



**HAL**  
open science

## Le Traité d'économie pure, la contribution fondatrice

Alain Béraud

► **To cite this version:**

Alain Béraud. Le Traité d'économie pure, la contribution fondatrice. Arnaud Diemer, Jérôme Lallement, Bertrand Munier. Maurice Allais et la science économique, Clément Juglar, pp.37-48, 2010. halshs-00487939

**HAL Id: halshs-00487939**

**<https://shs.hal.science/halshs-00487939>**

Submitted on 31 May 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**LE *TRAITÉ D'ÉCONOMIE PURE*,**  
**LA CONTRIBUTION FONDATRICE**  
**ALAIN BÉRAUD<sup>†</sup>**

---

<sup>†</sup> Université de Cergy-Pontoise, THEMA, F-95000 Cergy-Pontoise, [beraud@u-cergy.fr](mailto:beraud@u-cergy.fr)

Quand les historiens de la pensée (Ingrao et Israël, 1987) étudient l'évolution qui conduisit de Walras aux modèles néo-walrasiens, ils mettent l'accent sur les contributions de Pareto, des mathématiciens (Schlesinger, Wald et von Neumann) qui analysèrent l'existence d'un équilibre et de Hicks, en particulier sur *Valeur et Capital* (1939). Ils évoquent plus rarement le *Traité d'économie pure* (Allais, 1943). Pourtant, ce livre apparaît comme une œuvre fondatrice qui joua dans l'élaboration des modèles néo-walrasiens un rôle crucial à travers la lecture qu'en firent les ingénieurs économistes et les mathématiciens français.

Cet ouvrage se présente comme le premier tome d'un vaste projet qui part de l'économie pure, au sens que Walras donnait à cette expression, pour analyser l'économie réelle, c'est-à-dire les déséquilibres, et établir les conditions fondamentales que doit remplir une économie pour être la plus efficiente possible. Ce projet, Allais entend le réaliser, en opérant une synthèse entre les théories de l'équilibre général de Walras et de Pareto, la théorie de l'intérêt de Fischer et la théorie de la détermination du niveau général des prix telle qu'elle résulte des travaux de Fisher et de Divisia.

Introduire le temps dans les modèles d'équilibre général, tel est l'objectif que se fixait, d'abord, Allais. S'appuyant sur l'interprétation que Divisia faisait de l'œuvre de Walras, Allais pense que la théorie de l'équilibre général s'était, jusqu'alors, bornée à l'étude de la détermination des différents paramètres du modèle à un instant donné. Elle n'avait jamais fait intervenir explicitement le temps et elle ne pouvait donc pas rendre compte de la détermination du taux d'intérêt. Certes, Fisher a élaboré une théorie des choix intertemporels qu'Allais trouve excellente mais, comme il raisonne à prix constants, il a laissé de côté la question de la détermination du taux d'intérêt. Pour établir la théorie de l'équilibre général, non plus à un instant, mais dans le temps, il faut faire intervenir les anticipations. Comme Allais veut éviter d'introduire, à ce stade du raisonnement, le risque, il suppose que les prévisions sont parfaites. « À un instant donné tout individu et toute entreprise ont une connaissance exacte de l'évolution future des caractéristiques psychologiques et techniques de l'économie » (1943 : 33). Il élabore ainsi un modèle d'équilibre intertemporel que l'on peut opposer au modèle hicksien d'équilibre temporaire.

Allais ne discute pas les problèmes de l'existence et de l'unicité de l'équilibre. La question qui l'intéresse est celle de la stabilité de l'équilibre qu'il définit en invoquant *la loi de modération* ou le principe de Le Chatelier : tout déplacement, à partir de la position d'équilibre, est suivi d'un retour à cet équilibre. Pour étudier la stabilité de l'équilibre, Allais

s'inspire du tâtonnement walrasien. Il étudie un modèle dynamique où, quand la demande d'un bien excède son offre, son prix augmente. L'équilibre est stable si cette *loi d'évolution des prix* conduit à une situation où, sur chaque marché, l'offre égale la demande et où les prix n'ont plus, alors, de raison de changer.

C'est de Pareto qu'Allais s'inspire pour étudier les propriétés d'un tel équilibre. Dès le début de XVIII<sup>ème</sup> siècle, les économistes avaient pensé que, sous des hypothèses qu'il importait de préciser, la concurrence permet d'atteindre une situation où le rendement social est maximum. Établir une telle proposition ne va pas cependant de soi. Pareto fut, nous dit Allais (1943 : 603), le premier à essayer d'en donner une démonstration rigoureuse. Pour l'établir, Allais s'appuie sur la notion de surplus distribuable qu'il construit en s'inspirant, non de Dupuit dont il n'avait pas, alors, étudié les travaux, mais de l'appendice mathématique du *Manuel* de Pareto.

Notre étude du *Traité* s'organisera autour des trois points que nous venons de mentionner : la construction d'un modèle, l'analyse de la stabilité et de l'optimalité de l'équilibre qui mettent en évidence, respectivement, l'héritage walrasien et parétien.

## 1. LA CONSTRUCTION D'UN MODÈLE D'ÉQUILIBRE GÉNÉRAL

À la recherche d'une discipline économique devait comporter trois parties : l'Économie pure, l'Économie réelle et l'Économie de l'avenir. Allais entend dégager, dans son économie pure, « les propriétés fondamentales d'une économie abstraite sans inertie et où la prévision serait totale » (Allais, 1943 : 17). Il justifie sa démarche en soulignant que l'abstraction est la condition préliminaire à toute recherche, à toute observation de la réalité et à toute action efficace. Mais il va plus loin en admettant que « la connaissance de ce qui se produirait dans des conditions hypothétiques nous met mieux à même de savoir ce qui se passe dans les conditions réelles » (*Ibidem* : 35). La comparaison sur laquelle il s'appuie — la trajectoire théorique d'un projectile dans le vide aide l'artilleur à comprendre la trajectoire que suivra effectivement un obus — montre qu'il admet que l'on peut tirer de l'économie pure des conclusions qui constituent une première approximation des phénomènes réels.

*Le Traité* est le premier tome de cette économie pure. Il a pour objet une économie de compte fermée. Allais y analyse une économie de marché, sans monnaie circulante, où les agents forment, sur les prix des biens futurs, des prévisions parfaites. Il reprend les

caractéristiques essentielles du marché walrasien mais en introduisant explicitement le temps, les biens futurs et les marchés où se forment les prix de ces biens.

### *Une économie de compte*

Walras, dans les premières sections des *Éléments d'économie pure*, définit une situation d'équilibre de marché « en rapportant les valeurs de toutes les marchandises à la valeur de l'une d'entre elles. Cette dernière marchandise s'appelle numéraire et son unité s'appelle étalon » (Walras, 1874 : 222). En s'exprimant ainsi, il se peut qu'il ait induit en erreur certains de ses lecteurs en leur laissant à penser qu'il étudiait les échanges dans une économie de troc. Pour éviter cette ambiguïté, Allais préfère parler d'une économie de compte. L'étalon dans lequel s'exprime la valeur des marchandises n'est pas, lui-même, une marchandise : il est détaché de toute représentation matérielle. Cependant, cette unité de compte ne peut exister en dehors d'une *condition de référence* qui consiste à fixer, à tout instant, le prix nominal d'un bien ou d'un groupe de biens.

L'économie de compte, en dépit de l'absence de toute monnaie circulante, n'est pas une économie de troc. Pour qu'elle puisse fonctionner, il faut qu'existe une caisse de compensation qui comptabilise, à chaque instant, les recettes et les dépenses des individus et des entreprises. « Une telle économie n'est, à vrai dire, concevable que dans un monde à information et à prévision parfaites, puisqu'elle repose, en dernière analyse, sur un crédit et une confiance généralisés » (Allais, 1943 : 536).

Comment faut-il interpréter le choix, comme point de départ de l'analyse, de l'économie de compte ? On suggérera ici que ce stratagème vise à faire apparaître les problèmes que pose l'existence d'une monnaie circulante en opposant à l'économie monétaire, non une économie de troc, mais un système où l'ensemble des transactions est centralisé.

### *Une économie de marché*

En 1971, Allais, dans un article où il étudie et critique les théories de l'équilibre général, oppose deux modèles très différents qui décrivent les conditions de fonctionnement de l'économie.

« *Le premier* suppose qu'il existe à tout instant un même système de prix pour tous les opérateurs et que les échanges et les opérations de production qu'ils impliquent ne s'effectuent que lorsqu'un même système de prix a été trouvé tel que pour chaque bien l'offre soit égale à la demande. *Le second* suppose que les échanges et les opérations de production correspondantes se font à tout instant à des prix spécifiques aux opérations considérées. Je propose d'appeler le premier : "modèle d'une économie de marché" et le second : "modèle d'une économie de marchés" » (Allais, 1971 : 335).

L'analyse que Walras fait de la détermination des prix a été longuement discutée et on en a proposé des interprétations opposées (Jaffé, 1981 ; Walker, 1987) ; il me semble cependant qu'Allais (1971 : 338) a raison de soutenir que Walras s'appuie, quand il développe sa théorie de l'équilibre général, sur le modèle d'une économie de marché. Walras (1896 : 184) présente le principe du prix unique de façon très particulière car il le considère comme une condition de justice<sup>1</sup>. C'est en réponse aux critiques que Bertrand (1883) lui avait adressées qu'il sera conduit à souligner que dans le processus de tâtonnement les échanges n'ont lieu qu'aux prix d'équilibre<sup>2</sup>.

Le modèle général que considère Allais (1994 : 77) dans le *Traité* est celui d'une économie de marché. L'équilibre est défini comme une situation où il existe *un système unique de prix* qui s'applique à toutes les transactions et où l'indice de préférence de tous les individus et le revenu net de toutes les entreprises sont maximaux. Pour analyser la convergence vers cet équilibre, Allais, comme on le verra dans la section 2, se place dans le cas d'un tâtonnement walrasien où l'on passe *en une seule fois* de la situation initiale de déséquilibre à la situation finale d'équilibre. Tous les échanges ont lieu quand les prix d'équilibre ont été déterminés et à ces prix. Dans sa préface à la troisième édition du *Traité* (*Ibid.* : 91), Allais souligne qu'il existe, dans le *Traité* (1943 : 630-1), un second théorème de convergence qui relève d'une économie de marchés. L'évolution de l'économie vers l'équilibre y est décrite comme un processus au cours duquel des opérations de production, de consommation et d'échange sont constamment effectuées à des prix qui ne sont pas nécessairement des prix d'équilibre. La place qu'occupe cette démonstration dans le *Traité* est

---

<sup>1</sup> « La condition qu'il n'y ait qu'un seul prix sur le marché est bien une condition de justice » (Walras, 1896 : 184).

<sup>2</sup> Walras (1885 : 69, note 1) écrivait « sur le marché théorique, en cas d'excédent de la demande sur l'offre ou de l'offre sur la demande, on ne satisfait personne... l'échange demeure suspendu jusqu'à ce que la hausse ou la baisse ait amené l'égalité de l'offre et de la demande ; après quoi on satisfait alors tout le monde ».

cependant suffisamment marginale pour que l'on puisse considérer que le *Traité* analyse une économie de marché.

La présentation qu'Allais fait des hypothèses de son modèle met clairement en évidence le rôle crucial qu'y joue le principe de *l'unicité* du prix d'un bien donné. Le marché se définit non comme le lieu où s'échangent les marchandises (Walras, 1874 : 70) mais comme un groupe d'agents « qui sont en relations continues d'affaires et font des transactions étendues sur toutes espèces de produits » (Allais, 1943 : 58). Le système économique n'apparaît pas comme un ensemble de marchés séparés mais comme un marché unique où s'échangent les différents biens.

Le marché est parfait si quatre conditions sont réunies :

- Chaque bien est parfaitement défini.
- Chaque agent connaît les prix auxquels les autres agents achètent et vendent.
- Tout acheteur achète au vendeur qui cède sa marchandise au prix le moins élevé et tout vendeur vend à l'acheteur qui offre le prix le plus élevé.
- Les prix sont considérés par les agents comme des données en ce sens qu'ils apparaissent comme indépendants des quantités qu'un agent offre ou demande.

Les deux premières hypothèses décrivent l'information dont disposent les agents. La quatrième hypothèse est comparable à celle que faisait Cournot quand il définissait la concurrence indéfinie<sup>3</sup>. Elle la généralise puisqu'elle concerne, non seulement la production des biens, mais la demande aussi bien que l'offre. Mais, curieusement, Allais (1943 : 60) considère que « la notion stricte de concurrence ne se rapporte qu'à la troisième condition ci-dessus ». La concurrence est définie par une règle de comportement qui garantit *l'unicité du prix* d'un bien donné. En effet, si plusieurs prix coexistaient les vendeurs refuseraient de vendre aux acheteurs qui n'accepteraient pas de payer le prix le plus élevé et les acheteurs refuseraient de payer plus que le prix le plus bas. Ici, on pense à Walras (1874 : 70) qui, pour définir la concurrence, faisait référence à la façon dont les individus intervenaient dans la formation de la valeur d'échange : « Comme acheteurs, les échangeurs *demandent* à

---

<sup>3</sup> « Les effets de la concurrence ont atteint leur limite, lorsque chacune des productions partielles  $D_k$  est *insensible*, non seulement par rapport à la production totale  $D = F(p)$  mais aussi par rapport à la dérivée  $F'(p)$  en sorte que la production partielle  $D_k$  pourrait être retranchée de  $D$ , sans qu'il en résultât de variation appréciable dans le prix de la denrée » (Cournot, 1838 : 69).

*l'enchère*, comme vendeurs, ils *offrent au rabais* ». Si la règle est présentée de façon quelque peu différente, elle conduit à un résultat similaire à celui qui résulte du processus décrit par Allais. Dans l'un comme dans l'autre cas, la concurrence est définie de façon telle qu'elle implique que « chaque service comme chaque produit n'ait qu'un seul prix sur le marché celui auquel l'offre et la demande sont égales » (1900 : 334).

### *Un modèle dynamique*

Allais (1943 : 216) considère que les théories de Walras, de Pareto et de Fisher sont purement statiques car les éléments qui y interviennent — la production, la consommation, les prix... — ne font pas intervenir le temps. Son ambition est d'introduire explicitement le temps dans le système walrasien d'équilibre général. Il qualifie de dynamique un tel système et il oppose la dynamique de l'équilibre qui étudie l'évolution dans le temps d'un système à l'équilibre et la dynamique du déséquilibre qui étudie les processus d'ajustement. Hicks (1939 : 103) raisonne de façon analogue. Il appelle « statique économique la partie de la théorie économique où nous pouvons nous dispenser du facteur temps ; et... dynamique économique l'autre partie où il est nécessaire de situer chaque quantité dans le temps ». Allais suppose que les opérations économiques prennent place dans une période de temps fini  $\bar{T}$  divisé en  $p$  intervalles égaux. Un bien disponible à une certaine date et le même bien disponible à une date ultérieure sont des objets distincts. Les opérations économiques de la période  $T_p$  sont réalisées à la fin de la période et aux prix établis à cet instant. De façon analogue, Hicks divise le temps en *semaines* qu'il définit comme une période de temps durant laquelle les variations des prix peuvent être négligées en imaginant que le marché n'est ouvert qu'un jour par semaine. La différence est que le marché se tient le lundi dans la semaine de Hicks et à la fin de la période dans le modèle d'Allais.

Dans les modèles dynamiques, les choix des agents dépendent des prix courants et des prix futurs. Allais considère un *équilibre général intertemporel* et suppose *l'existence de marchés pour tous les biens futurs*. Hicks (1939 : 135) considère, d'abord, une *économie au comptant* intégrale où toutes les transactions à terme sont exclues. Les seuls prix à déterminer sur le marché sont les prix au comptant des biens et services et le taux d'intérêt sur les prêts d'une semaine. Il qualifie d'*équilibre temporaire* une situation où, pour chaque bien, l'offre et la demande du moment sont égales. Cet équilibre est temporaire : si les prévisions que les agents avaient formées quand ils avaient déterminé leurs offres et leurs demandes s'avèrent erronées, ils devront réviser les plans qu'ils avaient arrêtés.

Ce qui caractérise le *Traité*, c'est l'introduction dans l'analyse de l'hypothèse d'une prévision parfaite. Dans ces conditions, « toute décision économique prise dans le présent et engageant l'avenir se trouvera vérifiée. Il n'y aura donc *aucune erreur* et le risque sera totalement absent » (Allais, 1943 : 60). C'est la volonté d'éliminer le facteur risque qui a conduit Allais à introduire cette hypothèse. Pour éliminer ce facteur, Hicks procède d'une autre façon. Il admet que les agents, quand ils élaborent leurs plans ne prennent pas en compte l'incertitude qui pèse sur les prix qu'ils prévoient. Les agents se trompent mais leurs prévisions n'en sont pas moins « claires et précises » (Hicks, 1939 : 112). Hicks est bien conscient des limites de son approche mais élaborer une théorie du risque va bien au-delà de l'objectif qu'il s'est fixé : élaborer une théorie dynamique.

C'est l'introduction de l'hypothèse d'une prévision parfaite qui amène Allais (1943 : 480 et 534) à considérer autant de marchés élémentaires distincts que de biens et de services futurs. Le modèle d'équilibre général intertemporel suppose l'existence d'un système de marchés complets.

## 2. LA STABILITÉ DE L'ÉQUILIBRE ET L'HÉRITAGE WALRASIEEN

Pour Allais (1943 : 446), la stabilité de l'équilibre d'un marché est la manifestation d'une loi beaucoup plus générale, la loi de modération qui fut énoncée par Henry Le Chatelier<sup>4</sup> : « Toute modification imposée à l'état d'équilibre stable d'un système a pour effet la production de phénomènes qui, considérés isolément, s'opposent à cette modification ». Cette modification peut être accidentelle. Si, par exemple, alors que le marché d'un bien est en équilibre, la demande de ce bien augmente, son prix augmente ce qui tend à éliminer la demande excédentaire. La modification peut être, au contraire, permanente. Si un progrès technique permet de diminuer le coût de production d'un bien mais en utilisant des matières premières nouvelles, l'augmentation de leur prix entraîne une augmentation du coût de production du bien par la technique considérée qui freine sa diffusion. Cette proposition s'applique aussi bien à l'équilibre statique qu'à l'équilibre dynamique. La condition

---

<sup>4</sup> « Tout système en équilibre chimique stable soumis à l'influence d'une cause extérieure qui tend à faire varier soit sa température, soit sa condensation ... ne peut éprouver que des modifications intérieures qui, si elles se produisaient seules, amèneraient un changement de température et de condensation de signe contraire à celui résultant de la cause extérieure » (Le Chatelier, 1884 : 787). Samuelson (1947, t. 1 : 69) évoque aussi le principe de Le Chatelier.

nécessaire et suffisante pour que l'équilibre d'un marché, considéré isolément, soit stable est, qu'au voisinage de l'équilibre, l'excès de la demande sur l'offre soit une fonction décroissante du prix. On retrouve la conclusion que Walras (1874 : 98) avait énoncée dans ses *Éléments d'économie pure*. Cependant, cette démonstration n'étudie en aucune façon comment l'ajustement sur un marché affecte les autres marchés. Il reste donc à démontrer que l'évolution des prix sur chaque marché élémentaire est telle que l'ensemble des marchés évolue vers l'équilibre. Hicks (1939 : 55) et Samuelson (1947, t.2 : 8) donnent de la stabilité des définitions quelque peu différentes dans la forme sans que l'on puisse les opposer dans le fonds. Hicks stipule qu'un équilibre est stable lorsqu'un léger mouvement, à partir de cette position, fait intervenir des forces qui tendent à ramener le système dans sa position initiale. Samuelson dit qu'un équilibre possède la stabilité parfaite de première espèce si, partant d'une position quelconque, toutes les variables tendent vers leur valeur d'équilibre lorsque le temps devient infini. La stabilité est restreinte si cette propriété n'est satisfaite qu'au voisinage de l'équilibre.

Pour étudier la stabilité de l'équilibre, Allais considère un processus d'ajustement similaire à celui que Walras analysait dans ses *Éléments*. Ce processus est caractérisé par quatre hypothèses :

- On suppose l'existence d'un système de prix unique pour toute l'économie qu'il y ait, ou non, équilibre (Allais, 1943 : 484 ; Walras, 1889 : 189).
- Lorsque sur un marché l'offre d'un bien est supérieure à la demande, son prix baisse et inversement (Allais, 1943 : 445 ; Walras, 1889 : 189).
- Les prix ne s'ajustent pas simultanément sur les différents marchés mais successivement quand on passe d'un marché à l'autre (Negishi, 1962 : 656 ; Walras, 1889 : 193-5).
- Les échanges n'ont lieu qu'aux prix d'équilibre (Walras, 1885 : 69, note 1; Allais, 1943 : 484).

Allais (*Ibid.* : 421 et 472) étudie la stabilité de l'équilibre dans le cadre particulier d'une *économie walrasienne*, c'est-à-dire d'une économie d'échange où la fonction d'utilité est séparable. Sous ces hypothèses, il démontre que lorsque le prix d'un service augmente :

- La demande varie en sens inverse du prix. La valeur de la demande varie dans un sens indéterminé.

- La valeur de l'offre varie dans le même sens que le prix. Le sens de la variation de la quantité offerte est indéterminé.
- La valeur de la demande des autres services varie en sens inverse de la valeur de la demande. On notera que la demande des autres services varie dans un sens indéterminé. En d'autres termes, l'hypothèse de substituabilité brute n'est pas nécessairement satisfaite.
- La valeur de l'offre des autres services varie en sens inverse de la valeur de l'offre du service dont le prix varie.

Walras suggérait que, s'il existe initialement, pour un vecteur  $p$  des prix, un déséquilibre sur le marché d'un bien  $i$ , l'ajustement de son prix puis des prix des autres marchandises conduit à un nouveau vecteur  $p'$  plus proche de l'équilibre. Plus précisément, il soutenait (1889 : 195) que la valeur absolue de la demande excédentaire pour le bien  $i$  aurait diminué. Le problème est que les autres marchés peuvent être aussi en déséquilibre et que la stabilité n'est pas assurée si la demande excédentaire, tout en diminuant sur le marché du bien  $i$ , s'accroît sur les autres marchés.

Pour surmonter cette difficulté, Allais utilise une fonction caractéristique définie comme la somme des valeurs absolues des différences entre les valeurs des offres et des demandes :

$$Z = \sum_{i=1}^n p_i |z_i|$$

Si, quand le prix d'un bien  $i$  s'ajuste, la valeur de la fonction caractéristique ne peut que décroître, « il en résulte que d'une part l'ensemble de l'économie considérée évolue vers une position d'équilibre bien déterminée définie par l'égalité des offres et des demandes et par ailleurs que cette position d'équilibre est stable » (Allais, 1943 : 472).

Notons  $S_i$  la valeur de l'offre du bien  $i$  et  $D_i$  la valeur de sa demande. Désignons par  $j$  les indices des biens dont l'offre excède la demande et par l'indice  $k$  les biens dont la demande excède l'offre. La loi de Walras implique que la fonction caractéristique est égale à deux fois la somme des demandes excédentaires positives :

$$Z = 2 \sum_k (D_k - S_k)$$

Supposons que l'offre du bien 1 excède sa demande, son prix diminue. Si les fonctions d'utilité sont séparables, la baisse du prix de 1 entraîne une baisse de la valeur de l'offre de ce service. Les individus qui offrent le bien 1 réduisent la valeur de leur demande des autres services et augmentent la valeur de leur offre des autres services. Si on note par un exposant  $s$  les individus qui offrent le bien 1, on a

$$\delta D_k^s < 0 \quad \delta S_k^s > 0$$

La quantité de bien 1 qui est demandée va augmenter à la suite de la diminution de son prix mais la valeur de cette demande peut aussi bien augmenter — comme sur le graphique de gauche de la figure 1 — que diminuer comme sur le graphique de droite. Si la valeur de la demande varie en sens inverse du prix, l'équilibre est stable. En effet, la baisse du prix de 1 entraîne de la part des agents qui demandent ce bien une réduction de la valeur de la demande et une augmentation de la valeur de l'offre des autres services. En notant par un exposant  $d$  les individus qui demandent le bien 1, on peut écrire :

$$\delta D_k^d < 0 \quad \delta S_k^d > 0$$

Dans ce cas, on peut conclure que l'ajustement du prix du bien 1 diminue la valeur de la fonction caractéristique :

$$\delta Z = 2 \sum (\delta D_k^s + \delta D_k^d - \delta S_k^s - \delta S_k^d)$$

Les biens qui étaient l'objet d'une demande excédentaire voient la valeur de cette demande diminuer quand le prix du bien 1 baisse. Le système est donc stable.

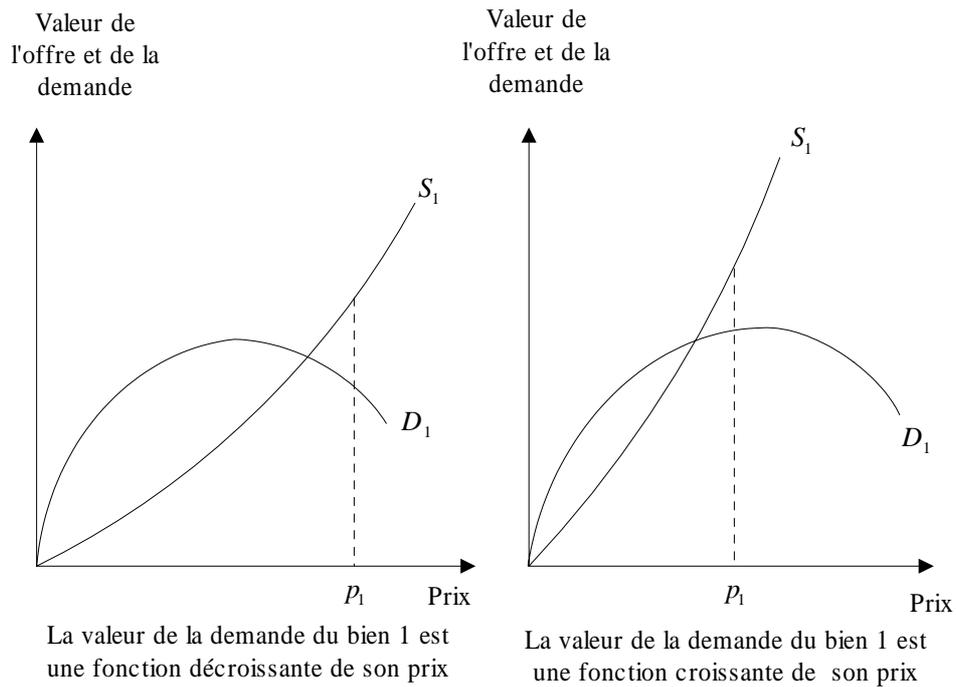


Figure 1 : Les effets d'une variation du prix sur l'offre et la demande

(Allais, 1943 : 473)

Considérons maintenant le cas où la valeur de la demande du bien 1 diminue quand son prix baisse (figure 1 à droite). On peut affirmer que la réduction du prix de 1 provoque, de la part des individus qui le demandent, une augmentation de la valeur de la demande et une diminution de la valeur de l'offre des autres biens :

$$\delta D_1 < 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \delta D_k^d > 0 \\ \delta S_k^d < 0 \end{cases}$$

Le sens de la variation de la fonction caractéristique est indéterminé. Pour conclure, il faut introduire des hypothèses plus restrictives. Allais suppose que, au voisinage de l'équilibre, la valeur de la demande croît, comme sur la figure 1, moins vite que la valeur de l'offre quand le prix augmente. Dans ce cas, l'équilibre est stable.

Il n'est pas inutile pour comprendre l'apport d'Allais à l'étude de la stabilité de revenir sur l'analyse qu'en faisait Hicks. Walras (1874 : 98) avait soutenu que, dans le cas de l'échange de deux marchandises, l'équilibre est stable si une hausse du prix d'un bien accroît

son offre plus que sa demande. Hicks (1939 : 58-9) suggéra qu'il est possible de généraliser cette proposition au cas des échanges multiples. Il disait que l'équilibre est *imparfaitement stable* si une hausse du prix d'un bien diminue sa demande excédentaire, une fois que les prix de tous les autres biens se sont ajustés. L'équilibre est dit *parfaitement stable* si la hausse du prix d'un bien diminue sa demande excédentaire alors que n'importe quel ensemble des autres prix est maintenu constant. Samuelson (1947, t. 2 : 26) lui reprocha de ne pas raisonner sur un modèle dynamique explicite si bien que les conclusions qu'il tire de son analyse sont erronées : les critères de Hicks ne sont pas des conditions nécessaires, ni, dans bien des cas, suffisantes de la stabilité.

L'analyse d'Allais échappe à cette critique. On peut alors se demander les rapports qu'il convient d'établir entre l'analyse d'Allais et l'hypothèse de substituabilité brute que Metzler (1945) introduisit pour démontrer la stabilité du processus de tâtonnement. Negishi (1962 : 656) montre que les hypothèses sur lesquels s'appuie le raisonnement d'Allais reviennent à admettre que les biens sont des substituts bruts : si le prix d'une marchandise augmente alors que tous les autres prix restent inchangés, la demande des autres marchandises augmente.

### 3. L'HÉRITAGE PARÉTIEN : UTILITÉ, SURPLUS ET RENDEMENT SOCIAL

Grandmont (1989 : 28) souligne qu'un des apports majeurs du *Traité* est la démonstration des deux théorèmes fondamentaux de la théorie du bien-être : l'équilibre concurrentiel est une situation d'efficacité maximale et, inversement, on peut associer à toute situation d'efficacité maximale un équilibre de marché. Allais, pour établir ces propositions, s'appuie essentiellement sur les travaux de Pareto : sur sa conception de l'ophélimité, sur son analyse du surplus et sur la notion d'optimum parétien.

Pareto (1906 : 542) soutenait que l'équation de la courbe d'indifférence « est la seule chose dont nous avons besoin pour établir la théorie de l'équilibre économique ». Hicks, Samuelson et Allais reprennent à leur compte cette thèse mais en l'interprétant de façon plutôt différente. Hicks (1939 : 17-8) pense qu'il faut rejeter tous les concepts qui dépendent un tant soit peu de l'utilité quantitative et les remplacer par des notions qui en sont totalement exemptes. Il propose, par exemple, d'abandonner la notion d'utilité marginale et d'introduire à sa place le taux marginal de substitution. Samuelson (1938) pense que l'on devait aller plus loin. Introduire le taux marginal de substitution et le présenter comme une notion

indépendante de toute implication psychologique lui semble une solution ambiguë. Il propose une solution plus radicale qui élimine les derniers vestiges de l'utilitarisme : partir des préférences des agents telles qu'elles sont révélées par leurs fonctions de demande. Allais (1943 : 119) emprunte une autre voie. Certes, son point de départ est l'existence des surfaces d'indifférence mais il soutient qu'il est possible de mesurer la satisfaction qu'éprouve un individu par une fonction des quantités qu'il a consommées. Cette fonction est arbitraire mais les rapports deux à deux de ses dérivées partielles sont bien déterminés et résultent de l'expérience.

Mais, il va plus loin et il examine les conditions dans lesquelles on peut construire une mesure absolue de la satisfaction. L'hypothèse sur laquelle se fonde une telle mesure est que « chaque individu procède mentalement à des *équivalences* entre des accroissements successifs de sa consommation » (*Ibid.* : 157). S'il en est ainsi et que l'on fait le choix d'une échelle arbitraire de satisfaction  $u$ , on peut déterminer l'accroissement de satisfaction  $\Delta u_2$  à partir d'une valeur  $u_2$  qui est équivalent à un accroissement  $\Delta u_1$  à partir d'une valeur  $u_1$ . On a ainsi

$$\Delta u_2 = f(\Delta u_1, u_1, u_2)$$

On obtient une échelle absolue des satisfactions définie à une transformation linéaire près. Allais ne fait guère usage de cette notion dans le *Traité* mais elle jouera, plus tard, un rôle important dans son œuvre.

Quand Hicks et Allais reviennent sur la notion de surplus, ils le font pour des raisons profondément différentes. Hicks (1941 : 110) entend réhabiliter la théorie marshallienne du bien-être. Allais introduit la notion de surplus quand il cherche à définir un état économique supérieur, c'est-à-dire une situation optimale au sens de Pareto. Hicks raisonne en équilibre partiel alors que l'approche d'Allais (1981 : 298) « repose sur la considération d'un surplus global pour toute l'économie... dégagé de toute notion d'utilité cardinale et *tenant effectivement compte de toutes les interdépendances de l'économie.* »

Pour Hicks, le problème est que la mesure que Marshall propose du surplus du consommateur — la surface curviligne sous la courbe de demande — repose sur l'hypothèse de constance de l'utilité marginale de la monnaie, hypothèse qui ne peut être, dans ce contexte, maintenue. La meilleure manière de surmonter cette difficulté est de revenir à la

définition même du surplus comme l'expression monétaire du bénéfice que le consommateur tire d'une baisse des prix. Hicks propose de mesurer le surplus par la variation compensatrice du revenu, c'est-à-dire par la perte qui compenserait exactement la baisse des prix et laisserait la satisfaction du consommateur inchangée. Curieusement, il propose dans *Valeur et Capital* d'estimer, par défaut, le bénéfice que le consommateur tire d'une baisse des prix par la diminution de sa dépense s'il laisse inchangée la quantité de biens qu'il achète. C'est la solution que Cournot (1838 : 73) avait adoptée. Dans ses travaux ultérieurs, Hicks (1941 et 1942) abandonnera cette thèse et suggérera que, pour retrouver l'idée que le surplus du consommateur est égal au triangle curviligne situé sous la courbe de demande, c'est sur la construction de la courbe de demande qu'il faut revenir. Il suffit d'ajuster la courbe marshallienne de demande pour prendre en compte les effets sur le revenu réel d'une baisse des prix. On obtient ainsi une courbe de demande compensée que l'on qualifie souvent d'hicksienne.

Allais s'appuie sur un passage, à vrai dire sibyllin, du *Manuel* (Pareto, 1906 : 655-656), pour définir le surplus. Considérons un individu  $h$  qui, dans un état économique initial ( $\varepsilon$ ) consomme des quantités  $x_1^h, \dots, x_i^h, \dots, x_n^h$  des différents biens  $x_1, \dots, x_i, \dots, x_n$ . Supposons que dans un nouvel état ( $\delta\varepsilon$ ) cet individu dispose des quantités  $x_1^h + \delta x_1^h, \dots, x_i^h + \delta x_i^h, \dots, x_n^h + \delta x_n^h$  des mêmes biens. Allais suggère que l'on peut mesurer le surplus dont dispose l'individu quand il passe de la situation ( $\varepsilon$ ) à la situation ( $\delta\varepsilon$ ) par la quantité  $\delta\sigma_{x_1}^h$  du bien  $x_1$  qui, si elle lui était retirée, ramènerait sa satisfaction à ce qu'elle était dans l'état initial :

$$u^h(x_1^h + \delta x_1^h - \delta\sigma_{x_1}^h, \dots, x_i^h + \delta x_i^h, \dots, x_n^h + \delta x_n^h) = u^h(x_1^h, \dots, x_i^h, \dots, x_n^h)$$

Le surplus distribuable<sup>5</sup> est simplement la somme de ces surplus :

$$\delta\sigma_{x_1} = \sum_h \delta\sigma_{x_1}^h$$

---

<sup>5</sup> La définition que Pareto donnait du surplus est légèrement différente car son point de comparaison est l'état final. Le surplus parétien, que l'on peut qualifier de surplus équivalent, est « la quantité du bien  $A$ , qui si elle était distribuée aux membres de la communauté, procurerait à chacun d'eux le même plaisir que lui procure la consommation » des marchandises  $x_1^h + \delta x_1^h, \dots, x_i^h + \delta x_i^h, \dots, x_n^h + \delta x_n^h$ .

La perte, c'est-à-dire la valeur maximale du surplus distribuable, est un indicateur d'efficacité.

À partir de cette notion du surplus, Allais reformule la théorie parétienne de l'optimum. Il définit un *État supérieur*<sup>6</sup> comme une situation où il n'est pas possible d'améliorer la situation d'au moins un individu tandis que la satisfaction des autres ne diminue pas. « La condition nécessaire et suffisante pour qu'un état économique soit supérieur est que, pour toutes les modifications virtuelles compatibles avec les liaisons, le surplus disponible soit négatif ou nul » (Allais, 1943 : 595). Lorsque l'état économique est supérieur, le rendement social est maximum.

Pareto distinguait deux types de phénomènes. Dans le type (I), les individus acceptent les prix qu'ils trouvent sur le marché et cherchent à satisfaire leurs goûts à ces prix. Dans le type (II), l'individu cherche à modifier les prix pour en tirer avantage. Pareto soutenait que, « pour les phénomènes de type (I), quand l'équilibre a lieu à un point où sont tangentes les courbes d'indifférence des contractants, les membres de la collectivité jouissent d'une maximum d'ophélimité » (Pareto, 1906 : 354). Il suggérait d'autre part (*Ibid.* : 363) que pour obtenir un maximum d'ophélimité, un État collectiviste devrait déterminer les coefficients de production et distribuer le produit comme il le serait par la libre concurrence. La différence entre l'État collectiviste et les situations de type (I) réside donc principalement dans la répartition des revenus.

Reprenant ce problème, Allais (1994 : 88 et 1943 : 603) établit les théorèmes d'équivalence ou théorème du rendement social : toute situation d'efficacité maximale est une situation d'équilibre de marché ; toute situation d'équilibre de marché est une situation d'efficacité maximale. En d'autres termes, « pour que le rendement social soit maximum ; il est nécessaire et suffisant que l'état économique considéré puisse être regardé comme l'état d'équilibre d'une économie en concurrence, c'est-à-dire qu'il existe, explicitement ou implicitement, un système de prix concurrentiels » (Allais, 1943 : 619). Il est possible cependant que, dans une activité, le nombre optimal d'entreprises soit faible ou égal à 1. Allais généralise le théorème du rendement social pour prendre en compte de tels cas. Une

---

<sup>6</sup> On doit comparer cette définition avec celle que Pareto (1906 : 354) donne de l'optimum : « Nous dirons que les membres d'une collectivité jouissent, dans une certaine position, d'un maximum d'ophélimité, quand il est impossible de trouver un moyen d'éloigner très peu de cette position, de telle sorte que l'ophélimité dont jouit chacun des individus de cette collectivité augmente ou diminue »

condition nécessaire pour que le rendement social soit maximum est que, quel que soit le type d'entreprise considéré, le prix de vente soit égal au coût marginal et la taille des entreprises telle que le coût moyen de la production globale soit minimum.

## CONCLUSION

Dans l'histoire du développement des modèles d'équilibre général, la période qui va de la publication, en 1939, de *Valeur et Capital* jusqu'à la publication, en 1947, des *Fondements de l'analyse économique*, est une étape importante. Hicks, Allais et Samuelson vont, en revenant sur les analyses de Walras et de Pareto, construire un cadre que leurs successeurs exploiteront pour élaborer les modèles néo-walrasiens. Cela ne va pas sans paradoxe puisqu'ils n'exploitent guère, par exemple, les résultats qu'avaient obtenus Wald, Schlesinger et von Neumann quand ils avaient cherché à démontrer l'existence de l'équilibre. Tout laisse à penser qu'ils les ignoraient. Seul Hicks semble avoir tiré bénéfice de la lecture de Wicksell, Lindahl et Myrdal et leur influence explique, sans aucun doute, certaines des caractéristiques spécifiques de *Valeur et Capital*.

L'interaction entre Samuelson et Hicks fut étroite, marquée par des débats et des polémiques. Le *Traité* est resté en marge. Allais cite, dans sa bibliographie, *La théorie mathématique de la valeur* que Hicks avait publié en 1937 et les articles qu'il avait rédigés, en 1934, avec Allen sur la théorie de la valeur. Il ne semble pas avoir, à cette époque, consulté les articles de Samuelson. Réciproquement, ni Hicks, ni Samuelson ne font, à cette époque, référence au *Traité* ce qui, compte-tenu des circonstances, n'est guère surprenant.

L'apport du *Traité* est considérable. D'abord, parce qu'Allais, partant de l'analyse de Walras, la transforme en introduisant dans le modèle des marchés pour les biens futurs. Il crée ainsi le modèle d'équilibre général intertemporel sur lequel ses successeurs, en particulier Gérard Debreu, travailleront. Il obtient d'autre part, deux résultats clefs en proposant la première démonstration rigoureuse de la stabilité de l'équilibre général et en établissant les deux théorèmes fondamentaux de la théorie du bien-être.

## RÉFÉRENCES

ALLAIS, Maurice (1943), *À la Recherche d'une discipline économique*, première partie *L'économie pure*, tome I, Paris : ateliers industria, deuxième édition sous le titre *Traité*

- d'économie pure*, Paris : Imprimerie Nationale, 1952, troisième édition, Paris : Economica, 1994.
- ALLAIS, Maurice (1971), "Les théories de l'équilibre général et de l'efficacité maximale impasses récentes et nouvelles perspectives", *Revue d'économie politique*, Vol. 81, n°3 : 331-409.
- ALLAIS, Maurice (1981), "La Théorie Générale des Surplus", *Économies et Sociétés*, Cahiers de l'ISMEA, n° 1 à 5, seconde édition, Grenoble : Presses Universitaires de Grenoble, 1989.
- ALLAIS, Maurice (1994), "Introduction à la troisième édition", in *Traité d'économie pure*, 3<sup>ème</sup> édition, Paris : Economica.
- BERTRAND, Joseph (1883), "Comptes-rendus de *La théorie mathématique de la richesse sociale* de Léon Walras et *Des recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses* d'Augustin Cournot", *Journal des Savants*, septembre : 499-508.
- COURNOT, Augustin (1838), *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, Paris : Hachette, réédition in *Œuvres de Cournot*, tome 8, Paris : Vrin, 1980.
- GRANDMONT, Michel (1989), "Rapport sur les travaux scientifiques de Maurice Allais", *Annales d'économie et statistique*, n° 14 : 25-38.
- HICKS, John and Roy George Douglas ALLEN, "A Reconsideration of the Theory of Value", *Economica*, new series, vol. 1, n°1: 52-76 and n°2: 196-219.
- HICKS, John (1937), *Théorie mathématique de la valeur en régime de libre concurrence*, Paris : Hermann.
- HICKS, John (1939), *Value and Capital*, Oxford: Oxford University Press, second edition 1946, traduction française, Paris: Dunod, 1968.
- HICKS, John (1941), "The Rehabilitation of Consumers' Surplus", *The Review of Economics Studies*, vol. 8, n° 2: 108-116.
- HICKS, John (1942), "Consumers' Surplus and Index-Numbers", *The Review of Economic Studies*, vol. 9, n°2: 126-137.
- INGRAO, Bruna and Giorgio ISRAEL (1987), *La mano Invisibile*, Roma-Bari: Giuseppe Laterza & Figli Spa, traduction anglaise, Cambridge : The MIT Press, 1990.
- JAFFÉ, William (1981), "Another look at Léon Walras theory of tâtonnement", *History of Political Economy*, vol. 13, n° 2: 313-336.
- LE CHATELIER, Henry (1884), "Sur un énoncé général des lois des équilibres chimiques", note présentée par M. Daubrée, *Comptes-rendus de l'Académie des Sciences*, vol. 99 : 786-789.

- METZLER, Lloyd A. (1945), "Stability of Multiple Markets: the Hicks Conditions", *Econometrica*, vol. 13, n°4: 277-292.
- NEGISHI, Takashi (1962), "The Stability of Competitive Economy: a Survey Article", *Econometrica*, vol. 30, n° 4: 635-669.
- PARETO, Vilfredo (1906), *Manuale d'economia politica*, Milano: Società editrice libraria, 1<sup>ère</sup> édition française, Paris : Giard et Brière 1909, réédition in *Œuvres complètes de Vilfredo Pareto*, Genève : Droz, 1966.
- SAMUELSON, Paul A. (1938), "A Note on the Pure Theory of Consumer's Behaviour", *Economica*, vol. 5, n° 17: 61-71.
- SAMUELSON, Paul A. (1947), *Foundations of Economic Analysis*, Cambridge: Harvard University Press, traduction française, Paris: Gauthier-Villars, 1971.
- WALKER, Donald A. (1987), "Walras's Theories of Tâtonnement", *Journal of Political Economy*, vol. 95, n°4: 758-774.
- WALRAS, Léon (1874), *Éléments d'économie politique pure*, 1<sup>ère</sup> édition, Lausanne : Corbaz, Paris : Guillaumin, Bale : Georg, réédition Paris : Economica, 1988.
- WALRAS, Léon (1885), "Un économiste inconnu : Hermann-Henri Gossen", *Journal des économistes*, quatrième série, t. 30, n° 4 : 68-89.
- WALRAS L. (1896a), "Théorie de la propriété", *Revue Socialiste*, 12<sup>ème</sup> année, t. 23, n° 138, pp. 668-681 et n° 139, pp. 23-35, réédition in *Études d'économie sociale*, (Théorie de la répartition de la richesse sociale), Lausanne, F. Rouge, Paris, R. Pichon et R. Durand-Auzias : 1896, réédition in *Auguste et Léon Walras, Œuvres Économiques Complètes*, Vol. IX, Paris, Economica, 1990.
- WALRAS, Léon (1889), *Éléments d'économie politique pure*, 2<sup>ème</sup> édition, Lausanne : Rouge, Paris : Guillaumin, Leipzig : Verlag von Dunker & Humblot, réédition Paris : Economica, 1988.
- WALRAS, Léon (1900), *Éléments d'économie politique pure*, 4<sup>ème</sup> édition, Lausanne : Rouge, Paris : Pichon, réédition Paris : Economica, 1988.