



**HAL**  
open science

**La logique à la croisée des chemins : la controverse  
Goblot-Rougier sur la nature du raisonnement déductif  
(1907-1921)**

Michel Bourdeau

► **To cite this version:**

Michel Bourdeau. La logique à la croisée des chemins : la controverse Goblot-Rougier sur la nature du raisonnement déductif (1907-1921). *Revue d'Histoire des Sciences*, 2014, 67-2, pp.311-330. halshs-00795071

**HAL Id: halshs-00795071**

**<https://shs.hal.science/halshs-00795071>**

Submitted on 15 Mar 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# La logique à la croisée des chemins : la controverse Goblot-Rougier sur la nature de la démonstration et du raisonnement déductif (1907-1921).

Michel Bourdeau,

IHPST (CNRS-PARIS1-ENS)

## Résumé

Le *Traité de logique* de Goblot a longtemps servi en France de manuel de référence. Or son Avertissement est tout entier consacré à répondre à des objections qui lui avaient été adressées en 1916 par un de ses anciens étudiants, encore inconnu, Louis Rougier. À son maître, celui-ci opposait les résultats de l'algèbre de la logique ou de l'axiomatique hilbertienne. L'article présente tour à tour les deux positions en présence et montre quelques-unes des difficultés rencontrées dans le passage d'une logique philosophique à une logique mathématique, et en particulier les équivoques qui entourent l'usage qui était fait alors de la notion de construction.

Mots clés : logique formelle, démonstration, méthode axiomatique, construction.

## Summary :

Goblot's *Traité de logique* has been the reference book in the french universities for almost half a century. Its foreword deals exclusively with the objections raised by a former student of him, Louis Rougier. Against the conservative positions of his professor, Rougier, who was then in his twenties, took side with modern logic, as developed by Couturat, and hilbertian axiomatic method. The paper presents the positions of the two opponents and shows some of the difficulties triggered by the move from ancient philosophical logic to modern mathematical logic, in particular the ambiguities involved in the use of the notion of construction.

Keywords : formal logic, proof, axiomatic method, construction.

Si la logique constitue depuis Aristote un passage obligé dans le cursus philosophique, on a tendance à oublier à quel point la forme sous laquelle elle est enseignée aujourd'hui aux philosophes diffère de celle qui a longtemps prévalu. Les pionniers de la logique moderne (qu'on l'appelle : *logique symbolique*, *logique mathématique*, *logistique* ou encore *algèbre de la logique*, peu importe ici) se sont heurtés à une très vive résistance qui a duré jusque bien avant dans le vingtième siècle. Leurs adversaires se rattachaient à une tradition bien établie et dont témoignent des œuvres comme celles de Mill, de Lotze ou de Wundt. L'attitude de Husserl, pourtant mathématicien de formation, est à cet égard révélatrice : quand il critique le psychologisme de ses contemporains, ce n'est pas pour se rapprocher de Frege ou de Schröder, pourtant ses compatriotes et contemporains, mais de Bolzano.

En France, les restrictions apportées à l'enseignement de la philosophie sous le Second Empire avaient poussé les philosophes à se réfugier dans la logique, mais l'hostilité des Français envers cette discipline, récurrente depuis Descartes, ne devait pas tarder à réapparaître. La période qui nous occupe, et qui couvre les deux premières décennies du vingtième siècle, illustre bien la difficulté à passer d'une logique philosophique à une logique mathématique. De cet épisode de l'introduction de la logique moderne en France, l'histoire a surtout retenu les noms de Couturat et de Poincaré. Du premier, il ne sera pas question ici, et à peine plus du second<sup>1</sup>. Le différend qui opposait partisans et adversaires de la nouvelle logique se retrouve en effet dans d'autres contextes et nous nous arrêterons à la place sur un autre épisode. Les intervenants en sont moins connus mais, en histoire comme sur la scène, il faut aussi des seconds rôles et, si la page qu'ils ont écrite n'est pas la plus glorieuse, les

---

<sup>1</sup> Sur le premier, on se reportera à Anne Françoise Schmidt : *Bertrand Russell, correspondance sur la philosophie, la logique et la politique avec Louis Couturat : 1897-1913*, Paris, Kimé, 2001 et à Louis Couturat : *Traité de Logique algorithmique*, (Oliver Schlaudt & Mohsen Sakhri (Eds.)), Bâle, Birkhäuser, 2010 ; sur le second, à Gerhard Heinzmann : *Poincaré, Russell, Zermelo et Peano : textes de la discussion, 1906-1912, sur les fondements des mathématiques : des antinomies à la prédicativité*, Blanchard, 1986.

tâtonnements dont elle témoigne nous rappellent que les concepts que nous manions aujourd'hui innocemment ne se sont pas dégagés sans peine.

Edmond Goblot (1858-1935) et Louis Rougier (1889-1982) ne sont d'ailleurs pas tout à fait des inconnus<sup>2</sup>. Le premier est l'auteur d'un des derniers exemples de ces traités de logique comme les affectionnaient les philosophes de la Troisième République, avec ses trois étages : théorie du concept, du jugement, du raisonnement, dont l'architecture remonte jusqu'à l'*Organon* d'Aristote. C'est là que, pendant près d'un demi-siècle, les philosophes français ont appris la logique<sup>3</sup>. Toutefois, aujourd'hui, son nom est plus volontiers associé à *La barrière et le niveau*, un ouvrage de sociologie publié en 1925 où on a voulu voir une anticipation de la théorie bourdieusienne de la distinction<sup>4</sup>. De fait sa thèse soutenue en 1896 et publiée deux ans plus tard (*Essai sur la classification des sciences*) l'avait amené à s'intéresser très tôt à la sociologie, et notamment à théorie durkheimienne des représentations collectives<sup>5</sup>. Quant au second, le personnage est intéressant à plus d'un titre. Principal et même unique représentant français du Cercle de Vienne (il est, avec Otto Neurath, l'un des deux organisateurs du grand Congrès de philosophie scientifique qui s'est tenu à Paris en 1935), c'est une figure clé pour comprendre l'histoire de la philosophie des sciences en France au vingtième siècle. Mais c'est aussi un des fondateurs du mouvement néo-libéral : c'est lui qui organise le Colloque Lippmann, considéré comme la matrice de la Société du Mont Pélerin<sup>6</sup>. En 1945, il publie *Mission secrète à Londres. Les accords Pétain-Churchill*, ouvrage qui fournira aux défenseurs du Maréchal leur principal argument ; anti gaulliste et anti communiste, il sera accusé de collaboration (accusation surprenante, si l'on veut bien considérer qu'il a passé toute la guerre aux USA), radié de l'Education Nationale, puis réintégré quelques années plus tard.

Quoiqu'ils ne soient séparés que par une génération, les deux hommes semblent appartenir à deux univers mentaux différents et la controverse qui les oppose prend un relief particulier en raison de la relation étroite qui les unissait. Rougier fut, avant 1914, l'élève de Goblot à l'Université de Lyon, de sorte qu'aux arguments scientifiques se surajoute une dimension personnelle, rarement explicite, mais qui transparait ça et là, dans des notes ou de brèves incises.

Pour prendre connaissance du débat qui oppose les deux hommes, ouvrons le *Traité de logique*. La préface d'E. Boutroux est suivie d'un *Avertissement* où l'auteur explique que l'ouvrage, prêt à paraître en juillet 1914 est resté « sur le marbre » pendant trois ans.

Néanmoins, ajoute-t-il, quelques-unes des nouveautés qu'il contient ont pu se répandre, soit par des fragments que j'en ai publiés ça et là, soit surtout par mon enseignement à la Faculté des Lettres de Lyon. Il en résulte qu'il est discuté avant d'avoir paru. Je suis donc obligé de

---

<sup>2</sup> Sur Goblot, voir : Jean Kergomard et Pierre Salzi, *Edmond Goblot, 1858-1935, la vie et l'œuvre*, Paris, Alcan, 1937. Sur Rougier, voir : Jean-Claude Pont et Flavia Padovani (éds.): *Louis Rougier, vie et œuvre d'un philosophe engagé*, Philosophia Scientiae, 2006 vol. 10 cahier 2 et 2007 cahier spécial 7, ainsi que Maurice Allais : *Louis Rougier, un prince de la pensée*, Lourmarin en Provence, Les terrasses de Lourmarin, 1990. La meilleure introduction reste sans doute : Louis Rougier, Itinéraire philosophique, *La revue libérale*, 33 (1961), 6-80.

<sup>3</sup> *Traité de logique*, Paris, Armand Colin, 1918. L'ouvrage vient prendre la suite de : Charles Renouvier, *Traité de logique générale et de logique formelle*, au Bureau de la Critique Philosophique, 1875 ; Louis Liard : *Logique*, Paris, Masson, 1884 ; Elie Rabier : *Leçons de philosophie* : t.2. *Logique*, Paris, Hachette, 1886 ; Jules Lachelier : *Etudes sur le syllogisme*, Paris, Alcan, 1907. L'ouvrage connut un grand succès : en 1929, il en est à sa cinquième édition, en 1941 à sa septième et, évoquant ses années d'études universitaires, autour de 1960, Anne Fagot-Largeault pouvait encore écrire : « The reference book in logic at the university of Paris had been Goblot's » (in Hendricks V.-F. & Symons J. (eds): *Formal Philosophy, Aims, Scope, Direction*, Automatic Press, 2005, p.12.

<sup>4</sup> Voir par exemple R. Fox : *The Savant and the State*, Baltimore, Johns Hopkins University Press, p. 52.

<sup>5</sup> Sur la théorie physiologique de l'association, *Revue philosophique*, 1898, vol. 12, 488-506 ; en 1899, il publie un article *les classes de la société* dans la *Revue d'économie politique* et l'introduction du *Traité de logique* contient une section intitulée *logique et sociologie* .

<sup>6</sup> Voir François Denord, Le prophète du néo-libéralisme français, dans Pont (2007), *op. cit.* in n. 2.

m'expliquer ici sur un article, d'ailleurs très remarquable, publié dans la *Revue de Métaphysique* de novembre 1916, par M. Louis Rougier : *La démonstration et le raisonnement déductif*.

M. Rougier, qui fut mon élève depuis sa sortie du lycée jusqu'en 1914, m'avait communiqué la partie de cet article qui me concerne. Je lui fis observer l'inconvénient de discuter, avant qu'elle ait paru imprimée, une doctrine qu'il ne connaissait que par un enseignement fragmentaire et dispersé [...]. Il me répondit qu'il s'en tenait au texte de l'article publié par moi dans l'*Année psychologique* de 1907, et fit les réserves que je pouvais désirer dans une note dont je le remercie. Je me gardai bien d'insister ; je ne fis rien pour empêcher la publication d'une étude que je considère, à très peu de restrictions près, comme l'une des plus pénétrantes et des plus solides qui aient été faites sur la démonstration mathématique<sup>7</sup>.

Toute la suite de l'avertissement n'a d'autre but que de répondre aux objections adressées au professeur par son ancien élève. A peine sorti de l'université, Rougier faisait ainsi des débuts remarquables sur la scène philosophique<sup>8</sup>.

Voici la description que donne Goblot de leur désaccord et qui nous servira d'*explicandum*.

Au sujet de l'opposition, signalée par moi en 1898, entre le raisonnement, qui introduit une vérité nouvelle ou qui généralise, et le syllogisme, qui ne comporte ni généralisation ni nouveauté, M. Rougier s'exprime ainsi: « Mais, en réalité, cette opposition cesse dès que l'on remarque que seuls interviennent dans la démonstration géométrique des syllogismes hypothétiques dont la majeure énonce l'implication formelle de deux faits hétérogènes, la mineure la possibilité logique du premier de ces faits. [...] la démonstration ne se réduit jamais à un seul syllogisme, et, dans le choix des majeures et des mineures, dans leur rapprochement mutuel, dans la combinaison logique des propositions particulières qui constituent les mineures, intervient un acte synthétique de l'esprit qui exclut toute immobilité».

C'est une des thèses principales de ce livre que le syllogisme hypothétique est seul fécond, le syllogisme catégorique étant nécessairement tautologique. Le *choix*, le *rapprochement*, la *combinaison logique*, l'*acte synthétique* de l'esprit, voilà bien les opérations constructives dont j'ai signalé l'importance. Je devrais donc, semble-t-il, me déclarer satisfait! Je ne le suis pas du tout. Car, d'après M. Rougier, ces opérations constructives reviennent à combiner des syllogismes. La démonstration, dit-il, ne se réduit jamais à un seul syllogisme. Mais un polysyllogisme est aussi incapable de nouveauté et de généralisation qu'un syllogisme unique. Ce que l'on construit, c'est la conséquence même que l'on veut démontrer. [...] En arithmétique et en algèbre, ce que l'on combine ne sont pas des syllogismes, mais des nombres, ou des symboles qui les représentent, et des relations entre ces nombres et ces symboles. Autrement dit, le raisonnement n'est jamais indépendant des objets sur lesquels on raisonne ; la logique formelle est absolument stérile<sup>9</sup>.

---

<sup>7</sup> Edmond Goblot, *Traité de logique*, Paris, A. Colin, 1918, p. xvii-xviii.

<sup>8</sup> Si l'on veut bien admettre que les étudiants de philosophie ont longtemps appris la logique dans le *Traité* de Goblot, cela signifie aussi qu'ils ont tous entendu parler de Rougier, qui leur était présenté il est vrai sous un jour peu flatteur.

<sup>9</sup> — Goblot, *op. cit.* in n. 8, p. xxii-xxiii. Si le gros de la controverse a lieu entre 1916 et 1919, le corpus à prendre en compte s'étend sur une période beaucoup plus longue et comprend les textes suivants :

— Henri Poincaré, Sur la nature du raisonnement mathématique, *Revue de Métaphysique et de Morale*, 1894, T. II, 371-384. L'article est repris dans *La science et l'hypothèse* (Paris, Flammarion, 1902 ; les références sont à cette édition). Y est formulé le problème que Goblot puis Rougier entreprendront de résoudre.

— Edmond Goblot, La démonstration mathématique (critique de la théorie de Monsieur Poincaré), *Année Psychologique* 1907, vol. 14, 264-283. Aussi bien Goblot que Rougier donnent souvent le texte comme datant de 1908, sans doute parce que le volume est paru cette année-là. Nous nous en tiendrons pour notre part à l'année de tomaiçon.

— Edmond Goblot, Théorie nouvelle du raisonnement déductif, *Revue de Métaphysique et de Morale*, T. XVIII 1911, 523-525 ; résumé d'une communication présentée à Palerme et qui reprend les conclusions de Goblot 1907.

— Louis Rougier, La démonstration géométrique et le raisonnement déductif, *Revue de Métaphysique et de Morale* T. XXIII 1916, 809-858. C'est l'article qui déclenche la polémique. On notera : a) que la date n'est pas anodine : à cette époque, Rougier est un des rares philosophes de sa génération à publier. Les autres étaient sur le front, ou déjà morts ; b) que Rougier avait déjà à son actif trois articles scientifiques, sur Poincaré ou sur la correspondance des genres chez Platon.

— Louis Rougier, De la nécessité d'une réforme dans l'enseignement de la logique, *Revue de Métaphysique et de Morale* T. XXIV 1917, 569-594 ; complète le précédent en plaçant pour la logique moderne.



fois synthétique et *a priori*, le principe d'induction. Contre quoi Goblot soulève deux objections. Tout d'abord, ce principe ne vaut que pour la série des nombres entiers et ne saurait donc valoir comme une théorie du raisonnement mathématique en général. A ceux qui lui représenteraient que les mathématiques se sont de plus en plus arithmétisées et que les géomètres eux-mêmes ont appris à se passer du recours à l'intuition, il répond :

« les géomètres intuitifs raisonnent et leurs raisonnements sont concluants. Quand je les désapprouverais, comme mathématicien, d'employer des méthodes intuitives alors qu'il y en a de plus générales et de plus abstraites [...] je ne puis, comme logicien, refuser d'examiner leurs démonstrations. Et il faut bien reconnaître que la généralisation n'y consiste pas à étendre à la série infinie des nombres entiers une propriété vérifiée pour l'un d'eux »<sup>13</sup>.

De plus, objecte-t-il encore, le raisonnement par récurrence contient lui-même une démonstration, puisque le pas inductif consiste à établir qu'une conséquence résulte d'une hypothèse. Ledit principe ne saurait donc être invoqué sans circularité pour expliquer ce que c'est qu'une démonstration.

Pour pallier à ces difficultés, Goblot propose une théorie qui se résume en trois mots : « déduire c'est construire »<sup>14</sup>. Plus précisément une démonstration se décompose en deux temps : une opération, suivie de la constatation du résultat obtenu, étant entendu que l'opération est mentale et la constatation logique. Dire qu'« on ne démontre qu'en opérant » permet de rendre compte de la créativité des mathématiques : « le raisonnement géométrique n'est jamais purement contemplatif ; il est actif et constructif ; et c'est l'activité constructive de l'esprit qui fait apparaître un résultat nouveau »<sup>15</sup>. Ce caractère opératoire vaut également du calcul qui, contrairement à l'avis de Poincaré, cesse d'être purement analytique. En algèbre aussi, « la démonstration consiste à *construire* la nouvelle forme en partant de la première. Le calcul algébrique est ainsi exactement comparable à la construction géométrique. On est trop porté à voir dans les transformations de formules et les constructions géométriques des opérations accessoires qui préparent et précèdent le raisonnement ou qui le suivent et en résultent; elles en sont les éléments constituants et essentiels ». Au terme, « la démonstration arithmétique, algébrique, analytique est donc de même nature que la démonstration géométrique »<sup>16</sup>.

Pour expliquer maintenant la nécessité du résultat, on fera valoir que l'opération a été exécutée conformément à des règles. Tant que la pensée se borne à contempler, « il n'en résulte rien. Mais les propositions générales, qui ne sont que des vérités quand on se borne à les contempler, deviennent des règles quand on opère » (*Ibid.*). Il est ainsi établi que le raisonnement mathématique possède bien les deux propriétés demandées : « L'opération constructive fait apparaître un résultat nouveau. La règle garantit qu'elle est nécessaire »<sup>17</sup>.

Dans la dernière partie de l'article, la critique de Poincaré s'élargit et porte sur le statut de la géométrie. Certes, toute figure à trois dimensions de l'espace euclidien se laisse représenter par une fonction de trois variables et inversement le calcul sur de telles fonctions est toujours susceptible d'une interprétation dans cet espace, mais il ne s'ensuit pas que calcul et géométrie soient identiques. Le calcul « substitue à la géométrie une science purement mathématique ; mais ce n'est pas une géométrie, c'est une algèbre. Quant à la géométrie intuitive, ce n'est pas une science mathématique, c'est une science naturelle. [...] la science naturelle la plus voisine des sciences mathématiques, celle par laquelle il faut nécessairement passer pour atteindre les autres. Mais ce n'est pas une science mathématique »<sup>18</sup>.

<sup>13</sup> Goblot (1907), *op. cit.* in n. 9, 270.

<sup>14</sup> Goblot (1911), *op. cit.* in n. 9, 523.

<sup>15</sup> Goblot (1907), *op. cit.* in n. 9, 271.

<sup>16</sup> Goblot (1907), *op. cit.* in n. 9, 275-276.

<sup>17</sup> Goblot, (1907), *op. cit.* in n. 9, p. 275. Plus haut il avait été précisé que « Sont règles de l'opération d'abord les définitions générales et les hypothèses spéciales qui déterminent la question, c'est-à-dire des conventions que l'esprit a faites avec lui-même, et par lesquelles il est lié, et, de plus, chaque fois qu'il y a lieu d'y faire appel, les propositions antérieurement établies » ((1907), *op. cit.* in n. 9, 271).

<sup>18</sup> Goblot (1907), *op. cit.* in n. 9, 282.

Dans l'article de 1916 qui marque le point de départ de la controverse, Rougier commence par reconnaître sa dette envers son maître. Après avoir décrit le dilemme qu'il entend résoudre et qui est le suivant : « si la démonstration géométrique se ramène au syllogisme, elle n'est susceptible ni de généralisation ni de nouveauté ; si elle ne se ramène pas au syllogisme, elle cesse d'être déductive et nécessaire », il ajoute « c'est à M. Goblot que revient l'incontestable mérite d'avoir le premier posé la question en ces termes »<sup>19</sup>. Toutefois, si le problème est ainsi emprunté à Goblot, et par lui à Poincaré, les solutions qu'ils ont proposées font aussitôt après l'objet d'une critique et, contre ses deux prédécesseurs, l'auteur entreprend de prendre la défense de la logique, dans une série d'articles qui aboutira au volume de 1921, qui vaut à Rougier sa place aux côtés de Couturat ou de Nicod parmi les introducteurs de la logique moderne en France. Le moment critique, qui vise avant tout Goblot, met l'accent sur l'appel injustifié à l'intuition. Quant à la position défendue, elle se situe au confluent de l'algèbre de la logique et de l'axiomatique hilbertienne, et accorde un rôle crucial à l'idée de principes formateurs.

*La critique de Goblot.* Le jugement porté sur la théorie exposée dans l'article de 1907 est sans appel : elle n'a aucune chance de satisfaire les mathématiciens. Elle confond « l'évidence assertorique qui naît de l'intuition sensible avec la certitude apodictique qui suit du seul raisonnement »<sup>20</sup>, ce qui l'a conduit à sacrifier le caractère nécessaire de la démonstration. Goblot avait d'ailleurs vu que la constatation du résultat obtenu n'enveloppe en elle-même aucune nécessité, mais il croyait résoudre la difficulté en faisant valoir que « l'opération [ayant] été exécutée conformément à des règles, [...] le résultat constaté est nécessaire dans la mesure où il est déterminé par l'application des règles »<sup>21</sup>. Mais, lui objecte son ancien étudiant, cela signifie que la constatation ne sera *logique* que dans la mesure où elle sera obtenue comme conclusion d'une chaîne de syllogismes, « si bien qu'en fin de compte, M. Goblot se trouve admettre implicitement ce qu'il avait pour but de réfuter »<sup>22</sup>. Ce qui est en cause, tout au long de la discussion, c'est le recours jugé indu à l'intuition. Rougier remonte jusqu'à Kant et à l'idée que « seule une preuve apodictique en tant qu'intuition peut s'appeler démonstration »<sup>23</sup> ; à quoi il a beau jeu d'opposer que toute l'histoire des mathématiques au dix-neuvième siècle, placée qu'elle est sous le signe de la rigueur, s'inscrit en faux contre ce recours à l'intuition. Grâce à Hilbert, la géométrie peut désormais se passer de figures, ce qui constitue « une réponse définitive à la théorie d'Edouard (sic !) Goblot »<sup>24</sup>. Pour illustrer le contraste entre les deux conceptions, Rougier prend le théorème : *deux droites parallèles à une troisième sont parallèles entre elles*, en donne une démonstration puis la compare à celle qu'en proposait Goblot et qui se ramenait au retournement d'un triangle sur lui-même. L'opération repose sans le dire sur la possibilité de déplacer une figure sans la déformer et il suffit donc de poser explicitement des axiomes de congruence pour ne plus avoir besoin d'invoquer une quelconque intuition<sup>25</sup>. A cette première erreur, Goblot en ajoute encore une seconde : pour établir que la démonstration géométrique ne se réduit pas au syllogisme, il s'appuie sur le *Dictum de omni et nullo*, qui s'applique au syllogisme catégorique, sans voir

---

<sup>19</sup> Rougier (1916), *op. cit.* in n. 9, 210 ; cf. Rougier (1961), *op. cit.* in n. 2, p. 11 : « Mes réflexions sur ce sujet commencèrent avant la première guerre mondiale, en suivant les cours, à la Faculté des Lettres de Lyon, de mon professeur de logique, Edmond Goblot. Goblot se distinguait de ses collègues par une certaine culture scientifique ».

<sup>20</sup> Rougier (1919), *op. cit.* in n. 9, p. 518.

<sup>21</sup> Goblot (1907), *op. cit.* in n. 9, p. 272.

<sup>22</sup> Rougier (1916), *op. cit.* in n. 9, 812).

<sup>23</sup> *Critique de la raison pure* [A 734/762], tr. A. Renaut, Paris, Flammarion, GF, 2001, p. 616-617.

<sup>24</sup> Rougier (1961), *op. cit.* in n. 2, p. 14, qui renvoie à George Bruce Halsted, *Géométrie rationnelle* (trad. Paul Barbarin), Paris, Gauthier Villars, 1911 (déjà cité dans 1916, 835).

<sup>25</sup> Rougier (1916), *op. cit.* in n. 2, p. 841-42.

que la démonstration repose en fait sur des syllogismes hypothétiques. Rougier peut donc conclure :

« M.Goblot, dans l'exposé qu'il a donné du mécanisme de la démonstration géométrique, a donc bien fait ce qu'il a voulu entreprendre : analyser les démonstrations telles qu'on les trouve dans les géométries élémentaires construites sur le modèle des *Eléments* d'Euclide. Y découvrant, à juste titre, des opérations et des constatations de fait, il a déclaré que ces démonstrations ne pouvaient jamais se réduire à des chaînes de syllogismes concluants. Le seul reproche auquel il prête, à notre avis, c'est de tenir pour rigoureuses ces pseudo-démonstrations qui combinent des déductions nécessaires avec des constatations intuitives ; c'est de soutenir qu'un résultat procuré intuitivement en partie peut s'accompagner de nécessité intelligible et d'évidence apodictique »<sup>26</sup>.

*Le plaidoyer pour la nouvelle logique.* La théorie logique de la déduction élaborée de 1916 à 1920 est largement tributaire du travail qui avait abouti d'un côté à l'algèbre de la logique et de l'autre à l'axiomatique hilbertienne, mais il convient également de faire une place à l'influence de Poincaré qui, quoiqu'elle se soit exercée dans une autre direction, a été également très forte.

Si le jeune Rougier a pu reconnaître aussi facilement les faiblesses de la théorie qui lui était enseignée, c'est qu'il savait par d'autres sources que la logique dont lui parlait son professeur correspondait à un état désormais dépassé de la discipline et qu'entre les mains de gens comme Peano ou Couturat (il ne semble pas connaître Schröder) celle-ci avait fait des progrès considérables dont il restait à tirer parti pour la philosophie<sup>27</sup>. C'est ainsi que, pour le calcul logique, Rougier se contente de reprendre ce qui existe. Les « éléments de logistique » qui forment une des sections de l'article de 1916 sont explicitement empruntés aux exposés de Couturat ou de Padoa. La notion de constante logique y est entendue en un sens très différent de celui qu'il a pris par la suite : ce sont des opérations, des relations ou des valeurs s'appliquant à des termes qui peuvent désigner soit des individus, soit des classes, soit des propositions, soit des relations, soit enfin des objets quelconques. Les relations logiques sont au nombre de cinq : l'implication, l'inclusion, l'appartenance, l'égalité et la différence. On notera qu'il n'y a pas de place pour la quantification, de sorte que la question du statut des variables n'appelle aucune réflexion approfondie. Rougier n'ayant pas prétendu apporter de contribution originale, il n'est pas nécessaire de s'arrêter davantage sur cet aspect.<sup>28</sup>

Parlant de la contradiction de l'auto-appartenance découverte par Russell, Poincaré remarquait avec un malin plaisir : « la logistique n'est plus stérile, elle engendre l'antinomie »<sup>29</sup>. Il serait donc paradoxal de lui attribuer le moindre rôle dans les efforts entrepris par Rougier pour prendre la défense de la logique. Pourtant c'est bien le cas<sup>30</sup>, car ce qui motive cet intérêt pour la logique est la volonté de résoudre « le problème fondamental de la philosophie des mathématiques » Plus précisément il ne s'agit pas tant, comme chez les logicistes, de fonder l'arithmétique, mais de tirer les conséquences philosophiques de la solution apportée par les mathématiciens à la crise provoquée par la découverte des géométries non euclidiennes. Depuis le premier article publié (« Henri Poincaré et la mort des vérités nécessaires », *La Phalange*, 1913) jusqu'à la thèse complémentaire parue un an avant le petit ouvrage sur la logique, tout atteste qu'au point de départ, la démarche de Rougier associe de façon étroite Poincaré et la géométrie : c'est sur la nature de la démonstration *géométrique* que porte la polémique avec Goblot, et c'est encore de géométrie qu'il est

<sup>26</sup> Rougier (1916), *op. cit.* in n. 9, 854.

<sup>27</sup> « A cette époque, j'avais lu dans la *Revue de Métaphysique et de Morale* les articles de Peano, de Padoa, de Bertrand Russell, de Couturat, de Whitehead » (Rougier (1961), *op. cit.* in n. 2, p. 12).

<sup>28</sup> Rougier (1961), *op. cit.* in n. 2, 11.

<sup>29</sup> Henri Poincaré, *Science et méthode*, Paris, Flammarion, 1902, p. 211.

<sup>30</sup> Rougier avait quatorze ans quand il lut *La science et l'hypothèse*, ouvrage qui marqua « toute [s]on existence [et lui] révéla la part de convention dans les sciences » (Réponse du professeur Louis Rougier, in M. Allais (1990), *op. cit.* in n. 2, p. 44).

question dans l'article publié deux ans plus tôt dans *L'enseignement mathématique* (« L'utilisation de la géométrie non-euclidienne dans la physique de la relativité »).

La dette de Rougier envers Poincaré est double. Tout d'abord, il retiendra que les axiomes sont des conventions ; mais il lui emprunte également, comme Goblot d'ailleurs, la position du problème qu'il entend résoudre : une philosophie des mathématiques doit expliquer comment celles-ci peuvent être à la fois rigoureuses et fécondes. L'accord cesse toutefois quand il s'agit de savoir quelle réponse y apporter. Pas plus que Goblot, quoique pour des raisons différentes, Rougier ne se satisfait pas de celle que proposait le mathématicien français. Ce qui fait problème n'est pas tant la place fondamentale accordée au principe d'induction complète que le recours au concept de synthétique *a priori*. Comment en effet peut-on déclarer qu'y faire appel, « ce n'est pas résoudre la difficulté mais la baptiser », pour ensuite présenter le principe d'induction comme « le type véritable du jugement synthétique *a priori* »<sup>31</sup>? Par ailleurs, comme le faisait remarquer Couturat, la définition donnée du synthétique *a priori* suppose une analyse en sujet et prédicat, qui ne s'applique plus dès lors que l'on admet des relations. Il faut donc reprendre la question à nouveaux frais.

Pour cela, Rougier s'appuiera sur une autre approche de la géométrie, empruntée cette fois à Hilbert<sup>32</sup>. La méthode axiomatique développée par ce dernier représente en effet le point d'aboutissement du mouvement inauguré par Euclide. Si la géométrie a longtemps fourni le modèle de ce que l'on entend par une démonstration rigoureuse, le géomètre grec avait échoué à atteindre l'idéal qu'il s'était fixé : axiomatiser le savoir géométrique. Le concept central est ici celui de théorie déductive, c'est-à-dire d'une théorie où une proposition est tenue pour démontrée quand elle a été déduite de proposition déjà démontrées (la déduction procédant par implication ou substitution), et où un terme est dit défini quand il a été décomposé en termes déjà définis. Il est clair que ce double processus de réduction ne peut se poursuivre indéfiniment, de sorte qu'il faut poser au point de départ des termes indéfinis et des propositions non démontrées. Le corps du savoir est ainsi séparé en deux ensembles : celui des termes et propositions dérivés, celui des termes et propositions primitifs, sur lequel repose tout l'édifice.

Réservant pour plus tard l'examen des propositions primitives ou axiomes, arrêtons-nous tout d'abord sur le statut des termes primitifs, car c'est le point décisif dans la critique de l'intuition. Reconnaître que ces notions premières ne sont pas définies oblige à renoncer à croire que nous en comprendrions le sens. Certes, lorsque le géomètre parle de point, de ligne ou de plan, nous avons le sentiment de comprendre de quoi il parle et il lui est toujours loisible de donner des exemples ou des explications : ainsi, à celui qui lui demanderait ce qu'est une ligne droite, il pourrait répondre : le plus court chemin d'un point à un autre. Mais ce type de compréhension est intuitif ; aussi le géomètre doit s'interdire d'en tenir compte et faire abstraction du sens qu'il attribue spontanément aux termes primitifs. Voilà pourquoi le mot d'ordre « Éliminez l'intuition » revient comme un leitmotiv<sup>33</sup>. Si interpréter c'est donner le sens, alors ce qui est requis ici est une désinterprétation, au cours de laquelle le terme est dépouillé de sa signification intuitive. Tout au plus pourra-t-on dire que le contexte dans lequel le terme est introduit en donne une définition implicite, en ce sens qu'on peut y associer tout objet qui satisfait les propriétés et relations posées dans la proposition<sup>34</sup>. Dans

---

<sup>31</sup> Poincaré (1902), *op. cit.* in n. 29, respectivement p. 10 et 23.

<sup>32</sup> « Au cours de vacances passées en Allemagne [avant 1914], j'eus la bonne fortune de découvrir les *Grundlagen der Geometrie* de David Hilbert et d'y apprendre ce que c'est qu'une axiomatique » (1961), *op. cit.* in n. 2, 13. Sur ce point, voir Jean-Claude Pont, Louis Rougier, philosophe de l'axiomatique, in Pont (2006), *op. cit.* in n. 2, 309-320.

<sup>33</sup> Voir Louis Rougier, *Les erreurs systématiques de l'intuition*, *Revue de Métaphysique et de Morale*, T. XXVI 1919, 595-616, qui annonce la thèse principale : *Les paralogismes du rationalisme*, Paris, Alcan, 1921.

<sup>34</sup> Rougier (1916), *op. cit.* in n. 9, p. 834, où Rougier cite Poincaré : les axiomes sont des définitions déguisées ; sans mentionner toutefois ce qui sépare le point de vue de Poincaré de celui d'Hilbert. L'affirmation du premier est l'expression d'un conventionnalisme étranger au second, qui insiste à la place sur la désinterprétation et l'adoption d'un point de vue formaliste.

ces conditions, « on peut remplacer avantageusement ces notions par des symboles non définis quelconques et raisonner sur eux, c'est-à-dire opérer sur eux les transformations permises par le calcul logique, sans se préoccuper de ce qu'ils représentent. C'est ce qui a permis de dire à Russell : 'la mathématique est une science où l'on ne sait jamais de quoi l'on parle' »<sup>35</sup>.

La désinterprétation ne laisse plus qu'une forme vide ; c'est pourquoi la logique est dite formelle et le point de vue que Rougier emprunte à Hilbert, formaliste. « Une théorie déductive n'a plus qu'une valeur simplement formelle : c'est un enchaînement de propositions formelles, reposant sur des symboles non définis et sur les lois de leur combinaison »<sup>36</sup>. Ce travail de formalisation n'est pas sans avantage, puisque ce qui apparaît comme une perte de contenu permet au contraire par la suite une multitude d'interprétations différentes : « le caractère purement formel des démonstrations mathématiques fait qu'elles constituent des barèmes de déductions toutes faites, d'implication formelles indépendantes de tout contenu, susceptibles d'être appliquées à n'importe quelle matière »<sup>37</sup>.

Si la formalisation est ainsi un gage de fécondité, la difficulté soulevée par Poincaré reste entière car c'est en un autre sens qu'elle entend la nouveauté. Ce que faisait valoir ce dernier, c'est que, la conclusion étant contenue dans les prémisses, « le raisonnement syllogistique est incapable de rien ajouter aux données qui lui ont été fournies »<sup>38</sup> mais l'objection ne vaut plus contre la nouvelle axiomatique, où Rougier propose de distinguer trois différents types d'axiomes : les axiomes d'existence, qui posent l'existence de certains objets ; les axiomes, ou principes, formateurs qui, donnés certains objets, nous disent comment en construire de nouveaux ; les axiomes de relation, qui établissent certaines relations entre les objets dont l'existence est acquise. L'examen des axiomes formateurs montre que ceux-ci nous permettent de sortir de la tautologie dans laquelle on voulait enfermer la logique. Leur application répétée produit en effet un ensemble illimité de nouveaux objets, de plus en plus complexes, dont on peut ensuite établir qu'ils vérifient à leur tour de nouvelles propriétés. « La possibilité d'énoncer un nombre indéfini de théorèmes de plus en plus généraux reste donc subordonnée à la possibilité d'obtenir par récurrence, grâce aux opérations logiques et aux principes formateurs, de nouveaux objets de plus en plus complexes »<sup>39</sup>. La construction de ces nouveaux objets rend compte de l'inépuisable développement d'une science déductive quelconque. De cette façon, Rougier peut légitimement estimer avoir atteint son but : il a résolu le paradoxe signalé par Poincaré et montré que les démonstrations mathématiques peuvent être à la fois nécessaires et créatrices. Elles sont nécessaires parce qu'elles obéissent aux lois de la logique ; et elles sont créatrices parce que ces dernières contiennent des principes formateurs.

« C'est grâce aux axiomes formateurs que se manifeste, dans une théorie déductive, l'activité créatrice de l'esprit. C'est eux qui permettent de comprendre comment les mathématiques, sans cesser d'être deductives, généralisent sans cesse. Les démonstrations consistent, non pas à combiner syllogistiquement des axiomes entre eux, mais à combiner des objets, dont on ne spécifie pas la nature, en leur appliquant les principes formateurs de la théorie qui jouent le rôle de règles opératoires »<sup>40</sup>.

\* \* \*

---

<sup>35</sup> Rougier (1916), *op. cit.* in n. 9, 832.

<sup>36</sup> Rougier (1916), *op. cit.* in n. 9, p. 834 ; cf. p. 851 et Rougier (1917), *op. cit.* in n. 9, p. 591 : « Ce formalisme des démonstrations mathématiques, plus généralement de toute démonstration en tant que telle, Auguste Comte l'avait déjà envisagé, qui voyait dans les mathématiques pures une promotion de la logique, étendue à certains ordres de déduction. C'est lui qui rend si difficile la démarcation exacte entre la logique et la mathématique ».

<sup>37</sup> Rougier (1917), *op. cit.* in n. 9, p. 591 ; cf. (1916), *op. cit.* in n. 9, p. 834-835 et 854, qui parle d'« objets absolument indéterminés » qui sont comme des « variables logiques ».

<sup>38</sup> Poincaré (1902), *op. cit.* in n. 29, p. 10.

<sup>39</sup> Rougier (1916), *op. cit.* in n. 9, 846.

<sup>40</sup> Rougier (1961), *op. cit.* in n. 2, p. 16.

Signe de l'intérêt suscité par l'ouvrage de Goblots, la *Revue de Métaphysique et de Morale* en parle à deux reprises aussitôt après sa publication et la réponse de Rougier à la mise au point qui le concernait dans l'Avertissement est suivie quelques mois plus tard d'une longue étude critique signée Jean Nicod. « Le livre de M. Goblots, y lit-on, est trop original pour qu'il s'en dégage une vue d'ensemble sur les travaux du temps »<sup>41</sup>. Le compte rendu est nuancé et le jugement favorable porté sur certains aspects de l'ouvrage n'est pas de pure courtoisie. Sur le fond, toutefois, Nicod a choisi son bord. Contre Goblots, dont tout l'ouvrage tend à déprécier la logique formelle, il prend le parti de la logistique, faisant valoir qu'elle a fait « un progrès philosophique en même temps qu'un progrès formel, et c'est ce que M. Goblots ne s'est pas décidé à faire ». Du même coup, dans le conflit qui oppose le maître à son disciple, il se range du côté de ce dernier, au motif que « son opinion [lui] paraît très plausible »<sup>42</sup>, ce qui ne veut d'ailleurs pas dire qu'il se fasse la même idée de la logique.

De 1919 à aujourd'hui, près d'un siècle s'est écoulé et le débat d'alors nous paraît d'un autre âge. De la logique de Rougier à celle de nos manuels, la distance est considérable. Passer en revue ce qui nous apparaît comme des faiblesses ou des lacunes n'a donc guère de sens. Tout au plus fera-t-on remarquer que, dès cette époque, il était possible d'avoir une vue plus claire de l'édifice de la logique. C'est ainsi que Nicod voyait très clairement le rôle fondamental de la distinction entre logique des propositions et logique des classes ou des relations, distinction à peu près totalement absente chez Rougier<sup>43</sup>.

Il ne sera pas inutile en revanche de s'arrêter un instant sur les équivoques qui entourent l'idée, centrale elle dans le débat, de construction. La notion est ancienne et les mathématiciens distinguaient depuis longtemps, parmi les figures géométriques, celles que l'on peut construire « par la règle et le compas ». Poincaré était ainsi amené à signaler l'importance des procédés constructifs en mathématique mais il y voyait « une marche purement analytique »<sup>44</sup> et c'est pourquoi il jugeait nécessaire de chercher dans une autre direction la raison d'être de la fécondité des mathématiques. Sur ce point ni Goblots ni Rougier ne l'ont suivi et c'est au contraire dans l'activité constructive du mathématicien qu'ils ont cru trouver la solution du problème à résoudre. Si pour le premier, démontrer c'est construire, c'est que « la démonstration consiste à construire le conséquent en partant de l'antécédent »<sup>45</sup>. Dans ces conditions la question de savoir comment il est possible d'obtenir des résultats sans cesse nouveaux trouve une réponse immédiate : il suffit d'invoquer l'activité constructive de l'esprit. Goblots est ainsi amené à mettre l'accent sur le caractère opératoire, actif de l'esprit dans la connaissance, allant jusqu'à s'en prendre à la conception « quasi platonicienne de la science » qu'il croit discerner chez Poincaré<sup>46</sup>. Pour Rougier aussi, la solution se trouve dans l'activité créatrice d'un esprit qui possède la faculté de construire de nouveaux objets et l'accord sur ce point est tel que le *Traité* de 1918 renvoie son lecteur au « travail de M. Rougier [qui] met en lumière, en essayant de les classer, les modes de construction qu'utilise le raisonnement mathématique »<sup>47</sup>.

Toutefois, l'accord apparaît en bonne partie verbal car les deux adversaires sont loin de s'entendre sur ce qu'il faut entendre par construction. Pour autant qu'on puisse s'en faire une idée précise, il semble bien que Goblots en ait une conception essentiellement psychologique : « le choix, le rapprochement, la combinaison logique, l'acte synthétique de l'esprit, voilà bien

<sup>41</sup> Nicod (1919), *op. cit.* in n. 9, 375.

<sup>42</sup> Nicod (1919), *op. cit.* in n. 9, respectivement 379 et 383.

<sup>43</sup> Nicod (1919), *op. cit.* in n. 9, 375. Sur ce point, voir Marcel Guillaume, La logique mathématique en France entre les deux guerres mondiales : quelques repères, *Revue d'histoire des sciences*, T. 62-1, 2009, p. 177-219.

<sup>44</sup> Poincaré (1902), *op. cit.* in n. 29, 26.

<sup>45</sup> Rougier (1911), *op. cit.* in n. 9, p. 524 ; cf. Goblots (1907), *op. cit.* in n. 9, p. 276 et (1918), *op. cit.* in n. 7, p. 272 ; ou encore : « ce qui caractérise la théorie que je viens d'exposer, c'est l'importance qu'elle attribue à l'activité constructive de l'esprit » (1907), *op. cit.* in n. 9, p. 278.

<sup>46</sup> Goblots (1907), *op. cit.* in n. 9, p. 278.

<sup>47</sup> Goblots (1918), *op. cit.* in n. 7, p. xxi.

les opérations constructives dont j'ai signalé l'importance »<sup>48</sup>. Rougier, en revanche, avait compris qu'il fallait donner une description logique des procédures constructives et en distinguait deux : la définition nominale, qui pose une identité entre une notion nouvelle et une combinaison logique de notions préalablement définies ou postulées, puis le théorème d'existence, qui établit la possibilité logique de la notion ainsi définie. « *Ainsi, la faculté de construire de nouveaux objets repose : sur les opérations logiques (et par suite sur les principes logiques formateurs) qui permettent d'obtenir de nouvelles définitions nominales ; et sur les principes formateurs de la science considérée, qui permettent de faire suivre ces définitions nominales de théorèmes d'existence et de les transformer ainsi en définitions réelles* »<sup>49</sup>.

L'équivoque sur l'idée de construction tient en partie à celle qui entoure la notion d'objet. Il s'agit en effet de s'entendre non seulement sur la nature des opérations constructives, mais aussi sur celle de ce qui est construit. Pour Goblot,

« Ce que l'on construit, c'est la conséquence même que l'on veut démontrer; c'est, par exemple, la somme des angles d'un triangle. Cette somme n'est pas un assemblage de syllogismes, mais un assemblage d'angles. En arithmétique, en algèbre, ce que l'on combine, ce ne sont pas des syllogismes, mais des nombres, ou des symboles qui les représentent, et des relations entre ces nombres et ces symboles. Autrement dit le raisonnement n'est jamais indépendant des objets sur lesquels on raisonne »<sup>50</sup>.

A quoi Rougier n'a pas de mal à rétorquer :

« Je crois, au contraire, que le raisonnement, en tant que tel, est toujours indépendant de la nature particulière des objets auxquels on l'applique. Lorsque je parle d'objets, j'entends parler de simples symboles, susceptibles d'interprétations concrètes les plus diverses, dont je n'envisage que les fonctions logiques, telles que permet de les définir la logique des relations fondée par Russell. Lorsque je parle d'opérations, il ne s'agit que d'opérations logiques (addition, multiplication, etc.) ou de constructions permises par les principes formateurs de la théorie»<sup>51</sup>.

On voit combien il serait faux d'interpréter ce recours à l'idée de construction comme une sorte de constructivisme avant la lettre. Ainsi que Brouwer l'avait montré dès 1908, le point de vue constructif qui nous est devenu familier passe en effet par une remise en cause de certains principes logiques, ce dont il n'est pas un instant question ici.

Si le logicien n'y apprendra pas la logique, le débat qui vient d'être présenté n'en possède pas moins un intérêt historique non négligeable. Certes, à la différence de Poincaré ou de Couturat, ni Goblot ni Rougier n'ont joué un rôle majeur dans l'histoire de la logique et cet épisode mal connu ne fait que confirmer ce que nous savions déjà des difficultés auxquelles se sont heurtées les tentatives faites pour introduire la logique moderne en France. Mais il nous permet de nous faire une idée plus précises des résistances qu'il a fallu vaincre, des confusions qu'il a fallu dissiper, tout comme il vient nous rappeler opportunément que le progrès scientifique est pour une bonne part fait de tâtonnements. Les travaux de Rougier n'ont, semble-t-il, exercé à peu près aucune influence sur le cours ultérieur de la logique et de la philosophie des sciences, et la communauté philosophique française a massivement suivi Goblot. On ne peut que le regretter, et admirer la qualité assez exceptionnelle de l'information de quelqu'un qui n'était après tout, en logique, qu'un autodidacte<sup>52</sup>.

---

<sup>48</sup> Goblot (1918), *op. cit.* in n. 7, p. xxii.

<sup>49</sup> Rougier (1916), *op. cit.* in n. 9, 846 ; les italiques sont de Rougier.

<sup>50</sup> Goblot (1918), *op. cit.* in n. 8, xxii-xxiii.

<sup>51</sup> Rougier (1919), *op. cit.* in n. 9, 520.

<sup>52</sup> Hilbert étant avant tout, pour un logicien, le père de la théorie de la démonstration, on pourrait s'étonner de l'absence complète de cet aspect, Rougier ne voyant en lui que le théoricien de la méthode axiomatique. Mais ce serait oublier que ce que nous avons pris l'habitude d'appeler le programme de Hilbert ne commence vraiment qu'en 1917 (voir : Wilfried Sieg, *Hilbert's Proof Theory*, dans D. Gabbay & J. Woods : *Handbook of the History of Logic*, vol. 5, *Logic from Russell to Church*, North Holland, Amsterdam, 2009, p. 332).