notion d'analyse dans le *Tractatus*, que nous allons, dans notre dernier chapitre, tenté d'expliquer.

## ANALYSE ET PHILOSOPHIE

L'attitude adoptée par Wittgenstein vis-à-vis de la philosophie et de ses problèmes ne laisse généralement pas indifférent. L'invocation de l'« indicible » [*Unausprechlich*] et du « mystique » [*Mystisch*] qui clôt le *Tractatus* fascine ou agace un lecteur qui éprouve, la plupart du temps, bien des difficultés à conserver, par rapport à ces textes, le détachement propice à une lecture mesurée. Ainsi, Engelmann, qui rencontra Wittgenstein à Olomüç en 1917, estime que seule la partie finale de son œuvre a de la valeur. Wittgenstein n'a-t-il pas écrit à L. von Ficker : « Mon travail consiste en deux parties : celle ici présentée, plus celle que je n'ai pas écrite. Et c'est précisément cette seconde partie du livre qui est importante »<sup>73</sup> ? A l'inverse, Ramsey, qui prît très au sérieux les réflexions logiques présentées dans le *Tractatus*, se montre extrêmement sévère à l'encontre de ce qu'il considère comme un pied de nez sans intérêt. L'attitude du philosophe est comparée par lui à celle de l'enfant capricieux du dialogue suivant : « « Dis déjeuner » – « Peux pas » – « Qu'est-ce que tu ne peux pas dire ? » – « Peux pas dire déjeuner » »<sup>74</sup>.

Tout se passe comme si ces thèses finales, affirmant l'importance d'une certaine forme de non-sens, ne pouvaient être liés aux idées plus substantielles développées dans le corps de l'ouvrage. Bien qu'il soit très difficile de le combler entièrement, il est, nous semble-t-il, possible, en utilisant l'interprétation développée dans nos quatrième et cinquième chapitres, d'atténuer quelque peu l'écart qui sépare les deux types de passage. L'idée selon laquelle les problèmes philosophiques reposent sur l'incompréhension de la logique de notre langue peut en effet être reliée à la théorie wittgensteinienne du langage, et à l'opposition entre les conceptions fregéennes et russelliennes des relations entre langue logique et langue ordinaire. Nous soutiendrons dans ce qui suit que la conception tractatuséenne de la philosophie constitue un commentaire de la façon dont Russell procède dans *On Denoting* pour éliminer les *puzzles*.

Le chapitre se divise en trois parties. La première porte sur la nature de la distinction entre les non-sens triviaux et les non-sens philosophiques. C'est leur origine qui différencie les deux types de non-sens : les problèmes philosophiques comme les *puzzles* russelliens, ont la particularité d'être le produit d'une confusion entre des symboles ayant le même signe. La seconde partie vise à montrer qu'il y a, dans le *Tractatus*, une théorie de l'écart entre le langage et la pensée. Si le pensable et le sens coïncide absolument (on ne peut pas penser quelque chose d'absurde), il est, selon l'auteur, possible de former, à cause de la dimension sensible du phénomène expressif, des propositions dépourvues de sens. C'est donc la prise en compte du caractère essentiellement sensible du langage qui, en dernière instance, rend compte de la possibilité de la confusion philosophique. Notre dernier paragraphe est consacré à la façon dont Wittgenstein conçoit l'exercice philosophique. A la différence de Russell, l'auteur du *Tractatus* refuse de le définir comme une analyse. Le traitement d'une difficulté philosophique ne consiste pas selon lui à découvrir la « forme réelle » de nos discours, mais à faire ressortir, à même la langue utilisée, les différences présentes dans l'usage, négligées par le locuteur.

### L'origine russellienne de la notion de problème philosophique

<sup>73</sup> Lettre d'octobre 1919, in *Briefe an Ludwig von Ficker*, G. H. von Wright éd., Salzbourg : Müller, 1969.

<sup>74</sup> « Philosophy », in Ayer A. éd., *Logical Positivism*, Westport : Greenwood Press, 1959.

L'auteur du *Tractatus*, nous l'avons montré au chapitre cinq, développe une conception selon laquelle tout système expressif possède les règles permettant de distinguer les constructions absurdes des combinaisons symboliques douées de sens. La maîtrise d'une langue suffit à distinguer une proposition sensée d'un signe dépourvu de tout contenu ; inversement, toute confusion sur ce point est le symptôme d'une incapacité à utiliser un langage en lui-même logiquement irréprochable. Cette conception est à l'origine de la critique de la théorie des types<sup>75</sup>. Mais elle est également à l'origine de l'attitude adoptée par Wittgenstein vis-à-vis de la philosophie<sup>76</sup>. La thèse, très célèbre, du *Tractatus* est en effet la suivante :

La plupart des propositions et des questions qui ont été écrites touchant les matières philosophiques ne sont pas fausses, mais sont dépourvues de sens. Nous ne pouvons donc en aucune façon répondre à de telles questions, mais seulement établir leur non-sens. La plupart des propositions et questions des philosophes découlent de notre incompréhension de la logique de la langue.<sup>77</sup>

Les propositions et questions philosophiques sont, comme les paradoxes, des « gribouillis » n'appartenant à aucun système expressif. La prise en compte de la syntaxe (de « la logique ») de la langue suffit donc à les faire disparaître.

Cette position, très radicale, ne va pas sans soulever certaines difficultés. Considérons d'abord le cas des « contradictions » russelliennes. Le simple fait que les paradoxes aient été découverts pose problème dans la perspective wittgensteinienne. En effet, dire qu'ils l'ont été, c'est affirmer qu'il y a des combinaisons de signes dont le caractère absurde doit être reconnu *a posteriori* par le locuteur de la langue, au prix d'un travail théorique qui est loin d'être facile ; c'est donc être conduit, bon gré mal gré, à concéder que la syntaxe d'un symbolisme n'est pas suffisante pour distinguer les propositions pourvues de sens des pseudo-expressions *sinnlos*. S'il est, selon l'auteur du *Tractatus*, impossible pour celui qui maîtrise la grammaire d'un langage de confondre les expressions douées de sens et celles qui en sont dépourvues, comment rendre compte du fait que les paradoxes soient aussi longtemps restés inaperçus<sup>78</sup> ?

Le même problème se pose à propos de la difficulté philosophique. La formulation d'une thèse métaphysique ne paraît pas à première vue être un non-sens. L'interrogation « le Bien est-il plus ou moins identifiable au Beau ? », pris comme exemple de question philosophique en 4. 003, n'a pas le même « effet » sur le locuteur français que l'énoncé « cette table porte-plume le livre », utilisé dans les *Carnets* pour critiquer la théorie du jugement. Si le caractère absurde de la seconde phrase n'a pas à

---

<sup>75</sup> Voir notre chapitre 2.

<sup>76</sup> Wittgenstein se demande à plusieurs reprises si ce qu'il entend par philosophie correspond au concept traditionnel. Sa réponse est nuancée : « Pourquoi souhaité-je nommer philosophie notre présente activité, alors que nous appelons aussi philosophie celle de Platon ? Peut-être en raison d'une certaine analogie existant entre ces activités, peut-être aussi en raison du développement ininterrompu de la matière. A moins encore que la nouvelle activité ne prenne la place de l'ancienne parce qu'elle dissipe effectivement les malaises mentaux que l'ancienne était supposée dissiper. » (CC 32-35, p. 28).

<sup>77</sup> 4. 003

<sup>78</sup> Cf. également dans le même ordre d'idée, la critique que Wittgenstein effectue au début des années trente du concept hilbertien de contradiction cachée ; voir par exemple *WCV*, pp. 175-176.

être démontré, il faut en revanche « établir »<sup>79</sup> que la première question est dépourvue de sens. Là encore, comment expliquer, si on affirme que la maîtrise d'un langage suffit à délimiter la sphère du sens, que certains non-sens ne se manifestent pas immédiatement comme tels ?

L'auteur du *Tractatus* est ainsi conduit à admettre l'existence, sur le plan phénoménologique, d'une distinction entre non-sens manifeste et non-sens non manifeste<sup>80</sup>. Dans un extrait du *Cahier Jaune*<sup>81</sup>, Wittgenstein souligne que :

La plupart d'entre nous croyons qu'il y a des non-sens qui font sens, et qu'il y en a d'autres qui ne font pas sens – que dire « Ceci est vert et jaune en même temps » et « Ab sul ah » sont des non-sens d'espèce différente.

La reconnaissance de cette différence s'accompagne cependant du refus de lui accorder un statut substantiel. Les non-sens non manifestes, qu'ils soient logiques ou philosophiques, sont, explique l'auteur, des « non-sens dans le même sens [que les autres], la seule différence résidant dans le tintement des mots »<sup>82</sup>. La frontière passe toujours chez Wittgenstein entre les propositions d'un langage et les gribouillis qui ne font pas partie du système ; elle ne sépare jamais différents types de « gribouillis ». Comment rendre compte, dans ce cadre, de la spécificité du non-sens non évident ?

La distinction entre deux types de non-sens se fonde en réalité, non pas sur l'analyse de leur « contenu » (ils n'en ont aucun), mais sur l'examen de leur mode de production. En 3. 323-3. 234, Wittgenstein précise que les non-sens non évidents (sous leur forme philosophique ou logique) proviennent d'une confusion entre des symboles qui ont leur signe en commun :

3. 323 : Dans la langue usuelle il arrive fort souvent que le même mot désigne de plusieurs manières différentes – et appartienne donc à des symboles différents –, ou bien que deux mots, qui désignent de manières différentes, sont en apparence employés dans la proposition de la même manière. [...]

3. 324 : Ainsi naissent [*entstehen*] facilement les confusions fondamentales (dont toute la philosophie est pleine).

On ne reconnaît pas, au premier regard, quels sont les symboles qui apparaissent dans les expressions « F(F(fx)) » ou « le Bien est-il plus ou moins identifiable au Beau ? » (Le F le plus extérieur est-il dans la première phrase le même que le F le plus intérieur ? Le terme relationnel « être identifiable à » est-il, dans la seconde, assimilable à celui qui figure dans l'équation « 3 + 2 est identifiable à 5 » ?). C'est cette incapacité à identifier les symboles figurant dans les énoncés qui confère à ces non-sens leur caractère particulier. Tous les énoncés absurdes ne suscitent pas en effet de telles interrogations ; il est évident pour tout locuteur que, dans « ab sul ah » par exemple, aucun signe français n'apparaît.

<sup>79</sup> Cf. 4. 003 : « nous ne pouvons donc en aucune façon répondre à de telles questions, mais seulement établir [*feststellen*] leur non-sens ».

<sup>80</sup> Les expressions « non-sens manifeste » et « non-sens non manifeste » sont employées par Wittgenstein en *PU* §464 : « Ce que je veux enseigner : apprendre à passer [*übergehen*] d'un non-sens non manifeste [*nicht offenkundigen*] à un non-sens manifeste [*offenkundigen*]. »

<sup>81</sup> *CC* 32-35, p. 64.

<sup>82</sup> *Ibid.*

On peut, à ce stade, mieux cerner la réelle difficulté de la conception wittgensteinienne : quel statut l'auteur du *Tractatus* accorde-t-il au mode d'engendrement qui distingue les « propositions » philosophiques et les paradoxes logiques d'une part, des autres types de non-sens de l'autre ? Celui-ci constitue-t-il un mécanisme psychologique, décrivant l'état d'esprit de certains locuteurs, ou est-il, au contraire, lié de manière inhérente à la manipulation d'un certain type de langage<sup>83</sup> ? La question est, bien entendu, fondamentale : elle engage le problème du rapport de Wittgenstein à la philosophie. Si la transgression des limites de la langue est due à des facteurs extérieurs à l'usage du symbolisme, alors l'ensemble des non-sens non manifestes est conçu comme le fruit d'une déficience psychologique, qu'il faut certes soigner, mais qui ne peut faire l'objet d'aucun traitement logique. Ce point va à l'encontre des affirmations, constamment répétées, selon lesquelles les confusions fondamentales sont des confusions de nature logique, qui doivent être traitées comme telles. Si la sortie hors des limites du sens est le résultat de l'usage d'un langage, alors la difficulté philosophique gagne en dignité. Mais c'est, dans ce cas, l'idée selon laquelle toute langue est logiquement ordonnée qui est menacée. Comment en effet concevoir que l'application de certaines règles conduise à leur propre transgression ?

Nous retrouvons ici l'opposition, évoquée au chapitre quatre, entre les démarches adoptées par Frege et Russell dans leurs traitements des difficultés logiques engendrées par la langue ordinaire. Nous l'avons vu, la stratégie de Frege consiste à refuser d'accorder aux paradoxes que lui oppose Kerry le moindre intérêt logique. Les « contradictions bien faciles » exposées par son adversaire ne sont pour lui que le fruit d'une incapacité à se résoudre à employer l'idéographie. Il n'en va pas de même chez Russell. Les *puzzles* ne sont pas, dans *On Denoting*, le fruit de la tournure particulière de certains esprits ; ils naissent de l'usage même de la langue ordinaire. Loin d'appartenir à la psychologie, la description de leur mode d'engendrement relève, pour Russell, de plein droit de la logique. Les *puzzles* sont, certes, des non-sens ; mais le mécanisme qui pousse le locuteur à leur attribuer un contenu n'est pas, comme chez Frege, extérieur à l'ordre linguistique.

Cette mise en perspective nous permet de mieux cerner la position adoptée par l'auteur du *Tractatus* : la situation dépeinte par Wittgenstein est exactement celle que l'on trouve dans *On Denoting*. Le paragraphe 3. 323, cité *supra.*, le montre déjà, puisqu'il offre une description du mode de production à la fois des paradoxes et des *puzzles* russelliens. Wittgenstein y distingue en effet deux sortes de cas potentiellement problématique. Il y a d'abord les situations où deux symboles ont un même signe en commun. Ainsi, par exemple, dans la langue usuelle, « le mot « est » apparaît comme copule, comme

---

<sup>83</sup> On pourrait illustrer ce dilemme par un passage du *Big Typescript* (in *Philosophical Occasions*, op. cit., p. 187), où Wittgenstein compare la discorde philosophique à un désaccord concernant les termes d'un contrat : « Le conflit dans lequel nous nous trouvons constamment quand nous entreprenons une recherche logique ressemble au conflit entre deux personnes qui ont conclu un contrat l'une avec l'autre, contrat dont les derniers articles sont exprimés en des mots qui sont aisément interprétables de travers [*leicht missdeutbaren*], alors que les explications de ces articles expliquent tout de manière à éviter tout malentendu [*unmissverständlicher Weise*]. Si maintenant une de ces deux personnes a la mémoire courte, oublie toujours de nouveau les explications, se trompe dans l'interprétation des conditions du contrat et rencontre continuellement des difficultés, l'autre doit toujours de nouveau lui rappeler les explications dans le contrat et mettre fin aux difficultés. »

signe d'égalité et comme expression de l'existence ». La « contradiction » russellienne, telle que Wittgenstein l'analyse en 3. 333, est le produit de ce genre de situation. La seconde catégorie de situation « dangereuse », recensée par l'auteur, correspond à celle qui engendre les énigmes de *On Denoting*. Il s'agit des cas où deux mots, « qui désignent de manières différentes, sont en apparence employés dans la proposition de la même manière ». Les expressions descriptives comme « l'actuel roi de France » ne sont pas identiques à des noms propres, mais elles occupent dans la proposition une position qui leur est habituellement réservée ; c'est pour cette raison que les locuteurs identifient spontanément, selon Russell en 1905, les deux types d'expressions. Si la langue usuelle associait des portées aux symboles de description, aucun locuteur, même très négligent, ne serait embarrassé par les *puzzles*.

Que le concept wittgensteinien de problème philosophique soit l'héritier des énigmes russelliennes et que la méthode tractatuséenne soit aux antipodes de la démarche fregéenne se manifeste également de façon particulièrement éclatante dans le célèbre paragraphe 6. 53 :

La méthode correcte en philosophie consisterait proprement en ceci : ne rien dire que ce qui se laisse dire, à savoir les propositions de la science de la nature – quelque chose qui, par conséquent, n'a rien à faire avec la philosophie –, puis quand quelqu'un d'autre voudrait dire [*sagen wollen*] quelque chose de métaphysique, lui démontrer [*hinweisen*] toujours qu'il a omis de donner, dans ses propositions, une signification à certains signes.

La méthode « correcte » se compose pour Wittgenstein de trois moments : ne pas tenter de violer les règles syntaxiques qui fixent les limites du sens ; prendre en compte, écouter, le discours de celui qui « voudrait dire quelque chose de métaphysique » ; lui démontrer que ses propositions sont dépourvues de sens<sup>84</sup>. Si Frege et son disciple se retrouvent sur le premier point, ils divergent sur les deux autres ; seul Russell partage l'idée que l'on ne peut pas se contenter de la première étape. En effet :

(i)- le philosophe allemand considère dans *Concept et Objet* qu'il n'a pas à répondre à Kerry ; les problèmes qu'ils soulèvent sont, dit-il, « à sa charge ». Si son adversaire s'en était tenu à la syntaxe de l'idéographie, s'il s'était contenté de dire ce qui se laisse dire, il n'aurait pas posé de telles questions. Au contraire, il est possible et nécessaire, selon Russell, d'écouter la voix du métaphysicien hanté par les *puzzles*.

(ii)- Frege considère qu'il n'a aucun moyen de démontrer à Kerry le caractère erroné de ses remarques. Comme il le reconnaît, le défenseur de l'idéographie est tributaire de « la bonne volonté » du lecteur, qui seule peut réfréner sa tendance à vouloir dire quelque chose de métaphysique. Dans *On Denoting* en revanche, le cheminement qui conduit aux *puzzles* est de bout en bout logique, et la logique a donc les moyens de le décrire. Russell, en distinguant différentes occurrences du symbole descriptif, démontre réellement à l'esprit en proie au trouble que son malaise est sans objet ; il n'a aucun besoin, à la différence du philosophe allemand, d'en appeler à la collaboration du lecteur.

Pour Frege, l'autre qui « voudrait dire quelque chose de métaphysique » est un étranger auquel nous, les locuteurs, ne pouvons pas, et n'avons pas, à répondre<sup>85</sup>. Pour Russell et Wittgenstein, cet autre est l'un de nous : il parle le même langage. C'est le discours pourvu de sens qui, dans le *Tractatus*,

---

L'homme qui se trompe rencontre-t-il des difficultés parce qu'il a la mémoire courte ou parce que les termes du contrat sont mal présentés ?

<sup>84</sup> On retrouve cette tripartition dans un texte des *Cours de Cambridge de 32-35* (pp. 108-109, trad. Rigal) : « Il ne faut pas essayer d'éluder un problème philosophique en faisant appel au sens commun ; présentez-le plutôt tel qu'il se pose avec le plus de force [*present it as it arises with most power*]. Vous devez accepter de vous laisser traîner dans la boue et vous en sortir ensuite. La philosophie, peut-on dire, consiste en trois activités : voir la réponse donnée par le sens commun, s'immerger si profondément dans le problème que la réponse du sens commun devienne insoutenable, et revenir à partir de là à la réponse du sens commun. En philosophie, il ne faut pas essayer de court-circuiter les problèmes. »

<sup>85</sup> On pourrait dire que, pour Frege, selon les *Grundgesetze* (intro. p. xvii), l'autre en question est « quelqu'un qui souffre d'un genre inconnu de folie »

engendre les difficultés philosophiques ; c'est de l'intérieur même du dicible que naît la tendance à vouloir dire quelque chose d'indicible. La démarche de Wittgenstein n'est pas sans rappeler, sur ce point, celle de Kant : il y a pour l'un comme pour l'autre une naturalité de la métaphysique<sup>86</sup>. C'est la raison, qui, pour l'auteur de la *Critique*, conduit la raison à outrepasser ses limites ; c'est le langage qui, chez l'auteur du *Tractatus*, pousse le locuteur à violer les frontières du discours sensé. De même qu'il y a une dialectique de la raison chez Kant, il y a une dialectique de l'expression chez Wittgenstein : le mouvement de reprise critique (la seconde et troisième étape de la « méthode correcte ») appartient de plein droit à l'acte expressif lui-même (le premier moment, incomplet sans les deux autres)<sup>87</sup>.

Cette filiation kantienne ne doit cependant pas être poussée trop loin. La réflexion wittgensteinienne doit d'abord se lire comme un commentaire de *On Denoting*, et de ce qui singularise le geste russellien par rapport à la pratique fregéenne. On peut, à ce propos, remarquer que l'interprétation offerte par Wittgenstein tend à creuser la différence entre la stratégie utilisée par Russell dans les théories substitutionnelles de 1906<sup>88</sup> et la stratégie employée dans les théories des types de 1910-1911. L'approche substitutionnelle repose en effet sur l'idée que l'élimination des fonctions propositionnelles, des classes et des relations, et leur réintroduction à titre de symboles incomplets, permet de faire disparaître les paradoxes, exactement comme l'analyse des descriptions définies permet d'éliminer les *puzzles*<sup>89</sup>. A partir de 1908, Russell renonce à cette stratégie pour adopter l'idée que c'est la construction d'une hiérarchie dans le langage logique de base qui permet d'éviter les paradoxes. Le philosophe distingue différents types de symboles pourvus de *meaning*, et admet différentes sortes de variables. Les paradoxes naissent alors de la violation de la hiérarchie typologique, et non d'une confusion entre des symboles non analysés : réflexions sur la « contradiction » et sur le symbole incomplet se séparent<sup>90</sup>. D'une certaine manière, le rapprochement que fait Wittgenstein entre les problèmes philosophiques et les paradoxes logiques constitue un plaidoyer pour l'approche substitutionnelle : les « contradictions » ne sont, selon 3. 333, que des *puzzles* qui résultent, non de la violation des règles, mais de la difficulté à appliquer une syntaxe en elle-même logiquement parfaite<sup>91</sup>.

<sup>86</sup> Cf. *Prolégomènes à toute métaphysique future*, trad. Guillemit, Paris : Vrin, p. 150 : « Que l'esprit de l'homme renonce un jour complètement aux recherches métaphysiques, on ne peut pas plus s'y attendre qu'à nous voir un jour suspendre notre respiration pour ne pas toujours respirer un air impur. Il y aura donc toujours au monde, et qui plus est, en tout homme, surtout s'il réfléchit, une métaphysique. » A comparer avec 4. 002b : « La langue usuelle est une partie de l'organisme humain, et n'est pas moins compliquée que lui. »

<sup>87</sup> Nous sommes très proche de la présentation que fait J. Conant (elle-même inspirée de la lecture que propose S. Cavell) du second Wittgenstein dans la préface du livre de H. Putnam, *Le réalisme à visage humain*, trad. C. Tiercelin, Paris : Le Seuil, 1994.

<sup>88</sup> Sur la théorie substitutionnelle, voir P. de Rouilhan, *Russell et le cercle des paradoxes*, op. cit., pp. 161-202.

<sup>89</sup> Cf. cet extrait de *On the Substitutional Theory of Classes and Relations* : « Le principe logique fondamental sur lequel repose la théorie [...] est que dans n'importe quelle proposition [*sentence*], un mot, ou une partie de la phrase, peut souvent être complètement dénué de signification quand il est séparé de son contexte. » (cité par P. de Rouilhan, *Russell et le cercle* ..., op. cit., pp. 170-171).

<sup>90</sup> Cf. P. de Rouilhan, *ibid.*, p. 293 : « Dans le passage de [la théorie des types ramifiée à la théorie substitutionnelle ramifiée], semble-t-il, l'horizon a changé. Avant il n'y avait de différences de types qu'entre fictions logiques, ou entre fictions logiques et entités, maintenant, il y en a entre entités mêmes. »

<sup>91</sup> Wittgenstein, dans un entretien avec Schlick, le soutient explicitement (*WCV*, p. 122) : « Les antinomies ne sont jamais apparues dans le calcul, elles sont apparues dans le langage de la conversation courante, et ce pour la raison qu'on y emploie les mots de façon équivoque. La solution des antinomies consiste par conséquent à remplacer ce mode d'expression confus

## La proposition dépourvue de sens

La décision de lier l'émergence des problèmes philosophiques à l'usage de la langue laisse un problème en suspens. Wittgenstein affirme en effet que tous les langages sont logiquement en ordre. Comment expliquer alors que leur emploi donne naissance à des confusions ? Russell, chez qui la question se pose également, ne fournit aucune réponse. Dans le *Tractatus*, le problème revêt cependant un caractère particulièrement pressant ; le langage ordinaire y est en effet considéré à la fois comme la seule cause des errements métaphysiques, et comme leur seul remède. Comment la même instance peut-elle revêtir deux rôles si opposés ? Nous défendrons ici l'idée que c'est la distinction entre la pensée [*Gedanke*] et l'expression de la pensée [*Ausdruck der Gedanke*] qui apporte, dans le *Tractatus*, une réponse à la difficulté.

Dans l'*Avant-Propos*, alors qu'il est en train d'expliciter le sens général de son œuvre, Wittgenstein écrit :

Le livre tracera [...] une frontière [*Grenze*] à l'acte de penser, – ou plutôt non pas à l'acte de penser, mais à l'expression des pensées : car pour tracer une frontière à l'acte de penser, nous devrions pouvoir penser les deux côtés de cette frontière (nous devrions donc pouvoir penser ce qui ne se laisse pas penser).

La frontière ne pourra donc être tracée que dans la langue, et ce qui est au-delà de cette frontière sera simplement dépourvu de sens.

Ce texte, qui occupe une position centrale, distingue la façon dont la pensée et le langage se rapportent à leur limite. S'il affirme que l'on ne peut pas sortir de la pensée pour en tracer les frontières, l'auteur laisse entendre qu'il est envisageable de dire ce qui ne se laisse pas penser, et de délimiter ainsi la pensée dans le langage. L'idée d'une pensée dépourvue de sens est absurde ; l'idée d'une proposition dépourvue de contenu ne l'est pas.

Le point est capital. En effet, en mettant en place cette distinction, l'auteur semble reconnaître que, dans la langue, la distinction entre la proposition sensée et le gribouillis sans signification n'est pas parfaitement nette ; que, dans la langue, une troisième notion, la proposition *unsinnig* (dépourvue de sens) se glisse entre ces deux catégories et vient brouiller les cartes. Wittgenstein paraît donc aménager un lieu permettant de concevoir le problème philosophique (plus généralement, le non-sens non évident) comme la manifestation d'un écart entre la pensée et le langage – non pas simplement comme l'effet d'une complexion psychologique particulière. Ce texte d'ouverture trouve-t-il un écho dans le corps même du *Tractatus* ?

Dans une série de paragraphes difficiles (3 - 3. 13), Wittgenstein revient sur la question du rapport entre la pensée et l'expression. Après avoir introduit la notion de *Satz* comme expression sensible de la pensée, il écrit :

3. 12 : Le signe par lequel nous exprimons la pensée, je le nomme signe propositionnel. Et la proposition est le signe propositionnel dans sa relation projective au monde.

3. 13 : A la proposition appartient tout ce qui appartient à la projection ; mais non le projeté./ Donc la possibilité du projeté, non le projeté lui-même./ Dans la proposition, le sens n'est donc encore pas contenu, mais seulement la possibilité de l'exprimer./ (« Le contenu de la proposition » signifie le contenu de la proposition pourvue de sens [*der Inhalt des sinnvollen Satzes*].)/ Dans la proposition est contenue la forme de son sens [*die Form seines Sinnes*], mais non pas le contenu de celui-ci.

---

par un autre qui soit précis (c'est-à-dire à prendre garde à la signification propre des mots). Les antinomies disparaissent par conséquent grâce à une analyse, non grâce à une preuve. »

La difficulté consiste à saisir comment s'articulent les trois notions de proposition, de signe propositionnel et de proposition pourvue de sens. En 3. 12, Wittgenstein distingue la *Satz* du *Satzzeichen* ; le rapprochement avec 3. 32 sq.<sup>92</sup> nous incite à identifier la proposition au signe propositionnel utilisé, au symbole qui contient en lui ses règles d'usage. La proposition est alors nécessairement considérée comme pourvue de sens<sup>93</sup>. Mais en 3. 13, Wittgenstein distingue la *Satz* de la *sinnvoll Satz* ; si la seconde a un contenu, la proposition est, elle, liée seulement extérieurement à son sens. Dès lors, toujours si on se réfère à 3. 32 sq., ce paragraphe nous conduit à assimiler la proposition au signe propositionnel. Autrement dit, en 3. 12, la proposition est identifiée au symbole pourvu de sens et distinguée du signe propositionnel ; en 3. 13, la proposition est identifiée au signe et opposée au symbole. Comme le note J. Griffin, la *Satz* paraît, dans ces paragraphes, occuper une place intermédiaire, « quelque part entre le signe et le symbole »<sup>94</sup>. Reste à déterminer laquelle.

L'explication que l'on donne de ce passage fait généralement jouer un rôle décisif à la notion de forme du sens. M. Black<sup>95</sup> affirme ainsi :

**CE QUE VEUT DIRE WITTGENSTEIN [EN 3. 13] EST ASSEZ CLAIR. ARTICULEE A UN FAIT DETERMINE, UNE PROPOSITION A UNE FORME LOGIQUE AVANT QUE LES CORRELATIONS POUR LES ELEMENTS N'AIENT ETE FOURNIES, C'EST-A-DIRE AVANT QU'ELLE AIT ETE CONVERTIE EN UNE IMAGE.**

La proposition serait la forme du signe propositionnel. En cela, la *Satz* se distinguerait à la fois du symbole (qui est l'interprétation, ou la « projection » de cette forme) et du simple signe (qui n'est pas catégoriellement articulé)<sup>96</sup>. J. Griffin parle ainsi de la proposition comme d'un signe « semi-interprété » : les référents des mots sont dans la proposition des éléments dont on ne précise que la forme.

Une telle lecture se heurte à deux difficultés. En premier lieu, elle conduit à identifier la proposition à la forme logique. Or, Wittgenstein distingue, terminologiquement et conceptuellement, la *Satz* de ce qu'il appelle l'*Urbild*<sup>97</sup>. En second lieu, et de manière plus générale, cette interprétation a le grave défaut de ne pas expliquer quels rôles 3. 12-3. 13 jouent dans le *Tractatus*. Pourquoi l'auteur cherche-t-il, de manière si alambiquée, à introduire une distinction entre la *Satz* et la *sinnvoll Satz* qui n'est jamais reprise par la suite ? N'aurait-il pas été plus simple d'identifier directement la proposition et le symbole pourvu de sens, comme il finit par le faire en 3. 5 ?

<sup>92</sup> Nous avons commenté ces remarques (Wittgenstein y distingue le symbole de son signe) dans le chapitre cinq.

<sup>93</sup> En 3. 5, Wittgenstein ajoute que « le signe propositionnel employé, pensé, est la pensée » ; comme le symbole est le signe employé, on peut en déduire que le symbole propositionnel possède nécessairement un sens.

<sup>94</sup> *Wittgenstein's Logical Atomism*, op. cit., p. 129.

<sup>95</sup> *A Companion to Wittgenstein's Tractatus*, op. cit., pp. 98-99.

<sup>96</sup> Par exemple, « aRb » serait le signe ; la proposition serait « aRb » perçu comme l'exemplification du schéma xΦy, où x et y sont des variables d'objets, et Φ une variable de relation ; la proposition pourvue de sens serait l'interprétation complète du signe « aRb ».

<sup>97</sup> Cf. 3. 315, où l'*Urbild* est défini comme le résultat de la substitution de tous les éléments propositionnels par des variables.

En insérant ce passage dans son contexte immédiat, il est possible de proposer une interprétation alternative, qui évite ces écueils. En 3. 0 sq., Wittgenstein affirme à quatre reprises (3. 03, 3. 031, 3. 032, 3. 0321) que nous ne pouvons rien penser d'illogique, c'est-à-dire qu'une pensée est reliée de manière interne à un sens. On ne doit pas dire qu'une pensée a un sens, mais qu'elle est un sens (elle ne peut pas ne pas en avoir). L'affirmation selon laquelle la proposition ne contient pas son sens doit donc, selon toute vraisemblance, être opposée à ce que Wittgenstein dit en 3. 0 sq. à propos de la pensée. On retrouverait donc là le dispositif mis en place dans l'*Avant-Propos* : l'auteur, en 3. 13, chercherait à distinguer la relation que la pensée et le langage entretiennent avec le non-sens. Mais pour quelle raison est-il nécessaire d'effectuer une telle distinction ?

En 3. 1, Wittgenstein affirme, qu'à la différence de la pensée, la proposition possède une partie sensible – son signe :

Dans la proposition, la pensée s'exprime pour la perception sensible

C'est cette dimension sensible de la *Satz* qui est la source du fait qu'elle peut être dépourvue de contenu. En effet, comme l'auteur le développe en 3. 321, avec la dimension sensible, c'est la possibilité que plusieurs symboles aient leur signe en commun qui est introduite. Or cette possibilité, soutient Wittgenstein en 3. 324, est directement responsable de la difficulté philosophique. L'existence de non-sens non manifestes provient de la confusion entre des expressions qui ont la même partie sensible, et cette possibilité a elle-même pour origine le fait que la proposition, à la différence de la pensée, est perceptible. Si la proposition n'était pas l'expression sensible de la pensée, s'il y avait des propositions purement intelligibles, alors la distinction entre signe et symbole serait vaine, et l'explication de l'origine des confusions fondamentales donnée en 3. 323-3. 324, absurde. En bref, le propos de Wittgenstein, dans ces deux paragraphes, peut être ainsi paraphrasé :

- 1- Si nous ne faisons que penser, tout non-sens serait immédiatement reconnaissable ; comme les pensées n'ont pas de parties sensibles, la confusion entre deux symboles ayant le même signe serait impossible. Mais lorsque nous exprimons nos pensées, la situation change et devient plus complexe.
- 2- Parce que les symboles ont une partie sensible, il est possible d'identifier deux symboles différents qui ont leur signe en commun. Or, une telle confusion est ce qui nous conduit à ne pas reconnaître que certaines propositions, qui, à première vue, expriment un sens en sont en réalité dépourvues.

La proposition a bien ici une position intermédiaire. Elle ne se réduit pas au signe propositionnel, puisque elle est, même lorsqu'elle est dépourvue de sens et distincte du symbole, projetée sur le monde. Ainsi, un énoncé métaphysique comme « Le Bien est-il plus ou moins identique que le Beau ? » n'est pas, à la différence de « ab sul ah » par exemple, une simple marque ; l'embarras qu'il engendre provient précisément du fait que les locuteurs cherchent à lui trouver un emploi (le projettent sur le monde) alors qu'il est dépourvu de sens. La plongée de la pensée dans le sensible modifie profondément la question de ses limites. Dans le langage, la frontière entre sens et non-sens ne peut pas être conçue comme une séparation nette entre deux domaines bien établis. Dans la langue, les deux

domaines empiètent l'un sur l'autre, et créent ce « territoire contesté »<sup>98</sup> des propositions dépourvues de sens, qui, à première vue ont un contenu, mais qui, après examen (et le travail philosophique consiste à effectuer cet examen), en sont dépourvues<sup>99</sup>.

Il semble possible d'aller plus loin dans l'interprétation, et de rendre compte du fait que Wittgenstein, en 3. 13, oppose le « projeté » à la « possibilité du projeté », le « sens » à la « possibilité de l'exprimer », le « contenu de sens » à la « forme du sens ». Ce sont les derniers termes de chaque couple que M. Black identifie à l'*Urbild*. Quel contenu donner, dans la perspective ici défendue, à ces termes ?

Selon nous, ces formules renvoient au concept, développé dans les années trente, de *Satzklang*. Dans la *Grammaire*, Wittgenstein écrit :

Quand nous nous interrogeons sur la forme générale de la proposition, il faut penser que dans le langage ordinaire les propositions ont certes un rythme et une sonorité déterminés [*einen bestimmen Satzrythmus, Satzklang hat*], mais que nous n'appelons pas « proposition » tout ce qui sonne comme une proposition. – C'est pourquoi on parle de « propositions » pourvues et dépourvues de sens [*sinnvollen und unsinnigen*].<sup>100</sup>

Lorsque Wittgenstein affirme que la proposition possède la forme de son sens, il ne veut pas dire que la proposition est une forme non-interprétée. Il souligne le fait que ce que l'on nomme spontanément « proposition » doit avoir l'apparence d'une proposition pourvue de sens – doit sonner, tinter, comme une proposition. Il y a des signes propositionnels qui n'ont pas la forme d'une *Satz* – « Ab sul ah », par exemple. Mais inversement, qu'un signe ait un *Satzklang* ne signifie pas pour autant qu'il ait un sens – « Socrate est identique » sonne en français comme un énoncé, mais est pourtant absurde<sup>101</sup>. Par « possibilité de projection », par « possibilité d'expression », par « forme d'un sens », on ne doit donc pas comprendre *Urbild*, mais *Satzklang*. Dire qu'une proposition contient la forme de son sens, c'est affirmer que tout locuteur, du fait qu'il use d'une langue, et non à cause de certaines caractéristiques psychologiques, étend spontanément le prédicat « être une proposition » à des signes qui n'en ont que la forme extérieure.

Résumons. Les paragraphes 3. 12 - 3. 13 peuvent être lus comme une réponse à la question de l'origine du problème philosophique. Wittgenstein affirme en 3. 0 sq. que, dans la pensée, la limite entre sens et non-sens ne peut être franchie. Il soutient en 3. 1 sq. que la dimension sensible du langage complique la situation : dans un système symbolique, il est possible de former des propositions dépourvues de sens. Si le non-sens non évident ne peut pas apparaître dans la pensée, il surgit à partir du moment où on exprime dans un langage des pensées. Les deux paragraphes commentés ont donc selon nous une importance décisive. Le concept vague de non-sens non manifeste (qu'il soit logique ou philosophique) y acquiert un nom et un statut. Les non-sens non évidents sont les propositions dépourvues de sens, et les *unsinnig Satz* sont des combinaisons de symboles qui ne sont pas, en vertu de leur apparence sensible, immédiatement reconnues comme absurde<sup>102</sup>.

<sup>98</sup> 4. 113 : « La philosophie délimite le territoire contesté [*begrenzt das bestreitbare Gebiet*] de la science de la nature. »

<sup>99</sup> F. P. Ramsey semble s'être parfois rendu compte de la souplesse du dispositif tractatuséen ; il écrit par exemple (*Notes on Philosophy, Probability and Mathematics*, Galavotti M. C. éd., Naples : Bibliopolis, 1991, fragment 002-10-01) : « Russell disait à propos de l'éthique philosophique que les philosophes qualifient toujours de mauvais ce qui, d'après leur système métaphysique, est impossible, c'est-à-dire enfreint la volonté de Dieu. [...] / Ceci, pourrait-on dire, est également vrai des logiciens, et particulièrement de Ludwig qui dit à la fois qu'il est impossible de penser une contradiction et que nous ne devons pas penser une contradiction. / Mais il y a une ambiguïté qui corrige tout cela : ce que nous devons faire, c'est penser, et ne pas parler de manière autocontradictoire ; un logicien, qui garde un œil sur la référence, distingue la parole de la pensée. Si « p » est absurde (contradictoire), « A pense que p » est absurde (autocontradictoire) ; mais « A dit que 'p' et pense qu'il signifie quelque chose » n'est pas absurde (autocontradictoire). »

<sup>100</sup> *Grammaire...*, op. cit., § 78 ; Cf. également *PU* § 134 (qui suit immédiatement les développements consacrés à la philosophie).

<sup>101</sup> Cf. 5. 4733.

<sup>102</sup> Signalons que la distinction, faite par Waismann, entre mode de figuration syntaxique et non-syntaxique, que l'on trouve aux pages 239-240 de *WCV* étaye notre interprétation. Voici le texte : « La syntaxe consiste en des règles qui indiquent dans quels assemblages uniquement un mot fait sens. La syntaxe exclut la formation d'assemblages de mots absurdes. Nos langues ordinaires possèdent une syntaxe. Une carte géographique, une notation musicale, une courbe de température reproduisent

Nous demandions, en commençant ce paragraphe, comment le langage, qui est, par définition logiquement ordonné, pouvait de lui-même engendrer les non-sens philosophiques et les paradoxes logiques. La distinction entre la pensée et le langage fournit une réponse à cette question. A la différence de ce qui se passe dans la pensée, l'organisation qui gouverne les symbolismes possède une apparence sensible, qui ne reflète pas nécessairement sa forme profonde. Tant que cette apparence coïncide avec la structure syntaxique réelle, aucun problème ne surgit ; mais lorsque ce que l'on perçoit de notre langue ne correspond pas à sa logique propre, la difficulté métaphysique survient. Le non-sens non évident n'est pas la conséquence d'une incapacité psychologique à se plier aux règles linguistiques ; il n'est pas non plus le fruit d'un écart entre la syntaxe d'une langue et un ordre logique idéal ; il est la manifestation d'un désaccord du langage avec lui-même, et c'est ultimement la référence au caractère sensible des systèmes expressifs qui explique la possibilité de ce désaccord.

La confusion philosophique naît chez Wittgenstein de trois fois rien : d'un petit déphasage entre l'ordre du symbolisme et son apparence sensible, d'un infime retard de la langue sur elle-même. Wittgenstein compare, dans les années trente, la situation du philosophe à celui d'un homme qui a un mot sur le bout de la langue<sup>103</sup> et qui bientôt, immédiatement, dans quelques secondes, le trouvera, de sorte que l'on pourrait très bien considérer que ce léger bégaiement peut être ignoré – qu'il n'y a pas de différence entre avoir un mot sur le bout de la langue et l'avoir trouvé. La force de Wittgenstein consiste pourtant, selon nous, à avoir su voir dans ce léger retard le propre du phénomène expressif, et à avoir su y articuler une réflexion sur la philosophie et les paradoxes logiques<sup>104</sup>.

« *I'll teach you differences* »<sup>105</sup>

En 3. 325, Wittgenstein défend l'idée que seule une langue obéissant à la grammaire logique permet de mettre fin à aux difficultés philosophiques :

Pour éviter [les confusions fondamentales (dont toute la philosophie est pleine)], il nous faut employer une langue symbolique qui les exclut, qui n'use pas du même signe pour des symboles différents, ni n'use, en apparence [*äusserlich*] de la même manière de signes qui désignent de manières différentes. Une langue symbolique donc qui obéisse à la grammaire logique – la syntaxe logique [*Eine Zeichensprache also, die der logischen Grammatik – der logischen Syntax – gehorcht*].

(L'idéographie de Frege et de Russell constitue une telle langue, qui n'exclut pourtant pas encore toute erreur [*die allerdings noch nicht alle Fehler ausschliesst*].)<sup>106</sup>

Ce paragraphe est à première vue problématique parce que l'auteur a l'air d'y affirmer, à la manière de Frege, qu'il y a des langues logiquement ordonnées et d'autres qui ne le sont pas. Dans la littérature secondaire, on trouve deux interprétations de la notion de langue obéissant à une grammaire logique : la première identifie la notation en question avec le langage des tables de vérité, complètement

---

[*abbilden*] elles aussi la réalité ; mais elles procèdent de façon non syntaxique. Comment cette différence doit-elle être expliquée ? La carte géographique peut reproduire la réalité de façon vraie ou fausse, mais jamais de façon absurde. Tout ce que la carte figure est possible. *En revanche une description dans un langage de mots peut être absurde.* Je puis dire par exemple : « A est au Nord de B et B au Nord de A ». Une telle proposition ne communique rien, parce qu'elle ne possède pas la forme du fait qu'elle est censée figurer. *La syntaxe est donc liée à la possibilité de l'absurdité.* » (nous soulignons). La distinction entre ces deux modes de figuration correspond à la distinction, faite dans le *Tractatus*, entre expression et pensée.

<sup>103</sup> *Big Typescript*, in *Philosophical Occasions*, ..., op. cit., p. 164 ; Cf. aussi *PU*, p. 219 et les très nombreux développements au sujet du caractère irritant de la difficulté philosophique.

<sup>104</sup> La sensation d'avoir un mot sur le bout de la langue est l'expérience que W. James, dans le chapitre 9 des *Principles of Psychology* (New York : Holt, 1980, p. 243), cite pour illustrer ce qu'est une partie transitive du champ de conscience. L'importance accordée chez Wittgenstein à la durée du surgissement et de l'élimination de la difficulté philosophique fait ainsi écho à la distinction du philosophe américain.

<sup>105</sup> Wittgenstein a un moment pensé mettre en épigraphe aux *Recherches Philosophiques* une citation de Shakespeare tiré de *King Lear* (acte I, scène 4) « *I'll teach you differences* ».

<sup>106</sup> trad. Granger mod.

analysé<sup>107</sup> ; la seconde, plus prudente, refuse une telle assimilation, sans préciser la nature de ce qu'il faut entendre par langue logique<sup>108</sup>. La lecture, russellienne, proposée ici, permet, nous semble-t-il, de rejeter l'interprétation « audacieuse » tout en donnant un contenu précis à l'expression « langue obéissant à une grammaire logique ».

Comme nous venons de le voir, l'origine des erreurs dont Wittgenstein parle est le fait que l'ordre logique de la langue usuelle ne se manifeste pas de manière visible. Une langue dans laquelle les différences entre les symboles se reflèteraient dans les signes est-elle nécessairement analysée ? Dans l'introduction des *Principia*, Russell nous fournit un exemple de notation non analysée dans laquelle la nature des signes s'ajuste à celle des symboles. Le symbolisme « intermédiaire », dans lequel des indicateurs de portée apparaissent, contient des symboles incomplets, et constitue pourtant une langue qui obéit, au sens du *Tractatus*, à la syntaxe logique. En effet, dans cette écriture, on ne peut plus confondre les symboles «  $[!x!Fx] \sim C(!x)(Fx)$  » (correspondant à l'expression « L'actuel roi de France n'est pas chauve » lorsque « L'actuel roi de France » a une occurrence primaire) et «  $\sim[!x!Fx]C(!x)(Fx)$  » (correspondant au même énoncé quand « L'actuel roi de France » a une occurrence secondaire). Il est manifeste, dans cette notation, que l'expression «  $[!x!Fx]C(!x)(Fx)$  » n'a pas la même multiplicité qu'une proposition singulière (du type « Louis est chauve »), dont la négation est univoque. L'écriture « intermédiaire », pourtant explicitement présentée comme non analysée, correspond bien à la définition que donne Wittgenstein en 3. 325 d'un symbolisme obéissant à la syntaxe logique : elle « n'utilise pas du même signe pour des symboles différents, ni n'utilise, en apparence de la même manière de signes qui désignent de manières différentes ».

Si nous admettons que Wittgenstein a en tête l'analyse de Russell lorsqu'il écrit ces paragraphes, alors il faut considérer qu'il y a deux distinctions, dans le *Tractatus*, qui ne se recoupent pas : celle, d'une part, entre langage ordinaire et langue complètement analysée – correspondant chez Russell à la différence entre «  $C(!e F)$  » et «  $\exists x(Fx \wedge \forall y(Fy \Rightarrow (y=x)) \wedge Cx)$  » ; celle, d'autre part, séparant, à l'intérieur d'un même système, les présentations symboliques conformes et non conformes à la structure syntaxique considérée – correspondant chez Russell à la distinction entre «  $C(!e F)$  » et «  $[!x!Fx]C(!x)(Fx)$  ». Le point fondamental est que la seconde distinction ne différencie pas, à l'instar de la première, deux langages, mais seulement deux façons de présenter le même langage. L'expression «  $[!x!Fx]C(!x)(Fx)$  » est constituée des mêmes symboles que l'expression «  $C(!e F)$  » ; aucune règle de traduction ne relie, par exemple, chez Russell, les deux énoncés. Ce qui distingue les deux écritures, c'est seulement le fait que la première rend visible ce que la seconde contient, mais laisse dans l'ombre. Une langue symbolique « obéissant à la grammaire logique » n'est donc pas un système dont la syntaxe est conforme à un étalon défini par ailleurs. Elle est une langue dont

<sup>107</sup> C'est le cas de G. E. M. Anscombe (*An introduction...*, op. cit., chap. 6) et de McDonough (*The Arguments...*, op. cit., chap. 5).

<sup>108</sup> M. Black, qui discute longuement le concept d'idéographie (*A companion ...*, op. cit., pp. 135-145) ne fait pas mention de l'hypothèse, pourtant assez naturelle, selon laquelle idéographie et langage complètement analysé sont synonymes ; même remarque pour H.-J. Glock, dans *A Wittgenstein dictionary*, op. cit., pp. 223-225.

l'apparence sensible et la syntaxe, quelle que soit la complexité de celle-ci, coïncident. L'adjectif « idéographique » ne caractérise pas chez Wittgenstein un langage particulier, mais une présentation particulière d'une langue quelconque – une présentation dont le propre est de manifester de manière visible l'ordre syntaxique<sup>109</sup>.

Derrière cette nouvelle définition du langage logique inspirée par la lecture de *On Denoting*, se profile une critique très percutante de la méthode philosophique prônée par Russell. Dans les deux premières conférences de *Our Knowledge of External World*, le philosophe anglais oppose deux conceptions de la philosophie : la tradition classique, issue de Kant et de Hegel, et sa propre position, l'« atomisme logique »<sup>110</sup>. Russell reproche essentiellement deux choses aux tenants de la tradition : employer une logique très rudimentaire, qui exclut les relations ; s'en servir pour réfuter de manière *a priori* la réalité de certains faits fondamentaux, admis par le sens commun et par la science (la réalité de l'espace, du temps, de la matière, etc...) <sup>111</sup>. L'« atomisme logique » utilise lui les ressources d'une logique considérablement élargie et enrichie afin d'éliminer les apparents paradoxes, et d'assurer ainsi la possibilité des faits mis en doute par les penseurs classiques<sup>112</sup>. L'analyse, nouvelle et seule tâche de la philosophie, consiste à substituer aux formes usuelles de discours (par exemple, à celles usant des descriptions définies) une forme logiquement enrégimentée (composée de quantificateurs et de fonctions propositionnelles à plusieurs variables) qui permet de manifester la structure logique ultime des faits, et d'en garantir la possibilité.

La critique de Wittgenstein est double. L'auteur du *Tractatus* soutient d'abord qu'il est possible, sans abandonner la langue usuelle, de manifester les différences entre les symboles, et d'éliminer ainsi embarras métaphysique et autre paradoxe. Nous venons de le rappeler, « idéographique » ne caractérise pas chez Wittgenstein un langage particulier, mais une présentation particulière d'une langue quelconque. Contrairement à ce que pense Russell, l'analyse n'est donc pas indispensable en philosophie. Mais Wittgenstein va plus loin. Non indispensable, l'analyse est philosophiquement nuisible. Selon l'auteur du *Tractatus* en effet, le traitement philosophique consiste essentiellement à faire ressortir la diversité des symboles masquée par l'apparente similitude des signes<sup>113</sup>. Or le projet russellien va directement à l'encontre d'une telle entreprise. Russell cherche en effet à reconstruire, à partir de la logique des relations, l'ensemble des concepts usuels, c'est-à-dire à uniformiser l'ensemble des signes employés dans les notations. Son but n'est pas de rendre sensible la diversité des symboles ; il est au contraire de généraliser l'usage d'un certain type de signe, et d'accroître ainsi, avec l'uniformisation, le risque de confusion. D'un point de vue wittgensteinien, l'entreprise russellienne est philosophiquement catastrophique : elle consiste à délibérément masquer, ce qu'il importe,

<sup>109</sup> Il n'est pas indifférent qu'en 3. 325, Wittgenstein parle de *Zeichensprache*, et non pas seulement de *Sprache* ; c'est l'apparence sensible d'une langue, telle qu'elle se reflète dans ses signes, et non la langue elle-même, qu'il faut modifier pour supprimer les difficultés philosophiques.

<sup>110</sup> Russell fait intervenir un autre courant, l'évolutionnisme, inspiré par le darwinisme, que nous laissons ici de côté.

<sup>111</sup> Cf. par exemple *Pblms* pp. 169-171.

<sup>112</sup> *Our Knowledge...*, op. cit., p. 68 : « La logique moderne [...] a pour effet d'élargir notre imagination théorique et de nous procurer un nombre infini d'hypothèses possibles que l'on peut appliquer à l'analyse de n'importe quel fait complexe. De ce point de vue, elle est l'exacte opposée de la logique pratiquée par la tradition classique. [...] L'ancienne logique met la pensée dans les chaînes alors que la nouvelle logique lui donne des ailes. » Cf. également pp. 18-19.

<sup>113</sup> Dans certains textes du début des années trente, Wittgenstein compare ce travail à celui effectué dans les villes par les services de voirie dans le but de rendre visible la structure complexe d'un réseau. Cf. par exemple, *Big Typescript*, in *Philosophical Occasions*, op. cit., p. 184 : « Le langage contient les mêmes pièges pour tout le monde ; l'immense réseau des mauvais chemins bien entretenus. Et nous voyons ainsi les hommes, les uns après les autres, emprunter les mêmes chemins et nous savons déjà où ils tourneront, où ils continueront tout droit, sans remarquer le virage, etc, etc... Donc, partout où les mauvais chemins commencent, je devrais ériger des panneaux pour aider les personnes à contourner les endroits dangereux. » Si l'on en croit E. Veit (« La maison de Margarete, une alternative à l'architecture des « modernes » », in *Wittgenstein et la Philosophie aujourd'hui*, J. Sebestik et A. Soulez éd., Paris : Méridiens Klincksieck, 1992, pp. 427-434), cette volonté de faire ressortir la diversité des usages se manifeste jusque dans l'architecture de la maison de la Kundmanngasse à Vienne, dont Wittgenstein a dirigé la construction. L'historienne relève ainsi que le philosophe a systématiquement rehaussé la place des poignées et alourdi les portes, afin de rendre sensible les différences entre les pièces de la maison.

précisément, de manifester<sup>114</sup>. Elle est d'ailleurs vouée à l'échec, puisque la différence entre les symboles, dissimulée de manière forcée au niveau de l'écriture, se montre dans l'usage<sup>115</sup>.

Les différentes critiques que Wittgenstein adresse à Russell dans le *Tractatus*, et que nous avons analysées dans les chapitres précédents, doivent être lues dans cette optique. Le philosophe ne dit pas, par exemple, que le symbolisme employant les connecteurs propositionnels est logiquement défectueux. La critique de Wittgenstein, plus subtile, vise à montrer qu'il est très facile, lorsqu'on adopte la notation russellienne, de négliger les différences entre les signes de relation et les connecteurs propositionnels – différences qui apparaissent pourtant dès que l'on prend garde à l'usage de ces expressions. Ainsi :

Il est évident que  $v$ ,  $\Rightarrow$ , etc., ne sont pas des relations au sens de : à droite de, à gauche de, etc. La possibilité des définitions réciproques des signes logiques « primitifs » de Frege et Russell montre déjà que ce ne sont pas des signes primitifs, et encore mieux qu'ils ne désignent aucune relation.

Et il est patent que le «  $\Rightarrow$  » que nous définissons au moyen de «  $\sim$  » et de «  $v$  » est identique à celui au moyen duquel nous définissons «  $v$  » en usant de «  $\sim$  », et que ce «  $v$  » est identique au premier. Et ainsi de suite.<sup>116</sup>

Le fonctionnement même de la notation russellienne manifeste que les constantes ne sont pas des relations et que les propositions ne sont pas des noms. Mais Russell, lorsqu'il se demande quel genre d'unité a la proposition, quelle relation lie l'assertion et le complexe propositionnel, etc..., abusé qu'il est par la ressemblance entre les connecteurs et les relations, néglige de prendre en considération des différences que le fonctionnement de son propre symbolisme révèle pourtant. La notation V-F n'est pas plus correcte que la notation russellienne ; elle présente simplement l'avantage d'offrir une plus grande variété de signes et de supprimer ainsi les causes des problèmes auxquels se confronte Russell. La critique de la construction fregéo-russellienne des nombres, examinée au chapitre précédent, appartient à la même veine. Il ne s'agit pas, comme le croient certains commentateurs, de remplacer l'analyse ensembliste par une autre, fondée sur le concept d'opération ; il s'agit de souligner le fait que les logiciens sont conduits, pour définir le nombre, à assimiler sous le même vocable des symboles dont les syntaxes sont extrêmement diverses. Les embarras engendrés par l'identité notamment ont pour origine, non pas le langage lui-même, mais l'oubli que si l'identité apparaît comme une relation, son usage obéit, dans la notation elle-même, à des règles bien plus complexes que celles qui régissent les relations ordinaires. Dans tous ces cas, les critiques formulées par Wittgenstein sont internes et immanentes ; elles ne consistent pas à dire qu'il faut substituer à un langage défectueux une autre notation ; elles consistent à attirer l'attention sur le fait que les questions que se posent Frege et Russell proviennent d'une mauvaise description du fonctionnement des symbolismes qu'ils utilisent.

Nous venons de dire que l'analyse, dans la mesure où elle tend à l'uniformisation, est, pour Wittgenstein, philosophiquement nuisible. Elle l'est à ses yeux particulièrement lorsqu'elle s'applique, comme c'est le cas chez les logiciens, aux mathématiques. Il y a une raison spécifique, tenant à la nature de l'objet considéré, qui rend ici la mise en œuvre de la méthode prônée dans *Our Knowledge of External World* particulièrement fallacieuse. Expliquons, à l'aide d'un exemple exposé au début des années trente, l'idée wittgensteinienne<sup>117</sup>. L'équation «  $1 + 1 = 2$  » pourrait s'analyser en « russellien » ainsi :

$$(1) \quad \forall F \forall G [ [\forall x (\sim Fx \vee \sim Gx) \wedge \exists x (Fx \wedge \forall z (Fz \Rightarrow z=x)) \wedge \exists x (Gx \wedge \forall z (Gz \Rightarrow z=x)) ] \Rightarrow$$

<sup>114</sup> Wittgenstein nous invite à pousser l'analogie ville-langage plus loin. Il compare, en *PU* §18, les langages scientifiques aux nouveaux faubourgs des villes qui se développent selon des plans réguliers et uniforme. La nécessité d'ériger des points de repère pour ne pas se perdre est plus grande dans les quartiers périphériques, qui se ressemblent tous, que dans le vieux centre des cités.

<sup>115</sup> Dans le *Tractatus*, l'analyse telle que l'envisage Russell est considérée être la tâche, non du philosophe, mais du physicien. La mécanique est en effet définie par Wittgenstein comme « un essai pour construire selon un plan unique toutes les propositions vraies » (6. 343). Une théorie mécanique, dit-il encore, « uniformise la description du monde » (6. 341). Voir également cet extrait, daté du 1/5/15, des *Carnets* qui atteste du rapprochement : « La méthode de Russell dans sa *Scientific Method in Philosophy* est tout simplement un pas en arrière par rapport à la méthode de la physique. »

<sup>116</sup> 5. 42.

<sup>117</sup> Cf. par exemple *WCV* pp. 35, 223-224.

$$[\exists x \exists y (x \neq y \wedge (F_x \vee G_x) \wedge (F_y \vee G_y) \wedge \forall z ((F_z \vee G_z) \Rightarrow (z=x \vee z=y)))]^{118}$$

Prouver que  $1 + 1 = 2$ , c'est, selon Russell, prouver (1) à partir des axiomes des *Principia*. Wittgenstein ne conteste pas, dans ces textes, que cela soit possible ; il ne conteste pas non plus que l'énoncé (1) soit une traduction de «  $1 + 1 = 2$  »<sup>119</sup> ; il refuse pourtant de considérer qu'une preuve de (1) soit une preuve de  $1 + 1 = 2$ . Son argument est le suivant : il est tout à fait possible d'utiliser (1) sans jamais prêter attention au nombre de variables apparaissant dans chaque membre de l'implication – sans jamais réaliser que (1) peut s'écrire de cette manière :

$$(2) \quad \forall F \forall G [(\forall x (\sim F_x \vee \sim G_x) \wedge \exists 1x F_x \wedge \exists 1x G_x) \Rightarrow \exists 2x (F_x \vee G_x)]^{120}$$

Celui qui saisit en (1), l'implication (2), voit quelque chose que celui qui comprend (1) aurait pu manquer : en groupant et dénombrant les variables de l'antécédent et du conséquent, il phrase le premier énoncé d'une façon particulière qui n'est pas contenue dans la forme analysée<sup>121</sup>. Wittgenstein ne nie donc pas que l'on puisse traduire  $1 + 1 = 2$  par (1) ; il souligne le fait que le chemin inverse, consistant à revenir de (1) à la notation arithmétique usuelle, n'est pas évident, et constitue un geste mathématique difficile<sup>122</sup>. En bref, Russell prétend qu'une analyse des mathématiques est possible, et qu'elle prend la forme d'une traduction d'une expression non analysée («  $1 + 1 = 2$  ») en un énoncé du langage fondamental ; son disciple fait subtilement remarquer que la reconnaissance de la synonymie des deux expressions constitue elle-même le résultat d'une activité mathématique, et que, puisque la modification de la forme apparente est un changement mathématiquement essentiel, le projet consistant à dégager la forme réelle des équations est absurde<sup>123</sup>.

C'est, remarquons-le, en prenant appui sur la façon dont Russell le met en œuvre dans les *Principia* que Wittgenstein cherche à ruiner le programme logiciste. Frege et Russell prétendent qu'il est possible de réécrire l'ensemble de l'arithmétique dans un langage homogène et économe, et de réduire ainsi la totalité du contenu mathématique à quelques concepts logiques fondamentaux. Mais Russell, à la différence de Frege, considère, on l'a vu, que le travail consistant à lier les diverses strates symboliques est du ressort de la logique. L'opération consistant à reconnaître dans une preuve analysée la démonstration d'un théorème ordinaire n'est pas le fruit d'une mystérieuse activité psychologique, mais l'application de démonstrations développées dans certaines parties du système.

<sup>118</sup> C'est-à-dire : si un et un seul individu est un F et si un et un seul individu (mais pas le même que celui qui est un F) est un G, alors deux individus exactement sont des F ou G, et ceci quels que soient les prédicats F et G. Nous avons emprunté cette traduction à F. Schmitz, in *Wittgenstein, la philosophie et les mathématiques*, Paris : PUF, 1988, p. 212. La véritable construction russellienne est, pour notre propos, inutilement compliquée.

<sup>119</sup> La critique de Wittgenstein est ici indépendante de sa critique de la reconstruction de l'arithmétique en terme de classe.

<sup>120</sup> «  $\exists 1x \phi x$  » signifie qu'il y a un et un seul objet satisfaisant  $\phi$  ; «  $\exists 2x \phi x$  » signifie qu'il y a exactement deux objets qui satisfont  $\phi$ .

<sup>121</sup> *Remarques sur les Fondements des Mathématiques*, Paris : Gallimard, 1983, livre III, §14 (trad. Lescourret modifiée, p. 145) : « Toute ma difficulté n'est-elle pas de voir comment – sans sortir du calcul logique de Russell, on peut arriver au concept de l'ensemble des variables [*Menge der Variablen*] dans l'expression «  $(\exists xyz \dots)$  », lorsqu'on ne peut avoir de vue d'ensemble de cette expression ? / Mais ne peut-on permettre cette vue d'ensemble en écrivant :  $(\exists x_1 x_2 x_3, \dots)$ . [...] Je vois maintenant d'une autre manière que l'ensemble des signes dans ces deux genres d'expressions est le même. »

<sup>122</sup> Cf. ce que nous avons dit sur la synthèse du symbole incomplet à partir de la notation analysée dans le chapitre quatre.

Wittgenstein ne fait que retourner la pratique russellienne contre le discours russellien : l'idée d'une analyse des mathématiques est absurde, puisque pour reconnaître que c'est le même contenu qui est exprimé sous forme analysée et sous forme non analysée, un travail mathématique est, dans les *Principia*, absolument indispensable. L'arithmétique ne saurait donc être réduite à la logique puisque la réduction est, selon Russell lui-même, une opération mathématique.

On peut formuler les choses autrement : le projet logiciste se fonde sur l'idée que l'on peut séparer le contenu mathématique des diverses manières de l'exprimer – que l'on peut abstraire la substance logique de ses divers modes de présentation. A l'encontre de ce présupposé jamais interrogé, Wittgenstein souligne, en s'appuyant sur la forme même des *Principia*, que la découverte d'une nouvelle façon d'écrire un concept est un geste mathématique, qui peut avoir une importance fondamentale<sup>124</sup>.

Cette thèse est, nous semble-t-il, déjà en germe dans le *Tractatus*. Wittgenstein y rejette le programme de réduction logique de l'arithmétique en distinguant de façon très ferme les équations mathématiques des tautologies :

La logique du monde, que les propositions de la logique montrent dans les tautologies, la mathématique la montre dans les équations.<sup>125</sup>

Les équations ne sont pas des vérités logiques déguisées. Elles manifestent que « les deux expressions mises en connexion par le signe d'égalité ont la même signification » : elles mettent en relation des symboles et ne constituent pas à proprement parler des propositions<sup>126</sup>. Comment interpréter la distinction entre équation et tautologie, qui est à la racine de l'opposition du premier Wittgenstein au logicisme ? La manière la plus naturelle de le faire est de rapporter ce que dit l'auteur à ce qu'ont fait ses maîtres. Nous venons de le rappeler, Russell consacre certains passages des *Principia* à démontrer l'équivalence formelle entre des symboles. Il prouve ainsi, par exemple, que les symboles de classe, non analysés, « ont toutes les propriétés formelles » des noms d'individu. Ces théorèmes sont, dans la terminologie tractatuséenne, des équations (ils garantissent la possibilité de substitution), qu'il faut distinguer des vérités logiques que l'on écrit dans le langage de base. Si l'on accepte cette interprétation, accréditée par la lettre du texte, et découlant de tout ce que nous avons pu dire aux chapitres quatre et cinq, alors la thèse défendue par le premier Wittgenstein peut être reformulée de la manière suivante : si les définitions et les règles d'équivalence introduites dans les *Principia* (les équations) sont logiquement inessentiels, elles sont mathématiquement fondamentales. Nous

---

<sup>123</sup> Cf. également *Remarques sur les Fondements* ..., op. cit., livre III, § 46, p. 162 : « Celui qui posséderait un système semblable au système russellien et produirait à partir de lui, au moyen de systèmes adéquats de définition, des systèmes tels que le calcul différentiel, celui-là découvrirait un nouveau domaine mathématique. »

<sup>124</sup> Ainsi en est-il allé de l'invention de la notation leibnizienne pour le différentiel, ou de l'invention de l'écriture décimale par les arabes. Cette analyse de la signification des remarques wittgensteiniennes concernant le rôle de la définition dans les mathématiques doit beaucoup à l'article de E. Grosholz, « Wittgenstein and the Correlation of Logic and Arithmetic », publié dans le volume trois de *L. Wittgenstein : Critical Assessments*, Shanker S. G. éd., Beckenham : Croom Helm, 1986.

<sup>125</sup> 6. 22.

<sup>126</sup> 6. 23 sq.

retrouvons la thèse, développée, il est vrai, beaucoup plus clairement dans les années trente : le projet logiciste est absurde parce qu'il utilise, dans sa mise en œuvre, cela même qu'il prétend éliminer.

« Que veut montrer celui qui veut montrer que les mathématiques ne sont pas de la logique ? » se demande Wittgenstein dans un passage des *Remarques sur les Fondements des Mathématiques*. Sa réponse, limpide, est la suivante :

Il veut dire quelque chose comme : – si on enveloppe des tables, des chaises, des armoires, etc., dans autant de papier qu'il faut, ils finiront bien par paraître sphériques.

Il ne veut pas montrer qu'il est impossible de construire pour chaque preuve mathématique une preuve russellienne qui lui « corresponde » [...], mais que la reconnaissance d'une telle correspondance ne repose pas sur la logique.<sup>127</sup>

L'uniformisation des notations et des preuves mathématiques n'est pas irréalisable (si on les enveloppe, tous les meubles finissent effectivement « par paraître sphérique »), mais elle est dangereuse parce qu'elle tend à nous faire oublier qu'un travail supplémentaire, proprement mathématique, est requis pour identifier à quoi correspond la preuve (pour identifier ce qu'il y a dans les paquets sphériques)<sup>128</sup>. Il n'est pas possible, comme le reconnaît à sa façon, c'est-à-dire dans sa pratique, Russell, de détacher le contenu d'une preuve mathématique de sa présentation symbolique. Ce n'est pas le cas en physique par exemple, où un même phénomène peut être décrit de manières très différentes<sup>129</sup>. Mais, et Wittgenstein rejoint sur ce point un thème cher aux épistémologues français<sup>130</sup>, les mathématiques se nourrissent autant de leurs objets que du mode de présentation de ces objets. Le projet logiciste d'analyse des mathématiques est, pour cette raison, plus que le projet russellien d'analyse du sens commun ou des sciences expérimentales, particulièrement fallacieux.

\* \* \*

C'est seulement dans la mesure où nous nous exprimons que nous avons, selon Wittgenstein, à faire face à des problèmes philosophiques. Si nous étions des êtres exclusivement pensants, nous n'aurions pas à philosopher : les difficultés métaphysiques ne sont rien d'autres que des confusions dues à un mauvais usage du langage. Nous avons insisté ici sur le fait que l'expression « confusions dues à un mauvais usage du langage » faisait l'objet d'une élaboration théorique conséquente dans le *Tractatus*. C'est la théorie du symbole, elle-même fondée sur la lecture de *On Denoting*, qui constitue le socle de la définition wittgensteinienne de la philosophie. Ce point n'a pas simplement une importance exégétique ; il permet de rejeter une lecture néo-positiviste, selon laquelle la philosophie ne serait, pour l'auteur du *Tractatus*, que la manifestation d'une forme d'irrationalité. A l'encontre d'une telle interprétation, nous avons souligné que, pour Wittgenstein comme pour Kant, la rationalité humaine

<sup>127</sup> *Remarques sur les Fondements...*, op. cit., III, §53, p. 168.

<sup>128</sup> Wittgenstein renverse ici l'imagerie russellienne concernant analyse. Analyser, ce n'est pas, comme le croit le philosophe anglais, éliminer, épurer, simplifier ; c'est, au contraire, compenser par d'innombrables complications inapparentes l'uniformité superficielle que l'on a artificiellement construite.

<sup>129</sup> Cf. 6. 3 sq. et note *supra*.

<sup>130</sup> Cf. la distinction effectuée par Cavailles entre le « paradigme » et le « thématique » dans *Sur la Logique et la Théorie de la Science* (in *Œuvres complètes de Philosophie des Sciences*, Paris : Hermann, 1994, pp. 508-514). Cf. également la critique que Poincaré adresse à l'usage logiciste des définitions (« Les Mathématiques et la Logique », in Heinzmann G. éd., *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano. Textes de la discussion (1906-1912) sur les fondements des mathématiques : des antinomies à la prédictivité*, Paris : Blanchard, 1986, p. 20) : « [...] voici un mot dont nous avons donné explicitement une définition A ; nous en faisons ensuite dans le discours un usage qui suppose implicitement une autre définition B. Il est possible que ces deux définitions désignent un même objet. Mais qu'il en soit ainsi, c'est une vérité nouvelle, qu'il faut, ou bien démontrer, ou bien admettre comme un axiome indépendant. » Ce qui constitue la singularité de la critique

(l'ordre de notre langage) ne se donne à voir qu'au terme d'un parcours – qu'elle nécessite, pour apparaître, une critique. Selon le *Tractatus*, la vision juste de la syntaxe de nos langues n'est pas première ; c'est la métaphysique qui est naturelle, et la voie de l'ordinaire qui se conquiert.

Dans les années trente, nous l'avons évoqué au chapitre cinq, cette double structure vole en éclats. La *Grundgedanke* selon laquelle n'importe quel symbolisme se réduit, en dernière instance, à la notation V-F, est rejetée, et il y a là, à n'en pas douter, une rupture fondamentale entre les deux Wittgenstein. Mais à travers leurs divergences, l'auteur du *Tractatus* et celui des *Recherches* partagent, nous semble-t-il, un souci commun : celui de refuser à la fois l'idée que les problèmes philosophiques sont les conséquences de mécanismes psychologiques, extérieurs à l'ordre linguistique, et l'idée qu'ils sont le résultat d'une imperfection logique de nos langues. Dans les *Recherches*, les diverses voix qui se font entendre<sup>131</sup> ne sont pas celles de « musiciens dénués de talents » (pour reprendre une formule que Carnap utilise pour caractériser la tournure d'esprit des métaphysiciens) ; les questions qu'elles énoncent n'en sont pas moins, du point de vue de la langue ordinaire elle-même, inintelligibles. Les inquiétudes que ces voix expriment sont du même type que celles qui assaillent le métaphysicien dont il est question en 6. 53 : elles sont les manifestations d'un écart entre la grammaire complexe des jeux de langage et ce que la surface bi-dimensionnelle de la page en donne à voir<sup>132</sup> ; elles témoignent toutes des diverses manières dont le locuteur peut, à cause de leur dimension sensible (dans les *Recherches*, le philosophe parle d'images [*Bild*] qui nous tiennent captif<sup>133</sup>), manquer l'ordre en lui-même irréprochable des systèmes expressifs. Wittgenstein a donc raison de répéter que ses remarques ne sont pas des thèses. Son projet n'est pas de corriger la langue ou l'état d'esprit du locuteur métaphysicien ; il est de bien décrire les usages enchevêtrés des mots que celui-ci utilise. La critique, en 1945 comme en 1921, est toujours interne : elle vise à rendre sensible un désaccord entre ce qui se dit et ce qui se fait.

Il faut d'ailleurs aller plus loin. Ce n'est qu'en 1921 que l'on trouve une théorie du problème et de la méthode philosophique. Dans l'œuvre postérieure, tout point de vue métathéorique est abandonné. Wittgenstein résout des difficultés ; il ne cherche ni à les définir, ni à réfléchir leur mode de résolution. Cela constitue toute la force des *Recherches*, mais également toute leur difficulté. Le lecteur ordinaire, lorsqu'il lit « de la philosophie », attend des distinctions, des positions, des oppositions ; il questionne les présupposés, et se demande quelles sont les thèses qui sous-tendent telle ou telle pratique philosophique singulière. Pour ce type de lecteur, il nous semble que le *Tractatus* constitue une bonne propédeutique aux œuvres ultérieures. Les problèmes y sont encore posés sous une forme théorique, et

---

wittgensteiniennes par rapport aux deux précédentes, c'est qu'elle se fonde sur une analyse de la structure des *Principia* et de la différence entre elle et celle des *Grundgesetze*.

<sup>131</sup> Cf. sur ce thème l'article de S. Cavell « The Availability of Wittgenstein's Later Philosophy », in *Must We Mean What We Say ?*, Cambridge : CUP, 1976.

<sup>132</sup> Cf. *PU* §664 : « On pourrait distinguer dans l'usage d'un mot une « grammaire de surface » [*Oberflächengrammatik*] d'une « grammaire profonde » [*Tiefengrammatik*]. Ce qui s'imprègne immédiatement en nous du fait de l'usage d'un mot, c'est [...] la partie de son usage que l'on peut – pourrait-on dire – saisir à l'oreille. Et maintenant comparez par exemple la « grammaire profonde » de l'expression « vouloir dire » avec ce que sa « grammaire de surface » nous laisse conjecturer. Rien d'étonnant à ce que l'on considère qu'il est difficile de s'y retrouver. »

les comparaisons avec d'autres philosophes (Russell, Frege, les néo-positivistes) sont possibles. Mais déjà, de ces prises de positions émerge la méthode radicalement anti-théorique et souvent déroutante du second Wittgenstein<sup>134</sup>.

---

<sup>133</sup> Cf. *PU* §115.

<sup>134</sup> Ce « retour au *Tractatus* » n'a pas un intérêt seulement didactique. Ces dernières années, la question de la méthode philosophique est devenue centrale dans les études wittgensteiniennes (voir, sur ce point, le récent recueil *The New Wittgenstein*, Crary A. et Read R. éds, Londres : Routledge, 2000).