



HAL
open science

Le tracé continu des sections coniques à la Renaissance

Dominique Raynaud

► **To cite this version:**

Dominique Raynaud. Le tracé continu des sections coniques à la Renaissance : Applications optico-perspectives, héritage de la tradition mathématique arabe. *Arabic Sciences and Philosophy*, 2007, 17, pp.299-345. halshs-00376560

HAL Id: halshs-00376560

<https://shs.hal.science/halshs-00376560>

Submitted on 17 Apr 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Le tracé continu des sections coniques à la Renaissance : applications optico-perspectives, héritage de la tradition mathématique arabe

Dominique Raynaud*

RÉSUMÉ. Après une longue éclipse, le compas parfait utilisé par al-Qûhî, al-Sijzî et leurs successeurs pour faire le tracé continu des sections coniques réapparaît chez des mathématiciens de la Renaissance comme le vénitien Francesco Barozzi. La résurgence de cet instrument est liée à son utilité pour résoudre les nouveaux problèmes optico-perspectifs. Après avoir passé en revue les différents instruments permettant le tracé des sections coniques, l'article se focalise sur le compas à coniques et décrit ses usages théoriques et pratiques. Contrairement à la thèse courante d'une invention indépendante, plusieurs éléments suggèrent une filiation directe entre le *birkâr al-tâmm* de la tradition mathématique arabe et le compas à coniques italien. Nous étudions à la suite l'hypothèse de transmission la plus probable impliquant: 1° Ibn Yûnus et ses disciples de Mossoul, 2° le sultan Malik al-Kâmil de Damas, 3° Maître Théodore et Frédéric II à la cour de Sicile, 4° Andalò di Negro à Naples, 5° Lorenzo della Volpaia, Vinci, Sangallo et Michelangelo à Florence, 6° Ausonio, Contarini, Thiene et Barozzi à Venise.

SUMMARY. The perfect compass, used by al-Qûhî, al-Sijzî and his successors for the continuous drawing of conic sections, reappeared after a long eclipse in the works of Renaissance mathematicians like Francesco Barozzi in Venice. The resurgence of this instrument seems to have depended on its interest to solve new optico-perspective problems. Having reviewed the various instruments designed for the drawing of conic sections, the article is focused on the sole conic compass. Theoretical and empirical applications are detailed. Contrarily to the common thesis of an independant discovery, various elements suggest a direct descent between the *birkâr al-tâmm* of the Arabic mathematical tradition and the Italian conic compass. Then we present the most probable transmission hypothesis involving: 1° Ibn Yûnus and his disciples of Mosul, 2° Sultan Malik al-Kâmil in Damas, 3° Master Theodore and Frederick II at the court of Sicily, 4° Andalò di Negro in Naples, 5° Lorenzo della Volpaia, Vinci, Sangallo and Michelangelo in Florence, 6° Ausonio, Contarini, Thiene and Barozzi in Venice.

Les architectes de la Renaissance ont manifesté un intérêt pour les sections coniques, et en particulier pour les instruments permettant d'en faire le tracé continu, auxquels on donne le nom de conicographes: ellipsographe, parabolographe, hyperbolographe, compas à coniques. L'article examine plus spécialement le dernier instrument, en raison des problèmes historiques que pose l'identité formelle entre le compas à coniques de la Renaissance et le « compas parfait¹ » (*al-birkâr al-tâmm*) de la tradition mathématique arabe.

* Université Pierre-Mendès-France (Grenoble), adresse : dominique.raynaud@upmf-grenoble.fr

¹ Le nom est justifié par al-Qûhî: « Ce compas s'appelle le compas parfait parce que l'on peut, au moyen de cet instrument, décrire toutes les lignes mesurables [qui] sont ou des lignes droites, ou des circonférences de cercle, ou des circonférences de paraboles, d'hyperboles et d'ellipses », F. Woepcke, "Trois traités arabes sur le compas

Cette réduction progressive du domaine d'étude nous conduit à retenir un plan en cinq sections: I. usages et applications des sections coniques; II. description des instruments permettant le tracé continu des coniques; III. mode opératoire du compas à coniques; IV. problèmes de paternité; V. transmission de l'instrument à l'Italie de la Renaissance.

I. USAGES ET APPLICATIONS

Les recherches entreprises sur les sections coniques à la Renaissance ont été guidées par l'utilité de ces courbes pour résoudre certains problèmes définis. Paul Lawrence Rose² rappelle que les sections coniques ont été utilisées pour: (1) la construction des cadrans solaires³, (2) la fabrication des miroirs ardents, (3) le tracé des projections cartographiques, (4) l'étude cinématique des trajectoires⁴, (5) la pratique artistique, dans ses aspects perspectifs et ornementaux⁵. Il faut ajouter à cette liste trois applications négligées par Rose: (6) la réalisation d'engrenages d'horlogerie⁶, (7) le tracé des ouvrages d'architecture⁷, (8) la résolution de problèmes géométri-

parfait", *Notices et Extraits des Manuscrits de la Bibliothèque Impériale et Autres Bibliothèques*, 22 (1874): 1-175, p. 70, nouvelle éd., R. Rashed, *Geometry and Dioptrics in Classical Islam* (London, 2006), pp. 728-730.

² P. L. Rose, "Renaissance Italian methods of drawing the ellipse and related curves", *Physis*, 12 (1970): 371-404, p. 372-373.

³ Sont notamment des coniques l'ombre du gnomon portée sur le cylindre du voyageur, les lignes de déclinaison du cadran solaire. Les rapports entre les sections coniques et les systèmes de projection ont été explicités dans le cadre de l'étude de l'astrolabe. La projection d'un cercle est une conique sauf dans le cas de la projection stéréographique, qui sous-tend la construction de l'astrolabe planisphérique. Les applications des coniques ont été étudiées par F. Commandino, *Ptolomaei Planisphaerium* (Rome, 1558), *Liber de horologium descriptione* (Rome, 1562) *Claudii Ptolomaei Liber de analemmate* (Rome, 1563), F. Maurolico, *Opuscula mathematica* (Venezia, 1575). L'application des coniques à la construction des instruments est ancienne: R. Rashed et H. Bellosta, *Ibrahîm b. Sinân. Logique et géométrie au X^e siècle* (Leiden, 2000), qui éditent son *Livre sur les instruments des ombres* (*Kitâb fi 'âlât al-â'zâlâl*), p. 337-429.

⁴ Les recherches balistiques de Galilée et de Torricelli utilisant la parabole, et la première loi de Kepler utilisant l'ellipse, sont directement issues des coniques.

⁵ Les aspects ornementaux sont étudiés par W. Lotz, "Die ovalen Kirchenräume des Cinquecento", *Römisches Jahrbuch für Kunstgeschichte*, 7 (1955): 9-99.

⁶ L'équateur de Florence de Lorenzo della Volpaia utilisait des engrenages elliptiques pour les mouvements de la Lune et de Mercure. On en retrouve le dessin dans les notes de Vinci (Madrid, B. Nac. 8937, fol. 24r, 1503-1504), C. Pedretti, "Nuovi documenti riguardanti Leonardo da Vinci", repris in *Studi vinciani. Documenti, analisi e inediti leonardeschi* (Genève, 1957), p. 32. Des engrenages elliptiques sont attestés, à des dates antérieures, dans l'horloge astronomique de St. Albans conçue par Richard de Wallingford (ap. 1327) et dans l'équateur de Giovanni Dondi (1365-1380), Giovanni Dondi dell'Orologio, *Tractatus astrarii*, éd. crit. et trad. E. Poulle (Genève, 2003), p. 166: Instrumentum Mercurii: "figura oblonga", pp. 372-373 et figs. 65-67. L'ellipse résulte chez Dondi d'un tracé par points, ainsi qu'a bien voulu me le confirmer Emmanuel Poulle, que je remercie.

⁷ Les coniques interviennent dans la résolution des problèmes d'intersection des volumes et de stéréométrie (dessin de l'arc rampant, intersection d'un plan incliné et d'une tour cylindrique ou tronc-conique...). Cet usage est ancien: « [La science qui a pour objet les sections coniques] est utile dans les arts pratiques où on a affaire à des corps, comme la menuiserie ou l'architecture », Ibn Khaldûn, *Le Livre des exemples*, I. *Autobiographie*, *Muqaddima*, trad. A. Cheddadi (Paris, 2002), p. 955.

ques et algébriques⁸. Peut-on déceler, dans cette liste, les applications qui furent les plus déterminantes à la Renaissance ? Il suffit de procéder par différence entre deux documents: le traité de Ibn al-Husayn (XII^e siècle) et le traité de Barozzi (XVI^e siècle). Alors qu'Ibn al-Husayn sait que les sections coniques interviennent dans la construction de l'astrolabe et des cadrans solaires, dans les projections et dans la résolution de certains problèmes mathématiques⁹, Barozzi établit que les coniques sont utiles pour la perspective, la catoptrique, l'astronomie, la mécanique et l'architecture¹⁰. Les fonctions (2, 5, 6, 7) supplantent donc les fonctions (3, 8). Cette redéfinition de l'usage des coniques est également sensible dans l'ordre d'énumération (5, 2, 1...) adopté par Barozzi, et dans le fait que le conicographe sera désormais nommé différemment selon qu'il permet de tracer la parabole ou l'ellipse en correspondance avec les fonctions prépondérantes de l'instrument: le tracé de la parabole pour les miroirs ardents (2); le tracé de l'ellipse pour la perspective (5). À la Renaissance, le compas à coniques se stabilise donc comme *instrument optico-perspectif*.

1. Catoptrique et tracé de la parabole

Il existe d'évidentes connexions logiques entre la catoptrique et les sections coniques, lesquelles n'ont longtemps été connues en Occident que par l'intermédiaire du *Liber de speculis comburentibus* d'Ibn al-Haytham traduit par Gérard de Crémone¹¹. Même en délaissant tous ceux qui ont écrit sur les miroirs coniques, cylindriques et sphériques (comme Qustâ b. Lûqâ), de nombreux savants se sont illustrés dans cette tradition de recherche: peut-être Archimède, probablement Apollonius, et certainement Dioclès, Dtrûms, Anthémios, Didyme, al-Kindî, 'Uṭa-

⁸ Cet usage est décrit par Rashed, *Geometry and Dioptrics...*, p. 631 et P. Abgrall, "Al-Qûhî et les courbes coniques", A. Hasnawi, A. Elamrani-Jamal, M. Aouad, édés., *Perspectives arabes et médiévales sur la tradition scientifique et philosophique grecque* (Paris-Louvain, 1997): 21-29. Il correspond à un ensemble de problèmes: la solution des équations du 3^e degré ne se ramenant pas à un degré inférieur ('Umar al-Khayyâm), la construction de l'heptagone régulier (al-Qûhî, Ibn al-Haytham), la trisection de l'angle (al-Qûhî), l'inscription d'un pentagone régulier dans un carré (al-Qûhî), la construction d'un segment de sphère ayant même surface qu'un segment de sphère donné (al-Qûhî), la construction de cercles tangents passant par des points donnés (al-Qûhî).

⁹ Woepcke, "Trois traités arabes", p. 16-17.

¹⁰ F. Barozzi, *Admirandum illud geometricum problema tredecim modis demonstratum, quo docet duas lineas in eodem plano designare...* (Venise, 1586), p. 10-11.

¹¹ « The first traces of any knowledge of conic sections in the West came as the result of the Latin translations of two works of Alhazen (Ibn al-Haytham). The first was the translation by Gerard of Cremona of Alhazen's *Liber de speculis comburentibus* [*Maqâla fî al-marâyâ al-mulḥriqa*], a work on the mathematical theory and construction of paraboloidal mirrors [...] The translation of a second work of Alhazen produced for the Latin reader a further meager harvest of knowledge of conic sections, namely his *De aspectibus* [*Kitâb al-manâzir*] », M. Claggett, *Archimedes in the Middle Ages*, vol. IV, *A Supplement on the Medieval Latin Translations of Conic Sections (1150-1566)*, (Philadelphia, 1980), p. 3 et 18. Ces deux traités étaient connus à Florence (B. Laurenziana, Ashburnham 957, fols. 115r-122v; BNCF, II III 324, fols. 1r-136v) et à Milan (B. Ambrosiana, T 100 sup., fols. 28v-35r; ms. S 100 sup., fols. 4r-8v).

rîd, Abû al-Wafâ', Ibn Sahl, Ibn al-Haytham, etc.¹². 1° Une légende attribuée à Archimède un usage militaire des propriétés caustiques de la parabole. Mais le *Traité de Didyme sur la construction du miroir par lequel Archimède a incendié les vaisseaux de l'ennemi* ne parle que d'un miroir composé de troncs de cône de même hauteur h suivant les cordes de la conique, le paraboloïde n'apparaissant que si h tend vers zéro¹³. 2° Dioclès, dans les *Miroirs ardents*, indique une méthode de construction par points de la parabole fondée sur la propriété directrice-foyer¹⁴. 3° Anthémius de Tralles, l'architecte de Hagia Sophia à Constantinople, est l'auteur de *Miroirs ardents* qui décrivent les propriétés anaclastiques de l'ellipsoïde et du paraboloïde. Il construit les coniques par points en suivant la propriété rayon-foyer ou la méthode des tangentes d'Apollonius (*Coniques*, III, 48) et présente la première occurrence de la méthode dite « du jardinier » dans le tracé continu de l'ellipse. Il ne reste plus qu'un fragment du texte grec d'Anthémius, cependant connu de al-Kindî et de 'Uṭarîd b. Muḥammad qui en fit un commentaire¹⁵. Ces traités ont été étudiés par les mathématiciens arabes qui ont utilisé tantôt la construction par points, tantôt le tracé continu. La méthode de construction par points est décrite dans de nombreux traités, dont ceux de al-Kindî¹⁶, Ibrâhîm b. Sinân¹⁷, Abû al-Wafâ'¹⁸. Les recherches de Ibn Sahl¹⁹ ne semblent pas avoir eu de descendance latine, contrairement au *De speculis comburentibus* d'Ibn al-Haytham, qui constitue la source principale dont dériveront plusieurs

¹² Sur cette tradition de recherche, cf. R. Rashed, "Coniques et miroirs ardents", *Langage et Philosophie. Hommage à Jean Jolivet* (Paris, 1997): 15-30.

¹³ R. Rashed, *Les Catoptriciens grecs*, I. *Les miroirs ardents* (Paris, 2000), p. 335-342. Archimède connaissait la parabole pour l'avoir quarrée, Archimède, *Des Spirales... la quadrature de la parabole*, éd. critique et trad. Ch. Mugler (Paris, 1971).

¹⁴ Le texte original, perdu, n'est connu que dans la traduction arabe. G. J. Toomer, *Diocles on Burning Mirrors* (New York, 1976), nouvelle édition R. Rashed, *Les Catoptriciens grecs*, I, p. 97-141.

¹⁵ Rashed, *Les Catoptriciens grecs*, I, p. 286-315, Sabra, *Optics*, II, p. xliv.

¹⁶ Al-Kindî, *Sur les rayons <solaires>* (*Kitâb fî al-shu'â'ât <al-shamsiyya>*) étudie, après Anthémius, un miroir composé de troncs de cônes assemblés selon les cordes de la parabole, dont il augmente le nombre pour obtenir le paraboloïde, R. Rashed, *L'Optique et la Catoptrique*, p. 359-419.

¹⁷ Ibrâhîm b. Sinân, *Traité sur le tracé des trois sections* (*Maqâla fî rasm al-qutû' al-thalâtha*), Rashed et Bellosta, *Ibrâhîm b. Sinân*, p. 263-289. Ibn Sinân ne connaît pas d'instrument de tracé continu des coniques. Il construit l'ellipse par affinité orthogonale d'un cercle et la parabole par le même procédé qu'Abû al-Wafâ'.

¹⁸ Abû al-Wafâ', *Livre sur les constructions géométriques nécessaires à l'artisan* (*Kitâb fî mâ yahtâju ilayhî as-ṣâni' min a'mâl al-handasa*), indique deux méthodes de construction par points de la parabole, F. Woepcke, "Analyse et extrait d'un recueil de constructions géométriques par Aboûl Wafâ", *Journal asiatique*, 5 (1855): 218-256, 309-359, p. 325-326, n° 21: « Construire un miroir qui brûle... », n° 22: « Autre méthode pour construire le patron ». Sur ces méthodes, O. Neugebauer et R. Rashed, "Sur une construction du miroir parabolique par Abû al-Wafâ' al Bûzjâni", *Arabic Sciences and Philosophy*, 9 (1999): 261-277.

¹⁹ Ibn Sahl, *Livre des <instruments> incendiaires* (*Kitâb al-harrâqât*), R. Rashed, "A pioneer in anaclastics: Ibn Sahl on burning mirrors and lenses", *Isis*, 81 (1990): 464-491.

commentaires latins, au nombre desquels la *Perspectiva* de Witelo²⁰, l'anonyme *Speculi almukefi compositio*²¹ et le *Libellus de seccione mukefi* de Jean Fusoris²².

2. Perspective et tracé de l'ellipse

L'influence que les sections coniques ont exercée sur la théorie perspective n'est pas moindre. La perspective d'un cercle est: un *cercle*, si le cercle-objet est dans le plan frontal; une *ellipse*, si le cercle-objet n'est pas sécant au tableau; une *parabole*, si le cercle-objet est tangent au spectateur et sécant au tableau; une *hyperbole*, si le cercle-objet est sécant à la fois au tableau et au plan neutre auquel appartient le spectateur; une *droite*, si le cercle-objet est dans le plan principal. Mais, étant donnés les paramètres ordinairement retenus pour construire la perspective, le résultat est presque toujours une ellipse.

La propriété selon laquelle la perspective d'un cercle est une conique est déductible des *Coniques* d'Apollonius de Perge, mais les vicissitudes qui ont affecté la diffusion de ce texte ont considérablement retardé sa connaissance en Occident²³. Les livres I-IV furent traduits en arabe par al-Himsî. Thâbit b. Qurra traduisit les livres V-VIII (le dernier resté incomplet). Durant tout le Moyen-Âge latin et jusqu'aux éditions du XVI^e siècle, on ne connut Apollonius que par fragments, notamment grâce à la traduction partielle de Gérard de Crémone, jointe à celle du *De Speculis comburentibus*. C'est à Gérard de Crémone que l'on doit l'introduction des termes: *sectio mukefi* (*qaṭ' mukâfi*, parabole), *sectio addita* (*qaṭ' zâ'id*, hyperbole), *sectio diminuta* (*qaṭ' naqis*, ellipse), que Witelo et Moerbeke remplaceront par les termes calqués sur le grec: *sectio rectan-*

²⁰ Witelo, *Perspectiva*, I, props. 89-91, 98, 100, 103, 129-133 et IX, props. 39-44, cf. Clagett, *Archimedes in the Middle Ages*, vol. IV (I), chap. 3, p. 63-98.

²¹ Clagett, *Archimedes...*, vol. IV (1), chap. 4, p. 99-158. Ce texte, du XIII^e ou du XIV^e siècle a été attribué tantôt à Roger Bacon, tantôt au médecin vénitien Giovanni Fontana, D. C. Lindberg, *A Catalogue of Medieval and Renaissance Optical Manuscripts* (Toronto, 1975), p. 34. Ces attributions sont douteuses: 1) L'attribution à Bacon est exclue du fait que l'auteur utilise une démonstration formelle utilisant les lignes trigonométriques, ce dont on ne trouve pas trace dans le *De Speculis comburentibus* de Bacon, D. C. Lindberg, *Roger Bacon's Philosophy of Nature* (South Bend, 1983); 2) L'attribution à Fontana est irrecevable du fait que le manuscrit a été composé entre ca. 1270 (citation de Witelo) et 1348 (marque de propriété de Bredon), et du fait que l'auteur n'est pas un laïc mais un *frater* — corr. *monachus* Clagett —, l'auteur disant avoir recherché sans succès une copie d'Apollonius « auprès de frères de régions éloignées [*erga fratres de partibus longinquis*] », Clagett, *Archimedes...*, vol. IV (1), p. 99-100, 114. Le *Speculi almukefi compositio* a donné lieu à un commentaire en hébreu, T. Lévy, "L'étude des sections coniques dans la tradition hébraïque, ses relations avec les traditions arabe et latine", *Revue d'Histoire des Sciences*, XVII (1989): 194-239.

²² Clagett, *Archimedes...*, vol. IV (1), chap. 5, p. 159-199. On ajoutera les nombreux textes hébraïques médiévaux, dont cinq traductions de Qalonymos b. Qalonymos, *infra*, note 105.

²³ *Apollonii Pergaei quae graece exstant cum commentariis antiquis*, t. I-II, éd. J. L. Heiberg, 2 vols. (Leipzig, 1891-1893). L'ouvrage d'Apollonius constitue le moment fondateur de cette tradition d'étude des coniques, qui semblent cependant avoir été étudiées avant Apollonius (ca. 262-190 av. J.-C.) et Dioclès (ca. 240-180 av. J.-C.). Un regain d'intérêt apparaîtra au XVI^e siècle, avec la traduction latine des livres I-IV par G. B. Memmo, *Apollonii Pergaei philosophi, mathematicae excellentissimi opera* (Venezia, 1537), suivie de celles de F. Commandino, *Apollonii Pergaei Conicorum libri quattuor* (Bologna, 1566) puis de F. Maurolico, prête vers 1560, parue un siècle plus tard, *Emendatio ac restitutio conicorum Apollonii Pergaei* (Messina, 1654).

gula (parabola); sectio ambligonia (hyperbola); sectio oxigonia (ellipsis). Quant aux premières éditions latines, elles remontent au *De Rebus expetendis et fugiendis* de Giorgio Valla (1501), qui n'en donne encore que quelques fragments. La mauvaise diffusion du texte explique que la propriété suivant laquelle la perspective d'un cercle est toujours une conique ait été acquise tardivement avec les recherches de Commandino, Benedetti, Guidobaldo del Monte, Aguilonius, puis Desargues et La Hire²⁴. Avant le XVI^e siècle, rares sont les praticiens qui ont eu l'intuition de cette propriété, d'où la quantité de règles empiriques pour mettre le cercle en perspective: figure gibbeuse²⁵, ove ou « figure d'œuf²⁶ », ovale, rectangle encadré par des demi-cercles, etc. Ces tracés contrastent avec les épures des *mazzocchi* de la Cerchia dei Sangallo²⁷ (fig. 1).

²⁴ F. Commandino, *Ptolomaei Planisphaerium* (Venise, 1558), *Ptolomaei Liber de analemmate* (Rome, 1563); G. B. Benedetti, *Diversarum speculationum mathematicarum et physicarum liber* (Turin, 1585); G. del Monte, *Perspectivae libri sex* (Pesaro, 1600); F. Aguilonius, *Opticorum libri sex* (Anvers, 1613). Ces recherches seront poursuivies par G. Desargues, *Brouillon Project d'une atteinte aux événements des rencontres d'un cone avec un plan* (Paris, 1639) et P. La Hire, *Nouvelle Méthode en géométrie* (Paris, 1673), *Sectiones conicae* (Paris, 1685). Sur le premier: R. Taton, *L'œuvre mathématique de Desargues* (Paris, 1951), J. V. Field et J. J. Gray, *The Geometrical Work of Girard Desargues* (New York, 1987). Les *Oeuvres complètes de Desargues* sont à paraître sous la direction de J. Dhombres, J.-P. Le Goff et R. Taton. Sur le second: R. Taton, "La première œuvre géométrique de Philippe de la Hire", *Revue d'Histoire des Sciences*, 6 (1953): 93-111. Il faut attendre J. Hamilton, *Stereography or a Compleat Body of Perspective* (London, 1738), pour que soient indiquées les conditions sous lesquelles la perspective d'un cercle donne une ellipse, une parabole, une hyperbole ou une droite.

²⁵ La figure gibbeuse ou « poisson » a été utilisée dans des perspectives par ailleurs très abouties comme Isaac de Ghiberti, D. Raynaud, *L'Hypothèse d'Oxford* (Paris, 1998), p. 76.

²⁶ Dürer est un cas atypique: il nomme correctement l'ellipse (*die linie ellipsis*) mais lui donne la forme d'un œuf, A. Dürer, *Géométrie*, éd. J. Peiffer (Paris, 1995), p. 174. Il en fait la construction par double projection. L'inexactitude du tracé montre qu'il n'a pas compris les *Coniques* ou qu'il les connaissait de seconde main. M. Kemp, *La Scienza dell'arte* (Firenze, 1994), p. 68, avance une explication: la confusion œuf-ellipse résulterait d'une *visée pratique* qui l'aurait conduit à rapporter la figure géométrique à une forme naturelle. L'argument est faible: du point de vue pratique, le tracé de l'ellipse par la méthode du jardinier est plus rapide.

²⁷ On trouve les coniques — ordinairement un ellipse vraie — dans les œuvres de Piero della Francesca, *Calice* 1758A, de la Cerchia di Sangallo, *Mazzocchi* 830A, 831A, 832A, de Leonardo da Vinci, *Anneau*, Codex Atlanticus, 263ra. Les *mazzocchi* 1756A, 1757A, 1758A sont traditionnellement — mais sans fondement — attribués à Paolo Uccello. L'attribution se fonde sur un témoignage de G. Vasari, qui dit avoir possédé « un mazzocchio con linee solo, tanto bello che altro che la pacienza di Paulo non lo avrebbe condotto » (*sic*), G. Vasari, *Vite de' più eccellenti pittori, scultori e architetti* (Firenze, 1969), p. 101. Sur ces questions, P. Roccasecca, "Tra Paolo Uccello e la cerchia sangallescà", R. Sinisgalli, éd., *La Prospettiva. Fondamenti teorici ed esperienze figurative dall'antichità al mondo moderno* (Firenze, 1998): 133-144; *Idem*, "Il Calice degli Uffizi: da Paolo Uccello e Piero della Francesca a Evangelista Torricelli", *Ricerche di Storia dell'Arte*, 70 (2000): 65-78; *Idem*, "Cerchia di Sangallo. Modo per disegnare un mazzocchio", F. Camerota, éd., *Nel Segno di Masaccio*, p. 95-96.

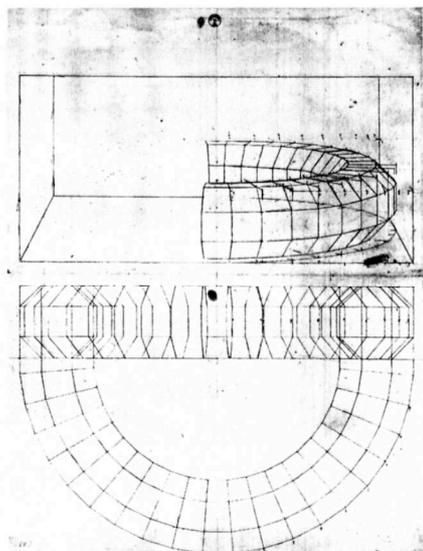


Fig. 1

Cette différence mérite une explication. Il apparaît que tous ceux qui ont mis le cercle en perspective exacte ont déduit cette représentation d'une connaissance des sections coniques. C'est le cas du peintre-mathématicien Piero della Francesca. Le livre III du *Libellus de quinque corporibus regularibus*²⁸ présente des développements sans rapport avec les polyèdres réguliers. Il s'agit de problèmes de stéréométrie, dont seize sont des exercices sur la sphère et le cône qui supposent l'acquisition des coniques. Piero della Francesca a pu les étudier à partir du traité *Archimedis de konoidalibus et spheroidibus figuris* qui lui a appartenu avant de passer à la bibliothèque des Ducs d'Urbino. Archimède y donne des définitions comparables à celles d'Apollonius: « Si un cône est coupé par un plan rencontrant toutes ses génératrices, l'intersection sera ou bien un cercle ou bien une ellipse, etc. » Il détermine l'aire de l'ellipse par comparaison au cercle de même diamètre: les deux figures sont dans le rapport du petit axe au diamètre ou, ce qui revient au même, dans le rapport du rectangle défini par les axes de l'ellipse au carré défini par le diamètre du cercle²⁹. Piero della Francesca, et plus tard Pacioli, ont utilisé cette méthode pour tracer le *circulo proportionato*. Quant aux tracés exacts du cercle en perspective obtenus par Sangallo, Vinci ou Michelangelo, ils sont en rapport direct avec un usage du compas à coniques³⁰. La recherche de la justesse perspective explique pourquoi les sections co-

²⁸ Sur l'œuvre du peintre-mathématicien, Piero della Francesca, *De Prospectiva pingendi*, éd. N. Fasola (Firenze, 1984), *Idem, Libellus de quinque corporibus regularibus*, éd. F. P. di Teodoro (Firenze, 1995), M. Clagett, *Archimedes in the Middle Ages*, vol. III (Philadelphia, 1978), M. Folkerts, "Piero della Francesca and Euclid", *Piero della Francesca tra arte e scienza*, a cura di M. Dalai Emiliani e V. Curzi (Venezia, 1996): 293-312.

²⁹ Archimède, *De la sphère et du cylindre, La mesure du cercle, Sur les conoïdes et les sphéroïdes*, éd. Ch. Mugler (Paris, 1970), p. 158, 166-170.

³⁰ Piero della Francesca, Dürer et Vinci ont aussi utilisé le tracé par points. Par exemple, Vinci projette les cordes horizontales d'un cercle sur une oblique et reporte les hauteurs des cordes sur les perpendiculaires élevées en chaque point d'intersection de l'oblique, cf. *Codex Atlanticus*, fol. 115rb (ca. 1510), C. Pedretti, *Leonardo da*

niques ont suscité un regain d'intérêt de praticiens préoccupés à titre professionnel par les problèmes projectifs.

Le tracé des sections coniques, quand il n'est pas purement empirique, peut s'effectuer de deux manières. La *construction par points* consiste à déterminer la position exacte de certains points de la conique, avant de les relier à main levée (ou à la règle flexible, comme dans le tracé des formes en architecture navale). Le *tracé continu* des coniques présente un avantage chaque fois que les erreurs induites par le dessin à main levée sont indésirables. Ainsi s'exprime Ibn al-Husayn, au XII^e siècle, dans son traité sur le compas parfait:

« Dans les méthodes employées pour produire la figure des trois sections coniques dans le plan, on s'est borné à la construction de points rapprochés entre eux et situés sur la circonférence de la courbe [...] Le sens matériel de la vue ne saurait répondre de l'absence réelle de tout écart, et même le plus grand soin ne saurait ni s'en apercevoir, ni prévenir des erreurs dans l'exécution du dessin [...] Cela est particulièrement vrai pour les matières qui concernent les sciences exactes, de sorte qu'un cercle tracé avec le compas approche de plus près d'un véritable cercle qu'un cercle tracé d'une autre manière.³¹ »

Les instruments pour le tracé continu des coniques feront une avancée décisive en se séparant de la construction par points issue de la tradition archimédienne.

II. DESCRIPTION DES INSTRUMENTS

Les instruments permettant de faire le tracé continu des coniques se divisent en deux classes selon qu'ils opèrent dans le plan (trammels) ou dans l'espace (compas).

Une autre différence importante est que les trammels ne tracent qu'un seul type de courbe alors que les compas peuvent en tracer plusieurs ou toutes à la fois. À partir du XVI^e siècle, de nombreux savants — Guidobaldo del Monte (1579), Kepler (1604), Stevin (1605), Cavalieri (1650), van Schooten (1656), de Witt (1659), de L'Hospital (1707), etc. — ont rivalisé d'ingéniosité pour concevoir ces instruments. Chaque genre a donc ses espèces et, pour ne citer qu'un cas, les instruments permettant le tracé de l'ellipse fonctionnent sur au moins cinq principes distincts: ellipsographes de van Schooten, de Delaunay, à cercle directeur, par anti-parallélogramme, du marquis de L'Hospital (dit aussi d'Archimède ou de Proclus³²), auxquels on ajoutera le « procédé du jardinier » utilisé par Anthémius de Tralles.

Vinci architecte (Paris, 1983), p. 302. Rarissimes sont les cas où l'on a déduit de la connaissance des coniques une fausse perspective du cercle (cf. note 26).

³¹ F. Woepcke, "Trois traités arabes", p. 17-18.

³² L'attribution de cet ellipsographe à Archimède par R. C. Yates, *Curves and their Properties* (Washington, 1974), est sans fondement; celle à Proclus se fonde sur le fait que le théorème utilisé — non l'instrument — apparaît dans son commentaire d'Euclide. Le théorème pourrait être de Geminus, cf. Proclus, *Commentaire sur le*

Plusieurs instruments originaux du XVI^e siècle ou ultérieurs ont été conservés: l’Istituto e Museo di Storia della Scienza de Florence possède un ellipsographe de L’Hospital (inv. 2542); le Germanisches Nationalmuseum de Nuremberg, un ellipsographe de Schlisser (WI 1801); le Adler Planetarium de Chicago, un compas à coniques (Mensing 58). Le Museo della strumentazione scientifica de l’Université de Modena offre par ailleurs des reproductions des différents instruments permettant le tracé des coniques.

1. Les trammels

Quoique notre objectif ne soit pas d’établir une classification de ces instruments, il peut être utile de présenter le principe des trammels *di invenzion piana* de manière à bien les distinguer du compas à coniques étudié à la suite. Considérons ici les seuls ellipsographes de van Schooten et de L’Hospital³³:

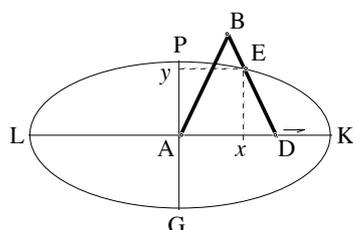


Fig. 2

Ellipsographe de van Schooten (fig. 2). La barre ABD est fixée au pivot A et articulée en B avec $AB = BD$. Lorsque le curseur D coulisse dans la rainure rectiligne de la barre KL , la barre tourne autour du pivot A et le point $E(x, y)$ décrit une ellipse de demi-axe focal AK et de demi-axe non focal AP .

Démonstration. Par symétrie, nous pouvons considérer le secteur supérieur droit PAK en posant $AB = BD = 1$. Sur le triangle rectangle ayant DE pour hypoténuse, le théorème de Pythagore donne $(AD - x)^2 + y^2 = DE^2$ soit:

$$(1) \frac{(AD - x)^2}{DE^2} + \frac{y^2}{DE^2} = 1$$

Soit O le point d’intersection des droites prolongeant AP et DE ; les triangles semblables ayant même sommet O sont tels que $AD / OD = x / OE$, soit encore $AD = 2x / (2 - DE)$, d’où il suit que : $(AD - x)^2 / DE^2 = x^2 / (2 - DE)^2$. En réécrivant le premier membre, (1) devient

premier livre des Éléments d’Euclide, trad. P. Ver Ecke (Paris, 1940), p. 96. Un instrument similaire est présenté par Guidobaldo del Monte; sa particularité est de ne dessiner que le quart de l’ellipse, ce qui exige de procéder par parties. Nous conservons le nom d’ellipsographe de L’Hospital, sans en discuter l’attribution.

³³ F. van Schooten, *Exercitationum mathematicorum libri quinque... IV. De Organica conicarum sectionum in plano descriptione tractatus* (Leiden, 1656), G. de L’Hospital, *Traité analytique des sections coniques et de leur usage pour la resolution des equations dans les problèmes tant déterminez qu’indéterminez* (Paris, 1707).

$x^2 / (2 - DE)^2 + y^2 / DE^2 = 1$. Mais sachant que $AK = AB + BE = 2 - DE$ et que $DE = AP$, (1) s'écrit finalement:

$$(2) \quad \frac{x^2}{AK^2} + \frac{y^2}{AP^2} = 1, \text{ équation d'une ellipse de demi-axes } AK \text{ et } AP.$$

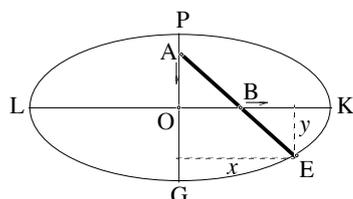


Fig. 3

Ellipsographe de L'Hospital (fig. 3). La barre AE est fixée aux curseurs A et B . Lorsque A et B coulisent dans les rainures rectilignes des barres PG et LK respectivement, le point $E(x, y)$ décrit une ellipse de demi-axe focal OK et de demi-axe non focal OP .

Démonstration. Considérons le secteur inférieur droit de l'ellipse GOK (sur lequel on prendra $x \geq 0, y \geq 0$). Dans le triangle rectangle ayant AE pour hypoténuse, le théorème de Pythagore donne $x^2 + (AO + y)^2 = AE^2$ soit:

$$(3) \quad \frac{x^2}{AE^2} + \frac{(AO + y)^2}{AE^2} = 1$$

Les triangles semblables de même sommet A donnent $(AO + y) / AE = AO / AB$. Considérant les triangles opposés en B , il vient $AO / AB = y / BE$, d'où $(AO + y)^2 / AE^2 = y^2 / BE^2$. Réintroduisant ce terme, l'équation (3) devient $\frac{x^2}{AE^2} + \frac{y^2}{BE^2} = 1$. Mais puisque $AE = OK$ et $BE = OG = OP$, alors (3) s'écrit:

$$(4) \quad \frac{x^2}{OK^2} + \frac{y^2}{OP^2} = 1, \text{ équation d'une ellipse de demi-axes } OK \text{ et } OP.$$

Le point commun entre tous les trammels — dont les ellipsographes de van Schooten et de L'Hospital —, est que leur mécanisme est contenu dans le plan du tracé. Par différence, le compas à coniques n'exploite aucune propriété plane; il constitue bien plutôt une *théorie réalisée*, l'axe du compas étant l'axe du cône, le plan du tracé étant le plan de section et la branche extérieure du compas décrivant dans sa rotation l'enveloppe du cône.

La réduction des problèmes étudiés dans la suite de l'article résulte de ce simple constat: alors que le compas à coniques est attesté dans l'œuvre de plusieurs architectes de la Renais-

sance, ceux-là ont totalement ignoré les trammels plans, instruments dont on ne trouve pas trace en Italie avant la fin du XVI^e siècle³⁴.

2. Le compas à coniques

Un compas à coniques (*seste da far l'ouato*) apparaît dans le recueil de notes de Benvenuto della Volpaia conservé à la Marciana de Venise³⁵ (**fig. 4**). Le même instrument est attribué à Albrecht Dürer à partir d'un dessin de l'Albertina de Vienne dont voici la didascalie: « Circinus cum quo ovalis figura formabitur ab Alberto Durero inuentus » (**fig. 5**)³⁶. Gino Arrighi a découvert une liasse de lettres de Ettore Ausonio à la Biblioteca degl'Intronati de Sienne. Une lettre de Venise datée du 29 septembre 1545, répondant à une demande du capitaine Annibale Bichi, décrit un compas identique aux précédents, qui est cette fois-ci attribué à Michelangelo Buonarroti (**fig. 6**)³⁷.

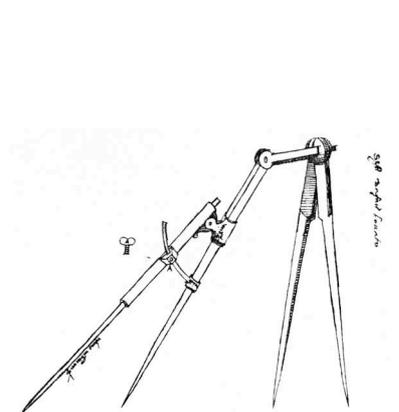


Fig. 4

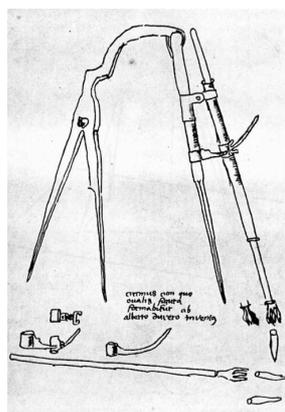


Fig. 5

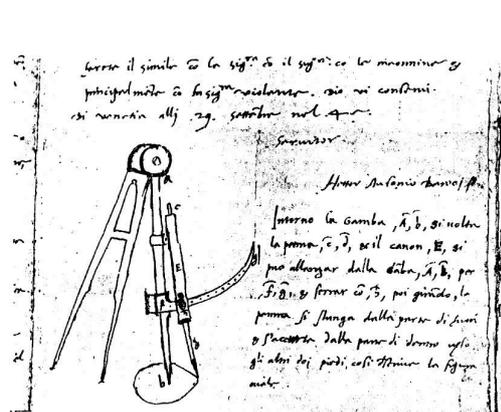


Fig. 6

L'étude du tracé des *mazzocchi* des Sangallo révèle l'utilisation d'un compas à coniques. Les incisions pratiquées dans la feuille du *mazzocchio* 832A des Offices (ca. 1526-1527) mon-

³⁴ Un des rares contre-exemples est la note d'Angelo Mordekhai Finzi sur les lignes asymptotes (Bodleian, Mich. 350, fol. 91b), reproduisant un passage d'Abner de Burgos (1270-1350), Meyashsher 'aqov, 3, 29, dans lequel l'instrument pour le tracé de la conchoïde est réputé utile aux praticiens: "Les artisans [i.e. les tenants de cette discipline pratique, ba'aley ha-mel'akhah ha-ma'asit] peuvent facilement trouver l'instrument qui est conçu pour tracer la 'ligne brisée' [i.e. la conchoïde] et qui est utile [mô'il] pour cette science", Y. Tzvi Langermann, "The scientific writings of Mordekhai Finzi", *The Jews and the Sciences in the Middle Ages* (Aldershot, 1999), chap. IX, p. 36.

³⁵ Venise, B. Naz. Marciana, 5363 (olim Ital. cl. IV 41), fol. 18r, P. Sergescu, "Leonardo da Vinci et les mathématiques", *Leonardo da Vinci et l'expérience scientifique* (Paris, 1952): 73-88, C. Pedretti, *Studi vinciani* (Genève, 1957), *Idem, Leonardo da Vinci architecte, op. cit.*, p. 336, *Idem, "Leonardo discepolo della sperientia"*, F. Camerota, éd., *Nel Segno di Masaccio* (Firenze, 2001), p. 184-185.

³⁶ Vienne, Albertina, Inv. 22448 (olim 164). O. Kurz, "Dürer, Leonardo and the invention of the ellipsograph", *Raccolta Vinciana*, 18 (1960): 15-25, sur les problèmes d'attribution, cf. *infra* IV, note 51.

³⁷ Sienne, Biblioteca degl'Intronati, ms. L. IV. 10, fol. 92r-98v, G. Arrighi, "Il compasso ovale invention di Michiel Agnolo", *Le Machine*, 1 (1968): 103-106; P. L. Rose, "Renaissance Italian methods..."

trent que l'ellipse ne résulte pas d'un tracé par points, mais d'un tracé continu *antérieur* au découpage en facettes³⁸. L'examen en lumière rasante laisse apparaître des points de perforation qui ne correspondent ni au centre, ni aux foyers des ellipses (ce qui exclut un tracé au trammel ou par la méthode du jardinier). Ces indices suggèrent l'usage d'un compas à coniques, dont la preuve est apportée par le dessin 1102A de la même collection. Le *sesto per fare avovati*³⁹ (**fig. 7**) dessiné par Antonio da Sangallo II est identique aux précédents⁴⁰.

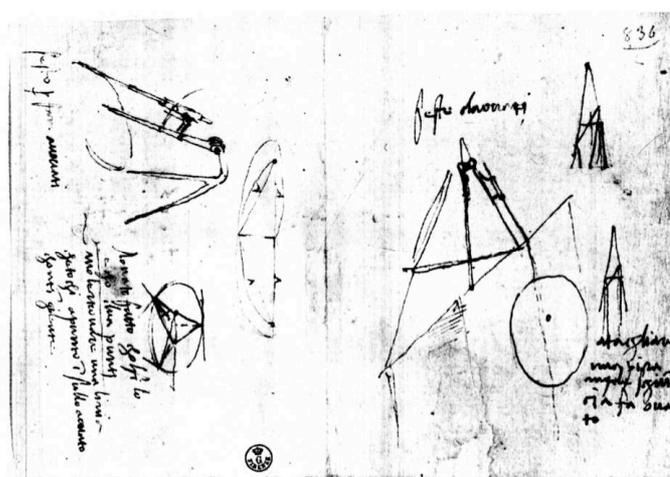


Fig. 7

Leonardo da Vinci a également utilisé des procédés mécaniques pour le tracé continu des coniques. Mis à part le *sesto da far l'ouato* du codex de la Marciana qui lui est parfois attribué, Vinci a représenté un compas parabolique dans le *Codex Atlanticus*, fol. 394ra (1515) (**fig. 8**). Ce dessin explicite un schéma plus ancien que l'on trouve dans le *Codex Arundel*, fol. 73r (ca. 1509) et le *Codex Atlanticus*, fol. 32ra (ca. 1480⁴¹) (**fig. 9**).

³⁸ « Il *Mazzocchio* 832A è stato disegnato [...] con linee curve tracciate da strumenti appropriati », P. Roccasacca, “Il Calice degli Uffizi”, p. 77, n. 33.

³⁹ C. L. Frommel et N. Adams, *The Architectural Drawings of Antonio da Sangallo the Younger and his Circle*, vol. 1: *Fortifications, Machines, and Festival Architecture* (New York, 1994), p. 196; P. Roccasacca, “Tra Paolo Uccello e la cerchia sangallesca”, p. 133-144.

⁴⁰ Ce dessin de Sangallo est ignoré de Pedretti, Kurz, Arrighi, Rose.

⁴¹ Pedretti, *Studi vinciani*, p. 285 (fol. 394ra), p. 266 (fol. 32ra), *Léonard de Vinci*, p. 326, 336: « Se volessi fare una spera inchavo che volgiendola ai razi dal sole ardessi, cio che si interponessi alla sua piramida: vuolsi fare il primo tratto una piramida che sia chome figurato di sopra che .cd. entri .2. volte in .ab.; poi piglia la meta della linia .db. che [e] .e. e segha infino al centro del fondamento della piramida che e .c. e chon quella tagliatura fa la tua centina e sia pari chella piramida vuole essere tonda per /// [accendere?] un pane di zucchero ». La figure du fol 32ra est identique — sans correspondance textuelle — à celles d'Eutocius (*Commentaire sur les Coniques d'Apollonius*), de Jean Fusoris (*De Seccione mukefi*) et d'al-Sijzî (*Sur le compas parfait*), Clagett, *Archimedes in the Middle Ages*, vol. IV (2), figs. 3.13, 5.1, Rashed, *Geometry and Dioptrics*, p. 802, fig. 3. La figure est antérieure à tous les schémas de miroirs paraboliques des carnets de l'Institut de France, ms. A, fol. 54r (1492), F, fol. 1v (1508), G, fol. 89v (ca. 1515) et du *Cod. Atlanticus*, fols. 182vc et 247vb (ca. 1515).

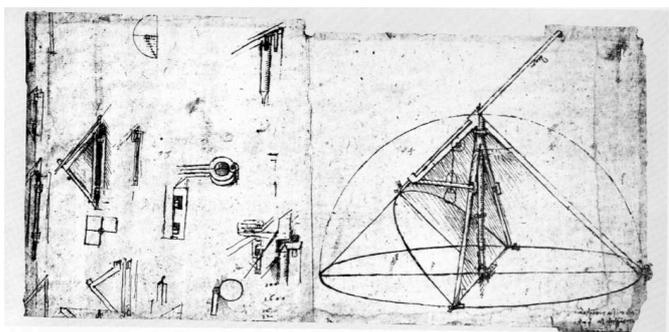


Fig. 8



Fig. 9

Enfin, on trouve des compas à coniques du même type dans les milieux vénitiens de la fin du XVI^e siècle, principalement dans les notes de Giacomo Contarini (1536-1595), Giulio da Thiene (1551-1619), Francesco Barozzi (1537-1604) mais aussi dans un manuscrit perdu de Giuseppe Moletto (1531-1588), ainsi qu'on le sait depuis peu⁴². Nous laisserons sans discussion ces instruments tardifs qui nous éloigneraient des problèmes de paternité. Tous ces conicographes sont identiques entre eux et ne diffèrent du compas parfait que par le système de stabilisation (la platine posée à même le plan de trace est remplacée par un tripode dont un pied est l'axe du compas). Les mentions manuscrites accompagnant ces compas sont les suivantes:

1. Volpaia: « Seste da far l'ouato. Questa va in su e in giù [tire-ligne]. Questo gira [axe] ».
2. Dürer: « Circinus cum quo ovalis figura formabitur ».
3. Michelangelo: « Intorno la gamba .a.b. si uolta la penna .c.d. et il canon .e. si puo allargar dalla gamba .a.b. per .f.g. et serrar con .h. poi girando, la penna si slunga dalla parte di fuori et s'accurta dalla parte di dentro uerso gli altri doi piedi, cosi descrie la figura ouale. [...] Puoj mi dimandate alcuna bella theorica et il compasso: ui servo uolontieri d'ogni cosa; ma tenetella con riputatione et non la ditte et mostrate ad ognuno. Auete in questo foglio la forma del compasso ouale invention di Michiel Agnelo et nell'altro foglio trouate il modo di far un horologio nel concauo ».
4. Sangallo: « Sesto per fare auouati. Louate fatto chol filo et chon dua punti. E a uoler trouare una linia che tochi a punto in sullo ouato chontingente. A tagliare una piramide squincia fa ouato ».
5. Vinci: « .a.b.c. sia rettangholo erettangholo sia .b.c.d. [cas de la parabole] ».
6. Bonino: « Compasso con il quale si forma cioe si discriue la forma ouale et tonda et si puo crescere et diminuire et fare altre circonferencie [...] ».

⁴² Le compas de Contarini apparaît dans ses *Figure d'istromenti matematici e loro uso*, fol. 13, P. L. Rose, "Renaissance Italian methods...", p. 392, 394-395, 396-397, P. L. Rose, "Jacomo Contarini (1536-1595), Venetian patron and collector of scientific books and instruments, *Physis*, 18 (1976): 117-130. Par ailleurs, un des manuscrits perdus de Giuseppe Moletto est intitulé *Modo di fabricar uno stromento da descrivere le settioni del cono*, Milano, B. Ambrosiana, S 94 sup, fol. 170-171, cf. F. Camerota, *Il compasso di Fabrizio Mordente* (Firenze, 2000), p. 247.

Ces indications contiennent peu de termes techniques, et aucun n'est assez discriminant (*piedi, gamba, perno...*) pour permettre une étude des parallèles textuels.

III. MODE OPÉRATOIRE

Le tracé de l'ellipse diffère selon que son axe focal est oblique ou horizontal-vertical. Si le centre du cercle-objet appartient au plan principal, l'ellipse est d'axe focal horizontal ou vertical: ses axes sont alors confondus avec ceux du quadrilatère d'inscription. Si le centre du cercle-objet n'appartient pas au plan principal, l'axe focal de l'ellipse est oblique.

Cas 1. Considérons tout d'abord le cas courant d'un cercle-objet ayant pour image une ellipse d'axe focal horizontal (on aura $\beta < \alpha < \frac{\pi}{2}$). Soit le cercle $IEK\Phi$ de centre O inscrit dans le carré $AB\Gamma\Delta$. Par raison de symétrie, on peut considérer le demi-cercle $EK\Phi$ de centre O et le demi-carré $EF\Delta\Phi$, ΦE appartenant au tableau \mathcal{S}_0 . Il est demandé de construire la perspective $iekf$ du cercle $IEK\Phi$ (**Planche 1**).

1) L'ellipse est connue par ses axes. L'image du carré $AB\Gamma\Delta$ est le trapèze $\alpha\beta\gamma\delta$ (les droites de bout $\alpha\delta$, $\beta\gamma$ sont déterminées par le point de fuite principal P , les frontales $\alpha\beta$, $\gamma\delta$ au moyen du point de distance D ; les points $D P$ étant situés sur l'horizon \mathcal{H}). Le cercle étant inscrit dans le carré, l'ellipse a pour axe non focal ik .

2) L'axe focal étant un axe de symétrie de l'ellipse, le point s , milieu de ik , lui appartient. Pour trouver les sommets $a b$, on mène une horizontale en o , point d'intersection de $D\delta$ et Pk . Cette horizontale coupe les droites $\alpha\delta$ en f et $\beta\gamma$ en e , qui sont les points de tangence de l'ellipse au trapèze $\alpha\beta\gamma\delta$, les points $e f$ étant images de $E \Phi$. Traçons un cercle de centre s et de rayon si . L'ellipse étant la transformée d'un cercle par affinité orthogonale, la relation $oe/on = sa/sm = \lambda$ donne immédiatement l'axe focal $ab = \lambda \cdot ik$. Le problème revient alors à tracer une ellipse d'axe focal ab et d'axe non focal ik à l'aide d'un compas parfait d'axe c , d'angle au centre α et d'angle au sommet β .

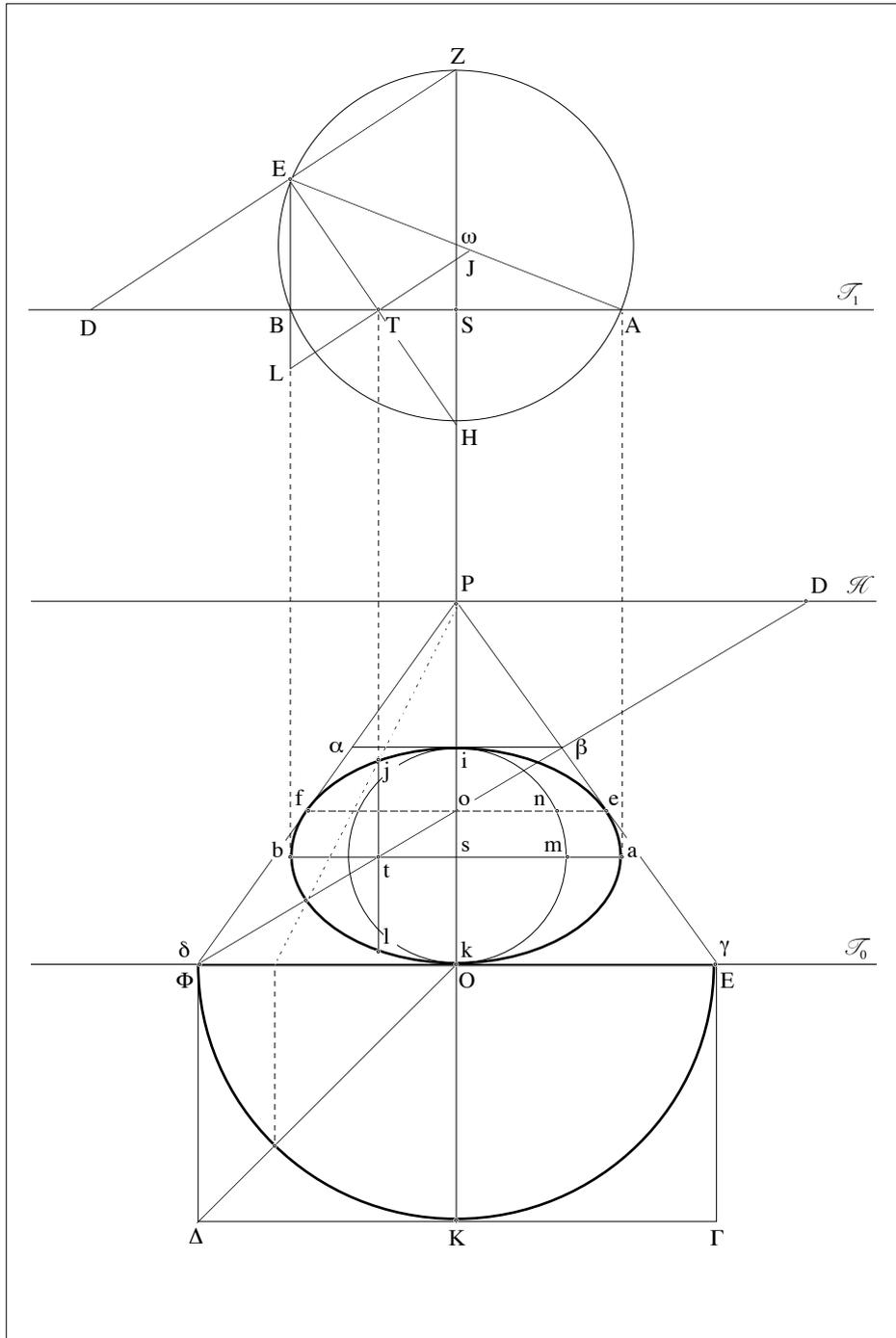


Planche 1

Cas 2. Considérons le cas d'un cercle-objet ayant pour image une ellipse d'axe focal oblique. Par rapport au cas 1, La construction de l'ellipse requiert une opération supplémentaire: déterminer l'inclinaison des axes sur ceux du quadrilatère d'inscription. Sachant que les diamè-

tres conjugués se coupent en s , l'angle $\theta = \angle bsb'$ peut être obtenu, entre autres méthodes, par la construction géométrique ci après⁴³ (**fig. 10**):

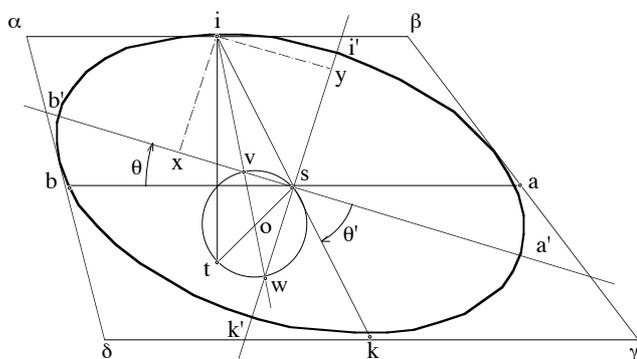


Fig. 10

- 1) Élever en i une perpendiculaire à $\alpha\beta$,
- 2) Sur cette perpendiculaire, prendre t tel que $it = as$,
- 3) Fixer o milieu de st ,
- 4) Tracer le cercle de rayon os ,
- 5) Tracer la droite io , donnant les points (v, w) sur le cercle,
- 6) Les droites sv et sw portent les axes orthogonaux $a'b'$ et $i'k'$,
- 7) Dans le repère orthogonal $sa'i'$, étant donné $\theta' = \angle b'si$, les coordonnées paramétriques du point i de l'ellipse donnent la longueur des demi-axes: $sa' = -sx / \cos \theta'$, $si' = sy / \sin \theta'$.

Le problème revient donc à tracer une ellipse d'axe focal $a'b'$ et d'axe non focal $i'k'$ à l'aide d'un compas parfait d'axe c , d'angle au centre α et d'angle au sommet β . Ce problème se ramène au précédent (dont nous reprenons la littérature).

Partie commune. Woepcke donne, en partant du théorème de Dandelin, les expressions analytiques des angles du compas $\alpha = \angle ETB$, $\beta = \angle TEB$ en fonction de $(ab, p = ik^2/ab, c)$ ⁴⁴. Ces expressions sont équivalentes aux résultats obtenus par les géomètres arabes sur une construction (**fig. 11**) qu'on rapprochera immédiatement de la mise en perspective du cercle⁴⁵ (**Planche 1**).

⁴³ G. Calvat, *Perspectives coniques et axonométriques* (Paris, 2000), p. 212-213.

⁴⁴ Woepcke, "Trois traités arabes", p. 7-8. Avec $2a$ (axe focal), $2p$ (paramètre) et c (longueur de l'axe), on a: $\sin^2 \alpha = \frac{p}{2ac^2} \left[\sqrt{(c^2 - ap)^2 + 4a^2c^2} + c^2 - ap \right]$ et: $\sin^2 \beta = \frac{p}{2(a-p)c^2} \left[\sqrt{(c^2 - ap)^2 + 4a^2c^2} - c^2 - ap \right]$. Voir

aussi l'analyse de Rashed, *Geometry and Dioptrics...*, p. 651-658.

⁴⁵ Les méthodes de construction de l'ellipse proposées par les mathématiciens arabes sont apparentées. La solution d'Ibn al-Husayn (Woepcke, "Trois traités arabes", p. 60-64) est identique à celle d'al-Abharî (Rashed, *Geometry and Dioptrics*, p. 844-846). Al-Qûhî (Rashed, *Geometry and Dioptrics*, p. 780-788) utilise une figure légè-

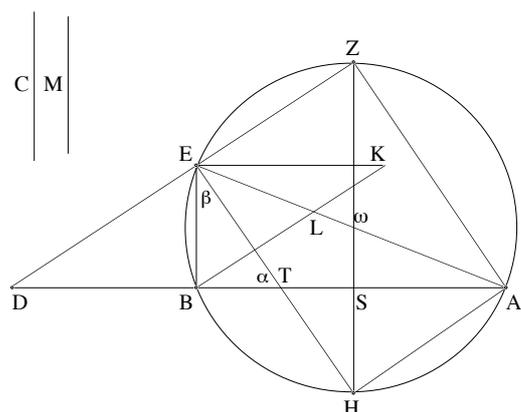


Fig. 11

Voici comment al-Abharî construit l'ellipse d'axe focal AB et de latus rectum M , à l'aide d'un compas parfait d'axe de longueur C :

« Nous traçons SZ à partir de S , point milieu de AB . Nous prolongeons AB jusqu'à D , et nous joignons ZD . Nous faisons que ZD soit à DE comme AB est à M , et que ZD par DE soit égal à AD par DB , de sorte que, si nous traçons à partir de E une perpendiculaire qui rencontre SB en T , nous aurons ET égal à C . Nous traçons le cercle $BHAZE$ qui passe par les points $A B Z E$. Nous joignons BE , et nous prolongeons ET qui rencontre SZ en H . Nous joignons AE puis nous traçons BK et EK parallèles à ZD et à AD , de sorte que L soit le point d'intersection de BK et AE . Je dis que, si nous fixons l'axe TE du cône engendré par le triangle LEB , le plan perpendiculaire au cercle $AHE[Z]$ produit, sur le côté de la surface du cône, une ellipse de grand axe AB et de latus rectum M »⁴⁶.

Le texte d'al-Abharî reproduit à la lettre la construction de l'ellipse donnée par Ibn al-Husayn. L'un et l'autre étaient des disciples d'Ibn Yûnus: Ibn al-Husayn dit n'avoir pu recons-

rement différente de la fig. 8, dans laquelle $\angle EBA$ n'est pas un angle droit. Cette solution est étudiée par P. Abgrall, *Le Développement de la géométrie aux IX^e-XI^e siècles. Abû Sahl al-Qûhî* (Paris, 2004).

⁴⁶ Rashed, *Geometry and Dioptrics...*, p. 844. De manière à souligner l'identité des constructions d'al-Abharî et d'Ibn al-Husayn, nous changeons les points I et G du premier en T et Z , de manière à conserver la littération du second qui écrit: « Nous élevons au point milieu de AB , à savoir S , une perpendiculaire SZ , nous prolongeons AB jusqu'à D , nous joignons ZD , et nous marquons sur ZD un point E tel que ZD soit à DE comme AB est à M , que [...] ZD fois DE soit égal à AB fois DB , et que, si nous élevons au point E une perpendiculaire qui rencontre SB au point T , ET soit égal à C [...] Nous traçons ensuite le cercle $BHAZE$ qui passe par les points A, B, E, Z . Nous joignons BE , nous prolongeons ET jusqu'à ce qu'il rencontre ZS en H , et nous joignons AE . Nous menons du point B une droite BK parallèle à ZE , et du point E une droite EK parallèle à AD , et soit L le point d'intersection de BK et AE . — Je dis que le plan [om. perpendiculaire au] cercle $AHBEZ$ détermine sur la surface du cône qu'engendre le triangle LEB en tournant autour de l'axe fixe TE , une ellipse dont AB est le grand axe et M le latus rectum », Woepcke, "Trois traités...", p. 60-61. Vient à la suite une démonstration que nous ne reproduisons pas. Elle construit la relation $AB : M = EK^2 : BK \times KL$, à partir des deux relations $AB / M = ZD / DE$ (propriété de la conique) et $DE \times DZ = DB \times DA$ (puissance d'un point extérieur à un cercle). Rappelons que le latus rectum de l'ellipse est la corde perpendiculaire à l'axe focal passant par l'un de ses foyers.

truire les solutions qu'à l'aide de son maître; al-Abharî dit avoir composé son traité sous sa direction. Les deux textes reproduisent donc certainement les résultats obtenus par Ibn Yûnus lui-même, qui cherchait à définir les expressions:

$$(1) \sin^2 \alpha = \frac{DB}{DT} \quad (2) \sin^2 \beta = \frac{SH}{ZH} \quad (3) BT = C \cdot \sin \beta$$

Les relations (1) et (2) donnent les angles du compas $\alpha = \angle ETB$, $\beta = \angle TEB$. On les retrouve sur la vue de profil (**Planche 1**). L'axe focal ba a pour image BA sur \mathcal{T}_1 . ET est l'axe du compas, BE sa branche mobile. La relation (3) indique que la pointe sèche du compas doit être placée au point t — qui n'est pas un foyer de l'ellipse⁴⁷ — à bt d'un sommet de l'axe focal. Le point t a pour image le point T de \mathcal{T}_1 .

Récapitulatif. Si l'on place la pointe sèche en t et que le compas tourne autour de l'axe ET , la pointe traçante décrit l'ellipse $iekf$, perspective du cercle $IEK\Phi$.

Le problème qui suit est de savoir si les architectes de la Renaissance ont connu cette solution, soit par apprentissage, soit par reconstruction rationnelle.

1) La détermination des axes orthogonaux de l'ellipse dans le cas général ne semble pas avoir été connue des praticiens, tout du moins pas avant le mouvement de réappropriation des *Coniques* au XVI^e siècle. Dans des perspectives très abouties, comme la *Flagellation* de Piero della Francesca, par exemple, les astragales des chapiteaux sont rendus par des ellipses dont l'inclinaison est incorrecte.

⁴⁷ Considérons en effet une ellipse AA' dans le plan P interceptant le cône de sommet S (**fig. 12**). La sphère inscrite (S) de centre w est tangente à P en F . La sphère (Σ') est homothétique de la sphère (S), par conséquent F' est le point homologue de f de (S), antipode du point de tangence (théorème de Dandelin-Quêtelet). Le pied du compas parfait J doit, quant à lui, vérifier l'égalité $\angle ASJ = \angle JSA'$. Le point J est donc sur la bissectrice de l'angle $\angle S$, c'est-à-dire sur la ligne des centres $S\omega\omega'$. Par conséquent les points JFF' ne sont jamais confondus, sauf si $S\omega\omega' \perp P$. Dans ce cas, l'ellipse est un cercle et le compas à coniques est sans utilité.

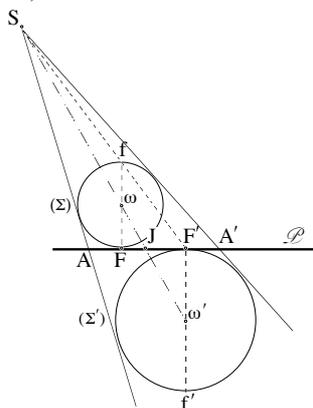


Fig. 12

2) Le tracé du carré en raccourci est l'un des problèmes élémentaires que tous les traités de perspective se sont attachés à résoudre. Cette question est notamment discutée par Alberti et Piero della Francesca, dans deux méthodes bien connues⁴⁸.

3) La propriété selon laquelle une ellipse est la transformée d'un cercle par affinité orthogonale est établie dans toute la tradition archimédienne (*Des conoïdes et des sphéroïdes*, prop. 4), y compris les praticiens. Cette construction est donnée par Vinci, Serlio, Philibert de l'Orme, Zacharie géomètre, etc.

4) Les praticiens ont pu procéder au tracé continu de l'ellipse, en recourant soit à la détermination des angles au centre et au sommet indiquée par les géomètres arabes, soit à des méthodes plus empiriques.

Première méthode. Reprenons le problème en supposant connus les quatre sommets $akbi$ de l'ellipse. Comme l'angle au sommet β est identique à lui-même quel que soit le plan axial selon lequel le cône est représenté, choisissons de faire une épure dans laquelle le plan focal bEt et le plan non focal jEt sont confondus (**fig. 13**).

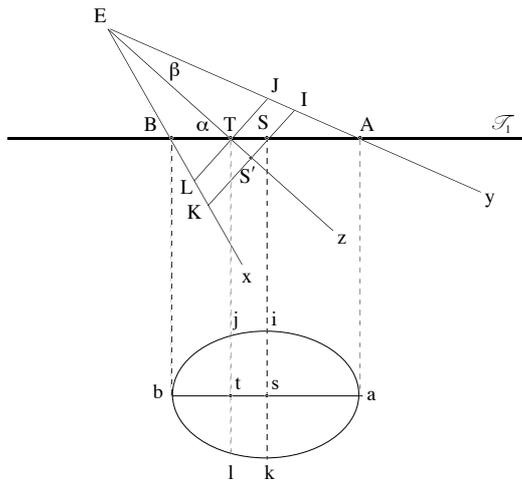


Fig. 13

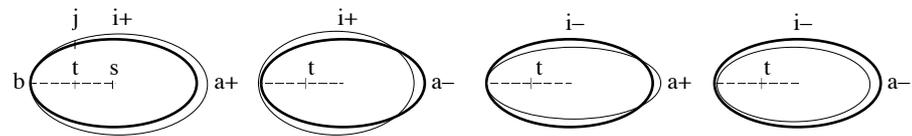
- 1) Fixons l'angle au sommet $\beta = \angle BET$;
- 2) Du cône, traçons les génératrices Ex et Ey et l'axe Ez ;
- 3) Si xEy représente le plan non focal jEt , on peut alors tracer $IK = ik$, avec $IK \perp Ez$, $K \in Ex$ et $I \in Ey$;
- 4) Si xEy représente le plan focal bEt , il faut alors faire pivoter la figure solidaire (xEy , Ez , IK) sur la droite \mathcal{T}_1 en sorte que $AB = ab$, avec $A \in Ey$, $B \in Ex$, $S \in IK$ (milieu de AB).
- 5) Traçons la parallèle à IK passant par T , soit LJ .

⁴⁸ L. B. Alberti, *De la peinture/De pictura* (1435) (Paris, 1992), p. 114-122; P. della Francesca, *De Prospectiva pingendi* (Firenze, 1984), p. 78 [prop. XV].

Cette construction rudimentaire suffit à déterminer, à partir des seuls sommets $akbi$ de l'ellipse: le pied de la bissectrice T de AEB où placer la pointe sèche du compas, la longueur de l'axe $c = ET$, l'angle au centre $\alpha = \angle BTE$ et l'angle au sommet $\beta = \angle TEJ$ du compas. Les paramètres étant fixés, il ne reste plus qu'à tracer l'ellipse $akbi$.

Deuxième méthode. Les praticiens pouvaient utiliser le compas à coniques d'une manière plus empirique encore. Supposons (**fig. 14**) que l'ellipse en trait fin représente la courbe obtenue au compas, l'ellipse en trait gras la courbe recherchée, le point b étant fixe et appartenant aux deux courbes; le pied, l'angle au centre et l'angle au sommet étant libres au début de la manipulation. Soit les règles suivantes:

- R_{1+} : La translation du pied du compas sur bs en direction du centre s diminue l'excentricité e de l'ellipse (si $t = s$, la conique est un cercle), et inversement (R_{1-}).
- R_{2+} : L'ouverture de l'angle au centre BTE rapproche l'axe ET de la verticale ZH et diminue l'excentricité de l'ellipse (si $ET = ZH$, la conique est un cercle), et inversement (R_{2-}).
- R_{3+} : L'ouverture de l'angle au sommet TEB agrandit l'ellipse $akbi$ (si l'angle TEB est nul, le compas trace le point t), et inversement (R_{3-}).



cas	i+, a+		i+, a-		i-, a+		i-, a-	
erreur	$e < e_0$	$e > e_0$	$e < e_0$		$e > e_0$	$e < e_0$	$e > e_0$	
règle	$R_{12-}R_{3-}$	$R_{12+}R_{3-}$	$R_{12-}R_{3+}$		$R_{12+}R_{3-}$	$R_{12-}R_{3+}$	$R_{12+}R_{3+}$	

Fig. 14

Ces règles permettent de procéder par approximations successives. La procédure consiste à: 1) fixer la pointe sèche du compas en t , milieu de bs ; 2) prendre une ouverture du compas tj inférieure à si et fixer l'angle au sommet; 3) amener la pointe traçante en b en ajustant l'angle au centre; 4) vérifier que l'ellipse passe par les points ia . Si ce n'est pas le cas, déterminer si la pointe traçante passe en-deçà ou au-delà des points i et a et appliquer l'une des règles $R_{1\pm}$, $R_{2\pm}$, $R_{3\pm}$ en fonction de l'erreur et de l'excentricité recherchée e_0 .

Exemple: la branche mobile passe au-delà de i et en-deçà de a avec $e < e_0$ (**fig. 14b**): il faut augmenter l'excentricité (R_{12-}) et agrandir l'ellipse en ouvrant l'angle au sommet (R_{3+}). En quelques essais, le praticien trouvera une solution satisfaisante qui n'est approximative que relativement à la longueur des axes: le tracé de la courbe reste exact.

Ces méthodes opératoires témoignent d'une possibilité de diffusion de l'instrument sans la partie mathématique, ou accompagné de justifications géométriques rudimentaires.

IV. PROBLÈMES DE PATERNITÉ

Le consensus, qui s'est établi autour d'une redécouverte indépendante du compas à coniques à la Renaissance, repose sur des éléments à la fois fragiles et étroitement dépendants du contexte renaissant. Il y a donc lieu de reprendre entièrement le problème d'attribution de cet instrument en partant des documents disponibles:

1. Benvenuto della Volpaia (1486-1532): dessin autographe probablement tiré du *taccuino* de son père, Lorenzo della Volpaia (1446-1512).
2. Antonio da Sangallo (1484-1546): dessin autographe ca. 1507⁴⁹.
3. Albrecht Dürer (1471-1528): attribution, dessin anonyme non daté du XVI^e siècle.
4. Leonardo da Vinci (1452-1519): dessin autographe de 1515.
5. Leonardo da Vinci (1452-1519): attribution par Pedretti, dessin autographe des Volpaia.
6. Michelangelo Buonarroti (1475-1564): attribution, lettre de Ettore Ausonio datée 1545.

1. Leonardo da Vinci

Carlo Pedretti soutient l'attribution du conicographe à Vinci à partir des recherches de ce dernier sur les sections coniques, recherches dont procède avec certitude le parabolographe du *Codex Atlanticus* (**fig. 8**) mais sans preuve véritable l'ellipsographe de la Marciana (**fig. 4**). Dans son étude sur *le sesto da far l'ovato*, Gino Arrighi considère qu'il est impossible de départager les attributions à Vinci ou Michelangelo, les âges respectifs des deux architectes suggérant seulement l'antériorité de Vinci⁵⁰. Otto Kurz écarte la paternité de Dürer au profit de Vinci⁵¹. L'attribution de Pedretti, reprise par Kurz, est cependant fragile: elle repose seulement sur le fait que Vinci est cité aux fols. 7v, 39r, 43r du même carnet de la Marciana. Mais Benvenuto

⁴⁹ Frommel et Adams, *The Architectural Drawings*, p. 196, attribuent ce dessin à Antonio il Giovane sans le dater. Pietro Roccasecca, se fondant sur les liens attestés entre les familles florentines des Volpaia et Sangallo, m'écrit: « L'attribuzione ad Antonio da Sangallo il Giovane non è provata (a mio giudizio) definitivamente, nei miei appunti ho scritto anche "Bernardo della Volpaia" (che collabora con i Sangallo) », cf. Frommel et Adams, *The Architectural Drawings*, p. 196. Les échantillons d'écriture des pp. 13-14, incitent cependant à dater ce folio ca. 1507.

⁵⁰ Arrighi, "Il compasso ovale", p. 106.

⁵¹ Kurz, "Dürer, Leonardo and the invention of the ellipsograph", p. 22. E. Panofsky, *Albrecht Dürer* (Princeton, 1943), 1, p. 255, 2, p. 160, remarquant le hiatus entre l'ellipsographe de Dürer et son ellipse en forme d'œuf, repousse le dessin de l'Albertina après 1525, date de la parution de l'*Underweysung der Messung*. Cet arrangement doit être rejeté: l'édition posthume de 1538, portant corrections d'auteur, présente la même figure d'ove.

della Volpaia citant régulièrement ses sources, on ne voit pas pourquoi il aurait omis de signaler que l'invention du compas à coniques revenait à Vinci⁵².

Aucun de ces auteurs n'ayant étudié l'hypothèse d'une antériorité du compas à coniques des Volpaia ou des Sangallo, deux voies nouvelles sont à explorer.

2. *La Cerchia dei Sangallo*

Antonio da Sangallo II (le Jeune) est l'auteur du compas à coniques du folio 1102A des Offices dessiné ca. 1507 (**fig. 7**). Les Sangallo formaient une dynastie d'architectes florentins, au sein de laquelle seul Antonio II semble avoir nourri des intérêts scientifiques soutenus⁵³. Il est donc peu probable que le compas parfait ait été transmis par tradition familiale. L'origine du compas de Sangallo n'est pas documentée. L'hypothèse d'un emprunt de l'instrument ne reçoit pour tout appui que le dessin détaillé d'un astrolabe arabe⁵⁴. Les historiens étant d'avis que cet astrolabe a pu appartenir à Benvenuto della Volpaia⁵⁵, l'existence de ce compas a pour effet de recentrer l'attention sur cette famille de facteurs d'instruments scientifiques.

3. *Lorenzo della Volpaia*

Les Volpaia étaient, à Florence, une famille d'astrolabistes dont les instruments (horloges, astrolabes, quadrants...) sont historiquement attestés à défaut d'avoir été tous conservés⁵⁶. Le dessin du compas à coniques de Benvenuto della Volpaia (Venise, B. Marciana, ms. 5363, fol. 18r) date de ca. 1510. Mais la connaissance de l'instrument est certainement antérieure, car l'essentiel du carnet est une copie du *taccuino* de Lorenzo della Volpaia (1446-1512)⁵⁷. Il est

⁵² « Saremmo propensi a pensare a Leonardo quale autore del compasso ellittico [...] che può essere messo in relazione con le ricerche leonardesche sulle sezioni coniche [...] Il disegno può essere confrontato con quelle di Leonardo, nel Cod. Atl., fol. 394ra », C. Pedretti, "Nuovi documenti", p. 57.

⁵³ Giuliano da Sangallo (1445-1516), Antonio I il Vecchio (1455-1534), Giovanni Francesco (1484-1530), Antonio II il Giovane (1485-1546), Francesco di Giuliano (1493-1570), Giovanni Battista (1496-1548).

⁵⁴ Frommel et Adams, *The Architectural Drawings*, p. 227. Ce dessin d'Antonio II représente un « Strolabio egyptizio daritto e dariverso » dont les graduations sont reproduites en caractères coufiques (Cabinet des Dessins des Offices, 1454A). Son fonctionnement semble avoir été connu de l'architecte qui emploie les termes *alidada* (alidade), *busi* (pinnules), *ragna* (araignée), *tavola* (table), qui écrit 60 en regard de *sin*, 70 de *'ain*.

⁵⁵ Saliba in Frommel et Adams, *The Architectural Drawings*, p. 227-229. D'autres ont souligné la collaboration entre Antonio da Sangallo et Bernardo della Volpaia, Frommel et Adams, *The Architectural Drawings*, p. 84.

⁵⁶ C. Maccagni, "Notizie sugli artigiani della famiglia della Volpaia", *Rassegna periodica di informazione del Comune di Pisa*, 3 (1967): 3-13, Id., "The Florentine clock and instrument-makers of the della Volpaia family", *XIII Congrès international d'Histoire des Sciences*, Actes, tome XA: *Histoire des instruments scientifiques* (Paris, 1971): 65-73. L'IMSS de Florence conserve plusieurs instruments des Volpaia: n° 1305, Nocturlabe quadrant (Lorenzo, 1511); n° 3264, Nocturlabe quadrant (Eufrosino, 1520); n° 2515, Compas de division (Benvenuto, XVI^e s.); n° 3628, Quadrant (Camillo, XVI^e s.); n° 2488, Cadran solaire (Camillo, 1542); n° 2503, Horloge nocturne et diurne (Girolamo, 1568); n° 118, Modèle de l'orbe lunaire (Girolamo, 1557); n° 2711, Sphère armillaire (Girolamo, 1564); n° 3811, Nocturlabe et cadran solaire (Girolamo, 1567).

⁵⁷ Le dessin du compas est encadré par les dates 1511 (fol. 5r) et 1508 (fol. 33v). Benvenuto signale parfois les emprunts à son père: « di lorenzo mio padre », « di lorenzo nostro », « copiato da mio padre », etc. Au verso du compas: « questo eloriulo che mio padre afatto dinouo all' monast' di sanfrano », fol. 18v.

possible que ce dernier ait utilisé le compas dès 1484, la construction de l'équateur exigeant le tracé de roues elliptiques pour les instruments de la Lune et de Mercure⁵⁸. Ce déplacement d'une génération est significatif. 1° L'activité d'astrolabiste⁵⁹ de Lorenzo della Volpaia le met en bonne place pour l'étude du conicographe. 2° Les relations entre Volpaia et Sangallo sont attestées par Bernardo, fils aîné de Lorenzo, dont certains dessins sont annotés et corrigés par Antonio da Sangallo II (Uffizi, 1181A). 3° Vinci et Lorenzo della Volpaia étaient également en rapport: ils firent partie de la commission réunie à Florence le 25 janvier 1504 pour choisir l'emplacement du *David* de Michelangelo. 4° Michelangelo était en rapport avec les Volpaia: il fut hébergé par Benvenuto della Volpaia à Rome en 1532 et copia une centaine de dessins du *Codex Coner* de Bernardo della Volpaia. 5° Enfin, Albrecht Dürer fut aussi en rapport avec Lorenzo della Volpaia. Dans son commentaire du *De architectura* de Vitruve, Daniele Barbaro rapporte l'existence d'une « carta di Giovanni Stabio, d'Alberto Durero et del Volpaia fiorentino, fatta da tutti tre insieme »⁶⁰. Cette carte, éditée à Nüremberg en 1515, a vraisemblablement été réalisée durant le second séjour de Dürer en Italie (1505-1507).

Conclusion: 1° Les deux premiers auteurs de la Renaissance à avoir utilisé le compas à coniques sont Lorenzo della Volpaia (ca. 1510 ou ca. 1484) et Leonardo da Vinci (ca. 1515 ou après 1480), les lacunes documentaires ne permettant pas de pousser plus loin la recherche d'antériorité; 2° L'absence de relations indépendantes⁶¹ entre les autres utilisateurs du compas à coniques souligne le rôle de Lorenzo della Volpaia. C'est par son intermédiaire que Vinci, Sangallo, Michelangelo et Dürer ont probablement été en possession du compas à coniques après 1505 (**Planche 2**).

⁵⁸ G. Brusa, "L'orologio dei pianeti di Lorenzo della Volpaia", *Nuncius*, 9 (1994) : 645-669. Le premier équateur est décrit dans une lettre de Poliziano du 8 août 1484. Le second, terminé en 1510, est décrit dans un traité dont l'essentiel a été composé avant septembre 1489, qui n'explique pas la construction géométrique des *rotelle houale*, Firenze, BNCF, Magl., XIX 90, fol. 1v, 5v, 6v. En 1344, l'instrument de Mercure de Dondi utilisait déjà des roues elliptiques tracées par points, Giovanni Dondi dell'Orologio, *Tractatus astrarii*, pp. 372-373.

⁵⁹ Lorenzo est réputé: « architectore » quand il prend une décision sur les portes de S. Spirito (1486) et présente un projet pour la façade de S. Maria del Fiore (1491), « matematico », « maestro di oriouli » ou « astrologo » quand il construit son équateur (1484). G. Vasari, *Vite*, éd. Milanese (Firenze, 1998), III, p. 593, IV, p. 307, M. Poccianti, *Catalogus scriptorum Florentinorum* (Firenze, 1589), p. 910. Le terme qui le définit le mieux est celui d'astrolabiste – on trouve un dessin d'astrolabe dans le *taccuino* de la Marciana, fol. 32v – ce qui le rapproche de Giovanni Dondi (1318-1389) et de Jean Fusoris (1365-1436). La continuité entre astrolabes et horloges tient au fait que donner l'heure est l'une des fonctions de l'astrolabe, et que l'on trouve, à partir de l'an 1000, date à laquelle al-Bîrûnî en invente le système, en Islam puis en Europe, des astrolabes-calendriers actionnés par des rouages. Il en résulta une confusion des deux instruments dans le monde latin: Facino da Fabriano, chancelier des Sforza, parle encore en 1456 d'un « *astrolobio ouero orologio* », S. A. Bedini, F. R. Maddison, "Mechanical universe", *Transactions of the American Philosophical Society*, 56 (1966): 1-69, pp. 8-10; E. Poulle, *Un constructeur d'instruments astronomiques au XVe siècle: Jean Fusoris* (Paris, 1963), p. 27.

⁶⁰ D. Barbaro, *I dieci libri dell'architettura di M. Vitruvio* (Venezia, 1556), p. 221.

⁶¹ Par exemple, en 1503, Vinci et Michelangelo étaient des concurrents dans la décoration du Palazzo della Signoria (carton de la Bataille d'Anghiari).

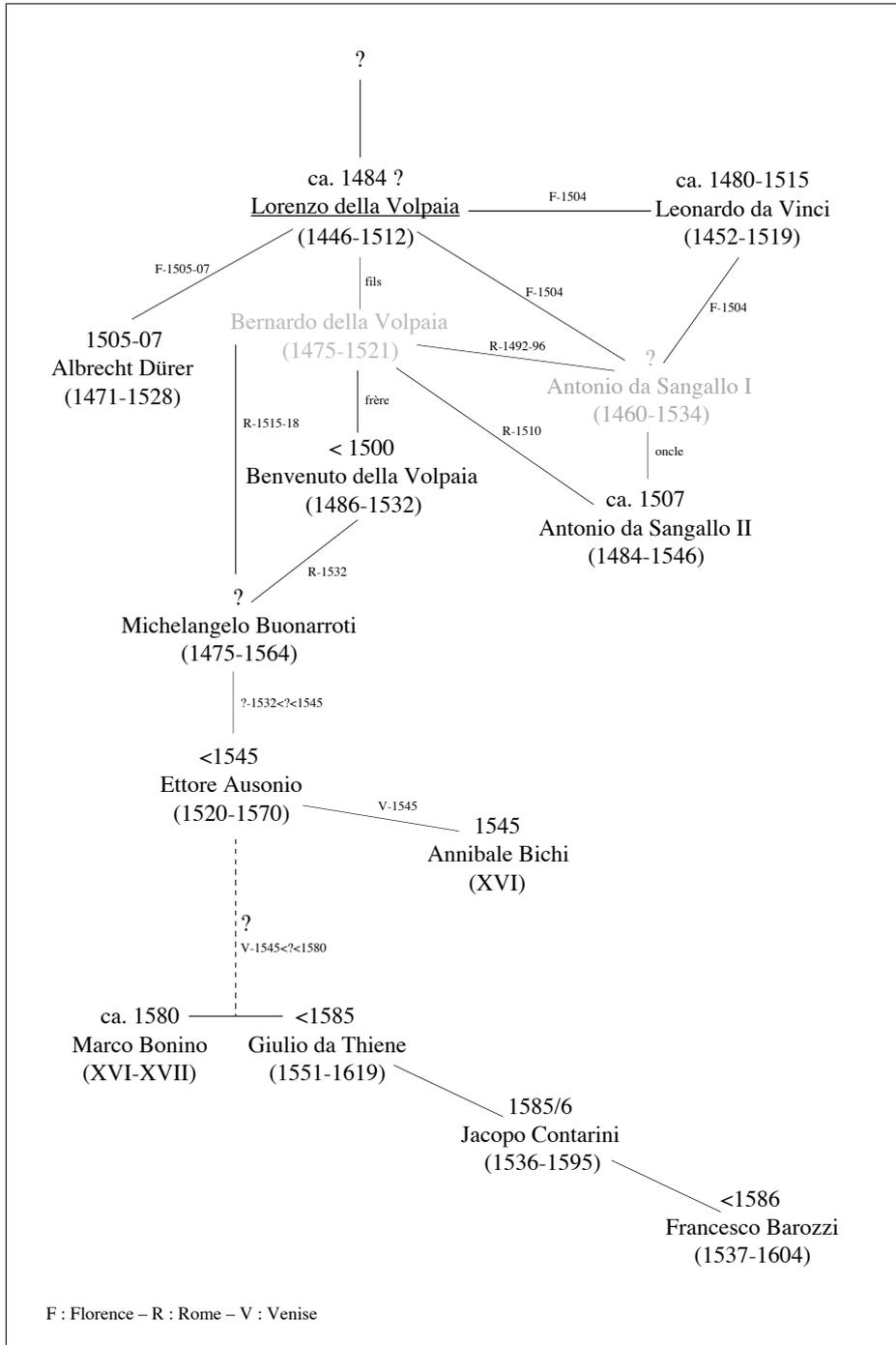


Planche 2

V. TRANSMISSION DE L'INSTRUMENT

Plusieurs hypothèses ont été avancées pour expliquer l'apparition du compas à coniques de la Renaissance. Aucune n'étant infaillible, cette partie se limitera à présenter leurs difficultés respectives et à suggérer une hypothèse acceptable.

1. *Invention indépendante*

Otto Kurz soutient la thèse de l'invention pure, tant pour Vinci que pour Barozzi: « The true inventor of this instrument was Leonardo da Vinci », « There can be no doubt that Leonardo was the inventor of the ellipsograph », « Francesco Barozzi's ellipsograph [...] is apparently an independent invention »⁶². La thèse se heurte à trois difficultés. — 1° Alors qu'il existait quantité de procédés pour construire ces courbes (construction par points, méthode du jardinier, trammels opérant dans le plan, etc.), les instruments du XVI^e siècle opèrent tous, comme le « compas parfait », en trois dimensions, la branche mobile étant la génératrice du cône⁶³. Les compas à coniques sont donc, en dépit de leurs nouveaux noms, *formellement* apparentés au « compas parfait ». Ils sont aussi *fonctionnellement* apparentés puisque, dans le cas général, la perspective du cercle n'est pas une ellipse mais une conique quelconque. Mathématiciens arabes et italiens ont pareillement insisté sur la capacité du compas à coniques à tracer *toutes* ces courbes⁶⁴. — 2° Kurz affirme la priorité de Vinci sur Dürer par l'argument de l'identité des instruments. L'argument se retourne contre la thèse soutenue: si tous les instruments sont identiques, ce qu'ils sont en effet, à quelques détails près, rien ne permet d'exclure que le compas de la Renaissance ait résulté d'un emprunt. — 3° Même si l'on attribue le compas de la Marciana à Vinci, la thèse de Kurz est improbable au vu des parallèles textuels qui émaillent l'œuvre de ce dernier. En optique: loi de diminution des grandeurs, définition du centre de vision, classification des ombres, exposé de la *camera obscura*. En géométrie: construction des polygones réguliers, duplication du cube, division d'un segment en n parties égales⁶⁵, etc. sont des emprunts aux auteurs médiévaux.

⁶² Kurz, "Dürer, Leonardo and the invention of the ellipsograph", p. 20, 21, 24.

⁶³ La réintroduction des trammels plans est due à Guidobaldo del Monte, *Planisphaerium universalium theoricum* (Pesaro, 1579) qui s'inspire du tracé de la conchoïde par Eutocius.

⁶⁴ Barozzi écrit par exemple: « Placet autem his Instrumentum quodquam a nobis olim inuentum apponere, quod Conicam superficiem [...] necnon tres Conicas sectiones, Parabolem scilicet, Hyperbolem et ellipsim aptissime describit », F. Barozzi, *Admirandum illud geometricum problema*, p. 29.

⁶⁵ Sur ce dernier cas, M. Curze, *Anarithi in decem libros priores Elementorum Euclidis commentarii ex interpretatione Gherardi Cremonensis* (Lipsiae, 1899), p. 74; F. Woepeke, "Analyse et extrait d'un recueil de constructions géométriques par Aboûl Wafâ", *Journal Asiatique*, 5 (1855): 218-256, 309-359, p. 322-323; Pedretti, *Studi vinciani*, p. 28. Ce schéma apparaît ms. A, fol. 15v, 17r (1492), B, fol. 51v (ca. 1490), E, fol. 30r (1513-1514).

2. Invention stimulée par le *De rebus* de Valla

Sergescu, Rose, Camerota et d'autres⁶⁶ soutiennent que l'invention du compas à coniques par Vinci aurait été stimulée par la lecture de Giorgio Valla, *De rebus expetendis et fugiendis* (Venise, 1501). Cette hypothèse se heurte à quatre difficultés. — 1° Le parabolographe de 1515 explicite un schéma du *Codex Atlanticus*, fol. 32ra, antérieur de près de vingt ans à la compilation de Valla. — 2° Il est douteux que la mention « libro di giorgio valla », figurant dans la liste de livres du manuscrit de Madrid, puisse désigner le *De rebus*. Aux doutes de Maccagni⁶⁷, se sont ajoutés ceux de Scarpati, fondés sur une étude des parallèles textuels: la mention désignerait une œuvre publiée en 1498: *Giorgio Valla interprete Nicephori Logica*⁶⁸. — 3° La compilation de Valla ne donne que quelques fragments des *Coniques* d'Apollonius, sans même mentionner la définition du paramètre de la conique⁶⁹. — 4° Enfin, il existait d'autres sources pour étudier les coniques, notamment le *De Speculis comburentibus* d'Ibn al-Haytham, le *De Speculis* de Roger Bacon, la *Perspectiva* de Witelo, l'anonyme *Speculi almukefi compositio* ou le *Libellus de seccione mukefi* de Jean Fusoris (aucune de ces sources ne permettant une reconstruction directe du compas à coniques).

3. Transmission gréco-byzantine

Il convient aussi de regarder le compas à coniques comme un descendant éventuel du διαβήτης de la tradition gréco-byzantine. Dans l'introduction de son *Traité sur le compas parfait*, Al-Sijzî indique qu'Isidore de Milet (ca. 442-537), élève d'Anthémios de Tralles, en serait l'inventeur:

« Eutocius a mentionné dans son livre *Les deux moyennes* la construction d'un compas [*birkâr*] dont on a besoin pour les sections coniques [...] et il a construit cet instrument découvert par notre maître Isidore de Milet, auteur des *Mécaniques*, qui est <le livre> [l'instrument] qu'Isidore de Milet a décrit dans son livre où il commente le livre de Héron sur *Les lignes des voûtes* »⁷⁰.

Le livre d'Eutocius d'Ascalon qu'al-Sijzî nomme *Les deux moyennes* n'est autre que le *Commentaire sur la sphère et le cylindre d'Archimède*, II, 1, qui expose différentes méthodes

⁶⁶ Sergescu, "Léonard de Vinci et les mathématiques", p. 75, Rose, "Renaissance Italian methods...", p. 379, F. Camerota, "Leonardo da Vinci. Compasso per parabole", *Nel Segno di Masaccio*, p. 185.

⁶⁷ « This is a book printed in two volumes [...] while Leonardo clearly writes 'libro' i.e. a single book », C. Maccagni, "Leonardo's list of books", *The Burlington Magazine*, 784 (1968): 406-410, p. 406.

⁶⁸ C. Scarpati, "Per la biblioteca di Leonardo: Libro di Giorgio Valla", *Aevum*, 3 (2000): 669-673.

⁶⁹ *Georgii Vallae Placentini viri clariss. De expetendis et fugiendis rebus opus, in quo haec continentur De arithmetica libri III; De musica libri V; De geometria libri VI; De tota astrologia libri IIII; De physiologia libri IIII; De medicina libri VII; Problematum liber unus* (Venetiis, 1501). Analyse critique de P. D. Napolitani, *Le edizioni dei classici. Commandino e Maurolico, Torquato Tasso e l'Università*, a cura di W. Moretti e L. Pepe (Firenze, 1997): 119-141, notamment pp. 120, 123.

⁷⁰ R. Rashed, *Geometry and Dioptrics*, p. 800.

pour trouver deux moyennes proportionnelles. La phrase attribuant la paternité du compas à Isidore de Milet reproduit, presque à l'identique, une addition à la neuvième solution du *Commentaire* d'Eutocius⁷¹. Le mot arabe *birkâr* y traduit le grec διαβήτης, auquel les dictionnaires spécialisés donnent le sens littéral de « compas »⁷². Il est donc assez vraisemblable que l'instrument d'Isidore de Milet ait été un compas articulé, prototype grec du « compas parfait » des mathématiciens arabes et italiens. Le défaut principal de cette hypothèse est de ne pas être documentée. 1° Le commentaire d'Isidore de Milet sur *Les lignes des voûtes* de Héron d'Alexandrie est perdu. 2° La phrase modèle que l'on trouve dans le commentaire d'Eutocius est interpolée par un auteur inconnu, peut-être un élève d'Isidore de Milet. 3° Le passage d'Eutocius ne dit rien des principes utilisés pour la construction de cet instrument, ce qui interdit toute étude de filiation.

4. Transmission du compas parfait d'al-Bîrûnî

Il faut ensuite envisager l'hypothèse selon laquelle le compas à coniques de la Renaissance serait un descendant du compas parfait de la tradition mathématique arabe. Classons par ordre chronologique les principaux textes-sources et recensons leur contenu:

1. al-Qûhî (Xe siècle, actif entre 969-988), *Risâla fî birkâr al-tâmm wa al-'amâl bihi* / *Discours sur le compas parfait et son utilisation*.
2. al-Sijzî (Xe siècle, actif entre 963-998), *Fî 'amâl al-birkâr al-tâmm wa-huwa birkâr al-makhrûti* / *Sur l'utilisation du compas parfait qui est le compas des coniques*.
3. Ibn al-Haytham (m. ap. 1040), *Fî birkâr al-quṭû'* / *Sur le compas des sections [coniques]*. Perdu.
4. al-Bîrûnî (973-m. ap. 1050), *Kitâb istî'âb al-wujûh al-mumkina fî ṣan'at al-astûrlâb: Hikâyat al-birkâr al-tâmm wa-ṣifatu ḥarakâtihi* / *Livre exhaustif des manières possibles de construire l'astrolabe: Compte-rendu du compas parfait et description de son mouvement*.
5. Hibat Allâh al-Astûrlâbî al-Baghdâdî (m. 1140), *Maqâla al-birkâr al-kâmil al-tâmm* / *Épître sur le compas parfait universel*.
6. Ibn al-Husayn (XIIe siècle), *Risâlât al-birkâr al-tâmm wa kayfiyyat al-takhṭîṭ bihi* / *Discours sur le compas parfait et la méthode des tracés qu'il permet* (ca. 1187-1193).
7. al-Abharî (ca. 1200-1265), *Fî birkâr al-quṭû'* / *Sur le compas des sections [coniques]*.

⁷¹ « La parabole se trace au moyen de l'instrument [διαβήτης] inventé par notre maître Isidore le mécanicien, de Milet, et décrit par lui dans son commentaire au traité écrit par Héron sous le titre Des Voûtes [Καμαρικά] », Archimède, IV. *Commentaire d'Eutocius*, texte établi et trad. par C. Mugler (Paris, 1972), p. 62, P. Tannery, "Eutocius et ses contemporains", *Mémoires scientifiques* (Toulouse-Paris, 1912), II, pp. 113-136.

⁷² Rashed, *Geometry and Dioptrics*, p. 629-630, n. 5. Διαβήτης « compas (à cause de l'écartement des deux branches), en particulier compas articulé pour le tracé de la parabole [Bailly]; « celui qui pose les pieds écartés l'un de l'autre, le compas » [Magnien-Lacroix]; « compass » [Liddell-Scott]. Seul le *Thesaurus Graecae Linguae* donne σταφυλή (niveau, fil à plomb) comme premier sens de διαβήτης, mais précise qu'il est identique à la *libella* des Latins, équerre en forme de Λ au sommet de laquelle est suspendu le fil à plomb. C'est parce que ses branches sont écartées au sol que la *libella* porte le nom de διαβήτης. C'est pourquoi certains maintiennent l'origine grecque du compas parfait, cf. A. Djebbar, *L'Age d'or des sciences arabes* (Paris, 2005), p. 76.

No ⁷³	Schéma	Description	Construction	Tracé de l'ellipse
1.	++ R. 848	+ R. 728-730	–	++ R. 780-784
2.	–	+ R. 798	+ R. 804-806	–
3.	?	?	?	?
4.	–	+ R. 816	–	+ R. 816-820
5.	?	+ R. 691	++ R. 691	++ R. 691
6.	++ W. 23	+ W. 21-23	++ W. 23-26	++ W. 60-61
7.	– R. 828	++ R. 828	–	++ R. 844-846

Nous pouvons exclure de cette liste les trois premiers titres. En effet, le traité d'al-Qûhî [1] a connu une diffusion limitée dans le monde arabe ainsi qu'en attestent deux mentions indépendantes⁷⁴; le traité d'al-Sijzî [2], qui n'avait pas de visée pratique, n'expose pas la construction de l'ellipse; le traité d'Ibn al-Haytham [3] est perdu. Les derniers titres, décrivant l'aspect matériel et le fonctionnement du compas parfait, étaient les mieux à même de retenir l'attention des praticiens de la Renaissance.

L'origine du compas à coniques ne pouvant être établie qu'à partir d'une analyse des sources, établir cette filiation équivaut à découvrir des parallèles textuels entre les notes de Volpaia et l'un des traités sur le compas parfait. Examinons l'hypothèse la plus simple. Appartenant à la tradition des astrolabistes latins, Lorenzo della Volpaia a dû consulter des traités d'astrolabe. Or, le compte rendu d'al-Bîrûnî sur le compas parfait [4] se trouve précisément dans un *Livre exhaustif sur les manières possibles de construire l'astrolabe*. Dans sa revue bibliographique des travaux d'al-Bîrûnî, le père Boilot ne mentionne aucune traduction latine de l'*Étude exhaustive des méthodes pour construire l'astrolabe*⁷⁵. Cependant Carmody attire l'attention sur un *Rinuby [i.e. Biruny] astronomus*, qui aurait été cité par Hermannus Contractus, lui-même astrolabiste⁷⁶. On peut, sur cette base, tenter de rapprocher le traité d'al-Bîrûnî des notes des Volpaia. La com-

⁷³ Légende: R. = Rashed, *Geometry and Dioptrics*; W. = Woepcke, "Trois traités sur le compas parfait".

⁷⁴ Ibn al-Husayn raconte que l'idée de composer ce traité sur le compas parfait lui est venue, ayant été incapable de se procurer le traité d'al-Qûhî, Woepcke, "Trois traités...", p. 19. Un copiste d'al-Qûhî écrit: « Since this manuscript was rare, even impossible to find, I have copied it out, hoping that there is someone who can construct this compass », Rashed, *Geometry and Dioptrics*, p. 21 n. 66.

⁷⁵ D. J. Boilot, O.P., "L'œuvre d'al-Bîrûnî. Essai bibliographique", *Mélanges de l'Institut Dominicain d'Études Orientales*, 2 (1955): 161-256, p. 191 (n° 46).

⁷⁶ F. J. Carmody, *Arabic Astronomical and Astrological Sciences in Latin Translation. A Critical Bibliography* (Berkeley, 1956), pp. 154-155. Nous n'avons pas retrouvé trace de cette mention.

paraison ne s'avère pas concluante⁷⁷. Lorenzo della Volpaia et ses fils semblent avoir porté un intérêt instrumental à l'astrolabe et ne paraissent pas avoir possédé les principes de la projection stéréographique qui sous-tend la construction de l'instrument.

5. *Transmission du compas parfait d'Ibn Yûnus*

Si l'on excepte le traité d'al-Bîrûnî, les traités de Ibn al-Husayn [6] et d'al-Abharî [7] — composés dans l'environnement immédiat d'Ibn Yûnus — sont les meilleurs candidats à une descendance européenne. La question est de savoir si ces recherches ont été connues en Italie. La transmission historique que nous présentons ici à titre d'hypothèse, s'appuie à la fois sur les recherches classiques de Suter⁷⁸ et sur des indices relatifs à la personnalité d'Andalò di Negro.

1° L'un des auteurs souvent cités par Lorenzo della Volpaia est l'astronome génois Andalò di Negro (ca. 1271-1334). — Des Volpaia, nous connaissons trois manuscrits:

- F Florence, BNCF, Magliabechiano cl. XIX 90, 22 fols. 140 × 210 mm. Auteur: probablement Eufrosino della Volpaia (ap. 1494-ap. 1553), fils de Lorenzo. Contenu: description de l'équateur de Florence (1r-12r) et notes d'astronomie (12v-19r).
- L Florence, B. Laurenziana, Antinori 17, 75 fols. 140 × 210 mm. Auteur: Girolamo della Volpaia (ap. 1525-1614), petit-fils de Lorenzo. Contenu: notes d'horlogerie, de statique, de mécanique et d'astronomie, marginalement de cryptographie. Instruments mathématiques: compas (4r), cylindre du voyageur (47r), roue cryptographique (62v), cadran solaire (64v), quadrant (66v).
- V Venise, B. Marciana, 5363 (olim It. IV. 41), 96 fols. 140 × 210 mm. Auteur: Benvenuto della Volpaia (1486-1533), fils de Lorenzo. Contenu: notes d'horlogerie, d'astronomie, d'astrologie, de mécanique, secondairement de géométrie, d'abaque, de cryptographie et de chimie. Instruments scientifiques: disque horaire (5r), compas à coniques (18r), cylindre du voyageur (26r), équateur (26v), astrolabe-quadrant (36r), disque horaire (36v), roue cryptographique (42v), compas articulé (43v), disque horaire (44v), anneaux astronomiques (45r), quadrant (45v), méridienne (46r), cadran solaire (46v), compas à verges (53r), compas à crémaillère (56r), instruments d'un équateur (63r), méridienne (66v), carré des ombres (91r).

La recherche systématique des passages associant une référence textuelle à la mention d'une note émanant de Lorenzo della Volpaia permet d'identifier quelques sources: Ptolémée,

⁷⁷ Nous n'avons trouvé aucun parallèle textuel en rapportant les notes des Volpaia à l'introduction du traité d'al-Bîrûnî, E. Wiedemann, "Einleitung zu dem Werk über die eingehende Behandlung (*istf'âb*) aller möglichen Methoden für die Herstellung des Astrolabs", *Das Weltall*, 20 (1919): 24-26; E. Wiedemann, J. Frank, "Allgemeine Betrachtungen von al-Bîrûnî in seinem Werk über die Astrolabien", *Sitzungsberichte der Physikalisch-Medizinischen Societät in Erlangen*, 52-53 (1920-1921): 97-121. Une étude systématique serait à faire.

*Almageste*⁷⁹, Alphonse X, *Libros del saber de astronomia*⁸⁰, Paolo Dagomari, *Operatio cilindri*⁸¹, et plusieurs œuvres d'Andalò di Negro:

- F *Theorica distantiarum omnium sperarum et planetarum a terra et magnitudinem eorum.* — « Copiato da uno libriccino di mano di lorenzo nostro padre... La theorica di tutte le distanze delle spere et de pianeti dalla terra secondo andalo genouese... Punto, centro et cuspis significa una medesima cosa... »⁸².
- F *Theorica planetarum.* — « Andalo genouese. Sendo el [sol] in p[ri]ncipio] di [pesci] addi 12 di giugno, addi 13 sara distante m. 59 secondi 8 et cosi seguita a uite o uero a chiocciola di per di, per insino di pervenire al principio di [acquario] in di 182 hor. 14 m. 57 s. 6 »⁸³.
- L *Canones super almanach Profatii Judei.* — « Per g[ra]di] 42 di latitudine. Principalmente io ho da uedere alla tauola della quantita de giorni all'almanac inche segnio e inche g[rado] si troua el sole quando sileua allora »⁸⁴.
- V *Practica astrolabii (?)* — « Copia di mano di lorenzo nostro insuruno libriccino... Pel sole. 1° poni lalmuri sopra al m° m° suo nella faccia dello strumento, 2° vedi al sicondo numero al limbo esse iuj e A aggujni esseue m minuisci e arai il uero moto suo »⁸⁵.

⁷⁸ H. Suter, "Beiträge zu den Beziehungen Kaiser Friedrichs II. zu zeitgenössischen Gelehrten des Ostens und Westens, insbesondere zu dem arabischen Enzyklopädisten Kemâl ed-din ibn Jûnis", *Abhandlungen zur Geschichte der Naturwissenschaften und der Medizin*, 4 (1922): 1-8, p. 6.

⁷⁹ F, fol. 18v. Ptolémée, *Almageste*, V, 6. On trouve en V, fol. 12r, la valeur ptoléméenne de 1022 étoiles fixes, *Almageste*, VII, mais elle est peu discriminante, ayant été reprise, notamment dans le *Libro del saber de astronomia* d'Alphonse X et dans le Catalogue d'étoiles pour l'année 1391, E. Narducci, "Intorno ad una traduzione italiana fatta nell'anno 1341 di una compilazione astronomica di Alfonso X, re di Castiglia", *Giornale Arcadico*, 42 (1864): 81-112, p. 97; P. Kunitzsch, *Der Sternkatalog des Almagest: Die arabisch-mittelalterliche Tradition* (Wiesbaden, 1986); Y. Tzvi Langermann et al., "The Hebrew astronomical codex MS. Sassoon 823", *The Jewish Quarterly Review*, 78 (1988): 253-292, pp. 262-265. On trouve en V, fol. 43r d'autres valeurs ptoléméennes, par exemple celle du mouvement du soleil en un jour: 0;59,8,17,13,12,31°, *Almageste*, III, 2, IV, 3, IX, 4, valeur discriminante par rapport aux tables tolédanes 0;59,8,11,28,27,29°, toulousaines 0;59,8,0°, etc. En toute rigueur ces tables devraient être étudiées à partir des mss. florentins: Jean de Fusoris, *Liber de motibus planetarum* (B. Laurenziana, Magl. XX. 53), P. Beldomandi, *Canones, Tabula planetarum* (B. Laurenziana, S. Marco 178), Immanuel b. Jacob, *Tabula, Canones tabularum* (S. Marco 182), Campanus, *Tabula* (S. Marco 182).

⁸⁰ V, fol. 22v-23r. Extrait des *Tables alphonsines* dont les valeurs diffèrent de celles que l'on trouve dans d'autres tables, cf. J. Kirtland Wright, "Notes on the knowledge of latitudes and longitudes in the Middle Ages", *Isis*, 5 (1923): 75-98, pp. 87, 91; E. Narducci, "Intorno ad una traduzione italiana..."; J. A. Levi, *An Editorial Study of the 14th-Century Italian Translation of Alfonso X the Wise's Libros del saber de astronomia*, Thesis Dissertation (Madison, 1993).

⁸¹ V, fol. 11r, 26r. Le traité a été édité par G. Boffito, *Il primo compasso proporzionale e la Operatio cilindri di Paolo dell'Abaco* (Firenze, 1931), pp. 18-27. L'œuvre de Dagomari est évoquée par un contemporain, *Philippi Villani De Origine civitatis Florentie et de eiusdem famosis civibus* (Padua, 1997), pp. 407-408.

⁸² F, fol. 12v; V, fol. 12r, note 90.

⁸³ F, fol. 15v, note 88.

⁸⁴ L, fol. 49r, 72v. Parmi les valeurs récurrentes de cette compilation, on trouve 42°, latitude de Naples selon les *Tables tolédanes* (42;10°, latitude réelle 40;50°). Les *Luhot* de Jacob b. Makhir Ibn Tibbon, base du commentaire d'Andalò, ont été édités par G. Boffito, C. Melzi d'Eril, *Almanach Dantis Aligherii sive Profhacii Judaei Montispessulani almanach perpetuum ad annum 1300 inchoatum* (Florentiae, 1908).

2° Andalò di Negro est l'auteur de traités mathématiques, aujourd'hui perdus. — L'astronome génois⁸⁶ a composé les œuvres scientifiques suivantes:

1. *Opus preclarissimum astrolabii*⁸⁷
2. *Practica astrolabii*⁸⁷
3. *De operationibus scale quadrantis in astrolabio scripte*⁸⁷
4. *Theorica planetarum*⁸⁸
5. *De compositione astrolabii*⁸⁹
6. *Theorica distantiarum omnium sperarum et planetarum a terra et magnitudinem eorum*⁹⁰
7. *Tractatus spered materialis*⁹¹
8. *Tractatus de spera liber secundus*⁹²
9. *Canones super almanach Profatii Judet*⁹³
10. *Tractatus quadrantis*⁹⁴
11. *Introductorium ad iudicia astrologie*⁹⁵
12. *Centiloquium in astrologia*
13. *Opuscoli astronomici*
14. *Praxis arithmetice Andali de Nigro de Ianua*
15. *Diuersi tractati mathematici Andali de Nigro de Ianua*

⁸⁵ V, fol. 34v. Dans la *Practica*, note 87, *almuri* est employé systématiquement. En lui-même, le terme est peu discriminant car il est utilisé par d'autres auteurs, qui le combinent cependant avec *ostensor* (Hermannus), *index* ou *judex* (Arnauld de Bruxelles), parfois *calculator* (Jean de Séville), voire *almeri* par confusion avec l'ergot de l'araignée (Lupitus de Barcelone), R. Gunther, *Chaucer and Messahala on the Astrolabe* (Oxford, 1929); J.-M. Millás Vallicrosa, *Assaig d'història de les idees físiques i matemàtiques a la Catalunya medieval* (Barcelona, 1931); J. Drecker, "Hermannus Contractus über das Astrolab", *Isis*, 16 (1931): 203-212; E. Poulle, "Le traité d'astrolabe de Raymond de Marseille", *Studi Medievali*, 5 (1964): 866-904.

⁸⁶ C. de Simoni, "Intorno alla vita ed i lavori di Andalò di Negro", *Bullettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche*, 7 (1874): 313-339; B. Boncompagni, "Catalogo de' lavori di Andalò di Negro", *Bullettino di Bibliografia e Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche*, 7 (1874): 339-370.

⁸⁷ Les titres 1, 2, 3 ont fait l'objet de plusieurs éditions: *Opus preclarissimum astrolabii compositum a domino Andalo de Nigro Januense* (Ferrara, 1475); *Il Trattato sull'astrolabio di Andalò di Negro*, riprodotto dall'ed. ferrarese del 1475, pref. G. Bertolotto (Genova, 1893); *Il Trattato sull'astrolabio di Andalò di Negro*, ed. e trad. P. E. Fornaciari e O. P. Faracovi (Pisa, 2005).

⁸⁸ A. M. Cesari, "Theorica planetarum di Andalò di Negro. Questioni di astronomia, indagini delle fonti astronomiche nelle opere di Boccaccio", *Physis*, 27 (1985): 181-235.

⁸⁹ Vatican, BAV, lat. 5906, fol. 4r-95v.

⁹⁰ Paris, BnF, lat. 7272, fol. 86r-99v. L'article promis par A. M. Cesari, "Theorica distantiarum... di Andalò di Negro", *Annali dell'Istituto e Museo di Storia della Scienza*, 10 (1985), n'est jamais paru.

⁹¹ *Il Trattato della Sfera di Andalone di Negro nello Zibaldone del Boccaccio*, ed. A. M. Cesari (Milano, 1982).

⁹² L. Thorndike, *The Sphere of Sacrobosco and its Commentators* (Chicago, 1949), Appendix IV, pp. 463-475.

⁹³ Paris, BnF, lat. 7272, fol. 70r-85v, *Il Trattato della Sfera*, pp. 93 sq.

⁹⁴ Le seul exemplaire connu appartenait à Boncompagni, "Catalogo...", p. 368.

⁹⁵ Paris, BnF, lat. 7272, fol. 102r-170r.

Les quatre derniers titres sont connus seulement par des mentions historiques. Parmi eux, se trouvent une collection de traités mathématiques [15], dont il n'est pas exclu qu'ils aient contenu une étude des coniques. Ces *tractati mathematici*, propriété d'Ettore Trevisani en 1639, étaient déjà disparus du temps de Libri et de Boncompagni⁹⁶.

3° Andalò di Negro, versé dans l'étude des instruments mathématiques, connaissait les sections coniques et les méthodes de projection. — Le premier point est acquis du fait que les traités [1, 2, 3, 5, 10] sont consacrés à des instruments mathématiques. Les connaissances théoriques peuvent être inférées à partir des sources de l'astronome génois. Hormis l'*Almageste* de Ptolémée, Andalò cite les *Zij* d'al-Battânî (liste des étoiles fixes à laquelle manque la Solitaire, *al-fard*, α Hydrae), les *Tabule tolectane* et *alphonsine*, le *Liber de agregationibus stellarum* d'al-Farghânî (valeur des rayons des épicycles), le *De motu octave spere* de Thâbit b. Qurra (sur la précession des équinoxes), les *Dubitaciones in Ptolemaeum* d'Ibn al-Haytham (hypothèse de la neuvième sphère)⁹⁷. Sa connaissance des méthodes de projection, et des sections coniques qui les sous-tendent, apparaît dans le *Tractatus de compositione astrolabii* [5], probablement antérieur à ses autres traités d'astrolabe [1, 2, 3, 10]. Andalò se distingue de ses contemporains qui ignorent souvent le principe de la projection stéréographique et qui utilisent parfois des constructions erronées⁹⁸ (Lupitus de Barcelone, Hermannus Contractus, Rodolphe de Bruges, Raymond de Marseille, etc.). Il est l'un des rares auteurs, avec Campanus et Jordanus, à savoir que l'astrolabe planisphérique résulte d'une projection stéréographique de la sphère céleste sur le plan de l'équateur: « Astrolabium est pars spere depressa forma rotunda in plano extensa ». « Postea ymaginati sit quod polus antarcticus centrum in cacumine dicte spere [...] »⁹⁹. Andalò expose la propriété selon laquelle, dans la projection stéréographique, les cercles de la sphère céleste sont transformés en cercles sur le plan de l'équateur (tympan de l'astrolabe): « Depressa spera ubi circuli in spere erant circuli in plano ». Cette propriété appelle deux remarques: 1) du point de vue pratique, la projection stéréographique simplifie le tracé du tympan, puisqu'azimuts et *almuqantarât* sont toujours des cercles; 2) du point de vue théorique, la projection stéréographique présuppose la connaissances des coniques, puisque elle est la seule

⁹⁶ G. Libri, *Histoire des sciences mathématiques en Italie* (Paris, 1840), vol. II, p. 134; B. Boncompagni, "Catalogo...", p. 370. Depuis la MAΘHMATIKH ΣYNTAXIS de Ptolémée, le nom de mathématique s'applique *lato sensu* à l'astronomie. Il est exclu que le titre 15 soit dans ce cas, car deux traités d'astronomie d'Andalò apparaissent à la suite dans le même catalogue: *Mag. Andalij de Nigris in sphaeram com.*, *Astrolabium Mag. Andali*, G. F. Tomasini, *Bibliothecae Patavinae Manuscriptae Publicae et Privatae* (Udine, 1639), pp. 109, 122.

⁹⁷ Cesari, "Theorica planetarum...", pp. 185-198.

⁹⁸ La plus commune consiste à joindre le centre aux douze divisions égales du limbe, ce qui implique que les signes du zodiaque aient 30° d'ascension droite, ce qui est faux, E. Poulle, "Les instruments astronomiques de l'Occident latin aux XI^e et XII^e siècles", *Cahiers de civilisation médiévale*, 15 (1972): 27-40, pp. 32, 35, cf. les traités d'astrolabe mentionnés à la note 85.

⁹⁹ Andalò di Negro, *De compositione astrolabii*, Vatican, BAV, lat. 5906, 4r-7v, fol. 4r.

à transformer un cercle de la sphère en cercle de l'équateur, lequel est associé à une *conique non circulaire* dans le cas général¹⁰⁰.

4° Andalò di Negro résidait à la cour du roi Robert de Naples, où il put connaître des traducteurs de science arabe et consulter une partie des collections de Frédéric II. — Le rôle probable joué par Andalò est également appuyé par des indices sociohistoriques. Andalò a pu acquérir la théorie des coniques par ses contacts. Sa biographie le montre voyageant en Orient¹⁰¹, étant issu d'une famille génoise de marchands et d'ambassadeurs installés de longue date au Levant: à Chypre, au Royaume d'Arménie et en Syrie. Par ailleurs, Andalò était un familier d'Hugues IV de Lusignan, roi de Chypre et de Jérusalem, avec qui il parle d'astronomie¹⁰². Il réside à Naples, à la cour du roi Robert d'Anjou (ca. 1275-1343) qui lui verse une rente de six onces d'or annuelles. C'est là que Boccaccio (1313-1375) suivra ses cours d'astronomie: « Induxi saepe generosum atque venerabilem senem Andalo de Nigro Ianuensem, olim in motibus astrorum doctorem meum » (*De Genealogia deorum gentilium*, XV, 6). La date d'arrivée de ce dernier étant connue¹⁰³ elle contribue à fixer les termes du séjour napolitain d'Andalò, qui eut lieu entre une date indéterminée, antérieure à 1327 (arrivée de Boccaccio) et 1334 (mort d'Andalò di Negro), peut-être très antérieure au *terminus post quem*, puisqu'on ne sait rien de la vie d'Andalò entre 1314, où il est en ambassade à Trébizonde, et les cours dispensés à la cour du roi Robert.

Durant son séjour, il est à présumer qu'Andalò accéda aux collections que Frédéric II avait léguées au *studium* napolitain¹⁰⁴, et qu'il fréquenta les intellectuels de la cour angevine: Giaco-

¹⁰⁰ *Ibid.*, fol. 5r. Le cas de la transformation des cercles de la sphère en coniques non circulaires a été étudiée par les géomètres arabes, notamment Ibn Sahl, cf. Rashed, *Geometry and Dioptrics*, pp. 856-857, 950-952.

¹⁰¹ C. de Simoni, "Intorno alla vita ed i lavori di Andalò di Negro...", p. 323-324, 326.

¹⁰² C. de Simoni, "Intorno alla vita...", p. 318.

¹⁰³ Période durant laquelle Boccaccio copia deux traités d'astronomie de son maître: Firenze, B. Laurenziana, Pluteo XXIX, 8, fol. 2r-13v: *Tractatus spere materialis*; fol. 14r-25v: *Theorica planetarum*). Le *zibaldone* de Boccaccio contient d'autres œuvres marquées par l'ambiance napolitaine, notamment fol. 62r-63r: *Epistola di Federico imperatore*; fol. 63v-64v: *Satira di Pier delle Vigne*.

¹⁰⁴ A. Burruso, "Federico II e la tradizione culturale arabo-islamica", *Federico II, Imagine e Potere*, a cura di M. S. Calò Mariani e R. Cassano (Venezia, 1995): 15-19, p. 19; F. Torracca et al., *Storia della Università di Napoli* (Napoli, 1924). Les privilèges du *studium* de Naples, créé par Frédéric II le 5 juin 1224, furent renouvelés par Charles I en 1266, Charles II en 1294 et Robert en 1328. Naples accueillit le plus souvent les facultés d'art, de droit et de théologie, la médecine étant enseignée à Salerne. La dispersion des collections napolitaines et les lacunes affectant les inventaires compromettent la recherche. Nous connaissons les noms de certains professeurs, traducteurs, copistes, correcteurs, rarement le nom des œuvres étudiées. Les registres de 1278-1342 (lacunaires entre 1294-1307), mentionnent les noms de Faracio giudeo [Faraj b. Salem], Matteo di Salerna, Niccolò Greco di Reggio, Paolo Neofido, traducteurs de l'arabe. Un astrolabe, un torquetus, un calendrier apparaissent dans l'inventaire de 1334, C. Minieri Riccio, *Studi storici fatti sopra 84 registri angioani* (Napoli, 1896); N. Barone, "La 'Ratio thesaurariorum' della Cancelleria Angioina", *Archivio Storico per le Provincie Napoletane*, 10 (1885): 413-434, 653-664, 11 (1885-1886): 5-20, 175-197, 415-432, 577-596; C. C. Coulter, "The Library of the Angevin Kings", *Transactions and Proceedings of the American Philosophical Association*, 75 (1944): 141-155; T. Gottlieb, *Über mittelalterlichen Bibliotheken* (Graz, 1955), p. 212 sq; L. Chiappelli, "Una notevole libreria na-

mo Pipino di Taranto, Maestro Marcoloni, Matteo Silvatiko da Salerno, Luca da Penne, Cino da Pistoia, Giovanni Barrili, Barbato da Sulmona, Paolino Minorita. Et plus particulièrement: Paolo da Perugia (custode de la bibliothèque), Bello da Firenze, Jacopo da Milano, Giovanni da Mutina (copistes), Barlaam da Seminara et Niccolò da Reggio (hélienistes), Faraj b. Salem da Girgenti puis Qalonymos b. Qalonymos (arabisants et hébraïsants). Peut-être Andalò a-t-il connu personnellement Qalonymos b. Qalonymos (1286-m. apr. 1329), appelé par le roi Robert vers 1319, qu'il suivit à Naples peu après. « Maestro Calo » d'Arles traduisit plusieurs œuvres philosophiques et mathématiques arabes en hébreu, puis, à la demande du roi, des traductions vers le latin, notamment la *Destructio destructionis* d'Averroès. Durant son séjour à Naples, Andalò eut donc des facilités d'accès aux sources arabes, dans l'interprétation desquelles il pouvait mobiliser le savoir des traducteurs (on pensera aux cinq traités sur les coniques traduits par Maestro Calo¹⁰⁵).

5° *La cour cosmopolite de Frédéric II accueillait des savants arabes, juifs et chrétiens, au nombre desquels Maître Théodore d'Antioche.* — Parmi les savants de la cour de Frédéric II Hohenstaufen (1194-1250), il en est un qui force l'attention par son rôle d'intermédiaire entre Orient et Occident. Originaire d'Antioche, Théodore se forma en Orient avant de rejoindre la cour de Sicile. Sa biographie se résume à quelques faits tirés de sources du XIII^e siècle: 1° Bar Hebraeus dit que « le philosophe Théodore (*hakîm thâdhûrî*) d'Antioche, de la secte jacobite, [...] émigra à Mossoul où, sous la direction de Kamâl al-Dîn b. Yûnus, il étudia les œuvres d'al-Fârâbî et d'Ibn Sînâ, et trouva les solutions d'Euclide et de l'*Almageste* [...] Il se rendit ensuite à Bagdad pour se perfectionner dans la science médicale [...] Ensuite, il entra au service du sultan 'Alâ' al-Dîn [Kay-Qubadh I de Konya], mais celui-ci le trouva excentrique et ne le retint pas. C'est pourquoi il partit pour l'Arménie et se mit au service de Constantin, le père du roi Hetoum I (*hâtîm*). Mais il n'apprécia pas leur compagnie, et se rendit, avec un ambassadeur qui était là, auprès de l'Empereur [Frédéric II], Roi des Francs, duquel il obtint toutes les faveurs

poletana del '300", *Studi Medievali*, 1 (1928): 456-470; D. Gutiérrez, "La biblioteca di S. Giovanni a Carbonara di Napoli", *Analecta Augustiniana*, 29 (1966): 95-212.

¹⁰⁵ On doit à Maestro Calo une dizaine de traductions mathématiques, dont cinq traitant des coniques: 1° Abû Sa'adan, *Ha-dibbur be-meshullash/Opuscule sur le triangle*; 2° Ibn al-Samh, *Ma'amar ba-iztewanot we-hamehuddadim/Traité sur les cylindres et les cônes*; 3° Anonyme, *Sefer mish'alim ba-tishboret/Livre des problèmes géométriques*; 4° Anonyme, *Traité sur les cinq polyèdres réguliers*; 5° Anonyme, *Sefer ha-harutim/Résolution des doutes concernant la première prémisse du Livre des Coniques*, E. Renan[-Neubauer], "Les écrivains juifs français du XIV^e siècle", *Histoire littéraire de la France*, 31 (1893): 351-789, p. 425-439; M. Steinschneider, *Mathematik bei den Juden* (Hildesheim, 1964), pp. e.76-e.82; T. Lévy, "The Establishment of the Mathematical Bookshelf of the Medieval Hebrew Scholar: Translation and Translators", *Science in Context*, 10 (1997): 431-451, qui m'a aimablement signalé les derniers progrès sur Qalonymos.

[...] »¹⁰⁶. 2° Le *Livre de Sidrach* répète que « en la cort l'empereor ot .i. home d'Antioche qui ot non Thodre le phillosophe », ajoutant que le *Liber nouem iudicum* fut « envoyé par le soudan de Babiloine a l'empereor Frederic ou temps que le grand calif envoya Theodore audit empereur »¹⁰⁷; 3° Dans *De oculo*, Petrus Hispanus affirme avoir été son disciple: « magister meus Theodorus medicus imperatoris... »¹⁰⁸; 4° Théodore est au service de l'Empereur, comme philosophe et traducteur, dans une période qui prend fin avant 1250 (mort de Théodore) mais dont le *terminus post quem* n'est pas établi. On le voit prendre part à un débat philosophique avec les frères prêcheurs pendant le siège de Brescia (automne 1238); manier l'astrolabe à Treviso (mai 1239); traduire en latin le prologue du commentaire d'Averroès sur la *Physique* d'Aristote à Padoue (1239); faire corriger sa traduction latine du *Moamin* par l'empereur durant le siège de Faenza (août 1240-avril 1241)¹⁰⁹. Son arrivée à la cour de Frédéric II est moins nette. Théodore a pu rejoindre la cour entre 1226 (début du règne de Heṭoum I à Konya évoqué par Bar Hebraeus, date approchée de l'*Epistola Leonardi ad magistrum Theodorum phylosophum domini Imperatoris*) et 1233 (début de la correspondance entre Théodore et Yehuda b. Salomon ha-Cohen de Tolède)¹¹⁰.

6° Frédéric II adressa des questions mathématiques partout en Orient, dont certaines parvinrent à Ibn Yûnus de Mossoul, maître de Théodore d'Antioche. — Sans inventaire du temps de Frédéric II¹¹¹, il n'est pas moyen de connaître les objets d'intérêt scientifique de la cour autrement qu'en les inférant de l'activité des savants et des traducteurs¹¹². Le fort cosmo-

¹⁰⁶ Bar Hebraeus, *Historia compendiosa dynastiarum [Tâ'riḥ mukhtaṣar al-duwâl]*, ed. E. Pocock (Oxford, 1663), I. p. 521, II, p. 341; B. Z. Kedar, E. Kohlberg, "The intercultural career of Theodore of Antioch", *The Mediterranean Historical Review*, 10 (1995): 164-176.

¹⁰⁷ A.-M. Steiner, *Le Livre de Sidrach* (Melun, 1994), p. 26-27. Ces indications sont celles de l'explicit du *Liber nouem iudicum* de Hermann de Carinthie et Hugo de Santalla: « Liber nouem iudicum quem missit soldanus Babilonie imperatori Federico tempore quo et magnus Chalif misit magistrum Theodorum eidem imperatori Federico », C. Burnett, "Michele Scoto", *Federico II e le scienze*, a cura di P. Toubert e A. Paravicini Bagliani (Palermo, 1994): 371-394, p. 387; Id., "Master Theodore, Frederick II's Philosopher", *Federico II e le nuove culture* (Spoleto, 1995): 225-285, p. 230.

¹⁰⁸ B. Z. Kedar, E. Kohlberg, "The intercultural career of Theodore...", *Die Ophtalmologie (Liber de oculo) des Petrus Hispanus (später Papst Johannes XXI)*, ed. A. M. Berger (München, 1899), pp. 4-5.

¹⁰⁹ Burnett, "Master Theodore...", p. 226.

¹¹⁰ « Dans ma jeunesse, quand j'étais encore en Espagne, le philosophe de l'Empereur m'adressa plusieurs questions de géométrie. Je répondis alors que j'avais 18 ans... », C. Burnett, "Master Theodore...", pp. 226, 234; C. Sirat, "Juda b. Salomon ha-Cohen, philosophe, astronome et peut-être kabbaliste de la première moitié du XIII^e siècle", *Italia*, 2 (1977): 39-61; *Eadem*, "Les traducteurs juifs à la cour des rois de Sicile et de Naples", *Traduction et Traducteurs au Moyen Âge*, éd. G. Contamine (Paris, 1989): 169-191.

¹¹¹ « Della cancelleria sveva però non giunse ai nostri tempi altro che un frammento di registro, in copia, degli anni 1239-1240, andato purtroppo distrutto nell'ultima guerra », Archivio di Stato di Napoli, *Guida generale degli Archivi di Stato* (Napoli, s.d.), p. 9.

¹¹² Les textes représentatifs de cette activité intellectuelle de la cour sont: I. des œuvres originales: 1. *Jordani Ruffi medicina equorum*; 2. *Petri de Vineis Epistulae*; 3. *Michaelis Scoti Liber particularis*; 4. *Liber physiognomie eiusdem*; 5. *Leonardi Pisani Liber abbaci*; 6. *Leonardi Pisani Flos*; 7. *Liber quadratorum eiusdem*; II.

politisme et l'ambiance multiconfessionnelle de la cour étaient propices aux échanges et aux traductions scientifiques¹¹³. On y trouve Michaël Scot, Jean de Palerme, *magister Dominicus* [Dominicus Hispanus?], Jacob b. Abba Mari Anatoli, Moïse b. Samuel Ibn Tibbon, Théodore d'Antioche, 'Alam al-Dîn, etc. Frédéric II contribua personnellement à soutenir cet effort de connaissance en faisant circuler des questions médicales, philosophiques et mathématiques. Ces questions ne sont pas toutes connues dans le détail¹¹⁴, mais il est certain que plusieurs questions mathématiques parvinrent à Mossoul, à Kamâl al-Dîn b. Yûnus (1156-1242) et à son élève Athîr al-Dîn al-Mufaddal al-Abharî (ca. 1200-1265). Plusieurs sources permettent de préciser ces rapports.

1) Dans la chronique de l'année 626 H. du *Kitâb al-Sulûk*, Taqî al-Dîn Aḥmad b. 'Alî al-Maqrîzî rapporte que Frédéric II « était un savant, très cultivé en géométrie, en arithmétique et dans les sciences spéculatives. Il envoya semblables problèmes difficiles de géométrie, de philosophie et de sciences spéculatives, à Malik al-Kâmil, que celui-ci présenta au *shaykh* hanafite 'Alam al-Dîn – surnommé Ta'âsîf – et à d'autres, et dont il retourna les réponses [à l'empereur] »¹¹⁵. Cet événement est inséré entre le 24 février, précédant l'arrivée de Frédéric II à Jérusalem, et le 25 mai 1229, date du retour à Saint-Jean d'Acre.

2) Dans '*Uyûn al-anbâ' fî tabaqât al-aṭibbâ'*', Ibn Abî Uṣaybi'a écrit: « Je tiens de qâḍî Naghm al-Dîn b. al-Karîdî ceci: le qâḍî Jalâl al-Dîn al-Baghdâdî, un disciple de Kamâl al-Dîn [b. Yûnus], me raconta que, pendant qu'il prenait les cours de Kamâl al-Dîn, alors que Badr al-Dîn Lu'lû' était gouverneur de Mossoul, un ambassadeur du roi des Francs [Frédéric II], lequel était très versé dans les sciences, vint le trouver avec des problèmes relatifs à l'astronomie et à

des traductions latines: 1. *Moamini falconarius* traduit par Théodore d'Antioche; 2. *Tractatus avium [Gatriph]* et, quoiqu'ils aient été rédigés plus tôt, 3. *Ptolemaei Opticorum libri V*, Frédéric II ayant nommé Eugène de Sicile *Magister camerarius Apulie et Terre Laboris*; III. des traductions hébraïques: 1. *Les Sphériques* de Ménélaüs traduits par Samuel b. Jehuda; 2. *Le Commentaire moyen d'Averroès sur la Logique d'Aristote*; 3. *Le Commentaire sur le Pentateuque*; 4. *L'Almageste* de Ptolémée; 5. *L'Épitomé de l'Almageste* d'Averroès; 6. *L'Astronomie* d'al-Farghani, cinq titres traduits par Jacob Anatoli. Sur les fonctions d'Eugène: A. Lejeune, *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile* (Leiden, 1989), p. 31*, 132*.

¹¹³ C. H. Haskins, *Studies in the History of the Medieval Science* (Cambridge, 1924), p. 242-271; J.-L.-A. Huillard-Bréholles, *Introduction à l'histoire diplomatique de l'empereur Frédéric II* (Paris, 1859).

¹¹⁴ Au nombre desquelles: 1° Les questions géométriques adressées à Yehuda b. Salomon ha-Cohen de Tolède ca. 1233, dont celui-ci se servit pour composer la partie mathématique de *Midrash ha-Hokma*, T. Lévy, "Mathematics in the *Midrash ha-Hokmah* of Judah ben Solomon ha-Cohen", *The Medieval Hebrew Encyclopedias of Science and Philosophy*, ed. by S. Harvey (Dordrecht, 2000): 300-312. 2° Sept problèmes difficiles adressés aux savants musulmans avant 1238, dont trois, relatifs à l'optique, ont été édités par E. Wiedemann, "Fragen aus dem Gebiet der Naturwissenschaften, gestellt von Friedrich II. dem Hohenstaufen", *Archiv für Kulturgeschichte*, 11 (1914): 483-485; Haskins, *Studies*, p. 265; 3° Les questions philosophiques formant les *Quesiti siciliani* auxquelles répondit Ibn Sab'în de Murcia, ca. 1237-1242, M. Amari, "Questions philosophiques adressées aux savants musulmans par l'Empereur Frédéric II", *Journal Asiatique*, 5e série, 1 (1853): 240-274; D. Cabanelas, "Frederico II de Sicilia y Ibn Sab'in de Murcia. Las cuestiones sicilianas", *Miscelánea de Estudios Arabes y Hebraicos*, 4 (1955): 31-64.

¹¹⁵ *Biblioteca arabo-sicula*, raccolta da M. Amari (Torino-Roma, 1880-1881), vol. II, p. 266.

d'autres sciences, dans l'espoir que Kamâl al-Dîn b. Yûnus pourrait les résoudre »¹¹⁶. Dans la relation d'Ibn Abî Uṣaybi'a, Frédéric II s'adressa directement à Ibn Yûnus, ce qui suggère des questions distinctes des précédentes. Rien ne permet de dater le contact: Badr al-Dîn gouverna Mossoul de 1211 à 1259; nous ne savons rien de Jalâl al-Dîn.

3) Dans le *Kitâb wafayât al-a'yân*, Ibn Khallikân témoigne: « En l'an 633 H./1236, alors que j'étais à Damas, plusieurs questions sur l'arithmétique, l'algèbre, la géométrie et sur le traité d'Euclide furent posées à un homme de cette ville, expert en sciences mathématiques. Incapable de les résoudre, il les recopia toutes sur un rouleau de parchemin et les envoya [à Kamâl al-Dîn b. Yûnus], qui était alors à Mossoul. Un mois après, il reçut une réponse dans laquelle toutes les obscurités étaient clarifiées, et toutes les difficultés expliquées »¹¹⁷. La date autorise l'implication de Théodore d'Antioche dans ce contact.

4) Dans le *Kitâb âthâr al-bilâd*, al-Qazwînî le géographe relate que: « parmi les prodiges que j'ai entendus sur lui [Kamâl al-Dîn b. Yûnus] il y eut que, du temps de Malik al-Kâmil, les Francs soumettaient à la Syrie des problèmes dont ils voulaient les réponses, et parmi eux se trouvaient des questions médicales, philosophiques et mathématiques. Les savants syriens résolurent par eux-mêmes les questions médicales et philosophiques. Les problèmes mathématiques ne furent pas discutés. Mais Malik al-Kâmil, désirant que tout fût résolu, envoya ceux-là à Mufaddal b. 'Umar al-Abharî de Mossoul, notre professeur, qui n'avait pas son pareil dans les sciences géométriques. Mais ne parvenant pas à trouver les réponses, il montra les problèmes au *shaykh* Ibn Yûnus; celui-là médita dessus et les résolut. Voici l'un des problèmes: "Soit un arc donné, tire sa corde, prolonge-la hors de l'arc, et construis dessus un carré tel que sa surface soit égale à celle de la partie de l'arc (*muqawwas*) selon la figure" [fig. 15]. Al-Mufaddal rédigea la démonstration, en fit un traité, et l'envoya à Malik al-Kâmil en Syrie. Quand je revins en Syrie, je rencontrai les plus excellents savants émerveillés par le traité, qui louèrent la découverte de la démonstration, œuvre remarquable de ce temps »¹¹⁸.

De ces sources, nous devons préférer les deux dernières, qui sont d'ailleurs concordantes. Al-Qazwînî séjournait à Damas vers 1233. Il visita Mossoul avant 1240, date à laquelle il prit la charge de *qâdî* du calife 'abbâside al-Musta'sim. Ibn Khallikân, natif d'Irbîl, résidait aussi à Damas en 1234-1237 et connut personnellement Ibn Yûnus et al-Abharî. Il est possible que

¹¹⁶ Ibn Abî Uṣaybi'a, *'Uyûn al-anbâ' fî tabaqât al-aṭibbâ'*, ed. A. Müller (Königsberg, 1884), ed. N. Riḍâ (Beyrouth, 1956), vol. I, pp. 306-308; Suter, "Beiträge...", p. 6.

¹¹⁷ *Kitâb wafayât al-a'yân*, Ibn Khallikân's *Biographical Dictionary*, trad. de Slane (Le Caire, 1948, rééd. Beyrouth, 1970), III, p. 471.

¹¹⁸ *Zakariya Ben Muhammed Ben Mahmud al-Cazwînî Kosmographie*, ed. F. Wüstenfeld (Göttingen, 1848-1849), vol. II, p. 310; Sarton, *Introduction*, vol. II (2), p. 600; Suter, "Beiträge...", p. 6. Al-Abharî composa divers ouvrages (*Hidâyat al-hikma*, *Kitâb al-Isâghûjî*, etc.) De sa correction des *Éléments [Islâh] al-Uṣûl* il ne reste que la discussion du postulat des parallèles, reproduite par Qâḍî Zâda al-Rûmî (m. 1412) dans son commentaire des *Propositions fondamentales [Ashkâl al-tâ'sîs]* d'al-Samarqandî, A. I. Sabra, "Thâbit b. Qurra on Euclid's parallels postulate", *Journal of Warburg and Courtauld Institutes*, 31 (1968): 12-32, p. 14.

« l'homme de Damas » ait été Ta'âsîf, de son vrai nom 'Alam al-Dîn Qaysar b. Abû al-Qâsim (m. 1251), lui même élève d'Ibn Yûnus. Ta'âsîf était bien à Damas à cette date, venant de s'acquitter, avec Ibn Wâsil, de la construction d'un observatoire pour le prince ayyûbide de Hamât. Le fait qu'al-Abharî ait retourné les réponses au sultan Malik al-Kâmil permet de dater le contact, puisque al-Kâmil ne régna sur Damas que deux ans. Les échanges entre la cour de Sicile et Mossoul eurent donc lieu à la fin du règne d'al-Kâmil, vers 1238.

7° *Les traités sur le compas parfait d'Ibn al-Husayn et d'al-Abharî furent composés sous la direction de Ibn Yûnus à Mossoul.* — Entre 583 H./1187-589 H./1193, Ibn al-Husayn compose sous son nom un traité sur le compas parfait. L'auteur affirme dans le prologue que, pour régler les questions les plus délicates, il fit appel à son maître Kamâl al-Dîn b. Yûnus, avec la collaboration duquel il rédigea son épître *Risalât al-birkâr al-tâmm wa kayfiyyat al-takhtîf bi-hi*¹¹⁹. Athîr al-Dîn al-Mufaddal al-Abharî, dont nous connaissons un traité sur le compas parfait, *Fî birkâr al-quṭu'*, fut également l'élève d'Ibn Yûnus à Mossoul. Ibn Khallikân rapporte qu'al-Abharî, étant déjà professeur, choisit de devenir son assistant (*muyîd*) dans l'école dont Ibn Yûnus était le directeur depuis 1224¹²⁰. Ainsi est établi le lien entre Kamâl al-Dîn b. Yûnus et deux des mathématiciens qui ont écrit sur le compas parfait¹²¹. Nous ne savons rien des problèmes mathématiques soumis à Ibn Yûnus sauf celui que Suter identifie comme étant celui de la « quadrature d'un segment circulaire »¹²². Trois remarques s'imposent: 1° al-Qazwînî, qui n'était pas mathématicien, et dont tous les textes ont un tour descriptif, non analytique, n'emploie pas le terme arabe *qit'a* (segment circulaire), ni même *qaws* (arc), il écrit *muqawwas* (arrondi, bombé, renflé) qui est un terme imagé. Le problème ne porte donc pas nécessairement sur un « segment circulaire », au sens des mathématiciens. 2° La première rédaction de la *Géographie* date de 661H./1262. La deuxième, entièrement refondue sous le nom d'*Âthâr al-bilâd*, date de 674H./1275. La relation a donc été rédigée trente ans après qu'al-Qazwînî ait visité

¹¹⁹ « Tout ce que je vais exposer est le fruit de l'assistance qu'il m'a prêtée dans l'exploration des parties obscures du problème; ce sont les résultats des notes que j'ai prises pendant que je m'occupais à travailler avec lui », F. Woepcke, "Trois traités...", p. 19-20.

¹²⁰ *Kitâb wafayât al-a'yân*, III, p. 468-469.

¹²¹ À côté de ses travaux en théorie des nombres, il faut mentionner un manuscrit, récemment découvert à Manisa, en Turquie, portant sur les sections coniques, A. I. Sabra, "Greek science in medieval Islam", F. J. Ragep and S. Ragep, eds., *Tradition, Transmission, Transformation* (Leiden, 1996): 3-27, p. 26 n. 16. G. Sarton, *Introduction to the History of Science* (Baltimore, 1927), vol. II (2), p. 600. Ibn Yunûs et Ibn al-Husayn étaient en relation épistolaire suivie, comme l'atteste l'*Épître de Kamâl al-Dîn b. Yûnus à Muhammad b. al-Husayn sur la démonstration pour trouver le lemme qu'Archimède a négligé dans son livre sur la construction de l'heptagone inscrit dans le cercle*, R. Rashed, *Les Mathématiques infinitésimales du IX^e au XI^e siècle*, vol. III (London, 2000), p. 883-898.

¹²² Suter, "Beiträge...", p. 6.

Mossoul et qu'al-Abharî ait écrit son traité¹²³. Cette rédaction tardive explique peut-être l'altération de l'énoncé. 3° Cela étant posé, on notera que le premier lemme du traité d'al-Abharî sur le compas parfait appelle une figure identique à celle que donne al-Qazwîni [fig. 15].

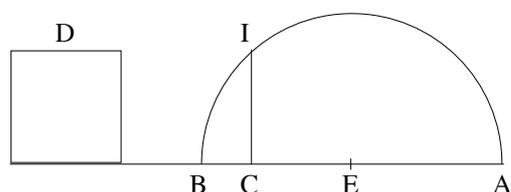


Fig. 15

Al-Abharî demande : « Nous voulons appliquer sur AB une aire égale au carré de D que dépasse un autre carré ». Il montre alors que, si l'on prend $CI = D$, E étant le centre du demi-cercle AB , on a $CA \times CB + EC^2 = EI^2 = EC^2 + CI^2$, d'où l'on tire que $CA \times CB = CI^2 = D^2$, et finalement $AB \times CB = D^2 + CB^2$, ce qu'il fallait établir¹²⁴. Le traité d'al-Abharî *Sur le compas des sections* répond donc formellement à l'une des questions posées par Frédéric II. La copie de ce traité étant établie sur un modèle fautif, seule la découverte de nouveaux manuscrits permettrait de préciser la teneur des réponses reçues à la cour de Sicile¹²⁵.

Conclusion. Le compas à coniques de la Renaissance ne se distingue pas de ses antécédents par sa forme, mais seulement par ses usages (les applications optico-perspectives devenant prépondérantes). Les historiens ont donné plusieurs explications de la similitude constatée entre le compas d'al-Qûhî et celui de Barrozi. Des hypothèses que nous avons examinées, deux sont réfutées (V.2, V.4), une ne s'appuie sur aucune preuve (V.1), deux sont confrontées à des lacunes documentaires totales (V.3) ou partielles (V.5). Selon la meilleure hypothèse, le compas aurait diffusé en Italie par le canal suivant: 1° Ibn Yûnus et ses disciples Ibn al-Husayn et Al-Abharî (Mossoul), 2° 'Alam al-Dîn Ta'âsîf (Damas), 3° al-Malik al-Kâmil (Le Caire), 4° Maître Théodore à la cour de Frédéric II (Palerme), 5° Andalò di Negro à la cour du roi Robert (Naples), 6° Lorenzo della Volpaia, Leonardo da Vinci, Antonio da Sangallo II et Michelangelo Buonarroto (Florence), 7° Ettore Ausonio, Giuseppe Moletto, Giulio da Thiene, Jacomo Contarini et Francesco Barozzi (Venise).

¹²³ Al-Qazwîni a beaucoup plagié le *Mu'jam al-buldân* de Yâqût, mais celui-ci a été composé entre 1215 et 1229, à une époque qui n'offre que peu de possibilité pour que les questions posées durant la croisade aient pu être consignées par Yâqût, *Jacut's geographischer Wörterbuch*, ed. F. Wüstenfeld, 6 vols. (Leipzig, 1866-1873); M. Kowalska, "The sources of al-Qazwîni's *Âthâr al-bilâd*", *Folia Orientalia*, 8 (1966): 41-88.

¹²⁴ Rashed, *Geometry and Dioptrics*, p. 830.

¹²⁵ Le copiste avoue que la copie du traité d'al-Abharî n'est pas entièrement digne de foi, Rashed, *Geometry and Dioptrics*, p. 846.

Remerciements

J'exprime toute ma gratitude aux personnes qui m'ont aidé dans cette recherche: Maria Rosaria Grizzuti (Naples) à propos des fonds de la Biblioteca Nazionale di Napoli; Tony Lévy (Paris) à propos des œuvres de Qalonymos b. Qalonymos et de Mordekhai Finzi; Emmanuel Poulle (Paris) à propos des équatoires de Dondi et de Volpaia; Roshdi Rashed (Paris) qui m'a incité à étudier la descendance latine du contact entre Ibn Yûnus et Frédéric II; Pietro Roccasecca (Rome) qui m'a signalé les rapports entre Volpaia et Sangallo. Les imperfections résiduelles sont miennes.

Illustrations

- Fig. 1. Cerchia dei Sangallo, *Mazzocchio* 832A, d'après Camerota, *Nel Segno di Masaccio*, p. 95.
- Fig. 4. Benvenuto della Volpaia, *Seste da far l'ouato*, d'après Arrighi, "Il Compasso ovale", p. 105.
- Fig. 5. Albrecht Dürer, *Circinus cum quo oualis figura formabitur*, d'après Kurz, "Dürer, Leonardo", p. 17.
- Fig. 6. Ettore Ausonio, *Compasso ouale*, d'après Arrighi, "Il Compasso ovale", p. 104.
- Fig. 7. Antonio da Sangallo II, *Sesto per far avovati*, Frommel et Adams, *The Architectural Drawings*, p. 196.
- Fig. 8. Leonardo da Vinci, *Conicographe*, d'après Pedretti, *Studi Vinciani*, p. 285.
- Fig. 9. Leonardo da Vinci, *Spera inchavo*, d'après Pedretti, *Studi Vinciani*, p. 266.