



HAL
open science

Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2012

Sylvie Coppé, Mariam Haspekian

► **To cite this version:**

Sylvie Coppé, Mariam Haspekian. Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2012. IREM de Paris 7 et ARDM. IREM de Paris 7, pp.240, 2013, Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, 978-2-86612-345-1. halshs-00972662

HAL Id: halshs-00972662

<https://shs.hal.science/halshs-00972662>

Submitted on 3 Apr 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ARDM

Association pour la
recherche en didactique
des mathématiques

Institut de
recherche pour
l'enseignement des
mathématiques

iREM
PARIS 7

**Actes
du
Séminaire National
de
Didactique
des
Mathématiques**

Année 2012

Édités par

Sylvie Coppé
*UMR ICAR, IUFM de Lyon
Université Lyon 1*

Mariam Haspekian
*Laboratoire EDA
Université Paris Descartes*

Le séminaire national de didactique des mathématiques, organisé par l'Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques ARDM, est l'occasion d'échanges entre chercheurs ; c'est un moment fort auquel sont attachés les membres de la communauté didactique francophone.

Comme les années précédentes, les deux séminaires de 2012 ont été l'occasion de donner la parole à des chercheurs confirmés et à des jeunes chercheurs qui ont pu présenter leurs travaux dans le cadre des rubriques « usuelles » du séminaire.

La rubrique « Présentation de thèse » a ainsi permis à de jeunes chercheurs de faire connaître leurs recherches ; ce fut le cas de Claire Berg et Tran Kiem Minh en mars, Sara Arditi, Hussein Sabra et Laurence Leroyer en octobre.

La rubrique « Présentation d'HDR » fut l'occasion pour Eric Roditi en mars et Yves Matheron en octobre, de présenter la synthèse de leurs travaux respectifs à l'ensemble de la communauté des didacticiens. Les rubriques « Travaux en cours » et « Travaux d'équipe » ont été l'occasion pour des chercheurs confirmés de mettre en discussion leurs avancées, avec l'ensemble de la communauté : ainsi, en mars, Gérard Sensevy puis, en octobre, Maggy Schneider ont accepté ce défi. Pour les équipes, Lalina Coulange et Jean Yves Rocheix ont fait une présentation du livre auquel ils ont participé.

Pour aller dans le sens d'un lieu d'échanges et de débats théoriques que nous souhaitons le plus ouvert possible, a été inaugurée en 2010 la rubrique « Hors les murs » afin de donner la parole à des chercheurs confirmés usuellement plus éloignés de notre communauté ARDM, ainsi qu'à des chercheurs étrangers. Merci à Barbara Jaworski d'avoir accepté notre invitation au titre de cette rubrique.

Enfin dans le cadre de la plage « Ouverture sur ... », trois chercheurs de différentes disciplines, Teresa Assude, Denis Butlen et Caroline Huron ont traité du thème « Handicap et apprentissage des mathématiques, quelles recherches? ».

Au mois d'octobre, nous avons consacré un moment pour rendre hommage à notre collègue François Colmez, récemment disparu.

La quasi totalité des présentations fait l'objet d'un texte dans ce volume ; pour les autres il s'agit d'un résumé de leur présentation. Merci aux différents intervenants, la qualité des présentations contribue à faire de ce séminaire un moment clé de notre activité de chercheur en didactique des mathématiques. Merci à tous ceux qui ont, d'une façon ou d'une autre, contribué au bon fonctionnement de ce séminaire.

Merci à Christophe Hache dont l'extrême disponibilité nous a permis d'organiser ces journées dans de bonnes conditions ainsi qu'à la direction de l'Irem de Paris 7 et à Nadine Locufier qui assurent la publication de ces actes.

Enfin merci aux responsables de l'association ARDM qui nous ont fait l'honneur de nous confier la responsabilité du séminaire. Ce fut, pour nous, un moment d'échanges très enrichissant.

SOMMAIRE

SOMMAIRE	5
SEMINAIRE NATIONAL MARS 2012	7
SEMINAIRE NATIONAL OCTOBRE 2012	8
Sara ARDITI	9
Lalina COULANGE, Jean-Yves ROCHEX.....	31
Bernadette DENYS et Bernard PARZYSZ.....	55
Barbara JAWORSKI	57
Laurence LEROYER.....	67
Yves MATHERON	87
Tran Kiem MINH.....	105
Ouverture sur... Handicap et apprentissage des mathématiques, quelles recherches.....	125
Teresa ASSUDE	125
Caroline HURON	126
Denis BUTLEN	126
Éric RODITI.....	161
Hussein SABRA.....	189
Maggy SCHNEIDER	215
Gérard SENSEVY	229
Claire VAUGELADE BERG	231

SEMINAIRE NATIONAL MARS 2012

vendredi 16 mars et samedi 17 mars 2012

Ouverture sur... “Handicap et apprentissage des mathématiques, quelles recherches?”

Teresa ASSUDE (ADEF, Aix-Marseille Université)

Handicaps simulés, adaptations et pratiques inclusives en mathématiques

Caroline HURON (Chargée de recherche INSERM, Laboratoire UNICOG, Neurospin)

Dyspraxie et mathématiques : quelles difficultés ? Quelles aides ?

Denis BUTLEN (Université de Cergy Pontoise, LDAR)

Questions autour de l'enseignement des mathématiques en ASH : deux exemples de recherche.
Réflexions et perspectives

Travaux en cours

Barbara JAWORSKI (Mathematics Education Centre, Loughborough University, UK)

Developing teaching of mathematics to engineering students: Teacher research, student epistemology and mathematical competence

Gérard SENSEVY (IUFM de Bretagne, Université de Bretagne Occidentale)

Éléments pour une théorie de l'action didactique conjointe en mathématique

HDR

Eric RODITI (Université Paris Descartes, Laboratoire EDA)

Analyses des pratiques enseignantes en mathématiques et contributions à la « double approche »

Thèses

Claire VAUGELADE BERG (Dept of Mathematical Sciences, University of Agder, Kristiansand, Norway)

Le développement de la pensée algébrique au sein d'une communauté d'inquiry. Etude de la collaboration entre trois enseignants et un chercheur.

Tran Kiem MINH (IUFM de Bretagne)

Apprentissage des fonctions au lycée avec un environnement logiciel : situations d'apprentissage et genèse instrumentale des élèves

SEMINAIRE NATIONAL OCTOBRE 2012

vendredi 19 octobre et samedi 20 octobre 2012

Paroles, Un hommage à François Colmez

Organisé par Bernadette Denys et Bernard Parzysz, avec les interventions du groupe MAG de l'IREM de Paris.

Travaux en cours

Lalina Coulange (Université de Bordeaux, Equipe E3D, LACES) et Jean-Yves Rochex (Université Paris 8, Equipe Escol-Circeft)

La construction des inégalités scolaires : approches sociologique et didactique

Maggy Schneider (Université de Liège)

Un obstacle épistémologique comme trait d'union des travaux d'un laboratoire de didactique des mathématiques

HDR

Yves Matheron (IFE, ENS, Lyon)

De l'étude des phénomènes mémoriels du didactique ordinaire vers l'ingénierie didactique

Thèses

Sara Ardit (IUFM d'Aquitaine, Université Bordeaux 4)

Une analyse de la complexité des relations entre les pratiques des enseignants du primaire et les manuels scolaires à partir d'un exemple

Hussein Sabra (Université Montpellier 2)

La notion d'incident pour comprendre les dynamiques de documentations individuelle et communautaire – cas d'un projet de Sésamath

Laurence Leroyer (Université Caen)

Le rapport au support d'enseignement dans le travail de préparation en mathématiques des enseignants du premier degré

SARA ARDITI

Manuels scolaires et pratiques des enseignants : des relations complexes

sara.arditi@yahoo.fr

IUFM d'Aquitaine, laboratoire LACES

Résumé

Les résultats présentés dans cet article concernent les pratiques de cinq enseignants de CM2 utilisant le manuel *Euromaths* - écrit par des didacticiens. Les analyses menées montrent la complexité des rapports entre les pratiques et les manuels scolaires et en particulier, la complexité des liens entre connaissances mathématiques et didactiques, habitudes de gestion de la classe et utilisation du manuel pour une utilisation fidèle aux conceptions de ses auteurs.

La communicabilité des recherches en didactique est une question récurrente pour la communauté étant donné les difficultés de transmission des ingénieries didactiques à des enseignants ordinaires. La proposition de manuels scolaires dans lesquels des résultats de recherches en didactique ont été transposés par des chercheurs en didactique pourrait constituer une alternative « didactiquement fiable » aux ingénieries didactiques. Or, si la transposition des savoirs effectuée dans les manuels a largement été étudiée et si des didacticiens - conscients du problème de transmission et d'utilisation des ingénieries didactiques par les professeurs des écoles - se sont lancés dans l'aventure de l'écriture de manuels scolaires pour l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, peu de chercheurs se sont encore intéressés à la deuxième étape de la transposition que constitue l'utilisation effective des manuels scolaires par les professeurs des écoles.

Dans cet article, nous nous intéressons à cette deuxième étape de la transposition, c'est-à-dire aux pratiques des enseignants utilisant un manuel donné, écrit par des didacticiens. Le choix du manuel pour effectuer cette étude s'est porté sur *Euromaths*¹ en raison de la conscience que ses auteurs pouvaient avoir des difficultés de transmission des ingénieries didactiques à des professeurs des écoles (Briand & Peltier) mais aussi en raison de la nature de la transposition qui y est effectuée. Les résultats de nos analyses de ce manuel et de sa comparaison avec d'autres ouvrages ont en effet montré que la transposition qui y a été effectuée était minimale et didactiquement fiable². Notre travail de thèse sur la variabilité des pratiques effectives des enseignants utilisant ce manuel a permis cependant de montrer que les pratiques des professeurs des écoles observés s'avéraient différentes les unes des autres et révélaient pour certains enseignants des difficultés de mise en œuvre du manuel (Arditi, 2011). Le lien entre pratiques des enseignants et utilisation d'un manuel scolaire semble de fait complexe. En particulier, nos constats laissent penser que si des connaissances mathématiques et didactiques sont nécessaires à la mise en œuvre des *activités* tirées d'*Euromaths*, elles peuvent ne pas être suffisantes. Tout se passe comme si des gestes précis

¹ Peltier, M-L. ; Briand, J. ; Ngono, B. ; Vergnes, D. (2006) *Euromaths CM2*, Paris : Hatier.

² Ces résultats seront démontrés dans le paragraphe sur le manuel *Euromaths*.

et adaptés contribuait aussi à une mise en œuvre adéquate³ par les enseignants des situations d'apprentissage. Dans cet article, nous cherchons à spécifier – à partir d'un exemple – quels types de pratiques peuvent être compatibles ou non avec l'utilisation du manuel, en relation avec les connaissances mathématiques enseignées aux élèves, et donc les connaissances des enseignants et leurs habitudes de gestion.

A cette fin, il s'agit dans un premier temps de comprendre ce qui est proposé dans *Euromaths* du point de vue des enseignants. L'analyse du manuel que nous proposons dans une première partie de l'article est essentiellement centrée sur les alternatives et marges de manœuvre des enseignants autour de la mise en œuvre d'une *activité*⁴ donnée pour laquelle nous caractériserons un « scénario moyen » qui correspondrait à une mise en œuvre conforme à ce que peuvent attendre les auteurs d'*Euromaths*. C'est en référence à ce scénario moyen que nous cherchons à caractériser la compatibilité des pratiques des enseignants avec l'utilisation de l'*activité* étudiée. Dans la deuxième partie de cet article nous présentons les résultats concernant les pratiques des enseignants en lien avec l'utilisation du manuel et plus particulièrement avec l'*activité* pour laquelle nous aurons défini le scénario moyen. Quand il existait des différences d'utilisation entre enseignants, nous avons cherché à déterminer à quoi elles pouvaient être imputées, notamment en relation avec l'histoire des professeurs, leur expérience, leurs habitudes, leurs connaissances mathématiques et leurs représentations (des mathématiques, de leur enseignement, des élèves et de leurs apprentissages). Enfin, nous avons cherché à caractériser ce que l'on pouvait inférer de l'association des pratiques et du manuel en termes d'apprentissages potentiels des élèves. C'est à partir des résultats de l'analyse menée en fonction de ces différentes questions et en référence au scénario moyen déterminé *a priori* qu'il nous a été possible de caractériser des pratiques conformes – ou non – à ce que pouvaient attendre les auteurs et la relation entre cette conformité – ou non – des pratiques, les habitudes de gestions et les connaissances des enseignants.

Le manuel Euromaths

Pour ces analyses, nous avons choisi de travailler sur l'enseignement des fractions. Ce thème a été privilégié en raison du grand nombre de résultats de recherches en didactiques dont les auteurs ont pu s'emparer afin d'en effectuer une transposition. Dans cette première partie de l'article, nous présentons les résultats des différentes analyses menées autour du manuel *Euromaths* et plus particulièrement autour du processus d'enseignement des fractions au CM2 proposé par cet ouvrage. Nous parlons ici d'analyses, au pluriel, car elles ont été menées selon différentes méthodologies, à différentes échelles – globale et locale – et de différents points de vue – celui de l'élève et de l'enseignant – afin de déterminer les spécificités du manuel et de définir le scénario moyen évoqué plus haut.

Les premiers résultats exposés concernent les savoirs à enseigner contenus dans le manuel. Autrement dit nous présentons les processus d'enseignements, situations d'apprentissages et objets d'enseignement liés à l'enseignement des fractions. Il s'agit de résultats à un niveau global obtenus à partir d'une méthodologie d'analyse issue de la dialectique outil-objet (Douady, 1992) et de la prise en compte des résultats des recherches en didactique autour de l'enseignement des fractions. Ces résultats ont été complétés par la comparaison d'*Euromaths*

³ Il n'y a pas unicité d'une telle mise en œuvre mais il y en a d'autres dont nous pouvons affirmer qu'elles ne sont pas adéquates aux intentions des auteurs

⁴ Le terme d'*activité* est emprunté au manuel *Euromaths*. Il sera noté en italique dans la suite de ce texte afin de différencier ces *activités* des activités de l'enseignant ou des élèves.

avec cinq autres manuels de CM2⁵ afin de déterminer ce qui pouvait faire sa spécificité. Ces analyses à un niveau global nous ont permis de caractériser les « grands choix » effectués par les auteurs. C'est aussi à partir de ces analyses que nous avons pu montrer que le manuel propose une transposition minimale, didactiquement fiable et une progression guidée⁶, caractéristiques qui nous ont menée à choisir de travailler à partir de cet ouvrage.

Dans un deuxième temps, nous présentons les résultats d'analyses locales autour d'une *activité* de découverte proposée par le manuel. Cette *activité* a donné lieu à deux analyses *a priori*, selon deux points de vue : celui de l'élève et celui de l'enseignant. La première analyse est classique en didactique des mathématiques. Elle a notamment pour but de déterminer si l'activité peut constituer une situation d'apprentissage⁷ mais aussi de comprendre ce qui peut être attendu par les auteurs dans la perspective de définir le scénario moyen évoqué en introduction. La deuxième analyse nous a permis de caractériser les alternatives *a priori* – pour les enseignants – autour de la mise en œuvre de l'activité. La mise en regard des résultats de ces deux analyses nous a permis de spécifier le scénario moyen que nous définissons comme une mise en œuvre de l'activité conforme à ce que pourraient attendre les auteurs d'*Euromaths*.

Organisation globale du manuel

Le manuel *Euromaths* est constitué de trois ouvrages : un manuel de l'élève, un livre du maître et un aide-mémoire. De manière assez générale, les enseignants n'utilisent pas le livre du maître. Nous ne précisons donc pas ici ce qui y est proposé et nous focaliserons notre attention sur le manuel de l'élève dans lequel nous avons pu mettre en évidence la construction d'un processus d'enseignement qui se décrit selon les cycles de la dialectique outil-objet. Ce processus est constitué de trois séquences portant respectivement sur les fractions usuelles, les fractions décimales de dénominateur égal à une puissance de dix et les écritures décimales des nombres décimaux. Ces étapes du processus correspondent à la progression envisagée par Brousseau dans ses travaux sur l'enseignement des décimaux (Brousseau, 1998). Ces trois séquences sont liées entre elles. En effet, les fractions décimales de dénominateur égal à une puissance de dix sont tout d'abord introduites parmi les fractions usuelles puis découvertes comme des fractions avec lesquelles il est plus facile de travailler. Les écritures décimales des nombres décimaux sont quant à elles présentées comme une autre forme d'écriture des fractions décimales de dénominateur une puissance de dix. Chaque séquence est découpée en différentes phases qui sont aussi reliées entre elles. Si on prend l'exemple de la première séquence autour des fractions usuelles, elles sont tout d'abord travaillées dans une situation de rappel dans le cadre du partage d'aire, à partir de ce qui a été fait en classe de CM1. Les connaissances, supposées ainsi à nouveau mobilisables pour les élèves, sont réinvesties dans une *activité* pouvant donner lieu à une situation d'apprentissage⁸

⁵ Les manuels utilisés pour la comparaison sont les manuels de CM2 de *J'apprends les Maths*, *Cap Maths*, *Ermel*, *Math Outil* et *Collection Thévenet*.

⁶ La progression est guidée pour un didacticien même si cela peut rester implicite pour les enseignants et invisible pour les élèves.

⁷ La définition que nous retenons d'une situation d'apprentissage tout au long de cet article correspond à celle donnée par Douady (*ibid.*). Il s'agit de problèmes pour lesquels les élèves peuvent/doivent pouvoir comprendre l'énoncé et s'engager dans une procédure de résolution dans laquelle ils mobilisent du connu. Les connaissances visées doivent être des outils adaptés à la résolution du problème. Les élèves ne doivent pas pouvoir résoudre complètement le problème et se retrouvent dans une position de recherche avec un changement de cadre ou de point de vue pour élaborer de nouveaux moyens de résolution. Enfin, le problème doit pouvoir se formuler dans plusieurs cadres différents.

⁸ Les analyses *a priori* que nous avons menée montrent que les différentes *activités* de découverte proposées peuvent constituer des situations d'apprentissage (cf. paragraphe suivant autour de l'analyse *a priori* d'une de ces *activités*).

dans le cadre du partage d'aire et des mesures de longueur puis dans une nouvelle *activité* permettant de faire le lien entre mesures de longueurs et graduations. Enfin, ces différentes *activités* proposées par le manuel sont aussi découpées en différentes questions liées entre elles (cf. analyse a priori de l'activité pour les élèves, ci-dessous) et permettant *a priori* la mise en œuvre de situations d'apprentissage. Suite aux différentes *activités*, une phase de familiarisation est proposée dans les cadres précédemment utilisés ainsi que dans le cadre numérique. Le travail dans ces différents cadres permet la décontextualisation et est supposé amener les élèves à donner aux fractions le statut de nombre. Les différentes étapes du processus d'enseignement sont donc liées par des réinvestissements d'outils explicites ou d'objets construits au fur et à mesure du processus. Elles sont solidaires. Le processus d'enseignement ainsi construit par les auteurs rappelle celui prévu par l'ingénierie didactique construite par Douady et Perrin (1986).

Le manuel *Euromaths* est didactiquement fiable dans le sens où il y est proposé une progression détaillée, des situations construites en dialectique avec le processus d'enseignement et des activités balisées qui peuvent constituer des situations d'apprentissage. Les savoirs à enseigner qui y sont contenus correspondent à une transposition des principaux résultats de recherche en didactique sur l'enseignement des fractions et décimaux, notamment des travaux fondateurs de Brousseau (*ibid.*) et de ceux de Douady et Perrin (*ibid.*). Les liens effectifs entre les différentes activités proposées et le découpage de ces dernières en questions dépendantes les unes des autres permettent de conclure que la progression proposée est guidée ou balisée. Ces résultats sont propres au manuel *Euromaths*. En effet, les différents ouvrages avec lesquels la comparaison a été menée ne proposent pas tous des activités pouvant constituer des situations d'apprentissage, ceux qui en proposent ne permettent pas toujours de faire des liens effectifs entre les différentes activités proposée et ceux pour lesquels c'est le cas ne proposent pas une progression détaillée à l'échelle de l'année scolaire.

Ces différentes caractéristiques du manuel nous intéressent particulièrement dans le sens où la transposition des recherches effectuées semble pouvoir constituer une alternative didactiquement fiable par rapport aux ingénieries didactiques issues de la recherche⁹. Nous cherchons alors à savoir si les *activités* qui y sont proposées sont plus facilement transmissibles aux enseignants que les situations d'ingénieries didactiques. En particulier, nous cherchons à déterminer si le fait de proposer une progression et des *activités* guidées – que les enseignants pourraient *a priori* suivre « pas à pas » – leur permet de mettre en œuvre en classe les situations d'apprentissage prévues par les auteurs.

Analyse a priori de l'activité pour les élèves

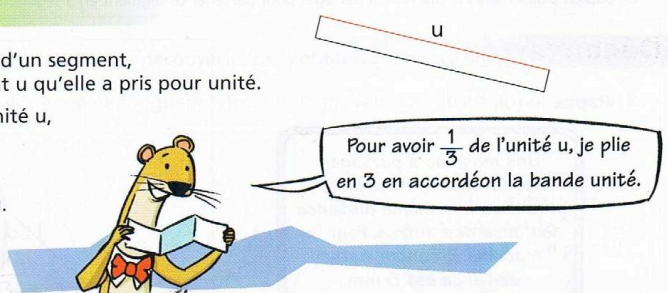
Les analyses *a priori* de l'activité pour les élèves puis pour l'enseignant présentées dans cet article ne le sont pas dans leur intégralité. Les éléments retranscrits ont été choisis afin de décrire le scénario moyen autour d'une activité proposé dans *Euromaths*. Comme cela l'a été précisé en introduction, l'analyse d'une seule activité est présentée et servira de référence pour l'analyse des pratiques des enseignants. L'*activité* de découverte de l'étape 16, deuxième étape de la séquence sur les fractions usuelles (à la suite de la situation de rappel) a ainsi été choisie pour plusieurs raisons. Tout d'abord, elle a été mise en œuvre par chacun des enseignants observés ce qui nous a permis de comparer les différentes pratiques au scénario moyen lié à cette *activité*. De plus, il s'agit d'une transposition d'une des situations de l'ingénierie didactique développée par Douady et Perrin (Douady & Perrin) représentative de ce qui peut être proposé dans le manuel.

⁹ Plus difficiles à mettre en œuvre directement.

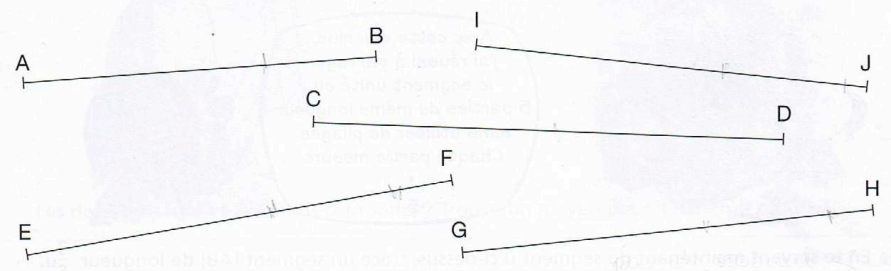
L'activité de découverte de l'étape 16 (présentée ci-dessous) se décline en un texte introductif et trois questions successives.

Découverte

Pour mesurer la longueur d'un segment, Leïla s'est servi du segment u qu'elle a pris pour unité. Elle a reporté une fois l'unité u , puis la moitié de u et enfin le tiers de u . Elle a écrit : $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$.



1. Reproduis la bande de l'unité u . En te servant de cette bande, trouve quel segment Leïla a mesuré.



2. Trouve la mesure de la longueur des autres segments en te servant de l'unité u .

3. Leïla affirme que le segment [GH] mesure $\frac{7}{4}u$. A-t-elle raison ?

Activité de découverte de l'étape 16 du manuel Euromaths

Le texte introductif présente une technique pour obtenir la mesure $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$ d'un segment donné. La tâche relative à la première question consiste à retrouver ce segment parmi plusieurs. Son but est d'amener les élèves à utiliser une certaine forme d'écriture pour transcrire la mesure des segments. Etant donné l'écriture et la technique données dans le texte, les élèves vont être amenés à poser d'abord l'unité u puis des fractions de cette unité sur chacun des segments afin de retrouver celui proposé dans le texte. La technique utilisée pour cette première question va donc conduire les élèves à exprimer la mesure de la longueur d'un segment sous une forme complexe et va être routinisée lors de la tâche relative à la deuxième question qui propose aux élèves de mesurer les segments restants. Le but plus particulier de cette deuxième tâche est d'amener les élèves à trouver pour le segment noté [GH] une mesure de la forme $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$ ou $1u + \frac{3}{4}u$. L'obtention d'une de ces mesures est nécessaire pour que la dernière question – lors de laquelle il s'agit de savoir si « Leïla »¹⁰ a raison lorsqu'elle propose $\frac{7}{4}u$ comme mesure pour le segment [GH] – constitue une situation d'apprentissage. Les élèves ne peuvent pas directement répondre à cette question puisqu'ils ont du obtenir l'écriture des mesures sous une autre forme. Ils vont devoir mesurer à nouveau le segment à l'aide d'une autre technique que celle utilisée pour les premières questions ou passer au cadre numérique afin de remarquer l'égalité de la mesure obtenue lors de la question 2 – $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$ ou $1u + \frac{3}{4}u$ – et de la mesure proposée sous la forme $\frac{7}{4}u$. Les

¹⁰ Leïla est un des personnages récurrents du manuel.

premières questions de l'activité permettent donc de mettre en place les éléments nécessaires à la résolution de la dernière question qui peut alors constituer une situation d'apprentissage.

Le découpage en questions – dépendantes les unes des autres et permettant à la fois de construire un milieu propice à la confrontation des élèves à une situation d'apprentissage et d'amener à l'enjeu d'enseignement – « balise » l'activité. Ce balisage ou itinéraire est « visible » pour un didacticien mais peut rester implicite au moins en partie pour un enseignant et est invisible pour un élève. La connaissance visée pour les élèves correspondant à l'enjeu de la situation est unique : il s'agit de remarquer l'égalité de différentes écritures pour une même mesure. L'objectif plus général étant de travailler les fractions.

Analyse a priori de l'activité pour le professeur

L'analyse *a priori* de l'activité de découverte a permis de conclure qu'elle était bien balisée et candidate à la mise en œuvre d'une situation d'apprentissage en classe. Cependant, la possibilité de mettre en œuvre une situation d'apprentissage à partir de ce qui est proposé dans le manuel dépend des choix effectués par les enseignants autour des alternatives possibles pour la mise en œuvre. La caractérisation des alternatives et des conséquences possibles de leur investissement nous a permis de spécifier un scénario moyen. Plus précisément, la mise en regard de l'analyse *a priori* de l'activité pour le professeur, de celle effectuée côté élèves et des choix des auteurs du manuel exposés dans le livre du professeur nous a permis de déterminer certains gestes nécessaires à la mise en œuvre d'une situation d'apprentissage conforme à ce qu'attendent les auteurs à partir de l'activité prescrite dans le manuel. Ces analyses ont aussi permis de caractériser certaines alternatives ne permettant pas la réalisation de ce scénario moyen et pouvant amener à des dérives lors de la mise en œuvre en classe.

Pour présenter les résultats nous avons découpé l'activité en quatre temps. Le premier correspond à la prescription de l'activité et les trois autres correspondent respectivement à la mise en œuvre des trois questions proposées. L'analyse *a priori* de l'activité présentée dans le paragraphe précédent montre que les deux premières questions permettent la mise en place des éléments nécessaires à la résolution de la dernière question qui peut alors constituer une situation d'apprentissage. Pour déterminer le scénario moyen correspondant à ce que peuvent attendre les auteurs et plus particulièrement à la mise en œuvre de la situation d'apprentissage à partir de ce qui est proposé dans le manuel nous allons caractériser des gestes qui semblent nécessaires en partant de la question 3 qui peut constituer une situation d'apprentissage à condition que certains éléments soient mis en place en amont de sa résolution.

a. Synthèse a priori attendue par les auteurs

Afin de soulever l'enjeu d'enseignement qui correspond à l'équivalence d'une écriture complexe et d'une écriture fractionnaire pour la mesure d'un même segment tous les élèves doivent être confrontés à l'existence de ces différentes écritures. Si c'était bien le cas, alors il serait possible d'effectuer la synthèse *a priori* attendue par les auteurs – et donc faisant partie du scénario moyen – qui consisterait à noter l'égalité de ces deux écritures. Il existe différents cadres pour effectuer cette synthèse : celui des mesures et le cadre numérique avec un retour possible au cadre du partage d'aires. En effet, on peut remarquer que les deux écritures représentent la même mesure et sont donc équivalentes ce qui amène à l'égalité suivante

$1u + \frac{3}{4}u = \frac{7}{4}u$. L'égalité peut aussi être démontrée dans le cadre numérique en remarquant que $1 = \frac{4}{4}$ et donc que $1 + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$. Un retour au cadre du partage d'aire est possible afin de remarquer l'égalité $1u = \frac{3}{3}u$ en utilisant la bande unité. C'est la deuxième égalité –

$1 + \frac{3}{4} = \frac{7}{4}$ – qui est suggérée dans la synthèse proposée par l’accompagnement du livre du professeur. Le scénario moyen devrait donc permettre aux enseignants d’y aboutir. Quoiqu’il en soit, il est nécessaire que chacun des élèves ait pu obtenir au moins deux écritures de la mesure du segment [GH] – une sous la forme complexe $1\text{ u} + \frac{1}{2}\text{ u} + \frac{1}{4}\text{ u}$ ou sous la forme d’une somme d’un entier et d’une seule fraction $1\text{ u} + \frac{3}{4}\text{ u}$ et une sous la forme fractionnaire $\frac{7}{4}\text{ u}$ – afin de soulever la question de leur égalité.

b. Scénario moyen autour des questions 1, 2 et 3 pour aboutir à la synthèse attendue

La question 3 permet de s’assurer de l’obtention de la mesure $\frac{7}{4}\text{ u}$ à condition que chacun des élèves ait individuellement vérifié cette mesure à l’aide de sa bande unité. Un contrôle du travail de chacun des élèves (ou au minimum des élèves moyens ou en difficulté) par l’enseignant semble nécessaire lors de cette dernière question pour que cette condition soit remplie.

De la même façon, pour que les élèves soient confrontés à l’existence de plusieurs écritures pour la mesure du segment [GH], il est nécessaire qu’ils en obtiennent une mesure correcte lors du travail sur la question 2. Pour cela deux alternatives sont possibles. La première consiste en un suivi individuel des élèves lors de la phase de recherche de la mesure des segments proposés dans l’activité. Les aides apportées par l’enseignant doivent permettre à tous les élèves de la classe de trouver au moins une mesure pour le segment [GH]. Si ce n’est pas le cas, c’est lors de la mise en commun que les élèves vont devoir vérifier les différentes mesures obtenues pour chacun des segments. En effet, pour cette question il n’existe pas de critère de validité¹¹. Autrement dit pour cette question, les élèves n’ont pas les moyens de valider leurs résultats. L’enseignant n’a d’autre choix que d’évaluer les réponses des élèves. Cependant, afin de les impliquer et de permettre à chacun d’obtenir l’une des deux mesures possibles pour le segment [GH] – $1\text{ u} + \frac{1}{2}\text{ u} + \frac{1}{4}\text{ u}$ ou $1\text{ u} + \frac{3}{4}\text{ u}$ – il est possible de demander aux élèves de vérifier ces mesures comme ils ont pu le faire pour le segment mesuré par Leïla lors de la première question. Une évaluation par l’enseignant des mesures obtenues par les élèves pour la question 2 sans renvoi des élèves à un travail de vérification individuel ne suffirait pas à ce que les élèves prennent conscience de l’existence de plusieurs mesures pour un même segment et ne suffirait donc pas à ce qu’ils soient confrontés à la situation d’apprentissage liée à la question 3.

Pour s’assurer que les élèves obtiennent la mesure du segment [GH] sous une forme complexe ou sous la forme de la somme d’un entier et d’une fraction inférieure à l’unité, il est nécessaire que la question 1 soit réalisée de façon à ce qu’ils utilisent la technique du personnage de Leïla qu’ils appliqueront à nouveau par la suite. Comme dans le cas de la question 2, il n’existe pas de critère de validité. Il s’agit pour cette question de construire une technique de mesure particulière et si certains élèves n’ont pas réussi à résoudre la tâche il semblerait que cela soit lié au fait qu’il n’aient pas réussi à construire la technique de mesure¹². Le renvoi à une vérification des mesures obtenues lors de la mise en commun tel qu’il a été proposé pour la question 2 n’est donc pas suffisant. Il s’agit déjà ici de vérifier une

¹¹ Margolinas (2004) définit les critères de validité comme des connaissances qui vont être nécessaire à l’existence d’un milieu pour la validation.

¹² Il est aussi possible que les erreurs des élèves soient dues à des imprécisions liées à la petitesse de la bande unité et des segments.

mesure donnée, donc si la technique n'a pas été construite une nouvelle vérification n'apporterait rien. Il s'agit d'une des difficultés de gestion de la mise en œuvre de cette *activité*. Puisqu'il n'existe pas de critère de validité, seule une évaluation des réponses semble envisageable. Mais elle ne suffit pas à ce que les élèves construisent la technique de mesure utile pour la suite de l'activité. Or, cette technique est indispensable pour que les élèves résolvent la question 2 et se retrouvent confrontés à une situation d'apprentissage lors de la mise en œuvre de la dernière question. Plusieurs alternatives s'offrent aux enseignants afin de permettre aux élèves de construire la technique de mesure. Ils peuvent évaluer les réponses et simuler la procédure de mesure des segments au tableau – poser l'unité u , noter où arrive l'unité, poser la moitié de l'unité u , etc. – ce qui réduirait la tâche de construction de la technique de mesure pour les élèves mais leur permettrait de résoudre la tâche relative à la question 2. Pour que le problème continue d'exister pour chacun, ils peuvent aussi les renvoyer à une tâche permettant de retrouver ce segment. Mais le fait de renvoyer les élèves en difficulté à retravailler sur la question 1, en leur proposant éventuellement des aides individualisées pour la construction de la technique de mesure, pourrait les pénaliser. Le temps qu'ils cherchent à nouveau la réponse à la question 1, les autres élèves travailleraient sur la question 2. Les différents élèves de la classe n'avanceraient pas au même rythme et ne pourraient pas tous bénéficier des mises en commun relatives aux deux dernières questions. Or, l'une d'elle est nécessaire à la réalisation de l'autre qui constitue la situation d'apprentissage. Il semble donc important que les élèves de la classe n'avancent pas à des rythmes trop différents. Une gestion possible de l'apparition de plusieurs réponses à la question 1 serait alors de renvoyer directement les élèves à la question 2 qui consiste à mesurer tous les segments. Cela donnerait l'occasion à l'enseignant d'apporter les aides individualisées nécessaires à la construction de la technique de mesure tout en faisant avancer le temps de l'*activité* de la même façon pour tous les élèves. De plus, à l'issue de la réalisation de cette nouvelle tâche tous les élèves pourraient aussi apporter une réponse à la question 1. Concernant cette première tâche, seule l'évaluation sans simulation de la technique de mesure et le renvoi au travail sur la question 1 paraissent réellement compromettre la possibilité de mise en œuvre de la situation d'apprentissage. L'important pour cette tâche réside dans le fait que les élèves puissent comprendre et utiliser la technique de mesure et que tous avancent au même rythme.

c. Mode de prescription de l'activité

Pour favoriser la mise en place de cette technique, le texte introductif et la bulle du furet doivent être lus et éventuellement commentés en classe entière en même temps que la première question¹³. Si le texte n'était pas lu, il pourrait manquer des éléments de résolution aux élèves, éléments tels que la mesure du segment de Leïla, la technique utilisée par cette dernière et la façon de plier la bande unité en trois parties égales. Sans les deux premiers, les élèves pourraient être amenés à mesurer les segments de façon à obtenir leur écriture sous la forme d'une seule fraction or nous avons vu qu'il était nécessaire qu'ils obtiennent une écriture complexe de la mesure. Sans la proposition du personnage du furet, ils pourraient ne pas penser à plier la bande en trois parties égales¹⁴ ou ne sauraient pas comment faire. Ils ne pourraient donc pas retrouver la mesure du segment de Leïla. Si au contraire le texte était lu dans son ensemble, c'est-à-dire si les enseignants prescrivaient les trois questions dès le départ, les élèves pourraient alors mesurer les segments sous la forme d'une seule fraction suite à la prise de connaissance de la question 3. Les différentes mesures pour un même segment pourraient alors ne pas apparaître. Toutefois, les conséquences des alternatives investies par les enseignants autour de la lecture faite du texte introductif dépendent d'autres

¹³ C'est par ailleurs ce qui est prescrit à l'enseignant dans l'accompagnement du livre du professeur *Euromaths*.

¹⁴ Les élèves ont tendance à plier la bande en deux puis encore en deux, etc.

éléments de la mise en œuvre. En particulier, la non-lecture du texte introductif dépend des habitudes de gestion de la prescription des tâches. Il se peut que ce soit l'usage que les élèves lisent individuellement le texte, par exemple dans des classes où ils seraient habitués à travailler en autonomie. L'importance de la lecture du texte et de sa reformulation dépend aussi et surtout du travail qui a pu être effectué en amont, notamment du fait que l'*activité* préparatoire de découverte citée dans le livre du professeur de CM2 et décrite dans celui de CM1 ait ou non été mise en œuvre. En effet, il s'agit d'une situation de communication à l'issue de laquelle les élèves peuvent avoir déjà construit la technique de mesure utile pour les questions 1 et 2 de l'*activité*. Enfin, parmi les alternatives possibles autour de cette question, il est à noter que certains gestes amenant une réduction de la tâche ne portent pas à conséquence sur la mise en œuvre d'une situation d'apprentissage. En effet, la graduation de la bande ou la mise en place collective d'une technique de mesure (poser d'abord l'unité u et noter cette longueur sur la bande, puis poser la moitié de l'unité u , etc.) peuvent réduire la tâche liée à la question 1 sans pour autant nuire à la mise en place des éléments nécessaires au travail sur la question 3 ou à la synthèse qui peut y être liée. A ce sujet, le paragraphe des premiers chapitres du livre du professeur, présentant les choix des auteurs, relate que les aides apportées par le professeur peuvent apporter des éléments pour la résolution avec une réduction éventuelle de la tâche à condition d'en garder l'enjeu principal. Or c'est bien le cas ici.

d. Définition du scénario moyen

A partir de ces éléments, il est possible de décrire un scénario moyen autour de la mise en œuvre de cette activité. Il correspondrait dans un premier temps à la proposition de la lecture du texte introductif et de la bulle du furet. Puis, les enseignants auraient à s'assurer que les élèves aient bien construit la technique de mesure des segments qui consiste à en obtenir une écriture complexe, qu'ils aient obtenu une mesure sous cette forme pour le segment $[GH]$ et enfin qu'ils soient individuellement convaincus qu'on peut aussi obtenir la mesure $\frac{7}{4} u$ pour ce même segment. Pour cela, on peut imaginer deux types de gestion de la mise en œuvre qui consisteraient à l'apport d'aides individualisées lors des trois questions de l'activité ou au renvoi à un travail de vérification des mesures proposées lors des épisodes de mise en commun. Un des éléments importants du scénario moyen consiste à permettre à tous les élèves d'avancer au même rythme afin de bénéficier des diverses mises en commun nécessaires au bon fonctionnement de l'*activité* ainsi qu'à la synthèse sur l'égalité des écritures. Certaines alternatives existent autour de ce scénario moyen et ne nuisent pas à la mise en œuvre d'une situation d'apprentissage : proposition de l'activité préparatoire de découverte, autres modes de lecture du texte introductif (à certaines conditions), graduation de la bande unité ou proposition d'une technique de mesure des segments en classe entière. D'autres alternatives pourraient au contraire empêcher la mise en œuvre d'une situation d'apprentissage comme par exemple la non lecture du texte introductif et de la bulle du Furet ou l'évaluation des réponses des élèves sans renvoi à une vérification individuelle de ces mesures. Il semblerait donc qu'une forte présence de l'enseignant pour l'accompagnement des élèves lors de la réalisation de la tâche soit requise pour que cette *activité* puisse constituer une situation d'apprentissage et pour que sa mise en œuvre soit conforme à ce que peuvent en attendre les auteurs.

Pratiques des enseignants utilisant le manuel Euromaths

Analyser la diversité et dégager la variabilité des pratiques des professeurs utilisant un même manuel écrit par des didacticiens demande l'observation d'un assez grand nombre d'enseignants. Cependant, pour avoir une analyse fine des pratiques, il faut aussi le restreindre. C'est pourquoi, en prenant en compte ces deux arguments nous avons analysé les

pratiques de cinq enseignants utilisant le manuel *Euromaths*. Pour chacun de ces enseignants, le cycle d'enseignement sur les fractions et l'introduction des décimaux a été observé dans son intégralité, les séances ont été enregistrées puis retranscrites. Des entretiens ont eu lieu avant le début des observations et à la fin. Dans cet article, nous nous intéressons surtout à la mise en œuvre d'une séance particulière, en lien avec l'analyse ci-dessus. Cependant les résultats obtenus à partir de cette seule séance n'ont pu être interprétés qu'au regard de l'analyse au niveau global et de l'analyse de la mise en œuvre d'autres *activités*.

L'analyse des pratiques que nous avons menée a été effectuée afin d'avoir accès aux savoirs enseignés en classe. Autrement dit, nous cherchons à appréhender la contribution des pratiques des enseignants aux apprentissages des élèves en relation avec le manuel. Il s'agit de comprendre comment s'effectue le passage des savoirs à enseigner contenus dans le manuel – et décrits dans les paragraphes précédents – aux savoirs enseignés en classe. En partant de l'hypothèse que les activités des élèves sont déterminantes de leurs apprentissages, leur caractérisation donne un accès aux savoirs enseignés. Or, les activités des élèves dépendent de ce que l'enseignant organise pour eux. Mais nous prenons aussi en compte le fait que l'enseignant exerce un métier et qu'il développe alors des stratégies personnelles par rapport aux contraintes et aux buts de ce dernier (Robert, 2001). C'est donc en adoptant le point de vue théorique de la « double approche » didactique et ergonomique des pratiques des enseignants selon lequel leur analyse ne peut pas se réduire à l'analyse des apprentissages potentiels des élèves (Robert, *ibid.*) que nous avons mis en place un cadrage théorique issu de la théorie de l'activité.

Nous avons fait le choix de travailler sur le thème de l'enseignement des fractions. On peut considérer que le but de l'enseignant va être d'enseigner cette notion à ses élèves. Ce but peut se traduire par la réalisation de différentes tâches. L'une d'elle va être de construire une progression pour l'enseignement des fractions. Les mises en œuvre respectives des *activités* de découverte du manuel en classe constituent autant de nouvelles tâches pour l'enseignant. Dans cet article c'est à la mise en œuvre d'une d'entre elles que nous nous intéressons particulièrement, comme une tâche à réaliser par l'enseignant. En nous basant sur la théorie de l'activité de Leplat (1997) et sur son adaptation proposée par Orsola-Mangiante (2007) pour l'analyse de pratiques d'enseignants, nous prenons en compte différentes étapes de la transposition par l'enseignant de la tâche prescrite par le manuel. Elles correspondent à la représentation de la tâche, sa redéfinition et sa réalisation.

a. Représentation et redéfinition de la tâche

Le travail de représentation et de redéfinition ayant lieu avant la classe ne peut être accessible qu'à partir du discours des enseignants. Ceux qui nous ont reçu dans leurs classes ont tous fait le choix d'utiliser le manuel et le justifient tous par une adéquation avec les choix effectués par les auteurs. Seulement la compatibilité peut n'intervenir que dans l'idée ou dans le discours (Robert, 2004). C'est donc essentiellement à partir de ce qui se passe en classe que l'analyse des pratiques a été menée.

La redéfinition de la tâche a lieu en amont de la mise en œuvre en classe mais peut aussi se prolonger lors de sa réalisation. La redéfinition effectuée avant la classe dépend de la représentation que l'enseignant se fait de la tâche notamment en fonction de son histoire, de son expérience, de ses représentations des mathématiques, de leur enseignement mais aussi de ses élèves. A cette étape l'enseignant prévoit « les gestes professionnels à utiliser afin d'opérationnaliser la tâche représentée » (Orsola-Mangiante, *ibid.*). La tâche redéfinie correspond à la tâche que l'enseignant redéfinit pour lui-même, mais aussi à celle qu'il redéfinit pour les élèves à partir de ce qui se trouve dans le manuel. La tâche prescrite aux élèves en début de séance et les gestes employés par l'enseignant à ce moment-là

correspondent donc en partie à la tâche redéfinie en amont de la séance et ce, à la fois en fonction des alternatives autour de la mise en œuvre de l'*activité* mais aussi en fonction des marges de manœuvre liés au métier d'enseignant. En déterminant la tâche prescrite et son mode de prescription, il est donc possible de remonter à certains choix effectués par l'enseignant en fonction de différentes caractéristiques de ses pratiques. En particulier, l'analyse de cette tâche permet de recueillir des informations concernant les composantes cognitive, médiative et personnelle des pratiques, c'est-à-dire les contenus, les déroulements et certaines représentations des enseignants concernant les mathématiques, leur enseignement ou leurs élèves.

b. Réalisation de la tâche

Pour réaliser la tâche qu'il a redéfinie « l'enseignant mobilise certains savoirs, fait appel à ses représentations, met en œuvre des gestes professionnels » (Orsola-Mangiante, *ibid.*). Pour comprendre quelle tâche est réalisée par l'enseignant, ce sont les déroulements en classe que nous avons analysés. La notion de gestes professionnels reprise pour définir les différentes tâches de l'enseignant est centrale dans notre analyse. Ils correspondent à des unités élémentaires des pratiques, identifiables et indépendants les uns des autres (Butlen, 2004). Ils sont automatiques et répétitifs et permettent à l'enseignant de réaliser son projet. Ils peuvent s'organiser entre eux et constituent alors une routine. Butlen (*ibid.*) définit trois types de routines. Celles qui nous intéressent plus particulièrement ici sont les routines de troisième type directement liées à l'enseignement des mathématiques. Elles sont relatives à la place et au rôle de la situation, à l'explicitation des procédures ainsi qu'à l'institutionnalisation et à la décontextualisation. Elles nous permettent de mieux comprendre comment et pourquoi les enseignants redéfinissent les tâches qui leur sont prescrites en fonction d'une logique liée à leurs pratiques. Pour caractériser ces routines, il est nécessaire d'étudier les interactions en classe. Afin de mieux comprendre comment l'enseignant réalise la tâche, nous prenons donc en compte la répartition des responsabilités entre l'enseignant et les différents élèves de la classe, le type d'échanges – nature et contenu du questionnement du professeur – et les modes de validation. Il est à noter que si l'analyse de la mise en œuvre d'une seule *activité* est présentée ici, l'analyse des pratiques a été menée autour de la mise en œuvre de plusieurs activités pour chacun des enseignants. En effet, afin de repérer les régularités dans les pratiques et notamment de caractériser les gestes et routines, l'étude d'une seule séance ne suffit pas.

Enfin, l'analyse de la tâche réalisée par les élèves nous a donné un accès à leurs apprentissages potentiels. Nous avons vu que la tâche qu'ils réalisent dépend de ce que l'enseignant organise pour eux et donc en particulier de la tâche qu'il leur prescrit. Celle-ci a donc été analysée afin de déterminer quelles mathématiques étaient proposées à leur fréquentation et quelle part d'initiative pouvait leur rester après la prescription. Les échanges entre élèves et enseignants (temps de parole des élèves et de l'enseignant, quels élèves sont interrogés, quelles formes d'aides sont proposées, place et rôle des élèves, types de médiation, nature et questionnement du professeur, éléments de validation) nous ont permis de compléter la caractérisation des tâches réalisées par les élèves et par l'enseignant.

L'analyse en terme de gestes et routines, complétée par l'analyse des interactions nous a permis de définir les tâches réalisées en classe par chaque enseignant. Nous avons alors pu comparer ce que les professeurs des écoles organisaient en classe avec le scénario moyen correspondant à ce que l'on avait pu déduire de la lecture du manuel et de ce que pouvait attendre ses auteurs. Cela nous a permis de conclure sur la compatibilité des pratiques des enseignants avec l'utilisation du manuel.

Des pratiques compatibles avec l'utilisation du manuel

Parmi les cinq enseignants observés, deux d'entre eux – enseignants nommés A et B – nous semblent avoir des pratiques compatibles avec l'utilisation du manuel. Ces enseignants ont pourtant des profils très différents et réalisent des tâches très différentes. Pour autant ce que chacun d'eux organise en classe correspond au scénario moyen déterminé *a priori*.

a. Un scénario moyen lié à une gestion collective des élèves de la classe

L'enseignante B adopte une première version du scénario moyen liée à une gestion collective des élèves de la classe. Afin de préciser ce à quoi correspond une telle version nous proposons une brève description de la mise en œuvre de l'*activité* par cette enseignante. Nous avons vu que pour que les élèves soient réellement confrontés à la situation d'apprentissage liée à la troisième question de l'*activité* de découverte du manuel la mise en œuvre de certains gestes semblait nécessaire. Dans un premier temps le texte introductif et la bulle du furet devaient être lus et éventuellement commenté en classe entière, ce qui est le cas dans cette classe où après une lecture individuelle, la question 1 et le texte introductif sont explicités plusieurs fois sous la forme de maïeutiques entre les élèves et l'enseignante. Puis, lors de la réalisation des trois questions de la découverte, nous avons noté qu'une grande présence de l'enseignant semblait nécessaire. Les possibilités de gestion consistaient pour l'enseignant à renvoyer régulièrement à un travail de vérification des mesures proposées – notamment lors des épisodes de mise en commun – ou à apporter une aide individualisée aux élèves en ayant besoin. Cette enseignante ayant un mode de gestion collectif propose un scénario correspondant à la première de ces alternatives. Prenons l'exemple de la mise en commun de la première question pour laquelle il s'agissait de retrouver parmi plusieurs segments celui mesuré par un des personnages du manuel. A l'issue de cette question, l'enseignante procède à une mise en commun et demande aux élèves à quel segment correspond la mesure donnée. Tous les segments sont proposés par les élèves. Elle adopte alors une des postures définies dans l'analyse *a priori* de l'activité pour le professeur et renvoie les élèves à la réalisation de la question 2. Lors de ce nouvel épisode de recherche, elle apporte son aide aux élèves en difficulté afin de leur permettre de construire la technique de mesure des segments utile à la suite de l'exercice. A l'issue de la réalisation de la deuxième question les élèves ont donc tous construit la technique de mesure et avancent au même rythme dans le sens où ils travaillent tous sur les mêmes questions en même temps. Au moment de la mise en commun de la question 2, ils peuvent tous participer. Lors de cet épisode collectif, elle renvoie systématiquement les élèves à une vérification individuelle de chacune des mesures proposées par les élèves de la classe. La gestion de cet épisode est par ailleurs emblématique de la « gestion collective » mise en place par cette enseignante. Pour décrire le fonctionnement des échanges lors des mises en commun, nous avons partagé la classe en trois sous-classes d'élèves¹⁵ : les élèves en difficultés, les élèves moyens et les bons élèves. L'enseignante commence généralement par interroger un représentant de la sous-classe des élèves moyens. Pour la question 2, elle interroge par exemple un de ces élèves pour donner la mesure du segment [GH]. Puis, elle vérifie que les élèves en difficulté aient compris et peut notamment rediscuter des solutions et procédures avec un élève faisant figure de représentant de cette sous-classe. En dernier lieu elle laisse la parole aux très bons élèves de la classe lorsqu'ils ont de nouveaux éléments à apporter. Par exemple, pendant l'échange autour de la mesure de [GH] un très bon élève répète plusieurs fois à haute voix que l'on peut trouver une autre

¹⁵ Les « sous-classes » d'élèves correspondent à un ensemble d'élèves de niveau plus ou moins équivalent et pouvant tenir le même rôle lors du déroulement. Elles ont été définies en fonction de ce que nous avons pu observer dans la classe, de ce que l'enseignante pouvait rapporter de ses élèves et de la constitution du groupe bénéficiant du soutien en mathématiques. Lorsqu'un élève d'une « sous-classe » est interrogé on estimera que les élèves de cette « sous-classe » sont représentés.

mesure pour ce segment sous la forme $1u + \frac{3}{4}u$. C'était la mesure $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{4}u$ qui avait été obtenue par tous les autres élèves de la classe et proposée par un des élèves moyens. L'enseignante attend que tous les élèves soient prêts à recevoir cette nouvelle information avant de relever cette remarque. C'est-à-dire qu'elle s'assure que tous les élèves soient bien d'accord sur la première mesure proposée et l'aient vérifiée avant de leur demander ce qu'ils pensent de ce résultat et d'en arriver à l'égalité des deux écritures. Lors de la question trois, elle recense les différentes méthodes des élèves pour démontrer la véracité de la proposition $\frac{7}{4}u$ pour la mesure de [GH]. L'égalité est alors démontrée dans le cadre des mesures de longueurs. C'est-à-dire que l'écriture proposée par Leïla est validée par une vérification de sa mesure. Elle est aussi démontrée dans le cadre du partage d'aires, en partant de la représentation de l'égalité entre $\frac{1}{2}u$ et $\frac{2}{4}u$ sur la bande unité. Enfin, un des très bons élèves de la classe la démontre dans le cadre numérique.

Au final, dans cette classe il semblerait que tous les élèves soient confrontés à la situation d'apprentissage de la question 3. Ils ont tous les éléments nécessaires pour se poser la question de l'égalité des deux écritures obtenues pour un même segment. La forme du scénario obtenue correspond à celle de gestion collective de la classe pour laquelle chaque sous-classe d'élève est représentée lors des épisodes de mise en commun et pour laquelle l'enseignante apporte son aide aux élèves en difficulté.

b. Un scénario moyen liée à une gestion individuelle des élèves de la classe

La mise en œuvre de l'*activité* par l'enseignant A correspondrait plutôt à une version du scénario moyen liée à une gestion individuelle des élèves. Il est le seul des cinq enseignants à proposer l'*activité* préparatoire de découverte évoquée dans le livre du maître de CM2 et décrite dans celui de CM1. Cette *activité* préparatoire de découverte correspond à une situation de communication dans le cadre des mesures de longueur. Les élèves ont à tracer un segment sur une feuille de papier blanc. Après distribution d'une bande unité, on demande à chaque d'écrire un message qui permettra à un autre élève de tracer le même segment. On peut envisager plusieurs raisons au fait que cet enseignant soit le seul à proposer cette *activité*. Tout d'abord, il est le seul des enseignants observés à avoir l'ouvrage de CM1 dans sa classe étant donné qu'il travaille en double niveau. Ensuite, le fait de travailler avec un petit nombre d'élèves peut éventuellement encourager le travail à partir d'une situation de communication. Enfin, cet enseignant évolue dans le milieu de la didactique et a une formation universitaire en mathématiques. On peut donc penser que ces connaissances en mathématiques et en didactique lui permettent de percevoir l'intérêt de cette situation. Quoi qu'il en soit, la mise en œuvre de cette *activité* de découverte amène les élèves à construire la technique de mesure permettant d'obtenir des résultats sous forme complexe et utile à la réalisation de l'*activité* de découverte de l'étape 16. La prescription de la tâche est alors beaucoup plus rapide que dans la classe de l'enseignante B. Le texte n'est pas lu dans son ensemble. L'enseignant se contente de demander aux élèves d'ouvrir leur livre et de travailler sur la question 1 de l'*activité*. Il précise toutefois la mesure obtenue par le personnage de Leïla mais sans revenir à la procédure qu'elle utilise. Les élèves ayant déjà travaillé sur la technique de mesure lors de l'*activité* préparatoire de découverte, la non-lecture collective du texte ne semble pas poser de problème pour la réalisation de la tâche relative à la question 1. De plus, si l'enseignant ne demande pas non plus aux élèves de lire le texte individuellement, on peut penser que dans une classe de double niveau ils ont l'habitude de travailler en autonomie et peut-être lisent-ils

le texte sans qu'on le leur demande¹⁶. Quoiqu'il en soit, les élèves travaillent bien sur la tâche correspondant à la question 1 telle qu'elle est prescrite dans le manuel et il ne semble pas leur manquer d'éléments pour sa résolution. Les épisodes de travail individuel sur les différentes questions sont longs. Lors de ces derniers, l'enseignant propose des aides individualisées à chacun des élèves de la classe. Les élèves étant très peu nombreux, il a le temps de s'assurer que chacun a construit la technique de mesure, obtenu une mesure sous forme complexe pour [GH] et vérifié l'écriture proposée dans la question 3. On peut aussi noter que l'organisation de la classe par tables de quatre élèves leur permet de confronter leurs résultats et de se corriger avant les épisodes de mise en commun. Par exemple pour répondre à la question 1, deux binômes face à face se sont rendus compte qu'ils n'avaient pas trouvé le même segment. Ils ont donc décidé de vérifier leurs mesures et se sont rendu compte qu'aucun de leurs réponses n'étaient correcte. Ils ont alors effectué de nouvelles mesures et retrouvé le segment mesuré par Leïla. Au moment de mettre en commun, les élèves ont tous trouvé les bonnes mesures et l'enseignant peut alors procéder à une évaluation sans que cela ne porte à conséquence sur la suite de l'activité et sur la confrontation des élèves à la situation d'apprentissage relative à la question 3. La synthèse des égalités est effectuée dans le cadre numérique avec un retour au cadre du partage d'aires – représentation sur la bande unité de l'égalité entre $\frac{1}{2}$ et $\frac{2}{4}$ par exemple.

Dans cette classe, le déroulement correspond bien à une des variantes possibles du scénario moyen. Toutefois, celle-ci est très différente de celle observée dans la classe de l'enseignante B puisque elle est liée à une gestion individuelle des élèves pour laquelle l'enseignant apporte à chacun l'aide qui lui est utile afin d'obtenir les deux mesures pour un même segment et de pouvoir en conclure à l'égalité des écritures. Ce déroulement semble découler – au moins en partie – du travail dans une classe de double niveau, à la fois parce que les élèves sont habitués à avoir des responsabilités liées au travail en autonomie et parce que le petit nombre d'élèves travaillant sur l'*activité* permet le suivi individuel et personnalisé de chacun d'entre eux. Le déroulement dans cette classe est aussi représentatif de la diversité des déclinaisons possibles du scénario moyen. Certains gestes qui auraient pu porter à conséquence sur la suite de l'*activité* mis en lien avec d'autres gestes et épisodes du déroulement permettent la mise en œuvre de la situation d'apprentissage. Par exemple, le fait que le texte ne soit pas lu ne pose pas de problème puisque les élèves ont déjà construit la technique de mesure et qu'ils travaillent de façon plutôt autonome. De la même façon, les évaluations effectuées lors des mises en commun ne sont pas problématiques puisque les élèves ont tous trouvé des résultats justes à ce moment là. Nous verrons que ces mêmes gestes, dans d'autres classes, peuvent conduire à une incompatibilité des pratiques avec l'utilisation du manuel.

c. En conclusion sur les enseignants ayant des pratiques compatibles avec l'utilisation du manuel

Les deux enseignants A et B semblent donc avoir des pratiques compatibles avec l'utilisation du manuel. Or, parmi les professeurs des écoles dont nous avons analysé les pratiques, ils sont les deux seuls à avoir des formations en mathématiques et/ou didactique. L'enseignant A évolue dans le milieu de la didactique et a une maîtrise en mathématiques alors que l'enseignante B a suivi un certain nombre de formations complémentaires en mathématiques à l'IUFM, travaille en lien étroit avec des formateurs et chercheurs en

¹⁶ Si nous le précisons ici c'est que dans d'autres classes dans lesquelles le texte n'est pas lu nous avons pu remarquer que les élèves n'en prennent pas l'initiative.

didactique des mathématiques et est aujourd'hui professeur des écoles maître formateur¹⁷. Ces éléments du parcours des enseignants en lien avec la compatibilité de leurs pratiques avec l'utilisation du manuel nous amène à penser que des connaissances mathématiques et/ou didactiques sont nécessaires à la mise en œuvre de l'*activité* telle qu'elle peut être attendue par les auteurs. Enfin, malgré ce point commun concernant leur formation, leurs pratiques sont très différentes. Leurs habitudes de gestion de la classe sont constitutives de cette différence. En particulier, l'enseignante B laisse des responsabilités collectives aux élèves de sa classe tout en proposant une aide individualisée aux élèves en ayant besoin alors que l'enseignant A laisse des responsabilités individuelles aux élèves de sa classe et apporte son aide à chacun.

Des pratiques non compatibles avec l'utilisation du manuel

Les pratiques des trois autres professeurs des écoles observés – nommées C, D et E – ne semblent pas compatibles avec l'utilisation du manuel. Les raisons de ces incompatibilités sont toutefois très différentes selon les enseignants. Pour les deux premières, la tâche redéfinie – et en particulier celle prescrite aux élèves – est proche de celle proposée par le manuel et pourrait potentiellement donner lieu à la réalisation d'une version du scénario moyen. Pourtant, certaines habitudes de gestion de ces enseignantes ne le permettent pas. Au contraire, la troisième enseignante redéfinit la tâche prescrite aux élèves par le manuel de manière radicale. La réalisation d'un scénario moyen à partir de la nouvelle tâche n'est plus envisageable. Dans les deux premiers cas, celui de l'enseignante C et celui de l'enseignante D, nous présentons le déroulement afin de comprendre comment les scénarii qu'elles proposent dans leurs classes peuvent s'éloigner du scénario moyen à partir de la réalisation d'une tâche redéfinie et prescrite aux élèves pourtant proche de celle du manuel. En ce qui concerne l'enseignante E, nous ne présenterons pas le déroulement dans son ensemble ni une analyse exhaustive de ses pratiques. Ce qui nous intéresse plus particulièrement dans son cas correspond à la redéfinition qu'elle fait de l'activité. En effet, la redéfinition étant radicale, le scénario moyen ne peut en aucun cas exister dans la classe. Nous cherchons donc à caractériser les raisons de cette redéfinition afin de comprendre pourquoi ses pratiques ne sont pas compatibles avec l'utilisation du manuel.

a. Des gestes qui ne permettent pas la réalisation du scénario moyen

L'enseignante C propose une redéfinition minimale de la tâche. Le texte de l'*activité* est lu dans son ensemble et le déroulement de la séance permet de conclure qu'elle a perçu l'enjeu principal de la séance. En effet, l'enseignante manque de temps pour effectuer la mise en commun de la question 2. Elle décide donc de la faire uniquement porter sur la mesure de [GH]. Cette décision lui permet d'économiser le temps nécessaire pour effectuer la mise en commun et la synthèse sur l'égalité des écritures de la question 3 en ayant potentiellement mis en place tous les éléments pour que celle-ci constitue une situation d'apprentissage. Pourtant, si la tâche réalisée par l'enseignante l'est en fonction de cet enjeu, les élèves ne sont pas effectivement confrontés à cette situation d'apprentissage. Ceci s'explique en analysant les habitudes de gestion de la classe de cette enseignante et les responsabilités laissées aux élèves. Après la prescription de la tâche, on assiste à un épisode de travail individuel très long lors duquel l'enseignante apporte son aide à quelques élèves seulement et plus particulièrement à un élève très en difficulté¹⁸. Les autres élèves se dissipent et perdent de vue le travail sur l'*activité*. Au moment des mises en commun, seuls quelques-uns d'entre eux ont répondu aux questions posées et participent aux échanges avec l'enseignante. Les autres n'ont

¹⁷ Cette enseignante n'avait pas encore son statut de maître formateur lors de nos observations mais il nous semble important de le noter car cela nous renseigne sur son profil.

¹⁸ Les difficultés de cet élève semblent par ailleurs trop importantes pour être résolues par l'enseignante.

pas été confrontés à l'existence de différentes mesures pour un même segment et ne sont donc pas confrontés à la situation d'apprentissage. De plus, lors des mises en commun ou des épisodes de prescription, l'enseignante commence généralement par interroger l'élève très en difficulté précédemment cité. Les échanges avec lui ne portent ni sur des éléments utiles à l'enrôlement des élèves dans la tâche prescrite, ni sur les enjeux des tâches proposés. Par exemple, l'enseignante passe du temps en classe entière à lui faire lire les fractions puisqu'il n'y arrive pas. Les autres élèves se dissipent alors d'autant plus et se désintéresse des mises en commun.

Dans le cas de cette enseignante il semblerait donc que ce soit la gestion du rythme et de l'avancée de la séance qui pose problème. Le fait de les baser sur l'élève le plus en difficulté de la classe commence par imposer un rythme très lent. Afin de soulever les enjeux d'enseignement qu'elle avait prévus, en cohérence avec l'activité du manuel, elle doit l'accélérer lors des mises en commun. Les élèves ne suivent pas ce rythme imposé par l'enseignante et la majorité d'entre eux n'est pas confronté à la situation d'apprentissage. Ces résultats en lien avec ceux obtenus pour les enseignants A et B nous permettent de conclure que si des connaissances mathématiques et didactiques sont nécessaires à une mise en œuvre de l'*activité* conforme à ce qu'attendent les auteurs, elles peuvent ne pas être suffisantes. En effet, si cette enseignante a les connaissances qui lui permettent de percevoir les enjeux des *activités*, ses habitudes de gestions ne permettent pas la réalisation de la situation d'apprentissage.

Le déroulement dans la classe de l'enseignante D renforce ces questions sur le lien entre connaissances des enseignants, habitudes de gestion et utilisation des activités d'*Euromaths*. Contrairement à ce qui se passe dans la classe de l'enseignante C, la gestion du rythme ne pose pas de problème une fois les élèves lancés sur le travail sur l'activité. Cependant l'importance que l'enseignante accorde à l'épisode de prescription de la tâche – qui dure une demi heure sur une séance d'une heure – ne lui laisse pas le temps de proposer la question 3. Alors qu'il était clair que l'enseignante C avait perçu l'enjeu de l'*activité* et qu'elle s'organisait pour qu'il apparaisse, l'enseignante D le supprime par manque de temps. On peut donc penser qu'elle ne perçoit pas l'égalité des écritures de la question 3 comme l'enjeu principal de l'*activité*. La tâche redéfinie pourrait toutefois donner lieu à une situation d'apprentissage assez proche de celle prévue par les auteurs. La question de l'égalité de différentes écritures de fraction inférieures à un apparaît lorsque les élèves mesurent les segments. Toutefois le peu de responsabilités que l'enseignante laisse aux élèves ne permet pas de les confronter à une situation d'apprentissage liée à l'équivalence de ces écritures. Dans un premier temps, elle prescrit une tâche réduite à ses élèves. Avant qu'ils ne cherchent à résoudre la question 1, elle propose un épisode de travail collectif lors duquel la bande unité est graduée – en demis, tiers et quarts – et elle précise la technique de mesure des segments – poser d'abord l'unité u , noter cette longueur sur le segment, puis poser la moitié de l'unité u , etc. La tâche relative à la question 1 est donc relativement réduite, tout comme les responsabilités des élèves. Nous avons vu lors de l'analyse *a priori* de l'activité pour l'enseignant que cela ne posait pas de problème particulier concernant la réalisation du scénario moyen mais cet épisode est représentatif des responsabilités que l'enseignante laisse aux élèves. Lors des épisodes de mise en commun, l'enseignante procède à des évaluations. Le fait que les élèves aient pu construire la technique de mesure des segments n'est pas assuré, pas plus que le fait qu'ils aient chacun individuellement vérifié les mesures recensées lors de la mise en commun. Différentes écritures sont proposées et sont évaluées par l'enseignante ou par un très bon élève de la classe. L'égalité des écritures valides est démontrée collectivement dans le cadre numérique sous la forme d'un échange entre l'enseignante et quelques élèves de la classe. Selon notre analyse *a priori* et selon le scénario

moyen défini, pour que cet échange soit constructif pour tous les élèves il aurait fallu qu'ils obtiennent les deux écritures des mesures de l'égalité ou au minimum qu'ils vérifient chacune de ces mesures afin de se poser la question de leur équivalence. L'enseignante prescrit donc une tâche qui pourrait correspondre à une situation d'apprentissage mais les élèves n'y sont pas tous confrontés.

La non compatibilité des pratiques de cette enseignante et de l'utilisation du manuel semble découler du peu de responsabilités qu'elle laisse aux élèves. Par rapport à ce que prévoyait le scénario moyen, elle ne s'assure pas que tous les élèves aient bien obtenu ou vérifié chacune des mesures utiles à la synthèse sur les égalités d'écritures. Son mode de gestion de la classe est collectif mais, contrairement à celui de l'enseignante B, ne permet pas à chaque sous-classe d'élève d'être représentée lors des échanges ni à chaque élève individuellement d'avoir les éléments nécessaires à la compréhension de ces échanges. Les responsabilités des élèves mises à part, l'analyse de la mise en œuvre de l'*activité* par cette enseignante nous amène à penser que le découpage en questions prévu par les auteurs pourrait potentiellement lui permettre de mettre en œuvre une situation d'apprentissage. Nous avons pu constater que tout se passait comme si l'enseignante découpait les tâches prévues en sous-tâches. Par exemple, pour la question 1 elle propose un épisode de travail collectif lors duquel la bande unité est graduée puis la technique de mesure construite collectivement mais cet épisode n'est pas problématique quant à la réalisation du scénario moyen. Pour la suite de l'activité, le découpage prévu par les auteurs semble limiter ou précéder celui qu'aurait pu opéré l'enseignante. On peut alors se poser la question de savoir si sans ce découpage l'enseignante aurait pu prescrire une tâche qui corresponde à une situation d'apprentissage.

b. Des connaissances qui ne permettent pas la réalisation d'un scénario moyen

Si la non compatibilité des pratiques des enseignantes C et D semble découler de leurs habitudes de gestion de la classe, ce n'est pas uniquement le cas pour l'enseignante E. Une des principales raisons de la non compatibilité de ses pratiques avec l'utilisation du manuel tient à la redéfinition des tâches qu'elle effectue en amont de la mise en œuvre mais aussi pendant. Cette redéfinition est en partie liée à la préparation de sa progression par l'enseignante. Les objectifs de ses séances sont construits et définis à partir du manuel *collection Thévenet* qu'elle utilise en parallèle d'*Euromaths* et qui était son manuel principal les années précédentes. Ceux-ci ne correspondent pas à ceux prévus par les auteurs et les nouveaux enjeux de l'enseignante ne sont pas portés par les *activités* du manuel. En particulier l'objectif qu'elle définit pour la séance liée à l'*activité* de découverte de l'étape 16 porte sur la relation entre numérateur et dénominateur quand une fraction est supérieure à 1. Cet enjeu n'étant pas porté par la situation, l'enseignante est amenée à poser des questions fermées pour le soulever. Elle cherche notamment à faire remarquer aux élèves que l'unité est plus petite que les droites. Au moment où les élèves se retrouvent à travailler sur une tâche de mesure des segments, certains d'entre eux mesurent alors l'unité en fonction des segments. Tout se passe comme si les questions qu'elle leur posait les éloignaient d'autant plus de ce qui était prévu par les auteurs. L'enseignante redéfinit aussi les tâches dans le but de reproduire des histoires de classe, ce qui entraîne de nouvelles questions sans réel rapport avec l'enjeu de l'*activité*. Enfin, lors de la réalisation de la tâche, le texte introductif et la bulle du furet ne sont pas lus ni individuellement ni collectivement et l'enseignante ne demande pas aux élèves de travailler sur la première question de l'activité mais leur demande directement de mesurer tous les segments proposés. Cette redéfinition de la tâche prescrite aux élèves pourrait être liée à des rétroactions de la situation sur l'enseignante. Pour résoudre la première question une procédure possible serait de mesurer chacun des segments (plutôt que de poser l'unité u , puis la moitié de l'unité u et enfin le quart de u sur chaque segment). On peut penser que l'enseignante, ne voyant que cette solution pour répondre à la question, réduit la tâche à cette

procédure. Cette redéfinition pourrait aussi dépendre du fait que l'*activité* proposée par le manuel – et plus particulièrement les segments représentés – ne semble être qu'un support à la maïeutique organisée par l'enseignante autour d'un enjeu d'enseignement qui ne correspond pas à ce qu'avait prévu les auteurs. Non seulement cette modification de la tâche ne permet pas la mise en place des éléments nécessaires à la mise en œuvre de la situation d'apprentissage liée à l'*activité* du manuel mais elle va créer une difficulté chez les élèves. N'ayant pas lu le texte, la plupart d'entre eux ne pensent pas à partager la bande en trois parties égales et la plie en deux, puis encore en deux, etc. Ils n'ont alors pas les outils nécessaires pour mesurer certains des segments pour lesquels le tiers de l'unité u est utile. En particulier, certains d'entre eux obtiennent des mesures sous la forme d'une seule fraction, notamment parce qu'ils n'ont pas eu à chercher à retrouver le segment de la question 1 sous la forme proposée par l'énoncé – $1u + \frac{1}{2}u + \frac{1}{3}u$. Certains obtiennent aussi des écritures de mesures qui n'étaient pas prévues par les auteurs comme celle du segment proposé dans le texte introductif sous la forme $1u + \frac{5}{6}u$. Suite à l'apparition de cette mesure, la question se pose de son équivalence avec celle proposée dans l'énoncé. Alors que l'élève qui l'avait proposée l'explique dans le cadre des mesures, l'enseignante décide de démontrer l'égalité en effectuant une réduction au même dénominateur. Cette démonstration semble constituer un nouvel objectif de l'*activité* défini en cours de réalisation et semble être une trace de l'*activité* prescrite par le manuel qui est organisée pour faire apparaître des égalités d'écritures et non pour travailler sur la relation entre numérateur et dénominateur pour des fractions supérieures à l'unité. Lors de cette séance, on trouve d'autres traces de l'*activité* proposée par le manuel. Les bons élèves de la classe travaillent en parallèle sur la tâche prescrite par l'enseignante et par celle prescrite par le manuel. Certaines de leurs remarques et des réponses qu'ils donnent à l'enseignante lorsqu'elle pose des questions « ouvertes »¹⁹ liées à ses objectifs redéfinis vont dans le sens du travail sur l'*activité* du manuel. L'enseignante ne les prend généralement pas en compte car elles ne correspondent pas à ce qu'elle attend. Ces remarques et réponses proposées par les élèves dans le sens de l'*activité* nous amènent à penser que si les enseignants ne plaquaient pas des objectifs non portés par la situation sur les *activités* du manuel et laissaient plus de responsabilités aux élèves, les enjeux prévus par les auteurs pourraient apparaître sans que les enseignants ne les perçoivent *a priori*.

Au final, l'enseignante E comme les enseignantes C et D laisse peu de responsabilités aux élèves. Ce qui est très différent dans sa classe c'est que c'est la seule dans laquelle les éléments nécessaires à la confrontation des élèves à une situation d'apprentissage ne sont pas mis en place suite à la redéfinition opérée par l'enseignante. C'est avant tout cette dernière qui ne permet pas la mise en œuvre du scénario moyen. Les connaissances de l'enseignante ne semblent pas lui permettre d'effectuer un contrôle épistémologique sur la progression qu'elle envisage et plus particulièrement sur l'adéquation de ses objectifs avec les *activités* du manuel. D'autres connaissances, liées à l'expérience de l'enseignante peuvent aussi être un obstacle à la compatibilité des pratiques avec l'utilisation d'*Euromaths*. En particulier, la recherche de la reproduction des histoires de classe ou l'utilisation d'une progression et d'objectifs qui étaient peut-être cohérents avec l'utilisation d'un autre manuel entravent la possibilité de réaliser le scénario moyen.

¹⁹ Les questions de l'enseignante peuvent être ouvertes dans le sens où elles sont du type « qu'est-ce qu'on peut remarquer » mais sont en réalité fermées puisqu'elle attend une réponse bien précise.

Conclusion

Les résultats des nombreuses recherches effectuées au Québec et en Belgique autour des manuels scolaires font état de la nécessité de proposer des manuels « ouverts ». En particulier, Gérard (2010) écrit qu'il conviendrait « d'élaborer des manuels où l'on peut facilement connecter ou déconnecter l'une ou l'autre option et où l'on peut entrer de différentes manières ». D'autres chercheurs avancent que l'utilisation d'un manuel pourrait constituer une contrainte méthodologique ou didactique, empêchant la personnalisation ou l'adaptation par les enseignants de ce que peuvent contenir ces ouvrages (Rey, 2001), et pourrait brimer la créativité des professeurs des écoles faisant ainsi obstacle à leur professionnalisation (Lebrun, 2006). Nos résultats montrent que les pratiques des enseignants utilisant le manuel *Euromaths* s'avèrent toutes différentes qu'elles soient ou non compatibles avec l'utilisation du manuel. L'existence de cette grande variété de pratiques autour de la mise en œuvre d'une même *activité* et plus particulièrement la possibilité de réaliser différentes versions du scénario moyen nous amènent à penser que l'utilisation d'un manuel guidé n'est pas nécessairement un carcan pour les enseignants. Au contraire, en laissant de côté le cas de l'enseignante E sur lequel nous reviendrons par la suite, chacun des enseignants observés prescrit à ses élèves une tâche redéfinie – ou « adaptée » et « personnalisée » – différente mais qui correspond à une situation d'apprentissage. Or, il semblerait bien que ce soit la transposition effectuée par les auteurs qui le permette. En effet, à partir de l'analyse comparative de manuels que nous avons menée, tous les manuels ne proposent pas des activités pouvant constituer des situations d'apprentissage. De plus, le découpage adopté par les auteurs et la tâche qu'ils prescrivent aux enseignants permet à ces derniers de prescrire à leur tour une situation d'apprentissage à leurs élèves même quand les gestes qu'ils utilisent tendent à réduire les tâches des élèves (comme dans le cas de l'enseignante D). Le problème qui se pose ne semble pas particulièrement être lié aux contenus mathématiques ou à la progression et aux *activités* guidées du manuel mais plutôt aux habitudes de gestion des enseignants. La non compatibilité pratiques/utilisation du manuel semble tenir au fait que les élèves ne réalisent pas toujours les tâches prévues par les enseignants – et qui correspondent pourtant *a priori* à des situations d'apprentissage. Les gestes des enseignants ne permettent pas à tous les élèves d'y être confrontés. Les difficultés de gestion prévues par l'analyse *a priori* se manifestent dans différentes classes et sont liées au rythme de l'avancée du travail, aux responsabilités laissées aux élèves et/ou au manque de contrôle du travail effectivement réalisé par les élèves. Seuls les enseignants A et B, ayant des formations en didactique des mathématiques, semblent avoir mis en place les gestes nécessaires à la réalisation d'un scénario moyen. En fonction de ce résultat des analyses, la question de la nature du lien entre la formation des enseignants – et plus particulièrement de leurs connaissances des mathématiques et de leur enseignement – leur histoire personnelle et les gestes qu'ils mettent en place se pose. Existe-t-il un lien direct entre les connaissances mathématiques et didactiques des enseignants et leurs habitudes de gestion ? Si oui, lequel et comment en tirer parti pour la formation des enseignants ?

La question du lien entre les connaissances des enseignants et la compatibilité de leurs pratiques avec l'utilisation du manuel est renforcée par les résultats de l'analyse des pratiques de l'enseignante E qui montrent que certaines de ses connaissances, liées notamment à son expérience, font obstacle à la réalisation du scénario moyen alors que d'autres connaissances que l'enseignante n'a pas les renforce. En effet, nous avons vu que l'enseignante peut redéfinir l'activité en fonction de sa volonté de reproduction des histoires de classe – qui est bien liée à la connaissance et à la reconnaissance d'événements porteurs d'apprentissage – ou en fonction de l'apposition d'objectifs cohérents avec l'utilisation d'un autre manuel – qui découle de son expérience. Certaines connaissances de l'enseignante semblent donc faire obstacle à l'utilisation des activités d'*Euromaths*. Et tout se passe comme si d'autres

connaissances qu'elle n'avait pas renforçaient cette incompatibilité. En effet, l'utilisation des *activités* du manuel dans une progression différente de celle proposée par les auteurs n'est pas impossible. Des liens effectifs existent entre ces dernières mais le scénario moyen autour de l'*activité* étudiée dans cet article pourrait par exemple tout à fait être réalisé si elle était utilisée indépendamment des autres (à certaines conditions, notamment celle de l'existence des connaissances mobilisables nécessaires pour entrer dans la tâche). Le problème de compatibilité des pratiques et du manuel ne semble donc pas découler de la fermeture de ce dernier (dans le sens où l'on ne pourrait pas « déconnecter » la situation du reste) mais des connaissances pouvant « manquer » à l'enseignante et qui lui permettraient d'effectuer un contrôle sur la cohérence entre les connaissances qu'elle met en jeu et le support qu'elle utilise. Selon Brousseau (1998) la construction d'un processus d'enseignement et des situations qui y sont liées demandent des études mathématiques, épistémologiques et didactiques de la notion visée. En lien avec ce qui précède, on peut se poser la question de la possibilité pour un professeur des écoles (qui n'est pas spécialiste de la discipline et doit aussi enseigner de nombreuses autres matières) de réaliser cette tâche. Les enseignants du primaire peuvent-ils avoir les connaissances nécessaires à la construction d'un processus d'enseignement ? A minima, quelles connaissances pourraient leur permettre d'effectuer un contrôle épistémologique des adaptations qu'ils font de processus et d'activités prescrits dans des manuels scolaires ? Enfin, quelles connaissances leur permettraient d'apprécier ce qui y est proposé ?

Bibliographie

- Arditi, S. (2011). Variabilité des pratiques effectives des professeurs des écoles utilisant un même manuel écrit par des didacticiens. Thèse de doctorat, Université Paris 7.
- Butlen, D. (2004). Deux points de vue pour analyser les pratiques. Dans M.-L. Peltier, *Dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble: La pensée sauvage.
- Briand, J., & Peltier, M.-L. Le manuel scolaire carrefour des tensions mais aussi outil privilégié de vulgarisation des recherches en didactique des mathématiques. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*. Paris: IREM de paris, Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques.
- Brousseau, G. (1998). Problèmes de didactique des décimaux. Dans G. Brousseau, *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La pensée Sauvage.
- Douady, R. (1992). Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement. *Repères-IREM*, 6.
- Gérard, F.-M. (2010, Janvier). La manuel scolaire, outil efficace, mais décrié. *Education & Formation*, e-292.
- Lebrun, M. (2006). *Le manuel scolaire. Un outil à multiples facettes*. Québec: Presses de l'université du Québec.
- Leplat, J. (1997). Regards sur l'activité en situation de travail. Contribution à la psychologie ergonomique. Paris: PUF.
- Margolinas, C. (2004). Note de synthèse. Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques. *Habilitation à diriger des recherche en sciences de l'éducation*. Université de Provence.
- Orsola-Mangiante, C. (2007). Une étude de la fenèse des pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques : prédétermination et développement. Thèse de doctorat.
- Perrin, M.-J., & Douady, R. (1986). Nombres décimaux liaison école collège. *Brochure IREM*. Université Paris VII.

- Rey, B. (2001). Manuels scolaires et dispositifs didactiques. Dans Y. Lenoir, G. Roy, B. Rey, & J. Lebrun, *Le manuel scolaire et l'intervention éducative : regards critiques sur ses apports et ses limites*. Sherbrooke: Editions du CRP.
- Robert, A. (2001). Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, 21/1.2.
- Robert, A. (2004). Que cherchons-nous à comprendre dans les pratiques des enseignants? Quelles analyses menons-nous. Dans *Dur pour les enseignants, dur pour les élèves, dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble: La pensée sauvage éditions.

LALINA COULANGE, JEAN-YVES ROCHEX

La construction des inégalités scolaires : approches sociologique et didactique

lalina.coulange@gmail.com,

Université de Bordeaux, Equipe E3D-LACES,

jyrochex@gmail.com

Université Paris 8, Équipe Escol-Circeft

Résumé.

Les recherches collectives sur lesquelles nous nous appuyons dans cette communication sont conduites dans le réseau de recherche thématique RESEIDA (REcherches sur la Socialisation, l'Enseignement, les Inégalités et les Différenciations dans les Apprentissages), regroupant des chercheurs appartenant à des champs disciplinaires différents (sciences de l'éducation, sociologie, didactiques) et qui portent sur le tout début et la fin de l'école élémentaire, dans des écoles ZEP et des écoles ayant un recrutement social plus mixte (cf. Rochex & Crinon dir., 2011). Le présent texte présente un regard d'ensemble sur les travaux présentés dans cet ouvrage qui n'est pas tout à fait exhaustif : les exemples développés s'appuient principalement sur nos contributions personnelles. En conclusion, nous exposons les perspectives nouvelles qui émergent au croisement d'approches didactique et sociologique sur la question de la construction des inégalités scolaires à l'issue de ces recherches.

Le temps peut sembler bien lointain, et la thèse obsolète, dans lesquels Bourdieu et Passeron se proposaient de démasquer « l'égalité formelle qui règle la pratique pédagogique » et « l'indifférence à l'égard des inégalités réelles devant l'enseignement et devant la culture enseignée ou plus exactement exigée » (Bourdieu, 1966) comme l'un des processus majeurs au travers desquels le système scolaire reproduit et légitime les privilèges culturels et les inégalités sociales face au savoir et à la formation, et affirmaient que cette « indifférence aux différences » conduisait à ce que, « en ne donnant pas explicitement ce qu'il exige (le système d'enseignement) exige uniformément de tous ceux qu'il accueille qu'ils aient ce qu'il ne donne pas » (Bourdieu et Passeron, 1970). Cette thèse est aujourd'hui, sinon bien connue, du moins fortement vulgarisée ; loin de l'« indifférence aux différences » dénoncée naguère par la sociologie critique, le système scolaire et ses différents professionnels seraient désormais très largement acquis à la prise en considération, à la reconnaissance, voire à la promotion des différences et de la diversité, et seraient ainsi mieux disposés et mieux outillés pour œuvrer à plus d'égalité.

Pourtant, rien n'est moins sûr, et les recherches sur lesquelles nous nous appuyons dans cette communication montrent que l'on peut voir coexister, dans l'ordinaire des classes, des modes renouvelés ou récurrents d'« indifférence aux différences » et des modalités d'adaptation aux différences (réelles ou supposées) entre élèves qui sont bien loin d'aller dans le sens de la réduction des inégalités d'apprentissage, mais dont tout laisse penser qu'elles aboutissent au contraire à entériner et renforcer ces inégalités. L'intérêt pour la construction et la négociation des curriculums réels dans les modalités de traitement socio-didactique des contenus de savoir et des tâches censées permettre leur acquisition, et dans la conduite de

l'ordinaire des classes, permet de montrer que ces curriculums réels ne sont pas seulement le produit de négociations entre enseignants et élèves, mais peuvent s'avérer très différents d'un élève ou d'une catégorie d'élèves à l'autre, conduisant à ce que ces différentes catégories d'élèves se voient proposer et fréquentent effectivement des univers de savoir et des tâches non seulement très différents, mais très inégalitaires au regard des possibilités d'apprentissage qu'ils recèlent, et que cette différenciation s'exerce au détriment des élèves les plus démunis, qui sont le plus souvent les élèves appartenant aux milieux sociaux dominés. Ces processus de différenciation, les récurrences et effets de cumul que l'on y observe d'une classe, d'une séance ou d'un savoir disciplinaire à l'autre, sont faits de logiques hétérogènes dont les modes d'agencement peuvent être analysés d'un point de vue sociologique et/ou didactique.

Le point de vue sociologique qui est le nôtre s'attache à saisir les régimes de détermination de la construction des inégalités au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement à l'aide des travaux et des concepts proposés par Bourdieu et, surtout, par le sociologue britannique Basil Bernstein (concepts de pédagogie invisible ou implicite, de discours et dispositifs pédagogiques, de classification et de cadrage...). Le point de vue didactique complémentaire s'attache, dans un premier temps, à nuancer le propos à partir d'une prise en considération plus attentive à certains aspects singuliers des pratiques d'enseignement des mathématiques, puis contribuera à le renforcer au regard de la question de l'institutionnalisation du savoir mathématique qui émerge dans l'étude de ces pratiques. Nous revenons en conclusion sur la complémentarité de ces deux points de vue qui nous semble nécessaire pour aborder sans la réduire, la complexité des phénomènes à étudier dans les pratiques d'enseignement et la construction des inégalités scolaires.

Des pratiques d'enseignement indifférenciées à des apprentissages différenciés : la question des savoirs et du langage

Cette partie de notre communication se réfère aux deux premiers chapitres de l'ouvrage collectif précité qui réunissent des recherches centrées sur l'étude de pratiques d'enseignement « indifférenciées » (renvoyant à ce que nous avons qualifié ci-avant d'indifférence aux différences). La question des savoirs y est ici nettement plus développée que celle du langage car c'est celle qui a été davantage travaillée par l'une d'entre nous (Coulange, 2011). L'exemple d'une situation d'enseignement des pourcentages observée dans la classe de CM2 d'une maîtresse surnommée E. sert d'exemple filé pour illustrer l'ensemble du propos. Précisons que la situation ainsi évoquée nous semble un peu « grossir le trait » des récurrences observées dans différentes classes.

Une partie de nos recherches permettent de pointer des effets de brouillage des savoirs ou des enjeux de savoirs dans les pratiques d'enseignement à l'école, qui vont de pair avec une centration sur l'accomplissement de tâches ou sur l'activité visible des élèves dans les situations. Cela a pu conduire l'une d'entre nous à parler du caractère incident des savoirs dans ces pratiques d'enseignement quand d'autres auteurs parlent de phénomènes de transparence (Margolinas & Laparra, 2011) ou d'invisibilité (Bautier & al., 2011). Les savoirs ne semblent en quelque sorte ni à l'origine ni au dénouement des pratiques enseignantes et de leurs effets sur les apprentissages des élèves.

Du côté de l'origine des pratiques d'enseignement, cela peut se traduire par les critères de choix ou les enjeux projetés des situations d'enseignement que les enseignants choisissent d'installer dans leurs classes (Margolinas & Laparra, 2011). Rochex (2011b) parle ainsi de

modes de classification des savoirs problématiques²⁰. Par exemple, la maîtresse E. choisit d'introduire les pourcentages par le biais de tableaux organisant des données relatives aux résultats d'une consultation électorale récente.

Ce faisant, son objectif est sans nul doute d'illustrer l'utilité sociale de la notion de pourcentage. Mais cela se traduit dans la situation d'enseignement afférente par des effets de brouillage entre différents registres, et donc des savoirs mathématiques en jeu. Ainsi le début de la séance concernée se centre longuement sur des questions de vocabulaire spécifique des élections (dépouillement, votes exprimés, blancs, abstention, etc.). Ces éléments de vocabulaire paraissent certes nécessaires pour la compréhension de la situation mais leur prise en charge à ce moment précis rend sans doute les enjeux de savoir mathématique sur les pourcentages difficilement visibles pour les élèves. Ces enjeux de savoir sont d'ailleurs mis à mal par d'autres aspects de la situation d'enseignement ainsi installée, en lien avec le contexte concret d'élections évoqué. Les données numériques sur lesquelles opérer sont complexes : il s'agit de « grands » nombres (de l'ordre des unités de mille), susceptibles de poser des problèmes d'approximation dans les calculs de pourcentages. Cela invite à un travail d'interprétation de ces données que l'enseignante essaie de gérer en posant de façon répétée des questions sans lien avec l'enjeu principal d'enseignement pourtant déclaré par E., le calcul de pourcentages. Le support retenu pour la première séance est à même d'illustrer ces différents biais potentiels dans les registres convoqués.

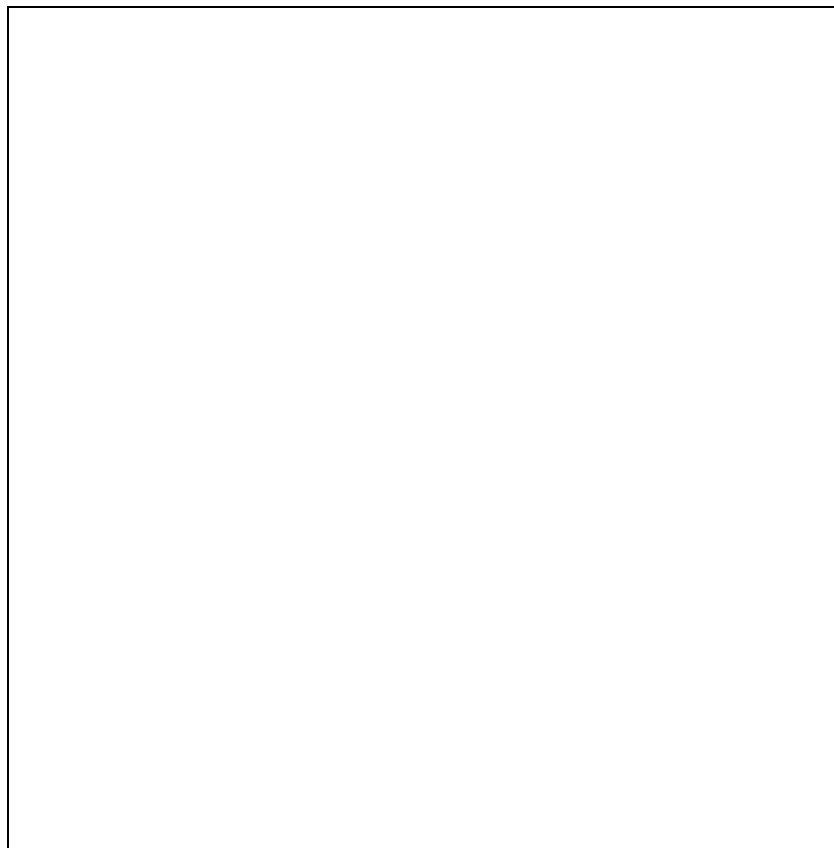


Figure 1. Document élève de la première séance « pourcentages et élections »

²⁰ Sous le terme *classification*, Bernstein (1970 et 2007) s'intéresse aux formes et modalités de classification des savoirs, de découpage, séparation et délimitation entre, d'une part, les différents domaines de savoirs scolaires, et, d'autre part, entre ces savoirs scolaires et les savoirs ou expériences non scolaires, ordinaires ou « quotidiens ». Dans l'exemple qui suit, on peut analyser la situation en termes de brouillage entre ce qui relève du registre des mathématiques, et de ceux de l'éducation civique ou de l'expérience indirecte que peuvent avoir les enfants de la consultation électorale concernée.

Du côté du dénouement des pratiques, les projets d'enseignement ou leur mise en œuvre sont parfois orientés par des enjeux transversaux, moins spécifiques que l'acquisition de connaissances et de savoirs disciplinaires. Deux contributions de l'ouvrage, ancrées dans le champ de la didactique des mathématiques évoquent ainsi le cas particulier de situations d'enseignement liées à ce que les instructions officielles de l'époque désignent par la résolution de « problèmes pour chercher » (Coulange, 2011 ; Laparra & Margolinas, 2011). A l'instar de Mercier (2008), les auteurs de ces contributions soulèvent la question de l'institutionnalisation des savoirs potentiellement en jeu dans les situations didactiques attendues. Le projet porté par l'institution didactique au sujet de la résolution de « problèmes pour chercher » éclaire sans nul doute les conditions potentielles des phénomènes didactiques étudiés. La finalité officielle de ces problèmes n'est pas du même ordre que celle d'une activité introductive, parfois dite de « découverte » d'un savoir mathématique (comme celle évoquée ci-avant autour de la notion de pourcentage). Cela peut conduire les professeurs à considérer que dans la résolution de ces problèmes, la recherche est un objet d'apprentissage « en soi », plus que les connaissances mathématiques pourtant convoquées par les élèves par le biais de cette recherche comme le signalent Margolinas et Laparra (2011). Nous faisons l'hypothèse que l'absence de formulation des connaissances et l'effacement de l'institutionnalisation des savoirs, dès lors observés dans ce type de situations d'enseignement, ont des conséquences potentielles sur les apprentissages de certains élèves, le « transfert » des connaissances vers d'autres situations étant rendu particulièrement difficile (Coulange, 2012).

Ainsi l'étude de ces phénomènes d'incidence, de transparence ou d'invisibilité des savoirs dans les pratiques d'enseignement et de leurs effets sur les apprentissages des élèves mérite d'être reconsidérée du point de vue des processus complémentaires de dévolution et d'institutionnalisation. Sur ce point, nos travaux convergent avec ceux de didacticiens des mathématiques intéressés par l'enseignement en ZEP (Perrin, 1997 ; Butlen, 2004 ; Butlen & al., 2004). Les contributions de l'ouvrage collectif évoquées ci-avant mettent l'accent sur l'effacement, voire des dysfonctionnements de l'institutionnalisation dans les pratiques d'enseignement observées. Mais la dévolution paraît également concernée dans ces textes ou d'autres qui n'y font pas directement référence, du fait d'arrière plan théoriques différents. Ils rejoignent en cela l'insistance de Perrin (1997) sur la simultanéité du couple dévolution institutionnalisation. On voit des élèves actifs du point de vue matériel (Coulange, 2011 ; Bautier & Joigneaux, 2011) sans que cette activité ne renvoie à la mise en fonctionnement de connaissances, du moins pour certains élèves ; ou quand des connaissances sont potentiellement convoquées, en l'absence de leur récupération explicite par le biais de l'institutionnalisation (Coulange, 2011 ; Margolinas & Laparra, 2011 ; Laparra & Margolinas, 2011) on s'interroge sur leur devenir, du fait de l'absence de lisibilité d'enjeux d'apprentissage à plus long terme.

Pour illustrer davantage le propos, revenons à la situation d'enseignement des pourcentages installée par E, déjà évoquée. De fait, la situation initialement dévolue aux élèves correspond à une tâche impossible à accomplir correspondant à la découverte de la formule de calcul d'un pourcentage (énoncée par E. : « comment fait-on pour trouver les pourcentages ? ») à partir d'un tableau comportant de multiples données numériques, sans indication sur lesquelles de ces données il s'agit d'opérer (voir figure 1). Notons que la première formulation vague de la maîtresse pourrait d'ailleurs inciter les élèves à répondre : on regarde dans la colonne de droite du tableau (où sont rassemblés les résultats exprimés en pourcentage). Aucun élève ne le fait sans doute, par un effet de contrat didactique. Pour autant, on ne voit pas comment ces derniers seraient en mesure de produire la formule escomptée. Dès lors, la maîtresse se voit contrainte d'intervenir à plusieurs reprises pour

réduire l'incertitude de la situation. E. reformule la question posée à l'oral, en la contextualisant et en explicitant qu'il s'agit de trouver une méthode pour calculer les pourcentages d'abstention et de votants. Cela donne lieu à une première bifurcation massive de la situation par rapport aux prévisions de la maîtresse et à son projet d'enseignement. La quasi-totalité des élèves constate que la somme des deux pourcentages évoqués est égale à 100% et propose de retrancher l'un ou l'autre à 100%. Voyant que cela ne se déroule pas comme prévu, la maîtresse s'adresse à la classe pour délimiter la tâche initiale :

Ne travaillez pas sur cette colonne ! [dit-elle en pointant la colonne % inscrits sur l'affiche au tableau] Cette colonne, il faut trouver... donc c'est ces nombres-là qu'on a il faut qu'on trouve, on ne les avait pas... donc la question est comment je fais pour trouver ce nombre là et ce nombre là qui est dans la colonne des pourcentages. Et ne dites pas c'est difficile, vous avez une calculatrice, essayez de faire des calculs. Allez-y !

Extrait de transcription de la première séance « pourcentages et élections » observée en mai 2005

Les élèves font des tentatives de calculs avec les nombres du tableau. Mais la tâche prescrite par l'enseignante reste infaisable. La combinatoire des opérations possibles sur les données numériques offre un grand nombre de possibilités, que les élèves explorent de façon aléatoire, sans atteindre le résultat recherché. Et pour cause : l'opération attendue (qui fait intervenir une division d'un nombre par un nombre plus grand puis une multiplication par 100...) est improbable. Cela conduit E. à intervenir de nouveau. Elle transforme nettement la tâche initiale en précisant les données numériques du tableau sur lesquelles opérer pour calculer le pourcentage d'abstentions. E. demande aux élèves de trouver « quelle opération » permet de trouver le résultat *avec ces deux nombres-là : 3153 et 9624*, qu'elle recopie au tableau. Affirmant tout d'abord *il y a une seule opération à faire*, elle se reprend immédiatement : *une opération à faire, une et une deuxième*, puis *seulement avec ces deux nombres-là, essayez de voir apparaître ces chiffres 3, 2, 7, 6, avec la calculatrice*. Cette intervention d'Emilie représente une réduction importante de l'incertitude autour de la tâche à accomplir. Pourtant, les élèves ne trouvent pas immédiatement. Le calcul attendu la division de 3153 par 9624, n'est toujours pas envisagé : la division avec un dividende plus petit que le diviseur, n'ayant sans doute pas ou peu été rencontrée auparavant. Quelques minutes plus tard, l'enseignante étaye encore, allant jusqu'à l'effet Topaze : *On a fait le moins, on a fait le plus... qu'est ce qui reste ? Multiplier, diviser, alors, allez-y !* Un élève finit par trouver : *j'ai fait la division inverse* dit-il avec enthousiasme à la maîtresse à qui il montre le résultat sur sa calculatrice. La maîtresse l'envoie au tableau écrire l'opération, qu'elle commente : *ah c'est plus petit, c'est ça qui vous gêne !*) et le résultat. Cet exemple illustre la capacité des maîtres et des maîtresses, observée de façon récurrente, à maintenir les élèves dans des actions parfois matérielles, à investir les situations d'enseignement installées, y compris lorsque le jeu d'interactions didactiques qui se noue au sein de ces situations ne permet pas de mettre en fonctionnement les connaissances visées et que de ce fait, on ne peut pas parler de dévolution par rapport à ces connaissances.

Dans cet exemple de situation d'enseignement des pourcentages, l'institutionnalisation se traduit par une ostension déguisée. La maîtresse reprend et décrit le calcul à effectuer pour calculer le pourcentage d'abstentions, puis demande aux élèves d'appliquer la formule de calcul du pourcentage pour calculer le pourcentage de votants. Mais insistons sur le caractère extrêmement déguisé de cet acte ostensif, noyé dans divers éléments de contexte de la situation, qui peuvent lui donner un statut ambigu : les élèves identifient-ils l'enjeu d'enseignement de cette dernière phase collective ? En s'appuyant sur les exemples commentés par E. et sur la longue phase de recherche qui a précédé, les élèves ont pu retenir des éléments variés plus ou moins relatifs au calcul de pourcentages : « *il faut diviser* », « *il*

faut diviser le plus petit par le plus grand », « *il faut diviser puis multiplier par 100* », « *il faut diviser le plus petit par le plus grand, puis multiplier par 100* », etc.

Cette absence de lisibilité des savoirs enseignés à l'issue de telles situations concerne *a priori* tous les élèves mais certains semblent savoir mieux que les autres se donner les moyens de repérer les enjeux d'apprentissage, de décontextualiser ce qui est attaché aux connaissances et à la fonctionnalité de ces connaissances. A l'opposé, les élèves en difficulté ne décontextualisent pas, peu ou alors à mauvais escient.

Ainsi cette situation de « découverte des pourcentages » se traduit par des effets différenciateurs flagrants lors de la séance suivante. Les tâches prescrites autour du calcul de pourcentages à partir d'un tableau organisant de nouvelles données sur la même consultation électorale à l'occasion de cette deuxième séance représentent un saut de complexité important au regard des connaissances mathématiques convoquées. Les nombres sont plus grands (on passe des milliers aux centaines de mille). Les variables à considérer dans l'application de la formule ne sont pas identiques, nécessitent d'identifier de nouvelles parties et un nouveau tout à considérer (le nombre de *oui*, de *non* et le nombre d'*exprimés*). Pourtant, un des meilleurs élèves de la classe accomplit très rapidement et de façon exacte les calculs proposés, y compris ceux liés aux pourcentages. Deux élèves en difficulté en mathématiques proposent quant à elles de faire une division pour calculer le nombre de votants à partir des nombres d'inscrits et d'abstentions, calcul qui requiert *a priori* une « simple » soustraction.

Les exemples des processus de différenciation ainsi à l'œuvre, de contrastes entre « bons » et « moins bons » élèves observables sur les décontextualisations à opérer à l'issue de ce type situations d'enseignement sont multiples dans l'ensemble de nos observations. Soit les activités majoritairement sollicitées chez les élèves ne permettent pas d'illustrer la fonctionnalité des connaissances visées, soit cette fonctionnalité n'est pas désignée et reconnue dans un système de savoirs.

Pour tenter de cerner ces processus différenciateurs et leurs origines liées à la désignation d'enjeux d'apprentissage (*via* la dévolution) ou de savoirs (*via* l'institutionnalisation), la question du langage au centre de la deuxième partie de l'ouvrage a toute son importance (Crinon, 2011 ; Marin, 2011). Nous donnons brièvement quelques exemples liées à la notion de secondarisation des pratiques langagières, reprise dans plusieurs travaux conduits au sein ou en collaboration avec le réseau (Jaubert & Rebière, 2003 ; Bautier & Goigoux, 2004 ; Jaubert & al., 2004) et au centre de la contribution de Crinon (2011). Dans les pratiques d'enseignement étudiées, on observe des mouvements d'oscillations entre genre premier et genre second de discours²¹ au sein de la communauté discursive de la classe, sans qu'il y ait nécessairement secondarisation c'est-à-dire de dénivellations ou de passages progressifs du genre premier au genre second. Si nous reprenons à nouveau l'exemple de la situation des pourcentages, le genre premier reste tout à fait prépondérant lors de la phase de recherche des élèves. On constate d'ailleurs quelques effets régressifs dans le langage employé par la maîtresse, en réponse aux difficultés des élèves (*On a fait le moins, on a fait le plus*). La présence du genre second ne s'impose que lorsque le savoir est désigné, voire en mathématiques, formalisé. Les phénomènes appréhendés du point de vue de la dévolution et

²¹ Les genres premiers peuvent être décrits comme relevant d'une production « spontanée », immédiate, liée au contexte qui la suscite et n'existant que par lui et dans « l'oubli » d'un quelconque apprentissage ou travail sous-jacent. Les genres seconds, fondés sur les premiers, s'en ressaisissent et les travaillent dans une finalité qui s'émancipe de la conjoncturalité de leur production. Ils supposent une production discursive qui signifie bien au-delà de l'interaction dans laquelle elle peut conjoncturellement se situer et qui relève de normes et critères de pertinence qui excèdent ceux de cette interaction et de l'expérience dans laquelle elle prend place (cf. Bakhtine, 1984).

de l'institutionnalisation se traduisent par l'absence de secondarisation, par la césure entre genres premier et second dans les pratiques langagières des élèves et des enseignants. Mais la notion de secondarisation peut contribuer à préciser autrement et de façon tout à fait complémentaire les contours de ces phénomènes. Par exemple, s'agissant des savoirs mathématiques, il est intéressant de remarquer que, lorsque les savoirs désignés par le biais d'une institutionnalisation ne renvoient pas aux connaissances et aux fonctionnalités de ces connaissances dans la situation, le genre second convoqué paraît venir de l'extérieur du contexte de cette situation. L'usage fréquent du dictionnaire dans les classes de CM2 paraît révélateur de ce point de vue. Par exemple, à la suite d'une situation de communication en géométrie, E. en recommande l'utilisation aux élèves pour trouver la définition du mot « diagonale ». Dès lors, la définition explicitée et retenue dans un premier temps, est celle de la diagonale comme droite passant par deux sommets opposés, alors que dans le problème préalablement posé aux élèves, la diagonale émerge comme un segment, ce qui est d'ailleurs la signification partagée, donnée à cet objet de savoir à l'école. Cette question du rôle du langage dans la construction d'inégalités scolaire centrale dans les contributions des didacticiens du français dans l'ouvrage dans mériterait d'être creusée davantage par les didacticiens des mathématiques d'autant que parmi les chercheurs en didactique des mathématiques intéressés par les questions langagières, certains nous semblent avoir déjà commencé à explorer cette voie (Gobert, à paraître ; Bulf & al. à paraître).

Dans certaines contributions des deux premiers chapitres de l'ouvrage, sont avancées des pistes sur des déterminants de ces pratiques d'enseignement indifférenciées mais potentiellement différenciatrices, en lien avec les pratiques enseignantes. Margolinas & Laparra (2011) parlent ainsi de contraintes qui pèsent sur le travail de l'enseignant – polyvalence, attentes multiples vis-à-vis de l'école – et seraient à même d'éclairer le caractère « transparent » ou « incident » des savoirs enseignés. D'autres travaux semblent converger sur ce point. Par exemple, Peltier et al. (2004) parlent d'une logique éducative qui pèse sur celle de l'instruction dans les pratiques de professeurs des écoles en ZEP. Mais on pourrait également citer Roditi (2010) ou Chopin (2008) à ce sujet. Toutefois, la didactique a peut-être plus à dire qu'elle n'a déjà dit à ce jour, sur des déterminants des pratiques et des dispositifs d'enseignement, spécifiques des savoirs. Nous y reviendrons dans les perspectives.

Des pratiques enseignantes différenciées

La récurrence dans nos observations de ce type de processus, au sein d'une même classe mais aussi d'une classe à l'autre et à différentes étapes du cursus, atteste que la thèse de « l'indifférence aux différences » est loin d'être obsolète dès lors que l'on parvient à la spécifier et à centrer l'investigation et l'analyse sur des dimensions cruciales au regard des enjeux et des contenus de savoir, et des apprentissages censés découler de la succession des tâches accomplies par les élèves, mais dont l'élaboration et l'étayage ne font pas ou font insuffisamment l'objet d'une attention et d'un travail spécifiques, tant pour ce qui relève de la conception ou du choix que pour ce qui relève de la régulation et du cadrage des activités, des dispositifs et des supports de travail qui sont proposés aux élèves. Ces processus de différenciation passive ne constituent néanmoins qu'une partie des processus relevant de ce que nous désignons, avec Bernstein ou Bourdieu, sous le vocable de pédagogie invisible ou implicite. Une autre composante, complémentaire de ce premier type de processus, relève, elle, de processus de différenciation « active », soit de modes de faire différenciés selon les caractéristiques – réelles ou supposées – des élèves auxquels les agents scolaires sont confrontés, qui, par effets de cumul, conduisent à ce qu'ils fréquentent, dans l'ordinaire des classes et à l'insu des divers protagonistes impliqués, des univers de savoirs différenciés et inégalement productifs en termes d'activité intellectuelle et d'apprentissages potentiels.

Ces processus, qui sont l'objet de la troisième partie de l'ouvrage, apparaissent, à l'inverse de ceux que l'on vient d'évoquer, liés au souci réel qu'ont les enseignants – ou les concepteurs de matériel pédagogique – de prendre en considération les différences qu'ils perçoivent chez leurs élèves et de « différencier » en conséquence les tâches, les exigences, les supports et les modes de travail, ou encore les modalités de cadrage, d'aide et d'interaction qu'ils proposent et adressent aux uns et aux autres. De multiples objectifs et préoccupations paraissent à l'œuvre dans ces modes de différenciation : faciliter la tâche aux élèves les plus fragiles ; leur permettre de parvenir au résultat attendu, d'obtenir des notes et appréciations qui ne les découragent pas et ne menacent pas l'image qu'ils ont d'eux-mêmes et qu'ils ont au sein du groupe de pairs ; maintenir la motivation et la participation d'un maximum d'élèves dans la réalisation des tâches et l'avancée du travail collectif ; préserver la qualité du climat de la classe... Ils attestent que le travail enseignant est composite, et comporte des dimensions et des préoccupations hétérogènes (Goigoux, 2007 ; Saujat, 2010). Mais ces objectifs et préoccupations ne font pas toujours bon ménage avec les visées ou les normes propres aux enjeux de savoir et d'apprentissage, et nos observations et analyses montrent que les modes de faire différenciés que les enseignants mettent ainsi en œuvre, de façon volontaire ou non, consciente ou insue, en fonction des caractéristiques et des différences qu'ils perçoivent chez leurs élèves, conduisent fréquemment, par effet de cumul, à ce que les uns et les autres se voient proposer et fréquentent des univers de travail et de savoirs différenciés. Ainsi, dans une même classe, peuvent se coconstruire, pour une très large part à l'insu des protagonistes qui y contribuent, ce que nous pouvons qualifier de « contrats didactiques différentiels »²², lesquels se présentent comme des formes (ou formats, au sens de Bruner, 1983) récurrentes, souvent même ritualisées, d'interactions entre maître et élèves, qui diffèrent sensiblement d'un type d'élève à l'autre, et dont la répétition, constatée tout au long d'une année scolaire, ne peut que conduire à une différenciation, fort inégale, des univers de savoirs et d'activités fréquentés par les uns et par les autres.

Différents registres se conjuguent pour agencer ces contrats didactiques différentiels, tenant à la nature et à la portée des tâches proposées aux uns et aux autres, à la manière dont l'enseignant noue adresses individuelles et espace collectif de la classe, ou encore à celle dont il pense venir en aide à certains élèves en reconfigurant les tâches qu'ils ont à accomplir. Nous donnerons ici quelques exemples extraits d'une centaine d'heures d'observation d'une même classe de CM2, réparties tout au long de l'année scolaire.

Les processus de construction de modes de faire et de systèmes d'attentes contrastés s'observent tout d'abord dans les différents modes de cadrage, explicites ou implicites, de l'activité attendue des différents élèves dans un cadre apparemment commun, dans le type et l'empan de l'univers de travail qu'il leur est dès lors possible de fréquenter, que ces modes de cadrage soient très contraignants ou au contraire très souples. Ainsi, lors d'une séance de travail sur les usages de l'imparfait de l'indicatif, après avoir tenté d'expliquer que l'on utilise ce temps soit pour décrire dans la durée une action ou un état passés (*il était tranquillement installé... ; il surveillait l'horizon lorsque...*), soit pour faire référence à une action ou un état qui se répètent (*il mangeait de temps à autre dans une auberge au bord du lac ; le dimanche, il se sentait d'humeur légère*), l'enseignante propose aux élèves de s'entraîner à reconnaître ce temps et ses usages dans un texte extrait du livre *Le grand Meaulnes*, en leur demandant de

²² Nous empruntons le terme de *contrat didactique différentiel* à Schubauer-Leoni (1988). Dans son intervention au colloque *Le contrat didactique, différentes approches*, qui a eu lieu à Marseille en mars 1987, elle a proposé de considérer les interactions didactiques comme des cas particuliers d'interactions sociales et d'étudier « la relation didactique (réunissant maître, élèves et savoir) et le contrat supposé la régir » en croisant « les travaux de psychologie sociale génétique et les études conduites en didactique des mathématiques », dans la perspective de fonder une « psychologie sociale des situations didactiques » (op. cité, p. 65).

surligner les verbes à l'imparfait et d'indiquer sur leur cahier d'essai, pour chacun de ces verbes, s'il s'agit d'une description ou d'une action qui se répète. Sans avoir vérifié le travail individuel ainsi effectué par les élèves, ni même leur avoir laissé suffisamment de temps pour le terminer, elle demande successivement à chacun d'eux de lire à haute voix une ou plusieurs phrases tirées de cet extrait, de dire quels sont les verbes qui y sont conjugués à l'imparfait et de quelle catégorie d'usage ils relèvent. C'est elle néanmoins qui « découpe » l'extrait de texte lu par chaque élève, et certains (les plus faibles) ne lisent ainsi qu'une phrase dans laquelle ne figure qu'un verbe, conjugué à l'imparfait, tandis que d'autres (les plus performants) ont à lire un extrait beaucoup plus long, fait de plusieurs propositions ou phrases, lesquelles comportent donc de nombreux verbes, certains conjugués à l'imparfait, d'autres non. Les uns ont donc à s'affronter à un matériau langagier complexe, qui requiert un travail de discrimination syntaxique relativement difficile (distinguer, malgré leur terminaison commune, les formes *avaient* et *auraient*, par exemple), tandis que les autres, qui n'avaient le plus souvent surligné que deux ou trois verbes au cours de la phase de travail individuel, sans toujours indiquer de quelle catégorie d'usage ils relevaient, n'ont pratiquement aucun effort à fournir pour indiquer que le seul verbe de la phrase qu'ils viennent d'oraliser est conjugué à l'imparfait, et guère plus pour repérer qu'il s'agit (la plupart du temps) d'une action qui se répète puisque l'enseignante leur fait explicitement remarquer (voire remarque pour eux) que figurent dans la phrase des expressions telles que *souvent*, *de temps en temps*... Ce type de constat est récurrent dans nos observations. On peut le faire également dans des modes de cadrage beaucoup plus souples que celui, très contraignant, que l'on vient de décrire.

Ce qui nous paraît relever de contrats didactiques différentiels ne se donne pas à voir seulement dans les modes de définition et de cadrage (qu'ils soient faibles ou contraignants) des activités demandées ou requises des élèves ; importent également ici les modalités selon lesquelles ceux-ci et leur activité sont « enrôlés » et utilisés par la maîtresse à des fins collectives, et les modalités différenciées selon lesquelles celle-ci prend appui ou exemple sur l'activité de tel ou tel élève pour s'adresser, plus ou moins explicitement à l'ensemble de la classe et/ou pour faire avancer le temps didactique. Comme c'est le cas dans la plupart des classes qu'il nous a été donné d'observer, les « bons » élèves sont très souvent utilisés par la maîtresse (et ils se proposent eux-mêmes fréquemment) comme ressources dans différentes situations : pour rappeler les consignes, particulières ou routinières, y compris lorsqu'ils s'affranchissent de ces consignes immédiatement après les avoir rappelées, sans être rappelés à l'ordre pour autant puisqu'ils s'en sont émancipés au service de l'activité attendue ; pour rappeler et résumer ce qui a été fait lors des séances précédentes ; pour tirer une conclusion ou formuler une « loi » générale à partir d'exemples particuliers ; pour aider leurs pairs ou pour leur montrer ou leur expliquer la bonne manière de faire. Ainsi nos données montrent-elles de manière récurrente que lorsque les « bons » élèves sont invités à venir au tableau (ou sollicitent d'y venir), c'est en tant que ressources potentielles pour le travail collectif de la classe, d'auxiliaire pédagogique pour le travail de la maîtresse, alors que les élèves « en difficulté » n'y sont invités par celle-ci que dans une intention orientée sur eux-mêmes, visant à ce qu'ils comprennent mieux ou à les valoriser en montrant qu'ils peuvent réussir ce qui leur est demandé (objectif fréquemment contrarié tant par leurs difficultés que par le fait que la maîtresse est souvent conduite à faire une bonne part du travail demandé à leur place).

Cette dernière catégorie d'élèves apparaît néanmoins comme une ressource possible pour le travail de l'enseignante à destination du collectif classe dans d'autres circonstances. Tel est le cas quand ces élèves sont mobilisés, sans qu'il apparaisse qu'ils le soient plus souvent ou autrement que les autres, pour distribuer ou ramasser les documents ou objets dont l'usage fait l'ordinaire de la vie de la classe. Ou encore dans les multiples occasions où la maîtresse s'adresse à eux à haute voix, dans le double objectif de corriger ou d'interagir avec eux quant

à ce qu'ils sont en train de faire, mais aussi, au travers de cette "publicisation" d'une interaction en apparence particulière, de proférer un conseil ou de rappeler une règle à la classe entière. Il est très fréquent que ces élèves soient interpellés, parfois vertement, et donnés en « exemple » à ne pas suivre, et que cette interpellation publique ne concerne pratiquement jamais le registre spécifique de l'activité intellectuelle attendue (compréhension d'un texte ou d'un mot, procédure de résolution d'un problème ou d'effectuation d'une opération...) mais presque toujours le registre du comportement (bavardage, agitation, posture physique...) ou celui du respect ou de la transgression de règles purement formelles, registres sur lesquels la maîtresse se montre beaucoup tolérante pour d'autres élèves. Ainsi les déboires des élèves « en difficulté » avec leur matériel (oubli ou profusion, mauvais fonctionnement, fuites et tâches sur les cahiers et les fiches) font-ils très fréquemment l'objet de remarques proférées à voix haute, le plus souvent de façon peu amène. De même que sont très souvent ainsi relevés les manquements aux consignes purement formelles.

Participent également à la construction de contrats didactiques différentiels les modes d'interaction maître-élèves visant à aider ceux-ci mais qui, lorsqu'ils s'adressent aux élèves « en difficulté », consistent essentiellement en une reconfiguration à la baisse des tâches que l'on attend d'eux ou en un processus de substitution qui voit la maîtresse faire à la place de l'élève, voire lui attribuer le bénéfice de ce qui relève pour une très large part de son activité et non de celle de l'élève. Donnons-en un premier exemple tiré d'une séance de grammaire. Après avoir fait rappeler par de « bons » élèves que « dans une phrase complexe, il y a autant de propositions que de verbes conjugués », que chaque proposition subordonnée est introduite par « un subordonnant » et se trouve « sous les ordres » de la proposition principale, ce qui entraîne qu'à la différence de celle-ci, elle n'a pas de sens en elle-même, la maîtresse propose une phase d'exercice au cours de laquelle les élèves doivent travailler sur plusieurs phrases complexes, en soulignant les verbes conjugués, en séparant les différentes propositions par des petits traits verticaux et en écrivant en dessous de chacune *proposition principale* ou subordonnée, puis en repérant et entourant le subordonnant. Ce qui conduit aux interactions et échanges suivants avec deux élèves « en difficulté » :

3. (À propos de la phrase : « J'ai vu de près les deux pistolets dont Mac Donald est si fier »)

M – Kimberly, tu lis ? (Celle-ci commence à lire ; la maîtresse lit avec elle et s'arrête après le mot pistolets, puis demande) J'ai vu de près les deux pistolets, alors c'est quoi ?

K – principale

M – Tu vois, tu comprends. (Les deux lisent ensemble la fin de la phrase.)

K – dont Mac Donald est si fier, subordonnée

M – C'est la proposition subordonnée, elle commence par quoi ?

K – dont

M – qui est un...

K – subordon...

M – ...nant.

4. (À propos de la phrase : « Quand on veut devenir cow-boy, il vaut mieux ne pas habiter Paris »)

M – Alors Hawa, quelle va être la proposition subordonnée ? Si je dis quand on veut devenir cow-boy, point, est-ce ça veut dire quelque chose ?

H – Non

M – Donc c'est la proposition...

H – subordonnée

M – Voilà, là on a commencé la phrase par la proposition subordonnée et il vaut mieux ne pas habiter Paris c'est quoi ?

H – la proposition principale

M – Très bien. Elle est introduite par quoi, la proposition subordonnée ?

H – par il

M – Relis la subordonnée. Elle est introduite, ça veut dire elle commence par quoi. Elle commence par quand. C'est un su...

H – subordonnant

M – Tu vois, tu y es arrivée.

On voit dans ces exemples à quel point le souci de la maîtresse de venir en aide à ces élèves et de faire qu'elle parviennent à donner les réponses attendues la conduit, pour une large part à son insu, à prendre à sa seule charge l'essentiel du travail proprement grammatical (découpage de la phrase en propositions, repérage des verbes et des subordonnants), quitte à créditer les élèves d'une réponse qui ne doit pratiquement rien à une compréhension de la grammaire phrastique mais relève à l'évidence d'une fausse réussite.

Donnons-en un autre exemple concernant d'autres élèves « en difficulté », tiré d'une séance de mathématiques consacrée à la division, et où il s'agit d'effectuer au tableau des divisions avec un ou deux chiffres au diviseur. Au cours de cette séance, Doha doit effectuer au tableau la division $98925 : 5$. Elle commence à écrire 1 sous le diviseur.

M – Tu t'imagines 5 ôté de 9

D – 4

M (en écrivant un 4 en l'air avec son doigt) – Il faut le poser le 4, on peut pas tout faire de tête

(Doha écrit alors le 4 et semble hésiter.)

M – J'abaisse...

(Doha écrit 8 à côté du 4.)

M – J'abaisse mon 8

D – En 48 combien de fois 5, il y va 9 fois (en écrivant 9 au quotient, puis $48 - 45$ au dividende)

M – Pour aller à 48, de 45

D – il y va 3 fois

M – Non, c'est pas *il y va trois fois*, il reste...

(Doha écrit 3)

M – Et on dit 45 ôté de 48 d'accord ? Et j'abaisse...

(Doha écrit 9)

M – Et je dis...

D – En 39, combien de fois 5 ? 7 fois (écrit 7 au quotient)

M – 7 fois 5, 35. 35 ôté de 39 ?

D – 4

M – Il reste 4, dis bien il reste

D – Il reste 4, j'abaisse 2. En 42 combien de fois 5 ? 8 fois (écrit 8 au quotient). 8 fois 5, 40 (écrit 42 – 40 au dividende)

M – Hop, hop, 40 ôté de 42, pas besoin d'écrire. Il reste...

D – 2

M – Tu vois que tu y arrives

D – J'abaisse 5. Dans 25, combien de fois 5 ? 5 fois (écrit 5 au quotient). 5 fois 5, 25, il reste 0

M – 25 ôté de 25, il reste 0. (Puis elle s'adresse à toute la classe) Alors, qu'est-ce qu'on peut dire de 98925 par rapport à 5 ? (s'adressant à une très bonne élève) Lucile ?

L – Il est divisible par 5.

On voit dans cet exemple combien la maitresse prend à sa charge le travail attendu de Doha, tout en la confrontant à des exigences formelles peu utiles en la circonstance, pour finir par la créditer d'une réussite illusoire, alors que c'est à Lucile qu'elle s'adresse pour formuler une proposition générale à partir de l'opération qui vient d'être effectuée.

Un peu plus tard, c'est Johanna qui se trouve au tableau pour faire une division dont le diviseur comporte deux chiffres (408 : 17).

M – Alors, on fait comme pour la division avec un chiffre au diviseur. On va chercher déjà le chiffre qu'il y a au quotient. Comment on va faire pour éviter de se tromper ? Déjà, tu as combien de chiffres au diviseur ? J – Deux

M – Deux chiffres, et tu vas devoir dire quoi ?

J – J'ai deux chiffres au diviseur, j'en prends deux au dividende

M – Et je dis en...

J – en 40, combien de fois 17

M – Donc tu as combien de chiffres là ? (désignant les deux premiers chiffres du dividende) Deux, et il t'en restera un à abaisser. Donc combien tu vas avoir de chiffres ici à ton quotient ?

J – 2

M – Tu en as déjà pris deux, plus un ici, ça fait combien ?

J (manifestement sans comprendre) – 2

M (dessine deux points à l'emplacement du quotient) – Ça fait deux chiffres, un pour ici (montre 40 dans le dividende), un pour ici (montre le 8). D'accord ? Ensuite, comment je vais pouvoir faire ? Ce que je vous suggère comme petite idée c'est que, ici (montre 40) j'ai 4 dizaines et ici (17) une. Donc je pourrais dire en 4 combien de fois 1, pour me faire une idée. Donc combien il pourrait y aller ?

J – 4

M – 4 mais on va vite voir que... Ça risque de quoi ?

Charlotte (sans être invitée à prendre la parole) – d'être trop grand

M (à Johanna) – Est-ce que tu veux qu'on essaie ? Tu sais que 4 fois 1, 4, tu vas avoir 4 ici, ça va pas aller. On va essayer à 3, alors tu fais 3 fois 7, tu mets en dessous (Suivent quelques échanges au terme desquels Johanna écrit 51 (3 fois 17) et demeure perplexe.)

M – 40– 51 ?

J – On peut pas

M – Ben on, alors ça veut dire quoi ? que c'est trop...

J – trop grand

M – trop grand (en effaçant le 3 sur le tableau)

J – c'est 2

M – 2 fois 7, 14 ; je pose 4, je retiens 1 ; 2 fois 1, 2, plus 1, 3 ; je pose 3 ; 34 ôté de 40, 6 ; et tu abaisse 8 (J. écrit sous la dictée)

J – En 68, combien de fois 17 ?

(La maîtresse s'adresse alors à toute la classe pour demander si 6, puis 5 conviennent, puis elle revient vers Johanna) – On va essayer 4. 4 fois 7 ?

J – 28

M – Je pose 8, je retiens ?

J – 20, heu 2

M – 4 fois 1 ?

J – 4

M – et 2 ?

J – 6.

Johanna affiche alors sur son visage un sentiment de surprise de constater que cette démarche pas à pas – au cours de laquelle elle n'a fait manifestement qu'exécuter ce que lui dictait la maîtresse, sans en comprendre les raisons – débouche sur une division à reste nul, ce que manifestement elle n'avait pas imaginé à partir de l'énoncé de la question initiale, qui était : « La Galerie des glaces comporte 408 miroirs répartis équitablement sur 17 panneaux. Combien y a-t-il de miroirs sur chaque panneau ? » Quelques instants plus tard, Johanna, qui est retournée à sa place, est de nouveau sollicitée pour faire la division $824 : 12$. La maîtresse s'adresse alors à elle comme suit.

M – Johanna, tu as réussi au tableau, tu y arrives sans aide cette fois

Mais ce qu'entreprend alors Johanna montre bien que la réussite qu'on lui prête n'est qu'une fausse réussite, puisqu'elle démarre en disant : « On peut faire $12 + 12, 24$ », avant d'être interrompue (« Attention, ne vas pas trop bas ») par la maîtresse qui s'adresse alors à toute la classe, pour montrer qu'il est nécessaire, 8 et 7 étant trop grands, de « descendre à 6 » pour trouver le premier chiffre du quotient, avant de demander à la meilleure élève de la classe de faire l'opération. Durant ce temps, Johanna poursuit ses essais sur son cahier, ce qui lui vaut la réflexion agacée « Mais non, tu es partie trop bas, Johanna ! », et montre bien que l'épisode précédent durant lequel elle était au tableau ne lui a guère apporté, malgré la « réussite » dont l'a créditée l'enseignante.

Les divers exemples détaillés ci-dessus donnent à voir des processus récurrents dans les observations que nous avons réalisées dans cette classe, qui contribuent à différencier selon les différentes catégories d'élèves le type de tâches et de supports sur lesquels ils sont invités à travailler, les modalités dont ceux-ci sont reconfigurés lors des interactions par lesquelles les élèves demandent ou reçoivent de « l'aide », celles dont chacun d'entre eux est « enrôlé » au service d'une adresse collective et de l'avancée du temps didactique, ou encore le statut et la place institutionnels (« petit maître », auxiliaire de l'enseignant, exemple à suivre ou à ne surtout pas suivre) qui lui sont conférés par et dans ces interactions ordinaires. Ces processus sont pour une large part insus de leurs protagonistes ; ils ne sont jamais référés par l'enseignante à des choix ou un souci explicites relevant d'une logique ou d'une visée de

« pédagogie différenciée », mais relèvent bien plutôt de modes d'adaptation réciproques où se mêlent représentations sociales, souci de bien faire et rapports différenciés aux tâches, aux apprentissages et aux contenus de savoir, émanant tant des élèves et différents types d'élèves que de la maîtresse. Il nous semble légitime et heuristique, au-delà du contexte particulier de cette classe et des caractéristiques de l'enseignante qui en a la charge, de les considérer comme donnant à voir la construction, la mise en œuvre et le renforcement (selon une logique proche de celle des prophéties à réalisation automatique) de ce que Schubauer-Leoni (1988) a proposé de nommer contrats didactiques différentiels, puisque leur description met au jour des systèmes d'attentes réciproques, qui pilotent les relations des élèves aux savoirs et aux tâches, qui affectent donc, de manière différenciée selon les catégories d'élèves, l'univers des tâches et des apprentissages qui leur sont proposés et fréquentables, et donc les univers et modalités de travail intellectuel qu'il leur est possible de mettre en œuvre, et qui ne peuvent être que très inégaux au regard des connaissances et des dispositions cognitives qu'ils peuvent y construire (et/ou y importer) et de celles qui sont requises aujourd'hui pour une scolarité secondaire réussie.

Au-delà des classes et des pratiques : régimes de détermination et conceptualisations intermédiaires

La mise en œuvre conjuguée d'approches sociologique et didactique nous permet ainsi de déceler, au niveau local des situations et activités scolaires observées, en quoi l'agencement des différentes dimensions – place et statut du savoir dans le travail du professeur et des élèves, mises en relation des tâches entre elles et avec les enjeux de savoir, activités et registres langagiers, modes de classification et de cadrage du savoir et des tâches, idéologies et instrumentations pédagogiques, conception des caractéristiques et des difficultés des élèves – contribue à faire que les différents élèves ne se voient pas « offrir » la même activité, le même type de travail et, en conséquence, ne peuvent qu'en tirer des bénéfices fort inégaux en termes d'apprentissage, en fonction des ressources et dispositions qu'ils peuvent importer et mettre en œuvre dans des situations qui ne sont semblables pour tous ou équitables qu'en apparence. Et nos observations répétées tout au long de l'année, dans des classes se situant au tout début (GS de maternelle et CP) et à la fin de l'école élémentaire, nous autorisent à penser que ce que nous avons observé et analysé à ce niveau ne relève pas seulement de situations et de pratiques successives et indépendantes, mais bien de caractéristiques génériques stables permettant de parler de « dispositifs pédagogiques » ou de modes de faire enseignants, qui se situent au-delà des caractéristiques individuelles de chacun. Nous avons en effet constaté dans chacune des classes enquêtées une très grande récurrence des manières de faire de chaque enseignant, des types de fiches ou de matériels pédagogiques qu'il utilise, des façons dont il gère (ou ne gère pas) les « sauts cognitifs », les processus langagiers de nomination, de catégorisation et de secondarisation, les relations entre dévolution et institutionnalisation, ou encore les liens entre travail individuel et collectif ; mais aussi, d'une classe à l'autre et malgré les différences de « style » ou d'idéologie pédagogique entre les enseignants concernés, une très forte récurrence des deux modes de différenciation que nous venons de présenter. À cet égard, les situations de classe que nous avons présentées dans les parties précédentes de ce texte ne sont ni isolées, ni indépendantes les unes des autres ; chacune d'entre elles doit être considérée et n'a d'intérêt que comme « représentant une série homogène de cas observés » (Lahire, 1993), dont la récurrence ne peut évidemment être donnée à voir de façon exhaustive dans un compte-rendu de recherche. Les fortes récurrences que l'on vient d'évoquer, mais aussi les convergences de nos analyses avec celles de

nombreux travaux antérieurs conduits soit par des didacticiens, soit par des sociologues²³, nous conduisent à penser que nous avons ici affaire à des processus et des évolutions qui concernent ou interrogent non seulement la dimension « locale » des pratiques, mais la ou les dimensions plus larges des évolutions de la « forme scolaire » et des doxas ou idéologies pédagogiques socio-historiquement construites. Autrement dit, elles nous conduisent à soutenir qu'il existe, au-delà des pratiques observables dans les classes, et en deçà des grandes évolutions sociétales et « macro-contextuelles », un niveau de réalité, de construction du social, et donc d'analyse et d'exigence conceptuelle, qui requièrent et appellent des catégories – notions ou concepts – et des principes qui, comme nous y invitait Bernstein, puissent « faciliter, chaque fois que nécessaire, les descriptions des relations entre les micro-rencontres et leurs macro-contextes » (Bernstein, 2007, p. 219). Nous évoquerons ici – sans doute trop brièvement – certains de ces régimes de détermination et de ces conceptualisations intermédiaires qui, tous, requièrent à la fois des investigations empiriques complémentaires pour en tester la robustesse, et des approfondissements théoriques, pour mieux en décrire et en penser les rapports, les recoupements ou les divergences, et qui, tous, renvoient à un niveau de processus ou de phénomènes qui semble, sinon indépendant des différents domaines disciplinaires et didactiques, du moins en partie commun à tous, et qui désignent et appellent un même effort pour penser et étudier, en croisant et conjuguant nos questions et traditions de recherche, ce qui détermine les pratiques.

Ainsi serait-il nécessaire d'étudier, plus systématiquement et à partir des questions et résultats de recherche que l'on vient de résumer, quels sont les types et les supports de tâches, leur dimension matérielle et leurs modes de régulation et de mise en relation, qui sont aujourd'hui les plus fréquents dans les classes des différents niveaux du cursus, les conceptions sociales de l'enfance et de l'apprentissage sur lesquelles ils reposent et les usages qu'en font les enseignants. La recherche des traits les plus récurrents des pratiques enseignantes et de ce qui contribue à les déterminer nous a conduits ici à utiliser les notions ou concepts de dispositif (Bonnéry, 2011) et de « variation de la forme scolaire » (Joigneaux, 2008 et 2011). Le concept de dispositif est emprunté à Foucault, qui le définissait, sans faire aucunement référence aux questions scolaires, comme « le réseau que l'on peut établir » (entre les éléments d'un) « ensemble résolument hétérogène, comportant des discours, des institutions, des aménagements architecturaux, des décisions réglementaires, des lois, des mesures administratives, des énoncés scientifiques, des propositions philosophiques, morales, philanthropiques... », ensemble d'éléments relevant donc « du dit, aussi bien que du non-dit », mais également du matériel aussi bien que de l'immatériel (Foucault, 1977/1994, p. 299). Le dispositif, nous dit Foucault, a, à un moment historique donné, « une fonction stratégique dominante » permettant de répondre à une urgence ou un problème spécifique. En l'occurrence, parler de dispositifs scolaires, comme le fait également Bernstein, serait renvoyer aux formes et modalités de scolarisation propres à une conjoncture – économique, sociale, culturelle et idéologique – considérée, et à la manière historiquement variable dont s'y réfractent et s'y confrontent les intérêts des différentes classes et fractions de classe et les compromis durables qui en résultent²⁴. Pour Bernstein, un dispositif pédagogique est un ensemble de règles relativement stables qui régulent la communication pédagogique en contexte, et qui ne sont pas idéologiquement neutres. Il résulte de trois types de règles

²³. Ceux-ci sont évoqués plus longuement dans la conclusion de Rochex & Crinon (2011).

²⁴ Ainsi, pour Bernstein, le conflit entre pédagogies visibles et invisibles, et la prépondérance croissante des secondes, seraient la réfraction des conflits, des rapports de force et des compromis entre différentes fractions des classes moyennes, entre les fractions des classes moyennes qui se situent dans le champ du contrôle symbolique (que Bourdieu nomme, pour sa part, nouvelles classes moyennes à fort capital culturel et faible capital économique) et celles qui se situent dans le champ de la production.

interdépendantes : les règles de distribution – quelles formes de savoir, de pratique ou de conscience sont considérées comme devant être transmises à quels groupes sociaux – ; les règles de recontextualisation – que l'on peut rapprocher de ce que d'autres auteurs nomment règles de transposition (ou de transformation) didactique, externe et interne, en y incluant les enjeux sociaux que cristallisent ces règles – ; et les règles d'évaluation ; il agence en conséquence des contraintes et des modalités de classification et de cadrage diverses et diversement en phase avec les attentes et les dispositions propres aux différents groupes sociaux (Bernstein, 2007).

À l'encontre des usages les plus fréquents aujourd'hui du concept de *forme scolaire*, qui le déclinent essentiellement au négatif, au service d'une critique de ce qui est présenté comme clôture ou archaïsme de l'école, de sa culture, de sa pédagogie, critique péjorative dont on peut se demander si elle ne conduit pas un peu vite à amalgamer forme et formalisme, Christophe Joigneaux rappelle que, dans les premiers travaux de Guy Vincent (1980) comme dans ceux de Chartier *et al.* (1976), le concept de *forme scolaire* vise à « construire un cadre théorique pour étudier les processus de transformations scolaires par la mise en relation de ses évolutions internes (notamment des techniques pédagogiques et des savoirs enseignés) et des processus sociaux plus larges (en particulier ceux qui trament les représentations dominantes de l'enfance et de l'éducation) » (Joigneaux, 2008). Son travail sur l'école maternelle y voit la domination contemporaine d'une variation de la forme scolaire dont, avec Bernstein, nous faisons l'hypothèse qu'elle s'étend aujourd'hui bien au-delà de ce tout premier segment de la scolarité, pour tramer les modes de faire dominants à l'école primaire, voire au collège. Cette variation de la forme scolaire et les dispositifs pédagogiques qui lui sont liés conjugueraient les caractéristiques suivantes : un assouplissement du mode d'enseignement simultané ; un recours croissant à des textes « composites » (Bautier *et al.*, 2012) et à des supports de tâches écrites (en particulier des fiches et fichiers de toutes natures) ; une logique croissante de « délégation aux objets » ou aux situations, dont les modes d'usage semblent trop souvent présupposer qu'ils seraient, aux yeux des enseignants ou de leurs promoteurs, en quelque sorte auto-suffisants pour faire que les élèves en usent de manière pertinente et qu'adviennent par là-même les activités cognitives et les apprentissages attendus ; la délégation aux élèves d'une part croissante de la conduite et de la régulation de leur activité, des tâches et de leur mise en relation ; enfin, des modalités de régulation et de contrôle du travail des élèves par l'enseignant de plus en plus distantes et *a posteriori*, fondées sur les traces graphiques laissées sur les supports de travail, bien plus que sur l'observation et l'accompagnement de la manière dont les élèves s'y prennent pour effectuer les tâches qui leur sont demandées. Ces évolutions semblent résulter d'une évolution contradictoire entre, d'une part, l'accroissement, dès l'école maternelle et bien au-delà d'elle, des attentes et des exigences cognitives à l'égard des élèves (en particulier de celles qui portent sur des usages de plus en plus complexes de la *literacy*) et, de l'autre, leur enchâssement dans des dispositifs et des pratiques permettant peu (voire moins qu'hier) de prendre en charge et de construire chez tous les élèves les modes de faire, les ressources et les prédispositions requises pour réussir les apprentissages attendus, ressources et prédispositions dont les conditions sociales et scolaires de production sont d'autant moins prises en charge par l'école et ses divers professionnels – qui ne se réduisent pas aux seuls enseignants – qu'elles sont méconnues, considérées comme transparentes, allant de soi et peu problématiques.

Nos observations nous permettent également de faire l'hypothèse que s'affirme, en lien étroit avec ces évolutions de la forme scolaire et des dispositifs pédagogiques qui renforcent le caractère invisible ou implicite, aux yeux des moins familiers d'entre eux avec les règles du jeu scolaire, de ce qui est attendu des élèves, un « genre discursif scolaire », qui semble d'autant plus prégnant que l'on a à faire avec des élèves ou des classes de milieux populaires.

Ce genre discursif se situe au croisement de l'influence des théories de l'apprentissage dites constructivistes et surtout de leur diffusion sous forme de doxas et idéologies pédagogiques, de valeurs et préoccupations liées aux conceptions dominantes de l'enfance, de l'élève, de la démocratie ou des rapports entre l'école et ce qui n'est pas elle, et des déterminations sociales qui pèsent sur les rapports que les sujets sociaux que sont les agents scolaires entretiennent avec ces autres sujets sociaux que sont leurs élèves et leurs familles, en particulier avec ceux qui partagent le moins leurs allant-de-soi scolaires et culturels et leurs habitus sociaux. Le genre discursif scolaire que nous avons pu donner à voir dans nos analyses (Bautier, 2011) concourt à faire de ce que Bernstein nomme le discours horizontal – discours fortement contextualisé, traitant les savoirs et les significations de manière segmentée et particulariste, et orienté par et vers des pratiques et des visées d'action et de communication spécifiques à un contexte particulier et dépendantes de lui – le discours principal régissant la relation pédagogique, alors que les attendus scolaires continuent à relever, voire relèvent de plus en plus et de plus en plus tôt dans les parcours scolaires, de ce que Bernstein nomme discours vertical – discours décontextualisé, à visée d'élaboration et d'échange de significations universalistes, émancipées des situations et des rencontres particulières et pouvant établir entre elles des relations et un ordre propres, seconds, qui en développent les pouvoirs de réflexivité sur les situations passées et d'anticipation sur des situations à venir. Un tel genre discursif scolaire, dominé par le discours horizontal, contribuerait ainsi à leurrer durablement les élèves (voire les enseignants) sur la nature réelle des attentes de l'institution. Nous en avons montré ou évoqué de nombreux indices, relevant des différentes composantes ou dimensions des dispositifs pédagogiques : des types de texte et supports de tâches sur lesquels on fait travailler les élèves, à leurs modes de reconfiguration en situation et aux modalités de nomination ou de désignation de ce qui est présenté comme pertinent de faire ou d'apprendre, en passant par les types d'interactions langagières ou sémiotiques dans lesquelles se conjuguent (au détriment du premier, semble-t-il) le discours instructeur à visée d'apprentissage et le discours régulateur, à visée de communication et de contrôle.

Il nous semble donc, pour reprendre la formulation de Bernstein, que les concepts ou notions intermédiaires que nous venons de discuter sont fort utiles pour « faciliter (...) les descriptions (et les analyses) des relations entre les micro-rencontres et leurs macro-contextes », pour penser et étudier les régimes de détermination des pratiques des enseignants et autres agents scolaires. Sont-ils suffisants pour autant ? Certainement pas, et bien du travail reste à faire, tant sur les registres théorique et empirique pour mieux en penser les rapports, que sur le registre méthodologique pour mieux étudier la portée, la représentativité et les effets sociaux des phénomènes que nous avons décrits et analysés, des contrats didactiques, des dispositifs, des genres discursifs ou des variantes de la forme scolaire qui nous sont apparus dominants dans l'école primaire contemporaine. Un tel travail est au centre des orientations de recherche que se propose de poursuivre et développer le réseau Reseida Il est d'ailleurs hautement probable que les analyses et conceptualisations proposées ci-dessus ne sortiront pas inchangées de ce travail, lequel ne saurait être que collectif, et engager les communautés de recherche soucieuses de ne pas séparer les questions de culture et de transmission de savoirs socialement pertinents et les questions de justice et de lutte contre l'inégalité et la disqualification sociales, et pour cela de tenir ensemble raison pédagogique et raison sociologique, selon l'expression de Jean-Claude Forquin (1989).

Perspectives didactiques et sociologiques sur la construction des inégalités scolaires

L'ouvrage récemment publié (Rochex & Crinon, 2011) représente ainsi une occasion de montée en généralité sur la base des récurrences et des convergences mises en avant dans les recherches conduites par les chercheurs du réseau RESEIDA sur les pratiques d'enseignement

et la construction d'inégalités scolaires. Mais à la relecture de l'ouvrage, la didacticienne d'entre nous deux s'est interrogée suivant deux principaux points. D'une part, le double principe de récurrence et de convergence à l'origine de notre méthodologie commune de recherche a pu contribuer à ce qu'une moindre attention soit accordée aux variabilités entre les pratiques enseignantes, dont l'analyse plus approfondie permettrait peut-être de lever des malentendus dans la réception du propos tenu dans l'ouvrage, entendu par certains comme un procès d'une pédagogie « active » ou « nouvelle » et qui pourrait si l'on n'y prend garde, être récupéré au profit d'un mouvement qualifié ici rapidement de « rétronovateur ». En effet, si les pratiques d'enseignement des mathématiques observées dans les classes des deux maîtresses de CM2, N. et E., dont il vient d'être question, présentent des aspects communs mais aussi singuliers, la prise en compte plus explicite de ces différences permet de renforcer le propos tenu sur les pratiques d'enseignement et leurs effets différenciateurs, tout en le nuanciant. D'autre part, comme notre exposé a pu l'illustrer, la montée en généralité dans l'étude était essentiellement, pour ne pas dire complètement, à la charge des chercheurs sociologues du réseau, ce qui peut paraître assez « naturel », voire intrinsèque à une perspective de recherche en sociologie de l'éducation. Mais les didacticiens du réseau ont sans doute intérêt à davantage s'impliquer dans ce travail de montée en généralité en s'interrogeant sur ce qui détermine les récurrences et convergences constatées dans les pratiques d'enseignement à l'école, d'un point de vue didactique. Cela pourrait d'ailleurs contribuer à lever d'autres malentendus dans la réception de notre propos collectif. Par exemple si nos travaux contribuent à montrer comment des processus de différenciation dans les apprentissages se jouent à l'insu des enseignants et des élèves pourtant bel et bien « en activité » dans la classe, il ne faudrait pas pour autant basculer vers un fantasme d'un « tout explicite » dans l'enseignement ! Ce sont les conditions d'une meilleure visibilité des enjeux de savoirs dans les pratiques d'enseignement qu'il s'agit d'interroger et ce, en partant de l'étude de ces pratiques d'un point de vue didactique. La suite du propos tenu nourrit cette ambition. Il s'agit d'élucider ce qui peut-être à l'origine du caractère transparent ou incident des savoirs en jeu, de leur disparition, de leur mise au second plan ou de leur non élucidation derrière le privilège accordé à la « mise en activité » des élèves, et donc à la multiplicité et à la succession des tâches (Rochex, 2011b) dans les pratiques d'enseignement et la construction d'inégalités dans les apprentissages, d'un point de vue spécifique, celui du savoir mathématique. Cette ambition peut faire songer à celle portée par la transposition didactique (Chevallard, 1991) et ses développements plus récents liés à la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1999). Mais ce n'est pas le même type de projet qui se dessine ici : nous parlerons plus volontiers d'une *transposition sociale des pratiques d'enseignement spécifiques des savoirs* dont la dynamique reste à élucider à ce jour²⁵. Pour ce faire, notre point de départ est l'institutionnalisation et ce que nous interprétons comme des dysfonctionnements de ce processus dans les pratiques d'enseignement, à l'origine de la différenciation dans les apprentissages scolaires.

Par exemple, considérons un instant, les pratiques d'enseignement des maîtresses N. et E. dans le domaine géométrique. Les pratiques d'enseignement observées dans la classe de N. présentent une dimension ostensive assumée plus importante que celles de E. La maîtresse « montre le savoir » sur des exemples avant que de donner une succession de tâches à accomplir par la suite. Ainsi lors d'une séance consacrée aux polygones convexes et concaves, elle introduit le savoir visé (visiblement nouveau) de manière ostensive. Elle trace deux spécimens de polygones au tableau : l'un convexe, l'autre concave avec des angles

²⁵ Pour revenir au pas de côté signalé par rapport à la transposition didactique ou à la théorie anthropologique, cette dynamique n'est pas considérée ayant un sens prédéterminé : du savoir savant au savoir enseigné, ou du générique au spécifique (à travers les niveaux de co-détermination de la théorie anthropologique).

désignés puis renseigne les élèves sur ce qui permet de conclure à la nature convexe ou non convexe d'un polygone donné. Pour ce faire la maîtresse s'appuie sur la distinction entre un angle rentrant et un angle saillant sur la base d'un exemple au tableau (en coloriant le secteur angulaire correspondant à l'angle saillant et en dessinant à main levée un arrondi désignant l'angle rentrant). Dans le cas des pratiques de N. à forte dimension ostensive, on peut considérer qu'une part importante du processus d'institutionnalisation se joue « en amont ». La succession de tâches de classement de polygones convexes et non convexes proposées par la suite vise de fait à « recontextualiser » des savoirs exposés au préalable. Les élèves font apparemment le classement attendu par la suite sans difficulté apparente et s'acquittent de la tâche concernée avec succès. Mais cela signifie-t-il pour autant que les connaissances potentiellement sous-jacentes au savoir visé sont mises en fonctionnement ? On assiste plutôt à des effets Jourdain, voire métadidactiques au sein de la classe observée (Brousseau 1998). En effet la réussite constatée dans le classement des figures est imputable à la mise en fonctionnement de connaissances élémentaires du type « reconnaître un coin qui rentre ou un qui ne rentre pas dans une figure », où le moyen enseigné par la maîtresse pour distinguer un angle saillant ou rentrant ne renvoie pas à des savoirs ou des connaissances exploitables sur la notion d'angle. Au final, il n'y a ni institutionnalisation des savoirs visés « en amont », ni recontextualisation des connaissances correspondantes au sein de la situation.

Une situation de communication en géométrie²⁶ observée dans la classe de E. et déjà évoquée peut à prime abord paraître contrastée, au regard de la leçon sur les polygones observée dans la classe de N que nous venons d'évoquer. Notamment, l'institutionnalisation se positionne davantage à l'issue de la situation d'enseignement. La maîtresse prend appui sur des extraits de productions écrites des élèves visant à guider la reproduction de la figure donnée initialement, visiblement en vue d'exposer les savoirs visés, dans un mouvement de décontextualisation des connaissances. Mais notre analyse de la situation nous permet de pointer des dysfonctionnements du processus d'institutionnalisation qui touchent à cette décontextualisation. On observe des absences de liens²⁷, voire des incohérences entre les connaissances mises en jeu dans la situation de communication, leur formulation et les savoirs géométriques institutionnalisés à l'occasion de cette situation d'enseignement. Au final, le sens des connaissances paraît rabattu sur des savoirs liés au vocabulaire géométrique, indépendamment de la fonctionnalité des connaissances sous-jacentes au sein de la situation didactique.

Cette centration sur des aspects liés au vocabulaire dans l'institutionnalisation de savoirs géométriques sans mise en lien des connaissances sous-jacentes est, de fait, commune aux pratiques enseignantes des deux maîtresses de CM2 étudiées. Ce que nous observons dans les classes de N. et de E. tient bien sûr, d'une part, à la nature des tâches ou des situations proposées par les enseignantes et, d'autre part, à la façon dont les maîtresses installent ces situations dans leurs classes respectives. Par exemple, une analyse *a priori* de la situation observée dans la classe de E. permet de souligner que certaines connaissances en jeu dans la situation de communication proposée sont difficilement accessibles. Il en est de même pour la situation d'enseignement observée dans la classe de N. D'emblée, la tâche de classement prescrite sur les polygones convexes et « non convexes » semble pouvoir être accomplie par la mise en fonctionnement de connaissances élémentaires dont le lien avec des savoirs géométriques n'est pas assuré. Mais c'est par ailleurs au fil des déroulements observés qu'on entrevoit les effets communs de rabattement sur le vocabulaire géométrique conventionnel *stricto sensu* dans la gestion du processus d'institutionnalisation par les deux maîtresses. Ces

²⁶ Des élèves décrivent des figures à d'autres élèves en vue de leur reproduction.

²⁷ Voir la référence au dictionnaire utilisée pour écrire la définition de la diagonale plus haut.

analyses permettent de pointer un phénomène didactique, spécifique des savoirs à enseigner dans les domaines apparentés de la géométrie et de la mesure des grandeurs. Dans ces domaines, plus que dans le domaine numérique (concernant à la fois les savoirs attenants aux nombres et au calcul), l'étude des pratiques des deux maîtresses révèle un souci d'identification des savoirs et de leurs enjeux. Il est notamment fréquent qu'elles se démarquent des attentes institutionnelles concernant les savoirs concernés. La distinction entre polygones convexes et non convexes hors programme, pourtant enseignée par l'une des deux maîtresses en est un exemple parmi d'autres. On peut dès lors s'interroger sur les critères d'identification des enjeux de savoirs en géométrie à enseigner dans les pratiques d'enseignement à l'école. Les phénomènes didactiques révélés par l'étude des pratiques des enseignantes dans l'enseignement de savoirs du domaine numérique ne sont pas tout à fait du même ordre : les savoirs enseignés semblent globalement davantage conformes aux références de l'institution didactique, du moins en apparence, du point de vue de leur étiquetage « officiel ». On constate toutefois divers dysfonctionnements dans l'institutionnalisation des savoirs visés que nous n'exposons pas ici mais qui laissent penser que la question de la visibilité ou de la « lisibilité » des savoirs à enseigner n'est pas totalement réglée pour autant et pèse tout autant sur le processus d'institutionnalisation dans les pratiques d'enseignement et la construction d'inégalités scolaires dans les apprentissages concernés. Nous espérons avoir fait entrevoir à travers les brefs exemples précités, la façon dont savoirs et pratiques d'enseignement semblent se composer et se recomposer dans un processus social de transposition qu'il nous tient à cœur d'étudier au regard de la construction des inégalités scolaires.

De ce point de vue, les échanges et collaborations – entre didacticiens et sociologues, mais aussi entre didacticiens des mathématiques et didacticiens « du français » – dont cet ouvrage collectif est la trace et le produit, et dont RESEIDA vise à être le creuset, nous ont permis de mettre au jour des phénomènes et processus récurrents, qui se nouent pour l'essentiel autour de couples notionnels tels que dévolution / institutionnalisation, tâches / enjeux de savoirs, connaissances / savoirs, pédagogie visible / invisible, discours instructeur ou vertical / régulateur ou horizontal..., qu'il s'agit de penser ensemble, à la fois pour en conforter la cohérence théorique, mais surtout pour en éprouver le caractère heuristique, et pour éprouver les apports de l'échange pour chacun des points de vue dont il se soutient. Notre travail en commun nous a incontestablement permis de progresser non seulement pour réaffirmer à quel point les modes de catégorisation les plus courants des pratiques enseignantes, qui reprennent trop souvent, de manière plus ou moins élaborée, les figures imposées du débat pédagogique, s'avèrent très insuffisantes, voire constituent des obstacles pour étudier les questions qui sont les nôtres, mais aussi pour proposer et mettre à l'épreuve des catégories descriptives de ces pratiques et des dispositifs qui les structurent qui soient plus sensibles à la fois au traitement des objets et enjeux de savoir, aux contextes et aux médiations par lesquelles se re-produisent les inégalités scolaires et les processus de domination, voire de disqualification sociale.

Pour autant, bien des choses restent à faire, dont nous ne donnerons que deux grandes directions : travailler à mieux distinguer – ne serait-ce que conceptuellement – et pour mieux en penser et étudier les rapports les différentes dimensions du processus de transposition sociale, ou de recontextualisation des savoirs et pratiques de savoir que nous voyons à l'œuvre dans les classes, et des malentendus et des implicites qui s'y donnent à voir, : dimensions tenant des rapports sociaux et des représentations dont ils sont le creuset, dimension proprement didactique, dimension que l'on pourrait qualifier d'« infra-didactique » (liée entre autres à la composante langagière et littéraciée ou à la forme scolaire, qui sont non pas indépendantes des savoirs et domaines disciplinaires mais, pour une part, communes à tous), et dimension « structurelle » liée à l'asymétrie irréductible propre au rapport

pédagogique, qui fait que tout ne saurait être explicite ou explicitable, ce que Platon avait brillamment illustré par le paradoxe de Ménon. Mais également travailler à mieux élucider, au-delà des pratiques elles-mêmes, les registres de détermination des récurrences et convergences, ou des différences, que l'on y observe, lesquels peuvent relever des trajectoires sociales, professionnelles ou « savantes » des professionnels de l'école ; celui des ressources, instrumentations et « idéologies professionnelles » qui sont à leur disposition et dont ils font usage ; celui des politiques éducatives et des contextes socio-institutionnels différenciés dans lesquels ils exercent. En ce sens, l'un des prolongements du travail collectif dont on a tenté ici de donner un aperçu, visera, dans un projet actuellement en cours d'élaboration, non seulement à décrire et étudier – à une échelle plus large que celle des pratiques de classe observées dans la durée – les modes différenciés (ou non) d'adaptation des curriculums selon les contextes historiques et, surtout, sociaux et institutionnels d'exercice, et selon les contraintes et les épreuves – « objectives ou « subjectives » qui en résultent pour les acteurs concernés.

Bibliographie

- Bakhtine, M. (1984), *Esthétique de la création verbale*, Paris, Gallimard.
- Bautier, É. (2011), Quand le discours pédagogique entrave la construction des usages littéraires du langage. In Rochex J-Y. et Crinon J. (Eds.), *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements* (pp. 133-146), Rennes : PUR, Coll. Paideia.
- Bautier, É., Catteau, C., Joigneaux C., Thouny C. (2011), Des difficultés invisibles aux apprentissages non faits. In Rochex J-Y. et Crinon J. (Eds.), *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements* (pp. 133-146), Rennes : PUR, Coll. Paideia.
- Bautier, É., Crinon, J., Delarue-Breton, C. Marin, B., (2012), « Les textes composites : des exigences de travail peu enseignées ? », *Repères*, n° 45, 63-79.
- Bernstein, B. (1970/1975), « Sur les formes de classification et de découpage du savoir dans les systèmes d'enseignement », in B. Bernstein, *Langage et classes sociales*, Paris, Éd. De Minuit.
- Bernstein, B. (1975), *Classes et pédagogies : visibles et invisibles*, Paris, CERI-OCDE.
- Bernstein, B. (2007), *Pédagogie, contrôle symbolique et identité : théorie, recherche, critique*. traduit par Ramognino – Le Déroff G., Vitale P. Sainte Foy (Québec) : Presses de l'Université de Laval.
- Bonnéry, S. (2011), Sociologie des dispositifs pédagogiques : structuration matérielle et technique, conceptions sociales de l'élève et apprentissages inégaux. In Rochex J-Y. et Crinon J. (Eds.), *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements* (pp. 133-146), Rennes : PUR, Coll. Paideia.
- Bourdieu, P. (1966), « L'école conservatrice. Les inégalités devant l'école et devant la culture », *Revue française de sociologie*, VII, 325-347.
- Butlen, D. (2004), *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des professeurs des écoles*. Note de synthèse pour l'habilitation à Diriger des recherches, Université Paris 8.
- Butlen, D., Peltier-Barbier, M.L., Pézard M., (2004), Des résultats relatifs aux pratiques de professeurs débutants ou confirmés enseignant les mathématiques à l'école. In Peltier-Barbier M-L (Ed.) *Dur pour les élèves, dur pour les enseignants, dur d'enseigner en ZEP* (pp.70–81). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Jaubert, M., Rebière, M. et Bernié, J.-P. (2004), L'hypothèse « communauté discursive », *Les cahiers Théodile* 4, Université Lille 3.
- Brousseau, G. (1986), *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques*, *Recherches en didactique des Mathématiques* 7(2) 33-115.

- Bulf, C., Mathé, A.-C., Mithalal, J., Wozniak, F. (à paraître), Le langage en classe de mathématiques, quels outils d'analyse en didactique des mathématiques, In Bronner A., *Des problèmes de la profession à l'étude du langage*. Grenoble : La pensée sauvage. Cdrom.
- Chartier, R., Compère, M.-M., Julia, D. (1976), *L'éducation en France du XVI^{ème} au XVIII^{ème} siècles*, Paris, CDU-SEDES.
- Chopin, M.-P. (2008), La visibilité didactique : un milieu pour l'action du professeur. Présentation d'un concept pour l'étude de pratiques d'enseignement. *Education et didactique* 2(2) 63–80.
- Chevallard, Y. (1991), *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques* 19(2) 221–266.
- Coulange, L. (2011), Quand les savoirs mathématiques à enseigner deviennent incidents. Étude de pratiques d'enseignement des mathématiques d'une enseignante de CM2. In Rochex J-Y. et Crinon J. (Eds), *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements* (pp. 33-44), Rennes : PUR, Coll. Paideia.
- Coulange, L. (2012), *L'ordinaire de l'enseignement des mathématiques, Pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages des élèves*. Note de synthèse en vue de soutenir une Habilitation à Diriger des Recherches, Université Paris 7.
- Crinon, J. (2011), Des pratiques langagières dans la classe et la coconstruction des difficultés scolaires. In Rochex J-Y. et Crinon J. (Eds), *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements* (pp. 33-44), Rennes : PUR, Coll. Paideia.
- Foucault, M. (1977/1994), « Le jeu de Michel Foucault », entretien, *Bulletin périodique du Champ freudien*, n° 10, 1977, 62-93 ; repris in M. Foucault, *Dits et écrits II, 1976-1988*, Paris, Gallimard, 298-329.
- Forquin, J.-C. (1989), *École et culture. Le point de vue des sociologues britanniques*, Bruxelles, De Bœck.
- Goigoux, R. (2007), « Un modèle d'analyse de l'activité des enseignants », *Éducation et didactique*, 1(3), 47-70.
- Gobert, S. (à paraître), Construction des significations, dans et par le langage. In Bronner A. (Coord.), *Des problèmes de la profession à l'étude du langage*. Grenoble : La pensée sauvage. Cdrom.
- Joigneaux, C. (2008), Notice « Forme scolaire », in A. van Zanten (dir.), *Dictionnaire de l'éducation*, Paris, PUF, 347-349.
- Joigneaux, C. (2009), *Des processus de différenciation dès l'école maternelle. Historicités plurielles et inégalité scolaire*, Thèse de Doctorat en Sciences de l'Éducation, Université Paris VIII Saint-Denis.
- Joigneaux, C. (2011), Forme scolaire et différenciation des élèves à l'école maternelle. Un cas d'école ? In Rochex J-Y. et Crinon J. (Eds), *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements* (pp. 33-44), Rennes : PUR, Coll. Paideia.
- Lahire, Bernard (1993), *Culture écrite et inégalités scolaires. Sociologie de "l'échec scolaire" à l'école primaire*, Lyon, Presses universitaires de Lyon.
- Laparra, M., Margolinas, C. (2011), Quand les maîtres contribuent à leur insu à renforcer les difficultés des élèves. In Rochex J-Y. et Crinon J. (Eds), *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements* (pp. 33-44), Rennes : PUR, Coll. Paideia.
- Margolinas, C., Laparra, M. (2011), Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. In Rochex J-Y. et Crinon J. (Eds), *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements* (pp. 33-44), Rennes : PUR, Coll. Paideia.

- Mercier, A. (2008), Une question curriculaire de l'enseignement élémentaire des mathématiques : la « résolution de problèmes », L'enseignement des mathématiques à l'école primaire, *Actes du séminaire national des 13 et 14 novembre 2007 à Paris*, EduSCOL. http://media.education.gouv.fr/file/Formation_continue_enseignants/13/0/actes_maths_primaire_11_0130.pdf
- Perrin-Glorian, M.-J. (1997), Que nous apprennent les élèves en difficulté en mathématiques ?, *Repères IREM*, 29, 43-66.
- Rochex, J-Y., Crinon J. (2011), *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements*. Rennes : PUR, Coll. Paideia.
- Rochex, J-Y. (2011a), Au cœur de la classe, contrats didactiques différentiels et productions d'inégalités, In Rochex J-Y. et Crinon J. (Eds) *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements* (pp. 91-110). Rennes : PUR, Coll. Paideia.
- Rochex, J-Y. (2011b), Conclusion la fabrication de l'inégalité scolaire : une approche bernsteinienne, In Rochex J-Y. et Crinon J. (Eds) *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements* (pp. 173-198). Rennes : PUR, Coll. Paideia.
- Roditi, E. (2010), Le développement des pratiques enseignantes en mathématiques d'un professeur d'école : une étude sur dix années d'exercice. In Coulange L. et Hache C. (Eds) *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques Année 2009* (pp. 201-227). Paris: ARDM et IREM de Paris 7.
- Saujat, F. (2010), *Ergonomie de l'activité enseignante et développement de l'expérience professionnelle : une approche clinique du travail du professeur*, Note de synthèse pour l'Habilitation à Diriger des Recherches, Université de Provence.
- Schubauer-Leoni, M.-L. (1988), « Le contrat didactique dans une approche psycho-sociale des situations d'enseignement », *Interactions didactiques*, n° 8, Universités de Genève et de Neuchâtel, 63-75.
- Vincent, G. (1980), *L'école primaire française. Étude sociologique*, Lyon, Presses universitaires de Lyon.

BERNADETTE DENYS ET BERNARD PARZYSZ

Paroles, Un hommage à François Colmez

Hommage à François Colmez organisé par Bernadette Denys et Bernard Parzysz, avec les interventions du groupe **MAG** de l'IREM de Paris :

Bernard Parzysz a évoqué ses vingt années de recherches communes avec François Colmez sur l'enseignement de la géométrie au collège et au lycée, concernant notamment les représentations de l'espace.

Le groupe MAG de l'IREM de Paris, représenté par Christophe Blanc, Mireille Mandelbrot et Bernadette Denys, a donné un rapide aperçu des travaux de François Colmez dans un contexte interdisciplinaire : mathématiques, arts plastiques, géographie.

Ces travaux seront publiés dans l'ouvrage "Education à l'espace" dont la publication est prévue en 2013.

BARBARA JAWORSKI

Developing teaching of mathematics to engineering students: Teacher research, student epistemology and mathematical competence

b.jaworski@lboro.ac.uk

Mathematics Education Centre, Loughborough University

Résumé

Un projet de recherche “Engineering Students Understanding Mathematics” (ESUM) a montré des rapports tendus entre les perspectives théoriques des professeurs, l’organisation de l’enseignement et les stratégies d’apprentissage des étudiants. Dans mon équipe de recherche, nous cherchons à améliorer notre enseignement des étudiants futurs ingénieurs et de développer leur compréhension des concepts de mathématiques. Étant donné nos résultats du côté « étudiant », et les possibilités et limites du côté institutionnel, nous explorons une gamme de ressources et d’approches de l’enseignement utilisant les perspectives théoriques autour de l’« inquiry community », la genèse documentaire, et la théorie de l’activité.

A research project “Engineering Students Understanding Mathematics” (ESUM) has shown tensions between teachers’ theoretical perspectives and design of teaching and students strategic approach to learning. In my research team we seek to improve our teaching of engineering students and to develop their conceptual understandings of mathematics. Given our findings on student perspectives, and the institutional affordances and constraints, we are exploring a range of resources and teaching approaches using theoretical perspectives of inquiry community, documental genesis and activity theory.

ESUM -- Engineering Students Understanding Mathematics

The ESUM project at Loughborough University was designed to achieve more conceptual learning of mathematics for materials engineering students in their first year at university, supported by funding from the national HESTEM programme²⁸. It was created as a developmental research project involving both insider and outsider research and it involved an innovation in learning and teaching. This included: inquiry-based questions and tasks; use of a GeoGebra environment for the learning of functions; small group activity in tutorials and an assessed small group project.

Our research questions were as follows:

- How can we enable engineering students’ more conceptual understanding of mathematics
- What teaching approach is appropriate (and why)? -- Design
- What means do we have of perceiving students’ outcomes? -- Methodology.
- What outcomes do we achieve? -- Evaluation

The project was constructed within a sociocultural frame. Thus, in seeking mathematical understanding, we are interested not only in cognitive processes, but in the whole context and

²⁸ HESTEM is the national Higher Education programme relating to Science, Technology, Engineering and Mathematics with the purpose of promoting greater participation and success in these areas of education. We received funding from this programme via the Royal Academy of Engineering in the UK.

culture in which we are active. This includes: the mathematical meanings we make; the perspectives of students and teachers; the institutional dynamics and constraints that we experience and our various worlds in and beyond the institutional setting.

The setting is a University with a 3-year BSc degree in Materials Engineering and first year students taking part in a one year module in mathematics – we focused our research on the first semester only. The module has two lectures and one tutorial per week (each 50 minutes) which have been in the past rather traditional in style. The university uses a virtual learning environment (VLE) known as LEARN which is used to provide a variety of means of communication with students, particularly holding notes and resources. Assessment of the module in the past has been by exam (60%) and computer based tests (40%). We are aware that teaching, in the past, has involved rather instrumental approaches to mathematics (Skemp 1977; Hiebert, 1986, Artigue, Batanero & Kent, 2007).

The ESUM project involved a teaching team of three people, all experienced teachers, with responsibility for: interpretation of curriculum, design of questions/tasks/group project (with the help also of PhD students), design of the innovation and an associated teaching approach, teaching the module (one member of the team has been the lecturer). The research team has comprised four people, the teaching team plus a research officer (employed using the HESTEM funding) with responsibility for the design of the research, for engaging in research *in practice* (insider research) and for conducting research *on practice* (outsider research). Insiders have been mainly those in the teaching team; outsider research has involved mainly the research officer in collecting data, with analysis undertaken by several of the team.

The innovation has included inquiry-based questions and tasks; use of a GeoGebra environment (particularly for the learning of functions); small group activity in tutorials and an assessed small group project. The latter resulted in a revised assessment consisting of the group project (20%), computer-based tests (20%), and exam (60%). I present three examples below (a, b and c) to show what I mean by inquiry-based tasks.

a. an open question/task in a lecture

Think about what we mean by a function and write down two examples. Try to make them different examples.

b. a lecture or tutorial task

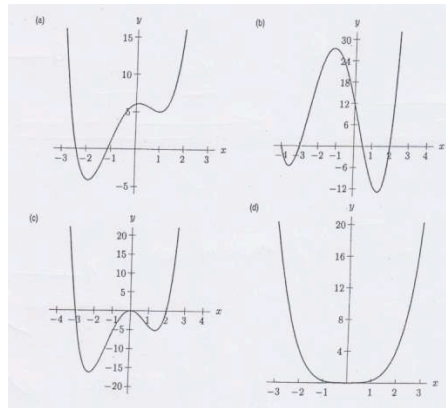
Given the function $f(x) = x^2 - 3x + 4$, sketch the function on a pair of axes.

- Find the equation of a line that crosses this curve where $x=1$ and $x=2$
- Find the equation of a line of gradient 3 that crosses the curve twice
- Find the equation of a line of gradient -3 that does not cross the curve

c. tutorial task – to be undertaken in small groups

Use sliders in GeoGebra to determine which of the graphs below could represent the function $y=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$

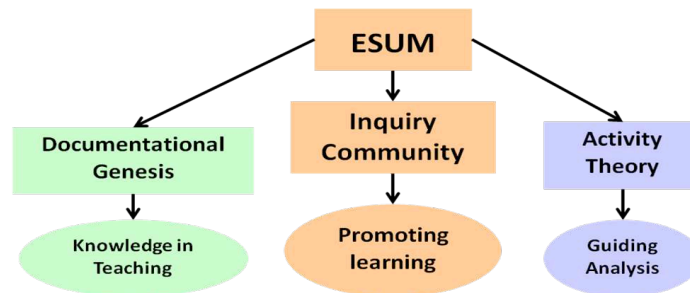
Here a, b, c, d and e are real numbers, and $a \neq 0$. Explain your thinking.



It can be seen that task c was designed with the intention that students would use GeoGebra to explore possibilities

Theoretical perspectives

We have based our work within three areas of theory: inquiry community, documentational genesis and activity theory as represented in the following diagram.



Ideas of inquiry community are central to the entire philosophy of the project and to our practices in learning and teaching; documentational genesis helps to theorise the nature and development of teaching, and activity theory has proved extremely valuable as a tool to aid analyses.

Inquiry community

Our theory of inquiry community has been based on ideas of Community of Practice (CoP) as expressed by Wenger (1998). We see learning as a process of participation and reification within a community which has shared objectives and working practices (in Wenger's terms Joint Enterprise, Mutual Engagement, and Shared Repertoire). Group and individual identities are formed through engagement, imagination and alignment (literally a process of lining up with the norms and expectations within the practice). All of these concepts carry over into the conceptualisation of a community of inquiry, except the notion of alignment. The problem is that, in aligning with norms and expectations of a practice, it is possible to perpetuate aspects of the practice that are unhelpful in achieving certain goals. For example, in learning and teaching mathematics, we might characterise a mathematics classroom as a community of practice in which we can identify many of the aspects of engagement, repertoire and enterprise of which Wenger speaks. Nevertheless we might also recognise that the community is not achieving the best possible practice in terms of a goals related to students' conceptual understanding of mathematics. It might be that a rather instrumental level of understanding is accepted by all concerned, and we know that this is true in many classrooms.

In an inquiry community, inquiry is a fundamental concept related to ways of working to promote conceptual understandings. Where mathematics is concerned, inquiry in mathematics

involves asking questions and seeking answers, recognising problems and seeking solutions, investigating, exploring, conjecturing and seeking justifications for conjectures. When students engage together in such activity they engage deeply with mathematical processes and concepts and address the fundamentals of mathematics rather than just staying at surface (instrumental) level. Similarly in mathematics teaching, when teachers ask questions about their practice and explore ideas in the classroom they get into depth in conceptualising teaching processes and really thinking through what approaches can promote/foster students' conceptual learning. Thus we seek opportunities to promote an inquiry base in both learning mathematics and teaching mathematics. The result of this is that we are not satisfied in just aligning with existing norms and ways of working – we seek an inquiry way of being in which we question the status quo and seek to know more about what is possible in order to make it more effective. We talk about this as a process of critical alignment: questioning what we do as we do it and seeking to know more and to do things in better ways to promote our goals. We can talk about inquiry and critical alignment as developing ways of being in practice. Here theory and practice are related fundamentally both in terms of what we do and how we think about what we do (Jaworski 2006, 2008). Thus, to summarise, in a community of inquiry we

- engage in participation and reification as in CoP;
- address inquiry-based questions to challenge existing ideas and engage in meaning-making more deeply;
- encourage asking of own questions, motivation of wanting to know and looking critically at outcomes;
- develop a critical sense of what we are doing and achieving according to our goals.

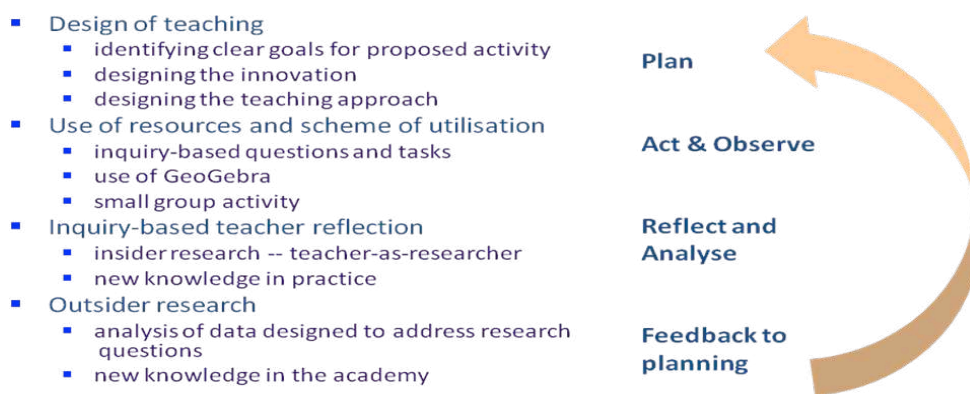
Documentational Genesis

Based on the theory of Gueudet & Trouche (2009) documentational genesis is about promoting knowledge in teaching. It involves first of all a clear design of teaching in which we identify clear goals for proposed activity, designing the innovation and designing the teaching approach. This design process takes into account fundamentally the resources that we use and our associated schemes of utilisation – that is, why we use the resources we use and the ways in which we use them. In ESUM our resources include inquiry-based questions and tasks, a GeoGebra environment and small group activity. In each of these we have clear goals for our use of the resource. For example, inquiry-based tasks are designed to promote deep engagement with mathematics as explained above. GeoGebra provides an electronic environment where alternative representations can be seen side by side, to aid visualisation and provide alternative perspectives, and the parameters changed to allow experimentation and inquiry. Small group activity encourages dialogue and negotiation of ideas, addressing meanings and challenging limited perspectives. The ways in which we use these resources are related to our institutionalised setting and the constraints it imposes. So, in a lecture, our approach is modified to fit lecture constraints – e.g., GeoGebra can be used only in demonstration mode; inquiry-based activity only at a level suited to seat work in a lecture hall. However, for tutorials we are able to use a computer laboratory in which each student sits at a computer and movement around the room is possible, so each student can use GeoGebra dynamically to explore in their own ways and discuss these within their group. Decision-making and discussion within a group are promoted within tutorials with the lecturer and a graduate student assistant circulating among groups observing activity and discussing ideas.

The design process relates closely to its implementation in practice and reflection in practice feeds back to inform ongoing design of tasks and teaching approach. The lecturer

wrote reflective notes each week which captured issues arising locally. Lecturer and research officer discussed activity after each lecture and tutorial, allowing modifications to be made to practice in the next session. This is a complex inquiry process which forms the basis of what we call developmental research. It is research which leads to new knowledge about teaching and about making sense of the overall complexity in our practice. We see inquiry-based teacher reflection leading to new knowledge in practice (insider research -- teacher-as-researcher), and we see analysis of data gathered from observations on teaching leading to new knowledge in the academy (outsider research).

Thus the process of documentational genesis is a developmental process which provides knowledge in and about the practices in which we engage and simultaneously promotes development in practice so that our practice improves directly in relation to our increased knowledge. The following diagram offers an overview of our discussion above.



Developmental Research Methodology

Developmental research is research which not only charts the developmental process, but also contributes to that development. Our sociocultural frame allows us to address learning and teaching and their development in their full complexity, seeing learning as fundamentally situated in the full social context with its range of communities and cultures. Learning is fundamental to participation in the teaching-learning settings we create and study. We seek to know as much as possible about students' meaning making in mathematics and teachers' learning about teaching within these settings.

As part of the dual nature of developmental research we recognise two research modes, the insider and the outsider. Insider research involves participants in studying and modifying their practice as they engage with it. This includes the design of tasks and approaches, observation of the practices in teaching and learning, reflection and analysis of what has taken place leading to new ways of seeing and doing which are fed back to future planning, dissemination to colleagues locally and further afield through presentation and publication. Outsider research involves at least one researcher who looks at the action as an outsider, and collects and analyses data from the various settings. Data in the ESUM project has included design documentation, student surveys, observation of practice (audio recording) and interviews with students. Analysis has been relevant to the kinds of data. After initial analyses, we have used activity theory as an analytical and organisational tool to make sense of findings, particularly those that seem in tension or contradiction. Findings from analysis at various stages have fed back into the design of tasks and approaches. We have disseminated findings through conferences presentations and publications.

Research findings

From observational and reflective data (comparing with previous cohorts)

We have made comparisons with previous cohorts of students, either numerically or observationally and reflectively through experience. Monitoring of attendance at lectures and tutorials has shown an increase on previous years with a 75% average attendance as compared with less than 50% in previous years. Scores in tests and the exam have shown higher averages by at least 10% than those with previous cohorts. However, we were not able to access initial qualifications for earlier cohorts, so we have to be aware that this cohort might have been initially better qualified than those earlier.

Observation has shown evidence of student engagement in lectures in response to lecturer's questions and through encouragement to students to ask their own questions. Tutorial structure with students in small groups working on inquiry-based tasks has provided opportunity for deeper mathematical discussions which have been evident in the majority of groups. However, the computer laboratory setting has offered the temptation to engage with social networking sites (e.g. facebook) which has proved a distraction for some students. Increased student involvement in discussion of mathematics questions and tasks has made it possible for the lecturer/tutor to discern students' meaning making in ways which are not possible if there is no such engagement.

From student written (project) work as data

Project reports which were assessed (20% of overall marks) have shown a serious engagement with the project task. There has been evidence of engagement with inquiry-based questions and with exploration of functions using GeoGebra from which it is possible to discern degrees of understanding. There was evidence of students' appreciation of the contribution GeoGebra offers to promote understanding. The following quotation is typical:

“As a group we looked at many different functions using GeoGebra and found that having a visual representation of graphs in front of us gave a better understanding of the functions and how they worked. In this project the ability to be able to see the graphs that were talked about helped us to spot patterns and trends that would have been impossible to spot without the use of GeoGebra.” [Group F – project report]

From interviews and focus groups data

In contrast with data from project reports which were written during the semester, interview and focus group data was collected during the progress of the second semester after the developmental study has been completed but before the final exam. Students were more at a distance from their studies in the first semester and were clearly aware of the importance of the exam for their final marks. Also, they were not being assessed on what they said in interviews as they were on what they wrote in project reports. This could have contributed to the honesty/frankness of their responses. Thus student responses, and discrepancies with earlier data have to be seen in these contexts.

In the interviews and focus groups, students showed awareness of the contribution of different kinds of questions and use of GeoGebra to their mathematical understanding. However, they were not convinced that these approaches were most helpful for their learning overall (they showed a more instrumental view of learning than had been discerned during engagement and participation). Students would have liked teaching to be more focused on what they have to know for the exam (a more instrumental view of teaching). We discerned overall that students demonstrated a strategic attitude to their studies. The following quotations are typical:

“I found GeoGebra almost detrimental because it is akin to getting the question and then looking at the answer in the back of the book. I find I can understand the graph better if I take some values for x and some values for y, plot it, work it out then I understand it ... if you just type in some numbers and get a graph then you don’t really see where it came from”. (Focus group 1)

“Understanding maths – that was the point of Geogebra wasn’t it? Just because I understand maths better doesn’t mean I’ll do better in the exam. I have done less past paper practice.” (Focus group 2)

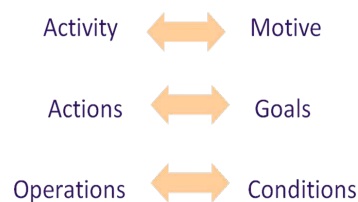
For more detail of research findings see Jaworski and Matthews (2011).

Activity theory—helping to make sense of analysis

The variety of data and outcomes of analysis resulted in a complexity of findings both quantitative and qualitative. We needed to look at this complexity in a holistic way while making sense of its various parts and their sources. For this purpose we followed our general analysis with further analysis based in activity theory.

According to Leont’ev, “Activity is the non-additive, molar unit of life ... it is not a reaction, or aggregate of reactions, but a system with its own structure, its own internal transformations, and its own development” (1979, p. 46). Activity is the whole with which we work and in which we participate. ‘We’ are the teachers and researchers, the students, as well as other stakeholders, administrators, policy makers and so on. Included also are interlinking and interacting conditions and the issues that are generated through practical interpretation of theoretical goals and their interaction with the cultures involved. Thus, one reason for employing activity theory is to capture complexity in the wholeness described, as well as to examine specific elements and their contribution to the whole.

We used two models for this purpose. One was the expanded meditational triangle of Engeström (e.g., 1999), and details of our use of this can be found in our contribution to the ATATEMLO symposium held in Paris in 2011²⁹ (Jaworski et al., 2011). I include here details of our use of the second model which is the three levels of activity proposed by Leont’ev.



Leont’ev, 1979

Leont’ev states that all activity is motivated, although the motive might not be explicit. When it is explicit it is referred to as a motive-goal. Within the activity we can recognize certain actions, each of which is associated with an explicit goal. The activity however, is more than just a sum of the actions. The actions include certain operations which depend on certain conditions. In the tabular form below, we have represented some of the findings expressed above. It should be recognized that while we have clear insights into teaching activity and goals, our portrayal of students’ perceptions and goals is interpretative from our data.

²⁹ Activity approaches to technology enhanced mathematics learning orchestration. 23-25 November, 2011, University of Paris, Diderot.

L evel	Teaching	Students
1	<p>Activity mathematics teaching-learning.</p> <p>Motivated by the desire for students to gain a deep conceptual-relational understanding of mathematics.”</p>	<p>Activity learning within the teaching environment and with respect to many external factors</p> <p>Motivated by the desire to get a degree in the most student-effective way possible.</p>
2	<p>Actions design of tasks and inquiry-based questions</p> <p>Goals student engagement, exploration and getting beyond a superficial and/or instrumental view of mathematics.</p> <p>Actions use of GeoGebra</p> <p>Goals providing an alternative environment for representation of functions offering ways of visualizing functions and gaining insights into function properties and relationships.</p>	<p>Actions taking part in the module: attending lectures & tutorials; using the LEARN VLE system; using the HELM books³⁰; etc. with goals related to student epistemology.</p> <p>Goals intention to attend lectures & tutorials because this is where you are offered what you need to pass the module; clear views on what ought to be on offer and what you expect from your participation; wanting to know what to do and how to do it; wanting to do the minimum amount of work to succeed; wanting to understand; wanting to pass the year’s work.</p>
	<p>Operations the kinds of interactions used in lectures to get students to engage and respond, the ways in which questions are used, the operation of group work in tutorials and interactions between teachers and students.</p> <p>Conditions all the factors of the university environment that condition and constrain what is possible ...</p>	<p>Operations degrees of participation – listening in a lecture, talking with other students about mathematics, reading a HELM book to understand some bit of mathematics, using the LEARN page to access a lecture, Powerpoint etc.</p> <p>Conditions timetable pressure, fitting in pieces of coursework from different modules around given deadlines, balancing the academic and the social, getting up late and missing a lecture. ...</p>

Advantages of such analysis are that it draws our attention to key aspects of the activity for the groups who take part in it; it emphasizes key differences in perspectives and cultures that lead to tensions and issues; it provides opportunity to reconsider the teaching approach and utilization schemes; and it increases teaching knowledge. The areas of knowledge include practical knowledge in the design and use of inquiry-based tasks, a greater awareness of characteristics, possibilities for modification such as relating to

- use of GeoGebra in institutional settings – what is possible and how it is perceived by students;
- student degrees of engagement and insights into student epistemology;
- the importance of assessment;
- difficulty in discerning degrees of conceptual understanding .

³⁰ HELM: Helping Engineers Learn Mathematics. A specially prepared set of books which we give to engineering students to support their mathematical study. <http://helm.lboro.ac.uk/>

Emerging issues

Tensions between theory-based design and its practical realisation

The institutional dimension: this includes the fabric and organisation of the university, expectations and norms of practice and ways of thinking about what constitutes good ways of educating students (not necessarily research based). It includes ways of constituting the curriculum and assessment structures and the basis of judgments on good educational outcomes.

Cultural influences: this includes the cultures of higher education in the UK, cultures of mathematics and mathematicians, student cultures, and school cultures since these students have just arrived from education in schools. It includes particularly the culture of assessment which we have found to be a most important consideration both in institutional culture and in the perspectives of students.

Students' strategic approach: in today's student-aware economic culture, for many students the outcome of university studies, the degree assumes perhaps more importance than the studies themselves. Thus students take a strategic approach to study which is often interpreted as the approach which will most likely result in a high level qualification.

All of these areas could be discussed more fully in terms of our project and its outcomes, the tensions that add to overall complexity and ways in which we can navigate these tensions in our design of teaching. Two are outstanding: the first concerns assessment – students' strategic approach is highly focused on the assessment, particularly the exam. We intend to explore assessment possibilities which are more closely linked to achieving our aims related to conceptual understanding. This may mean challenging existing academic cultures and we aim to do this through innovation and research, and the making explicit of the theories which underpin existing and potential practices. The second concerns the nature of mathematics understanding, particularly conceptual understanding. This has been much harder to recognise than perhaps we expected at the design stage.

Mathematical competence and understanding

We ask the question, what actually do we mean by 'conceptual understanding' in practice? For a theoretical conceptualisation we draw extensively on the literature, for example, Skemp (1976), Heibert et al (1986) and Artigue, Batanero & Kent (2007). However, while it is relatively easy to say what we mean by conceptual understanding, we have found that it is not so easy to discern it in practice. Institutional constraints militate against a lecturer's deeper knowledge of students: in the time allocation and cohort sizes it is impossible to develop the same knowledge of students that a teacher would have in a school classroom. This is true for all teaching of students in higher education. However, our students are engineering students and the European Society for Engineering Education, SEFI, is also concerned about these issues, asking, What do we mean by mathematical competence? (SEFI, 2011) I quote from their document:

“Mathematical competence is the ability to recognize, use and apply mathematical concepts in relevant contexts and situations which certainly is the predominant goal of the mathematical education for engineers.” (p. 3)

“It is clear that such competencies cannot be obtained by just listening to lectures, so adequate forms of active involvement of students need to be installed.” (p.3)

Competencies include “thinking and reasoning mathematically, posing and solving mathematical problems, modelling, representing, communicating” (p. 9-10)

Such statements might have been written as the basis for the inquiry-based approach we have been taking. Following their introduction, the SEFI document goes further to detail the competencies in the areas stated and we are keen to explore how these competencies relate to

our activity and its outcomes. A question we will ask is, how do competencies relate to understandings or mathematical meanings and how can we recognise and assess them? This is an area for further research.

For the future

As a result of the ESUM project we have new knowledge and further questions. This knowledge is feeding back into new planning and teaching. We are making changes to practical considerations within our theoretical perspectives. We are conscious of institutional and cultural constraints and working on how to address them as a process of critical alignment in teaching and in our documentational genesis. We are planning further research into the nature of assessment and its relation to student activity and epistemology and have already submitted bids for funding for this research. We plan further research into the nature of understanding, perhaps related to “mathematical competence”; this is still at a very early stage.

References

- Artigue, M., Batanero, C. and Kent, P. (2007). Mathematics Thinking and Learning at Post Secondary Level. In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. Charlotte, NC: Information Age Publishing.
- Gueudet, G. & Trouche, L. (2009). Towards new documentation systems for mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics*, 71, 199-218.
- Hiebert, J (1986). *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. Hillslade, NJ: Erlbaum
- Jaworski B. (2006). Theory and practice in mathematics teaching development: Critical inquiry as a mode of learning in teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(2), 187-211.
- Jaworski, B. (2008). Building and sustaining inquiry communities in mathematics teaching development: Teachers and didacticians in collaboration. . In K. Krainer & T. Wood (Eds.), Volume 3 of the *International Handbook of Mathematics Teacher Education: Participants in mathematics teacher education: Individuals, teams, communities and networks*, (pp. 309-330). The Netherlands: Sense Publishers.
- Jaworski, B. & Matthews, J. (2011) Developing teaching of mathematics to first year engineering students. *Teaching Mathematics and Its Applications* 30(4): 178-185
- Jaworski, B., Robinson, C., Matthews, J. & Croft, A. C. (2011). Issues in teaching mathematics to engineering students to promote conceptual understanding: a study of the use of GeoGebra and inquiry-based tasks. *Paper presented at the symposium devoted to “Activity theoretic approaches to technology enhanced mathematics learning orchestration”*, Paris November.
- Leont’ev, A. N. (1979). The problem of activity in psychology. In J. V. Wertsch (Ed.), *The concept of activity in Soviet psychology* (pp. 37-71). New York: M. E. Sharpe.
- SEFI: European Society for Engineering Education (2011). *A Framework for Mathematics Curricula in Engineering Education. A Report of the Mathematics Working Group*. <http://sefi.htw-aalen.de/>
- Skemp, R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching* 77, 20-26.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice*. Cambridge: Cambridge University Press.

LAURENCE LEROYER

Le rapport au support, un nouvel élément dans la thématique des ressources pour enseigner

laurence.leroy@ac-caen.fr

CERSE, Université de Caen Basse-Normandie

Résumé

L'étude des relations entre l'enseignant et les supports d'enseignement édités, au cours du travail de préparation de séquences d'enseignement, est au cœur de notre recherche. Cette recherche, nourrie des recherches sur la thématique des ressources pour enseigner, prend pour objet d'étude le rapport au support. Les résultats de notre travail, fondé sur une approche quantitative et une approche clinique, s'articulent avec plusieurs de ces recherches et suscitent de nouveaux questionnements.

Le travail de recherche, dont les principaux résultats vont être présentés dans cette contribution s'origine dans un cadre pragmatique. Pour préparer son enseignement, l'enseignant dispose de ressources diverses dont les manuels, fichiers et guide du maître associés que nous avons nommés supports d'enseignement édités. L'action d'enseignement auprès des élèves résulte, entre autres, de ce travail personnel de l'enseignant effectué hors la classe. Les différentes manières d'agir des enseignants avec ces supports d'enseignement que j'ai pu observer en tant que formateur, et qui découlent de ce travail de préparation m'ont interrogée, entre autres, sur la place à donner en formation aux supports d'enseignement édités et sur la prise en compte de ces manières d'agir dans des actions de formation.

Or lorsque ces questions émergent, il apparaît que « la question de l'appropriation des manuels par les enseignants ne semble pas étudiée » et que « le cas des mathématiques ne semble pas non plus beaucoup pris en compte » (Bruillard, 2005). Le questionnement de formateur laisse donc place à un questionnement de chercheur articulé autour d'une question centrale : « comment se pose la question des supports d'enseignement édités dans le travail de préparation des enseignants du premier degré en mathématiques ? ». Les prescriptions ministérielles relatives aux manuels scolaires n'ont fait qu'accroître mon intérêt pour ce travail. Ainsi, dans les programmes de 2008, il est inscrit à deux reprises que l'usage d'un manuel de qualité est un gage de succès » (Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche, 2008).

Le travail de recherche que nous avons entrepris, centré sur les relations entre les enseignants et les supports d'enseignement, vise donc à contribuer à une meilleure connaissance de l'activité enseignante dans sa dimension non observable et plus particulièrement celle déployée dans les phases de préparation de la classe.

Nous nous attacherons à montrer comment notre recherche s'est nourrie des productions scientifiques constituant progressivement un champ de recherche autour de la question des

ressources pour enseigner³¹ mobilisées par les enseignants dans leur travail, tant dans l'espace francophone, dont l'ouvrage de Gueudet et Trouche (2010a) permet de percevoir les contours, qu'outre atlantique (Remillard, Herbel-Eisenmann, Lloyd, 2009). Puis, la présentation de notre méthodologie de recherche et des résultats qui en découlent nous conduira à montrer en quoi notre travail se distingue des travaux de recherche présentés mais aussi comment il s'articule avec ces derniers.

Une approche qui se nourrit des travaux progressivement élaborés autour de la question des ressources pour enseigner dans le travail enseignant

En 2006, nos premières recherches bibliographiques nous ont conduite à remarquer que la question des ressources pour enseigner dans le travail enseignant et de leurs usages était encore peu abordée. Ainsi, Bruillard (2005), à la suite du colloque de l'IARTEM (International Association for Research on Textbooks and Educational Media) consacré aux manuels scolaires et médias éducatifs, souligne l'importance de la question des usages effectifs des manuels par les professeurs et les élèves mais aussi le fait que cette question n'a fait l'objet d'aucune recherche. Toutefois, dans l'ouvrage « Manuels scolaires, regards croisés », élaboré à la suite de ce colloque, une contribution retient notre attention. Dans cette contribution centrée sur « les pratiques effectives en mathématiques des professeurs outillés par la documentation et donc principalement le manuel », Assude et Margolinas (2005) font référence au travail de Margolinas et al (2005). Ce travail questionne l'usage et la place des manuels et plus largement celle de la documentation scolaire³² dans le travail de professeurs expérimentés du premier degré en mathématiques. Le rôle des documents rencontrés en formation initiale et le rôle important d'un « document générateur » à partir duquel le professeur élaborerait son œuvre sont mis en exergue.

En 2007, le cours de Gueudet et Trouche à l'école d'été de didactique des mathématiques intitulé « Vers de nouveaux systèmes documentaires pour les professeurs de mathématiques », (2009a) ainsi que le cours de Margolinas et Wozniak « Place des documents dans l'élaboration d'un enseignement de mathématiques à l'école primaire » (2009a) témoignent de l'émergence d'un nouveau champ de recherche en didactique des mathématiques centré sur la documentation professionnelle des enseignants. Les travaux de ces chercheurs nourrissent notre réflexion.

Les travaux de Margolinas et Wozniak (2009a, 2009b, 2010) nous conduisent à appréhender d'un point de vue didactique le travail de préparation de l'enseignant dans lequel prennent place les pratiques documentaires. Ainsi, le modèle des niveaux d'activité du professeur, issu des travaux sur la structuration du milieu participe à mieux comprendre la situation du professeur lorsqu'il doit concevoir son cours, situation dans laquelle la documentation scolaire prend place.

L'approche documentaire développée par Gueudet et Trouche (2008, 2009a, 2009b, 2010a, 2010b), approche qui s'appuie entre autre sur l'approche instrumentale élaborée dans le champ de l'ergonomie cognitive par Rabardel (1999), nous conduit à nous intéresser au processus de genèse documentaire, processus dans lequel des gestes documentés sont observables.

³¹ Il s'agit de « ressources explicitement conçues pour l'enseignement [...] qui portent des intentions spécifiques de leurs concepteurs et des institutions impliquées dans leur conception ou leurs usages » (Gueudet et Trouche, 2010).

³² Ensemble des documents qui répondent à des questions relatives à l'école

Les recherches outre-atlantique centrées sur les transactions entre l'enseignant et le matériel curriculaire apporte un éclairage complémentaire. Les travaux des chercheurs québécois qui interrogent les processus d'appropriation du « matériel didactique et pédagogique » par les enseignants identifient l'enseignant comme variable importante de ces processus. (Lebrun, Bédard, Hasni et Grenon, 2006). Aux Etats-Unis, les travaux de Brown (2009) et de Remillard (2010) mettent respectivement en évidence différents degrés d'appropriation (types d'usages) et différents modes d'engagement de l'enseignant avec le matériel curriculaire. L'enseignant appréhendé dans sa singularité et les caractéristiques du matériel curriculaire déterminent ces différents degrés d'appropriation ou modes d'engagement.

Ainsi, dans la contribution « The teacher-tool relationship _ Theorizing the design and use of curriculum materials », Brown envisage le travail de l'enseignant avec le matériel curriculaire comme « a design activity³³ ».

Applying the design metaphor to teaching is useful because it calls attention to the constructive interplay that takes place during instruction between agent (teachers) and tools (curriculum materials), and the manner in which the characteristics of each shape the outcome (Brown, 2009, p. 23)³⁴

Le modèle qu'il élabore « The Design Capacity for Enactment Framework »³⁵, permet d'appréhender comment les caractéristiques des ressources curriculaire et des ressources de l'enseignant conduisent à des interactions différentes.

The Design Capacity for Enactment framework (DCE) captures the different elements of the teacher-tool dynamic and represents the different types of interactions that occur between teacher resources and curriculum resources as teacher adapt, adopt or improvise with curriculum resources. (Brown, 2009, p. 26)³⁶

Ainsi, pour Brown, les ressources curriculaire, considérées comme des artefacts « are inert objects that come alive only through interpretation and use by a practitioner »³⁷ et « teachers notice and use such artifacts differently given their experience, intentions, and abilities »³⁸. Et, selon les ressources inhérentes à chaque enseignant (connaissances des faits et des concepts du domaine enseigné, connaissances pédagogiques et didactiques, orientation et motivation pour ce qui est enseigné compétences, croyances et des buts) il identifie différents degrés d'appropriation (types d'usage) de l'artefact dans les interactions enseignant/outils : « offloading », « adapting » et « improvising »³⁹. Les caractéristiques des ressources curriculaire, présentées dans le modèle élaboré, y contribuent également.

³³ Une activité de « design » - expression que l'on pourrait globalement traduire par « création ».

³⁴ Que ce soit en modifiant du matériel déjà existant ou en l'utilisant tel quel, les enseignants se livrent à une activité orientée vers un objectif que je nomme le « design » (ou « *processus créateur* »). L'application de la métaphore du « design » à l'enseignement est utile car elle attire l'attention sur l'interaction constructive qui a lieu entre les agents (les enseignants) et les outils (le matériel curriculaire), ainsi que sur la façon dont les caractéristiques de chacun concourent à modeler le résultat.

³⁵ La structure de la capacité de « design » - ou « de création » - pour la mise en œuvre

³⁶ La structure du DCE englobe les différents éléments de la dynamique enseignant/outil et représente les différents types d'interactions qui ont lieu entre les ressources de l'enseignant et les ressources curriculaire à mesure que l'enseignant adapte, adopte ou improvise avec les ressources curriculaire.

³⁷ ... sont des objets inertes qui ne deviennent vivants que lors de leur interprétation et de leur utilisation par l'enseignant ».

³⁸ « Les enseignants remarquent et utilisent ce matériel de façon différentes selon leur expérience, leurs intentions et leurs aptitudes ».

³⁹ L'application, l'adaptation et l'improvisation

Les travaux de Remillard montrent aussi comment les caractéristiques d'une ressource curriculaire et les caractéristiques de chaque enseignant contribuent à déterminer différents modes d'engagement. Le mode d'engagement désigne la manière dont les professeurs rencontrent et s'engagent avec les formes de destination du texte, il concerne ce que les professeurs font dans leurs transactions avec une ressource curriculaire particulière, comment ils y installent du sens et comment ils interprètent ce qui est proposé. En fonction du matériel curriculaire et de l'enseignant, elle observe alors différentes formes d'engagement.

Le rapport au support comme objet de recherche

A partir de ces travaux, il nous apparaît que les relations entre les enseignants et les supports d'enseignement édités ne peuvent être appréhendés indépendamment du travail de préparation. Nous développons un modèle d'analyse en convoquant plusieurs cadres théoriques. A l'identique de Robert et Rogalski (2002) nous mobilisons la didactique des mathématiques et la psychologie ergonomique. La théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 1999) et le modèle des niveaux d'activité du professeur développé par Margolinas (1995, 2002) à partir de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1986, 1990) nous permettent d'appréhender les conditions et les contraintes de ce travail. Le cadre de la psychologie ergonomique (Clot, 1999) centré sur l'activité et les ressorts de celle-ci, permet d'appréhender comment chaque enseignant répond de manière singulière à une tâche prescrite (concevoir son enseignement) dans une situation de travail donnée.

Dans le modèle élaboré, l'activité de préparation résulte d'un système de ressources et de contraintes composé de trois sous-systèmes en interaction que sont : l'enseignant exerçant, le contexte dans lequel il exerce et le genre professionnel. L'enseignant exerçant est considéré comme un individu caractérisé par des connaissances, des valeurs et croyances, des émotions, des capacités physiques, etc. Le contexte se compose d'un environnement organisationnel, relationnel et matériel dans lequel on trouve les supports d'enseignement édités. Le genre professionnel est constitué des formes communes de la vie professionnelle. Les relations enseignant / supports d'enseignement apparaissent à la fois constitutives et dépendantes de ce système.

A partir de ce modèle, nous avons pensé l'existence d'un rapport au support. En nous appuyant sur la définition du concept de rapport au savoir développé par Charlot (2003), nous avons défini le rapport au support comme suit : « Ensemble des relations liées aux supports d'enseignement qu'un enseignant, considéré comme individu, entretient avec les contraintes et les ressources du contexte professionnel dans lequel il évolue ainsi que celles liées aux formes communes de sa vie professionnelle ».

Nous supposons que lors de la conception de leur enseignement, les différentes manières d'agir des enseignants au regard des supports d'enseignement proposés par les éditeurs correspondent à des configurations particulières du rapport aux supports d'enseignement édités. Et, nous faisons l'hypothèse que l'ancienneté professionnelle de l'enseignant, le niveau de classe dans lequel il exerce et la formation qu'il a reçue influencent le rapport au support.

Des choix méthodologiques qui se déploient dans une autre logique que celles des travaux de recherche cités

Nous avons privilégié, dans un premier temps, une approche quantitative. Cette approche se fonde sur les réponses obtenues à un questionnaire auto-administré adressé à un grand nombre d'enseignants. La mise en œuvre de cette approche distingue méthodologiquement notre travail des autres travaux de recherche évoqués et fondés sur une approche qualitative portant

sur un petit nombre d'enseignants. Ainsi, Remillard (2010) privilégie une méthodologie fondée sur des observations et des interviews auprès d'enseignants du primaire. De même, Margolinas et Wozniak (2009a, 2009b) s'appuient sur des interviews auprès d'enseignants du premier degré. Enfin, Gueudet et Trouche (n.d.) se basent sur une investigation réflexive menée auprès d'enseignants du second degré.

Dans un deuxième temps, nous avons mené des entretiens auprès d'enseignants. Cette approche clinique entre en complémentarité avec l'approche quantitative. Les outils d'analyse des réponses répondent à deux types de préoccupations. Une exploitation statistique particulière des données rendant compte des prises de position des enseignants interrogés, relativement aux questions qui leur sont proposées à travers le questionnaire, a pour ambition de dégager des règles dans les comportements de réponse. Ces règles et réseaux de règles peuvent s'interpréter comme de comportements génériques. L'analyse thématique des discours des enseignants en réponse aux questions que nous leur avons posées, relativement à notre objet d'étude, nous permet, quant à elle, de nous intéresser aux spécificités des situations des individus interrogés, configurations évidemment toutes particulières du travail enseignant.

Le questionnaire envoyé se compose essentiellement de questions fermées. Il comporte plusieurs parties permettant de recueillir différentes informations :

- des données personnelles sur l'enquêté (âge, ancienneté professionnelle, nombre d'années d'exercice dans le niveau actuel, ouvrages lus, etc.) et sur le contexte dans lequel il exerce (lieu d'exercice, niveau de classe, nombre d'élèves) ;
- des données relatives à ses manières d'agir avec les supports d'enseignement édités (supports utilisés, modalités d'utilisation, caractérisation du travail de préparation) ;
- enfin, des données relatives à ses opinions et attentes quant aux supports d'enseignement édités (critères de choix des supports).

Une typologie *a priori* sous-tend ce questionnaire. Cette typologie, présentée tableau 1, met en lien le rapport au support s'exprimant par un usage particulier des supports d'enseignement et le travail de préparation. Nous distinguons trois usages principaux : l'utilisation, l'adaptation et la conception. Dans le travail de préparation, nous différencions le travail lié à la réflexion et celui lié à la préparation matérielle. Pour chaque possibilité le travail de préparation a été caractérisé. Cette typologie repose à la fois sur un fondement empirique (propos d'enseignants recueillis en formation) et théorique dont le travail de Brown cité précédemment.

Les résultats de la recherche

261 questionnaires ont été complétés et retournés par les enseignants. A partir des données recueillies, des tris à plat et des tris croisés ont été menés. Les résultats de ces tris⁴⁰ laissent supposer des configurations différentes du rapport au support. Toutefois, la juxtaposition des informations et le travail sur des similarités de réponses conduisent à identifier des groupes d'individus restreints et limitent notre analyse. C'est pourquoi, nous recourons à l'analyse statistique implicite.

Cet outil mathématique initialisé par Gras permet au praticien de « fouiller dans ses données » (Gras et Kuntz, 2007). L'ensemble des informations obtenues grâce au questionnaire est interrogé à partir de la question suivante : dans quelle mesure telle réponse à telle question entraîne-t-elle statistiquement parlant, sans référence obligatoire à un lien de

⁴⁰ Pour plus d'informations, les principaux résultats de ces tris sont présentés dans (Leroy, 2010).

causalité, telle réponse à telle autre question ? Cette analyse permet de dégager des réseaux orientés de réponses c'est-à-dire de mettre en évidence des liens orientés éventuels entre les différentes réponses des enquêtés aux items du questionnaire et d'identifier des organisations de logique de réponses, organisations qui nous permettent d'identifier différentes configurations du rapport au support dans le travail de préparation.

	Travail intellectuel (Réflexion)		Travail matériel (Préparation matérielle)	
	<i>Lié à la théorie</i>	<i>Lié à l'expérience</i>	<i>Matériel « récupéré »</i>	<i>Matériel créé</i>
« concepteur »	Pour chaque séquence, j'élabore ma progression en m'appuyant sur mes connaissances (acquises lors de formations ou de lectures).	Pour chaque séquence, j'élabore ma progression en m'appuyant sur mon expérience.	Je fabrique moi-même mes supports en m'inspirant d'autres supports existants.	Je conçois moi-même mes supports à partir de mes lectures. Je conçois moi-même mes supports à partir de mon expérience.
« adaptateur averti »	Je m'appuie sur les propositions du guide pédagogique mais mes connaissances acquises lors de formations ou de lectures m'amènent à modifier ce qui est proposé.	Je m'appuie sur les propositions du guide pédagogique mais mon expérience m'amène à modifier ce qui est proposé.	J'utilise des supports existants autres que ceux proposés par le guide pédagogique utilisé. J'utilise le(s) support(s) proposé(s) avec le guide pédagogique mais je le(s) modifie souvent. J'utilise des supports existants dont je dispose et je les modifie en fonction de mes intentions.	X
« adaptateur utilisateur »	À partir de la lecture de plusieurs guides pédagogiques, j'élabore ma progression.		À partir de plusieurs supports, je sélectionne ce qui m'intéresse pour réaliser mon propre support.	X
« utilisateur averti »	Je mets en œuvre la séance proposée par le guide pédagogique, je repère les éléments qui font avancer la séance.	Je mets en œuvre la séance proposée par le guide pédagogique, mon expérience me permet de voir si elle va fonctionner.	J'utilise des supports existants dont je dispose. J'utilise le(s) support(s) proposé(s) avec le guide pédagogique utilisé.	X
« simple utilisateur »	Je fais confiance aux concepteurs, je mets en œuvre la séance proposée par le guide pédagogique.			

Tableau 1 - Typologie a priori du travail de préparation en fonction du rapport au support de l'enseignant

Pour mener à bien cette analyse, un peu plus de 180 variables ont été déterminées en variables principales⁴¹. Ces variables portent sur : le nombre de supports utilisés, les modalités d'utilisation du support élève et du support enseignant, la caractérisation du travail de préparation, les conceptions des enseignants sur les supports édités, les critères de choix des supports, les ouvrages lus ou parcourus et l'utilisation des ressources numériques.

Les variables relevant des caractéristiques de l'enseignant et du contexte dans lequel il exerce, soit presque 40 variables, ont été déterminées comme variables supplémentaires⁴².

L'ensemble de ces variables est traité avec le logiciel CHIC⁴³.

Cinq configurations du rapport au support identifiées

Au seuil de significativité de 0.98, les résultats de l'analyse implicative font apparaître 11 réseaux dont cinq plus conséquents composés d'au moins trois chemins. Dans chacun de ces cinq réseaux R1, R2, R3, R4 et R5, de fortes liaisons implicatives entre les variables

⁴¹ Variables qui participent « à la mise en évidence de règle ou de méta-règles » (Gras et Kuntz, 2007).

⁴² Variables « descriptives des sujets », « objectives et non liées directement à leurs comportements de sujet ». Ici, ces variables « permettent d'éclairer sur l'importance ou la superfluité » des caractéristiques de l'enseignant et du contexte dans lequel il enseigne dans la formation de règles. (Gras et Kuntz, 2007).

⁴³ Classification Hiérarchique Implicative et Cohésitive

principales existent. Le calcul des valeurs de typicalité des individus par rapport aux différents réseaux⁴⁴ met en évidence une répartition assez équilibrée de la population enquêtée entre les réseaux R1, R2, R3 et R4.

En se référant à la signification des variables principales qui composent chaque réseau, présentés figures 1 à 5, il est possible d'interpréter chacun de ces réseaux. Dans ces figures, les variables sont issues du questionnaire. Elles correspondent à des énoncés choisis parmi un certain nombre de propositions ou appréciés par une case cochée sur une échelle de Likert, « - - » indiquant un rejet total et « ++ » une approbation totale. Ainsi dans le réseau R1, la modalité « - - » de la variable « Permettent la mise en œuvre... sans trop se poser de questions » est rejetée par les enseignants contributifs à ce réseau.

Le réseau R1, figure 1, est constitué uniquement de variables relatives aux opinions des enseignants sur les supports édités. Les enseignants constitutifs de ce réseau témoignent d'une certaine distance à l'égard de ces supports. Ainsi, ils déclarent que les supports d'enseignement édités ne permettent pas une mise en œuvre de séances, de progressions ou de programmations sans trop se poser de questions, qu'ils n'ont pas nécessairement confiance en les rédacteurs et ce qui est écrit, que les supports ne fournissent pas d'éléments théoriques accessibles à tous et qu'ils ne réduisent pas le temps de préparation lié à la réflexion. De plus, ils ne réduisent ni les photocopies, ni le travail de correction. Les enseignants déclarent aussi qu'ils n'ont pas fait le choix d'investir un autre domaine d'enseignement, qu'ils maîtrisent suffisamment l'enseignement des mathématiques et que l'enseignement des mathématiques les intéresse. L'utilisation de ces supports n'est donc pas une réponse à un désintérêt ou à un manque de formation pour l'enseignement des mathématiques et encore moins à un choix professionnel consistant à privilégier un autre domaine d'enseignement. L'hypothèse d'un rapport au support relevant de l'adaptation ou de la conception peut être émise. Toutefois, aucune variable relative à la caractérisation du travail de préparation n'apparaît.

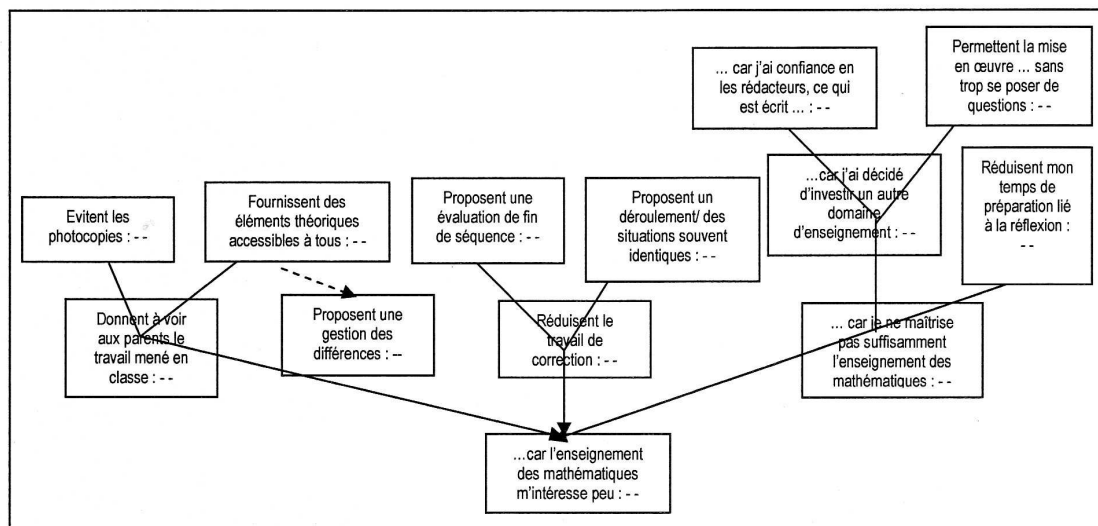


Figure 1 – Réseau R1

Le réseau R2, figure 2, s'oppose au réseau R1. Deux variables portant sur les caractéristiques du travail de préparation et une variable sur les modalités d'utilisation des supports s'ajoutent aux variables liées à l'opinion des enseignants sur les supports d'enseignement édités. Ce réseau traduit une adhésion à ces supports. A l'inverse des enseignants du réseau R1, les

⁴⁴ Valeur qui permet d'apprécier la part de responsabilité des individus dans le processus de constitution d'un réseau (Bailleul, 1994)

enseignants qui composent ce réseau déclarent que les supports d'enseignement édités permettent la mise en œuvre d'une programmation, d'une progression ou de séances sans trop se poser de questions et qu'ils font confiance aux concepteurs et au contenu de ces supports. Cette confiance se manifeste aussi par la mise en œuvre de la séance proposée par le guide pédagogique conjointement avec l'utilisation des supports élèves proposés avec le guide. Ces deux aspects réduisent et facilitent le travail de préparation lié à la réflexion et la préparation matérielle. La présence d'évaluation en fin de séquence dans ces supports y contribue. Les enseignants reconnaissent aussi que les supports fournissent des éléments théoriques accessibles à tous, et donnent à voir le travail mené aux parents. Le rapport au support est ici fondé sur l'utilisation ; ce rapport est confirmé par la présence des variables relatives à la caractérisation de travail de préparation.

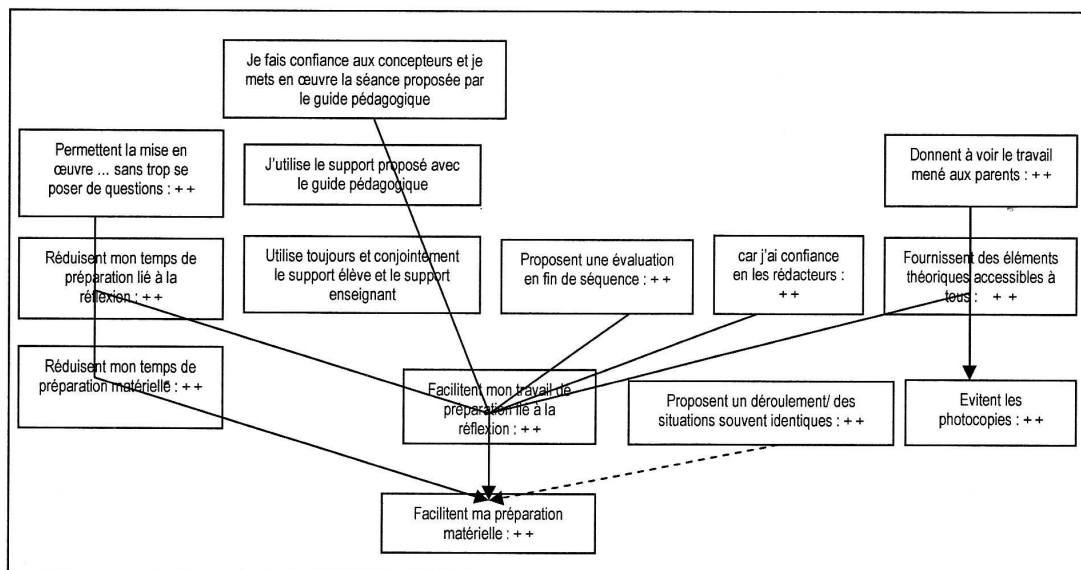


Figure 2 – Réseau R2

Le réseau R3, figure 3, est constitué essentiellement de variables relatives à l'opinion des enseignants sur les supports d'enseignement édités. S'il semble exprimer un *a priori* négatif en raison de l'opinion négative portée sur certains arguments, c'est une opinion positive qui constitue le fondement de ce réseau. Ainsi, les enseignants constitutifs de ce réseau déclarent que les supports édités ne permettent pas un travail dans une classe à plusieurs niveaux, ne proposent pas d'évaluation en fin de séquence, ne réduisent pas le travail de correction, mais ces supports donnent à voir le travail mené en classe et surtout fournissent des éléments théoriques accessibles de tous. Ces supports apportent donc un contenu théorique qui permet d'éclairer et de comprendre les choix opérés par les concepteurs du ou des supports utilisés. La variable connexe relative à l'importance du travail de réflexion participe de cette dimension. L'hypothèse d'une relation enseignant/support d'enseignement fondée sur l'adaptation est envisageable, tout comme une utilisation allant au delà de l'application.

Le réseau R4, figure 4, est constitué de trois chemins. Il est caractérisé par la présence d'une variable relative à la caractérisation du travail de préparation et de quatre variables relatives aux opinions enseignantes sur les supports édités. Ce réseau se rapproche du réseau R3 car les enseignants qui le constituent ont un *a priori* négatif sur les supports d'enseignement édités. Les enseignants qui contribuent à sa constitution considèrent que les supports qu'ils utilisent ont peu d'impact sur leur préparation matérielle et sur leur travail de réflexion. Pourtant, font partie de ce réseau des enseignants qui mettent en œuvre la séance proposée par le guide pédagogique et repèrent les éléments qui font avancer la séance. La présence de cette variable nous autorise à penser que le rapport au support est l'utilisation,

toutefois et à l'identique du réseau R3, il ne s'agit pas d'une simple utilisation mais plutôt d'une utilisation avertie, si l'on se réfère au tableau 1.

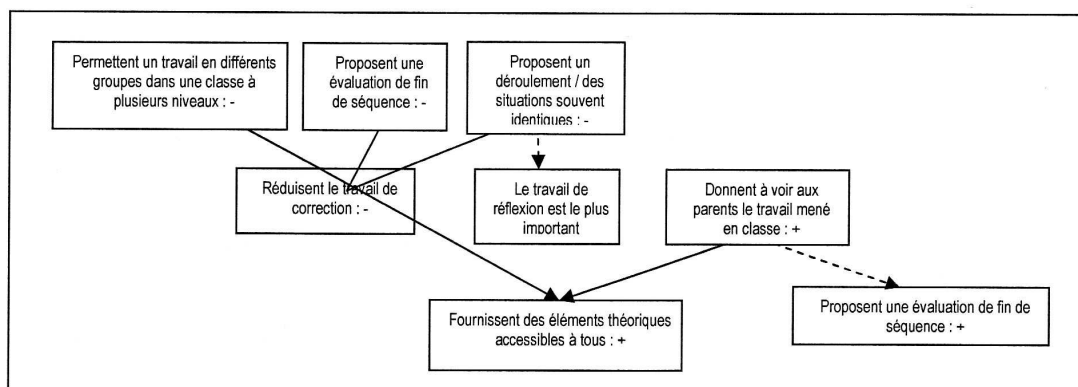


Figure 3 – Réseau R3

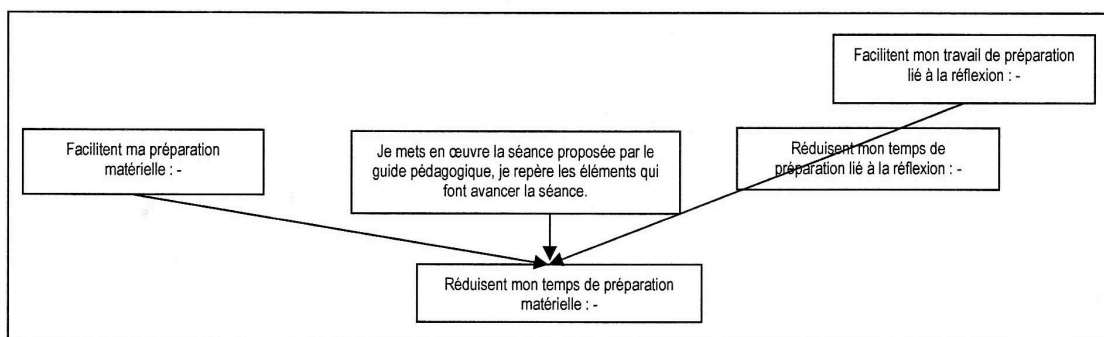


Figure 4 – Réseau R4

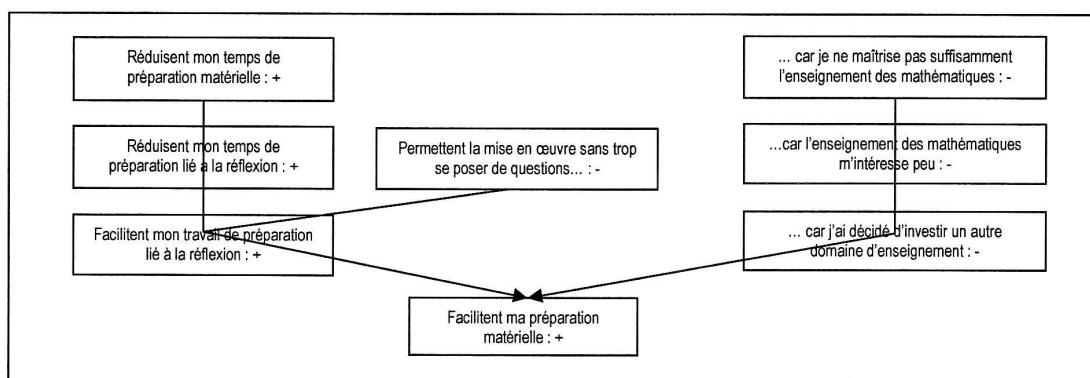


Figure 5 – Réseau R5

Le réseau R5, figure 5, s'inscrit dans une logique inverse au réseau R3. Les enseignants témoignent d'un *a priori* positif relatif. Si les supports d'enseignement édités réduisent et facilitent le travail de préparation, les enseignants contributeurs à ce réseau déclarent qu'ils ne permettent pas la mise en œuvre d'une programmation / d'une progression / de séances sans trop se poser de questions. Les enseignants qui constituent ce réseau déclarent qu'ils maîtrisent suffisamment l'enseignement des mathématiques, que les mathématiques les intéressent quand même et qu'ils n'ont pas décidé d'investir un autre domaine d'enseignement. Ces enseignants, critiques vis-à-vis des supports d'enseignement édités et s'estimant à même d'enseigner les mathématiques, utilisent cependant ces supports. Ces supports leur facilitent le travail de préparation et réduisent le temps consacré à cette tâche.

Nous formulons l'hypothèse d'un rapport au support privilégiant l'utilisation, utilisation allant au-delà de l'application.

Influence du contexte d'enseignement et des caractéristiques propres de l'enseignant dans les configurations du support identifiées

L'analyse statistique implicative nous permet également de mesurer l'influence du contexte d'enseignement et des caractéristiques propres de l'enseignant dans les rapports au support identifiés. La typicalité des variables supplémentaires⁴⁵ met en exergue la responsabilité importante de l'âge, de l'ancienneté professionnelle de l'enseignant ainsi que le niveau de classe d'exercice dans la constitution des réseaux présentés précédemment.

Les caractéristiques liées à l'âge ou au nombre d'années d'exercice professionnel déterminent fortement le réseau R3 et R4. Dans le réseau R4, la variable supplémentaire commune aux enseignants déclarant que les supports ne réduisent et ne facilitent pas leur travail de préparation et utilisant le guide en repérant les éléments qui font avancer la séance correspond à la caractéristique « ancienneté professionnelle inférieure à 5 ans ». Dans le réseau R3, qui exprime un *a priori* négatif mais où les apports théoriques des supports sont mis en avant, les deux variables « âgé de moins de 30 ans » et « nombre d'élèves inférieur à 20 » sont typiques de deux chemins.

Les variables supplémentaires liées à l'âge, à l'ancienneté professionnelle mais aussi au niveau d'enseignement constituent les variables les plus typiques des réseaux R1 et R2.

Le réseau R1, défini par une distanciation des individus aux supports comporte deux chemins où la variable « CM2 » est impliquée. La variable « âgé de 30/39 ans » en lien avec une « ancienneté de 11/15 ans » participe des deux autres chemins. Ces deux variables donnent à voir une catégorie d'enseignant ayant déjà acquis une certaine expérience. On peut penser que cette expérience permet un rapport au support relevant de l'adaptation ou de la création. De même on peut envisager que les enseignants de CM2, niveau de classe du cycle des approfondissements, s'autorisent à adapter ou créer des supports, les apprentissages « fondamentaux » étant terminés. Toutefois si ces enseignants se libèrent des supports enseignement édités, il serait intéressant de voir quels supports ils créent ou quelles sont les adaptations réalisées.

A l'exception d'un chemin, la variable « CP » apparaît comme variable la plus typique dans tous les chemins du réseau R2, réseau où s'exprime l'adhésion des enseignants aux supports édités et où les enseignants mettent en œuvre ce qui est proposé par ces supports. On constate aussi la présence de la variable « âgé de plus de cinquante ans » pour trois des chemins de ce réseau.

Le réseau R5 ne fait pas apparaître de variable supplémentaire typique à plusieurs chemins composant le réseau.

Des résultats qui s'enrichissent de l'approche clinique

En complément, nous avons procédé à une nouvelle analyse en définissant les variables liées à la caractérisation du travail de préparation comme variables supplémentaires. Cette modification change peu l'organisation des réseaux mais permet de renforcer l'hypothèse émise pour le réseau R3. Elle permet également d'opérer un rapprochement entre le réseau R3 et R4. De plus pour R2, elle laisse entrevoir au-delà de l'usage privilégiant l'utilisation la possibilité d'un usage basé sur l'adaptation dans le travail de préparation matérielle⁴⁶.

⁴⁵ Valeur qui mesure la « responsabilité » des variables supplémentaires dans l'apparition des réseaux de variables principales (Bailleul, 1994)

⁴⁶ Pour plus d'informations, les principaux résultats de cette analyse sont présentés dans (Leroy, 2010).

Dans l'objectif de « confronter au terrain » les configurations du rapport au support identifiées par l'analyse statistique implicative, nous avons mené dans un second temps, des entretiens auprès de neuf enseignants dont nous supposons que le rapport au support « couvre » l'ensemble des configurations identifiées. Sans connaissance de leur manière d'agir avec les supports d'enseignement dans leur travail de préparation nous avons fait le pari d'utiliser de l'ensemble des régularités mises en évidence par l'analyse statistique implicative. Nous nous sommes donc appuyés sur les variables caractéristiques des différentes configurations du rapport au support pour cibler ces enseignants.

Ainsi, nous avons sollicité pour ces entretiens :

- quatre enseignants exerçant auprès d'élèves de CP (variable impliquée dans le réseau R2). Deux de ces quatre enseignants sont âgés de moins de 30 ans (variable impliquée dans R3) et ont une ancienneté professionnelle inférieure à 5 ans (variable impliquée dans R4). L'ancienneté professionnelle du troisième enseignant, dont l'âge est compris entre 30 et 39 ans, se situe entre 11 et 15 ans (variables impliquées dans R1). Enfin le quatrième enseignant est âgé de plus de 50 ans (variable impliquée dans R2).
- quatre enseignants exerçant auprès d'élèves de CM2 (variable impliquée dans R1). Un de ces quatre enseignants, est âgé de moins de 30 ans (variable impliquée dans R3) et a une ancienneté professionnelle inférieure à 5 ans (variable impliquée dans R4). Deux autres enseignants ont un âge compris entre 30 et 39 ans (variables impliquées dans R1), l'un d'eux a une ancienneté professionnelle comprise entre 11 et 15 ans (variable impliquée dans R1). Le quatrième enseignant est âgé de plus de 30 ans et son ancienneté professionnelle est comprise entre 6 et 10 ans.
- un enseignant de plus de 50 ans (variable impliquée dans R2) exerçant auprès d'élèves autres que des CP ou CM2.

Quatre temps structurent les entretiens menés. Dans un premier temps, il est demandé à l'enseignant interviewé de décrire les actions qu'il a réalisées au cours de sa dernière préparation. Dans un second temps, il lui est demandé d'expliquer ce qui fonde son choix (utiliser un support d'enseignement édité, réaliser des adaptations ou concevoir son propre support). Dans un troisième temps, il doit décrire les actions qu'il a réalisées lors de sa dernière analyse de support d'enseignement. Enfin dans un quatrième temps, il doit porter un regard sur l'évolution de son travail de préparation, en lien avec les supports d'enseignement, depuis le début de sa carrière professionnelle. Les temps 1 et 3 sont menés en se référant à l'entretien d'explicitation. Chaque entretien, mené après la classe et d'une durée n'excédant pas les 45 minutes, a fait l'objet d'une retranscription et d'une analyse thématique. Puis, la synthèse de l'analyse thématique de l'entretien mené ainsi que les données personnelles et liées au contexte d'enseignement de chaque interviewé ont été confrontées à l'interprétation et aux variables typiques des réseaux identifiés.

Cette confrontation permet de rapprocher le profil des enseignants interviewés du profil des enseignants contributifs aux réseaux R1, R2 ou R3. Ces rapprochements sont confortés par l'existence d'une caractéristique commune à une ou plusieurs variables typiques du réseau. Mais, elle nous a conduit aussi à réinterroger la typologie définie *a priori*, effectuer un retour sur l'interprétation initiale des réseaux, questionner le rôle de certaines caractéristiques dans les configurations du rapport au support identifiées.

a. Des usages des supports d'enseignement précisés

La confrontation des résultats de l'analyse statistique implicative et de l'analyse des entretiens conduit à ajuster la typologie définie *a priori*, notamment en précisant deux des trois grands

types d'usage que sont l'utilisation et l'adaptation (cf. tableau 2). Nous prendrons pour exemple les résultats issus de la confrontation de l'interprétation du réseau R2 et de l'analyse des entretiens des trois enseignants que nous avons rapprochés de ce réseau. L'analyse des entretiens nous permet de rapprocher le profil des enseignants 1, 2 et 3 de celui des enseignants contributifs du réseau R2. Ces trois enseignants ont un jugement très positif du support utilisé à l'identique des enseignants contributifs au réseau R2. De plus, ils indiquent tous utiliser un support. Ce rapprochement est conforté par l'existence, pour chacun des enseignants, d'une caractéristique commune à une des deux variables typiques de ce réseau : la variable typique « CP » est une des caractéristiques des enseignants 1 et 3 et la variable typique « âge de plus de 50 ans » est une des caractéristiques de l'enseignant 2.

Néanmoins, on note des différences : l'enseignant 1 utilise uniquement le fichier élève, alors que l'enseignant 2 et 3 utilisent le guide du maître et le fichier élève. De plus, l'enseignant 3 adapte le support en procédant à des ajouts.

Ces différences observées entre l'enseignant 1 et l'enseignant 2 nous conduisent à préciser la catégorie d'usage relevant de l'utilisation. Nous distinguons deux niveaux traduisant une implication différente de l'enseignant que nous désignons par « appliquer » et « s'appliquer ». Les ajouts réalisés par l'enseignant 3 conduisent à revoir la catégorie d'usage relevant de l'adaptation. L'ajout apparaît comme un type d'adaptation qui s'ajoute à la « modification », et à la « sélection / réorganisation », aux autres types d'adaptation précisés également par confrontation de l'analyse des autres entretiens avec les résultats de l'analyse statistique.

b. Émergence de nouvelles caractéristiques spécifiques à chacun des réseaux

La confrontation des propos des enseignants interviewés dont le profil se rattache à un même réseau fait également apparaître des similarités quant à la relation à la discipline des enseignants, élément peu pris en compte dans notre questionnaire initial. Ainsi, les enseignants 1, 2 et 3 dont le profil a été rapproché des enseignants contributifs au réseau R2 déclarent qu'ils n'aiment pas et /ou estiment ne pas maîtriser suffisamment l'enseignement des mathématiques. A l'inverse, les enseignants dont nous rapprochons le profil de celui des enseignants contributifs au réseau R1 indiquent qu'enseigner les mathématiques ne leur pose pas de problèmes. Ils ont une relation positive à la discipline ; ce qui est en cohérence avec un réseau dont l'interprétation traduit une certaine distance par rapport aux supports d'enseignement édités et où la conception et l'adaptation des supports d'enseignements sont des usages privilégiés.

c. Une interprétation des réseaux réinterrogée

Cette confrontation entre les résultats issus de l'analyse statistique implicite et de l'analyse des entretiens permet aussi d'effectuer un retour sur l'interprétation initiale des réseaux, notamment sur les hypothèses émises à partir de l'orientation des arcs des réseaux.

Ainsi, si nous prenons le réseau R2, l'exploitation du caractère orienté d'un des deux chemins les plus longs nous apprend que si l'enseignant dit qu'il utilise un ou plusieurs manuels car ils permettent la mise en œuvre de séquences / séances sans trop se poser de questions alors il dit aussi que les manuels réduisent son temps de préparation lié à la réflexion, et qu'ils réduisent le temps de préparation matérielle et enfin qu'ils facilitent la préparation matérielle. La diminution et la facilitation du travail de préparation apparaissent comme la résultante d'un choix intellectuel de l'enseignant « ne pas se poser de questions ». Dans le second chemin, si l'enseignant dit qu'il fait confiance aux concepteurs et met en œuvre la séance proposée par le guide pédagogique, il dit ensuite qu'il utilise le support proposé avec le guide pédagogique puisqu'il utilise toujours et conjointement le support élève et le support enseignant. Et, quand il dit ceci alors la facilitation du travail de préparation - réflexion et préparation matérielle - apparaît.

		Travail intellectuel (réflexion)		Travail matériel (préparation matérielle)	
		<i>Lié à la théorie</i>	<i>Lié à l'expérience</i>	<i>Matériel « récupéré »</i>	<i>Matériel créé</i>
Concepteur	Concevoir Inventer	Pour chaque séquence, j'élabore ma progression en m'appuyant sur mes connaissances (acquises lors de formations ou de lectures)	Pour chaque séquence, j'élabore ma progression en m'appuyant sur mon expérience	Je fabrique moi-même mes supports en m'inspirant d'autres supports existants.	Je conçois moi-même mes supports à partir de mes lectures. Je conçois moi-même mes supports à partir de mon expérience.
Adaptateur	Sélectionner combiner	A partir de la lecture de plusieurs guides pédagogiques, j'élabore ma progression.		A partir de plusieurs supports, je sélectionne ce qui m'intéresse pour réaliser mon propre support.	X
	Modifier Remplacer Inverser	Je m'appuie sur les propositions du guide pédagogique, mais mes connaissances acquises lors de formation ou de lectures m'amènent à modifier ce qui est proposé	Je m'appuie sur les propositions du guide pédagogique, mais mon expérience m'amène à modifier ce qui est proposé	J'utilise les supports proposés(s) avec le guide pédagogique mais je le(s) modifie souvent. J'utilise des supports existants dont je dispose et je les modifie en fonction de mes intentions	X
	Ajouter Compléter		Je m'appuie sur les propositions du guide pédagogique, mais mon expérience m'amène à le compléter	J'utilise principalement le(s) support(s) proposé(s) avec le guide pédagogique utilisé mais je recours à d'autres supports dont je dispose pour le compléter	X
Utilisateur	S'appliquer	Je mets en œuvre la séance proposée par le guide, je repère les éléments qui font avancer la séance	Je mets en œuvre la séance proposée par le guide pédagogique, mon expérience me permet de voir si elle va fonctionner	J'utilise les supports existants dont je dispose J'utilise des supports existants autres que ceux proposés par le guide pédagogique utilisé.	X
	Appliquer	Je fais confiance aux concepteurs, je mets en œuvre la séance proposée par le guide pédagogique		J'utilise le(s) support(s) proposé(s) avec le guide pédagogique utilisé	X

Tableau 2 – Typologie *a posteriori* du travail de préparation en fonction du rapport au support de l'enseignant

La variable supplémentaire « CP », typique à chacun de ces deux chemins, et la variable supplémentaire « plus de 50 ans », typique au second chemin permettent deux hypothèses. L'enjeu de l'apprentissage de la lecture au CP laisse peut-être peu de place à la réflexion concernant les autres enseignements parmi lesquels les mathématiques. Les enseignants de ce niveau recourent aux manuels car l'enseignement de la lecture accapare leur réflexion. Quant aux enseignants de plus de 50 ans, enseignants en phase de « désengagement » (Huberman, 1989), la recherche d'un confort fonde peut-être le recours aux manuels.

Les propos des enseignants 1 et 3, enseignants de CP interviewés que nous avons rapprochés du profil des enseignants contributifs au réseau R2, conduisent à revoir la première hypothèse. Ces derniers indiquent qu'ils sont conscients de l'enjeu des apprentissages mathématiques en CP mais qu'ils estiment ne pas maîtriser suffisamment les mathématiques pour mener à bien cet enseignement. S'appuyer sur les manuels évite de se poser des questions non pas parce qu'il n'est pas nécessaire de s'en poser, au contraire, mais parce qu'ils estiment qu'ils n'auraient pas les moyens d'y répondre. De ce fait, ils se tournent vers les manuels où se trouvent des réponses de spécialistes, ce qui les rassure. L'enseignant 2, enseignant de CP de plus de 50 ans indique également qu'il estime ne pas maîtriser suffisamment les mathématiques. Toutefois, il indique qu'avec le fichier élève qu'il utilise, tout est prêt et qu'il n'y a même pas à lire le guide du maître, propos qui conforte notre seconde hypothèse.

En ce qui concerne le réseau R1, le caractère orienté du premier chemin le plus long nous apprend que si l'enseignant déclare qu'il ne fait pas confiance aux rédacteurs et en ce qui est écrit, il dit alors qu'il n'a pas décidé d'investir un autre domaine d'enseignement, puis qu'il maîtrise l'enseignement des mathématiques et enfin que l'enseignement des mathématiques l'intéresse. La distance aux manuels, en début de chaîne, n'est pas liée à un désintérêt, au contraire. La seconde chaîne d'implication nous apprend que si l'enseignant indique que les manuels ne permettent pas la mise en œuvre d'une séance sans trop se poser de questions, alors il indique également qu'il n'a pas investi un autre domaine d'enseignement, puis qu'il maîtrise l'enseignement des mathématiques et enfin que l'enseignement des mathématiques l'intéresse.

Dans ces deux chemins, l'intérêt pour les mathématiques apparaît comme la résultante d'une distance et d'une volonté d'être acteur de sa réflexion. Comme nous l'avons écrit précédemment, nous pouvons imaginer que la maîtrise de l'enseignement des mathématiques énoncée émane d'enseignants expérimentés et installés dans une certaine pratique. La seconde chaîne d'implication permet d'envisager que nous sommes face à des enseignants acteurs de leur réflexion ; ce qui peut présager une conception de situations d'enseignement dans lesquelles l'élève est en position de réfléchir.

À la différence des autres chemins du réseau, aucune variable supplémentaire liée à l'ancienneté professionnelle n'apparaît typique à ces deux chemins. Seule la variable CM2 apparaît. Les propos des enseignants 7 et 8, enseignants de CM2 que nous avons rapprochés du profil des enseignants contributifs au réseau R1, indiquent respectivement un intérêt pour des situations qui conduisent les élèves à réfléchir (« Sur des nouveaux spécimens qui nous arrivent il n'y a pas toujours des situations que j'appelle situations découvertes en fait ce qui passe comme des situations découvertes n'en sont pas du tout en fait. [...] Il n'y a pas toujours beaucoup de réflexion, enfin je trouve ») et un travail de préparation fondé sur la réflexion (« Quand je fais ma séquence, j'ai les programmes, je monte ma séquence et ensuite je vais chercher des supports. [...] J'essaie au maximum, quand je prépare, de faire des liens avec différentes disciplines ». L'ancienneté professionnelle de ces deux enseignants, entre 6 et 10 ans et entre 11 et 15 ans, conforte notre interprétation.

La distinction entre les enseignants qui « appliquent » et les enseignants qui « s'appliquent » conduit également à réinterroger les réseaux R4 et R5 pour lesquels nous avons fait l'hypothèse, dans notre interprétation initiale, d'un rapport au support privilégiant une utilisation allant au-delà d'une simple utilisation.

Les enseignants contributifs au réseau R5, qui s'estiment à même d'enseigner les mathématiques, s'intéressent à cet enseignement et n'ont pas décidé d'investir un autre domaine, indiquent que les supports d'enseignement facilitent le travail de préparation tant au niveau de la réflexion qu'au niveau matériel et que ces derniers réduisent également le temps de préparation consacré à la préparation matérielle et à la réflexion. Ceci nous conduit à faire l'hypothèse que les enseignants contributifs à ce réseau, utilisent en fait un support édité dans un souci de confort.

À l'inverse, les enseignants contributifs au réseau R4, qui mettent en œuvre la séance proposée et repèrent les éléments qui font avancer la séance, ne considèrent pas que ces supports facilitent le travail de préparation et diminuent le temps consacré à ce travail qu'il soit lié à la réflexion ou à la préparation matérielle. Nous pouvons faire l'hypothèse que ces enseignants maîtrisent imparfaitement ou partiellement l'enseignement des mathématiques. Ils utilisent alors un support d'enseignement édité en « s'appliquant » pour s'approprier cet enseignement. S'appliquer leur demande alors du temps et ne facilite pas leur travail de préparation.

Nous pouvons envisager que les enseignants contributifs aux réseaux R4 et R5 se situent à proximité des enseignants interviewés rattachés au réseau R2. Les réseaux R4 et R5 constitueraient alors un « entre-deux » entre les réseaux R2 et R3 où le réseau R4 traduit une utilisation avvertie et impliquée par nécessité et le réseau R5 une utilisation avvertie qui n'est pas faite par défaut et permet ainsi de gagner du temps.

Le rapport au support d'un enseignant apparaît comme une configuration particulière d'un système de ressources et de contraintes qui participent de l'activité de préparation. Les différentes configurations du rapport au support observées s'expriment dans des manières d'agir spécifiques avec ces supports, manières d'agir qui ne sont qu'une partie émergée et visible de l'activité de préparation. Le tableau 3 ci-après, qui se veut une synthèse, permet d'observer cinq configurations du rapport au support. Il met en lien les différentes manières d'agir (les caractéristiques du travail de préparation), les caractéristiques des enseignants (opinions sur les supports d'enseignement, relation à la discipline, ancienneté professionnelle ou âge) ainsi que celles du contexte d'enseignement (niveau de classe).

Réseau	Opinions sur les supports d'enseignement	Relation à la discipline	Caractéristiques des enseignants et/ou du contexte d'enseignement		Caractéristiques du travail de préparation		
R1	-- Distance	+	Âge 30/39 ans Ancienneté 11/15 ans	CM2	Aucun support ou plusieurs supports mais aucun privilégié		Conception Adaptation Sélectionner, Combiner
R3	+ - Avis négatif mais un support valorisé	+ -	Âge < 30 ans		Un support fondateur exploité totalement ou partiellement		Adaptation Modifier Remplacer Inverser
R4	-	-	Ancienneté < 5 ans		(Utilisation impliquée)		Adaptation Ajouter Utilisation S'appliquer Appliquer
R5	+	+			(Utilisation de confort)		
R2	+ + Adhésion	-	Âge > 50 ans	CP	Un support privilégié Une démarche suivie		

Tableau 3 – Synthèse des configurations du rapport au support

Des résultats de recherche qui s'articulent avec les recherches menées outre atlantique.

La typologie *a posteriori*, conduit à préciser les degrés d'appropriation / types d'usages définis dans le modèle élaboré par Brown (2009) et au fondement de notre typologie *a priori*. En outre, les résultats de recherche obtenus mettent en exergue le rôle de l'opinion des enseignants et du contexte dans la constitution des différentes configurations du rapport au support. Brown n'intègre pas cette dimension dans son modèle. Les caractéristiques des ressources curriculaires s'organisent autour de trois points : « Physical object and representations of physical objects », « Representations of tasks (procedures) » et « Representations of concepts (domain representations) »⁴⁷. Et les caractéristiques des ressources de l'enseignant s'organisent autour de : « A subject matter knowledge »⁴⁸ c'est-à-dire les connaissances des faits et des concepts du domaine enseigné ; « Pedagogical content knowledge »⁴⁹ qui a trait à la connaissance pédagogique et didactique et « Goals and beliefs »⁵⁰ qui concerne l'orientation et la motivation de l'enseignant pour ce qu'il enseigne. Toutefois, Brown précise qu'il ne prend pas en compte les connaissances du contexte, les normes culturelles d'enseignement issues de l'identité professionnelle et les conceptions des

⁴⁷ « Objets physiques et représentations des objets physiques », « représentations des tâches (procédures) » et « représentations des concepts (représentations du domaine) »

⁴⁸ Le savoir de la matière enseignée

⁴⁹ Le savoir pédagogique

⁵⁰ Les buts et les croyances

enseignants envers le matériel curriculaire, les facteurs idéologiques, les normes culturelles, les valeurs, les habitudes etc. Il indique que des recherches supplémentaires sont nécessaires.

Notre travail s'inscrit également dans la continuité du travail de Remillard (2010) sur les modes d'engagement des enseignants avec les ressources curriculaires. Le mode d'engagement d'un professeur avec une ressource curriculaire comporte quatre formes essentielles. Ces formes dépendent de ce que le lecteur recherche lorsqu'il lit (pourquoi lit-il ?), de ce qu'il lit (quelles parties lit-il ?), du moment où il lit (quand lit-il ?) et de ce qu'il est (quel lecteur est-il ?). Elles conduisent à des usages différents de la ressource. Remillard indique que « les professeurs ont généralement une attitude vis-à-vis des supports curriculaires qui est influencée par leur point de vue sur l'enseignement et par le rôle qu'ils attribuent aux ressources curriculaires » (2010). Nos résultats de recherche indiquent que cette attitude est aussi influencée par le regard que les enseignants portent sur la ressource.

Toutefois, la forme de destination⁵¹ de la ressource, « puissant médiateur de l'engagement des enseignants avec une ressource » n'est pas prise en compte dans notre recherche alors qu'elle peut modeler, à travers les contraintes et potentialités, l'activité de l'enseignant.

Notre travail met également en évidence le rôle de la relation à la discipline mais aussi du niveau de connaissance dans les configurations du rapport au support. Ces résultats font écho à la recherche de Morin, qui s'intéresse à l'incidence des connaissances en mathématiques et de l'attitude des futurs enseignants à l'égard de cette matière sur le choix du matériel didactique et ses modalités d'utilisation en stage (2006). Ce travail, mené auprès de sept stagiaires, conduit à constater que l'enseignement repose pour une grande partie d'entre eux sur une utilisation importante du matériel didactique de base⁵² et complémentaire⁵³. Il met aussi en exergue des rapports d'appropriation du matériel didactique différents selon les profils des futurs enseignants. Les étudiants les plus faibles en mathématiques font une plus grande utilisation des matériels didactiques toutes catégories confondues. De plus, « les difficultés d'ordre conceptuel en mathématiques ont un impact sur l'utilisation du matériel didactique ». L'auteur constate également que plus les stagiaires interviennent auprès de jeunes élèves plus l'utilisation du matériel didactique maison⁵⁴ est important alors qu'auprès d'élèves plus âgés ils recourent davantage au matériel de base et du matériel complémentaire.

Dans une dernière analyse menée, nous avons introduit le nom des supports exploités en variable supplémentaire, le support « Cap maths » apparaît comme variable la plus typique du réseau R2 après la variable « CP ». Pour le réseau R1, « Ermel » apparaît comme la variable la plus typique de trois chemins après la variable « CM2 ». Ces résultats interrogent à la fois le niveau de connaissances mais aussi la forme de destination de ces supports que nous venons d'évoquer. La forme de destination de ces deux supports diffère. Le choix du support « Cap maths » par les enseignants contributifs du réseau R2, enseignants de CP ou de plus de 50 ans, a-t-il à voir avec un niveau de connaissance moindre et/ou la forme de destination de ce support ? Les propositions d'enseignement détaillées et présentées chronologiquement dans ce support contribuent-elles à créer un cadre rassurant pour ces enseignants qui n'ont pas

⁵¹ La forme de destination d'une ressource curriculaire réfère à sa forme physique et visuelle, à la nature et la présentation de son contenu, aux moyens à travers lesquels elle s'adresse aux professeurs (Remillard, 2010)

⁵² Le matériel didactique de base, qui désigne les ensembles didactiques (manuel de l'élève, guide d'enseignement), et les ouvrages de référence d'usage courant (dictionnaire, atlas, etc.)

⁵³ Le matériel didactique complémentaire, qui se rapporte au matériel propre à une matière autre que les ensembles didactiques ou les ouvrages de référence (cahiers d'exercices, outils didactiques tels que cubes emboîtables, solides etc.)

⁵⁴ Le matériel didactique maison, qui est le matériel élaboré par l'enseignant (exercices maisons, illustrations, jeux, etc.) auquel s'ajoutent les outils n'étant pas destinés à des fins mathématiques, mais qui le deviennent de par leur utilisation (boîtes, statistiques, etc.).

une relation positive à cette discipline et qui ne s'estiment pas à même d'enseigner les mathématiques ? Les propos de l'enseignant 1 interviewé pourraient le laisser penser. « Cela me rassure de voir quelque chose de pré-établi ». De plus, par comparaison avec les compétences des autres enseignants de l'équipe pédagogique, cet enseignant se positionne comme n'étant pas au niveau de ces derniers qui « vont aller vers Ermel avec des situations de découverte qui doivent être plus enrichissantes c'est sûr, mais moi j'en suis pas là ». Le support « Ermel » est ici perçu comme un support pour des enseignants déjà expérimentés qui plus est enseignant au CM1 et CM2.

Conclusion

Les résultats de recherche présentés contribuent à une meilleure connaissance du travail de préparation des enseignants du premier degré. Au-delà de la finalité de ce travail défini institutionnellement sous l'intitulé « concevoir et mettre en œuvre son enseignement », les apports de la didactique des mathématiques et de la psychologie ergonomique nous ont conduit à nous intéresser au système de ressources et de contraintes, c'est-à-dire aux contingences qui participent de l'activité de préparation. Le rapport au support d'un enseignant apparaît alors comme une configuration particulière de ce système qui s'exprime dans des manières d'agir spécifiques avec ces dits supports, manières d'agir qui ne sont qu'une partie émergée et visible de ce travail invisible qu'est la préparation des cours.

Nos résultats de recherche s'articulent avec les travaux qui se sont progressivement constitués autour de la thématique des ressources pour enseigner et qui ont nourri notre réflexion. Toutefois, des points mériteraient d'être explorés. Si nous avons abordé la question de la forme de destination, la question du rapport au support selon les classes d'activités dans le travail de planification (Gueudet et Trouche, 2010) et celle relative aux intentions poursuivies par les enseignants - question que travaille Sensevy (2010), pourraient être également posées.

Ces résultats de recherche soulèvent également des questionnements plus larges notamment celui de l'efficacité du travail de préparation selon qu'il relève de l'utilisation, de l'adaptation ou bien de la conception, ce qui conduirait alors à explorer et apprécier le travail de la classe au regard du travail de préparation, réalisé hors la classe.

Mais ils soulèvent aussi la question de la formation professionnelle des enseignants sur la question des ressources pour enseigner. Cette question de la formation a d'ailleurs été soulevée au dernier colloque de la Copirelem (juin 2012) dans la communication « Manuels scolaires et pratiques des enseignants en France et en Suisse Romande réalisée par Ardit et Daina dont les travaux portent respectivement sur la variabilité des pratiques effectives des professeurs des écoles utilisant un même manuel écrit par des didacticiens (2011) et sur l'utilisation par les enseignants genevois des ressources en mathématiques (2009).

Prendre en compte cette question est d'autant plus importante que l'incitation à l'usage des manuels dans l'enseignement est présente. Ainsi, on pouvait lire dans la circulaire de rentrée, circulaire n° 2011-071 du 2-5-2011, qu'« à l'école primaire, l'usage de manuels scolaires conformes aux programmes, dans l'esprit et dans la lettre, permet aux professeurs de disposer d'outils pédagogiques de référence et aux élèves de consolider leurs apprentissages » et que « l'on n'enseigne pas sans livre, pas plus que l'on n'apprend sans livre, la photocopie ne pouvant en tenir lieu » (Ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et de la vie associative, 2011).

Le travail de préparation hors la classe prend donc place dans un espace-temps où peut se déployer, dans le choix des supports d'enseignement et dans la manière de les utiliser, la liberté pédagogique énoncée dans le préambule des programmes (2008). Encore faut-il que

les enseignants aient une connaissance des supports d'enseignement et les moyens d'apprécier la qualité de ces supports ; connaissance et attitude inscrites dans la compétence 4 du référentiel de compétences des professeurs des écoles que la formation permet d'acquérir (Ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et de la vie associative, 2010). Envisager la question des supports et de leurs usages dans la formation, initiale et continue, interroge alors les contenus et les ingénieries de formation.

Bibliographie

- Arditi, S. (2011) Variabilité des pratiques effectives des professeurs des écoles utilisant un même manuel écrit par des didacticiens, Thèse de didactiques des mathématiques, Université Paris Diderot, Paris 7.
- Assude, T. et Margolinas, C. (2005). Aperçu sur les rôles des manuels dans la recherche en didactique des mathématiques », in Bruillard, E. (Ed). *Manuels scolaires, regards croisés*. Caen : Scérén CRDP Basse-Normandie, p. 233-249.
- Bailleul, M. (1994), Analyse statistique et implicative : variables modales et contribution des sujets. Application à la modélisation de l'enseignant dans le système didactique, Thèse d'université : Mathématiques et applications, Université Rennes 1, Rennes.
- Brousseau G. (1986) La relation didactique : le milieu, in *Actes de la IVème école d'été de didactique des mathématiques*. Paris : IREM Paris VII, p.54-68.
- Brousseau G. (1990) Le contrat didactique : le milieu, *RDM*, vol. 9/3, p. 309-336.
- Brown M.-W. (2009) The teacher-tool relationship – Theorizing the Design and use of Curriculum materials, in Remillard J., Herbel-Eisenmann B. & Lloyd G. (dir.). *Mathematics Teachers at work, Connecting Curriculum Materials ans Classroom Instruction*. New York : Routledge, p. 17-36.
- Bruillard, E. (2005). Les manuels scolaires questionnés par la recherche, in Bruillard, E. (dir.). *Manuels scolaires, regards croisés*. Caen : Scérén CRDP Basse-Normandie, p. 13-33.
- Charlot B. (2003) La problématique du rapport au savoir, in Maury S. et Caillot M. (dir.). *Rapport au savoir et didactique*. Paris : Fabert, p. 33-50.
- Chevallard Y. (1999) L'analyse des pratiques en théorie anthropologique du didactique, *RDM*, n°19 – 2, p. 221-266.
- Clot Y. (1999) *La fonction psychologique du travail*. Paris : PUF.
- Daina A. (2009) L'utilisation par les enseignants des ressources en mathématiques : de la préparation à la réalisation d'une séquence en classe. Le cas de l'enseignement de la notion d'aire en fin de primaire à Genève, in *Actes de la 15ème école d'été de didactique des mathématiques [CD-ROM]* (Clermont-Ferrand, 16-23 août 2009).
- Gras R. & Kuntz P. (2007) Nouveaux apports théoriques à l'Analyse Statistique Implicative et Applications, L'Analyse Statistique Implicative (A.S.I.), en réponse à des problèmes fondateurs, *A.S.I.*, n° 4, p. 15-40.
- Gueudet, G. et Trouche, L. (n.d.). Investigation réflexive des genèses documentaires des enseignants, vers une méthodologie pour l'analyse des genèses et des systèmes documentaires des enseignants [en ligne]. Educmath-INRP [consulté le 04.08.2011]. Disponible à l'adresse http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherche/approche_documentaire/methodo_approchedoc_dec08.pdf.
- Gueudet, G. et Trouche, L. (2008). Du travail documentaire des enseignants : genèses, collectifs, communautés, le cas des mathématiques, *Education & Didactique*, vol. 2, n° 3, p. 7-34.
- Gueudet, G. et Trouche, L. (2009a). Vers de nouveaux systèmes documentaires des professeurs de mathématiques, in Bloch, I. et Conne, F. (dir.). *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques*. Grenoble : La Pensée sauvage, p. 109-133.

- Gueudet, G. et Trouche, L. (2009b). La documentation des professeurs de mathématiques, in Coulange L. et Hache C. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2008*. Paris : IREM Paris 7, p. 249-269.
- Gueudet, G. et Trouche, L. (dir.) (2010a). *Ressources vives, le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : PUR.
- Gueudet, G. et Trouche, L. (2010b). Des ressources aux documents, travail du professeur et genres documentaires, in Gueudet, G. et Trouche, L. (dir.). *Ressources vives, le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : PUR, p. 57-74.
- Lebrun, J., Bedard, J., Hasni, A. et Grenon, V. (dir.). (2006). *Le matériel didactique et pédagogique : soutien à l'appropriation ou déterminant de l'intervention éducative*. Québec : Presses de l'Université Laval.
- Leroyer, L. (2010) Supports d'enseignement et préparation de classe. *Education-Formation*, e-292, p. 83-96.
- Margolinas C. (1995) La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations, in Margolinas C. (ed). *Les débats de didactique des mathématiques*. Grenoble : La pensée sauvage, p. 89-102
- Margolinas C. (2002) Situation, milieux et connaissances : analyse de l'activité du professeur, in Dorier J.-L., Artaud M., Artigue M., Berthelot R. & Floris R. (eds.). *Actes de la 11e Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques*. Grenoble : La pensée sauvage, p.145-156.
- Margolinas, C., Canivenc, B., De redon, M.-C., Rivière, O. et Wozniak, F. (2005). Que nous apprend le travail mathématiques hors classe des professeurs pour la formation des maîtres ?, in *Actes du 31e colloque inter-IREM des formateurs et professeurs chargés de la formation des maîtres*. Toulouse : IREM.
- Margolinas C. & Wozniak F. (2009a) Place des documents dans l'élaboration d'un enseignement de mathématiques à l'école primaire, in Bloch I. & Conne F. (dir.). *Nouvelles perspectives en didactiques des mathématiques*. Grenoble : La pensée sauvage, p.135-146.
- Margolinas C. & Wozniak F. (2009b) Usage des manuels dans le travail l'enseignant : l'enseignement des mathématiques à l'école primaire, *Revue des sciences de l'éducation*, n° 35(2), p. 59-82.
- Margolinas C. & Wozniak F. (2010) Rôle de la documentation dans la situation du professeur, in Gueudet G. & Trouche L. (dir.). *Ressources vives, le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : PUR, p.233-249.
- Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche (2008) Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire. *Bulletin Officiel de l'éducation nationale*, 19 juin 2008, H.S. 3.
- Ministère de l'éducation nationale, de l'enseignement supérieur et de la recherche (2010) Définition des compétences à acquérir par les professeurs, documentalistes et conseillers principaux d'éducation pour l'exercice de leur métier. *Bulletin Officiel de l'éducation nationale*, 22 juillet 2010, n°29, p. 11-17.
- Ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et de la vie associative (2011) Préparation de la rentrée 2011. *Bulletin Officiel de l'éducation nationale*, 5 mai 2011, n°18.
- Morin, M.-P. (2006). « Incidence des connaissances en mathématiques des futurs enseignants ainsi que de leurs attitudes à l'égard de cette matière sur le choix de matériel scolaire utilisé en stage ». In Lebrun, J., Bedard, J., Hasni, A. et Grenon, V. (dir.). *Le matériel didactique et pédagogique : soutien à l'appropriation ou déterminant de l'intervention éducative*. Québec : Presses de l'Université Laval, p. 207-232.
- Rabardel, P. (1999). « Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques ». In Bailleul M. (ed.). *Actes de la Xe école d'été de didactique des mathématiques*. Caen : IUFM, Rectorat, p. 202-213.

- Remillard J. (2010) Modes d'engagement : comprendre les transactions des professeurs avec les ressources curriculaires en mathématiques, in Gueudet G. et Trouche L. (dir.). *Ressources vives, le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : PUR, p. 210-216.
- Remillard, J., Herbel-Eisenmann, B. et Lloyd, G. (eds.). (2009). *Mathematics Teachers at work, Connecting Curriculum Materials and Classroom Instruction*. New York : Routledge.
- Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, vol. 2, n° 4, p. 505-528.
- Sensevy, G. (2010). Formes de l'intention didactique, collectifs et travail documentaire, in Gueudet G. et Trouche L. (dir.). *Ressources vives, le travail documentaire des professeurs en mathématiques*. Rennes : PUR, p. 147-161.

YVES MATHERON

De l'étude des phénomènes mémoriels du didactique ordinaire vers l'ingénierie didactique

yves.matheron@ens-lyon.fr

Institut Français de l'Éducation - ENS de Lyon, EA - 4671 ADEF

Résumé

Cet article expose à grands traits les étapes de recherches, étalées sur une vingtaine d'années, qui relient l'étude de la mémoire didactique à la détermination de conditions pour un enseignement des mathématiques bâti sur l'étude par la recherche. L'article s'appuie sur une note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches qui travaille deux questions : comment décrire et analyser les processus didactiques mémoriels, et quel « moteur mémoriel » pour les milieux d'ingénieries didactiques implantées dans des classes ordinaires ?

Questions à l'origine de recherches

De nombreux domaines de recherches ont pour objet d'étude la mémoire humaine en tant que telle : aux premiers rangs de ceux-ci on trouve de longue date la psychologie et, plus récemment mais portée sur le devant de la scène par de puissants amplificateurs médiatiques, les neurosciences. En didactique, et contrairement à ce qui fonde les recherches des deux champs scientifiques précédents, il ne s'agit pas d'étudier la mémoire humaine d'un point de vue qu'on pourrait qualifier « d'ontologique ». Que l'Homme dispose d'un système plus ou moins performant, qui lui permet de se souvenir et d'oublier, y est considéré comme un donné qui se spécifie de manière fonctionnelle selon les activités dans lesquelles il s'engage ; activités d'étude dans ce cas. Au même titre qu'un système complexe, associant les aires de Broca et de Wernicke à une morphologie particulière du larynx, autorise chez l'Homme l'apprentissage du langage, de sa production et de sa compréhension, ou encore que le pouce, opposable aux autres doigts de la main, autorise l'apprentissage de la tenue particulière d'un objet, servant par exemple à dessiner sur des supports, depuis les parois d'une grotte à la feuille de papier. En didactique, l'intérêt porté à la mémoire, ou plutôt à la conjugaison du souvenir et de l'oubli, vise la compréhension de processus fonctionnels nécessités par l'étude : en premier lieu la constitution d'un milieu et l'institutionnalisation.

Une contrainte didactique propre à la forme scolaire traditionnelle aboutit à minimiser, voire à interdire dans les classes, la mise à disposition de médias pour la constitution d'un milieu. Elle accentue en conséquence la nécessité du recours au souvenir pour se donner un milieu et agir sur et avec lui. Le contrat didactique ordinaire présuppose en effet que le cadre institutionnel dans lequel sont plongés les élèves permet d'apprendre du nouveau en ne s'appuyant seulement que sur ce qui a été précédemment enseigné. Les élèves sont ainsi supposés pouvoir sélectionner parmi leurs connaissances anciennes, et grâce à leur mémoire, les éléments utiles à l'appréhension et à la résolution de la situation nouvelle.

La première question qui se pose est alors celle de la description et de la compréhension du fonctionnement des processus mémoriels, spécifiques des institutions didactiques, et qui de ce

fait orientent le souvenir. La seconde consiste à rechercher quel moteur mémoriel pour des ingénieries didactiques implantées dans le système ordinaire – respectant alors la contrainte de minimisation du recours aux médias durant le temps de la classe –, mais au sein desquelles les élèves construisent collectivement, et sous la direction du professeur, les mathématiques comme réponses à des questions dont la recherche leur est dévolue.

Pourquoi une anthropologie de la mémoire didactique ?

Position du problème

La question de la mémoire, bien que centrale dans les processus d'apprentissage, n'a pourtant guère été traitée pour ce qui concerne le domaine de l'étude des savoirs⁵⁵. Sans doute ce manque peut-il être en grande partie imputé à la jeunesse des champs de recherche qui font porter leur objet sur l'enseignement et l'apprentissage de savoirs ; une quarantaine d'années pour la didactique des mathématiques.

On ne peut tenir une position anthropologique en didactique si l'on oublie qu'une de ses particularités tient à ce que la mémoire humaine est aussi externe (Leroi-Gourhan, 1964), à la fois déposée dans des œuvres (Chevallard, 1996) et portée par des groupes : « des communautés ethniques » écrivait Leroi-Gourhan. D'une part ces deux dernières dimensions apparaissent de manière prédominante dans l'apprentissage d'un savoir : celui-ci est constitué d'une ou plusieurs œuvres, selon des assemblages reposant sur des organisations à la consistance et l'articulation plus ou moins fortes. Et d'autre part, les personnes qui se soumettent, ou sont soumises à l'étude, le sont rarement de manière isolée. Tout au contraire, la société organise des conditions spécifiques afin que des groupes – des classes, des écoles – étudient collectivement des savoirs. Déterminer comment le souvenir et l'oubli interviennent dans l'étude d'un ou des savoirs, nécessite donc, *a minima*, de tenir compte de cette nature mémorielle doublement externe et qui, en définitive, est portée par des collectifs : certaines des pratiques spécifiques passées, socialement et historiquement choisies, sont cristallisées dans des œuvres désignées comme « savoirs » par la société, et la pratique de leur étude se déploie au sein de groupes qui conservent ou oublient le souvenir de certaines de leurs particularités.

Les travaux sur la mémoire relative à l'étude d'un savoir, la mémoire didactique, ont pour objet l'observation et l'analyse des phénomènes de permanence et d'absence, à un instant t , de certains traits spécifiques aux rapports au savoir, établis au cours de la dynamique temporelle propre aux institutions en lesquelles ils s'étudient. Les institutions d'étude sont soit identifiables du fait de la présence d'un sujet en position d'aide ou de direction de l'étude, soit identifiables à partir de la position d'un sujet qui souhaite, par son étude personnelle, faire tendre son rapport au savoir vers celui attendu dans une institution dont il est temporairement éloigné, mais à laquelle il peut s'assujettir dans un temps à venir. La permanence ou l'absence de ces rapports peuvent donc être d'ordre personnel ou institutionnel. Elles peuvent être provoquées intentionnellement au sein de l'institution ou n'être que spécifiques de la personne. Dans ce dernier cas, elles sont soit conséquences de mécanismes psychobiologiques, soit résultantes d'un assujettissement fort ou faible à l'institution ; par exemple, dans le cas faible, parce que des assujettissements à d'autres institutions empêchent ou freinent l'établissement du rapport attendu. Les rapports au savoir peuvent aussi porter sur des connaissances extérieures à l'institution, mais dont elle a besoin afin de pouvoir faire

⁵⁵ On trouve des résultats relatifs à la mémoire didactique dans les travaux menés par Perrin-Glorian et Sensevy qui portaient sur d'autres sujets. Le travail sur la mémoire didactique mené par Centeno dans le cadre de la Théorie des Situations Didactiques est resté inachevé.

advenir de nouveaux rapports à des objets qui lui sont ou seront propres ; il s'agit alors de la conversion de rapports issus d'assujettissements extérieurs à l'institution.

Deux conséquences, relevées dans un cadre plus large par Ricœur (2000), résultent de la spécificité de la mémoire didactique. La première est relative à sa manifestation qui ne peut guère être observée qu'à travers des phénomènes de souvenir et d'oubli portant sur des rapports au savoir antérieurement attestés au sein de l'institution observée ; soit qu'ils aient été établis à partir de pratiques développées au sein de l'institution, soit qu'ils y aient été importés à partir de pratiques externes. La seconde est relative à l'attribution ; en cela elle rencontre la problématique de l'évaluation. L'observation des phénomènes mémoriels nécessite en effet qu'il y ait attribution, par une personne légitimée pour cela, de souvenirs ou d'oublis portant sur des rapports, ou certaines parties de ces rapports, relatifs à des savoir-faire ou des savoirs ; que cette attribution soit adressée à des sujets d'une institution ou à l'institution elle-même. On retrouve en ce point ce que Ricœur désignait sous l'expression « d'attribution multiple du souvenir à une diversité de personnes grammaticales. » Au sein des systèmes didactiques, l'attribution et l'évaluation des rapports au savoir sont principalement vues comme l'une des fonctions assignées au professeur, ou tout au moins à celui qui occupe cette fonction. C'est ce que l'on observe lorsque, arrêtant temporairement le temps didactique, il souhaite construire un milieu qui permet l'enseignement de savoirs nouveaux. Il assigne alors des souvenirs à l'institution *via* ceux des autres membres interpellés en sujets de l'institution didactique. Les techniques didactiques auxquelles recourt le professeur ont fait l'objet de la thèse d'Andrea Araya (2008), dont certains résultats sont exposés dans la suite de ce texte.

Les phénomènes mémoriels relèvent aussi de l'anticipation

C'est ainsi que des études, menées dans la dernière décennie, ont permis de déterminer un cadre pour l'analyse des phénomènes relatifs à la mémoire didactique (Matheron, 2000 & Araya, 2008). Si intervient sans doute, dans la construction du souvenir et pour la perception de la situation, ce que Baddeley (1992) appelle « le calepin visuo-spatial », il apparaît nécessaire de tenir conjointement compte des conditions sous lesquelles s'exprime le contrat didactique dans l'institution donnée. La situation sous contrat, de laquelle sont partie prenante les sujets, professeur et élèves, permet l'expression du souvenir à travers l'interprétation des éléments matériels qu'elle contient, et qu'on nomme ostensifs en didactique (Bosch & Chevillard, 1999) : une figure, une écriture, un geste, une parole, par exemple.

Dans ce sens, les rappels mémoriels sont encore le fait de rapports à l'institution didactique, même si celle-ci paraît plus lointaine, mise à distance, comme dans le cas de la recherche de réponse à une question problématique ; situation qui contient une dimension adidactique. Les élèves procèdent à un ajustement de leurs connaissances anciennes au problème posé ou à la situation rencontrée. Le mécanisme en jeu relève d'une dialectique entre la situation et les *habitus* construits à partir de l'adhésion aux contrats didactiques antérieurs ; ce processus autorise une réorganisation des souvenirs dans une configuration partiellement inédite jusqu'alors. On obtient ainsi une explication du fait que certains élèves parviennent à « prédire le futur didactique » parce qu'ils se posent les questions vers lesquelles l'étude des mathématiques les conduit, et rencontrent alors parfois celles auxquelles répond le savoir transposé à venir.

J'ai pu observer un tel phénomène chez une élève de Terminale S en 1998. Le programme d'alors faisait se succéder tout d'abord l'enseignement du logarithme, puis celui de l'exponentielle comme fonction réciproque de la première. Au moment où le professeur enseignait le logarithme népérien, et afin de faire travailler ses propriétés d'isomorphisme, il demandait aux élèves de résoudre des équations logarithmiques élémentaires du type

$\ln x^n = nm$. La technique de résolution s'appuyait tout d'abord sur sa transformation à l'aide de $1 = \ln e$, qui permettait d'écrire $\ln x^n = nm \ln e$ puis, à l'aide de l'homomorphisme, d'écrire $\ln x^n = \ln e^{nm}$ et enfin, grâce à la bijectivité de \ln , de trouver la solution : $x = e^m$. C'est alors qu'une des élèves, à qui était demandé ce qu'elle pensait de ce qu'elle avait étudié, anticipait sur le temps didactique en évoquant une notion, celle de fonction réciproque, qu'elle ignorait à cette date. Elle déclarait que le nombre e était très pratique car il permettait de « faire le contraire du logarithme » (cf. Matheron & Mercier, 2004). Cette observation, reprise quelques années plus tard, était intéressante à un double titre. D'une part, elle permettait de confirmer des résultats établis dans des études sur la mémoire corporelle (Clément, 2008), à l'aide d'un cadre *a priori* éloigné de la didactique, celui de la neurophysiologie développé par Berthoz : « le cerveau sert à prédire le futur », même s'il se trompe parfois sur l'interprétation de la situation... D'autre part, dans la mesure où la pratique des mathématiques dans un contexte didactique permet de rencontrer des questions que le temps didactique renvoie à un futur, elle montrait que l'avancée dans l'étude pouvait être en partie dévolue aux élèves, avec un certain degré de succès, pourvu que les situations qu'on leur propose soient pensées pour cela.

Retour sur une modélisation initiale : premiers résultats

Rappelons quelques grandes lignes du modèle de la mémoire didactique en mathématiques, proposé à l'origine dans ma thèse et exposées dans un article publié dans RDM (Matheron, 2002). Ce modèle est bâti autour de trois catégories : mémoire pratique, mémoire ostensive et mémoire propre au savoir. La mémoire pratique est celle dont se sert une personne engagée dans une activité mathématique. C'est la mémoire des gestes antérieurement acquis et qui s'actualisent (ou non) chez une personne qui souhaite accomplir une tâche d'un type donné ; elle est aussi bien relative à la ou aux techniques pour un type de tâches donné, qu'aux éléments technologiques associés. La mémoire ostensive est celle « donnée à voir » de manière revendiquée, par des moyens appropriés, à ses propres sujets ou à d'autres personnes, par une institution ou une personne, quelle que soit sa position dans l'institution. Enfin, le savoir, par son écriture, par les liens qu'il entretient avec d'autres objets mathématiques (son écologie), par ce qu'il permet ou non d'accomplir, porte en lui la mémoire des choix, multiséculaires pour certains d'entre eux, faits par les communautés de mathématiciens qui l'ont produit, ou par les noosphères qui l'ont plus récemment transposé. La mémoire du savoir est la mémoire institutionnelle de la pratique du savoir, des objets et outils pour sa pratique, de sa théorie ; elle est incorporée dans les systèmes d'objets, les organisations praxéologiques. L'article de 2002 mentionnait l'articulation de ces trois formes de mémoire avec la notion de rapport aux objets, notamment aux objets de savoir :

« La mémoire du savoir est celle du rapport institutionnel, qui définit ce que l'on peut faire avec le savoir dans l'institution qui l'a vu naître : c'est d'abord l'institution de production en laquelle le savoir continue de porter les traces de sa naissance, sinon celles de sa gestation ; ce sont ensuite les institutions didactiques en lesquelles il est transposé et où une genèse artificielle prédit un rapport institutionnel qui se réalise parfois dans des formes absolument imprévues. La mémoire ostensive du savoir fait partie de celle du rapport officiel : c'est la dimension qui se montre durant le temps de l'étude. Enfin la mémoire pratique est celle du rapport personnel, celle que la personne mobilise dans son activité mathématique. »

Mais alors que la didactique n'avait étudié que la statique des rapports aux objets de savoir, je faisais remarquer que « le concept de mémoire apporte une dimension supplémentaire au concept de rapport au savoir, parce qu'il l'inscrit dans une temporalité, donc dans l'histoire de sa constitution et dans la biographie de sa construction. » C'était, de la sorte, signifier l'entrée dans un programme de recherches se donnant pour ambition l'articulation de deux notions jusqu'alors travaillées séparément, les notions de temps didactique et de rapport au savoir ; ce dernier terme, polysémique en sciences humaines, étant pris dans le sens plus spécifique qui

lui a été donné en didactique (Chevallard, 1989 & 2007). Un tel programme relève de l'anthropologie de la mémoire didactique. Elle se situe à l'intersection de trois secteurs travaillés en anthropologie : l'anthropologie du didactique, à laquelle appartiennent la théorie des situations didactiques et la théorie anthropologique du didactique, l'anthropologie de la mémoire initiée par Halbwachs en sociologie et poursuivie par ses continuateurs (Namer, Candau, etc.), et l'anthropologie des savoirs dont les éléments encore épars commencent à peine à être rassemblés⁵⁶.

Citons brièvement quelques-uns des résultats de première génération, obtenus au tournant des années 1990 – 2000 à partir de cette modélisation. Tout d'abord les ostensifs appellent des gestes techniques pour activer un dispositif permettant de s'engager dans une activité mathématique. Et lorsqu'on ne dispose pas d'ostensifs, on les crée pour soulager sa mémoire à partir de dessins, tableaux ou autres, antérieurement utilisés : par exemple, au tournant CM2-6^e, alors que le formalisme mathématique de la linéarité n'est pas enseigné, mais que l'on est obligé d'y recourir en acte, pour un calcul dans une situation de proportionnalité.

On a ainsi pu étudier les effets produits par l'organisation du savoir transposé, contenant ou non les ostensifs mathématiques nécessaires, sur la mémoire pratique des élèves. Ainsi, des élèves « bien assujettis » au défilement du temps didactique, oubliaient-ils réellement des techniques antérieures coûteuses au profit d'autres, plus économiques, mises à leur disposition et étudiées lorsque l'avancée dans le savoir le permettait. Par exemple, à propos des équations logarithmiques évoquées précédemment, des élèves disposant de la définition de l'exponentielle $y = e^x \Leftrightarrow x = \ln y$, disaient avoir résolu les équations logarithmiques étudiées un mois auparavant, alors que le cours sur l'exponentielle n'était pas encore étudié, en recourant à la technique plus économique issue de cette définition ; cela était bien entendu impossible et les plongeait dans une grande lorsqu'on le leur faisait remarquer. De même, en ce qui concernait la mémoire ostensive, il était établi que le professeur recourait à divers types de techniques ostensives afin de faire advenir un milieu pour l'étude fait de souvenirs supposés partagés par les élèves. Bien souvent, il reconstruisait un passé fictif : soit un passé relatif à ce qu'il avait enseigné quelques temps auparavant, soit, plus significativement, relatif aux classes antérieures dans lesquelles un autre professeur avait enseigné. Ce phénomène semble courant et excède la seule classe de mathématiques. Il se produit dès que le professeur a besoin de s'appuyer sur une organisation praxéologique antérieurement étudiée afin de poursuivre son enseignement. Par exemple, à propos de l'identification du sujet du verbe dans des phrases, Garcia-Debanco & Sanz-Lecina (2008) ont relevé l'épisode suivant, en classe de CM2, au cours duquel un élève évoque une méthode du CE1, tandis que la maîtresse, quant à elle, tente de rappeler à la classe ce qui a été enseigné en début d'année : « 246 M - [...] on va mettre en place des / des choses qui vont nous aider à réussir pourquoi il était difficile à identifier ce sujet Jordan. 328 E – la méthode que j'ai donnée je la connais du CE1. 329 M – oui ce sont des méthodes qu'on connaît moi l'autre fois on avait parlé de quelque chose ensemble une méthode au début de l'année et aujourd'hui vous ne l'avez pas redonnée ».

On vérifiait encore une fois quelques-unes des thèses d'Halbwachs sur la mémoire (1925, 1950), qui consistent à affirmer que le passé ne reparait pas comme tel, qu'il ne se conserve pas, mais qu'on le reconstruit en partant du présent, souvent pour répondre aux besoins auxquels il nous confronte, parfois pour fournir des réponses aux questions qui nous sont posées par les groupes sociaux auxquels on appartient, que l'on y soit réellement plongé ou qu'ils soient seulement évoqués bien qu'absents. Les souvenirs sont rappelés « du dehors », à partir de cadres sociaux faits de significations particulières issues d'une expérience sociale. Ces cadres contiennent les éléments qui permettent de décrypter la situation, de l'identifier, de

⁵⁶ On pourra consulter l'ouvrage récent *Anthropologie des savoirs*, de Nicolas Adell (2011)

retrouver les souvenirs qui permettent de l'appréhender ou d'y agir. Se souvenir nécessite alors de se « replacer au point de vue des groupes auxquels nous avons appartenu », écrivait Halbwachs.

Premiers développements issus de la modélisation initiale

Un des objectifs des recherches menées dans la dernière décennie, notamment à partir du réseau AMPERES (Activités Mathématiques et Parcours d'Etude et de Recherche dans l'Enseignement Secondaire) associant au niveau national neuf équipes et soutenu par l'ADIREM et l'INRP, puis par l'IFE, consistait à étudier les conditions et contraintes pour l'implantation au sein du système, tel qu'il est, d'ingénieries didactiques qui permettent aux élèves d'étudier les mathématiques du programme à partir de la recherche de réponses à des questions, forcément transposées, qui puissent les engendrer.

Une des conditions concernait conjointement la production de ressources et la possibilité de disposer de professeurs qui sachent les utiliser. C'est-à-dire qui soient formés à l'usage des outils que la théorie didactique met désormais à disposition de qui veut bien les étudier. Cette condition était nécessaire afin que les professeurs engagés dans AMPERES accèdent à une compréhension des ingénieries proposées, suffisante pour participer à leurs conceptions, les mettre en œuvre sans les dénaturer et analyser avec les chercheurs certains phénomènes didactiques, sans recourir pour cela à des conceptions empiriques plus ou moins bien outillées de « l'expérience professionnelle ». Une autre condition, essentielle, était de concevoir des ingénieries didactiques pourvues d'un milieu pour l'étude doté de la forte probabilité d'être investi par les élèves ; la dévolution du milieu s'opérant sous la direction du professeur régulant pour cela la topogénèse.

Or, les contraintes sous lesquelles vivent les classes de mathématiques du second degré au sein du système éducatif – cela est aussi vrai pour d'autres niveaux, primaire ou supérieur –, freinent, voire « interdisent » de fait, à quelques exceptions près, le recours aux médias en tant que ressources pour construire un milieu. Cet appel aux médias est rejeté dans la sphère privée de l'étude, hors temps d'enseignement. Le système est en grande partie aveugle sur ce point, puisque ce qui se passe dans la sphère privée est, par définition, privé d'un regard extérieur et public. Les seuls appuis dont disposent les élèves, confrontés en classe à des problèmes dont la réponse est le savoir dont on vise l'enseignement, sont constitués de leurs connaissances antérieures. Et encore, le plus souvent, celles-ci sont-elles sollicitées sans même recourir à ce qui a été consigné dans les cahiers, classeurs ou manuels, qui pourraient jouer le rôle de « mémoires externes »...

Il était donc nécessaire d'étudier les techniques didactiques dont use le professeur pour provoquer et contrôler des phénomènes de souvenir et d'oubli qui lui permettent, en premier lieu, de créer un milieu pour l'étude et, en second lieu, d'institutionnaliser les organisations mathématiques étudiées. Autrement dit, d'étudier les techniques enseignantes relatives à la mémoire ostensive. Cette recherche a été menée dans la thèse d'Andrea Araya (2008) dont certains des résultats obtenus sont exposés dans les lignes qui suivent.

Modélisation des gestes mémoriels d'enseignement

Huit types de gestes ont pu être identifiés qui ne sont pas forcément étanches ou séparables les uns des autres : certaines techniques didactiques d'ordre mémoriel peuvent en effet s'interpréter comme relevant de plusieurs types de gestes. Néanmoins, il s'agit des gestes technologique, technique, de remplacement, chronologique, déstabilisateur, preneur d'indices, de fixation et de production d'ostensifs détonateurs. Dans les lignes qui suivent, leurs définitions sont reprises et complétées par rapport à celles initialement données dans la thèse d'A. Araya.

Elles sont illustrées d'exemples qui ne sont pas empruntés à cette thèse, afin de souligner le caractère général de tels gestes, y compris dans le cas de l'enseignement d'autres savoirs que mathématiques.

Gestes technologiques

Un geste « technologique » (Th) est relatif, par un commentaire ou une question, à l'évocation, comme son nom l'indique, d'un élément technologico-théorique d'une organisation mathématique connue des élèves. La réactivation de cet élément est vue par celui qui effectue le geste – le professeur dans le cadre étudié par Araya – comme la réactivation en direction des élèves d'un souvenir qui leur servira de point de référence sur lequel s'appuyer. Par exemple, parler du théorème de Thalès en tant qu'élément technologique permet d'évoquer les souvenirs liés à ses conditions d'utilisation (dans un triangle qui est peut-être à rechercher comme sous figure de la figure étudiée, dans le repérage des droites parallèles), aux conséquences induites (rapports égaux, proportionnalité), aux types de raisonnements qu'il engage (direct, par l'absurde), au moment du temps didactique où il a été rencontré (dans quelle classe, dans le cas de quel type de problèmes), etc. Il en irait de même en français, pour un professeur qui évoquerait le conditionnel et qui, de ce fait, permettrait l'évocation de sa fonction et de son usage, des règles générales de conjugaison des verbes dans ce mode, etc.

Gestes techniques

Un geste « technique » (Tc) porte sur des éléments d'un *savoir-faire* connu des élèves, et que l'enseignant cherche à réactiver dans la classe. Il est relatif à l'activation de la mémoire pratique. Par exemple, sous certaines conditions contractuelles, la factorisation du trinôme $ax^2 + bx + c$ nécessite, afin de faire apparaître la différence de deux carrés lorsque est positif $b^2 - 4ac$, le souvenir du développement de $(x + y)^2$: il permet de transformer $x^2 + \boxed{}$ le début du développement de $(x + \boxed{})^2$. C'est ainsi que peut être mené le calcul : $ax^2 + bx + c = a(x^2 + \boxed{}x + \boxed{}) = a[(x + \boxed{})^2 - \boxed{}]$, car le souvenir de la technique du développement de $(x + y)^2$ le nécessite ; soit d'une manière publique, dirigée par le professeur, dans le cas d'un cours dialogué pour lequel il y a interaction au sujet du savoir entre élèves et professeur par exemple, soit de manière privée lorsqu'un élève cherche à comprendre le passage du deuxième au troisième membre de l'égalité, par exemple. Dans le cas d'une activité dirigée ou d'un cours dialogué, un tel passage nécessite souvent la réalisation d'un geste technique mémoriel de la part du professeur. Une fois vécue par les élèves la nécessité de sortir du blocage en lequel ils se trouvent face à l'expression $a(x^2 + \boxed{}x + \boxed{})$, il peut prendre par exemple la forme d'une fausse question du professeur du type « et si on revenait au développement d'une identité remarquable ? »

Il en est de même en grammaire, sur l'exemple de l'enseignement du conditionnel par exemple, où le professeur peut évoquer l'accord du temps de la subordonnée conditionnelle en fonction de celui de la principale lorsqu'il est au présent ou au passé composé, afin que les élèves accordent convenablement le conditionnel lorsque le temps de la principale est au plus-que-parfait. La technique qui permet l'accord du temps du conditionnel est, de cette manière, indiquée par le geste mémoriel accompli par le professeur.

Gestes de remplacement

Un geste de « remplacement » (Re) consiste à produire ou indiquer des traces scripturales, faire des commentaires et / ou poser des questions porteuses d'éléments qui servent de balises pour un « chemin » permettant de se replacer aux points de vue – manière de faire ou de penser – prévalant dans certaines des différentes positions qui existaient dans l'institution dont on faisait, ou on fait, partie. Par exemple, comme j'ai pu l'observer dans le cadre du travail AMPERES mené par l'équipe de l'académie d'Aix-Marseille sur l'enseignement des nombres relatifs, c'est un geste accompli par une professeure voulant faire justifier par ses élèves de 5^e et à l'aide de considérations mathématiques, que le calcul mental de $1973 + 61 - 62$ équivaut à soustraire 1 à 1973.

Cette enseignante dit alors : « vous pourriez peut-être le trouver grâce à une méthode que vous utilisiez quand vous étiez petits ». Cette évocation, pourtant peu claire pour qui ne connaît pas l'histoire didactique des élèves, suffit pour qu'une élève se souvienne alors de la méthode de soustraction dite « par emprunt » enseignée en CE1 - CE2, c'est-à-dire quatre à cinq ans auparavant, et soit envoyée au tableau pour écrire, avec difficulté, ce qu'elle vient de dire publiquement. A savoir que :

$$\begin{aligned} & 1973 + 61 - 62 \\ & = 1972 + 1 + 61 - 62 \\ & = 1972 + (1 + 61) - 62 \\ & = 1972 + (62 - 62) \\ & = 1972 + 0 = 1972 \end{aligned}$$

= $1973 - 1$; ce qui conduit à écrire ensuite que $+61 - 62 = -1$, objectif d'enseignement visé à travers l'organisation d'une première rencontre des élèves avec les nombres négatifs. Il y a ainsi remplacement au point de vue des pratiques propres à un groupe d'élèves au sein d'une institution éloignée dans le passé, mais à laquelle on a appartenu. J'avais observé un phénomène semblable lors du recueil des matériaux empiriques pour mon travail de thèse, sur l'exemple où le professeur indiquait : « Vous pourriez peut-être trouver le résultat *si vous vous rappelez tout ce qu'on a dit un jour où vous m'avez posé un tas de questions sur les asymptotes obliques*. Vous m'avez demandé comment on fait... *vous vous rappelez ?*... pour trouver une asymptote oblique quand on la donnait pas. »

L'accomplissement de ce geste peut s'appuyer sur le recours à diverses techniques. L'exemple relatif aux asymptotes obliques relève de l'analogie (Matheron, 2003) ; celui qui précède, relatif au calcul mental sur des entiers, de l'évocation d'une histoire didactique que la professeure sait avoir existé, même si elle n'y a pas participé. Il existe d'autres techniques didactiques pour accomplir ce geste, et relevées dans la thèse d'A. Araya : l'explicitation du sens d'un mot ou la verbalisation d'une technique, le recours à un « ostensif de guidage » en tant que mot, expression, signe, écriture, symbole, etc., qui permet de se replacer au sein d'un niveau de codétermination didactique. Ainsi l'évocation de deux nombres remplace-t-elle, de manière erronée, deux élèves au niveau du PGCD quand il aurait fallu se placer au niveau de l'arithmétique élémentaire pour parvenir à résoudre un problème du premier degré à deux inconnues (Matheron, 2011).

Gestes chronologiques

Les gestes chronologiques (Ch) recourent à l'utilisation des marqueurs du temps naturel et notamment scolaire. Ils sont considérés par la personne qui accomplit le geste, comme favorisant le souvenir. L'exemple prototypique est constitué de phrases du professeur du type

« Nous avons vu, au premier trimestre, comment faire ceci... », « Lorsque vous avez quitté la classe précédente, vous deviez savoir cela... », « Lors du dernier devoir surveillé... » En ce sens, l'exemple précédemment évoqué et relatif à l'enseignement de la détermination du sujet du verbe dans une phrase, combine à la fois un geste de remplacement (« l'autre fois on avait parlé de quelque chose ensemble ») et un geste chronologique : « une méthode au début de l'année » dit la maîtresse. Une telle conjugaison simultanée de deux gestes, comme il en va en didactique de l'engagement des élèves dans plusieurs types de situations, ou plusieurs moments de l'étude, est un signe de la complexité du réel anthropologique qui ne se laisse pas réduire à une logique de partitionnement.

Gestes déstabilisateurs

Les gestes « déstabilisateurs » (Ds) visent à faire en sorte que les élèves interrogent à nouveau frais les rapports antérieurement établis à certains objets de savoir. A travers des demandes mettant en doute certaines affirmations d'élèves, ou encore en recourant à l'usage de contre-exemples, ils provoquent des souvenirs, des réorganisations, des changements de l'univers cognitif. La déstabilisation provoquée, qui passe par la contradiction ou la nécessité d'une justification, nécessite de la part de qui la vit – que ce soit un ou plusieurs élèves – la convocation de souvenirs stables permettant de créer un milieu qui peut être adidactique, renvoyant des rétroactions permettant de changer de point de vue, ou qui peut se constituer en média fournissant des outils pour la justification de l'affirmation demandée. Par exemple, le professeur peut demander si on est certain que multiplier un nombre par un autre donne toujours un produit supérieur au premier, obligeant à convoquer des souvenirs relatifs à des multiplications, à « repasser » divers cas de produits obtenus avec divers types de nombres.

Revenant aux exemples donnés par Garcia-Debanco & Sanz-Lecina (2008), relatifs à l'enseignement de la détermination des sujets dans des phrases complexes, l'épisode suivant montre, à l'aide d'une déstabilisation / « restabilisation » d'un élève, l'établissement d'un milieu pour une institutionnalisation locale. « 25 M – dans quel but. 26 Théo – hein. 27 M – dans quel but. 28 Théo – heu. 29 M – pourquoi je mets ça qu'est-ce qu'on va faire avec ces phrases-là. 30 Théo – pour que les autres ils trouvent le sujet de la phrase. 31 M - d'accord c'est pour ça qu'on a / avait choisi la phrase la plus difficile où on avait dit celle qui avait un piège on ne l'a pas choisie par hasard cette phrase. »

Gestes « preneur d'indices »

Les gestes « preneur d'indices » (Pr) sont accomplis par le professeur pour accompagner les élèves lors de la mise en œuvre d'une technique, la réalisation d'un exercice, etc. Ils sont de nature topogénétique dans la mesure où le professeur soulage en partie les élèves d'un travail qui aurait pu leur être entièrement dévolu. A partir de l'ostension de certains indices pris dans la tâche à réaliser, ils concernent le souvenir de la technique, ou de certains de ses pas ; de ce fait, ils restreignent ou guident le rappel mémoriel des élèves.

C'est le cas par exemple, au cours de l'épisode suivant relatif à la construction d'une droite D dans un repère orthogonal en 2^{de}⁵⁷ :

P : Qu'est-ce que je peux dire ? Si $x = 0$, $y = -3$, alors quoi ?... D passe par ?... »

Une élève répond : La droite passe par le point (0 ; -3).

P : D'accord. *P complète la figure et écrit : **Donc D passe par A(0 ; -3).***

Puis P place A dans la figure.

P : Alors, le coefficient directeur c'est quoi ?

⁵⁷ Dans les extraits de séances en classe utilisés dans ce texte, ce qui est noté en gras correspond à ce qui est écrit au tableau.

Des élèves répondent : \square , 3, si $\Delta x = 3 \Delta y = 2 \dots$

P : Audrey, vous nous rappelez la relation qu'on a donnée ?...

Audrey : $\Delta y = \square \Delta x$. Donc $\Delta x = 3 \Delta y = 2$.

P écrit : $\Delta y = \square \Delta x$. Si $\Delta x = 3, \Delta y = 2$.

P : $\Delta x = 3 \Delta y = 2$, ça veut dire quoi ? Qu'est-ce que je fais à partir du point A ?

Renault : Qu'on avance de 3.

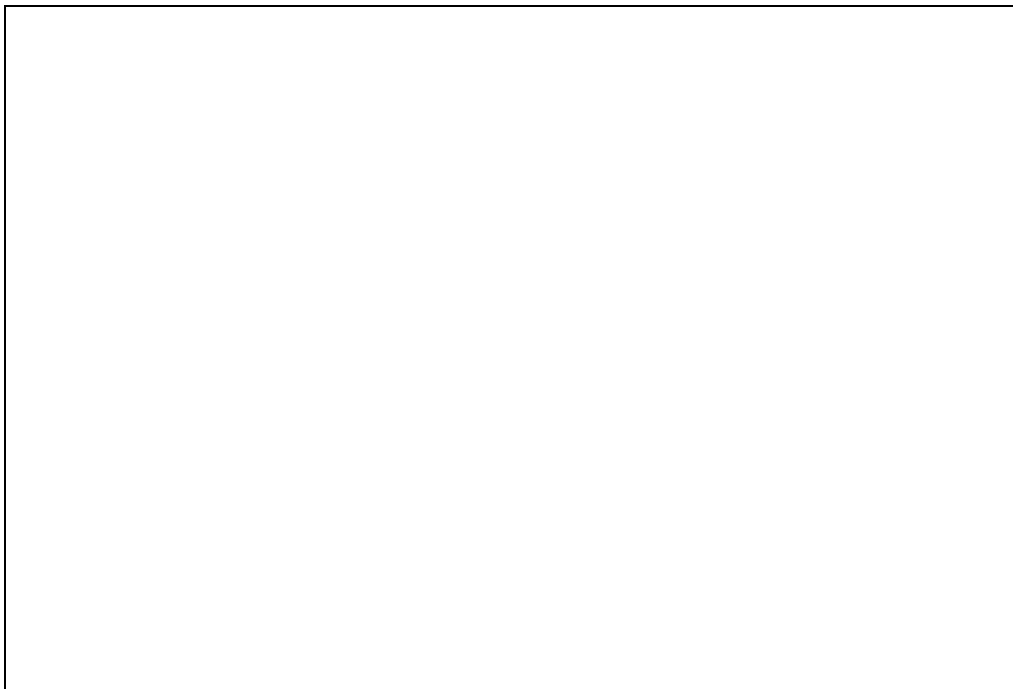
P : Qu'on avance de 3 et ?...

Renault : Et on monte de 2.

P : D'accord. Donc vous obtenez votre droite. »

Dans cet extrait, le professeur met en exergue une série d'indices, souvent des ostensifs scripturaux ou graphiques : « Si $x = 0, y = -3$, alors quoi ? », « *P place A [...]* P : Alors, le coefficient directeur c'est quoi ? », « P : $\Delta x = 3 \Delta y = 2$, ça veut dire quoi ? Qu'est-ce que je fais à partir du point A ? ».

Ce faisant, le professeur guide les élèves vers l'accomplissement de la technique consistant à tracer une droite à partir de la connaissance d'un de ses points et du coefficient directeur, et facilite la remémoration pratique chez les élèves des diverses étapes par lesquelles ils doivent passer alors que leur mémoire pratique sur ce point n'est pas encore d'une grande efficacité car la technique n'a seulement été enseignée que récemment. A l'issue de ce travail, certains éléments de la figure construite portent la trace des ostensifs qui ont servi d'indices mémoriels : $A, \Delta x = 3, \Delta y = 2$, les pointillés indiquant le mouvement à accomplir afin d'obtenir un deuxième point de D à partir de A, etc.



Gestes de fixation

Un geste de « fixation » (Fx) consiste à fixer un rapport ancien à un objet afin de le rendre présent en tant que point d'appui incontestable à l'aide duquel des connaissances nouvelles pourront émerger. La réalisation d'un tel geste contribue à la construction d'un milieu pour l'étude. Ce rapport peut être rapport à un savoir mathématique qui doit être présent, ou

rapport à une croyance que l'on a déclaré fausse et qui fixe, « une fois pour toutes », qu'elle devra être collectivement oubliée même si, de manière privée, chacun est libre de continuer d'y adhérer « à ses risques et périls »... Par exemple, dans le passage suivant, le professeur fixe le fait que la limite de ex en $+\infty$ est ∞ , car l'enjeu d'une partie de la séance est la démonstration de ce résultat qui n'a été que constaté, lors d'une séance précédente, où la classe a construit la représentation graphique de $x \rightarrow ex$.

Voici l'extrait :

75. P : « Alors, on a déjà vu lorsqu'on a tracé le tableau de variation à partir du dessin, à partir du tracé de la courbe, on a vu que la limite en $+\infty$ c'est ?... »

76. Un élève : $+\infty$

77. P : C'est $+\infty$. Mais on l'a lu sur le dessin, on va le démontrer par un calcul maintenant. Pour le prouver par un calcul, on va comparer la fonction exponentielle à la fonction qui à x associe x . Donc on va comparer la fonction : $x \rightarrow e^x$ à $x \rightarrow x$. Alors, comment vous faites pour comparer ces deux fonctions ?

78. Une élève : On étudie le signe de la différence.

79. P : On étudie le signe de la différence. Donc on va donner un nom à la différence : et je voudrais étudier le signe de ça. Comment je peux faire pour étudier le signe de ça ?

80. Un élève : La dérivée ?...

81. P : Ben oui, j'étudie la fonction, parce que ça je ne peux pas faire d'algèbre dessus : c'est pas un truc algébrique. Alors, allez-y ! »

Deux rapports essentiels sont fixés au cours de l'extrait précédent, relatif à une séance en Terminale S : le fait que l'on doit se souvenir que , conjecturé auparavant, parce qu'il est légitime de tenter de le démontrer, et aussi le fait que lorsqu'une inégalité ne peut être établie par le calcul algébrique, alors on peut peut-être l'établir à partir de l'analyse. Dans cet extrait encore, le professeur accomplit le geste dans l'interaction avec les élèves ; une élève jouant le rôle de complice du professeur en suggérant, de manière interrogative, de tenter l'utilisation de la dérivée, ce que fixe le professeur en reprenant et développant sa suggestion.

Gestes « ostensif déclencheur »

Les gestes « ostensif déclencheur » (Od)⁵⁸ s'appuient sur un ostensif à forte valence sémiotique. Ainsi, l'ostensif constitué par la figure d'un triangle et d'une parallèle à un côté appelle-t-il le souvenir du théorème de Thalès, celui représentant un triangle rectangle dont on donne les longueurs des deux côtés de l'angle droit appelle-t-il le théorème de Pythagore, l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ appelle-t-elle le calcul du discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$, même lorsque ce calcul est inutile pour la résolution de l'équation et que le déplorent les professeurs, etc. De tels ostensifs jouent en quelque sorte le rôle du parfum de la madeleine qui permet à Proust de se souvenir de sa mère et du thé qu'elle lui avait préparé pour le réchauffer, un soir d'hiver alors qu'il revenait à Combray, et dans lequel il trempait une madeleine. La différence essentielle tient, en situation didactique, dans le fait que le geste est accompli intentionnellement par le professeur qui, sciemment, « rend présente la madeleine » afin de susciter, de manière quasi certaine dans une classe, le souvenir désiré chez un nombre significatif d'élèves.

58 Ces ostensifs, et notamment l'effet qu'ils produisent par leur interaction avec le contexte institutionnel, ont aussi été appelés « ostensifs détonateurs » dans Araya & Matheron (2007), parce que les rendre présents dans une situation donnée permet d'évoquer, quasiment à coup sûr, le souvenir recherché. Ils résonnent ainsi comme une détonation.

Fonctions des gestes mémoriels

Les gestes mémoriels qui viennent d'être décrits remplissent essentiellement une fonction mésogénétique, dans la mesure où leur accomplissement par le professeur vise à la création d'un milieu pour l'étude, partagé par la communauté formée des élèves et du professeur. Des dimensions topogénétiques n'en sont pas absentes, comme on l'a vu pour les gestes preneurs d'indices ; de même en est-il de dimensions chronogénétiques, faisant avancer le temps didactique, comme c'est encore le cas de certains des gestes fixateurs indiquant, d'un point de vue institutionnel, le rapport désormais attendu et l'obsolescence d'autres. L'ensemble de ces gestes sont relatifs à ce qu'A. Araya a désigné comme un « micro-cadre institutionnel de la mémoire didactique ».

De ingénieries de développement pour nourrir la recherche

Des questions

J'ai pu montrer, dans les actes 2011 du séminaire de l'ARDM ainsi que dans un article de la revue *Education & Didactique* (Matheron, 2011), comment le professeur, au cours de son action didactique, tendait à « replacer » les élèves « au point de vue » – pour reprendre une expression d'Halbwachs – de certains niveaux relevant de l'organisation du savoir. L'étude du rôle des niveaux de codétermination didactique (Chevallard, 2002) dans la gestion par le professeur des souvenirs et des oublis se rapportant à la mémoire didactique, et nécessité par son enseignement, a été entreprise dans le travail de thèse d'Andrea Araya. On a vu, dans les lignes qui précèdent, que le remplacement est obtenu grâce à certains gestes que le professeur accomplit et qui ont pu être identifiés. Le choix d'un niveau élevé, de l'ordre du domaine ou du secteur ou bien, au contraire, celui plus restreint d'un thème ou d'un sujet, constitue un outil de régulation du milieu pour l'étude qu'il souhaite mettre en place dans la classe. La plupart de tels gestes, qu'on pourrait qualifier de praxéologies didactiques relatives à la mémoire, ont été observés à partir des interventions orales du professeur en direction de la classe. Une question qui mériterait d'être mise à l'étude est celle qui consiste à rechercher si, dans ce domaine, le professeur n'utilise seulement que des techniques recourant à la parole. Ou encore, existe-t-il des techniques qui ne sont ni orales, ni scripturales, pour l'accomplissement de ces gestes mémoriels, ou bien pour d'autres du même type mais non encore recensés ? S'engager dans ce type de recherches suppose de recourir à des dispositifs d'observation empirique qui puissent les saisir ; essentiellement des enregistrements vidéo de situations de classe. Les films des séances construites à partir du travail de conception du groupe AMPERES de Marseille, constituent un matériau qui n'a pas encore été analysé sous cet angle. La base VISA de recueil et de mise à disposition des chercheurs de séances de classe filmées fournit un outil permettant de diversifier les matériaux empiriques nourrissant cette étude, au-delà de la seule discipline mathématique. Ce travail sera celui de la thèse d'Elie Kazan en cotutelle avec l'Université libanaise.

Un domaine, dont l'exploration est à peine ébauchée à ce jour, est celui du fonctionnement de la mémoire en régime autodidactique, lorsque l'élève constitue en partie pour lui-même un milieu pour son étude personnelle. Des éléments du micro-cadre institutionnel pour la mémoire développé par Araya peuvent-ils être « transportés », utilisés à des fins personnelles ; si oui lesquels et sous quelle forme ? Comment s'opère le remplacement personnel dans des niveaux d'organisation du savoir, afin d'utiliser les connaissances anciennes dont on dispose pour en apprendre de nouvelles ? Est-ce que ces techniques et ces phénomènes sont irréductiblement singuliers, attachés aux personnes à travers leurs différents degrés d'assujettissements aux institutions didactiques par lesquelles elles sont passées, ou

bien des traits communs peuvent-ils être dégagés, dans le cadre d'une organisation historiquement déterminée de l'École ?

Poursuivre la production d'ingénieries didactiques et de développement

Les ingénieries de développement en éducation visent, pour la majorité d'entre elles, l'objectif d'amélioration de l'enseignement, et donc la recherche d'une plus grande efficacité en termes d'apprentissage des élèves. La société est sans doute en droit d'attendre cette retombée de toute recherche fondamentale apte à être déclinée en applications ; même si ces applications sont parfois inattendues. Néanmoins, l'observation et l'analyse de la conception et de la passation dans les classes de telles ingénieries de développement fournissent un dispositif clinique qui nous informe sur le système ; en cela les ingénieries de ce type constituent un outil pour la recherche.

a. L'extension praxémique, entre Mnèmosunè et Mètis

Un certain nombre de questions relatives à la mémoire émergent de tels travaux qui possèdent la double fonction d'être à la fois des développements de la recherche et des instruments pour l'observation clinique fournissant des données empiriques pour la recherche. Les premiers travaux d'ingénieries et les analyses qui s'en sont suivies, notamment au COREM, ont dû nécessairement prendre en compte le rôle des connaissances antérieures (cf. Brousseau, 1978, *Obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique*, in Brousseau 1998, pp. 115-160). Dans l'article cité, Guy Brousseau note : « L'objet principal de la didactique est justement d'étudier les conditions que doivent remplir les situations ou les problèmes proposés à l'élève pour favoriser l'apparition, le fonctionnement et le rejet de ces conceptions successives. » Les « conceptions successives » proviennent de l'engagement par les élèves de « connaissances antérieures », de leur soumission à révision, à modification, à complément ou à rejet « pour former des conceptions nouvelles ». Le terme de « conception » mériterait un développement et une définition plus approfondis, mais les citations qui précèdent sont proches de l'idée « d'épistémologie non cartésienne » de Gaston Bachelard : l'élève n'est pas comme une cire vierge.

Si l'article de G. Brousseau s'intéresse avant tout aux obstacles, il évoque aussi « les caractéristiques de fonctionnement des connaissances, à la fois comme appui et comme obstacle (alternativement et dialectiquement) » [*en italique dans le texte*]. Les productions didactiques ont sans doute tenu compte, de manière pragmatique, de l'idée de point d'appui fourni par les connaissances antérieures afin de concevoir des ingénieries ; comment pourrait-il en être autrement puisque l'existence de connaissances antérieures socialement construites évite le recours à l'idée de maïeutique socratique ? Elles en ont sans doute aussi tenu compte, de manière implicite, dans la modélisation des situations en terme de jeux comme la propose la TSD, car il n'est pas possible d'éviter le présupposé de connaissances antérieures, qu'elles soient mathématiques ou relevant de comportements ou de connaissances sociales, afin de permettre à l'élève « de s'engager et de jouer le jeu ». Mais, à ma connaissance, l'idée de points d'appui fournis par les « connaissances antérieures » n'a guère été analysée en tant que telle⁵⁹.

Or, face à un problème nouveau, dont la solution réside dans un savoir que l'on ignore encore parce qu'il l'engendre, et en dehors de tout recours à des médias comme c'est souvent

⁵⁹ On retrouve l'idée de connaissances antérieures en tant qu'obstacles dans les travaux pionniers de didactique des sciences physiques et de sciences de la vie et de la Terre. L'étude préalable à un enseignement d'un type nouveau dans le domaine des sciences expérimentales s'accompagne souvent de l'étude des représentations sociales relatives à l'objet que l'on souhaite enseigner. C'est le cas du mémoire de M2 de Konstantinos Grivopoulos que j'ai dirigé en 2009, comparant les « représentations » des élèves et leurs évolutions, selon qu'ils suivaient ou non un enseignement expérimental sur les nanotechnologies en Terminale S.

le cas dans l'enseignement scolaire courant, les seuls outils dont disposent les élèves se trouvent dans leurs « connaissances antérieures ». Le sens donné à ce terme mérite sans doute d'être précisé mais n'est pas loin, pour l'usage que j'en fais, de celui que j'ai désigné comme étant la « mémoire pratique ». Ce type de mémoire rencontre alors la *métis* de l'élève, que l'on souhaite devenu un temps « mathématicien d'école » ; c'est-à-dire devenu, par sa ruse et son intelligence, créateur de mathématiques, bien qu'elles en soient peut-être restées à l'état brut, non abouties, demandant affinage et validation, mais en tout cas nouvelles pour lui et pour ses pairs.

Dans le chapitre relatif aux *Remarques sur les formes et les limites de la pensée technique chez les Grecs* de son ouvrage *Mythe et pensée chez les Grecs*, J-P. Vernant explique que pour les Grecs, et au contraire des sophistes, des ingénieurs, des mathématiciens, l'artisan n'a pas à user de la *métis* : il ne dispose que de la « routine du métier ». Cet « interdit » tient à l'*eidōs*, « la Forme, donnée d'avance à la façon d'une réalité naturelle. L'artisan ne l'a pas inventée ; il ne peut la modifier ; il n'a pas même, en tant qu'artisan, qualité pour la connaître [...] » [...] « Il ne lui faut, dans son travail, ni esprit d'initiative, ni réflexion. Sa fonction et sa vertu, dira Aristote, c'est d'obéir » (pp. 320-321). L'Ecole moderne est prise entre des injonctions contradictoires. Elle voudrait à la fois que l'élève soit « actif » – et il faut sans doute entendre par là « imaginaire », « créatif » –, et aussi que l'on puisse évaluer chez lui ce que les programmes de mathématiques du second degré appellent « les capacités attendues » ; c'est-à-dire les savoir-faire que les Grecs réservaient à l'artisan « qui doit obéir », puisque toujours d'après Vernant, « la science de la forme de l'objet fabriqué appartient, non au producteur, mais à l'usager ». C'est dire qu'elle se situe au niveau de la société dans le cas de la « formation » des élèves.

Pour un type d'enseignement qui s'appuie sur la recherche et la résolution de problèmes en tant que générateurs de savoir nouveau, l'image de l'artisan telle que la voyaient les Grecs ne peut prévaloir. Dans nos sociétés, certains élèves s'en émancipent d'eux-mêmes et s'emparent d'outils qui permettent de dépasser « la Forme » ; les ingénieries didactiques créées ou à créer doivent permettre au plus grand nombre de s'engager dans ce type de démarches. Mon travail de thèse avait permis d'identifier les extensions d'usage, plus ou moins indues quelquefois au regard des mathématiques construites ultérieurement mais que s'autorisaient, parfois à leur insu, certains mathématiciens afin de créer des mathématiques nouvelles. De telles ingénieries devraient permettre d'étudier les possibilités d'un jeu créatif par les élèves à partir d'extensions d'unités de pratiques antérieures, des extensions praxémiques, recourant à la mémoire pratique comme outil pour la *métis*. Nous avons mené ce travail en plusieurs points des propositions d'enseignement élaborées au sein de l'équipe AMPERES de Marseille. Il reste à poursuivre.

b. Deux exemples

Ainsi, par exemple, la simplification nécessitée en 5^e par le calcul mental d'une expression telle que $35748 + 27489 - 27492$, et sa justification, requièrent-elles la mémoire d'une technique « d'emprunt » utilisée dans l'apprentissage de la soustraction au cours élémentaire : $35748 + 27489 - 27492 = 35745 + (3 + 27489) - 27492 = 35745 + 27492 - 27492 = 35745$, qui revient à la soustraction de 3, notée -3, à 35748⁶⁰. Ceci engage à donner un certain sens pour les nombres négatifs au collectif des élèves qui étudient : la proximité d'écriture de -3 avec celle des nombres « tels qu'on les connaît jusqu'à présent », les engage ensuite à s'interroger pour savoir si on peut effectivement considérer -3 comme un nombre. De même, la recherche du calcul $7 + (-2)$, alors qu'on est en train d'élaborer collectivement la technique

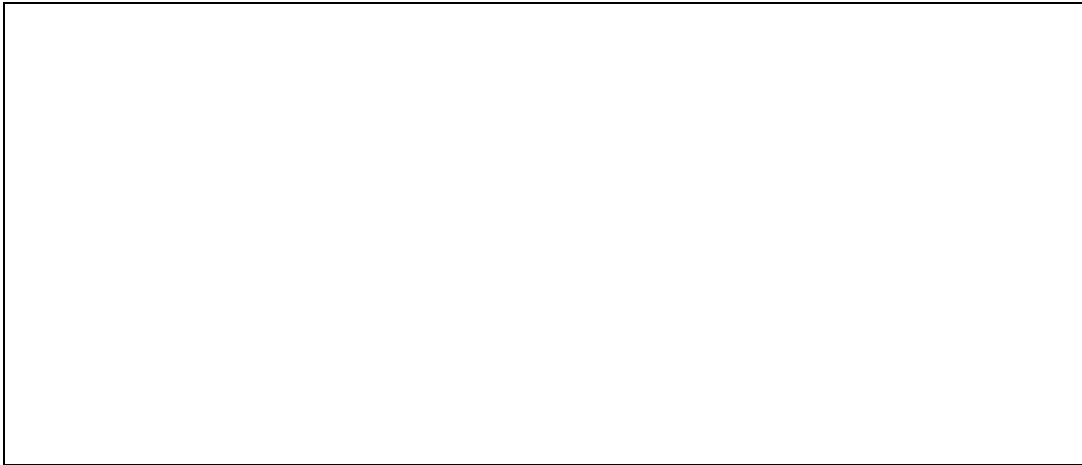
⁶⁰ Nous avons développé une idée exposée dans le séminaire d'Y. Chevallard pour les PCL2 de mathématiques de l'IUFM d'Aix-Marseille en 2004-2005, pages 457 et suivantes.

de calcul de la somme de deux relatifs, engage-t-elle à son tour les élèves vers un recours simultané à la mémoire pratique et à la *métis*, afin « d’inventer » des transformations d’écritures :

- soit $7 + (-2) = 5 + 2 + (-2) = 5 + 0 = 5$, qui pose la question de la somme d’un nombre et de son opposé et contient an acte l’extension des propriétés d’associativité et d’élément neutre de l’addition des entiers à celle des relatifs que l’on construit,
- soit $7 + (-2) = 7 + 0 + (-2) = 7 - 2 + 2 + (-2) = 5 + 0 = 5$, qui pose la même question et contient les mêmes extensions de propriétés

Un autre exemple, engageant à la fois la mémoire et la *métis*, est tiré d’une ingénierie de PER sur le théorème de Thalès dont on trouve le fichier sur la partie du site EducMath dédiée à AMPERES⁶¹. Il s’agit, après avoir admis le théorème de Thalès dans le triangle, de s’engager dans sa démonstration pour certains cas particuliers de la valeur du rapport, puis l’ayant démontré dans le cas du rapport $\frac{1}{2}$, de se poser la question de sa réciproque, encore appelée théorème de « la droite des milieux ». Les démonstrations relèvent, à ce niveau – la classe de 4^e –, d’une rupture d’un des termes du contrat didactique qui stipule que tous les éléments nécessaires à la résolution d’un problème sont fournis par l’énoncé et qu’il suffit ensuite de les utiliser convenablement, à partir de ses propres connaissances, pour parvenir à la réponse attendue. Dans ce cas en effet, il est soit nécessaire de rajouter des éléments à la figure et de se lancer dans une démonstration basée sur un raisonnement déductif, par implications successives, soit de rajouter des éléments à la figure et de se lancer dans une démonstration par l’absurde. La conjugaison de ces deux initiatives étant, dans ce dernier cas, jugée plus difficile, cette voie n’est pas retenue, sauf à montrer la démonstration aux élèves, ce que l’on ne souhaite pas. Les élèves étant certains du parallélisme de la droite qui passe par les milieux des deux côtés d’un triangle, on choisit donc de diriger l’étude de la démonstration à partir de la mobilisation du potentiel des souvenirs collectifs concernant les théorèmes concluant au parallélisme de deux droites. Le recensement de ces théorèmes est confié aux élèves. Mais, celui-ci étant fait, aucun d’eux ne permet de conclure immédiatement, car les hypothèses qui doivent être vérifiées pour leur utilisation ne sont pas contenues dans la figure. On décide alors de revenir aux hypothèses nécessaires à réunir pour l’utilisation de chacun des théorèmes recensés. L’attention se concentre sur le théorème énonçant que si deux droites sont perpendiculaires à une troisième, alors elles sont parallèles. Le problème majeur, auquel sont confrontés les élèves, tient au fait qu’aucune droite perpendiculaire à l’une des droites dont on veut démontrer le parallélisme n’est donnée dans la figure que l’on observe. Pour le lever, il n’y a alors plus qu’un seul pas à franchir : trouver une perpendiculaire à l’une de ces droites, puis montrer qu’elle est perpendiculaire à l’autre. Une fois de plus, le souvenir des perpendiculaires dans un triangle se conjugue à la *métis* pour surmonter la difficulté. La recherche de perpendiculaires dans un triangle joue comme un indice qui mobilise le souvenir des hauteurs. La « malice », la *métis*, engagent à tracer la hauteur relative au côté dont on souhaite démontrer le parallélisme avec la droite des milieux.

⁶¹ <http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/documents/cdamperes/quatrieme>



Le tracé étant réalisé, il ne reste plus qu'à démontrer que la droite des milieux est perpendiculaire à la hauteur et donc parallèle à la base ; les ostensifs visuels contenus dans la figure (codage des angles droits et des milieux, jeu entre sous figures constituées des triangles rectangles AHB et AHC et sur figure ABC), conjugués aux souvenirs de théorèmes sur l'orthogonalité, entraînent vers la mobilisation du souvenir de la médiatrice. On réalise en acte, à travers ces exemples d'ingénieries didactiques, ce que Sarrazy (2007) établit, à propos de l'idée de « décision », dans le combat qu'il mène contre « le mentalisme » : « L'élève décide certes, mais ne décide pas de *ce* qui le fait opter pour ceci et non pour cela ici et maintenant. »

c. Des questions micro et macro didactiques pour une voie à explorer

On entrevoit, à travers ces deux exemples, une voie à explorer pour enseigner ce que d'aucuns croient identifier comme une vertu individuelle qu'ils nomment « l'intuition » ou « l'anticipation », mères des « inventions » sorties de l'imagination féconde d'un génie... qui ne peut, pour cette raison, n'être vu que comme forcément singulier. A travers le type d'ingénieries didactiques dont le contenu a été à peine effleuré dans les exemples qui précèdent, il s'agit de faire vivre, dans l'éducation mathématique, ce que Dewey (1963) disait de l'expérience, en opposition à la « préparation à la vie » que certains assignent à l'éducation. L'objectif poursuivi consiste à faire en sorte que l'éducation mathématique soit, à défaut d'être « la vie », une partie de ce qui la constitue dans sa dimension scientifique, et partant, dans ses dimensions sociale et démocratique, afin que dans ce domaine au moins, l'élève se rende à des raisons scientifiques et non à des arguments d'autorité : « [...] ce n'est qu'en extrayant à chaque moment présent la pleine signification de chaque expérience présente que nous nous préparons à faire la même chose à l'avenir », écrivait à ce propos Dewey. Mais l'organisation de l'expérience du savoir, à laquelle l'élève est confronté à l'école, se pense *a priori*. Dans ce domaine tout ne se vaut pas, et c'est là un des premiers apports des recherches en didactique qui montrent qu'aussi bien l'organisation du savoir transposé que l'organisation didactique permettant la rencontre des élèves et du savoir, pour laquelle le professeur assure le rôle de médiateur, pèsent sur la nature et la qualité de cette rencontre.

Un autre apport des travaux des didacticiens tient à la mise en évidence de l'impasse vers laquelle conduisent les recherches de « raccourcis » ; par exemple de ceux que l'enseignement de stratégies méta-cognitives, supposées dotées de vertus permettant de gagner en temps et en efficacité, seraient supposés favoriser. Dans ce domaine, Sarrazy (1997) note que ce qui se joue dans une relation didactique et qui relève de cette dimension « méta », notamment ce qui relève de concepts tels que « comprendre », « inventer », « continuer tout seul » ne peut être dit, mais que la seule possibilité de lui donner vie se trouve dans la prise en charge « en amont

de la dévolution de la situation adidactique, [des] conditions d'émergence des significations.» La construction, en amont de l'enseignement, d'une dialectique de la mémoire et de la *métis* dans laquelle on engagera ensuite les élèves, sous contrat et en situation, est une des réponses à la possibilité « d'émergence des significations ». La question désormais posée à la société relève de la traduction en acte, à travers la construction d'un enseignement qui la favorise, de l'organisation de la rencontre des élèves avec le savoir afin qu'ils la vivent ; ce sera là un troisième apport des recherches en didactique, en ce qui concerne leur application par le moyen d'ingénieries de développement. Un tel type d'enseignement pose évidemment la question de sa viabilité au sein du système, notamment à travers la question de la formation professionnelle des enseignants. Son extension à l'enseignement d'autres savoirs suppose la collaboration de spécialistes de ces disciplines. Dans ce domaine, la recherche en didactique peut éclairer l'univers des possibles, et c'est le but assigné à de telles ingénieries ; mais c'est, en dernière instance, au politique de décider de le faire ou non advenir.

Eléments bibliographiques

- Araya, A. (2008). *La gestion de la mémoire didactique par le professeur dans l'enseignement secondaire des mathématiques : étude du micro-cadre institutionnel en France et au Costa Rica*, Thèse de l'Université Toulouse III – Paul Sabatier.
- Araya, A. & Matheron, Y. (2007). La problemática de la memoria : Proposiciones y ejemplos para su estudio antropológico en didáctica de las matemáticas. In L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. Javier García (Éds.) *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica* (pp. 261 - 278). Universidad de Jaén.
- Baddeley, A. (1992). *La mémoire humaine, théorie et pratique*. Grenoble : Presses Universitaires de Grenoble.
- Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques* 19(1), 77 - 124.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage Éditions.
- Chevallard, Y. (1989). Le concept de rapport au savoir – Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. *Actes du Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique 1988-1989*, 211-235.
- Chevallard, Y. (1996). La fonction professorale : esquisse d'un modèle didactique. In Noirfalise R. et Perrin-Glorian M-J. (Eds.) *Actes de la VIIIe École d'été de didactique des mathématiques* (pp. 83-122). IREM de Clermont-Ferrand.
- Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude : 3. Ecologie & régulation, Cours donné à la XIe école d'été de didactique des mathématiques (Corps, 21-30 août 2001). Paru dans les actes correspondants, La Pensée Sauvage, Grenoble, p. 41-56.
- Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. In L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. Javier García (Éds.) *Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctica* (pp. 705-746). Universidad de Jaén.
- Clément, J. (2008). La mémoire corporelle et l'action. In Meulemans D. (Ed.) *La mémoire, outil et objet de connaissance* (pp. 49 – 68). Paris : Aux forges de Vulcain.
- Dewey, J. (1938, 1963). *Experience and Education*. New York: Collier Books.
- Garcia-Deban, C. & Sanz-Lecina, E. (2008). De l'analyse des modèles disciplinaires en acte à la détermination des schèmes professionnels. L'exemple de l'enseignement de la grammaire au cycle 3 par des Professeurs des Ecoles débutants. In M-F Carnus, C. Garcia-Deban, A. Terrisse (Eds.)

- Analyse des pratiques des enseignants débutants. Approches didactiques* (pp. 151 – 170). Grenoble : La pensée Sauvage Editions.
- Halbwachs, M. (1925 ; 1994). *Les cadres sociaux de la mémoire*. Postface de G. Namer. Paris : Albin Michel.
- Halbwachs, M. (1950 ; 1997). *La mémoire collective*. Préface et postface de G. Namer. Paris : Albin Michel.
- Leroi-Gourhan, A. (1964). *Le geste et la parole II, La mémoire et les rythmes*. Paris : Albin Michel.
- Matheron, Y. (2000). *Une étude didactique de la mémoire dans l'enseignement des mathématiques au Collège et au Lycée. Quelques exemples*. Thèse de l'Université de Provence.
- Matheron, Y. (2002). Une modélisation pour l'étude didactique de la mémoire. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 21(3), 207 – 245.
- Matheron, Y. (2003). Some examples of relationship between the use of images and metaphors and the production of memory in the teaching and learning of mathematic. *Actes " IIIrd Conference of European Research in Mathematics Education (CERME 3) "*, Bellaria, Italie, février-mars 2003, CD-ROM
- Matheron, Y. (2009). *Mémoire et étude des mathématiques, une approche didactique à caractère anthropologique*, Presses Universitaires de Rennes.
- Matheron, Y. (2011). Le travail du professeur de mathématiques relatif à la conception et la réalisation des phases de dévolution, *Education & Didactique*, 5(3) 81 – 100.
- Matheron, Y. & Mercier, A. (2004). Les usages didactiques des outils sémiotiques du travail mathématique : étude de quelques effets mémoriels. In rédactrice invitée G. Lemoyne. *Revue des sciences de l'éducation*, n° thématique vol. XXX, n°2, 2004, *Le langage dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques* (pp. 355-377). Québec & Ottawa.
- Ricœur, P. (2000). *La mémoire, l'histoire, l'oubli*. Paris : Seuil.
- Sarrazy, B. (1997). Sens et situations : une mise en question de l'enseignement des stratégies métacognitives en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques* 17(2) 135 - 166.
- Sarrazy, B. (2007). Approche anthro-didactique des phénomènes d'enseignement des mathématiques : fondements épistémologiques et ancrages théoriques. In Gueudet G. & Matheron Y. (Eds.) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2006* (pp. 79 – 99). Paris : IREM Paris VII.
- Vernant, J-P. (1965). *Mythe et pensée chez les Grecs. Etudes de psychologie historique*. Paris : La Découverte édition de 1996.

TRAN KIEM MINH

L'APPRENTISSAGE DES FONCTIONS AU LYCEE AVEC UN ENVIRONNEMENT LOGICIEL : QUELLES SITUATIONS D'APPRENTISSAGE, QUELLES GENESES INSTRUMENTALES ?

kiemminh@gmail.com

LDAR, Université Paris Diderot

Résumé.

Cette recherche se situe dans le cadre de l'étude des usages d'un environnement logiciel géométrique et algébrique dédié aux fonctions au lycée. Nous nous intéressons plus particulièrement au travail des élèves, avec une étude de situations utilisant le logiciel Casyopée et des effets de ces situations sur l'apprentissage des fonctions. Nous proposons une approche qui considère les fonctions comme *modèles de dépendances* dans un domaine d'application. L'étude indique que les activités variées sur les fonctions ont facilité chez les élèves observés une aisance à travailler sur les différents aspects du concept de fonction et à explorer la dynamique de l'approche proposée. Notre recherche montre également chez les élèves un développement conjoint de connaissances mathématiques sur les fonctions et de connaissances sur Casyopée pendant la genèse instrumentale et comment l'utilisation régulière de l'artefact permet aux élèves d'articuler ces deux types de connaissances.

Introduction

Les fonctions jouent un rôle majeur dans les mathématiques et essentiel dans les sciences expérimentales pour la modélisation mathématique des phénomènes dynamiques. Le concept de fonction est un sujet important mais difficile dans les programmes du collège et du lycée. Il s'agit au début du lycée de rompre avec une conception « correspondance » qui a dominé au collège pour accéder à une conception des fonctions comme « modèles de dépendance ». Par conséquent, les tâches de modélisation fonctionnelle et les représentations dynamiques occupent une place particulière. Comment les potentialités des outils technologiques peuvent-elles favoriser une telle conception des fonctions ? Rendre compte des potentialités des environnements numériques pour l'apprentissage suppose également de disposer d'un cadre épistémologique et didactique organisant la diversité des activités sur les fonctions.

L'objet de ce texte est donc d'analyser un apprentissage des fonctions sur un temps long pendant lequel les élèves utilisent le logiciel géométrique et algébrique Casyopée⁶². Nous proposons une approche qui considère les fonctions comme *modèles de dépendances* dans un domaine d'application. Nous visons en particulier à analyser le développement conjoint de connaissances sur les fonctionnalités de Casyopée et de connaissances mathématiques sur les fonctions sur un temps long d'apprentissage. Nous nous intéressons également aux activités sur les fonctions avec Casyopée qui aident des élèves à construire les différentes représentations des dépendances et à atteindre une compréhension profonde des fonctions.

62 Une page pour télécharger Casyopée est disponible à <http://www.casyopee.eu/>

Approches didactiques des fonctions

Récemment, plusieurs recherches mettent l'accent sur l'expérience du changement et du mouvement et sur la compréhension de cette expérience comme covariation ou relation de dépendance entre grandeurs, comme éléments fondamentaux amenant à la notion de fonction. Par exemple, Comin (2005) a noté que la notion de fonction est fondée sur l'idée de relation de dépendance et ne peut prendre du sens que par l'étude des relations fonctionnelles entre grandeurs. Dans cette perspective, des recherches portent une attention spéciale aux potentialités de représentation des TICE pour la compréhension des dépendances fonctionnelles. En ayant utilisé un dispositif de capture de mouvements et une calculatrice graphique, Arzarello & Robutti (2004) ont demandé aux élèves de décrire les différents types de mouvement comme ainsi été fonctions mathématiques à l'aide de graphes et de tableaux de valeurs. Les covariations et les dépendances entre temps et distance dans le système physique ont été ensuite modélisées en fonctions mathématiques. Dans la perspective Vygotskienne de médiation sémiotique, Falcade, Laborde & Mariotti (2007) ont choisi la Géométrie dynamique comme domaine d'application afin de fournir aux élèves une expérience qualitative de covariations et de dépendances fonctionnelles. Leur étude a montré que les outils de la géométrie dynamique (Déplacement, Trace, Macro...) peuvent être utilisés pour amener les élèves à comprendre la notion de fonction.

Bloch (2003) distingue différents cadres pour la notion de fonction : numérique, algébrique, géométrique, graphique, formel et analytique. S'intéressant aux débuts de l'analyse, elle insiste particulièrement sur l'interaction des cadres graphique et formel. Elle souligne qu'au moment de son étude, le cadre géométrique était peu utilisé dans l'enseignement et elle estimait sa réintroduction potentielle coûteuse en termes de stratégie d'enseignement.

Le curriculum actuel du lycée postule que des environnements logiciels peuvent contribuer à cette réintroduction d'un cadre géométrique. C'est aussi une hypothèse que font des recherches récentes qui s'appuient sur les nouvelles potentialités de calculatrices et logiciels intégrant des représentations multiples et du calcul formel, rejoignant aussi une idée ancienne selon laquelle les environnements de calcul formel peuvent soutenir et changer l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques (Hodgson & Muller, 1992).

Notre approche considère les fonctions comme *modèles de dépendances* dans un domaine d'application, et plus précisément dans un cadre géométrique tel que défini par Bloch (2003) et utilisé par Falcade, Laborde & Mariotti (2007). La modélisation fonctionnelle permet de relier ce cadre aux autres cadres et représentations des fonctions. Notre hypothèse est que les activités fondées sur l'étude des dépendances entre grandeurs ou mesures permettent aux élèves de comprendre les fonctions comme modèles de ces dépendances. Nous situons par ailleurs ces activités dans le cadre d'usages d'un environnement numérique intégrant des représentations multiples, géométriques et algébriques, et le calcul formel. Les représentations géométriques constituent le domaine d'application rendant possible une exploration des relations entre objets et entre grandeurs, et l'environnement offre des possibilités d'accéder aux autres représentations. Nous considérons également le développement conjoint d'usages et de connaissances sur l'environnement Casyopée et de connaissances mathématiques sur les fonctions sur un long processus d'apprentissage.

Cadres théoriques

Processus-objet et la conceptualisation des fonctions

Les recherches sur la compréhension des fonctions se sont intéressées à la dualité entre *processus* et *objet*. Sfard (1991) distingue la nature *opérationnelle* des fonctions en mettant l'accent sur les processus du calcul de la valeur de sortie pour une valeur d'entrée donnée, et leur nature *structurelle* comme objets constitués d'ensembles de couples. En s'appuyant sur des analyses historiques, épistémologiques et cognitives, Sfard (1992) a conclu que la fonction est un concept que les élèves acquièrent d'abord opérationnellement puis structurellement. Elle nomme « *réification des processus* » la transition de la conception processus à la conception objet. L'auteur a également souligné que les termes *processus* et *objet* devraient être compris comme différentes facettes de la même notion plutôt que comme composants séparés. Autrement dit, les deux aspects opérationnel et structurel sont complémentaires.

Dubinsky et ses collègues (Dubinsky & Harel, 1992 ; Breidenbach et al. 1992) s'intéressent aux transitions entre trois niveaux : actions – processus – objets. Leur idée principale dans ces travaux est que le processus d'apprentissage commence d'abord par des *actions* sur des objets. Lorsque l'action totale peut avoir lieu dans l'esprit du sujet sans courir à travers toutes les étapes spécifiques, nous disons que l'action a été intériorisée en *processus*. Ensuite, le sujet peut utiliser ce processus pour obtenir un nouveau processus, par exemple, en l'inversant, le transformant ou le combinant avec d'autres processus. Lorsqu'il est possible d'opérer de cette façon sur un processus, nous disons que le processus a été encapsulé en un *objet*. Finalement, cet objet peut être investi dans de nouvelles actions. Une des conclusions de ces travaux est l'affirmation que les TICE pouvaient soutenir les transitions « actions – processus – objets ».

Les chercheurs ont trouvé que l'acquisition d'une conception « processus » des fonctions n'est pas triviale pour les élèves. Une question, en particulier soulevée dans le contexte d'usages des environnements logiciels, est de savoir si les élèves devraient d'abord développer une conception « processus » avant de développer une conception « objet » des fonctions. Selon Thompson (1994), dans l'approche des fonctions par un élève, la conception « processus » de fonctions précède la conception « objet », et avec l'aide de nouveaux environnements logiciels, nous pouvons élaborer de nouveaux types d'expériences de façon à permettre aux élèves d'atteindre une conception « objet ».

White (2009) a conçu un environnement logiciel dédié à l'introduction des fonctions dans le contexte de la cryptographie. En portant l'attention sur la distinction entre deux points de vue « processus » et « objet », l'auteur montre comment les tâches données aux élèves dans cet environnement mettent en jeu différents aspects de la notion de fonction. De plus, il indique que la résolution des problèmes donnés dans cet environnement peut aider les élèves à atteindre un « *increasing fluency in interpreting, selecting among and applying procedural and structural features of function toward a task objective* », ce que nous appellerons dans notre travail une *compréhension flexible* des fonctions. Ainsi, l'approche des fonctions n'est plus vue comme une transition linéaire des actions aux processus puis aux objets, mais comme une progression vers un usage flexible des ces fonctions sous ces trois aspects.

De la conception « processus - objet » à la conception « covariation » : vers un cadre conceptuel de l'enseignement des fonctions

Lagrange & Artigue (2009) ont proposé une typologie ayant pour but de classifier et de relier les activités aux quelles ces tâches donnent lieu. Cette typologie croise deux dimensions : les domaines de représentation des dépendances et les types d'activités sur ces dépendances. La

prise en compte de trois domaines distincts (Système physique, Grandeurs, Fonctions mathématiques) où s'exercent les activités sur les fonctions est basée sur l'idée que le concept de fonction est lié à l'expérience sensible des dépendances dans un système physique où s'observent des variations mutuelles d'objets. Les types d'activités (enactives-icôniques, génératives, transformationnelles et global-méta) sont inspirés du travail sur différentes représentations de l'analyse de Tall (1996), complété par le modèle des activités algébriques de Kieran (2007).

En s'appuyant sur la typologie d'activités de Lagrange & Artigue (2009), nous proposons ci-dessous notre cycle de modélisation pour approcher les fonctions en environnements numériques d'apprentissage. Ce cycle de modélisation fonctionnelle se situe dans le cadre d'une résolution de problème via une modélisation algébrique. Cela n'implique pas que la résolution se fasse de manière standard, selon un schéma immuable. Dans ce schéma, nous mettons l'accent sur le domaine intermédiaire « Grandeurs » entre le « Système physique » et les « Fonctions mathématiques » (le monde mathématique). Le processus de mathématisation est divisé en deux étapes (étapes (1) et (2) dans la figure 1). Des situations ou problèmes sont données aux élèves dans le domaine « Système physique » (dans notre cas c'est la Géométrie dynamique) où ils peuvent observer, explorer et percevoir des relations de dépendances entre objets. Afin d'expliquer ces relations de dépendances, les élèves peuvent choisir une variable, puis créer une formule pré-algébrique exprimant la relation de dépendance (c'est l'étape (1)). Dans le domaine « Grandeurs », les élèves peuvent utiliser les potentialités des TICE pour quantifier des explorations et des observations et formuler des conjectures sur la solution du problème donné. La construction d'une formule pré-algébrique exprimant la relation de dépendance entre objets à ce niveau est utile pour soutenir ces explorations et observations. Ensuite, l'étape (2) permet de calculer et représenter algébriquement la formule pré-algébrique construite dans le domaine « Grandeurs ».

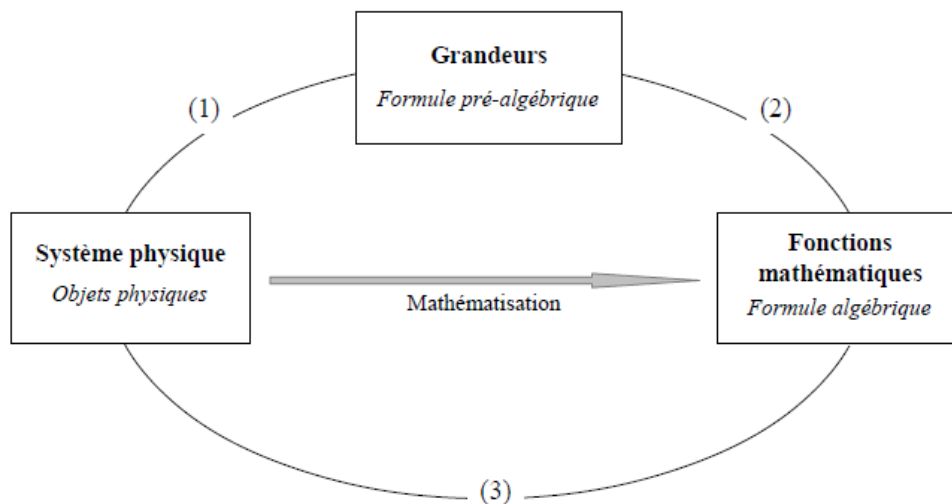


Figure 1. Cycle de modélisation fonctionnelle

Les élèves obtiennent ainsi dans le domaine « Fonctions mathématiques » une expression algébrique modélisant une dépendance fonctionnelle entre grandeurs dans la situation donnée dans le « Système physique ». Les élèves peuvent ensuite utiliser des potentialités des TICE pour faire des manipulations, des transformations algébriques ou une preuve algébrique afin de trouver la solution mathématique de la situation. L'étape (3) est un processus d'interprétation et de vérification du modèle mathématique obtenu. Il s'agit de revenir dans le « Système physique » pour interpréter les solutions mathématiques trouvées.

Nous considérons la typologie d'activités et le cycle de modélisation fonctionnelle présenté ci-dessus comme un cadre théorique local pour la construction et l'analyse de situations sur les fonctions en environnements numériques. Dans notre approche, les fonctions sont considérées comme *modèles de dépendance* dans un domaine d'application. En effet, proposer des activités s'amorçant dans le domaine intermédiaire « Grandeurs » permet de mettre l'accent sur la modélisation fonctionnelle qui relie les activités initiales et la formulation finale algébrique. Les activités dans ce domaine sont donc fructueuses pour la conceptualisation des fonctions : choisir une variable appropriée pour quantifier des observations, distinguer les dépendances fonctionnelles parmi des covariations, construire une formule pré-algébrique exprimant la dépendance fonctionnelle...

Genèse instrumentale

Drijvers, Kieran, & Mariotti (2010) s'intéressent aux cadres théoriques susceptibles d'éclairer les recherches récentes dans le domaine des TICE. Ils situent la théorie de l'instrumentation (Rabardel, 1995) comme un cadre important et fructueux. L'approche instrumentale, le corps de cette théorie, est particulièrement développée par des chercheurs français en relation avec une évolution des études en didactique des mathématiques sur les problèmes d'intégration des TICE (Guin, Ruthven, & Trouche, 2005 ; Haspekian, 2005 ; Bueno-Ravel & Gueudet, 2009). Nous rappelons brièvement ses principes.

L'approche instrumentale se situe dans la perspective socio-culturelle de Vygotsky (1978) sur les processus d'apprentissage. Le point de départ essentiel de cette approche est la distinction entre artefact et instrument (Rabardel, 1995). Un *artefact* est souvent, mais non nécessairement, un objet physique de l'activité humaine, conçu pour des activités spécifiques. Pour un individu donné, l'artefact n'a pas de valeur instrumentale en soi. Un *instrument* n'est pas spontanément disponible mais, à travers un processus appelé *genèse instrumentale*, le sujet se construit des schèmes d'utilisation de l'artefact pour réaliser un type de tâches. Un schème est considéré ici comme une organisation invariante de l'activité pour une classe de situations données (Vergnaud, 1990). Par conséquent, un instrument se compose d'une partie de l'artefact et de composantes psychologiques.

Au cours de la genèse instrumentale, une relation bilatérale entre artefact et sujet est établie : les connaissances du sujet le guident d'une part pour mettre l'artefact « à sa main » (ce processus est appelé instrumentalisation), et d'autre part, les potentialités et les contraintes de l'artefact influencent et conditionnent l'action et les stratégies de résolution de problèmes du sujet (ce processus est appelé instrumentation⁶³). La recherche a montré que la genèse instrumentale est un processus complexe qui nécessite du temps et dépend des caractéristiques de l'artefact et de l'activité du sujet. Les genèses instrumentales sont d'abord des processus individuels. Cependant, ces genèses ont également une dimension sociale, car les élèves développent des schèmes mentaux dans le contexte de la communauté de classe.

Dans la perspective globale de l'approche instrumentale, nous nous intéressons dans cet article aux genèses instrumentales des élèves dans l'environnement Casyopée et à la manière dont ces genèses articulent l'appropriation de l'artefact et la construction de connaissances mathématiques. Notre accent est mis notamment sur les phénomènes relatifs au processus d'instrumentation en considérant l'interaction et l'imbrication entre le développement de connaissances mathématiques et de connaissances sur l'artefact chez des élèves pendant un temps long de la genèse. Dans le cas d'un artefact utilisé pour l'apprentissage des mathématiques comme Casyopée, la genèse instrumentale concerne à la fois les

63 Ici, il faudrait distinguer entre deux significations différentes du terme « instrumentation » dans deux contextes : la genèse instrumentale et la théorie de l'instrumentation.

connaissances mathématiques sur les fonctions et les connaissances sur les fonctionnalités de l'artefact. Les recherches en didactique des mathématiques ont montré qu'une telle genèse peut être complexe, même dans le cas des tâches simples comme le cadrage de la représentation graphique d'une fonction dans la fenêtre d'une calculatrice (Guin & Trouche, 1999, p. 217; Artigue, 2002, p. 250). Ainsi nous sommes conscients de la complexité des genèses chez les élèves lors de l'introduction de Casyopée en classe. De plus, la compréhension et la manipulation des différentes représentations offertes par Casyopée nécessitent également des connaissances mathématiques variées. Cette préoccupation d'une genèse instrumentale adéquate de Casyopée nous a conduits à concevoir une introduction progressive aux élèves en prenant en compte le développement de leurs connaissances mathématiques.

Méthodologie

Un artefact numérique

Casyopée est un logiciel dédié à l'enseignement et l'apprentissage des fonctions au lycée (Lagrange et al. 2011). Casyopée comprend deux modules principaux qui sont liés : le module symbolique et le module géométrique. Le module symbolique fournit aux élèves des outils de calculs symboliques, des capacités de représentation (représentation graphique, symbolique, numérique...) et ainsi que des aides pour la preuve algébrique (dérivée, étude de signes, variations...). Le module géométrique offre les caractéristiques principales d'un environnement de géométrie dynamique comme la création et l'animation des objets géométriques. Ce module facilite également la généralisation grâce à des paramètres qui peuvent être entrés dans la définition des objets géométriques.

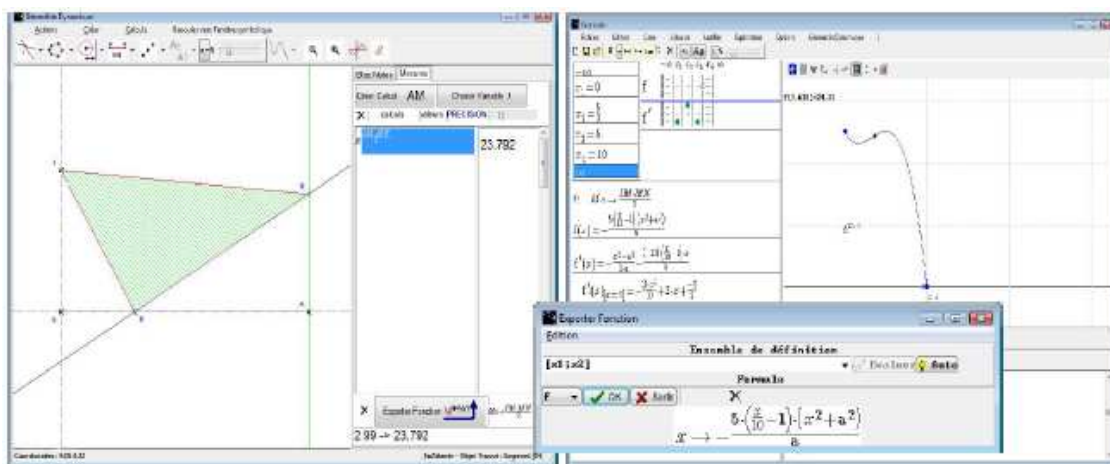


Figure 2. Module géométrique, module symbolique et la forme d'exportation de Casyopée

Pour le domaine « Grandeurs », la caractéristique spécifique de Casyopée est la capacité de relier les deux modules avec l'aide des « calculs géométriques » qui permettent de modéliser des dépendances entre grandeurs : dans Casyopée on peut créer un calcul géométrique exprimant la valeur d'une grandeur, en explorer les valeurs numériques, choisir une grandeur adéquate comme variable et finalement exporter, dans le module symbolique, une dépendance fonctionnelle, si elle existe, entre cette variable et le calcul géométrique, ceci pour obtenir une fonction mathématique exprimant cette dépendance. De plus Casyopée prend en charge l'expression de cette fonction mathématique, ce qui décharge les élèves de calculs sur lesquels ils butent souvent à ce niveau. Le but visé par le développement de Casyopée est donc d'aider les élèves à modéliser des relations de dépendance dans une situation géométrique donnée, de

faciliter les activités sur les fonctions, et finalement de promouvoir une compréhension des fonctions.

Un dispositif d'expérimentation

a. Première expérimentation

La première séquence d'observation a été implémentée en classe de Première S au premier trimestre de l'année scolaire 2007-2008 dans le cadre du projet ReMath⁶⁴. Elle concerne deux classes de Première S de deux établissements distincts : le Lycée René Cassin à Montfort et le Lycée Maupertuis à Saint-Malo. Chaque classe se compose d'une vingtaine d'élèves. Les deux enseignants de ces classes sont expérimentés dans l'enseignement ainsi que dans le domaine des TICE. Ils participent au projet Casyopée depuis le début. La plupart des élèves ne sont pas encore familiers avec les logiciels de géométrie dynamique en classe ni avec Casyopée. Toutes les séances ont eu lieu en salle informatique. Les élèves travaillent en binômes et nous avons fait des observations de quelques binômes tout au long des séances d'expérimentation.

Le scénario de notre équipe se compose de six séances et est organisé en trois parties. Chaque partie a été conçue afin que les élèves apprennent des notions mathématiques en découvrant les capacités associées de Casyopée :

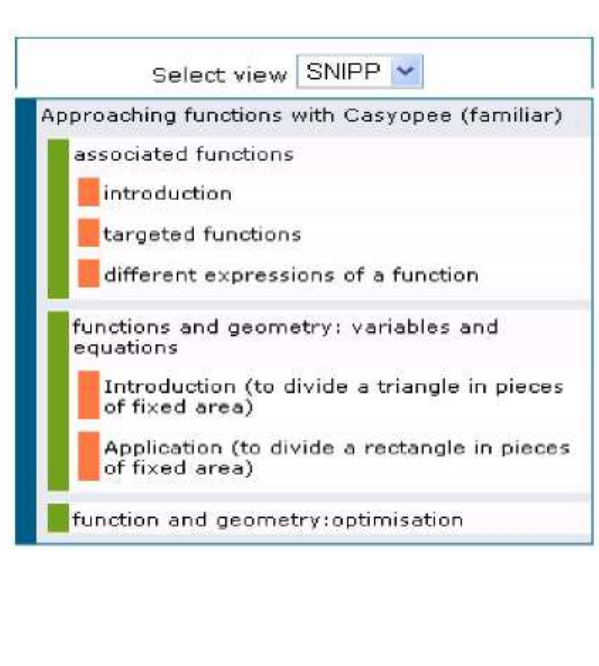
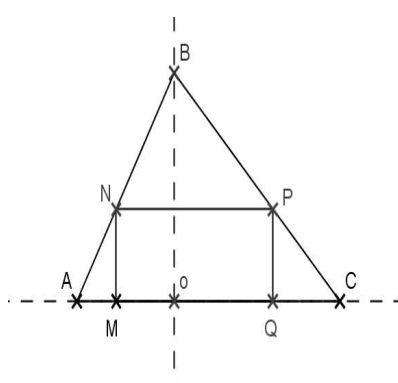
	<p>Le problème de la séance 6 :</p> <p>Soit a, b et c trois paramètres positifs. Dans un repère orthonormé Oxy on considère les points $A(-a;0)$, $B(0;b)$ et $C(c;0)$. On construit le rectangle $MNPQ$ avec M sur $[OA]$, N sur $[AB]$, P sur $[BC]$ et Q sur $[OC]$.</p>  <p>Existe-il une position du point M telle que l'aire du rectangle $MNPQ$ soit maximale ?</p>
--	---

Figure 3. Un problème d'optimisation donné en classe de Première S

La première partie a porté sur les fonctionnalités du module symbolique de Casyopée et sur des fonctions quadratiques. La deuxième partie a d'abord pour objectif de consolider les connaissances des élèves sur des situations géométriques et de leur présenter les fonctionnalités du module géométrique, ce qui est une spécificité de Casyopée. Finalement, pour la dernière partie, les élèves doivent profiter de toutes les caractéristiques de Casyopée et activer toutes leurs connaissances algébriques pour résoudre un problème d'optimisation. L'ensemble de ces six séances constitue une initiation à l'utilisation de Casyopée à travers une succession d'activités. L'accent est mis sur le potentiel a priori offert par Casyopée pour approcher des fonctions. Comme la séance présente une situation géométrique dont la

64 Representing Mathematics with Digital Media, a Targeted European Project (IST4-26751), <http://remath.cti.gr/>

résolution demande aux élèves de profiter des caractéristiques de deux modules de Casyopée, nous limitons pour notre première expérimentation notre observation à cette dernière séance (séance 6).

A travers l'analyse des observations d'un binôme (Elina et Chloé) et le bilan des autres binômes (Minh, 2011), les résultats obtenus font apparaître les constats suivants :

- Une potentialité riche des activités sur les fonctions avec Casyopée contre une utilisation faible chez les élèves observés
- Les genèses instrumentales des élèves sont encore très embryonnaires. Le rapport entre le développement de connaissances mathématiques sur les fonctions et de connaissances sur l'artefact est limité.

Nous faisons l'hypothèse que les objectifs énoncés dans la partie d'introduction pour le contexte que nous étudions supposent une étude de la genèse instrumentale sur un temps beaucoup plus long. Cette hypothèse conduit aux questions de recherche suivantes :

- Comment le cycle de modélisation fonctionnelle permet-il d'analyser et de relier les activités variées sur les fonctions en environnement Casyopée ? Comment ces activités favorisent-elles une *compréhension flexible* des fonctions ?
- Comment l'utilisation régulière de Casyopée sur un temps long en classe permet-elle aux élèves d'articuler le développement de leurs connaissances mathématiques sur les fonctions et de connaissances sur Casyopée ?

Afin de chercher des éléments de réponse pour les questions au-dessus, nous avons conçu une seconde expérimentation en classe de Terminale S pendant l'année scolaire 2008 – 2009.

b. Seconde expérimentation : une ingénierie didactique

Nous avons mis en place dans le cadre de la seconde expérimentation trois séances d'observations de l'activité des élèves et de ce qu'elle produit :

- Observations de classe :

Séance C1 (octobre, 2008): L'objectif est de consolider l'usage de Casyopée suite à la première expérimentation. Il s'agit de travailler sur les fonctions du second degré via l'étude de la maximisation d'une somme des aires inscrites dans un carré.

Séance C2 (novembre, 2008): Cette séance a pour but d'approfondir l'exploitation des potentialités de Casyopée. Il s'agit d'approcher les fonctions de troisième degré à travers l'étude de l'aire maximale d'un triangle rectangle en considérant différentes valeurs du paramètre qui conduisent à différentes fonctions.

Séance C3 (décembre, 2008) : Approcher une situation de problème réelle. Il est demandé aux élèves d'utiliser Casyopée pour modéliser et résoudre d'une manière plus autonome un problème de minimalisation d'une somme de longueurs dans un système de collecte des eaux de pluie et finalement de retourner au traitement du résultat dans la géométrie.

- Questionnaire : Les élèves ont répondu à un questionnaire de bilan à la fin de la séquence expérimentale en décembre.
- Interviews focalisés : Nous avons également réalisé les entretiens avec le binôme Elina-Chloé et avec l'enseignant à la fin de l'année scolaire (fin mai 2009). Ceux-ci nous ont permis de dégager et de comprendre des évolutions des élèves vis-à-vis de l'usage de Casyopée.

Les séances C1, C2 et C3 se situent sur le premier trimestre de l'année de Terminale. Le choix de grouper nos observations sur ce trimestre se justifie par le fait que lors des trimestres suivants, les élèves se centrent sur la préparation du baccalauréat. Casyopée est encore utilisé dans cette période, mais pour des problèmes plus en relation avec l'épreuve. Nous insérons une observation de bilan (interviews focalisés) en fin d'année pour faire le point sur la genèse

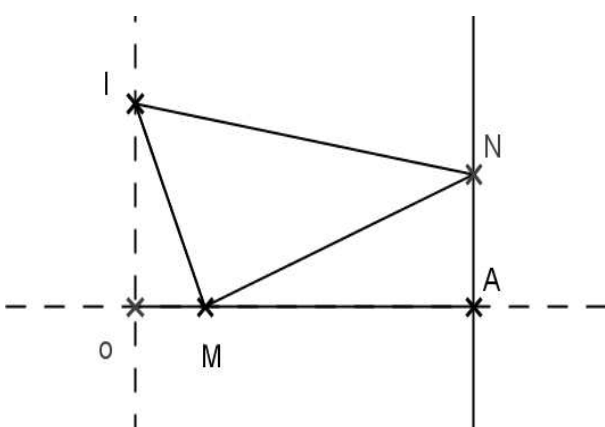
instrumentale à l'issue de l'année de Terminale. De C1 à C2 il y a une gradation du besoin en connaissances mathématiques et en connaissances sur l'usage de Casyopée. Dans la séance C3, c'est davantage la capacité des élèves de mobiliser leurs connaissances mathématiques et connaissances sur Casyopée pour un problème d'optimisation qui est en jeu.

c. Une séance d'observation clé

Nous avons choisi la séance C2 de l'ingénierie comme un moment d'observation clé qui s'est déroulée en janvier 2009. Voici le texte donné aux élèves en Terminale S :

Le problème :

Soit a un paramètre positif. Dans un repère orthonormé Oxy on construit deux points $A(10;0)$, $I(0;a)$ et la parallèle à l'axe Oy passant par A . M est un point libre sur le segment $[OA]$. On crée le triangle IMN rectangle en M , avec N appartenant à la parallèle (le triangle étant « aplati » selon le segment $[IA]$ quand M est en A).



Existe-il une position du point M telle que l'aire du triangle IMN soit maximale ?

- Phase 1 : Le cas $a = 5$
 Concevoir la figure avec Casyopée
 Créer un calcul géométrique de l'aire du triangle IMN et explorer le problème en déplaçant le point libre M
 Modélisation fonctionnelle : indiquer le choix de variable et l'expression algébrique de la fonction exportée
 Chercher une preuve algébrique
 Visualiser la réponse dans la fenêtre géométrique.
- Phase 2 : Le cas $a = 6$
 Re-explore le problème.

Figure 4. Texte donné aux élèves en Terminale S

Le processus de résolution de ce type de problèmes avec Casyopée se divise en plusieurs étapes en référence au cycle de modélisation fonctionnelle proposé. Le tableau suivant (tableau 1) indique pour chaque étape les composants mathématiques, les composants relatifs à l'artefact et les fonctionnalités correspondantes offertes par Casyopée.

La fonction modélisant la dépendance a des propriétés différentes selon les valeurs du paramètre a . Par exemple, si on choisit la variable $x = OM$, l'expression de la fonction modélisant la dépendance entre cette distance OM et l'aire du triangle IMN sera :

$$f : OM \rightarrow \frac{IM \cdot MN}{2}$$

$$f(x) = -\frac{5\left(\frac{x}{10}-1\right)(x^2+a^2)}{a}$$

Tâches	Composants relatifs à l'artefact	Aides et rétroactions fournies par Casyopée
Concevoir la figure	Créer des objets géométriques, définir et piloter des paramètres	Outils de géométrie dynamique ; « robustesse » de la construction.
Explorer et faire des conjectures	Bouger les objets géométriques libres	Création d'un calcul géométrique ; affichage dynamique des valeurs numériques du calcul.
Modéliser le problème	Choisir une variable adéquate, exporter une fonction dans la module symbolique	Fonctionnalité « choisir une variable » et « exporter une fonction », rétroactions sur le choix de variable ; calcul automatique de l'expression algébrique et du domaine de définition de la fonction exportée.
Travailler sur un modèle mathématique	Faire des transformations algébriques ; calculer la dérivée et trouver ses signes Travailler sur des paramètres	Fonctionnalité de calcul formel ; aider à trouver des signes ; visualiser le tracé graphique Pilotage des paramètres.
Interpréter dans le Système physique	Visualiser la réponse dans le module géométrique	Capacité de relier les deux modules ; lien entre la géométrie dynamique et la représentation graphique.

Tableau 1. Tâches, composants relatifs à l'artefact et rétroactions de Casyopée

Le texte donné aux élèves (figure 4) distingue deux phases principales. Dans la première phase, il est demandé aux élèves de travailler sur le cas $a=5$. Dans ce cas, la fonction exprimant l'aire du triangle IMN a un minimum et un maximum sur l'intervalle ouvert $]0;10[$.

La valeur de la fonction à l'origine O est égale à la valeur au point maximum. Il y a donc deux positions possibles du point libre M pour lesquelles l'aire est maximale : le point O et le point correspondant au maximum sur $]0;10[$. Pour la deuxième phase, les élèves explorent le problème avec le cas $a=6$ où la fonction exprimant l'aire du triangle IMN est également un polynôme de troisième degré mais strictement décroissant sur son intervalle de définition. Il n'y a donc qu'une position possible pour le point M , l'extrémité O du segment $[OA]$.

Données recueillies

Nous considérons la progression des élèves sous deux aspects : leur utilisation de Casyopée et leurs connaissances mathématiques sur les fonctions. Afin d'éclairer cette progression, nous nous appuyons non seulement sur des observations en classe mais encore sur un questionnaire de bilan et un entretien de fin d'année avec des élèves observés et avec l'enseignant. Ce questionnaire d'opinion leur a été donné à la fin de la seconde expérimentation. Il porte sur l'appropriation des fonctionnalités de Casyopée par des élèves et sur l'apport des caractéristiques spécifiques du logiciel pour l'apprentissage des fonctions, notamment pour la modélisation fonctionnelle. La séance d'entretien comprend deux parties. Dans la première

partie, il est demandé aux élèves d'utiliser Casyopée pour résoudre un problème d'optimisation qui est similaire à ceux donnés dans les séances de la seconde expérimentation. La deuxième partie est réservée à un entretien court dont le contenu porte sur les étapes de la résolution de ce type de problème d'optimisation avec Casyopée.

Les données recueillies comprennent des notes d'observation des chercheurs, des fichiers vidéo de captures d'écran obtenus grâce au logiciel CamStudio, des fichiers audio, des productions écrites des élèves et des comptes rendus de l'enseignant. Après les expérimentations, des analyses a posteriori sont confrontées avec une analyse a priori des situations données afin d'en déduire des conclusions.

Synthèse des observations

Les résultats de recherche sont présentés sous forme d'évolutions des élèves tout au long de leurs processus d'apprentissage. Ces évolutions sont illustrées avec des exemples du travail des élèves ainsi que des extraits de l'entretien et du questionnaire à la fin de l'expérimentation.

Activités variées sur les fonctions

a. Activités dans le domaine « Système physique »

Le domaine « Système physique » ici est la géométrie dynamique où les élèves construisent une figure dynamique et font des explorations enactive-iconiques (Tall, 1996). Les observations ont montré que cette tâche est difficile et demande de mobiliser des connaissances mathématiques. Il s'agit des connaissances sur la parallélisme et la perpendicularité des côtés d'un rectangle ainsi que de la distinction entre point libre, point semi-libre et point restreint.

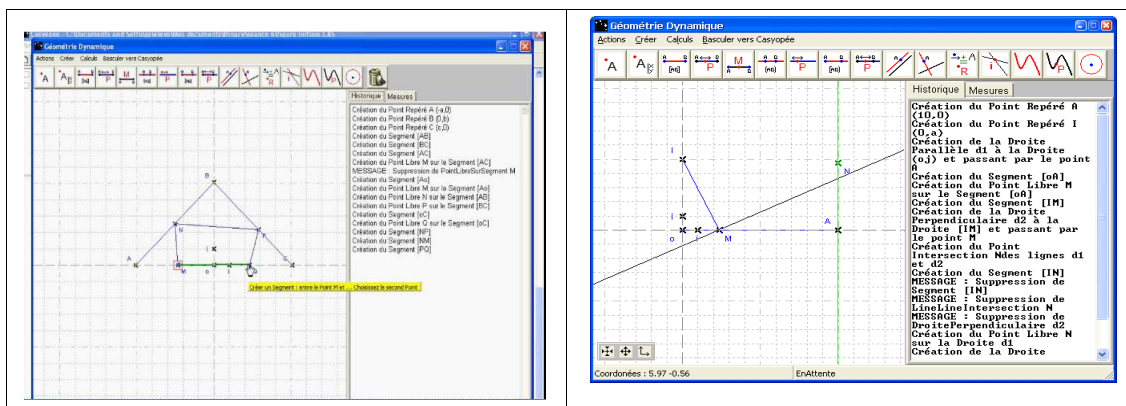


Figure 5. Difficultés du binôme Elina-Chloé pour la construction d'une figure géométrique dynamique

Durant la première expérimentation, le binôme a passé beaucoup de temps à construire la figure. Il a fait d'abord la construction du quadrilatère $MNPQ$ « mou » en prenant en compte des propriétés de parallélisme et de perpendicularité mais seulement « au jugé ». La déformation de la figure lors du déplacement du point libre M l'a aidé à reconnaître cette erreur. Cependant, cette rétroaction n'a pas été suffisante pour le binôme et l'observateur a dû intervenir pour l'aider. Dans la deuxième expérimentation, ces difficultés ont persisté mais le binôme a pu les dépasser sans l'aide de l'observateur.

Le passage du domaine « Système physique » au domaine « Grandeurs » est caractérisé par la création des calculs géométriques pertinents pour explorer une covariation entre grandeurs ou mesures. Dans la première expérimentation, certains élèves avaient eu du mal à entrer un calcul géométrique de l'aire de rectangle $MNPQ$. Il a fait une erreur en tapant $MN \times MP$ au lieu

de $MN \times MQ$. En revanche, ces élèves ont créé correctement un calcul géométrique exprimant l'aire du triangle IMN dans la seconde expérimentation sans l'intervention de l'observateur.

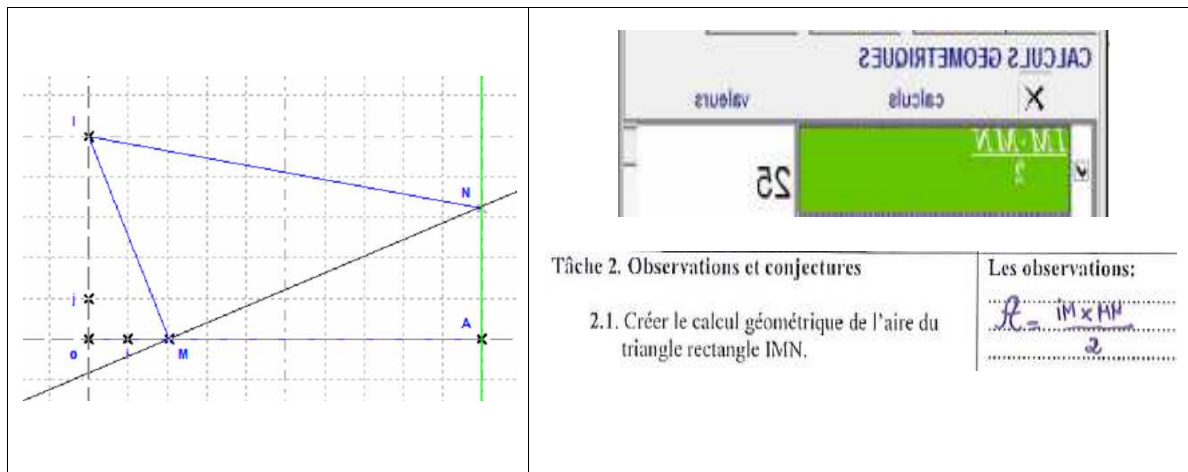


Figure 6. Passage du domaine « Système physique » au domaine « Grandeurs » du binôme Elina-Chloé

b. Activités dans le domaine « Grandeurs »

Les élèves ont fait dans ce domaine des explorations enactive-ictoniques telles que : faire varier des grandeurs concernant le point M, observer et percevoir les variations de l'aire du rectangle MNPQ ou du triangle IMN, choisir une variable appropriée et une valeur pour constituer une dépendance fonctionnelle, et conjecturer une solution du problème.

Nous avons trouvé que certains élèves ont eu du mal à comprendre ce qui est une variable dans Casyopée pendant les premiers usages. Il s'agit ici d'une confusion entre deux actions « Créer un calcul » (pour explorer sa valeur numérique) et « Choisir une variable » (pour constituer une dépendance fonctionnelle). Durant la seconde expérimentation, les élèves ont beaucoup exploité la fonctionnalité « Calcul géométrique » de Casyopée afin d'explorer la covariation entre valeurs numériques des grandeurs en jeu (la distance OM et l'aire du triangle IMN). Ces explorations leur ont permis de choisir une variable appropriée OM et de faire des hypothèses sur le sens de variation de la valeur de l'aire ainsi que la position exacte du point M pour laquelle l'aire est maximale.

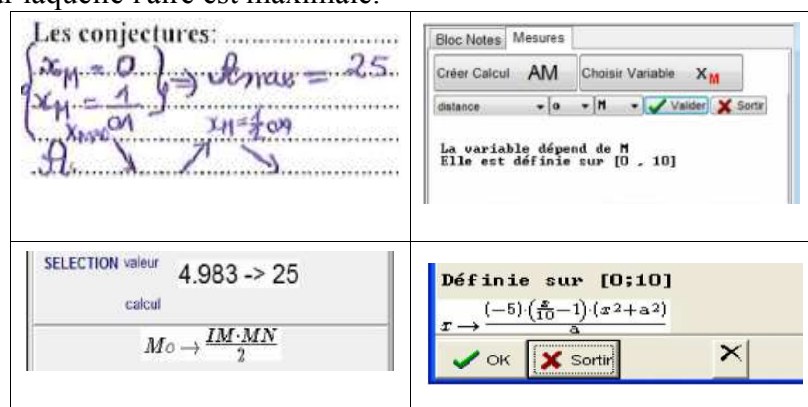


Figure 7. Activités des élèves dans le domaine « Grandeurs »

Chloé : C'est 25

Elina : Oui, soit $x_M = 0$ quand M a les coordonnées (0 ; 0) ou soit M a les coordonnées : demi de OA et zéro {M est le milieu de [OA]}

Chloé : C'est croissante puis décroissante

Elina : Mais non, regarde! On part de 25, c'est décroissante, puis croissante jusqu'à M a les coordonnées : demi de OA et zéro. Après, c'est décroissant.

L'extrait suivant montre une évolution du binôme observé de la compréhension du processus de modélisation fonctionnelle avec Casyopée après la seconde expérimentation :

- Chloé : Choix d'une variable ? La dernière fois, on l'a fait avec la hauteur.
 Elina : Non, *OM*. Je pense que ça c'est bon pour une variable
 Chloé : Oui. *{Elle valide cette variable puis exporte la fonction}*
 Elina : Son ensemble de définition ?
 Chloé : C'est $]-\infty; +\infty[$. Ah non, c'est $[0;10]$
 Elina : Regarde! C'est marqué, l'ensemble de définition.
 Observateur : Et finalement, quelles sont les étapes de la modélisation ?
 Chloé : On trace la figure, on fait des conjectures.
 Elina : On fait le calcul.
 Chloé : Oui, on trace la figure, on fait le calcul.
 Chloé : Et après le calcul, il faut juste que l'on regarde ce qui se passe, et on conjecture.
 Elina : Ensuite, on choisit la variable.
 Chloé : Oui, on exporte la fonction et essaie de valider la conjecture.

L'exportation de la fonction géométrique (la formule pré-algébrique $OM \rightarrow \frac{1}{2}IM \times MN$) dans le module symbolique correspond à un passage du domaine « Grandeurs » au domaine « Fonctions mathématiques ». L'identification de la variable, de son domaine de définition et la validation de sa formule sont des étapes importantes. Casyopée donne une aide pour ces étapes en calculant le domaine et la formule, tout en laissant l'élève libre du choix de variable.

Ainsi, l'évolution des élèves montre l'effet positif des rétroactions et la variété d'activités offertes par l'environnement Casyopée : choisir la variable appropriée *OM* et la valider spontanément, reconnaître l'ensemble de définition de la fonction exportée, comprendre les différentes activités sur les fonctions dans Casyopée.

c. Activités dans le domaine « Fonctions mathématiques »

Après avoir obtenu une expression algébrique de la fonction, la plupart des élèves ont privilégié l'exploration du tracé graphique de la fonction dans le module symbolique de Casyopée. D'abord ils ont repéré la position du point M en faisant bouger le point mobile correspondant sur le tracé graphique de la fonction. Ensuite, ils ont utilisé Casyopée pour développer l'expression algébrique de la fonction puis calculer sa dérivée. L'étude de la fonction (trouver les zéros de la dérivée, faire un tableau de variation...) a été généralement réalisée en papier/crayon. La figure suivante montre une combinaison entre le travail aidé par Casyopée et le travail en papier/crayon dans la fiche du binôme Elina-Chloé : l'identification d'une variable, la création d'une formule pré-algébrique exprimant la dépendance fonctionnelle, et le calcul d'une formule algébrique sont aidées par Casyopée, et finalement un tableau de variation est complété en papier/crayon (dans ce cas le binôme a fait un tableau de variation incorrect. Il s'agit d'une confusion des signes de la dérivée).

La possibilité de basculer de l'un à l'autre entre deux modules de Casyopée a effectivement aidé les élèves à interpréter et vérifier la solution mathématique trouvée.

On peut dire ici que les activités diverses dans les trois domaines de représentation et dans les différents registres de Casyopée ont facilité chez les élèves observés une compréhension flexible des fonctions. Il s'agit de reconnaître le même objet de fonction dans les différents domaines de représentation.

Développement conjoint de connaissances mathématiques et de connaissances sur l'artefact pendant un temps long de la genèse

Nous interprétons ici les observations du point de vue de la genèse instrumentale, vue comme le développement conjoint de connaissances mathématiques sur les fonctions et de connaissances sur Casyopée.

Les données recueillies à partir du questionnaire et des entretiens ont permis de mettre en évidence des problèmes significatifs concernant l'usage de Casyopée. Il apparaît clairement que les premiers usages ont été difficiles à cause de la variété des fonctionnalités de Casyopée. Les élèves confondent par ailleurs une fonction et une fonctionnalité :

On ne connaît pas exactement les différentes fonctions, différents outils qu'il y a dans Casyopée. On obtient des calculs et on ne sait pas comment on a fait pour y arriver : déroulement de calcul (Elina).

Le logiciel possède plusieurs fonctions, donc parfois on ne sait pas quelle fonction prendre (Marc).

Les élèves ont également rencontré des difficultés relatives à l'artefact mais aussi des difficultés mathématiques lors de la phase de modélisation fonctionnelle, particulièrement sur l'action de choisir une variable :

La chose la plus dure, c'est le choix de variable. Après, il faut bien choisir la bonne variable (Chloé).

Ces élèves ont indiqué comment les difficultés ont été dépassées au long de l'expérimentation. Leur maîtrise de Casyopée est justifiée par l'utilisation régulière et l'aide de l'enseignant :

J'ai téléchargé Casyopée sur Google donc je l'utilise quelques fois pour l'entraînement... Au début, j'avais du mal à trouver quelques fonctionnalités pour utiliser mais maintenant c'est bon... Avec l'aide du professeur qui nous explique comment faire pour résoudre certains problèmes (Chloé).

Malgré les difficultés repérées dans les premiers usages, les élèves ont eu à la fin de la seconde expérimentation des remarques positives par rapport aux caractéristiques spécifiques de Casyopée, notamment la modélisation fonctionnelle et la possibilité de relier dynamiquement les deux modules géométrique et symbolique :

Le choix de variable, je trouve que cela est intéressant... Faire toutes les démarches est super : construction de la figure, tableau de variation, calcul de dérivée... Casyopée est plus rapide et plus commode qu'une calculatrice... On a en même temps le côté géométrique et algébrique du problème... On voit mieux comment une fonction « réagit », c'est pratique et intéressant (Chloé).

Casyopée permet sur un problème géométrique d'étudier facilement en calculant les distances géométriques, de pouvoir établir des variables qui pourront ensuite servir pour étudier le problème par des fonctions (Amandine).

Les potentialités de Casyopée ont été perçues comme éléments favorables pour l'apprentissage des fonctions car elles ont permis d'aborder le problème de manière « pratique » et « intéressante ». La genèse instrumentale a créé chez les élèves une motivation à la fin de la deuxième expérimentation et a permis un travail significatif sur ce type de problème.

D'autres élèves avaient eu du mal à construire la figure dynamique et ont pris beaucoup de temps pour achever cette tâche durant la première expérimentation. La plupart d'entre eux ont d'abord construit un rectangle $MNPQ$ « mou » avec des points M, N, P, Q libres dans le plan. Ils s'aperçoivent de cette erreur en faisant bouger les points. Certains élèves ont eu besoin d'aide de l'enseignant ou de l'observateur pour finir la construction de la figure. La création d'un calcul géométrique de l'aire ne leur pose en général pas de problèmes. Les choix de variables sont variés mais l'exportation d'une fonction a très souvent nécessité l'intervention de l'enseignant. Pour la preuve algébrique, les élèves ont principalement travaillé en papier/crayon sur un cas particulier des paramètres et ont peu utilisé les outils algébriques disponibles dans Casyopée pour le calcul de la valeur maximale.

En général, la seconde expérimentation a relativement témoigné d'une progression des élèves dans l'appropriation de Casyopée comme un instrument mathématique. Ils ont eu plus d'autonomie dans la construction de la figure. Tous les élèves observés ont correctement créé un calcul géométrique de l'aire du triangle IMN . On a observé beaucoup d'explorations numériques de la covariation entre le point libre M et l'aire du triangle. Il y a sept binômes (sur onze) qui ont donné des conjectures exactes sur les positions du point M correspondant à l'aire maximale. Le choix des variables et l'exportation des fonctions sont spontanés. Le choix de la variable oM est dominant. La plupart des binômes ont proposé une démarche de dérivée pour chercher une preuve algébrique. Cependant, il y a peu de binômes qui ont réussi à utiliser Casyopée pour soutenir cette démarche.

Dans le tableau ci-dessous, nous essayons de souligner les liens et les articulations entre la progression des usages de Casyopée et le développement des connaissances mathématiques du binôme Elina-Chloé sur un temps long de l'apprentissage.

Tâches	Progression des usages de Casyopée	Développement de connaissances mathématiques
Concevoir la figure	- Correction plus rapide des erreurs après l'observation des déformations inattendues de la figure.	- Meilleure compréhension des dépendances fonctionnelles dans la figure.
Explorer et faire des conjectures	- Définition correcte et usage d'un calcul géométrique pour l'aire - Distinction entre deux boutons « Créer un calcul » et « Choisir une variable »	- Compréhension de la formule d'aire du triangle comme covariation entre le point mobile M et la valeur de l'aire.
Modéliser le problème	- Usage spontané et facile des boutons « Choisir une variable » et « Exporter une fonction » - Adaptations rapides aux rétroactions du logiciel.	- Compréhension d'une dépendance fonctionnelle - Distinction d'une dépendance fonctionnelle parmi des covariations.
Travailler sur un modèle mathématique	- Usage facile des transformations algébriques offertes par Casyopée - Pilotage des paramètres.	- Compréhension de différents comportements de la fonction dépendant du paramètre - Compréhension d'une fonction dépendant d'un paramètre comme une famille de fonctions.

Tableau 2. Développement conjoint de connaissances mathématiques sur les fonctions et de connaissances sur Casyopée pour le binôme Elina-Chloé

Comme on le voit, chaque tâche mentionnée ci-dessus demande à la fois des connaissances mathématiques et des capacités à utiliser Casyopée. L'observation des élèves pendant un temps long nous a montré que l'épisode de modélisation fonctionnelle est une étape où l'association entre connaissances mathématiques et connaissances sur l'artefact est particulièrement en jeu. La distinction entre calcul, variable et fonction facilite les manipulations avec Casyopée et les adaptations à ses rétroactions. De plus, ce processus, mis en œuvre dans des situations *ad hoc*, permet de modéliser la notion de fonction dans un contexte de résolution de problèmes – ce qui était préconisé dans les programmes scolaires de ce niveau.

Conclusion et discussion

Conclusion

Nous reprenons ici nos questions principales que nous avons formulées dans ce texte :

Comment le cycle de modélisation fonctionnelle permet-il d'analyser et de relier les activités variées sur les fonctions en environnement Casyopée ? Comment ces activités favorisent-elles une *compréhension flexible* des fonctions ?

Comment l'utilisation régulière de Casyopée sur un temps long en classe permet-elle aux élèves d'articuler le développement de leurs connaissances mathématiques sur les fonctions et de connaissances sur Casyopée ?

L'analyse des observations a donné des éléments de réponse à ces questions de recherche.

Premièrement, nous avons présenté en nous appuyant sur la typologie d'activités (Lagrange & Artigue, 2009) un cycle de modélisation permettant de relier les différentes activités sur les fonctions dans les trois domaines de représentation. Nous avons mis l'accent sur le domaine intermédiaire « Grandeurs » dans le cycle de modélisation proposé qui a permis de relier un domaine initial d'existence des grandeurs (Système physique) et le modèle mathématique (Fonctions mathématiques). De notre point de vue, les activités des élèves dans ce domaine telles que créer un calcul géométrique exprimant la valeur d'une grandeur, explorer les covariations entre grandeurs et mesures, choisir une grandeur appropriée comme une variable pour quantifier la dépendance fonctionnelle géométrique, calculer une fonction mathématique exprimant cette dépendance fonctionnelle... sont fructueuses pour la conceptualisation des fonctions. L'analyse des observations en classe a montré les potentialités de ce cycle de modélisation pour la recherche sur l'enseignement et l'apprentissage des fonctions au lycée. Il a en effet aidé à la conception des situations d'apprentissage et permis d'analyser et d'éclairer les activités variées des élèves sur les fonctions.

Bien que le cycle de modélisation et l'environnement Casyopée aient eu les potentialités d'offrir aux élèves des opportunités de travailler sur des covariations et des dépendances fonctionnelles dans les trois domaines différents de représentation, nous ne pouvons pas dire que tous les élèves ont atteint une compréhension flexible des fonctions à la fin de l'expérimentation. Cependant, en ayant observé l'usage de Casyopée sur un temps long par les élèves, nous pouvons conclure que les activités diverses dans les différents domaines de représentation avec Casyopée ont aidé les élèves à explorer les aspects « processus-objet » et « covariation », à travailler sur le symbolique des dépendances fonctionnelles et des variables. Ce sont les éléments essentiels d'une perspective fonctionnelle sur l'enseignement de l'algèbre (Kieran, 2007). Ces activités variées ont également facilité chez les élèves une aisance à travailler sur les différents aspects du concept de fonction et à explorer la dynamique d'une approche « covariation ».

Deuxièmement, nous nous sommes intéressés aux apprentissages des fonctions au lycée sur un temps long d'utilisation de l'environnement Casyopée. L'analyse des observations sur un temps long a montré les progrès des élèves observés. Ces progrès avec Casyopée peuvent être interprétés comme une genèse instrumentale adéquate, particulièrement en ce qui concerne les fonctionnalités de modélisation de Casyopée (Créer un calcul géométrique, Choisir une variable, Exporter une fonction) et les connaissances mathématiques qui y sont liées. Notre recherche a indiqué chez le binôme observé Elina-Chloé et chez autres élèves un développement conjoint de connaissances mathématiques sur les fonctions et de connaissances sur Casyopée pendant la genèse instrumentale et a montré comment l'utilisation régulière de l'artefact permet aux élèves d'articuler ces deux types de connaissances. Les élèves ont perçu l'importance et les difficultés de l'étape de modélisation fonctionnelle et comment la réalisation de cette étape mobilise ce développement conjoint de connaissances. Nous pensons que le développement conjoint de ces deux types de connaissances est une caractéristique de la genèse instrumentale. L'originalité de notre étude est qu'elle se situe sur le temps long de l'apprentissage d'une notion. Nous montrons que l'ingénierie construite dans le projet ReMath, bien qu'elle prenne en compte les besoins instrumentaux des situations proposées ne constitue qu'une première étape dans une genèse qui, même à la fin de la Terminale, ne paraît pas totalement achevée.

Discussion

Un des résultats de notre travail est de montrer la possibilité d'une approche où les fonctions sont considérées comme modèles de dépendances dans un cadre géométrique. Les activités fondées sur l'étude des relations de dépendances entre grandeurs ou mesures ont permis aux élèves observés de progresser dans leur compréhension de la notion de fonction. Une telle approche est en phase avec ce qui est actuellement visé par les programmes dans l'enseignement des fonctions au lycée. Cette approche des fonctions se révèle efficace, mais au prix d'une analyse fine des activités possibles et des potentialités du logiciel. Cela nécessite une analyse avec un cadre théorique approprié articulant un cadre ergonomique - l'approche instrumentale, un cadre cognitif - la distinction processus-objet et un cadre épistémologique - la typologie d'activités.

Notre étude confirme tout d'abord qu'il est important de ne pas sous-estimer la durée nécessaire à une véritable genèse. Le développement de connaissances sur les fonctions s'inscrit dans le temps long de l'apprentissage, c'est-à-dire plusieurs années. Notre étude montre que la genèse instrumentale d'un logiciel dédié aux fonctions comme Casyopée s'inscrit aussi nécessairement dans cette durée. Ceci montre de façon particulièrement évidente qu'une tendance à considérer les TICE comme simples adjuvants pédagogiques utilisés ponctuellement, empêcherait de prendre en charge les genèses instrumentales et leurs implications avec les apprentissages des mathématiques et de concevoir des tâches appropriées pour soutenir les apprentissages dans environnements numériques. Ce serait donc un obstacle didactique majeur.

Notre ingénierie didactique se révèle efficace dans le contexte institutionnel actuel de l'enseignement des fonctions en France et dans un contexte local où Casyopée est partie intégrante des pratiques du professeur. Cela peut amener à une étude de l'influence des éléments contextuels (des théorisations sous-jacentes ou implicites, des données curriculaires ou institutionnelles, habitus des enseignants...) et des conditions pour mettre en œuvre cette ingénierie dans d'autres contextes. Cette perspective se situe dans le cadre des recherches récentes sur des problèmes liés aux contextes dans la pratique de recherche et dans la diffusion des technologies numériques pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques (Morgan, Kynigos, & Lagrange, 2010 ; Lagrange & Psycharis, 2011). Il est

clair qu'une expérimentation est d'autant plus sensible aux effets de contexte qu'elle se déroule sur un temps long.

Par ailleurs, notre étude intègre les deux premières dimensions du modèle de compétences de Weigand & Bichler (2010) : la compréhension des fonctions et les compétences relatives à l'outil, tout en les considérant dans un processus de développement sur un temps long. Cependant, ce modèle vise une analyse plus fine des compétences à un moment donné de l'activité des élèves et il sera intéressant de considérer son utilisation pour analyser plus précisément des moments clé des apprentissages que nous avons étudiés.

Bibliographie

- Artigue, M. (2002). Learning Mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectic between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245–274.
- Arzarello, F., & Robutti, O. (2004). Approaching functions through motion experiments. *Educational Studies in Mathematics*, 57(3), Special Issue, CD-Rom.
- Bloch, I. (2003). Teaching functions in a graphic milieu: what forms of knowledge enables students to conjecture and prove? *Educational Studies in Mathematics*, 52(1), 3-28.
- Breidenbach, D. E., Dubinsky, E., Hawks, J., & Nichols, D. (1992). The development of the process conception of function. *Educational Studies in Mathematics*, 23, 247-285.
- Bueno-Ravel, L., & Gueudet, G. (2009). Online resources in mathematics, teachers' geneses and didactical techniques. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 14(1), 1-20.
- Comin, E. (2005). Variables et fonctions, du collège au lycée : méprise didactique ou quiproquo interinstitutionnel. *Petit x*, 67, 33-61.
- Drijvers, P., Kieran, C., & Mariotti, M. A. (2010). Integrating technology into mathematics education: Theoretical perspectives. In C. Hoyles & J.-B. Lagrange (Eds.), *Mathematics Education and Technology – Rethinking the Terrain* (pp. 89-132). New York: Springer.
- Dubinsky, E., & Harel, G. (1992). The Nature of Process Conception of Function. In G. Harel, & E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (pp. 85-106). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Falcade, R., Laborde, C., & Mariotti, M. A. (2007). Approaching functions: Cabri tools as instruments of semiotic mediation. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), 317-333.
- Guin, D., & Trouche, L. (1999). The complex process of converting tools into mathematical instruments: the case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3(3), 195–227.
- Haspekian, M. (2005). An « instrumental approach » to study the integration of a computer tool into mathematics teaching: the case of spreadsheets. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 10(2), 109-141.
- Hodgson, R., & Muller, E. R. (1992). The Impact of Symbolic Mathematical Systems on Mathematics Education. In B. Cornu, & A. Ralston (Eds.), *The Influence of Computers and Informatics on Mathematics and Its Teaching. Science and Technology Education Series*, 44 (pp. 93-107). Paris: UNESCO.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F. K. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 707-762). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Lagrange, J.-B., & Artigue, M. (2009) Students' activities about functions at upper secondary level: a grid for designing a digital environment and analysing uses. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. &

- Sakonidis, C. (Eds.), *Proceedings of 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol.3, pp. 465-472. Thessaloniki, Greece: PME.
- Lagrange, J. -B., Artigue, M., Cazes, C., Gélis, J. M., & Vandebrouck, F. (2011). Représenter des Mathématiques avec l'ordinateur. In M. Abboud-Blanchard, & A. Fluckiger (Dir.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* (pp. 67-100). Paris : IREM de Paris 7.
- Lagrange, J.-B., & Psycharis, G. (2011). Combining theoretical frameworks to investigate the potential of computer environments offering integrated geometrical and algebraic representations. Paper presented at the 10th International Conference on Technology in Mathematics Teaching, ICTMT10, Portsmouth, UK.
- Minh, T. K. (2011). Apprentissage des fonctions au lycée avec un environnement logiciel : situations d'apprentissage et genèse instrumentale des élèves. Thèse de Doctorat, Université Paris Diderot. Available at <http://tel.archives-ouvertes.fr/>
- Morgan, C., Kynigos, C., & Lagrange, J. -B. (2010). Research Forum: The Conceptualisation and Role of Context in Research with Digital Technologies. In Pinto, M. F. & Kawasaki, T. F. (Eds.). *Proceedings of 34th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Belo Horizonte, Brazil: PME.
- Rabardel, P. (1995). Les hommes et les technologies : Approche cognitive des instruments contemporains. Paris : Armand Colin.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on process and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22(1), 1-36.
- Sfard, A. (1992). Operational origins of mathematical objects and the quandary of reification—The case of function. In G. Harel, & E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function: Aspects of epistemology and pedagogy* (pp. 59-84). Washington, DC: Mathematical Association of America.
- Tall, D. (1996). Functions and calculus. In A. J. Bishop et al. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 289-325). Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.
- Thompson, P. W. (1994). Students, functions and the undergraduate curriculum. In E. Dubinsky, A. H. Schoenfeld, & J. J. Kaput (Eds.), *Research in Collegiate Mathematics Education, 1* (Issues in Mathematics Education, vol.4, pp. 21-44). Providence, RI: American Mathematical Society.
- Guin, D., Ruthven, K., & Trouche, L. (2005). The Didactical Challenge of Symbolic Calculators: Turning a Computational Device into a Mathematical Instrument. New York: Springer.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (2/3), 133-170.
- Weigand, H.-G., & Bichler, E (2010). Towards a competence model for the use of symbolic calculators in mathematics: the case of functions. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, 42(7), 697-713.
- White, T. (2009). Encrypted objects and decryption processes: problem-solving with functions in a learning environment based on cryptography. *Educational Studies in Mathematics*, 72(1), 17-37.
- Vygotsky, L. (1978). *Mind and Society*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

OUVERTURE SUR... HANDICAP ET APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES, QUELLES
RECHERCHES

Teresa ASSUDE (ADEF, Aix-Marseille Université)
Caroline HURON (Chargée de recherche INSERM, Laboratoire UNICOG, Neurospin)
Denis BUTLEN (Université de Cergy Pontoise, LDAR)

TERESA ASSUDE

Handicaps simulés, adaptations et pratiques inclusives en mathématiques

t.assude@aix-mrs.iufm.fr

ADEF, Aix-Marseille Université

Dans cette communication, nous présenterons deux types de projets menés dans le cadre d'OPHRIS (Observatoire des pratiques sur le handicap : recherche et intervention scolaire). Le premier concerne un dispositif de formation qui est fondé sur la notion de « handicap simulé » qui a été mis en œuvre d'abord dans un cadre universitaire de formation au judo. Après avoir présenté le dispositif, nous analyserons certains effets de ce dispositif sur les représentations des étudiants et nous montrerons comment nous avons adapté ce dispositif dans le cadre de la formation en mathématiques. Le deuxième projet concerne les gestes professionnels d'adaptation aux besoins éducatifs particuliers des élèves. Une typologie de ces gestes d'adaptation à des élèves dyslexiques élaborée par Gombert et alii (2008) sera présentée et questionnée par sa mise à l'épreuve dans le contexte de l'enseignement des mathématiques dans des classes CLIS (Classes pour l'inclusion scolaire).

Assude T., Perez J. M., Tambone J., & Verillon A. (2011). Apprentissage du nombre et élèves à besoins éducatifs particuliers. *Education & didactique*, 5.2, 65-84.

Assude T, Perez J-M & Tambone J (2012). Adaptations des gestes professionnels : questionnement à partir des mathématiques. *La Nouvelle Revue de l'Adaptation et de la Scolarisation*, sous presse

Gombert A., Feuilladiou S., Gilles P., Roussey J.Y (2008). La scolarisation d'élèves dyslexiques sévères en classe ordinaire de collège : lien entre adaptations pédagogiques, points de vue des enseignants et vécu de l'expérience scolaire des élèves. *Revue Française de Pédagogie*, 164, 123-138.

CAROLINE HURON

Dyspraxie et mathématiques : quelles difficultés ? Quelles aides ?

caroline.huron@orange.fr

Caroline Huron, du laboratoire UNICOG (neuro imagerie cognitive) dirigé par Stanislas Dehaene, a présenté son point de vue de chercheur sur les difficultés et aides possibles en mathématiques chez les enfants dyspraxiques.

Pour en savoir plus

Caroline Huron. L'enfant dyspraxique. Mieux l'aider à la maison et à l'école, Paris, Odile Jacob, 2011

Michèle Mazeau et Claire Le Lostec, L'enfant dyspraxique et les apprentissages, Paris, Masson, 2010

Alain Pouhet. S'adapter en classe à tous les élèves dys, Poitiers, SCEREN, 2011

www.cartablefantastique.fr. Sites de ressources pour les élèves dyspraxiques et d'outils pour adapter.

Conférence Cyclope "Dyspraxie: quand le cerveau s'emmêle", 12 juin 2012, CEA de Saclay [<http://www.cea.fr/jeunes/mediatheque/videos/conferences/dyspraxie-quand-le-cerveau-s-emmele>]

DENIS BUTLEN

Questions autour de l'enseignement des mathématiques en ASH : deux exemples de recherche. Réflexions et perspectives

denis.butlen@iufm.u-cergy.fr

IUFM de Versailles, université de Cergy-Pontoise, LDAR

Problématique et cadre théorique

Les recherches que nous décrivons dans cette contribution s'inscrivent dans le cadre d'une recherche plus large qui a pour but de tester et d'enrichir un modèle d'analyse et d'organisation des pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques dans des classes scolarisant des élèves issus de milieux socialement très défavorisés (Butlen, 2004 ; Pézard, Butlen, Masselot, 2012).

Pour cela, nous nous proposons de jouer sur plusieurs variables : le public élèves et donc le type de difficultés rencontrées par les élèves : éducation spécialisée (notamment élèves en situation de handicap présentant des troubles cognitifs ou du comportement importants), élèves en grandes difficultés (SEGPA), élèves de l'enseignement technique (notamment élèves maçons préparant un CAP des métiers du bâtiment) ; certaines conditions d'exercice du

métier susceptibles de complexifier la gestion de classe (classes multiniveaux d'au moins trois niveaux différents, classes à très faible effectif) ; certains contenus à enseigner.

Nous inscrivons cette recherche dans le cadre de la double approche développée par Robert et Rogalski (2002) reprenant notamment une démarche méthodologique prenant en compte simultanément des éléments globaux (le projet de l'enseignant), locaux (les choix et compromis quotidiens) et « micro » (les automatismes, routines et gestes professionnels). Ainsi, pour analyser le déroulement de la séance, la gestion mise en œuvre par les enseignants, nous croisons des éléments de la théorie des situations (Brousseau, 1987) avec des résultats issus de nos précédentes recherches comme les notions de gestes et routines professionnels (Butlen, 2004).

Nos recherches (Charles-Pézard, Butlen et Masselot 2012) portant sur les professeurs des écoles enseignant en milieu difficile ou sur la formation des pratiques de professeurs des écoles novices nous ont amenés à montrer que les gestes et routines correspondent à des régularités inter personnelles partagées par un groupe de professionnels. Des niveaux d'organisation de l'activité du professeur (finalisés par des buts et correspondant à des tâches), permettant d'aborder la question du rapport existant entre routine et schème (Vergnaud, 1990), sont ainsi mis en évidence. Les gestes professionnels (comme par exemple écrire au tableau ou bien prendre de l'information à un moment donné sur un élève donné) sont des techniques permettant au professeur de résoudre des types de tâches. Les routines sont des ensembles de gestes finalisés par la résolution d'une tâche plus importante comme par exemple la mise en œuvre d'une synthèse et/ou d'une institutionnalisation. Si plusieurs gestes professionnels peuvent être mobilisés par des professeurs d'i-genres différents (voir ci-dessous), les routines, elles, sont associées à un seul i-genre.

Un emprunt au cadre théorique de l'ergonomie cognitive (Clot, 1998, 1999) nous permet de mettre en relation gestes et routines avec des genres de pratiques que nous avons par ailleurs identifiés lors de l'observation sur un temps long d'une dizaine de professeurs des écoles enseignant en ZEP⁶⁵. Ceci permet de montrer comment la cohérence des pratiques de l'enseignant se révèle dans l'organisation de son activité au quotidien.

Les notions de geste et routine aident à préciser sur quelle part de l'activité de l'élève porte l'activité du professeur. Des effets possibles sur les apprentissages des élèves peuvent ainsi être mieux cernés.

Nous nous limiterons dans cet article à l'enseignement en ASH et plus particulièrement à l'enseignement des mathématiques à des élèves présentant des troubles cognitifs et/ou du comportement importants.

Dans un premier temps, nous étudions les contraintes auxquelles sont soumis les professeurs des écoles qui enseignent à ces élèves, contraintes que nous traduirons en termes de tensions marquant les pratiques. Dans un deuxième temps, en nous appuyant sur l'analyse d'une séance emblématique des pratiques d'une professeure des écoles, nous montrerons comment une vigilance didactique insuffisante accompagne une baisse des exigences de celle-ci qui n'est pas sans rappeler une des caractéristiques dominantes des pratiques observées en ZEP. Dans un troisième temps, nous nous intéresserons à la manière dont le professeur des écoles peut adapter une situation « robuste » à fort potentiel didactique pour prendre en compte les caractéristiques des élèves et notamment comment il gère l'enrôlement dans l'activité de ces derniers.

⁶⁵ Zone d'Education Prioritaire

Des contradictions marquées par le contexte élève

a. Une nouvelle contradiction fondamentale ?

Un premier résultat de nos recherches réside dans la mise en évidence d'au moins cinq contradictions auxquelles les professeurs des écoles enseignant les mathématiques aux élèves de ZEP sont assujettis. Ces contradictions sont pour une grande part liées aux caractéristiques des élèves auxquels ces professeurs s'adressent. Ainsi une contradiction majeure existe entre une logique de socialisation et une logique d'apprentissage. Le dépassement de cette contradiction que nous avons qualifiée de fondamentale détermine largement la durée de l'exercice de ces professeurs dans ce type d'école. Si elle semble toujours exister en ASH et notamment en SEGPA, elle semble moins déterminante pour les élèves relevant de l'option D de l'ASH. Plus exactement, elle se décline autrement. Si ces élèves manifestent des difficultés importantes de relations sociales, de relation à l'autre et de relation au groupe, celles-ci résultent davantage de leur handicap que de leur origine sociale. La question posée aux enseignants n'est plus d'assurer la paix scolaire (couple constituée de la paix sociale et de l'adhésion des élèves au projet d'enseignement du professeur) et donc de concilier socialisation et apprentissage disciplinaire mais davantage de se faire rencontrer les parcours individuels devant se contextualiser en milieu scolaire par des parcours cognitifs individuels, propres à chaque élève et largement déterminés par la nature de leur handicap, et les itinéraires cognitifs nécessairement collectifs proposés par le professeur à la « classe ». Dans une certaine mesure, notre contradiction fondamentale initiale semble rejoindre une contradiction moins importante également identifiée en ZEP entre individuel et collectif pour devenir la tension fondamentale qui doit être surmontée par les professeurs de l'ASH, option D.

b. Des tensions secondaires

Tension entre logique de réussite immédiate et logique d'apprentissage : pour des raisons un peu différentes de celles évoquées en ZEP, la contradiction entre une logique de réussite immédiate et une logique d'apprentissage à moyen ou long terme reste bien réelle. Des entretiens plutôt informels avec des enseignants nous amène à penser que nombre d'entre eux afin de maintenir l' enrôlement des élèves, mais aussi et surtout par crainte de les mettre en échec et d'avoir de ce fait à gérer des moments de crise⁶⁶, réduisent leur exigences et proposent souvent aux élèves des tâches qu'ils savent résoudre et ce, au détriment des apprentissages visés ou prescrits.

Tension entre temps de la classe et temps des apprentissages : Là encore, cette tension existe mais se décline parfois de manière différente. Outre la tension due à la gestion de multiples parcours individuels et rapports au savoir, l'avancée du temps didactique est souvent compromise par un manque de disponibilité des savoirs anciens⁶⁷. Les élèves ne reconnaissant pas le contexte, ne percevant pas les connaissances convoquées par la situation, ne mobilisent pas toujours les connaissances nécessaires à la réalisation de l'activité du moment. Ce défaut de disponibilité souvent interprété comme une lacune par les professeurs peut les amener à revenir plusieurs fois, voire des années durant, sur des situations déjà fréquentées. Nous présentons dans la deuxième partie de cet article un exemple de manifestation de ce phénomène.

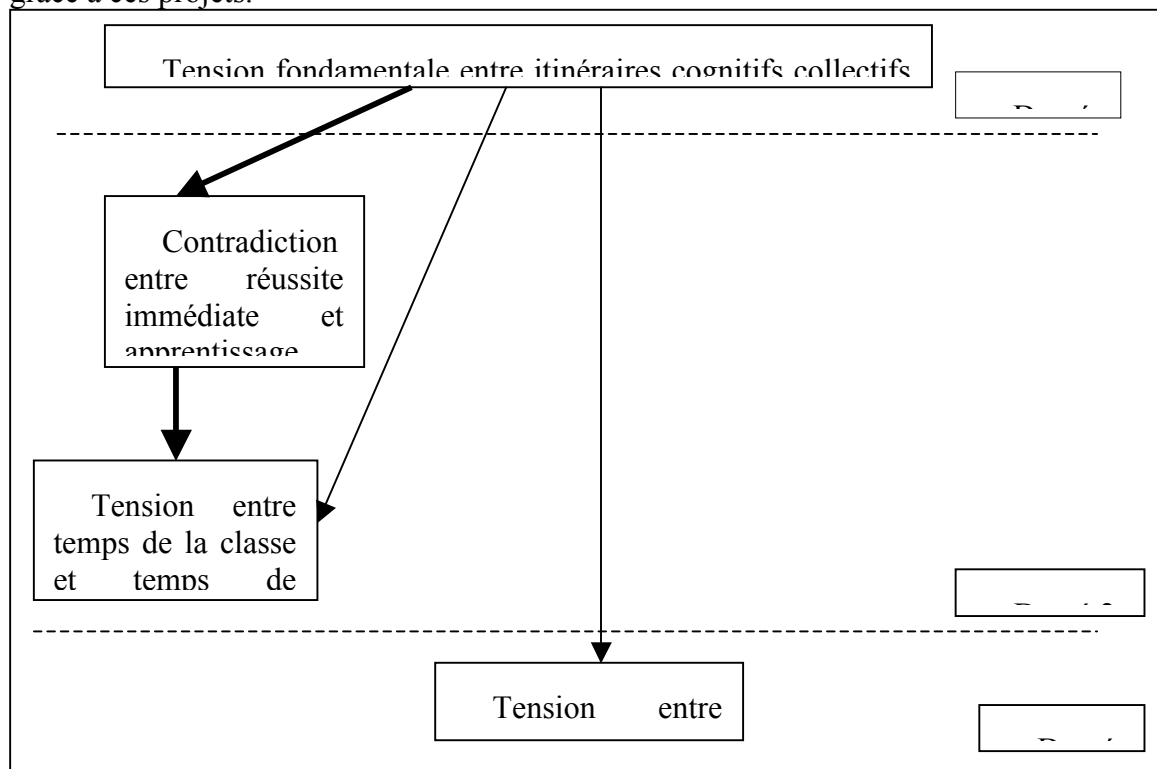
⁶⁶ Des enseignants nous ont déclaré qu'ils ne pouvaient prendre le risque de mettre leurs élèves en situation d'échec car alors ceux-ci pourraient en souffrir énormément. Ils pourraient se retrouver dans des situations difficilement gérables en milieu scolaire. Dans la troisième partie de cet article, nous présentons une situation de crise de ce type.

⁶⁷ Nous retrouvons là un résultat déjà signalé par F. Conne (conférence du colloque de la COPIRELEM de Bordeaux

Tension entre logique de projet et logique d'apprentissage : L'élaboration d'un projet de classe, de projets de groupe, voire de projets individualisés pour chaque élève est une contrainte institutionnelle très forte en ASH, option D ; les enseignants se devant d'adapter leur enseignement aux caractéristiques et « aux besoins particuliers » des élèves. Bien que cela réponde pour une part à une nécessité, le risque est important pour les enseignants de s'enfermer dans une individualisation non maîtrisée de leur enseignement ou bien encore de privilégier l'insertion et le bien-être social du sujet au détriment des apprentissages de l'élève.

Une hiérarchie des tensions

Le schéma ci-dessous illustre notre tentative de faire apparaître hiérarchisation et imbrication des différentes tensions, selon différents degrés dans l'ordre décroissant. Notons que c'est bien le dépassement des deux premières qui semble essentiel en ASH, option D pour assurer les apprentissages scolaires. On a vu que la contradiction entre temps de la classe et temps d'apprentissage était directement liée à ces deux premières. De même, pour la contradiction entre projet et apprentissage : on peut penser que cette tentative de prendre en compte les caractéristiques individuelles si elle est bien gérée ne remet pas complètement en cause les apprentissages scolaires des élèves et que même, certains peuvent se réconcilier avec l'école grâce à ces projets.



Nous avons identifié trois grandes questions de la profession (Butlen, 2012 ; Pézard, Butlen, Masselot, 2012) dont les modes de réponses organisent les pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques en ZEP. Il s'agit de l'installation de la paix scolaire, de l'exercice de la vigilance didactique et de la gestion du couple des processus de dévolution et d'institutionnalisation.

Dans quelle mesure, ces grandes questions se retrouvent ou se déclinent dans le cas de l'enseignement des mathématiques à des élèves présentant des troubles cognitifs ou du comportement importants ?

Comme la contradiction fondamentale entre socialisation et apprentissage se décline en une tension entre parcours individuels des élèves et proposition d'itinéraires cognitifs

collectifs par le professeur, la question de l'installation de la paix scolaire ne se pose plus de manière aussi cruciale qu'en ZEP.

En revanche, de nombreux indices nous amènent à penser que la question de l'exercice d'une vigilance didactique reste une question centrale.

Vigilance didactique et baisse des exigences

Afin de traiter cette question, nous nous proposons d'analyser un exemple de séance⁶⁸ menée par une professeure enseignant dans un IMED⁶⁹ proposée à des élèves de 15 à 17 ans atteints de troubles cognitifs importants.

Les élèves

Lors de la séance, seuls quatre élèves sont présents : S, âgée de 15 ans, interne ; N, âgée de 17 ans, externe ; P, âgé de 14 ans, externe et enfin M, âgé de 15 ans, externe. S, P et M n'ont pas encore choisi le métier de la restauration pour lequel ils se formeront alors que N se prépare à être serveur en salle (restauration).

Conformément aux demandes institutionnelles propres à la circonscription, la professeure a testé en début d'année les compétences numériques de ces élèves. Le diagnostic porte notamment sur la numération et la maîtrise des techniques opératoires. Voici les connaissances et compétences acquises par ces élèves d'après la professeure.

- Connaissance de la comptine numérique : M et N peuvent réciter la comptine numérique jusqu'à 99, alors que S et P le peuvent jusqu'à 109 au moins.
- Connaissance du système de numération de position chiffré : la lecture des nombres écrits avec des chiffres est en cours d'acquisition pour N, n'est pas acquise pour M, en revanche, P peut lire les nombres jusqu'à 109 voire plus et S jusqu'à 1000 au moins. M peut les écrire jusqu'à 89, N jusqu'à 100, S jusqu'à 1000 et P jusqu'à 9999.
- Connaissance du système de numération oral : la lecture des nombres dans ce système est en cours d'acquisition pour N, M et P alors que S peut les lire jusqu'à 1000. Si S peut également les écrire jusqu'à 1000, cette compétence est en cours d'acquisition pour N et non acquise pour M et P.
- Passage d'un système de numération à l'autre : cette compétence est en cours d'acquisition pour N et P, non acquise pour M ; en revanche, S est capable d'associer les deux types d'écriture pour les nombres inférieurs ou égaux à 1000. La reconnaissance de différentes écritures d'un même nombre est en cours d'acquisition pour N, P et S alors qu'elle est non acquise pour M.
- Maîtrise de la technique opératoire de l'addition : le calcul mental d'une somme est en cours d'acquisition pour M et S alors qu'il est acquis pour N et P. En revanche, la technique écrite d'addition sans retenue est acquise pour N, P et S alors qu'elle reste en cours d'acquisition pour M. La technique écrite de l'addition avec retenue est maîtrisée par N et P alors qu'elle est en cours d'acquisition pour S et plutôt non acquise pour M.

Nous constatons donc une grande hétérogénéité entre élèves mais aussi pour un même élève des degrés d'acquisition et de maîtrise très divers selon la nature des compétences. Cette

⁶⁸ L'analyse de cette séance a fait l'objet d'un mémoire du master de recherche « didactique des mathématiques » de l'université Denis-Diderot rédigé par G. Fayard.

⁶⁹ Institut médico-pédagogique départemental : centre regroupant des adolescents présentant des troubles cognitifs qui suivent un enseignement général et technique s'inscrivant dans le cadre de métiers de la restauration.

hétérogénéité est une caractéristique de ce type de classe qui regroupe souvent les élèves davantage en fonction de leur âge et dans une moindre mesure en fonction de leurs troubles cognitifs qu'en fonction de leur niveau cognitif et de maîtrise de savoirs scolaires. De plus, ces élèves ayant déjà fréquenté, parfois depuis plusieurs années, les situations d'apprentissage des notions évoquées ci-dessus, l'enseignant doit à la fois tenir compte de l'hétérogénéité du groupe et gérer l'éventuelle lassitude des élèves due à la fréquentation des mêmes situations d'enseignement. Nous verrons dans la suite de cette étude comment cela peut marquer les pratiques du professeur.

La situation proposée aux élèves

Il s'agit d'une situation de numération. Le but déclaré de l'activité consiste à traduire un cheminement numérique signalé par un trait reliant plusieurs cases d'un tableau (voir exemple ci-dessous et le tableau en annexe A.2.) par une écriture additive traduisant la décomposition additive selon les puissances de 10 de ce nombre et à en déterminer son écriture chiffrée (canonique) dans notre système de numération de position. La professeure vise donc ce qu'elle appelle la compréhension de la « décomposition » du nombre en unités simples (unités, dizaines, centaines) et unités des mille.

Pour cela, elle utilise un matériel construit par Planchon (Planchon, 1989) et inspiré du matériel Montessori mais ne dispose pas de la documentation accompagnant ce matériel (cas fréquent dans l'éducation spécialisée).

70 000	7 000	700	70	7
60 000	6 000	600	60	6
50 000	5 000	500	50	5
40 000	4 000	400	40	4

On peut interpréter ce tableau comme un outil permettant de travailler dans le cadre d'un système de numération intermédiaire entre notre système de numération de position chiffrée et notre système de numération polynôme oral (écriture en mots)⁷⁰.

Dans le système SNPI : un nombre sera désigné par la juxtaposition des nombres figurant dans les cases du chemin ; ainsi les chemins ci-dessus peuvent se lire et s'écrire respectivement 60000 – 7000 – 700 – 70 – 6 et 500 – 50 – 5. Ils désignent les nombres 67776 et 550 dans notre système de position et « soixante-sept mille sept cent soixante-seize » et « cinq cent cinquante-cinq » dans notre système de numération oral.

Le système SNPI peut être considéré comme intermédiaire entre nos deux systèmes de numération usuels dans la mesure où l'on passe de SNPI à SNPC en traduisant le chemin en une écriture additive $60000 + 7000 + 700 + 70 + 6$ et en effectuant l'addition correspondante alors que l'on passe de SNO à SNPI en réduisant la traduction en chiffres de l'écriture en mots⁷¹ à savoir : « 60 – 7 – 1000 – 7 – 100 – 60 – 16 » (respectivement « 5 – 100 – 50 – 5 ») grâce aux opérations localement convoquées : $(60 \times 1000) + (7 \times 1000) + (7 \times 100) + (60 + 10) + 6$ (respectivement $(5 \times 100) + 50 + 5$). Notons que ce système SNPI est quasi congruent au sens de la congruence des systèmes sémiotiques définie Duval (Duval, 1993) avec le

⁷⁰ Nous noterons dans la suite de la contribution SNPI le système de numération intermédiaire du tableau de Planchon, SNPC notre système de numération de position chiffré et SNO notre système de numération oral.

⁷¹ obtenue en écrivant avec des chiffres les nombres que l'on entend ou prononce dans le système SNO

système SNO quand les nombres sont inférieurs à 10000 aux exceptions près caractéristiques du système (soixante-dix, quatre-vingts, quatre-vingt-dix, etc.).

Ainsi, dans le cas de 555, si l'élève sait traduire les écritures chiffrées « 500 », « 50 » et « 5 » en numération orale et prononcer « cinq cent », « cinquante » et « cinq », la lecture dans le bon sens de ces nombres lui permet d'énoncer dans ce système le nombre « cinq cent cinquante-cinq ». Si il est capable ensuite de traduire cette écriture dans le système de numération chiffré, il peut produire l'écriture canonique dans ce système : « 550 ». En revanche, cette lecture et cette traduction sont plus complexes dès qu'une partie du chemin comporte des nombres entre 70 et 90 ou supérieurs 10000. Cette procédure de production de l'écriture canonique du nombre nécessite donc une certaine maîtrise de la lecture et de l'écriture des nombres dans les deux systèmes de numération et du passage de l'un à l'autre, compétences acquises par S, en cours d'acquisition pour N et P et très fragiles, voire non construites chez M.

Une autre procédure, pour déterminer l'écriture canonique du nombre dans le système de numération de position, consiste comme nous l'avons indiqué ci-dessus à traduire l'écriture dans le système SNPI en écriture additive, à effectuer l'addition et écrire le résultat. Elle nécessite de savoir calculer ce type de somme (mentalement ou par écrit), de savoir lire et écrire les nombres dans le système de numération de position⁷². Ces compétences additives sont plutôt acquises par P et S, un peu moins par N et restent fragiles pour M.

La tâche consistant à produire l'écriture chiffrée canonique du nombre correspondant à chaque chemin peut donc être résolue différemment selon les connaissances mobilisables par les élèves (addition ou lecture-traduction d'écriture). Dans chaque cas, l'élève doit mobiliser plus ou moins explicitement des connaissances relatives à la fonction des « chiffres » intervenant dans ces différentes écritures : coefficients multiplicatifs des puissances de la base, puissances de la base ou concaténation des deux (dans le cas de la numération orale pour vingt, trente, etc.). Il doit au moins implicitement repérer la nature du « chiffre » en fonction de son rang (que l'ordre soit total ou local). Ainsi, l'un des buts de la professeure est de redéfinir l'ordre et le nom des groupements intervenant dans l'écriture mais en référence au rang (plus ou moins à gauche) et non à la quantité.

Cette diversité des connaissances mobilisables dans la situation est sans doute une raison qui a conduit plus ou moins implicitement la professeure à choisir ce matériau car il peut permettre à chacun des élèves de mobiliser les connaissances dont il dispose. Si dans une certaine mesure, cette diversité permet de gérer les niveaux cognitifs particuliers des élèves et l'avancée des connaissances de chacun, cela nécessite pour le professeur non seulement une analyse a priori fine de la situation, des variables de celle-ci et une prévision des procédures des élèves mais aussi et surtout une lecture en temps réel des procédures et connaissances mobilisées et de leur écart avec celles visées par l'enseignement.

L'analyse du déroulement de la séance

Le scénario mis en œuvre par la professeure⁷³ montre un souci d'aménager progressivement le milieu de la situation et notamment de rendre possible la mobilisation des connaissances de numération nécessaires à la réalisation de la tâche. En revanche, aucun rappel sur l'addition (technique mentale ou écrite) n'est envisagé.

Nous avons découpé le protocole de la séance en épisodes et sous épisodes en fonction de la nature de la tâche demandée ou effectivement réalisée par les élèves ; ce découpage prend

⁷² et éventuellement de savoir traduire le résultat en numération orale si par exemple le professeur demande d'explicitier la démarche

⁷³ que nous appellerons E dans la suite de l'exposé

également en compte la tâche du professeur (voir annexe A.1.). Nous nous sommes notamment intéressés aux trois grands moments de cette activité que sont les processus de dévolution, régulation et institutionnalisation. Nous avons ensuite résumé ce découpage à l'aide d'un tableau synoptique (voir annexe A.3.).

La séance de mathématiques dure 1 h 22 mn.

a. La phase de dévolution de la situation et d'organisation du milieu

L'analyse fait apparaître un temps important consacré à la dévolution de la situation d'une durée 35 mn et se divisant en 6 épisodes.

Dans un premier temps (5 mn), l'enseignante annonce un travail sur les nombres et demande des écritures différentes du nombre 4 (proposé par les élèves) et du nombre 16 (proposé par la professeure). Les élèves proposent trois types de représentations : écriture chiffrée, écriture en toutes lettres et constellation (du type dé). Pour le nombre 16, ils proposent les mêmes représentations et à la demande insistante de la professeure une écriture additive ($10 + 6$). Comme l'enseignante a laissé aux élèves le choix du premier nombre à écrire, cela les a conduits à proposer à nouveau une représentation de type constellation pour le nombre 16, (du type $6 + 6 + 4$) au détriment sans doute de la décomposition attendue par la professeure en dizaines et unités⁷⁴. Cet épisode permet à l'enseignante de s'assurer de la mobilisation des trois écritures : chiffrée, littérale et additive à une nouvelle institutionnalisation dans le contexte annoncé de la « décomposition » des nombres.

Dans un deuxième temps (21 mn environ), E présente le tableau de Planchon. Elle amène les élèves à explorer les différentes colonnes du tableau, à décrire son mode de construction et à remplir collectivement un tableau vide selon le même modèle à l'aide d'étiquettes représentant les neuf coefficients multiplicateurs (de 1 à 9) des puissances de la base et les « zéros » des puissances de la base (0, 00, 000, 0000). L'exploration se fait colonne par colonne. Grâce à un jeu de questions-réponses fermées, la professeure amène les élèves à décrire le contenu des cases en les faisant compter de 1 en 1, dix en dix, cent en cent et enfin de mille en mille (sous-épisode 3.8. et 3.9.). P semble avoir compris le principe de « remplissage » des colonnes. En revanche, il se peut que les autres élèves ne fassent que compter à l'unisson avec P sans en comprendre la raison, le rejoignant dans une récitation automatisée. Tout se passe comme si, l'enseignante déclenchait, sans doute en partie non consciemment, un processus automatisé de récitation et de comptage de 10^n en 10^n qui lui permet d'enrôler chaque élève dans une tâche collective, sécurisante et susceptible de produire des connaissances. Notons que pour reconstruire collectivement le tableau, P répartit les tâches entre ses pairs en fonction du niveau cognitif des élèves et étaye leur travail (sous-épisode 4.2.1. et 4.2.2.), ce qui semble le résultat d'une pratique quotidienne d'étayage entre pairs. Cela est confirmé lors d'un entretien avec l'enseignante suite à la séance.

Lors d'une correction collective, E rappelle et institutionnalise les termes : unités, dizaines, centaines, etc. (épisode 5, 3 mn). Elle utilise parfois et uniquement pour les dizaines un vocabulaire évoquant la quantité en jeu dans le groupement : « des paquets de 10 ».

Dans un troisième temps (épisode 6, 3 à 4 min), E assure la connaissance de ces termes en demandant aux élèves de coller dans les cases de la dernière ligne de leur tableau photocopié, les étiquettes correspondant aux colonnes. En fait, cette activité se réduit à une simple activité de lecture du modèle (tableau collectif), de repérage et de collage. Les élèves n'ont pas vraiment besoin de se référer aux définitions données précédemment.

⁷⁴ Dans la suite de la contribution, nous désignerons par écriture additive canonique ou décomposition canonique, les décompositions ou écritures faisant intervenir les seuls multiples des puissances de la base : unités, dizaines, centaines, etc.

Un quatrième temps de dévolution (épisode 7, 11 mn) est consacré à l'étude et à la lecture des chemins figurant sur le tableau, à leur traduction en termes d'écritures additives (avec sens imposé) et à la production de l'écriture canonique du nombre dans le système de numération chiffré. Dans les sous-épisodes 7.5.1. et 7.5.2., à partir d'un jeu de questions-réponses de plus en plus fermées, E finit non seulement par expliciter la tâche mais par la résoudre sur l'exemple 2321 en privilégiant la procédure de « lecture-traduction du chemin :

« Enseignante : Donc on va choisir dans le sens comme il dit P. Dans ce sens-là, comme ça sur le tableau. A chaque fois qu'il y aura un trait, on peut le lire dans les deux sens mais pour que ce soit plus facile, c'est comme ça.

Mais par contre P, ce qu'elle avait juste et que tu avais oublié c'est que c'est un +.

L'enseignante entoure le signe +.

Enseignante : Ils ne sont pas séparés, ils sont reliés entre eux. Donc ça veut dire qu'ils s'ajoutent.

Elle rajoute des + sur la ligne entre 2000 300 20 et 1.

Enseignante : Donc $2000 + 300 + 20 + 1$.

Elle suit de nouveau le trait avec son stylo.

Enseignante : Et quand on le lit. Essayez de le lire enchaîné, là

Ensemble : deux mille trois cents vingt et un

Enseignante : on trouve tout de suite. On trouve deux mille trois cents vingt et un.

P : et pas un, trois cents, deux mille. »

Dans le but de permettre la mobilisation des connaissances nécessaires pour que les élèves réussissent la tâche qui leur sera demandée, la professeure met en œuvre plusieurs gestes correspondant respectivement aux tâches suivantes : rappel des connaissances sur les écritures d'un nombre et institutionnalisation locale de celles-ci, présentation du matériel de numération spécifique, explicitation de son principe de construction, rappels et institutionnalisation des termes décrivant les puissances de 10 intervenant dans la décomposition additive privilégiée (unités, dizaines, etc.), prescription de la tâche demandée et exemple de résolution de celle-ci sur un exemple.

Nous voyons que cette dévolution occupe presque la moitié de la séance et finalement débouche sur la monstration par l'enseignante de la résolution de la tâche. Tout se passe comme si l'enseignante, craignant que les élèves n'arrivent pas à réaliser la tâche à cause d'un défaut de disponibilité des connaissances nécessaires, s'assure de la mobilisation de celles-ci et s'engage ainsi dans un processus d'explicitation du problème posé qui la condamne finalement à le résoudre à la place des élèves (production de la décomposition additive et de l'écriture canonique du nombre).

b. Phase productive des élèves et qualité de l'activité effectivement engagée

Cette phase dure 22 mn et se déroule sur deux épisodes de 7 et 15 mn (épisodes 8 et 9). Dans un premier temps, l'enseignante explicite à nouveau la tâche demandée, réduit ses exigences initiales à la seule demande de la décomposition additive canonique du chemin correspondant à 6543. La tâche des élèves se réduit alors à la simple lecture et copie des nombres figurant dans les cases du chemin et au rajout de signe « plus » pour produire la décomposition additive souhaitée. Cette tâche individuelle est ensuite reprise par binôme et réalisée pour l'ensemble des chemins initialement proposés sur le photocopié avec un support photocopié.

c. Institutionnalisation

Finalement pendant 15 minutes, E termine la séance par une phase d'institutionnalisation comportant dans un premier temps une institutionnalisation locale et un bilan de la séance centrée sur la décomposition additive canonique d'un nombre suivant les puissances de la

base et une copie individuelle sur le cahier du jour de la tâche réalisée précédemment par binôme.

Discussion

Nous pouvons interpréter le déroulement ci-dessus comme le résultat d'une dynamique de négociation à la baisse des exigences entre enseignante et élèves reposant sur trois éléments : une difficulté des élèves à mobiliser des connaissances et des techniques déjà acquises ou en cours d'acquisition⁷⁵, un enrôlement parfois difficile des élèves et un maintien de cet enrôlement et une difficulté pour le professeur à reconnaître et à lire dans l'action les connaissances et les procédures en jeu ou susceptibles d'être mobilisées. À cela s'ajoute en amont une analyse a priori trop faible de la situation qui ne lui permet pas de distinguer entre les deux procédures possibles de résolution. De plus, la professeure ne semble pas avoir identifié les différents systèmes de numération en jeu dans la situation.

Une faible vigilance didactique associée à des représentations parfois trop négatives, mais justifiées pour une part par une expérience et une connaissance des difficultés du public élève, conduit le professeur soit à résoudre le problème à la place de l'élève, soit à réduire la tâche à une simple tâche de reproduction s'appuyant sur un repérage d'analogies, voire parfois une tâche de copie. Cette négociation à la baisse est donc le résultat d'un réel souci de prendre en compte et d'anticiper sur les difficultés des élèves et une difficulté à mesurer dans l'action les enjeux d'apprentissage et les possibilités des élèves. Ainsi, lors de l'entretien, la professeure déclare avoir été surprise par la qualité des réponses des élèves comme par leur capacité à travailler en groupe et à se répartir les tâches. Elle ne semble pas, lors de cet entretien, consciente d'avoir réduit ses exigences, en cours de route, persuadée dès le début que la tâche proposée était trop difficile.

Que peut apporter l'expérimentation de situations à « fort potentiel adidactique » en vue d'un enseignement en direction d'élèves présentant des troubles cognitifs ou du comportement sur la viabilité de ces situations⁷⁶ ?

Cette seconde partie porte sur l'étude des conditions de mise en œuvre d'une situation à fort potentiel adidactique dans le cadre d'un enseignement à des élèves (adolescents) présentant d'importants troubles cognitifs et du comportement (en situation de handicap).

Problématique particulière

Nous reprenons le terme de situation « robuste » pour désigner des situations à fort potentiel adidactique, testées le plus souvent avec des élèves de classe « standard » et reproductibles par un professeur relativement expérimenté. Afin de tester les conditions d'adaptation d'une situation de ce type lorsque le public élèves change (ici un public relevant de l'éducation spécialisée), nous étudions les gestes et routines particuliers associés notamment au processus de dévolution⁷⁷ mis en œuvre par des enseignants dans ce contexte nouveau. En effet, dans ce

⁷⁵ Ce défaut de disponibilité peut sans doute s'expliquer par le fait que les élèves ne reconnaissent pas le contexte qui nécessite la connaissance appelée ; ce contexte pouvant être différent ou identique à celui de la (des) situation(s) qui a permis la construction ou la fréquentation de la connaissance en jeu. Nous reviendrons sur cette caractéristique du public élève dans le chapitre 3.

⁷⁶ Cette partie a fait l'objet d'une communication avec P. Masselot dans le cadre du colloque de 2011 de l'ACFAS.

⁷⁷ « Le processus de dévolution décrit l'ensemble de l'activité du professeur qui consiste à amener l'élève à s'approprier le problème à résoudre, à mobiliser les connaissances nécessaires et à assumer la responsabilité de la résolution. La dévolution est un élément important du contrat didactique. Il ne suffit pas de "communiquer" un problème à un élève pour que ce problème devienne son problème et qu'il se sente seul responsable de le résoudre. Il ne suffit pas, non plus, que l'élève accepte cette responsabilité pour que le problème qu'il résout soit

dernier contexte, ce qui pourrait être considéré comme des bruits dans le cas d'un enseignement à un public standard peut constituer des éléments décisifs pour la réalisation de l'enjeu de la situation.

Ces analyses permettent d'autre part de mieux identifier la manière dont ces élèves restituent et mobilisent des connaissances acquises précédemment et dans une situation différente. Nous nous intéressons notamment aux connaissances qui, pour un public standard, sont considérées comme disponibles (c'est-à-dire mobilisables sans « appel » explicite) plutôt que mobilisables (avec appel explicite) (Robert, 1998).

C'est aussi l'occasion pour nous de préciser ce qu'un enseignant d'éducation spécialisée considère comme légitime de demander à un élève et ainsi de mesurer les prises de risque (par rapport aux mathématiques) qu'il accepte pour lui et aussi pour ses élèves.

Le contexte de la séance étudiée

a. Le contexte général de l'observation

Cette observation se déroule dans le cadre d'une action de formation continue destinée à des professeurs des écoles enseignant en ASH, option D⁷⁸. Il s'agissait de travailler avec un groupe de 6 à 8 professeurs se proposant de se présenter au CAPA-SH⁷⁹ en candidat libre (en attente d'une éventuelle inscription à la préparation mise en place par le rectorat de l'académie de Créteil⁸⁰) et désireux de travailler plus particulièrement sur les mathématiques. Ces professeurs des écoles volontaires s'engageaient à travailler dans leur classe en co-intervention avec les animateurs du groupe sur les séances de mathématiques ou sur des sujets qu'ils auraient eux-mêmes choisis. Le dispositif comporte deux types de situations. Des apports des formateurs sur des progressions à mettre en œuvre suivis de débats et des moments de compagnonnage individualisés basés sur la mise en œuvre et l'analyse de situations avec les élèves de la classe du professeur concerné. La situation que nous analysons dans cette contribution se place dans ce second type de situation de formation.

Une professeure du groupe exerçant en hôpital de jour (élèves présentant des troubles graves du comportement nécessitant une hospitalisation dans un service psychiatrique) a demandé à assister au déroulement d'une séance de résolution de problèmes basée sur un jeu. Son but était d'observer ses élèves en train de résoudre un problème s'appuyant sur un jeu de stratégie. En effet, cette enseignante hésitait à mettre en œuvre ce type d'activité et a donc demandé aux formateurs encadrant le groupe d'animer la séance. Le jeu « qui dira 20 ? » a été choisi. En sus d'un objectif de formation, notre objectif était de tester la résistance de ce type de situation et les conditions de sa reproduction dans cet environnement scolaire particulier. Ici deux éléments diffèrent par rapport aux conditions initiales d'expérimentation (Brousseau, 1987) : le nombre d'élèves (4 au lieu d'une vingtaine) et le public élève. Dans quelle mesure ces élèves confrontés aux mêmes tâches et aux prescriptions mobilisent-ils des stratégies et des connaissances identiques à celles mobilisées par un public standard ? Notamment, à quelles conditions et jusqu'où ces élèves adoptent-ils une posture de joueurs ? Nous n'avons pas pu tester l'ensemble de la situation mais seulement le début de celle-ci (familiarisation avec le jeu, premiers éléments de stratégie).

un problème "universel" dégagé de présupposés subjectifs. La dévolution ne porte pas sur l'objet de l'enseignement mais sur les situations qui le caractérisent. C'est un processus qui porte sur toutes les situations. » Brousseau 1987, Briand 1991.

⁷⁸ L'option D regroupe dans le système français de l'éducation spécialisée les élèves présentant des troubles du comportement et des troubles cognitifs.

⁷⁹ Le CAPA-SH est l'examen qui, en France, est nécessaire pour enseigner dans l'éducation spécialisée, il faut pour le présenter être auparavant professeur des écoles titulaire.

⁸⁰ Préparation assurée par des formateurs de l'IUFM.

b. Le contexte particulier

La situation et la séance

La séance s'est déroulée en deux temps. Dans un premier temps, les élèves pendant environ une demi-heure ont fait du calcul mental : compter/décompter, calcul de sommes, produits et différences, jeu du loto numérique. Le but de ces activités de calcul mental est double, d'une part revisiter certaines notions portant sur la numération des nombres entiers et sur différentes écritures de ceux-ci, d'autre part enrôler les élèves dans une suite d'activités à caractère mathématique dont la dernière a pour support un jeu de stratégie (cf. ci-dessous).

Un second temps a été consacré au jeu « qui dira 20 ? Nous ne présentons pas ici le détail du jeu et la situation « qui dira 20 ? » élaborée par Brousseau. Il s'agit d'un jeu de Nym (jeu de Marienbad) mettant en compétition deux joueurs A et B. Rappelons brièvement la règle du jeu : « A dit 1 ou 2, B ajoute 1 ou 2 au nombre dit par A, il peut donc dire (2 ou 3 si A a dit 1 et 3 ou 4 si A a dit 2), puis A ajoute à son tour 1 ou 2 au nombre dit par B, etc. Le joueur qui dit 20 a gagné. »

La stratégie gagnante relève de la division euclidienne. Pour la cible « 20 », elle consiste à dire, à partir d'un moment donné, une suite de nombres du type $3k + 2$ avec $0 < k < 6$. En particulier, pour être certain de gagner, le joueur doit avoir dit 17.

Toutefois la division euclidienne reste « cachée » dans la mesure où, pour une cible relativement faible, une stratégie de type « soustractions successives » (ou décomptage de 3 en 3) s'avère pertinente.

Cette situation est ce que l'on peut appeler une situation « robuste » à fort potentiel adidactique, au sens où son déroulement est fortement prévisible et aisément reproductible. C'est notamment le cas de la situation adidactique à partir de laquelle la situation didactique s'organise.

Rappelons seulement une de ses caractéristiques : le joueur perdant est susceptible d'apprendre autant et voire plus que le joueur « gagnant » en termes de stratégie.

Les élèves

Quatre élèves psychotiques participent à l'ensemble de la séance :

- Alex, considéré par la professeure comme le meilleur élément du groupe du point de vue des apprentissages.
- Yol, un élève un peu plus âgé que les autres mais qui présente de grandes difficultés pour s'exprimer et communiquer avec ses pairs.
- Yvan et Mano, deux élèves qui se situent, d'un point de vue scolaire, à des niveaux intermédiaires entre les deux élèves précédents.

Lors de la première partie de la séance, consacrée au calcul mental, tous les élèves peu à peu entrent dans l'activité, notamment Yol qui participe et réussit bien mieux que prévu lors du jeu de loto numérique. Ce constat confirme nos fréquentes observations sur les possibilités d'enrôlement plus grandes de ces élèves dans des activités de calcul mental. Nous renvoyons le lecteur à d'autres articles sur ce thème (Butlen 2007).

Le(s) professeur(s)

D'un commun accord, le chercheur et formateur (CF) qui assure principalement le rôle de professeur, présente le jeu et conduit sa mise en œuvre. Toutefois, les autres collègues, la professeure de la classe (P) et la conseillère pédagogique de la circonscription (CP), peuvent intervenir quand elles le jugent nécessaire pour éclairer, compléter ou étayer les interventions du principal intervenant.

Analyse du déroulement de la séance

a. L'objet de l'analyse

Nous analyserons cette séance selon trois points de vue : le point de vue des fonctions d'étayage et des conditions de l'activité, celui de la situation, robustesse, conditions de fonctionnement spécifiques, conditions d'apprentissage, et celui de l'activité du professeur (CF), gestes et routines mis en œuvre notamment.

Ces points de vue sont complémentaires car ils apportent des regards différents sur les rapports enseignement/apprentissage dans ce contexte particulier.

Si on adopte le point de vue des fonctions d'étayage et des conditions de l'activité, on peut par exemple s'intéresser à la spécificité du public et notamment au risque de voir à tout moment survenir une « crise » dans la mesure où des élèves psychotiques sont amenés à rentrer en compétition puis à dépasser celle-ci en vue d'un apprentissage méthodologique : élaborer, tester et valider une stratégie gagnante. La gestion de ces éventuelles crises nécessite d'en repérer les éléments déclencheurs.

Nous nous centrons dans cette contribution sur l'analyse de la situation, des variables en jeu, des conditions de gestion propres au public élève concerné et des gestes et routines du professeur mis en évidence à cette occasion, notamment ceux permettant l'enrôlement des élèves et la dévolution de la situation.

b. Les analyses

La mise en place du jeu « Qui dira 20 ? »

La règle du jeu est expliquée aux élèves oralement et grâce à une double simulation. Dans un premier temps, CF et CP ébauchent un début de jeu. Dans un second temps, Mano et Yol, à la demande de CF, finissent la partie.

Les élèves vont ensuite jouer deux par deux quatre parties (cinq en cas d'égalité), les deux gagnants se rencontreront ensuite ainsi que les deux perdants.

Le binôme Yvan-Alex

Nous nous intéressons plus particulièrement à deux élèves Yvan et Alex. Notre expérience de ce public en tant que formateur nous amène à penser que la différence de niveaux cognitifs de ces deux élèves et leur rapport aux interactions entre pairs sont très emblématiques de ce type d'élèves.

Yvan gagne les deux premières parties. Voici ce que les deux élèves ont respectivement proposé :

L'analyse des deux premiers jeux

- Le premier jeu⁸¹

Yvan	Alex
1	2
3	4
6	8
10	12
14	16
17	18

⁸¹ Nous avons signalé les nombres du noyau du jeu formulés dans chaque partie en caractère gras

20	
----	--

- Le deuxième jeu

Alex	Yvan
2	4
6	8
10	12
13	14
16	17
18	20

Nous voyons que, dans les deux cas, Yvan joue les deux derniers termes du noyau gagnant du jeu (17 et 20). S'il est difficile de statuer sur la proposition du nombre 14 qui pourrait être le résultat d'une toute autre stratégie (stratégie qui consisterait à ajouter 2, ou à énoncer un nombre pair, voire relever du hasard), plusieurs indices laissent penser qu'il n'en est pas de même pour 17 qui a été repéré (au moins au second jeu) comme gagnant. En effet, dans les deux premiers jeux, il semble s'apercevoir qu'il ne pourra pas dire 17 mais 18 et exprime son mécontentement « Oh non pas deux ! ».

La professeure (P) qui suit plus particulièrement ce binôme rappelle à Yvan qu'il peut jouer 1 :

P : Ben tu peux en ajouter que un si tu veux

CF : Tu peux rajouter un si tu veux !

Cette intervention du professeur rappelant la règle du jeu permet à Yvan de jouer 17, nombre qui doit lui assurer la victoire. Nous pouvons penser que Yvan hésite en effet entre une stratégie consistant à ajouter le plus systématiquement possible 2 et celle qui consiste à énoncer le nombre 17 quand c'est possible. Notons que l'intervention de la professeure est ici importante car elle autorise Yvan à privilégier la seconde stratégie. Il n'est pas certain qu'il l'aurait fait sans cela. On peut interpréter cette intervention comme une aide relevant de ce que Bruner dénommait le maintien de l'orientation (Bruner 1983).

Les deux victoires successives d'Yvan amènent Alex, élève occupant régulièrement la position de leader cognitif, à manifester sa déception.

Alex manifeste sa déception :

Alex : Ah non, je déteste jouer sur du papier, c'est nul !

P : Ah ça y est ...c'est (inaudible) si Alex perd c'est que c'est forcément nul !

CF : ah bon là c'est toi qui avais gagné

P : Non c'est Yvan

CF : et ici c'était Alex

P : non c'est Yvan aussi

CF : Ah ! Ben dis donc

P : Attention Alex, il faut que tu réfléchisses.

CF : Attention Alex

Alex manifeste une gestuelle spécifique, marque de sa mauvaise humeur.

P : ... il ne faut pas que tu mettes n'importe quel nombre

CF : Tu peux commencer Alex. C'est ton tour.

P : Allez c'est parti !

Mano : C'est un jeu

P : Oui c'est un jeu

CF : Ah oui c'est un jeu. C'est un jeu où il faut savoir jouer...

Al : oh non c'est pas un jeu c'est un ragnagna

P : Oui parce qu'Alex quand il perd, le jeu doit être forcément nul...

Rires

P : C'est un mauvais perdant

Alex: Non !

P : Si

Alex: non !

La professeure s'assure donc que les deux élèves restent dans le jeu en rappelant des règles de convivialité.

Le troisième jeu

Alex gagne :

Alex	Yvan
1	2
3	4
5	6
8	10
12	14
16	18
20	

Lors de cette partie, Yvan ne semble pas réinvestir le constat vraisemblablement fait à la partie 2. Il énonce 18 à la suite de l'énonciation du 16 au lieu de 17. Plusieurs interprétations sont possibles. Yvan peut avoir été pris par une stratégie d'ajout systématique de 2 au nombre précédemment énoncé (6-8-10-12-14-16-18) et peut ne pas s'être autorisé à rompre cette suite car la professeure n'intervient plus pour le lui permettre comme elle l'a fait au jeu précédent. Il peut aussi ne pas avoir réinvesti le constat précédent, ne capitalisant pas l'acquis d'un jeu sur l'autre. Enfin, il peut tout aussi bien avoir été distrait ou bien encore vouloir laisser gagner son partenaire.

Nous n'avons pas à ce stade assez d'information pour conclure.

Le quatrième jeu

Yvan	Alex
1	2
4	6
8	10
12	14
16	17
18	20

Yvan : C'est moi qui commence

Alex : Ben si tu gagnes encore un jeu tu gagnes. Mais si je gagne encore un jeu on sera à égalité

CF : Ben on fera une dernière partie pour savoir qui gagne.

P : Allez concentre-toi bien, Yvan

CF : Allez !

Alex et Yvan, tour à tour, inscrivent les nombres.

CF : Ah non, (s'adressant à Yvan), tu as rajouté combien là ?

Yvan : trois

CF : ah non ! Tu ne peux rajouter que un ou deux

Les élèves continuent. Alex écrit 17 sur la feuille.

Yvan : Non !!!

Changement de mimique... Yvan s'adresse à P du regard puis il manifeste son mécontentement :

Yvan : Parce qu'on préfère faire un + un ...

P : Ben oui ben c'est comme ça

Alors que Yvan est visiblement mécontent Alex termine.

Le déroulement de ce jeu montre bien que Yvan a compris qu'il ne fallait pas laisser l'adversaire dire 17. De même, Alex a fait le même constat à la partie précédente. Cela nous amène à penser autrement l'échec précédent d'Yvan et le succès d'Alex.

c. Le succès d'Alex

Il semble qu'Alex ait profité pleinement de sa position de joueur perdant lors des deux premières parties. S'il continue à jouer (comme Yvan) en privilégiant un peu un ajout de 2 au nombre précédemment énoncé, il a repéré en observant le jeu de Yvan que 17 est un passage assurant la victoire. La situation fonctionne avec cet élève (et dans une certaine mesure avec le binôme Yvan/Alex) comme avec un public « ordinaire » d'élèves.

Les remarques précédentes montrent que Yvan a, dès la fin du premier jeu, perçu le rôle de 17. En termes de stratégie, les deux élèves semblent donc très proches. Ils privilégient un peu l'ajout de 2 au nombre précédemment énoncé tout en préférant le plus souvent les nombres pairs et s'adaptent si possible au jeu pour pouvoir à l'avant-dernier coup dire 17 :

1-2-3-4-6-8-10-12-14-16-17-18-20

2-4-6-8-10-12-13-14-16-17-18-20

1-2-3-4-5-6-8-10-12-14-16-18-20

1-2-4-6-8-10-12-14-16-17-18-20

d. L'échec d'Yvan

Cet échec peut alors s'expliquer autrement. Certaines phrases prononcées par la suite (voir plus loin) nous laissent penser qu'il a pu laisser gagner Alex au troisième jeu, sans doute parce qu'il reconnaît en celui-ci un sujet meilleur élève que lui-même. Il est également possible qu'il se soit désintéressé ponctuellement du jeu ou bien encore qu'il pense que c'est au tour d'Alex de gagner.

Dans tous les cas, pour des raisons sociales (respect d'une hiérarchie cognitive ou convivialité ou désinvestissement passager), Yvan rompt avec une logique de joueur qui cherche à gagner (indispensable pour le fonctionnement de la situation adidactique). Cette rupture est passagère car, comme nous le verrons plus loin, il attend en retour au quatrième jeu la même attitude de la part d'Alex ; ce qui n'est pas le cas car ce dernier a profité de ce « cadeau » pour apprendre à jouer, c'est-à-dire repérer le statut du 17 et le réinvestir efficacement dans le quatrième jeu.

Cette rupture dans la logique des joueurs et la non réciprocité du geste d'Yvan par Alex crée une situation de crise chez Yvan qui va manifester son désarroi et sa douleur.

Yvan tape sur la table... se manifeste de plus en plus et se met à pleurer.

CF : (s'adresse à M et Yol) Vous pouvez en faire une autre en attendant qu'ils aient fini.

P : Tu ne vas pas nous faire ton cinéma hein

Yvan continue à se manifester, se donne des tapes sur la joue. Visiblement malheureux.

Les professeurs ont des réponses très différentes à cette étape du jeu pour limiter la crise.

CF, chercheur, restant neutre par rapport au jeu et ne voulant pas intervenir sur l'évolution des stratégies des élèves, essaie d'arrêter la crise de larmes en disant que ce sera le cinquième jeu qui fera la différence entre les deux joueurs. Ce qui ne semble pas suffire.

P, professeure de la classe, habituée à ce type de manifestations de la part d'Yvan, intervient sur un tout autre plan en lui disant d'arrêter « son cinéma ». Il semble effectivement que la crise d'Yvan ne soit qu'en grande partie superficielle (ce qui reste toutefois à vérifier).

CP prend la décision de faire constater à Yvan les raisons du succès d'Alex. Ce dont Yvan est d'ailleurs conscient :

CP : (*s'adressant à Yvan*) Qu'est-ce que tu aurais pu faire là ? Pour éviter ça ! Au lieu de mettre seize il aurait fallu que tu mettes combien ? Regarde !

Yvan : lui pas dix-sept

CP : Oui. Lui, il a fait attention. Mais toi avant tu aurais pu faire attention à quoi ?... Au lieu de mettre seize ?

Alex : Mais Yvan arrête de chouiner... t'es pas un bébé !

CP : Tiens regarde. Lui il a mis quatorze...

Yvan : pas contre Alex !

CP : Mais regarde, vous êtes ex aequo. Avec Alex, vous êtes ex aequo. Vous allez en faire un troisième pour pouvoir gagner. Alors justement, réfléchis...

Ce retour au déroulement du jeu amène d'ailleurs Yvan à donner la raison de son désarroi :

Yvan : Il me laisse pas gagner

CP : On te laisse pas gagner. Parce que toi tu l'as laissé gagné ?

Yvan : Une fois

CP : Ben oui mais tu n'aurais pas dû !

Yvan : à cause du...

(...)

CP : Yvan, est-ce que tu veux que je t'aide pour que tu essaies de comprendre pourquoi tu as perdu ?

Yvan : Parce que il...(sanglot)... pas laissé gagner

CP : Oui mais. Avant tu aurais pu faire quelque chose. (*Elle reprend la feuille de jeu*) Regarde. Là il y avait douze et deux quatorze. Toi tu aurais pu mettre combien à la place...

Yvan : *inaudible*

CP : Non tu aurais pu mettre autre chose : quatorze, tu aurais pu mettre quinze.

Après avoir formulé ces éléments d'explication, CP demande aux deux élèves de jouer le cinquième jeu :

CP : Allez on fait la finale là... tous les deux, Yvan et Alex.

Yvan : Je veux pas commencer

CP : Tu ne veux pas commencer. D'accord. Allez c'est Alex... c'est parti. C'est Alex qui commence.

La professeure (P) à cette occasion revient sur l'attitude d'Yvan :

P : Allez tu arrêtes Yvan. Tu sèches tes larmes.

Yvan chouinant toujours mais se remettant au jeu néanmoins.

P : Dis donc, ça fait combien de temps que tu ne m'as pas fait ça en classe là ?

Yvan : Il faut pas n'importe quoi

Tout au long du jeu, les professeurs essaient chacun à leur tour d'amener les élèves, notamment Yvan, à reprendre une posture de joueur :

CP : Oui mais là tu es déconcentré

CF : Attention...

CP : Concentre-toi

(...)

Alex :
 Yvan : *inaudible*
 CP : réfléchis
 Yvan : faut faire attention hein
 CP : Oui faut faire attention.
 P : Bien attention.

- Le cinquième jeu

Alex	Yvan
1	2
4	6
8	10
11	12
14	15
17	18
20	

On peut penser que Yvan et Alex essaient d'adapter leurs stratégies pour pouvoir dire 17. Toutefois, Alex abandonne plus vite que Yvan l'ajout de 2 et le recours à un nombre pair, ce qui l'amène dès le troisième coup, à citer la suite des nombres « noyau du jeu » 8-11-14-17-20, sans doute implicitement au moins pour 8 et 11. Ce qui lui assure la victoire.

On peut donc dire que Yvan et Alex bénéficient tous les deux mais inégalement de l'expérience des jeux précédents et des interactions. L'intervention de CP ci-dessus semble donc relativement efficace mais insuffisante pour amener Yvan à combler son retard par rapport à Alex. Cette intervention est trop ponctuelle pour dénouer la tension que subit Yvan. En revanche, elle fonctionne bien pour Alex qui n'était pas directement visé.

Alors qu'Alex manifeste son contentement, Yvan va à nouveau connaître un moment de désarroi et regretter encore sa bienveillance dans les jeux précédents :

P : Bien attention
Alex marque un nombre (17 ?) et sourit à la maîtresse.
 P : Là Alex a été très malin.
Yvan bougonne... inaudible
 P : Fallait pas laisser gagner Alex une fois.
Yvan pleure à nouveau
 P : Ben oui c'était gentil
Alex (se lève, visiblement satisfait) : Yes !
 (...)
 P : (*à Yvan qui pleure*) Bon arrête s'il te plaît !
 CF : Yvan tu vas jouer contre Yol. Et Alex va jouer contre Mano. Ce n'est pas fini !
Yvan ne se calme pas.
 CP : Ce n'est pas fini. Tu vas voir. Tu vas pouvoir te rattraper.
Yvan ne se calme toujours pas.
 P : Bon ben tu vas sortir.
 Yvan : Non !
 P *continue, essaie de le calmer en lui parlant en aparté. Gestuelle enveloppante (elle l'entoure de ses bras, au niveau de l'épaule)*
 P : Ben tu vas jouer contre Yol
 P : Bon tu laisses tomber. Tu sors.
 Yvan : Non...
 P : Bon tu vas t'asseoir à côté de Yol. Et tu ne le laisses pas gagner.

Alex : Allez, sèche tes larmes. Sèche tes larmes ... tu as encore une chance Yvan

Pour arrêter la crise, CF propose à Yvan de jouer contre lui, CP renchérit en proposant de s'associer contre CF. Yvan refuse ces alternatives mais ne veut pas quitter la partie et accepte de jouer contre le perdant du second binôme.

Pour ce binôme, tout s'est bien déroulé contrairement aux craintes manifestées en amont par l'enseignante. En effet, celle-ci était davantage préoccupée par l'attitude éventuelle de Yol que par celle d'Yvan. Yol a manifesté un grand investissement pour le jeu, abandonnant son attitude habituelle qui consiste à se tenir plutôt en retrait et à craindre les interactions avec ses pairs.

e. Le règlement de la crise

C'est P qui va improviser et trouver les mots et les gestes nécessaires pour dénouer la crise et faire revenir Yvan dans la partie. Elle mobilise divers outils. Elle va s'adresser en particulier à Yvan en travaillant sur la stratégie du jeu, en la reformulant à sa place et en étayant son jeu (durant le premier jeu de la partie contre Yol). Elle l'amène aussi à revenir sur son jeu après coup, à le repenser en étayant ses formulations, voire en formulant à sa place mais sans apporter d'éléments nouveaux. De plus, durant le jeu, elle l'encourage et s'assure de sa concentration. Parallèlement à cela, elle va adopter une attitude sécurisante déjà amorcée plus haut, en mettant en œuvre une gestuelle « enveloppante » : elle tient Yvan par l'épaule, lui parle doucement, le sécurise.

P s'accroupit auprès de Yvan : Bon et tu arrêtes de pleurer parce que sinon tu ne vas pas gagner hein.

Yvan : des erreurs

P : Ce ne sont pas des erreurs Yvan. C'est un jeu ; écoute.

P : Tu es capable de supporter ça hein !

P : ça ne peut pas marcher à tous les coups

P : Un ou deux tu choisis. Voilà ! Concentre-toi !

Alex : Et voilà ! (*Alex vient de remporter la première partie contre Ma*)

P : Tu vois il n'y a pas que toi qui perd contre Al.

(...)

CF : Attention ! Concentre-toi bien ; il a mis quinze (pointant sur la feuille de jeu le nombre que vient de marquer Yol .) Qu'est-ce qu'il faut faire pour être sûr de gagner ?

Yvan marque seize

(...)

P : regarde ce que tu aurais pu faire là. Tu as écrit seize. Tu aurais mis dix-sept. C'est toi qui prenais la main. Concentre-toi et réfléchis. Là tu n'es plus dans ton...

(...)

P : Allez. Qui a commencé tout à l'heure ?

Yol : moi

P : C'est toi qui as commencé, donc à Yvan de commencer.

(...)

P : Concentre-toi. Allez. Tu perds, tu perds... forcément si tu ne fais pas attention.

(...)

P : Ce n'est pas magique, hein !

(...)

Yvan : mais pas dix-sept

P : C'est celui qui met dix-sept qui gagne.

Yvan : Il a perdu...

(...)

P : Est-ce que tu as remarqué qu'à chaque fois que tu joues, c'est celui qui écrit le 17 qui gagne ? Pourquoi ? Parce que

Yvan : dix-huit

P : Parce que... dix-huit et tu as perdu. Et dix-neuf aussi ... parce que qu'on mette dix-huit ou qu'on mette dix-neuf c'est forcément... ce qu'il faut c'est que tu essaies de... là regarde. Yol a écrit « 14 » toi tu as écrit

Yvan : quinze

P : Quinze. ... ben non on ne peut pas mettre dix-huit ou dix-neuf... Allez on ressaye !

La suite de la partie montre que cet ensemble de décisions prises à chaud et les gestes qui accompagnent leur mise en œuvre s'avèrent efficaces. En effet, Yol et Yvan vont s'investir à nouveau dans la partie, affiner leur stratégie et terminer à égalité. Alex restera le vainqueur car il gagnera contre Ma.

Discussion

Rappelons les trois points de vue adoptés pour conduire notre analyse de la séance : celui de la situation (robustesse), celui de l'activité du professeur : gestes et routines de gestion notamment et celui lié aux fonctions d'étayage. Ces points de vue sont complémentaires et étroitement liés. Il est en effet difficile d'étudier l'activité des élèves et notamment le fonctionnement de leurs connaissances sans prendre en compte les conditions de ce fonctionnement et donc sans considérer la situation ou de l'activité du professeur.

a. La situation

L'analyse précédente nous renseigne sur le fonctionnement de ce type de situation. Elle montre qu'une telle situation (du moins le tout début de celle-ci) peut fonctionner collectivement avec le public relevant de l'ASH, option D, mais ne fonctionne pas systématiquement pour chaque élève. Nous avons pointé des raisons possibles de dysfonctionnements. Elles trouvent leur source dans une tension qui marque profondément l'enseignement à ce type d'élèves et plus largement l'enseignement dans le secteur de l'éducation spécialisée. Le professeur doit en effet faire se rencontrer l'itinéraire cognitif collectif proposé aux élèves et les parcours et cheminements cognitifs personnels de chaque élève. Cette rencontre passe notamment par des enrôlements et des négociations locales.

Les connaissances mobilisées dans ce début de mise en œuvre de la situation sont très contextualisées. A ce stade, la stratégie gagnante consiste pour le joueur à jouer dans le noyau du jeu (constitué des nombres n tels que $n = 3k + 2$ avec $k < 6$) ; il lui suffit d'ailleurs seulement de jouer 17 pour s'assurer de la victoire. Cette stratégie est très liée à l'action, elle peut rester implicite. Pour acquérir une certaine pérennité, elle doit devenir explicite. Si elle reste implicite, elle risque de ne pas être distinguée d'autres stratégies. C'est le cas notamment de celle consistant à ajouter systématiquement deux au nombre précédemment dit. De plus, le risque existe de la voir s'effacer devant d'autres contraintes notamment sociales comme cela a été le cas pour Yvan. La prise de conscience du caractère nécessaire de la stratégie nécessite donc une formulation. Ainsi, Yvan, abandonnant une posture de joueur, ne peut ensuite bénéficier de l'expérience des jeux précédents, ne réinvestit pas les constats effectués et se retrouve en situation de « décrochage » (local). Non seulement, il ne finalise pas pour lui-même, les apprentissages amorcés mais il peut contribuer à une désaffection collective. On peut penser que Yvan ne perçoit plus la situation comme une situation dont le but est l'apprentissage d'une stratégie mais la vit (du moins pendant le troisième jeu) comme une situation réglée par des contraintes essentiellement sociales (respect d'une certaine hiérarchie entre élèves).

Dans le scénario initial élaboré par Brousseau, cette explicitation est assurée par la situation de formulation. Elle s'organise notamment autour de plusieurs moments : formulations plutôt spontanées (s'étalant sur plusieurs jours) par des élèves lors de la situation d'action d'éléments de la stratégie (notamment liés au nombre 17), diffusion de ces derniers lors d'un jeu par équipe et enfin production d'énoncés lors d'un « concours des

propositions ». Ce déroulement nécessite un enrôlement dans la durée des élèves et un temps beaucoup plus long. Ces conditions ne peuvent être réalisées lors de notre mise en œuvre car dès le troisième jeu, Yvan et Alex rendent improbable un tel déroulement. Le professeur doit alors organiser autrement l'explicitation.

Dans l'action, trois solutions sont envisagées pour mettre en place une situation de formulation. La première, proposée par CF, consiste à rester dans le cadre la situation adidactique. Il parie sur une explicitation, résultat d'une prise de conscience par le joueur (Yvan) de la stratégie gagnante mobilisée par un joueur performant (CF lui-même). Pour cela, il lui propose de jouer contre lui. La deuxième stratégie rapidement amorcée par CP consiste à provoquer l'explicitation en proposant à Yvan de s'associer avec lui pour jouer contre un « bon joueur » (CF). Ces deux premières alternatives sont immédiatement rejetées par Yvan. La dernière alternative, si on exclut un abandon momentané de la situation, consiste pour le professeur à prendre en charge une partie de l'explicitation. Nous l'avons décrite ci-dessus, c'est la solution retenue par la professeure P.

b. L'activité du professeur, la mise en œuvre de fonctions d'étayage

La professeure mobilise à cette occasion des connaissances issues de son expérience professionnelle et de sa connaissance⁸² des élèves. Elle met en œuvre un ensemble de gestes professionnels qui lui permet non seulement de résoudre la crise provoquée par Yvan mais aussi d'assurer la poursuite du travail en cours, et de maintenir l'enrôlement de tous les élèves.

Nous pouvons interpréter cette initiative comme un « incident critique » (Roditi, 2005), révélateur d'une tension entre ce que la professeure juge légitime d'exiger de ses élèves (point de vue éthique) et ce que son expérience professionnelle et l'évaluation des compétences de ces élèves pourraient lui permettre d'exiger. En effet comme nous l'avons déjà signalé ci-dessus, prenant en compte les troubles de comportement manifestés par ses élèves, P hésite à les engager dans une situation de compétition entre pairs. En revanche, certains de ses propos montrent qu'elle estime Yvan susceptible de surmonter ces difficultés et ce grâce à la routine d'étayage décrite ci-dessus :

P : Ce ne sont pas des erreurs Yvan. C'est un jeu ; écoute.

P : Tu es capable de supporter ça hein !

P : ça ne peut pas marcher à tous les coups

P : Un ou deux tu choisis. Voilà ! Concentre-toi !

Cet incident nous semble critique car non seulement il nous renseigne sur la viabilité de ce type de situations mais aussi sur les possibilités de développement professionnel de la professeure. Ainsi, une prise conscience de cette tension pourrait lui permettre de dépasser cette tension.

D'autres analyses restent toutefois nécessaires pour confirmer cette hypothèse, notamment celles portant sur l'identification des gestes et routines professionnels mis en œuvre lors de la gestion de la situation et des éventuelles crises qui peuvent survenir.

Nous avons vu que la professeure de la classe (et pour une moindre part, la conseillère pédagogique) ont construit des routines qui dépassent largement le cadre des seules mathématiques ; en effet, leur mise en œuvre nécessite des savoirs sur les élèves, sur leur pathologie ou leur handicap, sur le groupe d'élèves et sur leurs compétences en termes d'interactions.

⁸² Connaissance que ne possèdent pas CF et CP.

Un geste important semble être celui qui vise une des fonctions d'étayage : le maintien de l'orientation. P intervient plusieurs fois dans ce sens, sans doute insuffisamment lors de la partie entre Yvan et Alex, mais efficacement lors de celle entre Yvan et Yol.

De même, P se révèle la plus efficace des trois adultes animant la séance pour gérer la crise provoquée par Yvan. Elle met en œuvre une routine alliant plusieurs gestes : discours dirigé prioritairement à Yvan, formulation et explicitation d'éléments de la stratégie gagnante, voire d'institutionnalisation locale, maintien de l'orientation, gestuelle sécurisante. Elle décide même de ne faire disputer qu'un nombre pair de parties entre les « perdants » afin de clore le jeu en attribuant une place de troisième à chacun.

Toutefois, cette routine reste marquée par les mathématiques et les contenus travaillés comme le montrent les limites (hésitations) des interventions de l'enseignante de la classe. Ainsi, elle semble rencontrer des difficultés pour identifier les éléments de la stratégie des joueurs, notamment pour optimiser cette stratégie et adapter son intervention en fonction. Toutefois, nous pensons que ce ne sont pas l'acquisition des gestes et routines nécessaires à la gestion de la crise décrite ci-dessus qui interdisent à l'enseignante (P) de mettre en œuvre des jeux de stratégies mais plutôt des conceptions éthiques très générales.

Ainsi, P n'osait pas mettre en œuvre de telles situations pour essentiellement deux raisons liées à une prise de risque. Prise de risque pour les élèves d'une part qui renvoie à une certaine éthique : elle s'interroge sur le droit du professeur à enclencher des crises comme celle décrite ci-dessus. Prise de risque pour le professeur qui n'est pas certain de savoir gérer les crises éventuellement provoquées par ce type d'activité. La prise de conscience de l'existence de ces routines grâce à leur identification et leur explicitation par le chercheur peut permettre à cette enseignante d'interroger les choix qui ont été les siens. Cela peut notamment contribuer à une meilleure évaluation des risques accompagnant la mise en place et la gestion de ce type de situations et ainsi élargir les marges de manœuvre de l'enseignant.

Notons à ce propos qu'entrer par la nature des troubles (psychotiques, autisme ou trisomie...) ne peut suffire. Il est indispensable de s'appuyer aussi sur une analyse didactique des conditions de l'apprentissage : dévolution et enrôlement, variables assurant ou non le fonctionnement de la situation adidactique, etc.

Pistes pour la recherche et la formation

Ainsi, lors d'une formation, il nous semble important d'adopter une approche holistique mettant en relation divers points de vue. Il peut s'avérer profitable de prendre en compte les pratiques adaptatives des éducateurs/enseignants dans les structures spécialisées, de leur faire expliciter ce qu'ils perçoivent afin de faire émerger des conceptualisations-en-acte (Vergnaud, 1996) de manière à enrichir les catégories de lecture fournies par des nosographies médico-psychologiques.

En étroite relation avec une analyse didactique fine de la situation et notamment du déroulement de la séance (en référence à une analyse a priori), on peut également se livrer à une analyse du profil des différents élèves en jeu, de ce qui se joue pour eux dans la séance. Des études de cas comme ceux d'Yvan ou de Alex ou encore les différences cognitives manifestées par les quatre élèves N, P, M et S du chapitre deux seraient particulièrement intéressantes pour anticiper sur la gestion de la séance étudiée ici.

Cette analyse fine ainsi pourrait permettre aux professeurs d'enrichir l'exercice de leur vigilance didactique, de réfléchir aux gestes et routines associés à cet exercice.

Enfin, pour être efficace, il nous semble important d'exemplifier ces études par des exemples d'incidents critiques du type de celui que nous venons de présenter dans le chapitre trois, incidents vécus par le professeur ou par l'un de ses pairs.

Bibliographie

- BRUNER, J. S. (1983). *Le développement de l'enfant : savoir faire, savoir dire*, Paris, Presses universitaires de France.
- BUTLEN D. (2004). *Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire. Des difficultés des élèves de milieux populaires aux stratégies de formation des Professeurs des Écoles*, HDR Paris, Université Paris 8, Paris.
- BUTLEN D. (2007). *Le calcul mental entre sens et technique : Recherches sur l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté, du calcul mental à la résolution des problèmes numériques*. Presses Universitaires de Franche-Comté
- BROUSSEAU, G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7/2, 33-115
- DUVAL, R. (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Vol 5, 37-65
- LEPLAT, J. (1997). *Regards sur l'activité en situation de travail*. Paris: PUF.
- PELTIER M.L. (Ed) (2004). *Dur, dur, dur d'enseigner en ZEP*, Grenoble : La Pensée Sauvage.
- PLANCHON, H. et Roux, M.O. (1989) *Réapprendre les maths : théorie pratique du réapprentissage*. Paris : ESF.
- ROBERT A. (2008). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. In Vandebrouck F. (Ed.) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* Paris : Octarès.
- ROBERT A, ROGALSKI J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *la revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2(4), Toronto, 505-528.
- ROBERT A. (1998). Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol. 18. Num. 2. p. 139-190. La Pensée Sauvage éditions Grenoble.
- RODITI E. (2005). Les pratiques enseignantes en mathématiques : entre contraintes et liberté pédagogique, *Savoir et Formation*, Lharmattan éditions Paris.
- ROGALSKI, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23/3, 343-388.

ANNEXES –(relatives)

Annexe A.1. : extraits du protocole de la séance découpé en épisode

	<p>Sous-épisode 3.8 : exploration de la deuxième colonne du tableau</p>	<p>Comment est-on passé d'une ligne à l'autre ? Elle saute les cases une à une avec le stylo. Comment on est passé ? P : c'est égal ? Enseignante : alors tout est égal. Bah si tout est égal ! Alors il n'y a rien ! Alors comment on a fait ? Comment fait-on quand on compte un deux trois... ? Ce n'est pas difficile ? Elle compte sur ses doigts. C'est la suite des nombres qu'on connaît tous. Pour aller de un à deux, on a ajouté... ? Elle montre 1 avec son doigt. : 16 N : un Enseignante ; de deux à trois N : deux Enseignante : de deux à trois ? De trois à quatre ? N : un Enseignante : bon on a ajouté un à chaque fois et on compte, d'accord ? Alors la deuxième colonne ? L'enseignante montre chaque case une à une Est-ce qu'on a fait pareil ?? Les élèves ensemble : non Enseignante : on a fait quoi ? Ensemble : des dix Enseignante : des paquets de ...</p>	<p>E explicite le principe de remplissage de la colonne des unités : ajout de 1 à chaque ligne P et N interviennent dans le comptage. E initialise (non consciemment sans doute) ici un processus automatisé de comptage. Ce processus se traduit par des réponses à l'unisson des élèves L'enseignante demande ce que représente les autres colonnes ; S et N répondent respectivement par les « dix », les « 100 ». E relance le processus de comptage automatisé pour la colonne des dizaines : 23, 30, etc. Reprenant N, elle précise que les élèves ont ainsi compté de 10 en 10. Le principe du comptage automatisé des nombres figurant dans chaque colonne semble enclenché et concerne pour la colonne des dizaines tous les élèves.</p>
--	---	---	---

		<p>S : dix</p> <p>Enseignante : des paquets de dix. Donc on a commencé à dix. Et après ? Qu'est-ce qu'il y a au-dessus ?</p> <p>N : 100</p> <p>Enseignante : non au-dessus N.</p> <p>L'enseignante leur pointe les différentes cases sur sa feuille photocopiée.</p> <p>Elèves ensembles : 20 30 40...</p> <p>Enseignante : on a compté de combien en combien ?</p> <p>N : de deux en deux</p> <p>Enseignante : de deux en deux ? Non</p> <p>S : de dix en dix.</p> <p>Enseignante: on a compté de dix en dix. Très bien S.</p>	
	<p>Sous-épisode 3.9 : exploration de la troisième colonne du tableau</p>	<p>La troisième colonne P avant que tu ne t'endormes. On a compté comment ?</p> <p>: 17</p> <p>P : de cent en cent</p> <p>Enseignante : de cent en cent. Là ça devient plus dur pour vous. Alors, cent</p> <p>P : 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900</p> <p>Enseignante : 900. Très bien.</p>	<p>P reprend ce comptage en l'étendant à la colonne des centaines à la demande de E.</p>
	<p>Sous-épisode 4.2 : Résolution de la tâche</p>	<p>Sous-épisode 4.2.1 : Répartition des tâches entre élèves, amorce de résolution</p> <p>P distribue les rôles de chacun.</p> <p>P : toi tu mets là...</p> <p>L'enseignante s'installe à son bureau et écrit. Elle les laisse autonomes.</p> <p>S prend toutes ses étiquettes.</p> <p>P les prend une à une.</p> <p>P s'occupe de la quatrième colonne. Il pose d'abord tous les 000 dans chaque case de la colonne puis rajoute les 1, 2, 3...</p>	<p>P répartit les tâches entre élèves (spontanément ou du moins sans intervention explicite de E).</p> <p>P s'occupe de la colonne des mille en posant tout d'abord les étiquettes 000 (puissance de la base)</p> <p>M semble l'imiter pour la colonne des dizaines² mais commence par les coefficients multiplicateur</p> <p>P surveille S et l'aide.</p>

		<p>M s'inspire de la même stratégie pour la deuxième colonne. Il ne pose que 0 puis 1. Il s'arrête.</p> <p>P (à M) : dix en dix. Fais juste 1 2 3 4 5 6 7</p> <p>S est au niveau de la première colonne.</p>	
		<p>Sous-épisode 4.2.2. : L'enseignante s'assure de l'enrôlement de chacun et de tous</p> <p>N est inoccupé.</p> <p>: 19</p> <p>N : ce n'est pas facile, je n'y arrive pas</p> <p>Enseignante : fais ce que tu connais déjà.</p> <p>Enseignante : allez N arrête de rigoler.</p> <p>: 20</p> <p>N : j'y arrive pas...</p> <p>Enseignante : si tu n'y arrives pas, tu essayes. Demande aux copains... Qu'est-ce que tu as à faire. Lequel as-tu ?</p> <p>N : le 100</p> <p>Enseignante : 200 ? Et lequel a la première colonne ?</p> <p>S : moi</p> <p>P : Là c'est de un en un. Allez toi tu fais de dix en dix.</p> <p>S : mets juste les zéros.</p> <p>Enseignante : vous n'êtes pas obligés de vous répartir une colonne chacun, vous pouvez travailler ensemble. Regarde N elle est perdue. Les copains, vous pouvez l'aider ? Tu vas l'aider P ?</p>	<p>E s'assure de l'enrôlement de N qui a la charge de la colonne des centaines et de l'entraide collectif. P assure toujours la distribution des tâches (correspondant aux colonnes).</p>
Episode 5 : institutionnalisation	Sous-épisode 5.1. : transition vers la correction	<p>Sous épisode 5.1. : Correction de la première colonne et institutionnalisation du terme unités</p> <p>Enseignante : Vous allez vous asseoir à votre place. On va regarder si vous ne vous êtes pas trompés. Vous pouvez retourner maintenant. Vous retournez votre tableau et vous regardez. Alors la 1^{ère} colonne</p> <p>L'enseignante montre chaque case avec son stylo.</p> <p>Ensemble : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10</p> <p>Enseignante : où 10 ?</p>	<p>E introduit le moment de correction. Les élèves sont censés comparer le modèle de leur feuille photocopie avec le tableau. Elle fait lire au tableau les éléments de la première colonne. Les élèves ensemble comptent jusqu'à 10, dépassant 9. Effet d'un comptage automatisé</p>

	<p>Ensemble : non 9</p> <p>Enseignante: vous avez pareil sur votre feuille ?</p> <p>Ensemble : oui</p> <p>Enseignante : et dans cette case ?</p> <p>Elle montre la case vide située sous le 1.</p> <p>P : 0</p> <p>Enseignante : c'est la colonne de quoi ?</p> <p>P : des uns</p> <p>Enseignante : des uns ?</p> <p>S : non des unités</p> <p>Enseignante : c'est quoi son nom ?</p> <p>S : des unités</p> <p>Enseignante : très bien S.</p> <p>L'enseignante écrit « unités » dans la case.</p> <p>S : des dizaines</p> <p>M : puis les centaines c'est là où il y a ...</p> <p>Enseignante : donc c'est la colonne des unités.</p>	<p>(récitation de la comptine)</p> <p>La dixième case étant réservée au nom de la colonne. Terme qu'elle fait retrouver par P (qui propose les uns) et puis S.</p> <p>S et M ont compris le principe et proposent les termes respectivement de dizaines et centaines.</p>
<p>Sous épisode 5.2. : Correction de la deuxième colonne et institutionnalisation du terme dizaines</p>	<p>Enseignante : Puis après ? On vérifie d'abord si vous avez fait juste.</p> <p>: 27</p> <p>Ensemble : 10 20 30 40 50 60 70 80 90</p> <p>Enseignante : d'accord. Donc là c'est la colonne des quoi ?</p> <p>S : la colonne des dizaines</p> <p>Enseignante : la colonne des dizaines. Très bien.</p> <p>L'enseignante écrit « dizaines »</p> <p>Enseignante : Pourquoi c'est la colonne des dizaines ?</p>	<p>Les élèves comptent de 10 en 10 les éléments de la seconde colonne en s'arrêtant à 90 cette fois-ci.</p> <p>Institutionnalisation du terme dizaines en s'appuyant sur une proposition de S.</p> <p>Notons l'emploi « régressif » de l'expression « paquets de dix » par E.</p> <p>P et N indique qu'ils ont compris et e partie automatisé le principe du</p>

		<p>P : parce que ça va de dix en dix</p> <p>Enseignante : parce que c'est des paquets de dix. Très bien. Là il y en a un.</p> <p>L'enseignante montre l'étiquette 1 qui constitue le nombre 10.</p> <p>P : deux</p> <p>Enseignant : là deux paquets de dix.</p> <p>Elle pointe l'étiquette 2 du nombre 20.</p> <p>P : là trois paquets de dix.</p> <p>N : quatre, cinq, six, sept, huit</p>	comptage par colonne (au moins sur les dizaines).
	Sous épisode 5.3. : Correction de la troisième colonne et institutionnalisation du terme centaine	<p>Enseignante : là on a la colonne des centaines. Bon allez y comptez : 100</p> <p>Ensemble : 100 200 300 400 500 600.</p> <p>L'enseignante écrit « centaines » pendant qu'ils comptent.</p>	E déclenche l'automatisme de comptage de 100 en 100. Les élèves comptent à l'unisson pendant que E écrit le terme « centaines » dans la case adéquat
	Sous épisode 5.4. : Correction de la quatrième colonne et institutionnalisation du terme unité des milles	<p>Enseignante : là c'est la colonne de quoi ?</p> <p>: 28</p> <p>Ensemble : 1000 2000 3000....</p> <p>Enseignante : bon on appelle ça, je vous le dis quand même, les unités de mille.</p> <p>Elle écrit « unités de mille »</p> <p>Enseignante Comme on a les unités de là, unités dizaines centaines et on va avoir les dizaines de mille. Allez y comptez de dix mille en dix mille.</p> <p>Ensemble : 10000 20000 30000</p> <p>Enseignante : bon super.</p>	:
Episode 6 : reproduction individuelle	Sous-épisode 6.1. : Prescription de la tâche	<p>Enseignante Je vais vous donner des étiquettes et vous allez juste avoir à coller les mots dans les bonnes colonnes.</p> <p>Allez prenez ce qui faut.</p>	E distribue les étiquettes où sont écrits : unités, dizaines, etc. afin que les élèves puissent les coller

<p>du tableau avec désignation du nom des colonnes</p>		<p>Elle leur distribue à chacun un pot de yaourt contenant les différentes étiquettes.</p> <p>: 29</p> <p>P : de la colle</p> <p>Enseignante : oui. Allez dans les bonnes colonnes.</p>	
	<p>Sous-épisode 6.2. : Exécution de la tâche et validation de celle-ci par l'enseignante</p>	<p>(À N) : en haut ?</p> <p>N : non</p> <p>Enseignante : allez, tu colles en bas.</p> <p>P et M s'appuient sur la trace écrite au tableau. S pas du tout. Elle a fini la première.</p> <p>Enseignante : s'il vous reste des étiquettes, vous les remettez dans le petit pot.</p> <p>: 31</p> <p>Enseignante Ca y est vous avez tout collé ?</p> <p>Elle se déplace auprès de chaque élève.</p> <p>Elle se rapproche de P</p> <p>Enseignante ; là c'est quoi ? Ça commence par quelle lettre ?</p> <p>Elle lui montre au tableau le mot « unités »</p> <p>Enseignante : u ni tés. Là dizaine...</p> <p>Elle lui montre les différentes colonnes au tableau.</p> <p>: 32</p> <p>Enseignante : Là c'est bien placé ??</p> <p>P : oui là c'est là.</p> <p>Enseignante : y a écrit quoi là-bas ? 2000, 3000. Y a combien de paquets de mille ?</p> <p>P : trois</p> <p>Enseignante : il y a trois paquets de mille ?</p> <p>P : un deux</p> <p>Enseignante : oui donc on est dans la colonne des unités de mille. D'accord. C'est les paquets. Y en a</p>	<p>L'activité se réduit à repérer sur le modèle au tableau les termes et à coller au bon endroit sur la feuille les noms des colonnes. Il s'agit en fait d'un travail de lecture.</p>

		<p>un deux.</p> <p>P : oui mais là y a pas de s.</p> <p>Enseignante : oui mais là non plus y a pas de s. Mille il prend jamais de s.</p> <p>: 33</p> <p>Enseignante Très bien.</p> <p>Donc vous remettez les étiquettes que vous n'avez pas utilisées.</p>	
<p>Sous épisode 7.5. : Explication de la tâche attendue par l'enseignante : décomposition additive et la recomposition sur l'ex. 2321</p>	<p>Sous épisode 7.5.1. : Retour sur la proposition de N afin d'explicitier la décomposition additive</p> <p>Enseignante Donc on va choisir dans le sens comme il dit P. Dans ce sens-là, comme ça sur le tableau. A chaque fois qu'il y aura un trait, on peut le lire dans les deux sens mais pour que ce soit plus facile, c'est comme ça.</p> <p>Mais par contre P, ce qu'elle avait juste et que tu avais oublié c'est que c'est un +.</p> <p>L'enseignante entoure le signe +.</p> <p>Enseignante : Ils ne sont pas séparés, ils sont reliés entre eux. Donc ça veut dire qu'ils s'ajoutent.</p> <p>Elle rajoute des + sur la ligne entre 2000 300 20 et 1.</p> <p>Enseignante Donc $2000 + 300 + 20 + 1$.</p> <p>Elle suit de nouveau le trait avec son stylo.</p>	<p>P en reste à lecture orale des nombre alors que E veut faire le lien avec la décomposition additive. Pour lever l'ambiguïté E donne la solution : le chemin relie les nombres par une addition et ce dans le sens décroissant.</p>	
	<p>Sous épisode 7.5.2. : Explication de la recomposition</p> <p>: 43</p> <p>Enseignante Et quand on le lit. Essayez de le lire enchaîné, là</p> <p>Ensemble : deux mille trois cents vingt et un</p> <p>Enseignante : on trouve tout de suite. On trouve deux mille trois cents vingt et un.</p> <p>P : et pas un, trois cents, deux mille</p> <p>Enseignante : Bon, ça va ?</p> <p>M, ne t'inquiète pas, je n'oublierai pas il y a encore une demie heure. Je vois bien que tu regardes la montre.</p>	<p>E ensuite le fait lire « enchaîné » et signale que l'on trouve alors tout de suite le nombre mais on ne sait si elle parle de l'écriture chiffrée ou écrite avec des mots (orale).</p> <p>M manifeste une angoisse relative à son RDV chez le psychologue.</p>	

A.2. Annexe : tableau de numération de Planchon

9 000 000	900 000	90 000	9 000	900	90	9
8 000 000	800 000	80 000	8 000	800	80	8
7 000 000	700 000	70 000	7 000	700	70	7
6 000 000	600 000	60 000	6 000	600	60	6
5 000 000	500 000	50 000	5 000	500	50	5
4 000 000	400 000	40 000	4 000	400	40	4
3 000 000	300 000	30 000	3 000	300	30	3
2 000 000	200 000	20 000	2 000	200	20	2
1 000 000	100 000	10 000	1 000	100	10	1

Annexe 3 : tableau synoptique de la séance

N° d'épisode	N° de sous-épisode d'ordre 1	N° de sous-épisode d'ordre 2	durée	Contenus mathématiques	Nature de l'activité du professeur	observations
Entrée et installation des élèves						
1	0	0	3mn	Aucun	Régulation globale	Activités rituelles de début de matinée
Séance de mathématiques						
Phase de dévolution						
2	3	15	5 mn	Révision sur différentes écritures d'un nombre (chiffrée, en lettres, constellation, décomposition additive canonique)	Dévolution, organisation du milieu de la situation, rappel de connaissances, institutionnalisation locales	Présentation du thème de la séance et première phase de la dévolution : écriture différentes du nombre 4 et du nombre 16, accent mis en fin d'épisode sur la décomposition additive en dizaines et unités
3	1 1	0	Environ 7 mn	Apprentissage du fonctionnement du matériel proposé : savoir lire et traduire un cheminement sur le tableau	Dévolution, organisation du milieu de la situation	Présentation du tableau rempli, exploration et description de son mode de construction. Deuxième phase de dévolution : dévolution du matériel, outil pour travailler sur la décomposition additive des nombres selon les puissances de dix (d'après l'enseignante).
4	2	5	9 mn au moins	Rappels sur unités, dizaines, centaines, introduction des termes : unités des mille, dizaines de mille Implicitement travail sur coefficients multiplicateurs et puissances de la base dans notre système de numération de position	Dévolution, organisation du milieu	Construction collective d'un tableau du même type que le précédent, suite de la deuxième phase de dévolution
5	4	0	3mn	Rappel sur les puissances de 10 dans le(s) système(s) de numération		Institutionnalisation du principe de fonctionnement du tableau sur la base d'une correction collective et de comptages collectifs (processus d'automatisation)

6	2	0	Entre 3 et 4 mn	Aucune, travail de collage et lecture	Dévolution et régulation	Troisième temps de la dévolution de l'activité ; collage individuel du nom des colonnes du tableau du photocopié. E s'assure ainsi de la compréhension des termes désignant les puissances de la base
7	5	7	11 mn	Etude du fonctionnement du tableau, traduction d'un chemin en écriture additive (avec sens imposé) et écriture canonique dans le système de position. Confusion entre système de numération hybride et de position, illusion de la transparence du matériel et non prise en compte de sa spécificité	Dévolution, organisation du milieu, résolution de la tâche sur un exemple par E	Quatrième temps de la dévolution de l'activité : exploration des chemins numériques représentés par les traits de couleurs. Il s'agit notamment de déterminer le sens de lecture du chemin. En fait cet épisode va se terminer par un exemple de résolution de l'activité (2321) : détermination de la décomposition additive du nombre (2000+300+20+1) et reconstruction de l'écriture canonique de celui-ci
Durée de la phase de dévolution : 35 minutes au moins						
Phase de production des élèves						
8	2	6	Plus de 7 mn	Idem ci-dessus	Dévolution négociée à la baisse de la tâche, correction de la tâche et résolution sur un exemple Tâche des élèves : produire les écritures additives correspondant à la simple lecture case par case du chemin numérique.	Travail individuel de « décomposition additive » et de recomposition sur l'exemple 6543, exemple donné par E en plus de ceux du photocopié. Lors de la correction E se résout à limiter ses exigences à la production de l'écriture additive et à montrer comment faire.
9	3	3	15 mn au moins	savoir lire les nombres sur le chemin numérique et les reproduire en rajoutant les signes + nécessaires	Prescription de la tâche restreinte, correction et explicitation du cas 8009 Tâche des élèves : réduite à une copie du cheminement	Travail en binôme sur la décomposition additive des nombres figurant sur le tableau. En fait la tâche devient : recopier les nombres du chemin en intercalant des signes + pour produire l'écriture additive demandée.
Durée de la phase de production des élèves : 22 mn						
Institutionnalisation et bilan de la séance						
10	5	0	15 mn	Idem ci-dessus	Institutionnalisation de l'écriture additive et des termes de la décomposition avec régression sur le terme « paquets »	Reformulation de l'objectif et bilan de la séance ; travail de copie individuelle de la production du binôme. E veut fixer les apprentissages effectués. Les élèves copient plus ou moins vite et s'occupent quand ils ont fini avec d'autres tâches (coloriages notamment ou RDV avec psychologue)
Durée de la phase de bilan et d'institutionnalisation : 15 mn						

ÉRIC RODITI

Analyses des pratiques enseignantes en mathématiques et contributions à la « double approche »

eric.roditi@paris5.sorbonne.fr

Université Paris Descartes, Laboratoire EDA

Introduction

Ce texte propose une présentation partielle de la note que j'ai rédigée pour l'habilitation à diriger des recherches (HDR) où les pratiques enseignantes constituent l'objet principal sur lequel je suis revenu. Dans une première partie, je retracerai certaines orientations qui ont été prises, et qui permettent de situer mes recherches parmi celles qui sont menées sur l'enseignant, en didactique des mathématiques et, plus largement, en éducation. Mes travaux sont marqués par une attention particulière à la complexité des pratiques des enseignants. Cela m'a conduit à développer un cadre, adapté de la « *double approche* », qui fera l'objet de la deuxième partie. Les pratiques enseignantes y sont considérées comme relevant d'un ensemble d'activités professionnelles interdépendantes que sont la préparation, l'enseignement, l'évaluation, la formation et la coopération ; comme répondant à une double finalité qui concerne la transmission de savoirs mathématiques, mais aussi celle de normes et de valeurs socialement reconnues ; et, enfin, comme étant organisées selon trois dimensions : institutionnelle, sociale et personnelle. La dernière partie propose quelques considérations globales concernant l'articulation des visées des recherches sur les pratiques enseignantes et des méthodologies développées pour les atteindre, cela me conduira principalement à aborder la question des relations entre les chercheurs et les enseignants.

Le champ des recherches sur les pratiques enseignantes

Les didactiques se sont caractérisées par l'étude des conditions de la diffusion des savoirs, et en particulier des questions d'enseignement et d'apprentissage de contenus disciplinaires. En France, suivant les disciplines scolaires, les chercheurs en didactiques ont plus ou moins développé leurs travaux au lien avec les Sciences de l'Éducation. En ce qui concerne les mathématiques, jusqu'aux années quatre-vingt-dix, les didacticiens français, ont travaillé de manière autonome, ils ont principalement mené des recherches théoriques et des travaux sur les savoirs et leur apprentissage. Puis certaines études ont porté sur l'enseignement des mathématiques effectivement dispensé dans les classes. Elles ont engendré d'importants prolongements théoriques ainsi qu'un développement des problématiques au sujet des enseignants et de leurs pratiques. Elles ont également contribué à rapprocher plusieurs courants de recherches en didactique d'autres recherches menées en sciences de l'éducation.

Jusqu'aux années 2000, en didactique des mathématiques

Dans le contexte de l'émergence du champ de recherches qu'est la didactique des mathématiques en France, les travaux visent à mettre au premier plan l'objectif d'une construction des savoirs mathématiques en classe dans le respect d'une « double fidélité » : fidélité d'abord aux mathématiques dites « savantes », c'est-à-dire aux mathématiques des

mathématiciens, fidélité ensuite à l'authenticité du travail des élèves en classe et plus généralement à celle de leur apprentissage. L'enseignement est entièrement envisagé comme étant au service de la construction de savoirs mathématiques par les élèves, construction qui constitue à la fois le moteur et le régulateur de l'enseignement.

Cette époque, en effet, est aussi celle où sont promues les pédagogies actives, avec une attention forte accordée aux recherches en psychologie du développement, et en particulier à celles de l'école de Genève menées en psychologie sociale et étudiant le rôle de l'interaction dans la construction des connaissances (Doise & Mugny, 1981). Les didacticiens se démarquent de l'épistémologie génétique, les travaux de Piaget ayant privilégié les structures logiques aux contenus, et n'ayant pas traité des savoirs scolaires. En outre, et c'est une particularité de la didactique des mathématiques française, certains chercheurs ont ressenti très précocement la nécessité de construire des outils théoriques spécifiques aux recherches menées dans ce champ.

Ainsi, dans les travaux menés dans les années quatre-vingts qui concernent l'enseignement et l'apprentissage de contenus mathématiques précis, il s'agit moins d'analyser la transmission du savoir, telle qu'elle s'effectue dans les classes, que d'appréhender la construction des connaissances mathématiques par les élèves, dans son évolution, en lien éventuel avec l'enseignement dispensé. Aussi les expérimentations sont-elles nombreuses, notamment en partenariat avec les professeurs de mathématiques associés aux IREM. Il ne serait donc pas exact d'affirmer que, durant ces années, l'enseignant est un absent des recherches en didactique des mathématiques. Afin de concevoir et d'expérimenter leurs ingénieries, les didacticiens s'attachaient en effet à travailler dans des classes réelles, avec des enseignants acceptant de modifier leurs pratiques ordinaires pour satisfaire aux exigences des chercheurs, avec aussi parfois, inversement, l'obligation faite au cadre expérimental de la recherche de se plier aux contraintes de l'enseignement ordinaire. Par ailleurs, l'enseignant constitue un objet des premières constructions théoriques produites durant les années quatre-vingts, même si ces théories ne sont pas encore développées pour permettre l'analyse des pratiques enseignantes.

On peut ajouter que ce choix caractérise la recherche en didactique des mathématiques française puisque, à cette époque, les recherches en *mathematics education* sont largement inscrites dans le courant de recherches en éducation, dont certaines portent sur l'enseignant et ses savoirs, sous l'influence des travaux de Schulman (1986).

Il a donc fallu attendre les années quatre-vingt-dix pour qu'en France, des recherches en didactique des mathématiques portent explicitement sur l'enseignant. Deux raisons à cette évolution, la première tient au développement même de la recherche, la seconde est liée au contexte institutionnel de la formation des enseignants. D'une part, durant les années quatre-vingts, certains chercheurs ont commencé à étudier l'effet des ingénieries didactiques sur l'enseignement ordinaire. Ils ont tenté de comprendre les difficultés rencontrées par les enseignants pour adopter ces ingénieries, c'est-à-dire pour jouer le rôle prévu par les chercheurs afin que les processus attendus se déroulent au mieux. Car ces ingénieries, même si elles étaient construites à des fins de recherche, n'en étaient pas moins expérimentées dans les classes et conçues pour la classe. Et d'autre part, au début des années quatre-vingt-dix, le contexte institutionnel de la formation des enseignants a beaucoup évolué avec la création des Instituts Universitaires de Formation des Maîtres (IUFM) : des didacticiens des mathématiques y ont été recrutés, avec des missions de formation initiale et continue qui étaient jusqu'alors assurées par des professeurs de l'enseignement secondaire et des inspecteurs. Les stages de formation, souvent animés en partenariat avec les enseignants de terrain, ont confronté les didacticiens à la réalité des pratiques ordinaires et à leur perception par des praticiens chevronnés.

Quelques exemples de ces recherches, extraits de la revue *Recherches en didactique des mathématiques*, illustrent la richesse de cette période, des constats de l'importance du rôle de l'enseignant sur le déroulement des situations en classe, et de la poursuite du développement des théories didactiques. Grenier (1990) identifie par exemple un effet de l'enseignant sur le déroulement des phases de bilan. Margolinas (1992) effectue un constat analogue sur le rôle du maître dans les phases qui permettent de conclure les séquences didactiques, ce qui la conduira à adapter la théorie des situations didactiques (Margolinas, 1995). Tavignot (1993) se confronte au dernier maillon de la théorie de la transposition didactique : le passage du savoir à enseigner au savoir enseigné en classe. D'autres chercheurs tentent de connaître les représentations des enseignants et de montrer leur influence sur leurs pratiques. Bailleul (1995), par exemple, met au jour une diversité des représentations de l'enseignement des mathématiques chez les professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire. Plus localement, avec une approche anthropologique, Bronner (1997) met au jour des divergences entre le rapport institutionnel aux nombres réels et les rapports personnels d'enseignants du second degré à ces mêmes objets. En utilisant le concept de représentation développée par la psychologie sociale, Josse & Robert (1993) se tournent vers les représentations – des mathématiques, de leur apprentissage et de leur enseignement – que les enseignants se sont construites au cours de leur histoire individuelle et sociale, pour expliquer les différences entre les enseignements observés de deux professeurs qui, pourtant, avaient adopté une programmation commune. Avec une approche plus cognitiviste, Maurice (1996) montre que les connaissances des enseignants leur permettent d'évaluer la difficulté d'un problème multiplicatif pour leur classe, ce qui est indispensable à sa conduite, mais qu'ils savent moins prédire les procédures mises en œuvre par chaque élève. Conjointement à une interrogation sur la formation des maîtres, Houdement & Kuzniak (2000) étudient les savoirs géométriques des futurs enseignants en référence à trois modes de connaissance : l'intuition, l'expérience et la déduction.

Sans doute influencés par les travaux de Doise & Mugny (1981) et de Voigt (1985) dans lesquels les interactions en classe permettent d'appréhender les phénomènes d'enseignement ou d'apprentissage, d'autres chercheurs étudient davantage les effets réciproques de l'enseignant et des élèves sur le déroulement de l'enseignement en classe. Perrin-Glorian (1993) se confronte à l'étude des classes où beaucoup d'élèves connaissent d'importantes difficultés sociales et scolaires ; elle montre, par des analyses du contrat didactique et des phases d'institutionnalisation, que ce contexte engendre des cercles vicieux et des contraintes lourdes pour les enseignants. Dans des classes plus ordinaires, Comiti & Grenier (1997) étudient des phénomènes de régulation didactique (Brousseau, 1995) par l'installation de contrats didactiques locaux. En combinant la théorie des situations didactiques et la théorie anthropologique du didactique, Mercier (1998) choisit un exemple d'interactions entre l'enseignant et des élèves pour montrer que l'enseignement n'est pas assumé seulement par l'enseignant : certains élèves aussi sont amenés à enseigner, par exemple quand ils expliquent pourquoi, selon eux, telle réponse est une erreur, et notamment quand ils l'expliquent à celui qui l'a commise. Cette idée selon laquelle l'enseignement est assuré par une action conjointe de l'enseignant et des élèves, réorganise le regard porté sur ce qui se passe en classe et a conduit plusieurs auteurs à proposer une nouvelle modélisation globale de l'action du professeur (Sensevy, Mercier & Schubauer-Leoni, 2000) qui se diffusera dans le milieu scientifique sous le nom de *théorie de l'action conjointe en didactique*.

Depuis les années 2000, les recherches en didactique des mathématiques sur les pratiques enseignantes, pour certaines d'entre elles, se rapprochent de celles qui sont menées en sciences de l'éducation. La section suivante propose une courte synthèse concernant ces recherches et leurs évolutions.

Les pratiques enseignantes, en sciences de l'éducation

Dans les années soixante, les études des pratiques enseignantes étaient déjà très nombreuses. Avec une perspective psychologique héritée du béhaviorisme, elles visaient à reconnaître, à leurs comportements observables, les maîtres dont l'enseignement correspondait aux normes pédagogiques en vigueur. Il s'agissait, globalement, d'apprécier le passage à l'Éducation nouvelle et d'évaluer dans quelle mesure les enseignants y contribuaient. Cela conduisait les chercheurs à considérer plutôt les enseignants comme un obstacle au changement souhaité. Avec une perspective sociologique et des analyses liées aux résultats contrastés de l'école, Bourdieu (1966) explique, lui aussi en un certain sens, comment les enseignants se posent en obstacle à la réussite de tous : c'est par leur « indifférence aux différences » qu'ils transforment les inégalités initiales des élèves devant la culture en inégalités d'apprentissage et de réussite scolaires.

Dans les années soixante-dix, la France fournit un effort important de démocratisation de son système scolaire qui suppose de très nombreux recrutements. On pouvait espérer que les résultats des recherches permettent de sélectionner efficacement ces nouveaux enseignants. Des facteurs qui expliquent les différences d'efficacité entre les enseignants ont bien été déterminés. On peut les citer quatre qui apparaissent les plus importants (Bressoux, 1994) : le temps disponible pour le travail en classe et la structuration des activités pédagogiques constituent deux facteurs positifs sur les acquisitions des élèves ; les attentes des enseignants – notamment leur niveau d'exigence – exercent également des effets sur les apprentissages en induisant des comportements différents des élèves ; enfin, les appréciations des enseignants contribuent à faire progresser les élèves lorsqu'elles portent sur leurs productions et non sur les élèves eux-mêmes. Mais, comme le rappelle Bru (2002), les résultats n'ont pas été à la hauteur des attentes : il n'a pas été possible d'aboutir à une liste complète des facteurs contribuant à l'efficacité de l'enseignement, et lorsque une corrélation positive a pu être montrée localement entre l'un de ces facteurs et les apprentissages des élèves, les moyens de la généraliser n'ont pas été déterminés.

Dans les années quatre-vingts, les limites des effets de la réforme engagée du système éducatif français apparaissent. Les enseignants, soupçonnés de conservatisme et de corporatisme, sont perçus comme ceux qui empêchent les progrès attendus. La réforme se poursuit néanmoins et vise l'accès au niveau du baccalauréat pour 80% d'une classe d'âge. Contre l'obstacle enseignant, les prescriptions institutionnelles se multiplient et évoluent très fréquemment, elles portent à la fois sur les contenus enseignés et les modalités d'enseignement. Le ministère de l'Éducation nationale fait le pari de la formation initiale et continue des enseignants et crée, à cette fin, des Instituts universitaires de Formation des Maîtres (IUFM) où interviennent des enseignants déchargés de leurs classes ainsi que des enseignants-chercheurs. Pour ces derniers, dont de nombreux didacticiens des mathématiques, la confrontation aux réalités des pratiques ordinaires, dans une perspective de formation, a été une extraordinaire occasion de repenser le travail enseignant.

Sur le plan international, les recherches sur l'enseignant se sont beaucoup développées à cette époque, notamment avec la dynamique créée par l'ISATT (en 1983 : *International Study Association on Teacher Thinking*, depuis 1999 : *International Study Association on Teachers and Teaching*) dont l'objectif est de promouvoir et de diffuser les recherches sur les enseignants, l'enseignement et la formation des enseignants, ainsi que de contribuer au développement des théories et des connaissances pour l'amélioration de la formation des enseignants. Les recherches menées dans cette association sont compréhensives, elle porte essentiellement sur le sens que les enseignants donnent à l'enseignement et à leur travail, un sens qui se construit individuellement ou collectivement. Sur le plan théorique, les apports de deux auteurs ont été particulièrement marquants : ceux de Shulman (1986) sur les savoirs des

enseignants ; et ceux de Schön (1983/1994) qui marquent une rupture avec la dualité de la pensée et de la pratique, et qui ont conduit à envisager une pensée pratique en situation et un développement des pratiques par la pratique réflexive.

Parallèlement, en France, dans le monde de l'entreprise, les recherches en psychologie du travail se renouvellent avec un développement des études qui visent à comprendre le travail, non plus seulement son organisation, mais plutôt le travail réel, que l'on cherche à comprendre, y compris du point de vue de celui qui l'effectue. Ces travaux ont diffusé dans la recherche en éducation dès la fin des années quatre-vingts, ils ont conduit de nombreux chercheurs à étudier le travail des enseignants avec des références théoriques issues de la psychologie du travail, elle-même héritière des productions de l'école russe de psychologie, notamment celles de (Vygotski, 1985) et de Leontiev (1975/1984).

Depuis les années 2000, en didactique des mathématiques

Les recherches en didactique des mathématiques sur les pratiques des enseignants se distinguent, depuis les années deux-mille, selon trois paradigmes ayant chacun leurs cadres théoriques de référence.

L'un de ces paradigmes est celui de l'enseignant comme garant de la fidélité de l'enseignement aux mathématiques « savantes ». Les auteurs des recherches qui s'y inscrivent se réfèrent généralement à la théorie anthropologique du didactique qui a été développée par Chevallard (1992) à la suite à la théorie de la transposition didactique. Ainsi, Bosch, Espinoza & Gascón (2003) proposent une analyse de la pratique d'un professeur qui enseigne la notion de limite d'une fonction. Les auteurs conduisent une fine étude des *organisations mathématiques* qui émergent de l'analyse des programmes officiels, du manuel scolaire utilisé et de l'enseignement effectivement réalisé. Ils constatent avec regret que le professeur n'arrive finalement jamais à atteindre, en classe, une véritable mise en question « technologique » (au sens de Chevallard) des techniques proposées, et que cela conduit à une simple routinisation de techniques isolées. Les auteurs interprètent ce résultat par une focalisation de l'enseignant sur les niveaux inférieurs de l'*échelle de codétermination didactique*. D'autres recherches abordent ces questions de fidélité de l'enseignement aux savoirs mathématiques en les posant comme des *problèmes de la profession* (Cirade, 2008 ; Larguier, 2012). Les conclusions paraissent plaider pour une formation des maîtres qui renouerait avec les questions fondamentales auxquelles les mathématiciens ont travaillé et qui conduirait les professeurs à proposer des *programmes d'étude et de recherche* où le savoir serait à la fois étudié, sinon construit, par les élèves, moins morcelé et moins technicisé.

Un autre paradigme est celui de l'enseignant comme garant de l'authenticité de l'activité mathématique des élèves en classe. Les recherches qui s'y inscrivent se réfèrent à la théorie des situations didactiques ou à la théorie de l'action conjointe en didactique, ce qui les conduit à traiter essentiellement de questions relatives au milieu didactique ou au contrat didactique. Soury-Lavergne (2003) étudie les conséquences des interventions de l'enseignant sur l'interaction élève-milieu dans le cadre d'un télé-enseignement de la géométrie dans un environnement informatisé. Des études menées sur des séquences ordinaires d'enseignement conduisent Perrin-Glorian & Hersant (2003) à distinguer deux types de séquences suivant qu'il est possible ou non d'identifier un milieu avec lequel les élèves peuvent interagir sans l'intervention du professeur. Elles proposent une structuration du contrat didactique afin de mettre en relation le niveau global du projet de l'enseignant et le niveau local de ses interventions dans l'interaction. Assude, Mercier & Sensevy (2007) montrent comment certaines régulations du professeur peuvent s'interpréter comme des expansions ou des réductions du milieu : des expansions lorsque le professeur ajoute des éléments problématiques en posant une question, en apportant un contre-exemple, etc. ; des réductions

lorsqu'au contraire il valide ou réfute lui-même les propositions des élèves. Ligozat & Leutenegger (2008) repensent le concept de contrat didactique en tant qu'intentions partagées et réciproques (d'enseigner et d'apprendre). Avec une approche différentielle, les auteures montrent, suivant les élèves, que les objets du milieu pour enseigner (physiques, scripturaux ou langagiers, mathématiques ou non) peuvent se constituer ou non en un milieu pour apprendre. Elles développent l'exemple de deux élèves qui collaborent à la résolution du même problème et qui, pourtant, travaillent sur des milieux différents. Chopin (2010) développe une recherche qui porte sur le temps didactique plutôt que sur le contrat ou le milieu, elle distingue deux échelles de temps didactique pour analyser l'enseignement : l'échelle méso-didactique qui convient aux analyses globales et l'échelle micro-didactique qui permet de rendre compte du caractère interactif et contextualisé des pratiques de l'enseignant en classe. L'ensemble de ces recherches est marqué par un attachement à l'étude de la dynamique de l'apprentissage autonome des élèves (*adidacticité* des situations), les pratiques enseignantes étant essentiellement étudiées pour leur contribution à la mise en place et à la régulation de telles situations. Les analyses portent principalement sur des phénomènes locaux qui sont mis en lien avec une description plus globale de l'enseignement.

Le troisième paradigme est inspiré à la fois par la didactique des mathématiques et par l'ergonomie de langue française. Si les pratiques enseignantes sont analysées en fonction de leur finalité première qui est la transmission des savoirs, et donc en utilisant les outils construits en didactique des mathématiques, les auteurs dont les recherches s'inscrivent dans ce paradigme considèrent aussi que les enseignants répondent à d'autres contraintes professionnelles et personnelles que celles qui sont liées à l'apprentissage des élèves. Ce paradigme s'est construit progressivement autour de Robert & Rogalski (2002, 2005). Depuis la fin des années quatre-vingts, différentes recherches – et notamment des thèses dirigées par Robert – avaient permis de montrer l'influence des pratiques de l'enseignant sur le déroulement effectif du scénario d'enseignement programmé, mais ils n'avaient pas mis au jour de variable explicative de ces pratiques : ni les savoirs des professeurs – mathématiques, épistémologiques ou didactiques – ni leurs conceptions, ni les contextes d'enseignement. Ces difficultés ont conduit Robert (2001) à proposer d'étudier les pratiques enseignantes dans leur complexité, d'appréhender la régularité et la variabilité de ces pratiques en conjuguant deux points de vue : celui des apprentissages mathématiques des élèves (et pour ce point de vue, la didactique des mathématiques propose des outils adaptés), et celui du travail de l'enseignant, en ayant recours à la psychologie ergonomique. L'année 2001 est celle de la soutenance de ma thèse (Roditi, 2001) qui a fait l'objet d'un ouvrage (Roditi, 2005) et d'un article (Roditi, 2003) où sont développés ses aspects les plus significatifs. Cette thèse est la première où sont conjuguées une approche didactique et une approche ergonomique des pratiques enseignantes, elle a mis au jour des contraintes qui s'exercent autant sur la préparation des cours que sur l'enseignement en classe avec les élèves. Dans le processus de *redéfinition* – au sens de la psychologie ergonomique (Leplat, 1997) – de la tâche prescrite par l'institution scolaire et médiatisée par le manuel scolaire, les enseignants intègrent les contraintes dans leurs pratiques en se référant à des principes communs, des *règles de métier* (Clot, 1999), qui orientent leurs activités. La recherche a montré aussi que les enseignants investissent des marges de manœuvre, au niveau global de l'organisation des contenus d'enseignement et au niveau local des interactions avec les élèves. De nombreuses recherches se sont inscrites dans ce paradigme et qui ont fait l'objet de publications dans la revue *Recherches en didactique des mathématiques* : on peut mentionner, par ordre chronologique, Robert & Vandebrouck (2003), Chappet-Pariès (2004), Sayac (2006), Horoks (2008), Charles-Pézarid (2010). Celles qui portent sur l'enseignement secondaire ont fait l'objet d'un ouvrage coordonné par Vandebrouck (2008), celles qui portent sur l'enseignement primaire ont été publiés dans deux ouvrages par Peltier-Barbier (2004) et Charles-Pézarid, Butlen & Masselot (2012).

Dans cet ensemble, ce qui caractérise mes propres travaux est sans doute la recherche d'une compréhension qui dépasse les seules activités observées et qui donne toute sa place au point de vue de l'enseignant. En prenant au sérieux les pratiques des enseignants, je cherche à identifier les bonnes raisons qu'ils ont de faire comme ils font, sans passer à côté du cœur de leur métier, de ce qui constitue généralement leur préoccupation principale : permettre aux élèves de construire et d'acquérir des savoirs. Mes recherches visent les logiques qui sous-tendent les activités des enseignants, qu'elles soient conscientes ou non, ces logiques lui appartiennent ou sont plus contraintes, parce qu'elles dépassent l'enseignant lui-même, en tant que professionnel. Cela m'a conduit à travailler davantage « avec » les enseignants plutôt que seulement « sur » leurs pratiques (Roditi, 2010) ainsi qu'à prolonger le développement théorique de l'articulation entre la didactique des mathématiques et la psychologie ergonomique à propos des pratiques enseignantes.

Contribution théorique à la double-approche

La contribution proposée à la double-approche reprend en partie les bases de ce cadre théorique qui avaient été discutées lors du séminaire national du 16 octobre 2009 (Roditi, 2011). Elle consiste principalement en une restructuration des cinq composantes (Robert & Rogalski, 2002) et en une prise en compte de cinq classes d'activités. Ce cadre permet aussi de mieux rendre compte du fait que le travail enseignant n'est pas une suite d'activités situées dans leur contexte et leur temporalité, mais qu'il est structuré en une pratique par des organisateurs invariants. En anticipant sur la suite, il est intéressant de préciser déjà quelques différences entre les termes d'activité, de métier et de pratique.

Selon la théorie de l'activité, l'activité est co-déterminée par le sujet et la situation dans laquelle il est engagé, cette situation comprenant la tâche à réaliser et le contexte de sa réalisation. Leplat (1997) distingue le prescrit du réalisé : il place le premier du côté de la tâche et le second de l'activité, même s'il distingue différents niveaux de tâches pour exprimer que celle qui est exécutée n'est jamais celle qui avait été commandée, parce que le prescripteur ne peut pas tout dire de ce qu'il attend, et parce que celui qui l'a réalisée a dû s'en construire une en tenant compte des contraintes du contexte de sa réalisation. Tout cela, le sujet ne le réalise pas seul, il hérite de manières d'agir et de penser qui ont été construites collectivement, des manières de faire qui le soutiennent et le contraignent dans son activité. Clot (1995) qualifie le métier comme étant à la fois : *impersonnel* parce qu'en amont de l'activité, il y a le prescrit qui est le même pour tous ; *transpersonnel* parce chacun hérite des manières de faire collectives ; et *interpersonnel* parce que l'activité est toujours adressée à un destinataire (pour les enseignants, on peut penser aux élèves, mais aussi aux collègues, à la hiérarchie, aux parents d'élèves, etc.). Si l'activité est située, dans un temps et dans un contexte, la pratique est en revanche plus large : elle englobe les différentes classes d'activités que l'enseignant réalisent, elle possède une certaine régularité – liée à la personne et au métier – malgré la variabilité engendrée par l'adaptation aux contextes. Comprendre les pratiques enseignantes demande, à notre sens, d'atteindre un certain niveau de généralité qui dépasse les activités observées, d'où la recherche des logiques qui les sous-tendent, et qui dépasse l'enseignant lui-même, en tant que professionnel, d'où le recours au métier.

Les pratiques enseignantes poursuivent des finalités multiples

Comme cela a déjà été indiqué, je considère que les questions relatives aux savoirs organisent de manière fondamentale la pratique d'un enseignant, tant du point de vue de l'enseignant lui-même que de celui du chercheur. Il reste que d'autres organisateurs peuvent être pris en compte pour la comprendre, certains sont en lien avec les finalités professionnelles, d'autres correspondent davantage aux finalités personnelles.

a. *Finalité professionnelle et finalité personnelle des pratiques enseignantes*

Selon Leplat (1997), un concept majeur en psychologie ergonomique est celui de « redéfinition » : l'agent n'est jamais un pur exécutant de la tâche, il se définit sa propre tâche en fonction de celle qui lui est prescrite, dans certains contextes, et en fonction de ses propres caractéristiques. Il ajoute aussi qu'il faut considérer deux aspects dans la redéfinition de la tâche qui correspondent chacun à une finalité, la tâche redéfinie étant l'aboutissement d'un compromis entre ces deux finalités distinctes, celle de réaliser la tâche prescrite, mais aussi celle de se réaliser personnellement. Chez les enseignants, ces deux finalités professionnelle et personnelle sont imbriquées, cela tient au fait que la réalisation de la tâche prescrite ne correspond pas seulement à des objectifs matériels de production, mais à la transmission d'un savoir, un savoir important pour le professeur, et à l'établissement de relations entre l'enseignant et ses élèves. On peut penser à ce propos les recherches de Barrère (2002) et de Blanchard-Laville (2001) qui montrent des vécus subjectifs douloureux d'enseignants. Cette imbrication des finalités dans l'enseignement et la focalisation de mes recherches sur la finalité professionnelle des pratiques enseignantes expliquent l'absence de développement méthodologique particulier pour analyser la finalité personnelle, mais plutôt la prise en compte d'une dimension personnelle des pratiques qui sont étudiées pour leurs finalités professionnelles. Ainsi, je n'étudie pas moi-même les processus psychiques inconscients à l'œuvre lorsqu'un enseignant est en classe, ils sont en revanche pris en compte dans les recherches d'une équipe codisciplinaire à laquelle j'appartiens, et qui comprend des chercheurs qui analysent ces processus par une approche clinique d'orientation psychanalytique des pratiques enseignantes (Blanchard-Laville, Chaussecourte & Roditi, 2007 ; Roditi, 2009).

b. *Une double finalité professionnelle des pratiques enseignantes*

En théorie de l'activité sont distingués le *but* (ce que cherche à faire le sujet) et le *motif* (ce qui le pousse à le faire). Selon Charlot (1995) il convient en outre de faire en outre la différence entre ce qui peut être atteint (les buts et les objectifs) et ce qui relève d'un idéal : les finalités. Il écrit (*ibid.* p. 28) :

Une finalité (...) est un idéal qu'on vise mais qui excède toujours la réalité. La fonction d'une finalité est d'être toujours au-delà, c'est-à-dire, d'une certaine façon, d'être hors de portée, d'être impossible à atteindre. Les finalités ne sont pas faites pour devenir réalité mais pour guider l'action réelle – elles fonctionnent comme des « principes régulateurs ».

La finalité d'instruction. Dans mes recherches, la finalité d'instruction constitue le cœur des pratiques des enseignants que j'observe, en classe, pendant leurs séances d'enseignement des mathématiques. En conséquence, j'utilise de nombreux concepts produits par la recherche en didactique des mathématiques pour analyser les contenus enseignés, l'ordre dans lequel ils sont traités, les situations proposées aux élèves et, dans ces situations, ce qui est à leur charge mathématiquement, *a priori* au vu de la préparation, et *a posteriori* compte tenu des adaptations apportées en classe dans les interactions. Ces analyses se réfèrent aux mathématiques elles-mêmes, à leur histoire et à leur épistémologie, ainsi qu'à la théorie des champs conceptuels pour les liens qu'elle permet de tisser entre les concepts et les situations qui leur donnent du sens. D'autres analyses des contenus mathématiques portent sur les questions institutionnelles pour lesquelles la théorie anthropologique du didactique est particulièrement adaptée, notamment les concepts de transposition didactique, d'écologie des savoirs, de rapports aux savoirs, etc. Les concepts de dévolution, de situation, de contrat et d'institutionnalisation issus de la théorie des situations didactiques me permettent d'éclairer différentes dynamiques de la relation élève-savoir. Pour les tâches mathématiques proposées en classe et les activités des élèves, une attention est également portée aux changements de

cadres et la mise en œuvre éventuelle d'une dialectique outil / objet des savoirs. Il en est de même du partage de responsabilité de ces dynamiques entre le professeur et les élèves, c'est-à-dire à ce qui, en théorie anthropologique du didactique, est désigné par le *topos* du maître et le *topos* de l'élève.

La finalité d'éducation. Comme l'ont montré plusieurs didacticiens des mathématiques comme Butlen, Masselot, Ngonu, Peltier-Barbier, Pézard et Vergnes grâce à un long travail d'équipe sur l'enseignement des mathématiques dans des écoles socialement défavorisées (Peltier-Barbier, 2004), les pratiques enseignantes, notamment à l'école primaire, sont marquées de façon majeure par une autre finalité professionnelle que l'instruction : la finalité d'éducation. L'enseignant vise en effet d'autres buts que ceux de transmettre des savoirs, il cherche aussi à transmettre des valeurs et des règles de vie sociale et citoyenne. Ces deux finalités sont souvent imbriquées, comme la dualité du terme « discipline » l'évoque bien qui signifie à la fois « la matière » enseignée et « l'ordre » requis pour qu'elle soit étudiée. Cette équipe de chercheurs a notamment montré que ces deux finalités deviennent concurrentielles lorsque les enseignants, en classe, ne peuvent tenir les deux à la fois, les logiques d'enseignement et d'acquisition des savoirs et des règles de vie sociale n'étant pas nécessairement congruentes. Dans une recherche que j'ai menée sur les pratiques d'un professeur des écoles (Roditi, 2011), une des séances observées se déroule en classe de grande section de maternelle (élèves de 5 ans) et porte sur le classement des formes géométriques. Si du point de vue du didacticien, une tâche de classement conduit à la construction de critères fonctionnels en réponse à un problème posé, force a été de constater que du point de vue de cet enseignant, elle a plutôt été une occasion pour faire travailler les élèves en équipes et les confronter au problème social de la prise de décision collective.

Cinq classes d'activités de l'enseignant

Même si chaque recherche ne conduit pas à considérer toutes les activités des enseignants dont les pratiques sont analysées, celles que j'ai réalisées m'ont amenées à distinguer cinq grandes classes d'activités correspondant à des grandes classes de tâches différentes et qui se réalisent dans des contextes différents.

Comme le rappelle Leplat (1997), l'activité n'est déterminée ni par le sujet, ni par la situation dans laquelle il est engagé, et qui est composée d'une tâche et d'un contexte, elle est co-déterminée par le sujet et la situation qui ne doivent pas être considérés de manière indépendante : il serait difficile en effet d'envisager, par exemple, qu'une tâche est identique pour un professeur débutant et pour un professeur expérimenté. Néanmoins, le verbe « déterminer » ne doit pas être pris au sens fort car les situations d'enseignement sont à la fois infiniment variables et imprévisibles. En outre, il ne doit pas non plus être pris au sens d'une décision rationnelle en ce qui concerne l'enseignant qui, en classe, agit souvent en interaction, dans l'ici et maintenant des situations, sans en avoir mesuré chaque paramètre.

Dans mes travaux, je m'intéresse d'abord à l'enseignement des mathématiques dispensé en classe, ainsi qu'à son amont et son aval, c'est-à-dire à sa programmation et à son évaluation. Ces trois classes d'activités concernent directement la transmission des savoirs, elles se réalisent en classe pour l'enseignement et certaines activités d'évaluation, et hors de la classe pour la préparation et les autres activités d'évaluation. Les activités qui se déroulent en classe avec les élèves, comme y invite la « double approche », sont étudiées pour leurs *composantes cognitive et médiative*. En outre, selon textes officiels, le professeur doit agir en fonctionnaire de l'État, il doit donc être un agent du bon fonctionnement du système éducatif. On lui demande de travailler en équipe, de coopérer avec les parents et les partenaires de l'école, ainsi que de s'adapter aux évolutions de ce système par la formation et l'innovation. L'analyse même de ces textes conduit donc à distinguer cinq classes d'activités que l'on peut

chacune synthétiser par un mot : préparation, enseignement, évaluation, coopération, formation.

L'expression « classe d'activités » est utilisée afin de rassembler les activités qui correspondent aux mêmes tâches et qui se déroulent dans le même contexte (la classe, l'établissement, hors de l'établissement). Cela permet d'obtenir un grain d'analyse qui n'est pas trop fin, un grain adapté pour appréhender les pratiques des enseignants de manière à prendre en compte le sens qu'ils leur donnent. Les cinq classes citées correspondent d'ailleurs aux catégories que les professeurs utilisent pour parler de leur travail et que Barrère (2002) reprend dans son ouvrage intitulé « *Les enseignants au travail* » qui rend compte d'une recherche menée à partir de nombreux entretiens : préparer les cours, faire cours, évaluer les élèves, travailler dans l'établissement. Seule la formation n'apparaît pas dans son livre, sans doute les enseignants ne la perçoivent-ils pas comme une composante importante de leur travail. Comme l'indique Barrère, la part respective des classes d'activités dans la charge globale de travail de l'enseignant dépend à la fois des contextes dans lesquels il exerce et de l'enseignant lui-même.

Les activités de l'enseignant ne sont pas indépendantes les unes des autres. La préparation des cours est liée aux savoirs mathématiques, mais elle conduit aussi au choix ou à l'élaboration de situations qui requièrent des types de gestion différents de la classe que le professeur anticipe. L'activité de préparation des cours est donc liée à la future activité d'enseignement avec les élèves. La préparation des cours dépend aussi du contenu à enseigner pour d'autres raisons qui tiennent cette fois au rapport aux mathématiques de l'enseignant : un professeur d'école peut se sentir plus sûr de lui dans le domaine numérique que dans le domaine géométrique, et donner assez facilement libre cours à son imagination pour concevoir des situations numériques en rapport avec un projet de la classe, alors qu'en géométrie il choisira de proposer seulement les problèmes du manuel dont il a la correction dans le livre du maître. La préparation des cours est donc liée à la formation de l'enseignant, elle peut être aussi une occasion de formation. En outre, la préparation est liée à l'évaluation, le professeur choisissant les tâches à proposer en classe en fonction des programmes scolaires et des « compétences » qu'il doit évaluer. Ainsi, le travail de l'enseignant est appréhendé comme un système de cinq classes d'activités correspondant à cinq classes de tâches, chaque activité pouvant être perçue comme visant à réaliser la tâche correspondante tout en convoquant les quatre autres tâches.

Trois dimensions organisatrices des pratiques enseignantes

Ainsi, les pratiques d'un enseignant apparaissent comme un système d'activités qui s'exercent de manière localisée dans l'espace et dans le temps, en référence à un contexte institutionnel et social, et avec une inscription dans l'histoire personnelle et professionnelle de l'enseignant. Ces activités visent la réalisation de buts et de motifs qui correspondent à différentes finalités professionnelles (notamment d'instruction et d'éducation) et personnelles. Cela me conduit à ne pas envisager les pratiques enseignantes comme déterminées par différents facteurs, au sens où, par exemple, elles seraient l'effet de règles, de choix, de décisions, etc. Comme le suggère Bru (2002), il me semble plus juste d'envisager la pratique d'un enseignant comme étant organisée par des processus assez globaux, qui se s'actualise à un moment donné, pour une situation rencontrée dans des contextes institutionnels et sociaux particuliers, et qui s'ajuste éventuellement dans l'interaction avec les élèves ou d'autres acteurs du système éducatif. Dans le cadre développé ici, l'organisation des pratiques est seulement envisagée en lien avec les finalités des activités de l'enseignant qui sont considérées selon trois dimensions qualifiées d'organisatrice des pratiques enseignantes : institutionnelle, sociale et personnelle. Ce choix rejoint celui qui a été effectué par Robert & Rogalski (2002) pour élaborer la « double approche didactique et ergonomique ».

a. Dimension institutionnelle des pratiques enseignantes

Pour les enseignants, comme pour le chercheur, les situations professionnelles dans lesquelles ils sont engagés correspondent en partie à des obligations. Dans les systèmes d'enseignement publics français d'enseignement primaire ou secondaire, ces obligations figurent dans les textes officiels publiés par l'institution scolaire, et celles qui concernent la transmission des savoirs – pour les contenus à enseigner mais aussi pour certaines modalités d'enseignement – sont indiquées dans les programmes, leurs documents d'accompagnement, ainsi que par les orientations souvent données par les inspecteurs. L'ensemble des tâches communes prescrites à certains groupes d'enseignants – les professeurs des écoles, les professeurs de mathématiques, les professeurs de mathématiques qui enseignent au lycée dans la série scientifique, etc. – confère une dimension institutionnelle à leurs pratiques. La dimension institutionnelle, notamment pour les professeurs de mathématiques de l'enseignement secondaire, ne se réfère pas seulement à l'institution scolaire, mais aussi à l'institution productrice des savoirs. Ces professeurs ont en effet été formés à l'université, pour une partie au moins de leurs études, par des enseignants-chercheurs et dans des cursus que suivent les futurs chercheurs, ils possèdent un rapport à leur discipline qui les engage dans leur enseignement vis-à-vis de l'institution productrice des savoirs.

b. Dimension sociale des pratiques enseignantes

Comme cela a déjà été mentionné, les tâches que les enseignants réalisent ne correspondent pas toutes à des obligations professionnelles à proprement parler. Ils s'en imposent certaines de manière collective en fonction de normes admises qui peuvent varier selon les contextes dans lesquels ils travaillent et les réseaux relationnels auxquels ils appartiennent. Cela confère une dimension sociale à leur pratique.

Ainsi, les contextes considérés pour appréhender l'activité de l'enseignant ne se réduisent pas à la classe, son niveau, son effectif et sa composition plus ou moins hétérogène scolairement ou socialement. Parce qu'il exerce dans un établissement scolaire, la compréhension de sa pratique exige parfois de prendre en compte le fait que l'enseignant dépende de ses collègues, des autres professionnels et des parents d'élèves. Elle demande aussi de considérer qu'il appartient à un milieu professionnel plus vaste, qu'il se réfère à des manières de penser et d'agir collectivement construites, que ses pratiques soient conformes ou en décalage avec elles, et qu'il les a d'abord connues en tant qu'élève, puis en tant que futur professionnel durant sa formation initiale. Ces manières de faire facilitent l'exercice du métier car l'enseignant n'a pas tout à inventer chaque fois, son activité repose sur des habitudes de la profession, et cela le rend davantage disponible pour improviser des adaptations aux situations spécifiques qu'il rencontre. Elles contraignent aussi son action qui est nécessairement référée au métier et qui, d'une certaine manière, engage toute la profession quand il agit.

c. Dimension personnelle des pratiques enseignantes

En psychologie ergonomique, comme indiqué précédemment, une même tâche du point de vue du prescripteur peut ne pas être considérée comme étant la même du point de vue du sujet qui la réalise. La troisième dimension organisatrice des pratiques enseignantes est donc liée à l'enseignant lui-même. Dans mes travaux, je retiens principalement ses conceptions de l'enseignement et de l'apprentissage des mathématiques ainsi que son rapport personnel à cette discipline. Je tiens compte aussi, suivant les problématiques de recherche, de son ancienneté dans la carrière ou dans l'établissement, ou de sa formation initiale en mathématiques. D'autres informations peuvent encore être utiles aux analyses : les appartenances culturelles et sociales de l'enseignant, son engagement éventuel dans certaines associations et organisations, etc. Par exemple, la recherche de Sayac (2006) a montré que les

pratiques des professeurs de mathématiques de lycée (élèves de 15 à 18 ans) ne sont pas indépendantes de variables comme l'âge, le sexe et le cursus de formation. Dans mes travaux, ces informations nourrissent les interprétations, elles sont recueillies lors de différents entretiens menés avant ou après les observations, elles confèrent une dimension personnelle, subjective, aux pratiques enseignantes.

Dynamique des activités de l'enseignant et des élèves

Dans mes recherches, les pratiques enseignantes ne sont jamais considérées indépendamment de l'apprentissage des élèves. En référence à la théorie de l'activité, cela revient à considérer deux activités en cascade qui s'influencent mutuellement. Cela justifie, sur le plan méthodologique, que les activités des élèves soient analysées pour réaliser des inférences sur les pratiques des enseignants.

La première activité est celle de l'enseignant, elle produit une situation pour l'élève. La seconde activité est celle de l'élève, elle est co-déterminée par l'élève-lui-même et la situation produite par l'enseignant. Lorsque l'activité de l'enseignant est l'enseignement, ces activités en cascade se déroulent dans la même unité de temps et de lieu : la séance en classe. En outre, l'activité en classe de l'enseignant produit un effet sur chaque élève (éveiller sa curiosité, l'encourager, provoquer de l'angoisse, etc.) et sur l'enseignant lui-même (le stimuler, le satisfaire, le fatiguer, créer de la tension, etc.). Certaines interventions de l'enseignant ont un effet simultané sur la situation pour l'élève, sur l'élève et sur la relation élève-situation, c'est le cas par exemple lorsque l'enseignant donne une indication pour simplifier la tâche à réaliser. De la même manière, l'activité de l'élève produit un effet sur l'enseignant (le satisfaire, le décevoir, le surprendre, etc.) et sur l'élève lui-même (conforter ses connaissances ou les déstabiliser, l'étonner, le décourager, etc.).

Les effets de l'activité de l'enseignant et de celle de l'élève sur les deux protagonistes de la relation didactique sont donc directement en prise avec le but de la tâche qu'ils réalisent, qui n'est pas le même pour chacun d'eux, ainsi qu'avec le motif de leur activité, qui n'est pas le même non plus. À ce sujet Rogalski (2003, 2008) explique que l'activité a des effets, d'une part sur l'objet de l'activité en rapport avec le but de la tâche, et d'autre part sur le sujet lui-même en lien avec ce qui motive son activité : c'est la double régulation de l'activité. Dans l'activité d'enseignement, le produit de l'activité du professeur n'est pas un objet matériel, c'est à la fois une situation pour l'élève et un effet sur l'élève, un élève qui, avec ses buts et ses motifs, aura lui-même une activité. En outre, ici, le terme « élève » ne réfère pas seulement à un individu, il désigne à la fois, certes, un élève particulier, mais aussi l'ensemble des élèves pris individuellement, les différents groupes d'élèves que le professeur a mentalement constitués pour réduire le nombre de variables à prendre en compte dans son enseignement, et enfin la classe toute entière. La double régulation explique aussi pourquoi l'activité de l'enseignant ne peut, à notre sens, se comprendre dans une simple perspective de mise en œuvre d'un projet qui serait déterminé seulement par des choix liés aux savoirs à transmettre.

Ce cadre d'analyse adapté de la « double approche » permet de revoir mes propres travaux et leurs apports, il ouvre aussi de nouvelles perspectives de recherche en didactique des mathématiques sur les pratiques des enseignants.

Apports et perspectives sur les pratiques enseignantes

Deux sections composent la troisième partie de ce texte, la première reprend certains résultats de mes recherches à la lumière du cadre d'analyse qui vient d'être présenté, la seconde propose quelques perspectives qu'il permet d'envisager.

Relecture de certains travaux à l'aide du cadre développé

À travers différentes recherches que j'ai menées, cette section revient sur les trois dimensions institutionnelle, sociale et personnelle des pratiques enseignantes, sur leurs deux finalités d'instruction et d'éducation puis sur la gestion des incidents didactique et la régulation de l'activité de l'enseignant en classe.

a. Dualité de la dimension institutionnelle : les mathématiques et les programmes

En France, dans l'enseignement secondaire, les professeurs préparent leurs cours en fonction des programmes scolaires, soit directement, en les consultant, soit de manière indirecte en utilisant des manuels scolaires dont les éditeurs tiennent à afficher leur conformité aux instructions officielles. Mais au-delà de la prescription des savoirs à transmettre, les enseignants comme les auteurs de manuels se réfèrent aux mathématiques savantes qu'ils connaissent, ce qui peut être variable suivant leur formation. Je voudrais montrer ici un exemple illustrant la force de la dimension institutionnelle dans l'activité de préparation d'une leçon, cet exemple montre en outre que l'activité n'est pas seulement ce que fait l'enseignant, que c'est aussi ce qu'il pense à faire et qu'il renonce à faire.

Dans une recherche sur l'enseignement du théorème de l'angle inscrit (Roditi, 2004), j'ai pu constater que les auteurs de manuels qui présentent une démonstration du théorème, le font tous à partir des trois mêmes figures particulières, sans expliciter la raison pour laquelle ils proposent plusieurs figures, ni ce qui les a conduits à choisir précisément celles-là. Le théorème est la proposition n°20 du Livre III des éléments d'Euclide, il s'établit par des calculs d'angles géométriques ou d'angles de vecteurs. Avec les angles géométriques, la relation de Chasles n'est pas assurée en toute généralité, l'examen de trois cas de figure s'avère nécessaire, ils correspondent exactement aux trois figures que les auteurs proposent dans leur manuel. Comment analyser cet implicite quant au choix des figures ?

Une analyse complémentaire reposant sur les programmes d'enseignement et la connaissance des acquis des élèves permet d'émettre deux hypothèses. D'une part, en levant l'implicite présent dans les manuels, le professeur peut présenter en classe une démonstration mathématiquement correcte et que les élèves peuvent suivre, même s'ils ne peuvent pas en trouver eux-mêmes les étapes. Le professeur peut aussi présenter les exemples proposés dans les manuels, ou même seulement un ou deux d'entre eux, et demander aux élèves d'admettre le théorème en toute généralité ; son enseignement serait en conformité avec les prescriptions institutionnelles qui n'exigent pas que les théorèmes au programme soient tous démontrés en cours. D'autre part, les élèves qui apprendront les angles de vecteurs en classe de seconde n'auront plus à envisager de telles études de cas de figure pour ajouter des angles. Ces analyses conduisent à supposer que les manuels permettent aux professeurs, sans les mettre en défaut, d'éviter de consacrer du temps à l'enseignement d'une méthode, l'étude de cas de figure pour ajouter des angles géométriques, qui deviendra obsolète avec les outils plus puissants dont disposeront bientôt leurs élèves.

L'enseignant observé a choisi de ne pas présenter cette démonstration, ni même de faire étudier quelques figures particulières. Une analyse reposant seulement sur le comportement observé, et non sur les comportements possibles envisagés par l'étude du savoir et de son enseignement, n'aurait pas permis d'interpréter cette absence de démonstration. Le professeur, questionné à ce sujet au cours d'un des entretiens, confirme les hypothèses : dans la préparation de son cours, il a envisagé de proposer la démonstration puis il y a renoncé, parce que la démonstration complète, avec les trois cas de figure, est assez ardue, parce qu'il a estimé que trop d'élèves ne seraient pas assez attentifs pour la suivre (il travaille dans un établissement appartenant à un réseau d'éducation prioritaire et sa classe est réputée particulièrement difficile), et parce qu'elle n'offre pas beaucoup d'intérêt compte tenu des

programmes. Ainsi, l'enseignement du théorème a porté principalement sur son utilisation pour résoudre des problèmes géométriques, pas sur la construction mathématique elle-même de ce savoir.

Indépendamment du jugement que pourrait émettre un de ses collègues ou son inspecteur à propos d'une telle décision, il semble important de souligner comment la recherche, sous réserve d'une analyse suffisante du savoir en jeu, et sous réserve de conduire un entretien avec l'enseignant où il puisse exprimer ses choix en éventuelle tension avec ceux de l'institution ou ceux de son métier, peut permettre d'accéder à l'activité de l'enseignant et de l'interpréter, et cela bien que cette activité ne se soit pas traduite par un comportement directement observable en classe.

Un autre exemple aurait pu être développé qui concerne l'enseignement de l'histogramme en collège et en lycée qui montre un défaut de transposition didactique par l'institution scolaire, un défaut qui gêne ou non les professeurs de mathématiques suivant leur formation (Roditi, 2009b).

b. La dimension sociale, un organisateur majeur des pratiques

Dans les études où sont comparées les pratiques de différents professeurs enseignant dans des conditions analogues, les convergences qu'on ne peut attribuer aux contraintes institutionnelles conduisent à rechercher des déterminants indépendants des enseignants eux-mêmes, par exemple des normes, des manières de penser et d'agir, qui auraient été construites collectivement et qui seraient socialement partagées. Dans la recherche que j'ai menée pendant ma thèse sur l'enseignement des décimaux par quatre professeurs travaillant dans des conditions similaires, l'analyse comparée des préparations a donné des hypothèses qui ont été confirmées par les enseignants durant les entretiens. Les résultats ainsi obtenus ont été exprimés sous la forme de *principes* qui constituent un apport intéressant à la connaissance des pratiques enseignantes en mathématiques.

Deux principes ont permis d'interpréter le fait que le champ mathématique (ensemble des contenus abordés durant la séquence) ait été le même pour les quatre enseignants, y compris pour certains aspects indépendants des programmes, par exemple le fait qu'ils n'aient pas introduit de fractions dans leur enseignement des nombres décimaux. Ils ont respecté un *principe d'efficacité pédagogique* qui conduit à éviter les contenus trop difficiles pour être traités dans le cadre de la séquence et un principe de *clôture du champ mathématique* qui amène les professeurs à ne pas intégrer au champ mathématique les contenus liés à ceux qu'ils ont choisi de ne pas traiter. Ces principes engendrent des processus de redéfinition du travail prescrit pour le rendre réalisable. Ils appuient, par des analyses de pratiques, le constat que Barrère (2002) effectue à partir d'entretiens avec des enseignants et qui vient d'être cité sur les programmes : « *le programme est avant tout ce qu'on allège, ou détourne, ou transforme* ».

Deux autres principes aident à comprendre certaines convergences observées en classe : le principe de « *nécessité du succès d'étape* » et celui du « *respect de l'attente des élèves* ». Le premier explique que les professeurs segmentent leur enseignement de manière à mettre régulièrement l'élève en activité d'application de ce qui vient d'être enseigné pour évaluer au fur et à mesure du déroulement et à très court terme l'impact de leur enseignement. Cela leur permet d'adapter leur activité aux réactions des élèves et de garantir ainsi la confiance et la sérénité de la classe. Le second permet de rendre compte du fait que les étapes de travail autonome des élèves sont courtes. L'enseignant craint en effet qu'après une certaine durée de recherche infructueuse, les élèves se mettent à attendre qu'il expose et qu'il explique ce qu'ils n'ont pas su trouver seuls. Qui fixe cette durée ? Peut-elle être prolongée au bénéfice de

l'apprentissage ? La question est ouverte mais ce principe de « respect de l'attente des élèves » montre le caractère social, partagé, des pratiques enseignantes.

c. L'enseignant influe personnellement sur les situations mathématiques

Les mêmes situations mathématiques n'ont pas le même devenir, en classe, suivant les enseignants. Cela montre que la situation dans laquelle ils sont engagés ne dépend pas que de la dimension institutionnelle liée aux savoirs en jeu, elle dépend aussi du sens qu'ils attribuent à une situation mathématique en tant que situation d'enseignement. L'exemple le plus frappant que j'ai rencontré est celui d'un même exercice qui a été donné à chercher en classe par les professeurs dont les pratiques étaient observées (il faut préciser qu'ils disposaient du même manuel scolaire dans lequel cet exercice figurait). Il n'a pourtant pas conduit au même déroulement en classe, ni donc aux mêmes activités classe pour les élèves :

Placez la virgule manquante : $1,35 \times 42 = 5,67$.

Cet exercice présente une difficulté car si les élèves comptent le nombre de décimales des deux nombres à multiplier et du produit, ils ont le sentiment que l'opération est correcte telle qu'elle est posée, autrement dit qu'il ne manque pas de virgule.

Pour les aider, un des professeurs demande aux élèves de poser l'opération 135×42 , il provoque une activité technique à l'issue de laquelle les élèves obtiennent le produit 5 670 puis l'égalité $1,35 \times 4,2 = 5,670$. Ils en déduisent alors la position de la virgule manquante. Un autre professeur n'aide pas ses élèves de la même façon, il leur propose de raisonner sur les ordres de grandeur des nombres. Les élèves obtiennent la réponse en comparant les ordres de grandeurs des trois produits $1,35 \times 0,42$; $1,35 \times 4,2$ et $1,35 \times 42,0$.

Les deux professeurs n'ont pas proposé ces aides de manière aléatoire, leur intervention est cohérente avec leur objectif d'enseignement : assurer la technique opératoire le premier, développer le calcul mental pour le second. Même en ne considérant que des éléments relatifs aux mathématiques effectuées en classe, cet exemple montre combien que les enseignants interviennent personnellement dans la dynamique élève-savoir. De tels constats expliquent pourquoi, dans mes travaux, j'attache autant d'importance aux pratiques enseignantes dans la relation entre enseignement et apprentissage.

d. Un exemple de concurrence entre les finalités d'éducation et d'instruction

Au premier degré, la concurrence entre les finalités d'éducation et d'instruction sont fréquentes, cela a été montré dans les classes d'établissements qui accueillent des élèves socialement défavorisés (Peltier-Barbier, 2004). Dans des classes ordinaires, cette concurrence existe aussi, l'exemple de l'enseignant qui, dans une séance de classement des formes géométriques, a orienté son activité vers la gestion d'une prise de décision collective plutôt que vers la détermination de critères fonctionnels de classement.

On retrouve aussi cette concurrence dans le second degré. Ainsi, dans son enseignement du théorème de l'angle inscrit, (Roditi, 2004), le professeur s'appuie sur une fiche qu'il a conçue à la fois pour les élèves perturbateurs et pour les élèves studieux. Cette fiche constitue un support de travail en classe et un document à conserver pour apprendre le cours. Elle comporte différentes parties qui permettent, en classe, de marquer les étapes franchies, et, à la maison, de repérer les règles à retenir. Comme l'expliquent régulièrement les enseignants confrontés à des classes dont la gestion est délicate, le travail sur fiches, en cas d'ambiance conflictuelle, leur permet de gérer les élèves récalcitrants sans être accaparés, ni par ceux qui ne souhaitent pas travailler sans pour autant perturber le cours et qui restent penchés sur leur feuille pour indiquer qu'ils souhaitent éviter toute participation, ni par ceux qui veulent travailler et qui peuvent ainsi le faire sans attirer l'attention sur eux. Ces enseignants

expliquent aussi combien il est risqué, dans certains collèges, de mettre en valeur le travail des élèves parce que ces derniers tiennent à ne pas apparaître comme des « complices » du système scolaire. Avec ces fiches, le professeur peut, le cas échéant, gérer les élèves perturbateurs sans avoir à s'occuper des autres.

e. La gestion des incidents didactiques et la régulation de l'activité

Lorsque la production d'un élève n'est pas conforme à ce qui attendu par l'enseignant et que cette production est rendue publique dans la classe, la situation de l'enseignant est modifiée et l'enseignant lui-même est sollicité, il doit réagir, s'adapter à la nouvelle situation. Ces phénomènes sont très fréquents dans les classes, ils avaient été identifiés dans ma thèse comme des incidents didactiques que le professeur est amené à gérer en classe. Chaque incident ne modifie pas l'enseignant, mais il le sollicite personnellement. D'ailleurs l'étude avait montré que les professeurs n'utilisaient pas les mêmes modes de gestion des incidents didactiques, notamment pour des raisons liées à leurs représentations de l'enseignement, et que cela avait même une influence sur les incidents qui surviennent dans leurs cours.

Ainsi, comme le montre le tableau 1, dans la classe de Monsieur Bombelli, les questions des élèves sont nombreuses, alors que chez Madame Agnesi, ce sont les réponses incomplètes.

Incidents didactiques	Ensemble	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Erreur	25%	27%	28%	21%	26%
Question	18%	16%	32%	15%	20%
Réponse incomplète	38%	36%	16%	49%	36%
Silence	9%	12%	8%	6%	7%
Autres	10%	9%	16%	9%	11%
Total	100%	100%	100%	100%	100%

Tableau 1. Répartition des incidents dans les séquences observées

Cette différence témoigne d'une divergence pédagogique : alors que Madame Agnesi valorise l'expression des élèves, ceux de Monsieur Bombelli doivent formuler des réponses abouties, aussi, quand ils ne sont pas sûrs d'eux, au lieu de répondre de façon incomplète, ils préfèrent questionner leur professeur. La recherche a montré en outre que la manière plus ou moins ouverte de gérer les incidents didactiques n'étaient pas exempte de contraintes : en particulier, le temps l'influence sensiblement. C'est ce que montre le graphique 1 qui indique les modes de gestion des incidents par Madame Germain – par ordre croissant d'ouverture sur l'axe des ordonnées – en fonction du temps (Roditi, 2005). Durant la première phase, la gestion des incidents est très ouverte, Madame Germain relance presque systématiquement l'activité des élèves. Elle demande très souvent d'approfondir la réflexion, parfois elle répète de façon neutre la réponse d'un élève ou facilite la tâche prescrite. Durant la seconde phase, en revanche, les demandes d'approfondissement se font rares et Madame Germain préfère répondre elle-même à la place des élèves, éventuellement elle guide leur démarche ou elle enrichit leur réponse. Ce changement de gestion ne correspond pas à un changement d'activité des élèves, mais au début de la quatrième heure de la séquence qui en dure cinq. Durant les trois premières heures, Madame Germain a fait réfléchir ses élèves sur les propriétés du produit d'un décimal par un entier ou de deux décimaux. Il lui restait alors deux heures pour terminer cette longue phase de travail préparatoire, pour capitaliser les acquis et en déduire une construction de la technique opératoire. Elle adopte des modes de gestion plus fréquemment fermés quand la contrainte du temps commence à s'imposer.

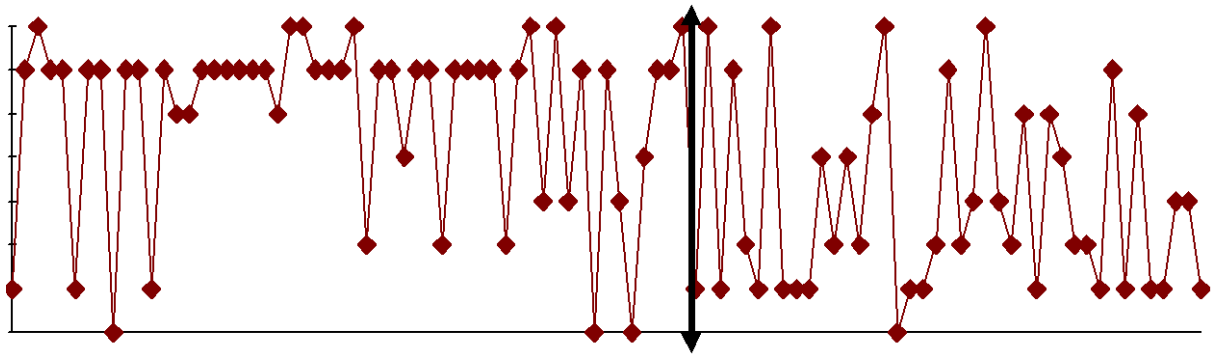


Figure 1. Évolution de la gestion des incidents au cours du temps (Madame Germain)

Sans remettre en cause la cohérence de sa pratique, cette variabilité illustre comment la dimension institutionnelle, par les contraintes de temps qu'elle impose, organise la pratique d'un professeur de façon variable au cours du déroulement des séances d'enseignement. Pour Madame Germain, la contrainte s'est accentuée quand l'obligation qu'elle s'était donnée de terminer dans la durée prévue est devenue plus pressante.

De nouvelles perspectives dans l'enseignement et la formation

Ce cadre d'analyse ouvre de nouvelles perspectives de recherche en didactique des mathématiques, dont certaines, en lien avec des questions sociales, mobilisent d'autres chercheurs en sciences de l'éducation. Ainsi, la question de l'échec des élèves lors des transitions scolaires, et celle de la formation à des activités mathématiques en contextes professionnels font, par exemple, l'objet de travaux menés avec des praticiens et des chercheurs de différentes disciplines. D'autres perspectives sont également indiquées dans cette section, qui pourraient donner lieu à des travaux que je pourrais encadrer.

a. L'enseignement des fonctions à la transition du collège au lycée

La première recherche vise une compréhension nouvelle des difficultés que rencontrent de nombreux élèves en mathématiques durant leur première année dans un nouveau cycle d'étude (entrée au collège, au lycée ou à l'université) alors que rien ne le laissait prévoir. À ce moment de transition institutionnelle, une évolution de l'enseignement des mathématiques, et en particulier des pratiques enseignantes, pourrait être à l'origine de ces difficultés, peut-être davantage que le changement de curriculum. Pour la transition entre le collège et le lycée par exemple, une telle hypothèse demande d'interroger, d'une part, ce qui différencie les pratiques des professeurs en classe de troisième (élèves de 14 ans, dernière année du collège) de celles des professeurs en classe de seconde (élèves de 15 ans, première année du lycée), et, d'autre part, la variété des pratiques à chacun des deux niveaux.

Les différences de pratiques entre les deux cycles peuvent se rapporter aux savoirs en jeu (dimension institutionnelle) car les premiers éléments recueillis laissent penser qu'en collège, ce serait plutôt l'aspect « relation entre deux variables » qui serait au cœur de l'enseignement des fonctions, alors qu'au lycée, ce serait plutôt l'aspect « variation » qui serait privilégié. Elles peuvent aussi se rapporter aux habitudes de travail qui diffèrent entre les deux cycles. Il semblerait, par exemple, que ce qui doit impérativement être appris soit l'objet de nombreux exercices au collège alors que ce ne serait pas le cas au lycée. Sans doute aussi les professeurs de collège viseraient le fait que les élèves soient capables de résoudre les problèmes proposés quitte à ce qu'ils élaborent des solutions très contextuelles, alors que les professeurs de lycée viseraient davantage l'application de procédures générales à chaque situation particulière. D'autres facteurs pourraient être liés aux établissements dans lesquels exercent les enseignants et sont scolarisés les élèves. Des recherches en sociologie ont en effet montré depuis

longtemps l'impact, sur l'enseignement offert aux élèves, de la spécificité des établissements créée par leur mise en concurrence (Broccolochi & van Zanten, 1996, p. 16) :

Il s'ensuit que la concurrence conduit plutôt à accroître non seulement les différences entre établissements mais également les différences intra-établissement car les élèves reçoivent des traitements différents (regroupement ou non dans des classes d'élite, accès à certaines activités) suivant leur profil scolaire. Enfin, dans certains cas, des moyens attribués aux établissements au titre de leur caractère ZEP ou « sensible » pour venir en aide à des élèves en difficulté sont détournés en faveur de ces activités de promotion.

D'autres recherches plus récentes (Broccolochi, Ben Ayed & Trancart, 2010) ont mis à mal l'idée selon laquelle la compétition entre établissements scolaires était source d'une émulation bénéfique aux élèves. Or c'est à l'occasion des transitions, comme celle de l'école au collège ou du collège au lycée, que les élèves se trouvent en situation de changer d'établissement, et donc d'être directement confrontés aux conséquences de leur mise en concurrence.

Enfin, il est à prévoir que des différences entre les élèves apparaissent quant aux difficultés rencontrées à l'entrée au lycée, même si des tendances générales s'affirment nettement. Conjuguer des recherches sociologiques à des recherches didactiques qui porteraient sur les pratiques enseignantes et sur les activités des élèves identifiés individuellement permettrait ainsi de mieux comprendre comment, sur cette question des transitions scolaires, se nouent des relations entre contextes d'enseignement, pratiques enseignantes et apprentissage des élèves.

b. L'enseignement du calcul de doses médicamenteuses par les formateurs d'infirmiers

La deuxième recherche concerne un enseignement professionnel proposé dans la formation des infirmiers : le calcul de doses médicamenteuses. Le calcul de doses est une activité que l'infirmier réalise pour administrer une prescription médicale à un patient. Le médecin ordonne une quantité de principe actif et une posologie. Pour l'administrer, l'infirmier tient compte du conditionnement du principe actif et de la répartition du traitement dans la durée. Une erreur de calcul peut nuire à la qualité du soin, soit parce que la pathologie n'est pas suffisamment traitée (cas de sous-dose), soit parce que le principe actif est toxique en trop grande quantité (cas de surdose). Les accidents récurrents, parfois mortels, posent un problème crucial de santé publique (Maisonneuve, 2004, 2006 ; *Le Monde*, 2009, 2010 ; *Le journal du dimanche*, 2011 ; *Ouest-France*, 2012).

Les chercheurs qui travaillent sur cette question se distinguent en deux groupes selon leur objet d'étude. Les premiers analysent les compétences mathématiques des étudiants en soins infirmiers (McMullan, Jones & Lea, 2010 ; Wright, 2010, 2007). Les recherches sont alors menées à partir de questionnaires proposant des tâches à réaliser en dehors du contexte professionnel et les résultats conduisent les auteurs à déplorer l'importance des erreurs commises. Les autres analysent de l'activité des praticiens (Hoyles, Noss & Pozzi, 2001 ; Noss, Hoyles & Pozzi, 2002). Les chercheurs envisagent alors le calcul de doses comme une activité mathématique en contexte professionnel, ils tentent de déterminer les connaissances et les procédures des infirmiers et de comprendre comment surviennent les erreurs. Les recherches mettent bien au jour des savoirs de la pratique, néanmoins, les erreurs étant très rares, les chercheurs n'ont jamais l'occasion de les observer...

Si le calcul de doses ressemble de prime abord à une activité mathématique au cours de laquelle l'infirmier résout des problèmes de proportionnalité, une forte imbrication avec des contraintes et des habitudes professionnelles apparaît dès les premières analyses. Cela soulève de nombreuses questions quant à l'activité, à la formation et à l'évaluation ; des questions auxquelles se trouvent confrontés les formateurs en soins infirmiers qui enseignent le calcul

de doses. Quelles sont les variables et les paramètres de la tâche, quelles sont les procédures mises en œuvre et avec quelles diversités suivant les contextes et les agents ? Quelle formation à cette activité est-il souhaitable de proposer : quels contenus de formation, quelles modalités d'étude pour les étudiants, et dans quels cadres institutionnels (en centre de formation ou pendant les stages) ? Quelles sont les formes adaptées pour les évaluations de cette activité : dans le cadre d'un examen théorique, d'une pratique simulée ou d'une activité réelle ? Quelles expertises faut-il conjuguer, entre celles des formateurs et celles des infirmiers en exercice, pour évaluer les étudiants ? Comment, enfin, adapter l'évaluation certificative à sa finalité : garantir qu'aucun patient ne puisse être victime d'une erreur de calcul de doses ?

Il m'a semblé qu'un troisième objet de recherche pouvait être investigué pour aborder un tel sujet : non plus les pratiques des étudiants ou des professionnels, mais celles des formateurs. Ces derniers ont été infirmiers, ils possèdent une pratique du calcul de doses et connaissent, en partie au moins, l'hétérogénéité des contextes et des agents. En outre, ils sont en contact direct avec les étudiants. Un mémoire de Master que j'ai encadré (Gouvenal, 2009) a montré que certains formateurs concevaient le calcul de doses comme un protocole à appliquer, l'évaluation devant garantir la conformité à ce protocole. Les échanges avec des étudiants de mon cours de didactique des mathématiques révèlent aussi que de nombreux formateurs se trouvent parfois démunis pour interpréter les erreurs commises par certains étudiants. Avec des formateurs de l'Institut de Formation en Soins Infirmiers (IFSI) Paul Brousse de Villejuif (94), j'ai analysé des productions d'étudiants afin de contribuer à la réflexion entamée par l'équipe quant à deux convictions généralement partagées dans leur profession. La première est que l'enseignement d'une méthode de calcul systématique, indépendante des particularités des tâches (les produits en croix), aide les étudiants les plus en difficulté en mathématiques. La seconde est que de nombreuses erreurs sont commises par les étudiants lorsqu'ils n'ont pas une représentation correcte de la tâche globale à réaliser, et qu'elles disparaissent après qu'ils ont effectué des stages en milieu hospitalier. Plus de trois cents copies ont été analysées, l'étude statistique a produit des résultats qui fondent les doutes de nombreux formateurs quant aux deux convictions précédentes (Roditi, à paraître en 2012).

La complexité du sujet abordé demande que la recherche soit étendue à de nouvelles problématiques, ce qui nécessite aussi d'intégrer des chercheurs d'autres disciplines. Il faudrait, comme le fait actuellement Gouriou (en cours), mieux connaître les pratiques de formation et leur diversité, y compris telle qu'elle se présente à travers les choix des auteurs de manuels. Un autre objectif serait de mieux comprendre, comme le fait actuellement Benalouhès (en cours), la finalité des pratiques en lien avec les différents contextes où exercent les infirmiers, et de mettre en correspondance la formation et les situations professionnelles. L'histoire scolaire ou professionnelle des infirmiers et de leurs formateurs pourrait éclairer l'influence du rapport aux mathématiques scolaires et de l'expérience professionnelle sur l'apprentissage du calcul de doses et les pratiques des formateurs.

Le cadre adapté de la « double approche » a été développé pour les pratiques enseignantes en mathématiques, il apparaît adapté aux recherches sur les pratiques de formation au calcul de doses médicamenteuses qui ont été menées jusqu'à présent. Le système des cinq activités permet de lire les pratiques de formation avec sans doute une place plus importante à accorder à la coopération que dans l'enseignement. Les deux finalités d'instruction et d'éducation sont à replacer dans le contexte professionnel de la santé : l'instruction donnerait accès à ce qui concerne spécifiquement le calcul de doses médicamenteuses, et l'éducation à l'apprentissage des règles de conduites professionnelles éthiques et responsables ainsi qu'au développement d'attitudes empathiques envers le patient. La dimension personnelle des pratiques des formateurs a déjà été évoquée en partie par le rapport au savoir mathématique, d'autres aspects entrent certainement en compte qui sont à étudier. La dimension sociale des pratiques

des formateurs en soins infirmiers apparaît importante à plusieurs titres, leur travail s'effectue davantage en coopération que celui des enseignants, mais la taille des structures, leur implantation en fonction des lieux de stages qui peuvent être proposés aux étudiants, etc. semblent avoir une influence sur les pratiques de formation, d'après les formateurs eux-mêmes. Les questions institutionnelles sont de divers ordres. Le processus de Bologne modifie la formation et notamment l'enseignement du calcul de doses et son évaluation. Sur le plan didactique, des questions théoriques sont importantes et ont déjà été soulevées précédemment ; elles portent sur les savoirs en jeu, ceux qui sont désignés par l'expression « calcul de doses », et sur les transpositions didactiques dont ils sont l'objet. On pourrait aussi considérer que le calcul de doses médicamenteuses est une pratique, l'approche proposée par Martinand (1986) pourrait alors se révéler plus adaptée : il y est considéré en effet que la référence n'est pas nécessairement un savoir formalisé mais une pratique qui concerne l'ensemble d'un secteur social, une *pratique sociale de référence*.

c. *Autres perspectives*

D'autres perspectives se dessinent qui concernent les pratiques enseignantes en mathématiques et dont l'exploration par des recherches précises apparaît importante pour la didactique.

L'une d'elles concerne les aides que les professeurs apportent en classe dans les interactions. Si les ingénieries didactiques conçues sur le long terme peinent à se diffuser dans l'enseignement ordinaire du fait des contraintes institutionnelles et sociales, il semble en revanche que les aides soient des activités d'enseignement moins contraintes (Roditi, 2003, 2005, 2007, 2008) qui pourraient être sensiblement enrichies, au bénéfice de l'apprentissage des élèves, et à condition que des recherches spécifiques soient menées. Une thèse en cours porte sur l'analyse des aides en algèbre élémentaire et la conception de nouveaux dispositifs pour les enrichir (Kiwani, en cours). Une autre thèse se termine qui concerne l'enseignement de la résolution des problèmes additifs et plus particulièrement l'expérimentation d'un dispositif d'aide mis en œuvre par des professeurs spécialisés pour intervenir auprès d'élèves en difficulté scolaire bénéficiant d'un enseignement adapté.

Une autre est relative à l'évaluation, notamment aux évaluations menées par les enseignants, trop souvent décriées pour leur manque de fiabilité par les responsables des politiques scolaires, sans que ces activités ne soient envisagées comme participant d'une pratique ayant une signification pour les enseignants eux-mêmes, en lien avec leur enseignement. Après un premier travail effectué par Chevillard (Chevillard, 1986 ; Chevillard & Feldmann, 1986), il apparaît important d'étudier l'activité d'évaluation des enseignants en la considérant comme participant de leur pratique. Une approche globale que permet le cadre d'analyse présenté précédemment semble adapté. L'évaluation possède en effet simultanément de nombreuses fonctions (fonctions de régulation de l'enseignement, de la gestion de la classe et de la motivation des élèves, fonctions de sélection, d'orientation, etc.), elle dépasse le cadre de la classe du fait de l'utilisation des résultats des élèves dans différents conseils et commissions de l'établissement ou d'institutions plus larges qui gèrent l'orientation des élèves.

On peut enfin penser à des travaux qui aborderaient d'autres activités jusqu'ici peu étudiées par les didacticiens des mathématiques, comme celle de préparation des cours par exemple (Coppé, 2007) ou, en considérant les pratiques plus globalement, qui aborderaient des questions relatives à la diversité des élèves, en particulier à l'intégration dans les classes ordinaires élèves en situation de handicap. Les connaissances sur l'apprentissage de ces élèves reste à construire, les pratiques enseignantes sont nécessairement modifiées, comment la didactique des mathématiques prend-elle en charge ces questions sur l'enseignement ? Un

mémoire de Master est en cours sur l'apprentissage du dénombrement et du calcul par les enfants sourds qui compare ces activités numériques chez des enfants et des adultes, sourds ou entendant. Une thèse de doctorat devrait également être effectuée sur l'aménagement des situations didactiques pour adapter l'enseignement de la proportionnalité aux élèves dyspraxiques.

Conclusion

La compréhension des pratiques enseignantes en mathématiques constitue l'objectif principal de mes recherches, avec une perspective d'amélioration de l'enseignement au bénéfice de l'apprentissage des élèves.

La didactique des mathématiques française possède la double particularité d'un fort ancrage dans la discipline productrice des savoirs dont elle étudie la diffusion, et d'une production théorique spécifique importante. Des recherches sur les pratiques enseignantes s'y sont développées durant les deux dernières décennies, elles ont enrichi les théories existantes et ont produit de nombreux résultats conduisant à améliorer la compréhension du rôle de l'enseignant dans la relation enseignement-apprentissage. L'enseignant est appréhendé de façon variée suivant les théories auxquelles les chercheurs se réfèrent, néanmoins, les analyses des pratiques enseignantes menées par les didacticiens partent toutes, dans des proportions différentes, de considérations liées aux savoirs, aux activités des élèves et à celles des enseignants eux-mêmes.

Une synthèse, visant à situer mes travaux dans le champ de ceux qui sont menés sur les pratiques enseignantes, a été réalisée dans la première partie. Elle montre qu'en France, après avoir développé des théories adaptées aux recherches qu'ils souhaitaient mener, les didacticiens des mathématiques se sont intéressés à l'enseignant. Trois grands paradigmes distinguent leurs recherches : celui de la fidélité de l'enseignement aux savoirs savants, celui de l'enseignant garant de la consistance de l'activité mathématique des élèves, et celui de l'enseignant en situation de travail. Ce dernier paradigme dans lequel s'inscrit mes propres travaux est héritier des recherches menées notamment en France dans les années quatre-vingts en psychologie du travail et notamment en ergonomie de langue française, elle rencontre certains courants des recherches menées sur l'enseignant en sciences de l'éducation.

La deuxième partie de la note s'appuie sur la précédente pour expliciter le sens attribué à l'expression « pratiques enseignantes en mathématiques » dans mes propres travaux, pour préciser les analyses qui y sont menées, puis pour montrer ce que ceux-ci ont apporté à la connaissance des pratiques et à leur développement. L'enseignant y est considéré comme un individu en situation de travail dont les activités visent différentes finalités. Certaines sont essentielles et concernent la construction de connaissances mathématiques par les élèves, mais d'autres sont aussi poursuivies, professionnelles ou personnelles, qui dépendent des contextes institutionnels et sociaux dans lesquels s'inscrivent les pratiques de l'enseignant et son histoire. Cette orientation intègre une approche didactique et une approche ergonomique des pratiques enseignantes, elle permet d'envisager leur développement en lien avec les savoirs produits en didactique des mathématiques et en tenant compte des contraintes. Robert & Rogalski (2002) sont à l'origine de la « double approche didactique et ergonomique des pratiques d'enseignement des mathématiques » qui a ouvert, en didactique des mathématiques, le troisième courant de recherches sur les pratiques cité précédemment. L'approche didactique conduit à utiliser les concepts produits dans ce champ pour analyser les situations proposées aux élèves, leurs activités et les interventions de l'enseignant en classe. L'approche ergonomique se réfère à la théorie de l'activité, aussi celles des enseignants sont-elles considérées comme étant co-déterminées par les enseignants eux-

mêmes, par les tâches qui leurs sont confiées et par les contextes dans lesquelles elles sont réalisées.

Mes propres travaux m'ont conduit à développer un cadre d'analyse des pratiques adapté de la « double approche didactique et ergonomique ». Il permet de considérer l'ensemble des activités professionnelles des enseignants, qu'elles concernent directement ou non le travail en classe ou pour la classe, et de les appréhender d'une manière davantage conforme à celle que les enseignants utilisent lorsqu'ils les décrivent, les analysent ou les justifient durant les entretiens. Le cadre distingue ainsi cinq classes d'activités qui se constituent en système : la préparation, l'enseignement, l'évaluation, la formation et la coopération. Ces activités possèdent des finalités professionnelles pour lesquelles je distingue principalement la finalité d'instruction, relative à la transmission des savoirs, et la finalité d'éducation qui concerne la transmission des valeurs et des règles sociales. Elles possèdent aussi, comme toutes les activités humaines, des finalités personnelles telles que l'accomplissement de soi. Ainsi, ce cadre amène à considérer les finalités des pratiques enseignantes selon trois dimensions : institutionnelle, sociale et personnelle.

Ce cadre d'analyse conduit, dans la troisième partie, à relire les apports de mes propres recherches ainsi qu'à envisager des perspectives pour la recherche en didactique des mathématiques. Mes recherches se caractérisent par la manière d'envisager la compréhension des pratiques. Elle intègre en effet, de façon fondamentale, celle que l'enseignant lui-même développe de sa propre pratique. Mes travaux sont ainsi marqués par une imbrication effective d'éléments personnels et professionnels recueillis grâce à des observations et des entretiens, imbrication qui permet d'accéder au point de vue de l'enseignant, sans pour autant tomber dans l'impasse de tenir pour vrai tout ce qui s'appuie sur son expérience. Dans ces travaux, les recherches de régularités ont montré l'influence de différentes contraintes qui pèsent sur les pratiques et de processus par lesquels les enseignants les prennent en compte. Elles viennent des obligations professionnelles liées aux prescriptions institutionnelles, des contextes dans lesquels l'enseignant exerce, ainsi que de normes et d'habitudes professionnelles, et elles pèsent principalement sur la programmation de l'enseignement et sur la gestion de la classe. Les enseignants investissent cependant des marges de manœuvre, notamment pour définir l'organisation de l'enseignement (le choix des tâches proposées, leur ordre, etc.) et pour interagir avec les élèves. Ces résultats ouvrent des perspectives importantes de développement des pratiques par la construction de dispositifs permettant aux enseignants d'enrichir les aides qu'ils proposent, en classe, à leurs élèves. Les recherches de variabilités laissent apparaître que, malgré les adaptations nécessaires aux contextes et aux situations, les pratiques enseignantes sont relativement stables et cohérentes.

L'intérêt porté au point de vue des enseignants m'a conduit à mener certaines recherches à partir de problèmes qu'ils rencontraient. Elles se sont avérées particulièrement fécondes quant à la compréhension des pratiques et de la complexité que leur confèrent leurs dimensions institutionnelle, sociale et personnelle. Pour appréhender cette complexité, j'ai travaillé avec des chercheurs de différentes disciplines et avec des enseignants. La codisciplinarité et la recherche collaborative exigent une attention rigoureuse à la place de chacun : à l'asymétrie des places des chercheurs et des praticiens qui ont des motivations différentes, et à la symétrie des places des chercheurs. Ces conditions rendent le travail de l'équipe plus riche et plus fructueux que ne le serait la somme des travaux de chacun de ses membres. Ces recherches ont contribué à la connaissance des pratiques, elles ont aussi parfois produit des savoirs ou des outils permettant leur développement, pour l'amélioration des apprentissages des élèves.

Ce cadre d'analyse ouvre enfin de nouvelles perspectives de recherche en didactique des mathématiques. L'une d'elles vise à mieux connaître certaines activités pour lesquelles les recherches déjà menées indiquent des marges de manœuvre qui laissent supposer des

possibilités de développement des pratiques. C'est le cas des aides apportées en classe par les enseignants ainsi que l'évaluation des apprentissages. D'autres perspectives s'ouvrent sur l'analyse des pratiques en lien avec des questions sociales. Ainsi, la question de l'échec des élèves lors des transitions scolaires, et celle de la formation à des activités mathématiques en contextes professionnels, font par exemple l'objet de travaux menés avec des praticiens et des chercheurs de différentes disciplines.

Bibliographie

- Assude, T., Mercier, A. & Sensevy, G. (2007). L'action didactique du professeur dans la dynamique des milieux. *Recherches en didactique des mathématiques*, 27(2), 221-252.
- Bailleul, M. (1995). Une approche statistique des représentations de l'enseignement des mathématiques chez des enseignants de mathématiques de collège et de lycée, *Recherches en didactique des mathématiques*, 15(2), 9-30.
- Barrère, A. (2002). *Les enseignants au travail. Routines incertaines*. Paris : L'Harmattan.
- Benlahouès, D. (en cours). *Analyse d'une pratique mathématique en contexte professionnel : le cas des calculs de doses médicamenteuses en soins infirmiers*. Mémoire de Master de l'Université Paris Descartes.
- Blanchard-Laville, C. (2001). *Les enseignants entre plaisir et souffrance*. Paris : Presses Universitaires de France.
- Blanchard-Laville, C., Chaussecourte, P. & Roditi, E. (2007). Recherche codisciplinaire sur les pratiques enseignantes : quels modes de coopération avec les praticiens observés ? *Éducation et Francophonie*, 36, 45-61.
- Bosch, M., Espinoza, L. & Gascón, J. (2003). El profesor como director de proceso de estudio. Análisis de organizaciones didácticas espontáneas *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(1), 79-136.
- Bourdieu, P. (1966), L'école conservatrice. L'inégalité sociale devant l'école et devant la culture. *Revue française de sociologie*, 3, 325-347.
- Bressoux, P. (1994). Les recherches sur les effets-écoles et les effets-maîtres. *Revue Française de Pédagogie*, 108, 91-137.
- Broccolichi, S., Ben Ayed, C. & Trancart, D. (2010). *École : les pièges de la concurrence*. Paris : La Découverte.
- Broccolochi, S. & van Zanten, A. (1996). Espaces de concurrence et circuits de scolarisation. L'évitement des collèges publics d'un district de la banlieue parisienne. *Les annales de la recherche urbaine*, 75, 5-17.
- Bronner, A. (1997). Les rapports d'enseignants de troisième et de seconde aux objets « nombre réel » et « racine carrée ». *Recherches en didactique des mathématiques*, 17(3), 55-80.
- Brousseau, G. (1995). L'enseignant dans la théorie des situations didactiques. In R. Noirfalise & M.-J. Perrin-Glorian (dir.). *Actes de la 8e école d'été de la didactique des mathématiques* (3-46). Clermont-Ferrand, France : IREM de Clermont-Ferrand.
- Bru, M. (2002). Pratiques enseignantes: des recherches à conforter et à développer. *Revue française de pédagogie*, 138, 63-73.
- Chappet-Pariès, M. (2004). Comparaison de pratiques d'enseignants de mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 24(2-3), 251-284.
- Charles-Pézarid, M. (2010). Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 30(2), 197-261.

- Charles-Pézard, M., Butlen, D. & Masselot, P. (2012). *Professeurs des écoles débutants en ZEP. Quelles pratiques ? Quelle formation ?* Grenoble, France : La Pensée Sauvage.
- Charlot, B. (1995). *Les sciences de l'éducation : un enjeu, un défi*. Paris : ESF.
- Chevallard, Y. (1986), Vers une analyse didactique des faits d'évaluation, in J.-M. De Ketele (dir.), *L'évaluation : approche descriptive ou prescriptive ?* De Boeck-Wesmael, Bruxelles.
- Chevallard, Y. & Feldmann, S. (1986), *Pour une analyse didactique de l'évaluation*. Publications de l'IREM d'Aix-Marseille, 3, Marseille.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(1), 73-112.
- Chevallard, Y. (2010). La didactique dites-vous ? *Education et didactique*, 4(1), 139-147.
- Chopin, M.-P. (2010). Le temps didactique et ses niveaux d'étude : enjeux d'une clarification conceptuelle pour l'analyse des pratiques d'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, 30(1), 83-112.
- Cirade, G. (2008). Les angles alternes-internes : un problème de la profession. *Petit x*, 76, 5-26.
- Clot, Y. (1999). *La fonction psychologique du travail*. Paris : Presses Universitaires de France.
- Cohen-Azria, C. & Sayac, N. (dir.). *Questionner l'implicite* (147-156). Villeneuve d'Ascq : Presse universitaires du Septentrion.
- Comiti, C. & Grenier, D. (1997). Régulations didactiques et changements de contrats. *Recherches en didactique des mathématiques*, 17(3), 81-102.
- Coppé, S. (2007). Les connaissances antérieures des professeurs de mathématiques à travers la préparation de séances de classe. Cas de stagiaires en fin de formation initiale. *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* (139-169). Paris : IREM de Paris 7.
- Doise, W. & Mugny, G. (1981). *Le développement social de l'intelligence*. Paris : InterÉditions.
- Gouveral, C. (2009). Le raisonnement proportionnel dans l'application d'une prescription médicale, approche didactique. Mémoire de Master de l'Université Paris Descartes (non publié).
- Gouriou, B. (en cours). *La formation aux calculs de doses médicamenteuses en soins infirmiers, étude dans un centre de formation*. Mémoire de Master de l'Université Paris Descartes.
- Grenier, D. (1990). Construction et étude d'un processus d'enseignement de la symétrie orthogonale : éléments d'analyse du fonctionnement de la théorie de situations. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10(1), 5-60.
- Horoks, J. (2008). Les triangles semblables en classe de seconde : de l'enseignement aux apprentissages. *Recherches en didactique des mathématiques*, 28(3), 379-416.
- Houdement, C. & Kuzniak, A. (2000). Formation des maîtres et paradigmes géométriques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 20(1), 89-116.
- Hoyles C., Noss R. & Pozzi S. (2001). Proportional Reasoning in Nursing Practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(1), 4-27.
- Josse, E. & Robert, A. (1993). Introduction de l'homothétie en seconde, analyse de deux discours de professeurs. *Recherches en didactique des mathématiques*, 13(1-2), 119-154.
- Kiwan, M. (en cours). *Élaboration et étude d'un dispositif d'aide aux élèves en difficulté en algèbre élémentaire* (thèse de doctorat). Université Saint Joseph, Liban.
- Larguier, M. (2012). La connaissance des différents types de nombres : un problème de la profession en seconde. *Recherches en didactique des mathématiques*, 32, (1), 101-144.
- Le Journal du Dimanche (2011). *Une patiente meurt d'une surdose de morphine*. <http://www.lejdd.fr/Societe/Faits-divers/Depeches/Une-patiente-meurt-d-une-surdose-de-morphine-281861/>

- Le Monde (2009). Décès d'un bébé : l'hôpital reconnaît « l'erreur de deux personnels ». http://www.lemonde.fr/societe/article/2009/01/03/deces-d-un-bebe-a-la-suite-d-une-suspicion-d-erreur-dans-un-hopital-des-yvelines_1137658_3224.html
- Le Monde (2010). Marseille : un enfant de six ans meurt d'une surdose de chimiothérapie. http://www.lemonde.fr/societe/article/2010/03/25/erreur-medicale-fatale-a-l-hopital-de-la-timone-a-marseille_1324100_3224.html
- Leontiev, A. (1975/1984). *Activité, conscience, personnalité*. Moscou, Russie : Édition du Progrès.
- Leplat, J. (1997). Regard sur l'activité en situation de travail. Contribution à la psychologie ergonomique. Paris : Presses Universitaires de France.
- Ligozat, F. & Leutenegger, F. (2008). Construction de la référence et milieux différentiels dans l'action conjointe du professeur et des élèves. Le cas d'un problème d'agrandissement de distances. *Recherches en didactique des mathématiques*, 28(3), 319-378.
- Maisonneuve, C. (2004). Surdosage de morphine, un problème d'étiquetage ? *Soins*, 690, 6.
- Maisonneuve, C. (2006). Décès d'une fillette, une infirmière condamnée. *Soins*, 703, 8.
- Margolinas, C. (1992). Éléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(1), 113-158.
- Margolinas, C. (1995). Principes de l'analyse de la situation de l'enseignant dans une relation didactique. In R. Noirfalise & M.-J. Perrin-Glorian (dir.). *Actes de la 8e école d'été de la didactique des mathématiques* (66-69). Clermont-Ferrand, France : IREM de Clermont-Ferrand.
- Martinand, J.-L. (1986). *Connaître et transformer la matière*, Berne, Suisse : Peter Lang.
- Maurice, J.-J. (1996). Problèmes multiplicatifs : l'expérience de l'enseignant, l'action effective de l'élève. *Recherches en didactique des mathématiques*, 16(3), 323-348.
- McMullan, M., Jones, R. & Lea, S. (2010). Patient safety : numerical skills and drug calculation abilities of nursing students and Registered Nurses. *Journal of advanced nursing*, 66(4), 891-899.
- Mercier, A. (1998). La participation des élèves à l'enseignement. *Recherches en didactique des mathématiques*, 18(3), 279-310.
- Noss R., Hoyles C. & Pozzi S. (2002). Abstraction in Expertise: A Study of Nurses' Conceptions of Concentration. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(3), 204-229.
- Ouest-France (2012). Saint-Malo. Enquête après la mort d'un enfant à l'hôpital. http://www.ouest-france.fr/actu/actuDet_-Saint-Malo.-Enquete-apres-la-mort-d-un-enfant-a-l-hopital_39382-2101917_actu.Html
- Peltier-Barbier, M. (dir.) (2004). *Dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble, France : La Pensée Sauvage.
- Perrin-Glorian, M.-J. (1993). Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les classes « faibles ». *Recherches en didactique des mathématiques*, 13(1-2), 15-118.
- Perrin-Glorian, M.-J. & Hersant, M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(2), 217-276.
- Robert, A. (2001). Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en didactique des mathématiques*, 21(1-2), 57-80.
- Robert, A. & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche, *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, 2(4), 505-528.
- Robert, A. & Rogalski, J. (2005). A Cross-Analysis of the Mathematics Teacher's Activity. An Example in a French 10th-Grade Class, *Educational Studies in Mathematics*, 59(1-3), 269-298.
- Robert, A. & Vandebrouck, F. (2003). Des utilisations du tableau par des professeurs de mathématiques en classe de seconde. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(3), 389-424.

- Roditi, E. (2001). *L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième. Étude de pratiques ordinaires* (thèse de doctorat). Université Paris Diderot, France.
- Roditi, E. (2003). Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. Le cas de la multiplication des nombres décimaux en sixième. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(2), 183-216.
- Roditi, E. (2004). Le théorème de l'angle inscrit au collège : analyse d'une séance d'introduction. *Petit x*, 66, 18-48.
- Roditi, E. (2005). Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique. Paris : L'Harmattan.
- Roditi, E. (2007). La comparaison des nombres décimaux, conception et expérimentation d'une aide aux élèves en difficulté, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 12, 55-81.
- Roditi, E. (2008). Des pratiques enseignantes à la fois contraintes et personnelles, et pourtant cohérentes. In F. Vandebrouck (dir.). *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (73-94). Toulouse, France : Octarès.
- Roditi, E. (2009a). Implicites dans l'analyse des pratiques enseignantes en didactique des mathématiques. In C. Cohen-Azria & N. Sayac (dir.). *Questionner l'implicite* (147-156). Villeneuve d'Ascq : Presses universitaires du Septentrion.
- Roditi, E. (2009b). L'histogramme : à la recherche du savoir à enseigner. *Spirale - Revue de recherches en éducation*, 43, 129-138.
- Roditi, E. (2010). Une collaboration entre chercheurs et enseignants dans le contexte français de la didactique des mathématiques. *Éducation & Formation*, 293, 199-210.
- Roditi E. (2011). Le développement des pratiques enseignantes en mathématiques d'un professeur d'école : une étude sur dix années d'exercice. *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques* (201-227), Paris : ARDM.
- Roditi, E. (à paraître en 2012). Le calcul de doses dans la formation en soins infirmiers. *Actes du 23e colloque de l'admee-Europe « Évaluation et enseignement supérieur »*.
- Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(3), 343-388.
- Rogalski, J. (2008). Des compléments sur les théories de l'activité et du développement pour l'analyse liée des pratiques des enseignants et des apprentissages des élèves. In F. Vandebrouck (dir.). *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (429-456). Toulouse, France : Octarès.
- Sayac, N. (2006). Étude à grande échelle sur les pratiques des professeurs de mathématiques de lycée : résultats liés à des variables spécifiques et essai de typologie. *Recherches en didactique des mathématiques*, 26(2), 231-278.
- Schön, D. (1983/1994). *Le praticien réflexif. À la recherche du savoir caché dans l'agir professionnel*. Montréal, Canada : Les Éditions Logiques. (Ouvrage original publié en 1983 sous le titre *The Reflective Practitioner*. New York, NY : Basic Books).
- Sensevy, G., Mercier, A. & Schubauer-Leoni, M.-L. (2000). Vers un modèle de l'action didactique du professeur. À propos de la course à 20. *Recherches en didactique des mathématiques*, 20(3), 263-304.
- Shulman, L. (1986). Those who understand : Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.
- Soury-Lavergne, S. (2003). De l'étayage à l'effet Topaze, regard sur la négociation dans la relation didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(1), 9-40.

- Tavignot, P. (1993). Analyse du processus de transposition didactique. Application à la symétrie orthogonale en sixième lors de la réforme de 1985. *Recherches en didactique des mathématiques*, 13(3), 257-294.
- Vandebrouck, F. (dir.). (2008). *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse, France : Octarès.
- Voigt, J. (1985). Patterns and Routines in Classroom Interaction. *Recherches en didactique des mathématiques*, 6(1), 69-118.
- Vygotski, L. (1934/1985). *Pensée et langage*, Paris : Messidor.
- Wright, K. (2007). A written assessment is an invalid test of numeracy skills. *British Journal of Nursing*, 16(13), 828-831.
- Wright, K. (2010). The assessment and development of drug calculation skills in nurse education. A critical debate. *Nursing Education today*, 30(1), 85-97.

HUSSEIN SABRA

La notion d'incident pour comprendre les dynamiques de documentations individuelle et communautaire. Cas d'un projet de Sésamath

houssein.sabra@univ-montp2.fr

Institut de Mathématiques et de Modélisation de Montpellier, Université Montpellier 2

Résumé :

Notre étude se situe dans le cadre de l'approche documentaire du didactique. Elle traite des rapports entre documentations individuelle et communautaire des enseignants de mathématiques. Elle concerne un groupe de travail de l'association Sésamath engagé dans la conception d'un manuel numérique pour la classe de seconde. L'étude s'intéresse plus particulièrement à l'enseignement du thème fonctions, du fait de l'importance dans le curriculum et de la variété des ressources mobilisables pour leur enseignement. Nous proposons des concepts (comme incident documentaire et connaissance communautaire) et des développements méthodologiques pour saisir les documentations individuelle et communautaire dans leur structure, leur dynamique et leurs interactions. Nous mettons en évidence des moments critiques de ces processus, les incidents documentaires, qui apparaissent à la fois comme des révélateurs et des accélérateurs. Nous montrons enfin le potentiel qu'ont ces incidents pour le développement des rapports entre des documentations individuelles et communautaires.

Introduction

Nous avons traité dans notre thèse⁸³ (Sabra 2011) des rapports entre aspect individuel et aspect collectif du travail des enseignants de mathématiques, et plus particulièrement des apprentissages des enseignants dans des tels collectifs. Le questionnement de formation des enseignants, plus généralement de leur développement professionnel, est une question vive aujourd'hui en didactique des mathématiques. Nous visons à saisir ces développements à partir du travail sur les ressources que les enseignants réalisent au sein de collectifs. Le travail présenté dans ce texte, pourrait être utile pour penser la formation des maîtres, en donnant aux ressources et au collectif une place centrale ; utile aussi du point de vue des pistes théoriques et méthodologiques qu'il ouvre pour étudier le travail collectif des enseignants, et ses rapports au travail individuel.

L'émergence des thématiques portant sur les ressources et les collectifs est en rapport étroit avec l'évolution des potentialités d'Internet, des plates-formes et des réseaux sociaux (Sabra et Trouche 2009). Nous nous interrogeons alors sur les conditions de développement professionnel portées par les formes émergentes de travail collectif des enseignants de mathématiques. Pour ce faire, nous commençons par une présentation de notre cadre théorique et des questions de recherche ; nous continuons par la présentation de notre méthodologie et des outils associés, mis à l'épreuve sur le terrain d'étude. L'analyse de données recueillies occupe la suite de cet article suivi d'une conclusion générale.

⁸³ Thèse de l'université de Lyon soutenue en décembre 2011. Directeur de thèse Luc Trouche – S2HEP, EducTice.

Cadre théorique et questions de recherche

Les phénomènes à regarder sont complexes. Nous les étudions plus particulièrement à partir des traces de l'activité sur les ressources mobilisées et produites. Dans la construction théorique que nous présentons, nous partons d'un constat que : pour pouvoir étudier les articulations entre l'aspect individuel et l'aspect collectif, nous faisons recours autant que possible à une structure théorique à composantes équivalentes pour le suivi d'un enseignant et le suivi d'un collectif d'enseignants.

La documentation d'un enseignant de mathématiques

L'approche documentaire du didactique (Gueudet et Trouche 2010a) constitue un prolongement de l'approche instrumentale (Rabardel 1995) introduite initialement en didactique des mathématiques pour l'étude de l'intégration des TICE dans les processus d'apprentissage (Guin et Trouche 1999, Lagrange 2001, Artigue 2002). Nous mobilisons l'approche documentaire pour l'étude des dynamiques de conception de ressources pour l'enseignement des mathématiques.

Suivant l'approche documentaire, nous établissons une distinction entre *ressources* et *document*. La construction d'un document se fait à partir d'un ensemble de ressources en passant par des phases d'appropriation et de transformation (combinaison et adaptation) par l'enseignant. Nous représentons la *documentation* comme un jeu d'interaction dynamique qui se développe au cours du temps entre trois pôles : activités, connaissances et ressources.

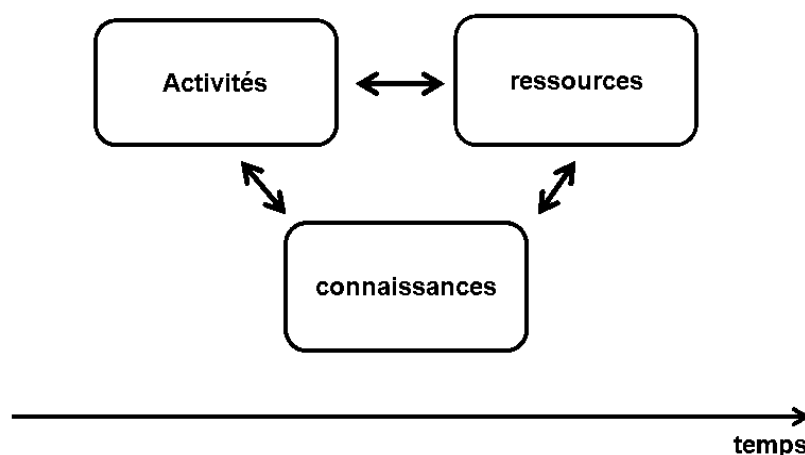


Figure 1. Une représentation des trois pôles de la documentation, genèse en fonction du temps

Pour le pôle « activités », nous nous référons à Margolinas (1995, 2002) qui a proposé un modèle prenant en compte la complexité du travail des professeurs. Son modèle propose une structuration sous la forme de *niveaux* en interactions, dont chacun a ses propres caractéristiques (tableau 1). Le niveau le plus général du modèle, le *niveau idéologique* (+3), représente la réflexion du professeur sur son enseignement. A ce niveau, l'activité du professeur est non finalisée, mais ses relations avec la *noosphère*⁸⁴ se traduisent par des influences qu'il ne peut pas toujours contrôler. Le niveau suivant (+2) est le *niveau de conception d'un thème mathématique*. A ce niveau le professeur cherche à situer son cours dans une progression mathématique. Ensuite le *niveau du projet de leçon* (+1) consiste à traduire et expliciter son projet d'enseignement. Dans son activité de conception d'un thème mathématique (+2), un professeur a en tête une esquisse des projets de leçons (+1) s'inscrivant sous ce thème. Son travail sur un projet d'une leçon donnée (+1) peut être aussi

⁸⁴ L'ensemble des personnes et des groupes dont la fonction est d'assurer, en incluant des éléments de savoir scientifique, l'interface, la relation entre le système d'enseignement et la société globale (Chevallard 1985)

un générateur d'idées sur la construction d'un thème dans lequel s'inscrit cette leçon. Le *niveau de la situation didactique* (0) est le niveau qui prend en compte l'activité du professeur en classe. Ce niveau constitue le centre de l'activité professionnelle d'un enseignant. Il constitue l'« origine » et la finalité de son travail. Le niveau suivant est le niveau d'observation des actions des élèves (-1). Cette structure permet d'interpréter les connaissances mobilisées et construites pour/par l'activité (Margolinas 2002).

Niveau idéologique	+3
Niveau de construction ou de conception d'un thème	+2
Niveau de projet de leçon	+1
Niveau de la situation didactique	0
Niveau d'observation ou de dévolution	-1

Tableau 1. Les différents niveaux d'activité du professeur (Margolinas 2002)

Pour le pôle « connaissances », nous nous référons à Brousseau qui, dans le glossaire de la théorie des situations didactiques (Brousseau & Sarrazy 2002), les définit comme un ensemble de *moyens* : moyens de prendre une décision, de choisir une action, une formulation, une preuve, mais aussi toute une chaîne de rapports réflexifs à ces formes. Brousseau et Centeno (1991) précisent :

moyens transmissibles (par imitation, initiation, communication, etc.) mais non nécessairement explicites, de contrôler une situation et d'y obtenir un certain résultat conformément à une attente ou à une exigence sociale. La connaissance – ou la reconnaissance – n'est pas analysée mais exigée comme une performance relevant de la responsabilité de l'acteur (p. 176).

Ils distinguent les *connaissances* du côté de l'action, et les *savoirs* du côté de la validation et la communication. Partons de cette définition, nous appréhendons les connaissances comme des moyens pour l'action et des moyens de contrôle et de réflexion sur des raisonnements, choix et actions. Les connaissances sont mobilisées et produites par les activités des enseignants.

Pour le pôle « ressources », nous adoptons la définition proposée par l'approche documentaire : tout élément susceptible de *re-sourcer* l'activité de l'enseignant, tout « ingrédient » qu'un professeur exploite pour penser son enseignement et répondre à un besoin d'enseignement de mathématiques », et à partir desquels il va développer des documents.

Un document ne vit pas d'une façon isolée. Les documents s'articulent en système, le *système documentaire* (Gueudet et Trouche 2010a). Un système documentaire est donc un ensemble de documents articulés : ce qui crée les liens entre deux documents, ce sont les ressources communes qu'ils intègrent, ou les connaissances communes qui soutiennent leur conception et leur mise en œuvre. Nous parlerons donc du système de ressources et du système de connaissances d'un enseignant de mathématiques.

La documentation communautaire, généralisation du modèle individuel

Partant de l'hypothèse d'une possibilité de prolongement du modèle de la documentation individuelle au cas collectif. Nous tentons à représenter la documentation communautaire comme un jeu d'interaction dynamique qui se développe au cours de temps entre trois pôles : activités communautaires, connaissances communautaires et ressources communautaires (figure 2). Nous étudions les définitions que nous pouvons attribuer à chacun des pôles de la documentation communautaire.

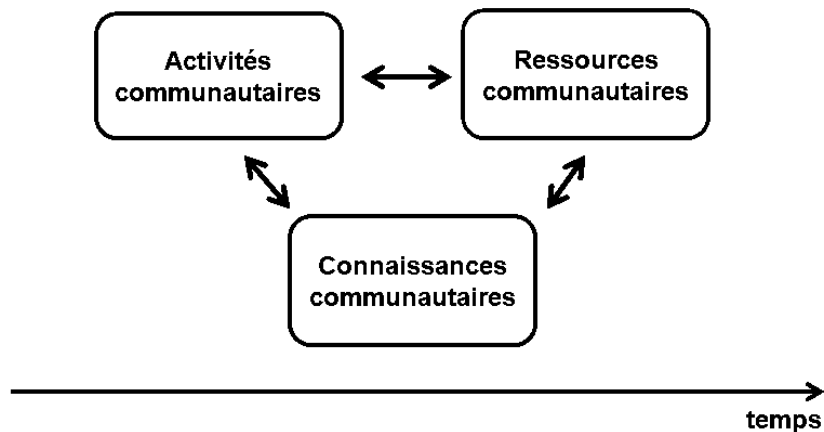


Figure 2. Une représentation de la documentation communautaire

La théorie des communautés de pratique (Wenger 1998) a été importée par des chercheurs en didactique des mathématiques (Georget 2009, Gueudet & Trouche 2010b). Elle a été aussi largement exploitée au niveau international par des chercheurs dans le champ de l'éducation mathématique, comme par exemple Jaworski (2009) pour l'étude des *communautés d'investigation* qui constituent un prolongement des CoP dans des contextes spécifiques.

La théorie des CoP fournit des outils théoriques pour l'analyse des productions de la communauté en rapport avec son activité. Elle constitue donc un cadre pertinent pour l'étude des communautés d'enseignants de mathématiques dans la durée, avec le caractère émergent de ces communautés. Elle met aussi en relation l'activité et les productions de ces activités ; une communauté de pratique émerge au cours de temps, à partir d'un équilibre entre deux processus : la *participation* qui est constituée par les interactions entre les différents acteurs de la communauté ; et la *réification* qui est la transformation d'une expérience en un *objet* identifiable. L'émergence d'une communauté se réalise par des négociations de sens qui s'appuient sur les réifications qui sont elles-mêmes dépendantes de la participation. Le processus de réification est chargé de *connaissances communément acquises* (Wenger 1998).

Nous définissons la participation des enseignants des mathématiques à une CoP comme une contribution individuelle ou collective qui peut prendre des formes variées suivant le niveau d'activité dans lequel elle s'inscrit. La réification renvoie d'une part, au processus structuré par l'ensemble des activités et, d'autre part, aux productions de ces activités. Les productions des activités sont des ressources (qu'on appellera les ressources communautaires) et des connaissances (ce que nous appelons les connaissances communautaires). Nous avons présenté ce que nous entendons par ressources et système de ressources dans la documentation d'un enseignant de mathématiques. Les *ressources communautaires* sont formées de l'ensemble des ressources mises à disposition de la communauté par chacun des enseignants impliqués dans cette communauté, ainsi que celles conçues au sein de la communauté dans le cadre de la réalisation du projet commun : par le processus de réification, il y a en effet introduction de nouvelles ressources, issues de la participation des membres, et production de nouvelles ressources, sur lesquelles la communauté s'appuie pour développer son projet. Par les processus de participation et de réification, l'ensemble des ressources en jeu dans la communauté se développe au cours du temps. Nous définissons alors le *système de ressources communautaires* comme l'ensemble des ressources en jeu dans une communauté, mobilisées par les processus de participation et de réification.

Le développement de la documentation communautaire est porté par le développement du système de ressources communautaires et des connaissances ; le système de ressources communautaire constitue un point d'appui pour la participation des membres (qui peut

prendre des formes variées suivant le niveau d'activité dans lequel elle s'inscrit). Dans la participation, les membres mobilisent et produisent des ressources et des connaissances (Figure 3).

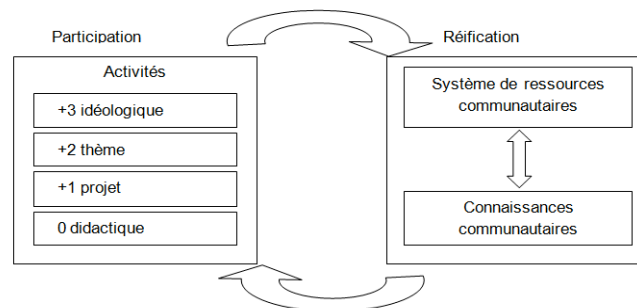


Figure 3. Représentation de la relation entre les deux processus participation et réification dans une CoP

Suivant cette présentation, la théorie des communautés de pratique nous fournit un cadre pour l'analyse de la documentation communautaire (figure 3) à partir de l'interprétation de l'interaction entre : d'une part les activités et, d'autre part les ressources communautaires et les connaissances communautaires. Il s'agit de donner une définition à la notion de « connaissances communautaires », révélant ses caractéristiques pour l'étude didactique des collectifs d'enseignants des mathématiques. Nous définissons une connaissance communautaire comme : moyen d'action, supposé valide dans le contexte du projet commun, se développant par la mobilisation des connaissances des membres (Sabra 2011).

Nous avons présenté la documentation communautaire comme un jeu d'interaction entre activités communautaires, ressources communautaires et connaissances communautaires. La mobilisation de la théorie des communautés de pratique, articulée avec une définition de la notion de connaissances communautaires, nous semble former un cadre pertinent pour une étude didactique du travail de conception de ressources dans une communauté d'enseignants de mathématiques.

Les incidents documentaires communautaires

La documentation communautaire est portée par des dynamiques fortes. Dans cette partie, nous essayons de conceptualiser les moments de rupture de ces dynamiques en termes d'incidents documentaires communautaires.

L'utilisation de la notion d'*incident* est ancienne. Flanagan (1954), déjà, dans le domaine de la psychologie de travail, parlait de l'*incident critique*. Il définissait un incident comme :

Any observable human activity that is sufficiently complete in itself to permit inferences and predictions to be made about the person performing the act

Il expliquait alors comment un incident peut être critique :

To be critical, an incident must occur in a situation where the purpose or intent of the act seems fairly clear to the observer and where its consequences are sufficiently definite to leave little doubt concerning its effects

Il évoquait aussi une méthode d'analyse de l'activité, appelée « technique de l'incident critique »:

A set of procedures for collecting direct observations of human behavior in such a way as to facilitate their potential usefulness in solving practical problems

Pour Flanagan, un incident critique est une activité humaine qui se produit avec un but et une intention de l'action, et n'aboutit pas. Il définit une méthode d'incident critique qui lui

permet, notamment, de repérer les situations de dysfonctionnements. Cette méthode consiste à recueillir, à partir d'un entretien individuel, les incidents jugés critiques dans des situations de travail données. Il s'agit de décrire l'activité réalisée jugée comme source de l'incident, les effets de cette activité, les régulations effectuées par les opérateurs et les interprétations des résultats de l'activité et des régulations.

En didactique des STAPS, Eloi et Uhlrich (2011) déclarent que :

L'utilisation du concept d'incident se trouve nous semble-t-il justifiée dans la mesure où il est fait référence à un événement qui n'entrave pas l'activité majeure des personnes impliquées. Il s'agit d'une difficulté secondaire qui " survient " dans le cours d'une action principale

Ils proposent de considérer les incidents comme des artefacts au regard de leur effet sur l'activité du sujet. Dans cette perspective, ils définissent ce qu'ils appellent *incident artefactuel* comme

L'utilisation d'un objet matériel ou non, volontairement introduit par l'intervenant dans l'activité du sujet visant à la modification du cours normal de sa pratique dans le but de provoquer une compréhension nouvelle de son activité

Contrairement au sens proposé par Flanagan, l'incident n'est pas entendu dans le sens de dysfonctionnement mais plutôt dans le sens de transformation de l'activité du sujet et de reconnaissance de la situation.

En didactique des mathématiques, Roditi (2003) définit un *incident didactique* comme

Une manifestation publique d'un élève ou d'un groupe, en relation avec l'enseignement, et en décalage négatif par rapport à l'ensemble des réponses correctes envisageable

Pour Roditi un incident dans un processus d'apprentissage doit être géré par le professeur :

La gestion d'un incident est l'intervention du professeur consécutive à cet incident

Par conséquent, l'incident didactique pour Roditi manifeste un moment de rupture du processus d'apprentissage tel qu'il a été pensé par le professeur. Aldon (2011), quant à lui, définit l'incident didactique comme

Un événement du système didactique qui se produit de manière irrégulière, non prévue, nécessitant des acteurs une réponse appropriée

Pour Aldon l'incident didactique peut être un incident pour l'enseignant, pour l'élève (ou groupe d'élèves), ou bien à la fois pour l'enseignant et les élèves.

Dans notre travail, nous visons de définir un type particulier d'incident : un incident comme élément critique des genèses documentaires. Cet élément critique n'est pas nécessairement un élément de dysfonctionnement, comme c'est le cas pour Flanagan (1954) et Roditi (2003) ; il n'est pas nécessairement un objet matériel comme c'est le cas d'Eloi et Uhlrich (2011) ; et il n'est pas limité à la salle de classe comme c'est le cas de Roditi (2003) et Aldon (2011). Nous définissons un *incident documentaire communautaire* (Sabra 2011) comme l'intégration d'une ressource, imprévue par au moins une partie de la communauté, dans le système de ressources communautaire qui modifie le cours de la documentation communautaire. Dans la documentation communautaire, les moments de rupture sont liés aux processus de participation et de réification. Dans une communauté, les interactions sont complexes : elles peuvent avoir lieu entre deux ou plusieurs membres de la communauté, entre un membre de la communauté et un membre de l'extérieur, entre un sous-groupe de la communauté et un membre de l'extérieur ou un sous-groupe de la communauté et un collectif extérieur. Les interactions peuvent être liées au projet commun ou non. Elles sont de différents types : didactique, épistémologique, organisationnelle ou même personnelle.

Un incident documentaire communautaire n'est pas entendu dans le seul sens négatif. La gestion de l'incident et le contrôle de ses effets semblent importants pour comprendre la nouvelle orientation prise par la documentation communautaire.

Questions de recherche

Parti du questionnement des rapports entre documentations individuelle et communautaire, nous avons été menés à la construction d'un cadre théorique qui prend en compte l'interaction entre le triplet : connaissances, activités et ressources, dans une dimension individuelle (un enseignant de mathématiques) ou communautaire (des communautés d'enseignants de mathématiques). Cette construction théorique nous permet de préciser nos questions de recherche.

- Q1 : Comment comprendre les relations entre la documentation d'un enseignant et la documentation communautaire dans laquelle il est inséré ?
- Q2 : Comment l'analyse des incidents documentaires communautaires contribue à la compréhension des documentations individuelle et communautaire et les relations entre elles ?

En nous appuyant sur la construction théorique proposée dans cette partie, nous allons développer une méthodologie associée permettant de traiter les questions posées.

La méthodologie : réflexion et conception

Réflexion pour la conception de la méthodologie

Le rapport au terrain expérimental se construit dans un ensemble de choix liés aux problématiques, aux objectifs de recherche, aux cadres théoriques mobilisés (Daina et al. 2011), donc en lien fort avec la méthodologie conçue et mise en œuvre. Le suivi des documentations individuelle et communautaire suppose la prise en compte de plusieurs paramètres (Guedet et Trouche 2010b) :

- un *suivi conjoint* de la documentation communautaire et des documentations individuelles ;
- un *suivi associé* des activités et des ressources. Les systèmes de ressources individuels et communautaires sont en évolution permanente. Ces évolutions sont liées, pour la communauté, à plusieurs facteurs, dont la participation des membres qui s'inscrivent dans différents niveaux d'activités. Pour les professeurs, ces évolutions sont liées à leurs activités ;
- la *durée longue* et la *continuité* du suivi. Les genèses documentaires s'inscrivent dans le temps long du développement des ressources et des connaissances. La nature *vivante*, aussi bien des ressources individuelles et communautaires que des activités individuelles et communautaires, suppose un suivi *continu*, autant que possible ;
- un suivi en classe et *hors classe*. Pour le suivi des documentations individuelles et communautaire, il est nécessaire de considérer les activités dans une variété de lieux.

Prenant en compte la complexité du rapport à construire avec les acteurs du terrain expérimental, nous nous proposons d'effectuer, avant la mise en place de la méthodologie, une *analyse préalable* de la communauté à suivre. L'objectif de cette analyse est :

- d'avoir une idée de la visibilité des activités individuelles et communautaires ;
- de repérer des outils existants sur le terrain qui puissent nous permettre de recueillir des données. Nous nous efforcerons de penser l'articulation de ces outils avec nos

propres outils méthodologiques dans un objectif d'optimisation du dispositif du suivi ;

- d'identifier les rôles différenciés des membres pour la réalisation du projet commun pour choisir des enseignants, membres de la communauté, dont le suivi nous permettra d'interpréter la documentation communautaire.

L'analyse préalable effectuée permettra d'adapter les outils méthodologiques que nous mettrons en œuvre. Nous penserons donc des outils méthodologiques flexibles, pouvant être adaptés, selon les besoins, aux conditions du travail de l'enseignant et de la communauté. Nous ne pensons pas nécessairement des outils méthodologiques différents pour le suivi de la documentation individuelle et celle de la documentation communautaire : certains outils pourront être mixtes, pouvant servir aux deux types de suivi.

Les principes de la conception de la méthodologie

A l'issue de cette réflexion générale, nous construisons notre méthodologie suivant trois principes : 1) l'explicitation du *contrat méthodologique* établi entre chercheur et acteur du terrain expérimental ; 2) la stimulation d'une *réflexivité* sur les activités individuelles et communautaires ; et 3) l'appui sur la *conception dans l'usage*. Nous procédons par une description analytique de chacun de ces principes.

d. L'explicitation du contrat méthodologique

Les enseignants sont des acteurs essentiels du recueil de données dans notre méthodologie. Ils sont nombreux et diversifiés. Plus les acteurs sont nombreux et diversifiés, plus les rapports construits se complexifient, plus un travail d'adaptation continue de la méthodologie est nécessaire. L'élargissement temporel et spatial de notre terrain expérimental induit des questions autour du contrat à établir entre le chercheur et les acteurs, contrat qui est, en général, principalement implicite. Nous introduisons ici *l'explicitation du contrat méthodologique* comme un premier principe de notre méthodologie.

Le contrat *didactique* (Brousseau 1988 ; Chevallard 1988) est introduit en didactique des mathématiques pour situer les responsabilités du professeur et des élèves dans la classe de mathématiques. Nous exploitons une analogie avec ce dernier contrat pour définir le contrat *méthodologique*. Brousseau (1988) définit le contrat didactique comme

l'ensemble des comportements de l'enseignant qui sont attendus de l'élève, et [de] l'ensemble des comportements de l'élève qui sont attendus de l'enseignant [...] Ce contrat est l'ensemble des règles qui déterminent explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement, ce que chaque partenaire de la relation didactique va avoir à gérer et dont il sera, d'une manière ou d'une autre, comptable devant l'autre

Pour Chevallard (1988),

[L]e contrat didactique définit les droits et les devoirs des élèves, les droits et les devoirs de l'enseignant et, par cette division des tâches, partage et limite les responsabilités de chacun (p. 19)

Les moments de rupture de ce contrat sont les moments d'apprentissage. En effet, tout enseignement d'un nouvel objet de savoir provoque des ruptures de contrat par rapport à des objets de savoir anciens, et la renégociation de nouveaux contrats. L'apprentissage de l'élève se fait au prix de ces ruptures qu'enseignants et élèves doivent négocier. Nous retenons ces éléments constitutifs du contrat didactique : un partage de responsabilités entre les deux contractants (élève(s) et enseignant) ; un ensemble de règles pour gérer les responsabilités de chacun ; le caractère implicite du contrat qui ouvre la possibilité de négociations permanentes ; les moments de rupture qui conduisent à une redéfinition du contrat didactique.

Dans un contrat didactique, l'enjeu commun des contractants est le savoir (les mathématiques dans le cas de la didactique des mathématiques).

Dans le contrat méthodologique que nous définissons, les contractants sont, d'un côté, le chercheur, d'un autre côté, le(s) acteur(s). L'objet commun des contractants est *l'action didactique* individuelle ou collective de l'acteur ainsi que les ressources produites par/pour cette activité. Le contrat méthodologique permet de formaliser en partie les rapports entre chercheur et acteurs du terrain expérimental. Il tente, par des règles, de définir les rôles et les responsabilités de chacun (chercheur et acteurs). Nous définissons le contrat méthodologique comme un ensemble d'attentes mutuelles entre le chercheur et l'acteur, essentiellement implicites, à propos d'une action didactique sur le terrain expérimental.

L'asymétrie des contractants dans leurs rapports à l'enjeu commun du contrat méthodologique renforce la place de l'implicite et donne lieu à des négociations permanentes. Dans le cadre de notre recherche, nous suivrons l'activité et les ressources des acteurs. Nous souhaitons les solliciter pour participer à cette tâche. Dans ce cadre, l'explicitation du contrat méthodologique semble indispensable. Elle consiste à expliciter les conditions de la participation d'un acteur au recueil de données.

Comme toute analogie, l'analogie entre contrat didactique et contrat méthodologique a des limites. Dans un contrat didactique, l'incertitude de l'élève concernant la résolution du problème est à l'origine de son engagement dans le jeu, tandis que l'enseignant est supposé détenteur de la solution. Par contre, dans un contrat méthodologique, l'incertitude est celle du chercheur : il ne connaît pas les activités individuelles et communautaires des acteurs mais il construit des outils méthodologiques pour les saisir. Pour que l'acteur accepte de donner à voir une partie de ses activités individuelles et communautaires, le chercheur doit créer un intérêt par ses propositions et doit inciter à une réflexivité. Une autre limite de l'analogie entre contrat didactique et contrat méthodologique réside dans la nature des moments de rupture. Dans un contrat méthodologique, les moments de ruptures ne sont pas liés seulement, pour un acteur, à une découverte ou à une communication d'une activité individuelle ou communautaire. Les moments de rupture dans un contrat méthodologique peuvent être dus à une intervention du chercheur influençant les dynamiques des documentations. Ils peuvent être liés à une dévolution, par le chercheur, d'un projet (ressources, outils méthodologiques, autres) qui n'est pas viable dans le milieu d'activités de l'enseignant ou bien le milieu d'activités de la communauté.

Nous tentons de limiter les implicites pour élargir nos potentialités d'interpréter les données recueillies. Pour cela, il s'agit d'explicitier les rapports à l'enjeu commun par un projet élaboré par le chercheur à destination des acteurs. Mais, comme pour le contrat didactique, le contrat méthodologique, même avec un projet explicité, n'enlève pas tous les implicites. Il s'agit de clairement identifier la partie de nos objectifs de recherche que nous pouvons dévoiler : nous ne pouvons pas complètement dévoiler la problématique de la recherche pour que l'acteur ne se limite pas à nous communiquer les activités et les ressources qui lui semblent répondre à notre problématique. En même temps, il faut expliquer à l'acteur quels types d'activités et de ressources nous attendons qu'il nous communique. Ce travail demande un engagement de l'acteur, ce qui entraîne des questions autour de l'intérêt didactique ou professionnel que cette collaboration peut lui apporter. Ce point semble crucial pour que l'acteur accepte l'engagement.

e. La stimulation d'une réflexivité sur l'activité

Dans la méthodologie d'investigation réflexive qu'ils proposent, la réflexivité est basée sur une implication active du professeur. Gueudet et Trouche (2010a) ont retenu une posture générale de leur recherche qui considère, comme Sensevy (2007) que

La description et l'analyse de l'action humaine supposent la prise en compte du sens de leur action pour les acteurs (p. 41)

L'implication active du professeur dans le recueil de données suppose une certaine négociation et explicitation du contrat méthodologique. Il s'agit donc de concevoir des outils méthodologiques suscitant la réflexivité. Certains sont propres à la méthodologie d'investigation réflexive, d'autres en constituent un prolongement. Parmi les outils méthodologiques à concevoir, nous portons notre attention sur les outils permettant de capter le sens de l'activité, individuelle ainsi que communautaire, de l'enseignant.

Dans le cas d'une communauté, nous devons penser une méthodologie qui incite à une réflexivité sur les activités communautaires. Comme dans le cas de l'investigation réflexive, cette méthodologie est basée sur une implication active des membres de la communauté dans le recueil de données, dans le cadre d'un dispositif suscitant une réflexivité. Quand nous passons d'un suivi réflexif individuel à un suivi réflexif communautaire, la difficulté du suivi s'amplifie. Une des sources de cette difficulté réside dans le sens de l'activité communautaire, qui n'est pas toujours partagé pour tous les membres de la communauté. Nous essayons de repérer le sens d'une même activité communautaire pour plusieurs membres ayant des rôles différenciés dans la communauté.

f. L'appui sur la conception dans l'usage

La méthodologie à mettre en œuvre, en particulier pour le suivi de la documentation communautaire, se veut être une méthodologie adaptable à différentes communautés d'enseignants de mathématiques. Folcher (2005) distingue les artefacts *conçus pour soi* et ceux *conçus pour d'autres*. Certains de nos outils méthodologiques sont simultanément des *conçus pour soi* (pour nous, chercheur sur le terrain expérimental) et des *conçus pour d'autres* (acteurs sur le terrain expérimental qui participent au recueil de données). Lors de la conception de la méthodologie, il s'agit de créer un équilibre entre la conception pour soi et la conception pour d'autres, ce qui explique que la conception de la méthodologie se poursuivra *dans* l'usage (Rabardel et Bourmaud 2005), au cours de la mise en œuvre.

La conception dans l'usage s'applique aux outils méthodologiques conçus et mis en œuvre sur le terrain expérimental. Au cours de la mise en œuvre, nous (chercheur) réorganisons constamment la structure de la méthodologie pour la réalisation de notre objectif principal de recherche (observation des activités et recueil des ressources qui soutiennent une construction des connaissances).

La conception dans l'usage nous conduit à mettre en œuvre des outils méthodologiques suffisamment flexibles, susceptibles d'être adaptés aux évolutions du terrain expérimental durant la période du suivi. L'adaptation sera alors le fait du chercheur ou de l'acteur du terrain participant au recueil de données. Les processus de conception dans l'usage et pour l'usage sont articulés dans un même mouvement de développement des outils méthodologiques.

Outils méthodologiques pour le recueil de données

Les outils méthodologiques nous permettent de compléter les données naturellement recueillies, certains sont propres au suivi de la documentation individuelle, d'autres au suivi de la documentation communautaire. Certains sont mixtes : ils peuvent servir aux deux types de suivi. Les outils méthodologiques pour le suivi de la documentation individuelle sont ceux de l'investigation réflexive (Gueudet et Trouche 2010a) que nous avons adaptée pour notre propre recherche. Parmi ces outils, nous distinguons les entretiens à domicile (avec instruction au sosie), les questionnaires, les journaux de bord, les représentations schématiques du système de ressources aussi que les observations de classe.

En ce qui concerne la documentation communautaire, le recueil de données aura lieu en s'appuyant sur des outils méthodologiques, engageant plusieurs acteurs, membres ayant des rôles différenciés dans la communauté. Nous présentons certains de ces outils en précisant :

- le rôle de l'outil dans la réponse à nos objectifs de recherche ;
- la responsabilité à la charge du chercheur et celle à la charge de l'acteur dans le recueil de données ;
- la stimulation de réflexivité que suppose cet outil ;
- les potentialités d'adaptation de l'outil, que ce soit par le chercheur ou par l'acteur.

a. Le Petit Agenda de Suivi, outil de suivi des incidents

Nous avons conçu le PAS afin d'identifier les incidents documentaires communautaires au cours du processus de réalisation du projet commun. Il s'agit de repérer ces incidents et d'analyser leur impact sur la documentation communautaire. Il est à renseigner par des membres de la communauté. Dans l'analyse préalable de la communauté, nous identifions des rôles différenciés de certains membres (concepteur de ressources, relecteur de ressources, gestionnaire des débats, testeur de ressources en classe, etc.). Nous sollicitons certains parmi eux, ayant un engagement fort dans la communauté, pour le renseignement du PAS. Nous demandons de noter dans ce PAS ce que le membre estime être un incident. On fait l'hypothèse que les incidents sont perçus différemment par les membres de la communauté en fonction de leur rôle. C'est pour cela qu'il est intéressant que plusieurs membres, ayant des rôles différenciés, renseignent le PAS. Nous confronterons ensuite les différents PAS.

Le PAS est formé de plusieurs rubriques qu'il s'agit de renseigner pour chaque incident :

- une description de l'incident ;
- les acteur(s) et fait(s) jouant un rôle dans l'incident. Ils peuvent être un membre, les institutions, les membres dans le cadre d'un autre projet ou autres ;
- la (les) décision(s) prise(s) pour faire face à cet incident : prises d'initiatives, activités, propositions (ou modifications) de ressources ;
- effets de l'incident : certains effets de l'incident sont observables directement après l'incident et d'autres après un certain moment. Il y a plusieurs types d'effets pour l'incident : une renégociation du projet, changement de l'organisation de la communauté, etc. ;
- trace des incidents : nous demandons dans la mesure du possible d'appuyer les réponses par des traces matérielles (mels, une fiche, copies d'écran, sites, vidéos, etc).

Le renseignement de PAS suppose une réflexivité importante sur l'activité communautaire. Par ailleurs, les données recueillies sont chargées de la subjectivité des enseignants : dans l'analyse de ces données, nous prendrons donc en compte le rôle identifié du membre de la communauté.

La dévolution aura lieu lors d'un entretien avec l'acteur. Afin d'explicitier autant que possible le contrat méthodologique, nous présentons le PAS en nous appuyant sur une fiche descriptive qui sera laissée à l'enseignant. Elle contient : les objectifs du PAS, comment renseigner le PAS et une définition des différentes rubriques du PAS. Nous lui proposons le PAS en laissant les possibilités de l'adapter en fonction de ses besoins et ses propres outils de travail.

b. Le journal de bord individuel

Le journal de bord, outil essentiel de la méthodologie d'investigation réflexive (Gueudet et Trouche 2010a). Il est destiné aux enseignants suivis individuellement. Il s'agit, pour eux, de

prendre des notes sur leurs activités en classe et hors classe, individuelle et communautaire, pendant une période donnée. Nous demandons de donner précisément : l'horaire, le lieu, les protagonistes, les ressources utilisées (ce qui est produit, ce qui est archivé) et d'éventuels commentaires. Le journal de bord concerne les activités en lien avec une classe précise. Par ce journal de bord, nous visons à approcher les activités de l'enseignant, en lien avec les ressources mobilisées et produites par ces activités.

Le renseignement du journal de bord est un travail laissé à la charge de l'enseignant suivi individuellement. L'enseignant doit donc y voir un intérêt pour lui-même. Il revient au chercheur de proposer un journal de bord correspondant aux intérêts de l'enseignant, s'articulant avec ses propres outils et soutenant une certaine organisation de son travail.

Le journal de bord est un outil méthodologique qui incite à la réflexivité sur les activités. Il est associé à un recueil de données conçues et citées par l'enseignant. Nous demandons à l'enseignant de renseigner ce journal de bord sur plusieurs périodes de l'année, sur un temps suffisamment long pour repérer à la fois les régularités et la diversité des activités.

La méthodologie : construction du terrain et mise en œuvre

Sésamath, les mathématiques pour tous

Sésamath est une association fondée en 2001 par des enseignants de mathématiques pour mettre à disposition des professeurs des ressources libres et gratuites, avec, en toile de fond, la nécessité de prendre en compte les TICE pour l'enseignement des mathématiques. Les recherches sur Sésamath se sont développées au cours des dernières années (Sabra 2009). Sésamath regroupe une centaine de membres adhérents, ainsi que plus de 13 000 utilisateurs de ressources inscrits sur le site Sésaprof. Outre les membres adhérents, les inscrits sur le site Sésaprof sont les contributeurs (participants aux projets, concepteurs et relecteurs des ressources) et les utilisateurs des ressources. Les interactions entre l'ensemble de ces acteurs ont lieu à distance (via des plates-formes et des listes de diffusion). Dans la majorité des cas. Le Conseil d'Administration (CA) de l'association appuie le développement des différents groupes de projet en tant que *CoP potentielles* (Kuntz et al. 2010).

Trois projets significatifs de Sésamath, dont la compréhension a contribué à la construction de notre terrain d'étude :

- MathenPoche (MeP) : le projet MeP est un projet emblématique de Sésamath. Au début de son existence, l'association a créé une communauté pour concevoir un « *exerciciel* » couvrant l'ensemble des programmes de mathématiques du collège. Le travail s'est développé suivant trois étapes :
- le choix des exercices en liaison avec les programmes (à partir de suggestions proposées sur le site, la scénarisation des exercices retenus, la mise en œuvre technique des scénarios (avec la technologie Flash) (Kuntz et al. 2010).
- Tout au long de ces trois étapes, un échange et une modification des ressources ont eu lieu pour arriver à une faisabilité technique des scénarii proposés ;
- les projets manuels de Sésamath : en 2004, Sésamath décide de concevoir des manuels libres et téléchargeables gratuitement sur Internet. Il s'agit là d'une expérience originale dans l'enseignement de mathématiques : une conception collaborative de manuels, s'effectuant dans la grande majorité à distance, par le biais de technologies du web (liste de diffusions, échanges de mails, plate-forme de travail et de discussions, wiki, etc.). Réalisés par des groupes de projets, sont ainsi édités successivement le manuel de 5^{ème} (2006), celui de la classe de 4^{ème} (2007), celui de 3^{ème} (2008) et celui de 6^{ème} (2009). Ces manuels sont accompagnés

d'exercices MeP et de logiciels développés par les membres de Sésamath, d'où la particularité de ces manuels en ce qui concerne la combinaison des ressources papier avec les ressources TICE.

- le projet Kidimath : il est lancé en 2007. Il s'agit d'un site de soutien scolaire. Au départ, Kidimath vise à concilier deux entrées différentes : l'une de nature scolaire, directement en lien avec les contenus d'enseignement, l'autre centrée sur le jeu mathématique. C'est une collection d'exercices d'entraînement et de développement de notions. Les exercices sont librement accessibles aux élèves sur Internet. Kidimath a été conçu de façon à pouvoir embarquer d'autres logiciels et ressources mathématiques conçues dans Sésamath pour le niveau collège. En effet, les ressources MeP et les manuels Sésamath ont constitué des « briques natives » qui ont été progressivement intégrées dans une base unique. Dans ce projet, on ne conçoit donc pas de ressources nouvelles ; il s'agit de recombinaison des ressources déjà conçues dans le cadre des différents projets Sésamath. En revanche, si Sésamath développe des prolongements des projets au niveau lycée, le projet Kidimath constituerait une entrée principale (Audra et Hache 2009). Ceci constitue une décision centrale à prendre en compte dans le suivi de la documentation dans le cadre d'un projet lycée de Sésamath.

Le projet digiTex, manuel numérique pour la classe de seconde

En juin 2009, une équipe de Sésamath s'engage dans un projet qui a pour objectif de concevoir un manuel « full Web ». Ce nouveau projet constitue un défi didactique pour les membres de Sésamath. C'est le premier projet manuel au niveau du lycée, qui se situe de plus à un moment charnière (un nouveau programme en seconde - juillet 2009 - qui introduit des changements significatifs). La plupart des projets antérieurs de Sésamath sont des projets pour le collège. Monter un projet pour le niveau lycée suppose sans doute de nouvelles organisations didactiques. Dans le cadre de ce nouveau projet, la communauté en train de se constituer n'est pas soumise à des contraintes d'édition ni à des dates limites, comme c'était le cas pour les manuels de collège. Face au défi didactique et d'autres d'ordre technique, les membres de Sésamath ont décidé de se donner du temps.

L'orientation de notre choix de terrain expérimental vers ce projet particulier, est motivée par le défi didactique sus-cité, qui pourra être source d'incidents documentaires communautaires, et pour une autre raison d'ordre méthodologique. Nous appelons le projet de conception d'un manuel numérique pour la classe de seconde « digiTex » (Digital Textbook). Nous venons de situer le projet digiTex dans le cadre de Sésamath. Dans la partie suivante, nous présentons une analyse préalable détaillée du terrain expérimental pour compléter la construction du terrain par des choix méthodologiques qui faciliteront la mise en œuvre de notre méthodologie.

Analyse préalable et choix méthodologiques

Nous présentons, dans cette partie, le processus de construction de notre terrain d'étude. Nous explicitons, dans un premier temps, les raisons pour lesquelles nous avons ancré le suivi de la documentation communautaire dans le domaine de l'analyse, autour de la question de l'enseignement de la notion de « fonction », nous continuons par la justification du choix de l'enseignant à suivre individuellement et le choix de des membres pour le renseignement du PAS. Dans l'analyse préalable, nous prenons en compte plus particulièrement, les mails échangés (données naturelles) entre début juin et fin septembre 2009 (les trois premiers mois du projet, date du choix des enseignants). Nous avons relevé 144 messages échangés durant cette période, sur la liste de diffusion de digiTex, entre 15 membres inscrits sur cette liste.

a. *Les fonctions en classe de seconde*

La notion de fonction est le thème par lequel on introduit l'analyse au secondaire. Elle est considérée comme l'un des premiers concepts apparaissant dans l'enseignement de l'analyse. Celui-ci commence essentiellement par les nombres réels et les fonctions (fonctions numériques). Bloch (2000) note que

les fonctions, de par leur place dans les programmes à la fois à l'université et au secondaire, peuvent être créditées d'une très forte légitimité et pertinence épistémologique, et de surcroît d'une forte pertinence culturelle (les fonctions numériques comme « vitrine » de l'enseignement de l'analyse) (p. 26).

Dans les programmes français actuellement, les fonctions apparaissent en classe de seconde. L'étude de ces fonctions est l'occasion d'introduire un vocabulaire spécifique (application, image, antécédent, variable) par le biais des connaissances algébriques et calculatoires. Lors de la construction de connaissances « fonctionnelles » : le statut de la lettre change, on lui attribue le statut de variable en analyse, tandis qu'on lui attribue le statut de l'inconnue en algèbre. Le nouveau programme de la classe de seconde (sortie en juillet 2009) ne précise pas le rôle de l'activité algébrique dans l'introduction de l'analyse. On recommande l'exploitation des potentialités de logiciels, graphiques ou algébriques ; on demande de « combiner » entre aspect algébrique et aspect graphique.

Le projet digiTex constituera le premier projet relevant du niveau lycée de l'association Sésamath. La place charnière qu'occupe le thème « fonction » dans l'enseignement de l'analyse (le passage du raisonnement algébrique au raisonnement fonctionnel), ainsi que sa place dans le programme de seconde nous semblent pouvoir être générateur d'incidents susceptibles d'intervenir dans la documentation communautaire. Par ailleurs, une recommandation institutionnelle, à travers les inspecteurs, a été faite aux enseignants pour concevoir une progression *spiralée*, c'est-à-dire des progressions avec alternance des différents thèmes enseignés en seconde (fonctions, géométrie, statistiques) tout au long de l'année scolaire. Ceci convient à notre objectif de recherche, en particulier pour le suivi de la documentation individuelle des enseignants dans le projet digiTex : suivi tout au long d'une année scolaire de la documentation autour des « fonctions » en classe de seconde.

b. *Le choix d'un enseignant pour le suivi individuel*

En octobre 2009, nous avons adressé un message à la liste de diffusion du projet digiTex pour demander aux enseignants s'ils accepteraient de participer à notre recherche. Cette participation était subordonnée à une condition organisationnelle : l'enseignant devait accepter notre participation à des observations de séances dans sa classe. Nous avons reçu plusieurs réponses. Pour faire le choix d'un enseignant, nous avons donc procédé à une inspection de la participation des différents membres sur la liste de diffusion de digiTex.

Une enseignante, nommée Anaïs dans la suite de notre étude, est à l'origine du plus grand nombre de messages pendant la période entre juin et septembre 2009 (29/144 messages échangés entre 16 membres impliqués dans digiTex). Regardons en détail le contenu des messages envoyés par Anaïs.

Anaïs a commencé son activité sur la liste de diffusion par des propositions techniques sur le mode de conception de ressources et leur modification. En ce moment, il n'y avait pas une prise d'initiative, comme si elle cherchait à trouver sa place dans le collectif. La première prise d'initiative d'Anaïs était une proposition de progression du thème « fonction ». Cette proposition est suivie par une autre, concernant une progression sur l'année qu'elle a élaborée avec son collègue au lycée pour la classe de seconde. Les propositions faites par Anaïs créent une dynamique au sein de la communauté, dont elle est placée au centre par ses échanges

avec plusieurs membres. Pour synthétiser, à partir de ce que nous constatons de sa participation à la liste de diffusion, Anaïs adhère au projet en fonction de son « déjà là » professionnel. Autrement dit, il nous a semblé que sa participation à la liste de diffusion était de type didactique et institutionnel, et orientée par les conditionnements de son propre travail d'enseignement. Ceci nous a incités à choisir Anaïs, membre de Sésamath impliquée dans le projet digiTex, pour le suivi de sa documentation.

c. Le choix des membres pour renseigner le PAS

Pour compléter la construction de notre terrain expérimental, il nous fallait choisir des acteurs sur le terrain pour renseigner le PAS. Le choix d'acteurs pour renseigner le PAS est soumis à deux conditions : l'un des enseignants doit être en rapport avec le CA de Sésamath et un autre doit être en rapport avec le projet Kidimath. Nous avons fait le choix de :

- Bernard est le trésorier de Sésamath depuis août 2009 et il est membre inscrit sur la liste de diffusion du projet digiTex. Comme il est membre de CA et fait preuve d'une participation active, sur le plan didactique et organisationnel, nous avons orienté notre choix sur Bernard pour renseigner le PAS ;
- Alain est le responsable du projet kidimath. Durant le suivi que nous avons effectué sur la liste de diffusion de digiTex, nous avons repéré un message révélant la présence du responsable de Kidimath dans digiTex. Nous avons pris contact avec Alain pour lui demander de renseigner le PAS. Il a accepté de collaborer avec nous.

Ainsi, nous avons désormais une enseignante pour le suivi de sa documentation individuelle (Anaïs) et deux membres pour le renseignement du PAS (Alain et Bernard).

Traitement et analyse des données

Dans l'analyse des données, nous présentons notre analyse des données recueillies dans le PAS. Nous présentons ensuite notre analyse de la documentation communautaire à l'issue de deux incidents ; nous mettons tout au long de cette analyse le processus de construction et de mobilisation d'une connaissance communautaire. Nous passons ensuite à l'analyse de la documentation d'Anaïs, en mettant en évidence l'impact de la documentation communautaire, plus particulièrement : les incidents et la connaissance communautaire.

Incidents documentaires communautaires, projet digiTex

Le découpage de la période de suivi auquel nous allons procéder aux fins de notre analyse est temporel. Comme le temps entre un incident et l'observation de ses effets n'est pas constant, le découpage est réalisé en fonction des repérages des *effets* de l'incident. Nous essayons d'identifier les incidents documentaires communautaires dans la période de suivi à partir de l'analyse des données recueillies dans les deux PAS (de Bernard et de Alain) en les croisant avec les données d'un ensemble de ressources *naturelles* recueillies (liste de diffusion de digiTex, lettre et compte rendu du projet kidimath Lycée).

Durant le suivi du projet entre juin 2009 et juillet 2010, nous avons repéré quatre incidents dont nous étudierons les effets sur la documentation communautaire. Nous présentons dans ce texte deux incidents plus particulièrement :

- Incident A : Intégration du contenu du nouveau programme de seconde dans le système de ressources communautaires (septembre 2009) ;
- Incident B : Imbrication des systèmes de ressources communautaires de Kidimath Lycée et digiTex (avril 2010) ;

a. Incident A, incident ne figurant dans aucun PAS

Avant la mise en œuvre de nos outils méthodologiques et d'après l'analyse préalable que nous avons effectuée, nous avons repéré un incident documentaire communautaire : l'intégration du contenu du nouveau programme seconde dans le système de ressources communautaires. Nous présenterons cet incident par une analyse des données naturelles recueillies.

En juillet 2009, un nouveau programme pour la classe de seconde est publié. Ce programme constitue une ressource cruciale pour la réalisation de digiTex. Il intègre un changement important : l'introduction de l'algorithmique comme objet d'enseignement transversal, c'est-à-dire que l'algorithmique traverse tous les thèmes du programme et une présence spiralee du thème fonction. Cette ressource fera partie du système de ressources communautaires car le manuel à concevoir doit répondre aux recommandations de ce programme et aux textes officiels qui y sont rattachés. Ce nouveau programme se substituera à l'ancien programme de seconde.

Nous n'avons observé l'effet de cet incident qu'à partir de septembre 2009. A partir de ce moment, l'ancien programme n'a plus été pris en compte.

b. Incident B, incident figurant dans les deux PAS

L'imbrication entre le système de ressources de kidimath Lycée et de digiTex a été initiée quand il a été décidé d'intégrer des animations dans l'ensemble des exercices pour le lycée. Nous allons analyser cet incident à partir des éléments relevés dans les deux PAS (Tableau 2). Nous confronterons ensuite ces données avec des données naturelles : les échanges qui ont eu lieu sur les listes de diffusion des projets lycée en lien avec digiTex.

Alain décrit l'incident comme la fin d'une tâche collective (conversion des exercices Troisième au nouveau modèle MeP) ; il présente les acteurs responsables de cette tâche : les développeurs informatiques et lui-même. Selon Alain, après la fin de l'activité collective décrite, la décision est prise de numériser des ressources pour la classe de seconde. Pour Alain, l'effet de l'incident est une accélération du projet Kidimath Lycée. Il s'agit d'une description plutôt technique, liée à la réalisation du projet.

Pour Bernard, l'incident est constitué par la création d'une équipe kidimath Lycée, qui intervient après les constatations d'Alain (ce qui explique le fait que les dates notées soient différentes). Bernard présente les acteurs de cet incident : le président de Sésamath (qui lance officiellement les projets) et Alain, qui est désigné comme responsable du projet. Selon Bernard, le CA a pris la décision de profiter de la dynamique du projet kidimath Lycée pour faire avancer le projet digiTex (mouvement lié des projets). La description de l'incident par Bernard semble liée à sa position de membre de CA.

En comparant les deux descriptions, nous remarquons que ce qui a été noté comme effet de l'incident pour Alain est présenté comme une décision prise par le CA. Les deux histoires sont contrastées dans les deux PAS. Pour approfondir l'analyse de l'incident, nous avons fait recours à la liste de diffusion durant la période : fin mars, avril et début mai. Nous avons remarqué d'après les messages que la décision a été prise d'imbriquer le développement des ressources du projet kidimath Lycée avec celui de digiTex, donc d'imbriquer le système de ressources de kidimath Lycée avec le système de ressources de digiTex.

	Alain	Bernard
Date	Mars 2010	Avril 2010
Titre	Fin de MeP 3 ^{ème}	Reprise du projet manuel par le groupe

Description de l'incident	La conversion des exercices au nouveau modèle de MeP est terminée pour le niveau 3 ^{ème}	Suite à la création d'une équipe kidimath Lycée, le projet manuel commence à refaire surface
Acteurs	Pour Kidimath 2 ^{nde} : Michel, Rémi, Xavier et Alain.	Président de Sésamath et Alain.
Décision prise	Les développeurs [informatiques] s'orientent vers la seconde.	Utiliser la dynamique créée pour kidimath pour élargir le travail et commencer à écrire des fiches en vue de la création d'un manuel numérique de 2 ^{nde} .
Effets	Accélération du projet Kidimath Lycée, qui prend de l'ampleur avec les exercices interactifs de MeP.	Recentrage des listes vers une liste lycée commune.

Tableau 2. L'incident B tel qu'il apparaît dans les deux PAS

Nous remarquons de ces deux incidents (Incident A et Incident B) que les données recueillies dans le PAS ne sont pas suffisantes, il est indispensable de les confronter avec les données naturelles recueillies, en particulier dans le cas où les informations données contiennent des nuances de contradiction.

La documentation communautaire et effet de l'incident A

L'observation des effets de l'incident A a commencé début septembre, lorsque les enseignants ont commencé à prendre en compte le contenu du nouveau programme dans leurs discussions. La participation des membres s'inscrit, majoritairement, dans les niveaux (+3) et (+2) (voir tableau 3).

Objet	Description analytique du processus de participation
Élaborer une progression pour la classe de seconde	Conception d'une progression pour digiTex et articulation entre les thèmes « fonctions » et « géométrie » (Activité +2) \leftrightarrow Échange didactique autour d'un « problème préparatoire » proposé qui peut être utilisé en géométrie et pour l'enseignement des fonctions (Activité +1).
	Proposition d'une transition collège/lycée autour du thème fonctions (Activité +2) \rightarrow Échanges autour de l'enseignement de mathématiques au lycée (Activité +3) \rightarrow Discussion de la progression du thème fonctions (Activité +2).
Lancement de la liste lycée	Lancement de la liste mathlycée pour mutualiser le travail dans les différents projets Lycée. Discussion de la décision de concentrer cette année l'attention sur la classe de seconde. (Activité +3) \rightarrow Parler du modèle de ressources pour les projets Lycée : le thème fonctions est pris objet pour élaborer ce modèle (Activité +2) \rightarrow Proposition de tisser des rapports avec le projet KidiLycée (Activité +3).

Tableau 3. La participation des membres après l'incident A

Dans ces activités, les membres ont fait une large proposition de ressources sans que l'activité de conception ne soit pourtant importante. Parmi les propositions : 3 progressions pour la seconde ; progression du thème fonction dans deux manuels. La ressource conçue à la suite de la participation des membres : une progression du thème fonctions dans le manuel numérique. La progression « fonctions » constitue une ressource structurant l'activité de conception de ressources pour ce thème (activité +1) dans le manuel numérique à concevoir. Le découpage dans cette progression, suit les recommandations du nouveau programme, mais encore en lien étroit avec le découpage adopté pour ce thème dans le projet Kidimath lycée. Dans ce découpage, les membres ont adopté une définition ensembliste des fonctions, suivie d'une étude des variations, ordre et extrema. Les équations et les inéquations ont le statut d'outils

plutôt qu'objet. Ce choix conduit à une conception des problèmes de mise en équation au fil des chapitres. Les fonctions de référence sont données à titre d'exemple pour illustrer les propriétés des fonctions. Dans cette progression, on remarque la présence d'une stratégie partant du général au particulier : définition des fonctions, caractéristiques ; équations et inéquations comme outils et fonctions de référence comme exemples pour illustrer tout cela. Cette construction du thème fonctions est le résultat d'un long débat entre les membres.

Les membres du projet digiTex ont mobilisés des connaissances dans leurs activités de proposition et de conception de ressources. Ils ont longuement débattu à propos la progression du thème fonction qu'il faut adopter. Il a eu des propositions : « *il faut se mettre d'accord pour que ça soit commun à tous les projets* » (Alain). Jean-Philippe propose une progression qui, à son avis, s'appuie sur le nouveau programme : définition et propriétés des fonctions, suivies d'un chapitre sur les fonctions référence ; les équations et inéquations sont des chapitres transversaux : « *à chaque fois qu'on rencontre un nouveau type de fonction, le calcul d'antécédent donne un nouveau type d'équation* » (Jean-Philippe). Anaïs propose une progression du thème fonction commençant par la définition, suivie par un chapitre sur les équations et les inéquations pour l'étude des fonctions, elle termine par des problèmes de synthèse. Les fonctions de référence sont présentées transversalement pour « *illustrer tous les aspects des fonctions* » (Anaïs). Le désaccord entre Anaïs et Jean-Philippe se présente comme suit : « *dans ta progression, les notions transversales (équations, inéquations) font l'objet de chapitres bien identifiés, alors que les fonctions de référence [...] se retrouvent éparpillées ... J'ai tendance à croire qu'il faudrait faire le contraire* » (Jean-Philippe). Samuel (membre du CA de Sésamath) avait d'autres critères à prendre en compte dans l'élaboration de la progression : « *le mieux serait d'avoir le découpage le plus classique [...] c'est-à-dire celui repris dans la majorité des manuels* » (Samuel). La proposition de Samuel a comme objectif de faciliter le mouvement systémique des différents projets Lycée de Sésamath. Après avoir vu les découpages classiques dans les différents manuels, les membres ont décidé d'adopter un découpage prenant en compte les différents critères suscités : « *On peut utiliser les fonctions de référence pour servir d'exemple dans les chapitres plus généraux [...] le chapitrage proposé par Jean-Philippe (qui cadre bien avec ceux des manuels déjà édités, ...) me semble convenir, en prenant soin d'introduire très tôt les fonctions de référence dans les exemples* » (Samuel). Nous déduisons que « le thème fonction se présente du général (définition, propriétés) au particulier (fonctions de référence comme exemple), les équations et inéquations ont le statut d'outil dans cette progression », paraît être une connaissance communautaire construite du fait que :

- elle a émergé par la mobilisation des connaissances des membres sur la construction du thème fonctions en classe de seconde ;
- certains membres ont accepté cette structuration du thème fonctions malgré la différence existante entre la structuration de ce thème dans leur propre enseignement et celle dans digiTex. Anaïs, par exemple, annonce sur la liste de diffusion de digiTex « *Je persiste à penser que chaque chapitre doit être illustré avec chacune des fonctions de référence, je garde cette idée dans ma progression* ». Ceci remplit une des caractéristiques de la connaissance (son domaine de validité est limité au projet commun).

En ce qui concerne la caractéristique des connaissances comme moyens d'action, il s'agit d'analyser les activités ultérieures. Nous avons repéré la mobilisation de cette connaissance à plusieurs reprises dans le cas de difficultés liées à la conception des ressources pour le thème fonction. Par exemple, lors de la discussion sur la structure des chapitres dans la progression, comment présenter les fonctions de référence ? Comment illustrer, dans la structure des chapitres, le statut d'outil des équations et des inéquations ? Anaïs a annoncé, en s'appuyant

sur son interprétation du programme : « *Le programme insiste bien sur le fait que les deux principaux types de problèmes sont les problèmes de type $f(x) = k$ et $f(x) < k$ et qu'il faut mêler aspect graphique et algébrique* ». Jean-Philippe affirme : « *Je comprends l'idée de casser le chapitre en deux mais le fait de placer la résolution d'équations dans les autres chapitres aussi [...]* ». La connaissance communautaire a formé un moyen d'action pour discuter la structure des chapitres de chacun des chapitres « fonctions ». En outre, il paraît que la connaissance communautaire construite a rendu plus fluide le débat entre les membres, comme elle a appuyé le processus de participation, en particulier l'activité (+1).

La documentation communautaire et effet de l'incident B

L'imbrication des deux systèmes de ressources de digiTex et kidimath, a été décidée pour consacrer le projet Kidimath comme entrée pour les projets Sésamath Lycée ; elle vient aussi après avoir conçu et mutualisé suffisamment de ressources pour les projets Lycée.

Objet	Description analytique du processus de participation
nouvelle orientation du projet digiTex	Synthétiser les différentes orientations du développement du projet digiTex ; préciser les rapports entre Kidimath 2 nd e et digiTex ; implication des nouveaux membres pour la rédaction des ressources (Activité +3) → Inscription de Marie sur la liste de diffusion, elle demande des informations sur le fonctionnement de la liste, Alain prend en charge l'explication (Activité +3)
Une idée d'activité pour un chapitre	Proposition d'une idée pour une activité de géométrie et discussions sur les possibilités d'adaptation de cette ressource pour la classe de seconde (Activité +1 ← → Activité +2).
Concevoir un TD courbes et distances	les membres de kidimath lycée avaient déjà commencé la conception de ressources interactives pour le thème « géométrie », plus particulièrement autour de notions de « repères » et « distance » (Activité +1) → Conception d'une ressource par Anaïs investissant les ressources géométriques pour la conceptualisation des courbes représentatives des fonctions (Activité +1) → cette dernière activité a déclenché un débat autour du rapport entre les thèmes « géométrie » et « fonctions » en seconde (Activité +2).
Activités reliées à l'activité de conception d'une progression pour la 2 nd e (activité +2, § 2)	Proposition par Rémi de scinder un exercice en deux, Alain accepte (Activité +1). Conception d'un exercice interactif autour des extremums des fonctions (intitulé « extremum concret sur un graphique) (Activité +1).
Activité de conception de différentes ressources pour le thème « fonctions »	Conception d'une ressource animée « Extremum et démonstration », discussion entre les membres et modification de la ressource ensuite (Activité +1). Exercice animé autour des caractéristiques des fonctions (« Vocabulaire à partir de la courbe »), débat et modification de la ressource en fonction du débat (Activité +1). Exercice animé autour des variations d'une fonction (Activité +1). Conception d'une ressource autour de la définition formelle d'une fonction (Activité +1).

Tableau 4. La participation des membres après l'incident B

La participation des membres, après l'incident B, en majorité dans le niveau +1. La participation des membres au travail de conception de ressources sont de deux types : conception des exercices animées ; proposition et conception des ressources au format .odt. Les débats qui ont eu lieu ont porté sur l'organisation de l'enseignement d'une leçon en classe. Les membres ont évoqué encore les découpages de manuels en différentes parties (activité +2). Ces activités ont déterminé le processus de conception des ressources

(activité+1). L'articulation des activités (+2) et (+1) portait plus particulièrement sur le rôle que les situations géométriques peuvent jouer dans la conceptualisation des fonctions.

En effet, il a eu une activité importante de propositions de ressources. Dix ressources ont été proposées par 4 membres (Marie pour le thème géométrie du manuel ; Anaïs pour les deux thèmes géométrie et fonctions ; Samuel pour la géométrie ; et Alain pour la conversion des certaines ressources animées au nouveau modèle MeP). Chacune de ces ressources a constitué un objet de débat entre les membres, sans au début qu'il y ait une activité de conception de nouvelle ressource. A la suite de l'incident B, la conception de ressources qui a eu lieu s'est développée dans le sens d'une plus grande imbrication entre les ressources de Kidimath 2nde et les ressources de digiTex. Nous présentons plus particulièrement une ressource « Extremum et démonstration ».

La ressource « Extremum et démonstration »

L'objectif de cette ressource est d'apprendre aux élèves comment déterminer l'extremum d'une fonction du second degré de la forme $f(x) = a + (x + b)^2$. Le choix effectué par les membres : on élabore des conjectures sur l'extremum en interprétant une représentation graphique → on donne l'expression algébrique de la fonction, on demande de calculer les images de certaines valeurs de x dont l'extremum (calcul numérique) → démarche par un calcul algébrique pour identifier l'extremum (pour démontrer la conjecture). Cet exercice s'inscrit dans la première partie de la progression du thème « fonctions ». La structure de l'exercice permet un travail autonome de l'élève puisque la démonstration est rédigée et que l'élève n'a qu'à renseigner des valeurs numériques.

Cette ressource est cruciale dans le développement de la documentation de digiTex. Elle illustre la combinaison de la documentation de deux projets de Sésamath. Lors de la conception de cette ressource, la connaissance communautaire présentée dans la partie précédente a été mobilisé dans l'activité des membres.

En conclusion, nous constatons que le système de ressources communautaires a connu un développement particulier articulant le système de ressources de digiTex et le système de ressources de Kidimath 2nde. La conception des ressources communautaires a commencé lorsque les membres ont résolu le problème de la nature de l'imbrication des deux systèmes de ressources de digiTex et de Kidimath 2nde (quelle est la place des ressources conçues dans Kidimath 2nde dans le projet digiTex). Les ressources conçues dans cette période sont celles développant cette imbrication. La connaissance communautaire construite après l'incident A, a joué un rôle fondamental dans le développement de l'interaction entre activités et ressources mobilisées pour en développer d'autres.

La documentation d'Anaïs en interaction avec DigiTex

L'analyse présentée dans cette partie illustre l'impact de la documentation de digiTex sur la documentation d'Anaïs. Nous mettons en évidence le rôle de la connaissance communautaire construite dans la documentation communautaire sur cet impact, comme sur l'articulation des deux documentations.

a. La documentation d'Anaïs avant l'incident A

Pour son enseignement en classe de seconde, Anaïs cherche des ressources sur Internet, plus particulièrement sur les sites de Sésamath, comme elle explore des livres et différents manuels : « *les livres c'est pour préparer des nouvelles...si c'est des livres d'élèves je les utilise pour faire des choix d'exercices de temps à autre, ou bien si c'est recherche d'idées* » (Entretien à domicile). Ses échanges avec Sésamath s'effectuent par mel exclusivement. Pour

elle, échanger ne se réduit pas aux ressources matérielles, l'ensemble des idées émergeant lors des discussions constitue une dimension importante des échanges.

Pour Anaïs, L'activité de modification de ressources (Activité +1) est conditionnée par trois facteurs : « En fonction des changements du programme, en fonction des recommandations institutionnelles et en fonction du niveau de la classe » (Entretien à domicile). La planification de l'enseignement des fonctions en classe de seconde (Activité +2) consiste en deux étapes : 1) planifier les périodes d'enseignement du thème : [...] là ça, c'est le thème des fonctions et dans ce thème, je dois avoir f1, puis je dois avoir f2. Ça c'est par période, puis je dois classer... tout ce qui concerne les fonctions, je dois le faire en quatre fois. La première période a été faite et la deuxième aussi f2 » (Entretien à domicile) ; 2) planifier le déroulement temporel d'un chapitre : « Donc, quand on fait une séance...une séance c'est ben...une activité de démarrage pour présenter la notion, après c'est le cours, qu'est-ce qu'on va présenter comme cours et après c'est toutes les séries d'exercices qu'on va faire, les devoirs qu'on va faire, le devoir maison...enfin tous les types d'activités sont à faire » (Entretien à domicile). Elle introduit les fonctions à partir de petits problèmes de recherche, de conjecture et d'expérimentation (Activité +1) : « J'aime bien leur demander d'abord d'expérimenter avec la calculatrice par exemple, chercher d'abord avec la calculatrice, conjecturer le nombre de solutions ... par exemple $f(x) = 0$ qu'ils conjecturent avec la calculatrice...et une fois qu'ils ont conjecturé, après qu'ils fassent la preuve par le calcul. Mais je trouve que c'est bien important d'abord qu'ils visualisent » (Entretien à domicile). La progression construite par Anaïs contient un chapitre « fonctions et équations » (Activité +2). Ce chapitre correspond à l'enseignement de trois types d'équations : les équations du premier degré, les équations du second degré et les équations quotients. Les équations constituent alors un chapitre bien identifié dans la progression d'Anaïs, au contraire de digiTex. La progression du thème fonction d'Anaïs est en décalage par rapport à la progression suivie dans digiTex.

L'activité communautaire est pour Anaïs un moment de recherche d'idées pour préparer son enseignement (Activités +1 \leftrightarrow +3) : « Par exemple celui là. Celui là c'est "variations et Extrema des fonctions", je n'ai pas fait encore la leçon avec les miens. En fait, je veux le transformer et je veux le réutiliser pour ma classe. Je veux l'adapter à ma classe par exemple » (Entretien à domicile).

b. La documentation d'Anaïs entre l'incident A et l'incident B

Durant cette période, Anaïs était en arrêt maladie. Elle continuait à concevoir des ressources pour ses classes (Activités +2 \leftrightarrow +1), mais c'est son remplaçant (Irvin) qu'il les mettait en œuvre dans sa classe (Activité 0).

Dans le système d'activité d'Anaïs, les échanges avec les élèves via les sites de classes sont cruciaux. Ses interactions avec les élèves sont désormais uniquement à distance, les réactions des élèves en classe sur ce qu'elle prépare se font via son remplaçant : « *Ben oui oui, quand on discute, on dit pour les fiches qu'est-ce qui a bien passé, qu'est-ce qui n'a pas bien passé, qu'est-ce qu'il faudrait changer pour l'an prochain. On dit souvent ça... que ça il faudra le modifier, le dire autrement ou le faire autrement. Voilà ! Puis on prépare si quelque chose est bien passé pour les élèves en difficulté. Mais c'est vrai qu'Irvin est le plus réservé pour l'instant* » (Anaïs, entretien à domicile).

Les interactions à distance avec les membres de digiTex via les listes de diffusion ont joué également un rôle important dans la documentation d'Anaïs dans cette période (articulation entre son système de ressources et le système de ressources du projet Kidimath). Ce qui a formé un support avec l'absence d'(activités 0). Mais aussi, elle fait appel à des connaissances construites dans des activités antérieures avec sa classe de seconde. Dans cette période, elle

présentait les fonctions comme outils pour l'enseignement des inéquations (Activité +2). Ceci se traduit par l'activité de conception d'une ressource « résoudre graphiquement une inéquation » (Activité +1) que nous avons observée sa conception. Cette ressource contient trois exercices :

- premier exercice « Avec une fonction affine » : dans cet exercice, l'objectif est de résoudre graphiquement une inéquation. Il s'agit de tracer une droite suivant l'une des deux méthodes prévues par Anaïs : méthode utilisant le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine (qu'elle a jugé difficile pour les élèves) ; la deuxième méthode est celle du tableau de valeurs (on donne des valeurs à la variable x et on calcule les ordonnées correspondantes). À la fin, il s'agit de confirmer les résultats obtenus par un calcul algébrique ;
- deuxième exercice « problème concret » : dans cet exercice, Anaïs vise à enseigner l'utilisation de la représentation graphique pour résoudre un problème concret. Tout au long de l'exercice, il s'agit de passer du langage mathématique (tiré du modèle mathématique) au langage courant de la situation proposée (pour interpréter la situation) et vice versa. Les difficultés que peuvent rencontrer les élèves dans cet exercice résident dans la remise des réponses dans le contexte de l'énoncé, sachant que la variable utilisée est discrète (nombres de jours), alors que la modélisation utilise une variable « t » réelle ;
- troisième exercice « Avec la calculatrice » : Cet exercice a pour objectif d'introduire le tableau de signes. On commence par une explication de lecture sur l'écran de la calculatrice et des discussions autour du réglage de la fenêtre. Dans la deuxième partie de cet exercice, on demande de vérifier le développement d'un produit qui permet de tirer une forme factorisée de la fonction $f(x)$. La forme factorisée de $f(x)$ est formée de 3 facteurs, d'où la nécessité d'introduire un tableau de signes pour résoudre l'inéquation.

D'après cette exposition analytique de la ressource, nous tirons que Anaïs se sert alors des fonctions (et ses caractéristiques) comme outils mathématiques pour résoudre les inéquations. On peut dire qu'il y a toujours un décalage entre la documentation d'Anaïs et la documentation de digiTex. La connaissance communautaire construite après l'incident A n'est pas mobilisée dans la documentation individuelle d'Anaïs, du fait qu'elle construit le thème fonctions (Activité +2) d'une façon différente avec ses classes de seconde. En revanche, nous avons observé des combinaisons entre :

- certaines activités communautaires de niveaux +1 et +2 qui s'inscrivent dans le cadre des activités individuelles d'Anaïs de niveaux +1 et +2 ;
- l'adaptation limitée de certaines ressources conçues pour les projets kidimath et digiTex.

Ces combinaisons ont eu lieu à la fin de cette période, à l'issue de l'incident B.

c. La documentation d'Anaïs après l'incident B

Cette partie d'analyse articule des données recueillies à la fin de l'année 2009/2010 (année du suivi du projet digiTex) et au cours de 2010/2011.

Les rapports entre le système de ressources d'Anaïs et les systèmes de ressources de digiTex sont plus complexes après l'incident B. Les activités communautaires de niveau (+1) ont rendu l'articulation plus directe; les activités dans digiTex constituerait une extension du processus de conception de ressources pour son enseignement.

L'année 2010/2011 était une année de changement dans l'enseignement des fonctions pour Anaïs. Elle a construit une progression (activité +2) qui se rapproche plus de celle de digiTex (voir Encadré 2) : les fonctions de référence arrivent un peu tard dans la progression pour illustrer toutes les caractéristiques des fonctions ; et les inéquations jouent le rôle plutôt d'outils que d'objet.

Octobre : Image, antécédent, courbe représentative ; Lecture et calcul d'images, lecture d'antécédents. Résolution graphique d'équations.

Décembre : Équations. Calculs d'antécédents. Résolution graphique et algébrique d'équations.

Janvier : Inéquations. Résolution graphique et algébrique d'inéquations. Tableaux de signes.

Février : Premier bilan sur les fonctions de référence. Variations, fonctions croissantes, décroissantes, extrema.

...

Encadré 2. La progression du thème fonctions d'Anaïs 2010/2011

Nous avons réalisé une observation de classe d'Anaïs pour la mise en œuvre d'une ressource autour des fonctions du second degré. La première partie contenait des petits exercices autour de l'influence des paramètres a , α et β sur la variation de la courbe représentative des fonctions de la forme $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$.

Cette ressource est une forme adaptée de la ressource « Extremum et démonstration » de la documentation de digiTex. Elle a donné un exercice introductif avec GeoGebra où elle préparait une représentation graphique d'une fonction avec trois curseurs (chacun représentant l'un des paramètres a , α et β de la forme canonique). Par manipulation directe des curseurs, les élèves devaient interpréter les rapports entre les variations des valeurs des paramètres et les variations du comportement de la fonction. Le premier exercice observé consistait à compléter un tableau de variations en fonction de la forme algébrique canonique d'une équation du second degré (l'élève devait interpréter les paramètres de la fonction donnée pour compléter le tableau de variations). Dans cet exercice, Anaïs mettait en relation la forme de l'expression, sa représentation graphique et son tableau de variations (avec les extremums).

D'après cette illustration de la documentation d'Anaïs tout au long de deux années scolaires, nous avons mis en évidence que les activités, en particulier de niveaux (+2) et (+1), mobilisant et produisant des ressources, sont primordiales dans le déclenchement de la dynamique d'articulations des documentations individuelle et communautaire. Les activités imbriquées, individuelle et communautaire, soutiennent la transposition de la connaissance communautaire dans la documentation d'Anaïs. Cette transposition suit un processus de *propagation complexe* (Sabra & Trouche, in press).

Conclusion

Notre travail se veut une contribution à l'étude du travail documentaire des enseignants de mathématiques, plus particulièrement des aspects collectifs de ce travail. Nous souhaitons saisir les effets d'évènements particuliers, que nous avons appelé *incidents documentaires* sur les documentations individuelle et communautaire, et sur leurs articulations. Lors du déroulement du projet digiTex, nous avons repéré quatre incidents documentaires communautaires. Nous avons présenté dans le présent article, l'exemple de deux incidents (l'incident A et l'incident B). Ces exemples nous ont permis d'établir que ces moments d'incidents documentaires communautaires ont révélé de nouveaux aspects du système de ressources et des nouvelles formes d'activités communautaires.

A la suite de chaque incident documentaire communautaire, le processus de participation a en effet subi une reconfiguration. Le système de ressources communautaire s'est alors systématiquement développé autour de la(les) ressource(s) à l'origine de l'incident documentaire communautaire. Les articulations entre deux documentations est une articulation simultanée entre les trois pôles de la documentation : les ressources, les activités et les connaissances. Les activités de construction du thème fonctions (activité +2) et de préparation d'une leçon d'enseignement des fonctions (activité +1) paraissent comme déclencheur de l'articulation des deux documentations. L'épistémologie sous-jacente à la construction des objets d'enseignement des fonctions en seconde était source d'incident documentaire et aussi accélérateur des articulations entre les documentations individuelle et communautaire.

L'étude des communautés d'enseignants de mathématiques à partir de la dynamique de leur documentation suppose l'étude des structures, des dynamiques et des interactions au sein de cette communauté. Cette étude appelle de nouveaux développements, articulant niveau d'activité (Margolinas 2002) et Communauté de Pratiques (CoP), approfondissant l'étude des interactions dans le triplet connaissances, ressources et activités. Les interactions au sein d'une communauté sont multiples (mathématique, épistémologique et même personnelle). Il est indispensable alors de prendre en compte la dimension sociale pour mieux interpréter les aspects épistémologiques et didactiques. La compréhension de cette dimension sociale nécessite la mise en œuvre des outils méthodologiques spécifiques.

Cette étude a nécessité un travail méthodologique important, et en particulier le développement d'outils méthodologiques favorisant la réflexivité sur les activités communautaires, articulés avec les besoins des acteurs sur le terrain expérimental, et permettant un suivi dans le temps. La méthodologie adoptée dans ce travail, notamment pour le suivi de la documentation communautaire, reste à tester sur le suivi d'autres formes de communauté. Nous avons mis à l'épreuve un outil méthodologique particulier (le Petit Agenda de Suivi, PAS). Cet outil nous a semblé crucial, en particulier pour l'analyse des incidents documentaires communautaires. La mise à l'épreuve du PAS a été motivée par un principe méthodologique : l'incitation à une réflexivité sur l'activité communautaire. Nous avons également mis à l'épreuve d'autres outils méthodologiques incitant à une réflexivité sur les activités individuelle et communautaire : les représentations schématiques. Le travail d'ordre méthodologique entrepris nous paraît donc ouvrir des pistes prometteuses, L'élargissement temporel et spatial de notre terrain expérimental, ainsi que le principe méthodologique consistant à « inciter une réflexivité sur les activités communautaires », nous ont conduit à éprouver la nécessité d'explicitier le « contrat méthodologique » établi avec les acteurs sur le terrain expérimental. Le concept de « contrat méthodologique » est une proposition que nous faisons pour clarifier la place de l'acteur du terrain expérimental vis-à-vis la place du chercheur dans la méthodologie de recueil de données. Nous avons cherché à travers nos analyses à reconstruire l'activité telle que pensée par l'acteur du terrain : ces analyses sont fonction de ce contrat.

Ce travail pourrait donner des pistes pour la conception de dispositifs de formations des enseignants de mathématiques reposant sur l'idée de conception de ressources collaboratives pour l'enseignement des mathématiques. Assurer une marge de manœuvre à l'enseignant pour la définition du projet de formation (ce qui lui donne la possibilité d'articuler ses intérêts professionnels avec le projet de formation) nous semble crucial, car la documentation communautaire ne s'inscrit pas dans la documentation individuelle à partir d'une relation linéaire. C'est un phénomène de propagation complexe qui ne prend forme qu'en fonction de l'activité de l'enseignant dans la communauté.

Les concepts mathématiques subissent un travail de construction et de reconstruction selon les contextes d'emploi de ces concepts (enseignement, recherches dans différents domaines). Ce travail de construction a toujours lieu dans un réseau de collectifs qui interagissent explicitement ou implicitement !

Références bibliographiques

- Aldon, G. (2011). *Interactions didactiques dans la classe de mathématiques en environnement numérique : construction et mise à l'épreuve d'un cadre d'analyse exploitant la notion d'incident*, Thèse de doctorat (dir. L. Trouche), Université Lyon 1. En ligne <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00679121>
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7, 245–274.
- Audra, G., & Hache, S. (2009). Kidimath : genèse et perspectives, *Mathematice*, 16. En ligne : <http://revue.sesamath.net/spip.php?article236>
- Bloch, I., (2000). *L'enseignement de l'analyse à la charnière lycée/université*. Thèse de doctorat. Université Bordeaux 1.
- Brousseau, G. (1988). Le contrat didactique : le milieu, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9/3, 309-336.
- Brousseau, G., & Sarrazy, B. (2002). *Glossaire de quelques concepts de la théorie des situations didactiques en mathématiques* [Glossary of some concepts of the theory of didactical situations in mathematics.]. DAEST. En ligne http://daest.pagesperso-orange.fr/guy-brousseau/textes/Glossaire_Brousseau.pdf
- Brousseau, G., & Centeno, J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 11/2(3), 167-210.
- Chevallard, Y. (1988). *Sur l'analyse didactique, deux études sur les notions de contrat et de situation*. IREM d'Aix-Marseille.
- Daina, A., Mathé, A.-C., Pelay, N., Sabra, H. (2012). Expérimentation et position du chercheur en didactique des mathématiques : réflexion autour du thème du IV^{ème} séminaire des jeunes chercheurs de l'ARDM, *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*.
- Eloi, S., Uhlrich, G. (2011). La démarche technologique en STAPS : analyse conceptuelle et mise en perspective pour les sports collectifs, *e Journal de la Recherche sur l'Intervention en Éducation Physique et Sport*, 23, 20-45. En ligne <http://www.fcomte.ufrm.fr/ejrieps/ejournal23/3%20Eloi%20Uhlrich%20eJ23.pdf>
- Flanagan, J.C. (1954). The critical incident technique, *Psychological bulletin*, 51/4, 327-358.
- Folcher, V. (2005). De la conception pour l'usage au développement de ressources pour l'activité, In Rabardel P. et Pastré P. (dir.), *Modèles du sujet pour la conception, dialectiques activités développements*, 189-210. Octarès.
- Georget J-P. (2009). *Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants*. Thèse de doctorat. Paris : IREM de Paris 7. ISBN: 978-2-86612-317-8. En ligne <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00426603>
- Gueudet G., & Trouche L. (2010a). Des ressources aux documents, travail du professeur et genèses documentaires, In Gueudet G. et Trouche L. (dir.) *Ressources vives. Le travail documentaire des professeurs en mathématiques*, 57-74. Collection Paideia, Presses Universitaires de Rennes et INRP.
- Gueudet, G., & Trouche, L. (2010b), Genèses communautaire, genèses documentaires : histoire en miroir, In Gueudet G. et Trouche L. (dir.), *Ressources vives. Le travail documentaire des*

- professeurs en mathématiques*, 129-146. Collection Paideia, Presses Universitaires de Rennes et INRP.
- Guin, D., & Trouche L. (1999). The Complex Process of Converting Tools into Mathematical Instruments. The Case of Calculators, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3/3, 195-227.
- Jaworski, B. (2009). The practice of (University) mathematics teaching: mediational inquiry in a community of practice or an activity system, in V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello, *Proceedings of CERME 6*, 1585-1594. Lyon: INRP. <http://www.inrp.fr/publications/edition-electronique/cerme6/wg9-06-jaworski.pdf>
- Kuntz, G., Clerc, B., & Hache, S. (2010). Questions à l'association Sésamath : un modèle crédible pour créer, éditer et apprendre des mathématiques ?, In Kuzniak A. et Sokhna M. (dir.), *Enseignement des mathématiques et développement:enjeux de société et de formation. Revue internationale francophone, numéro spécial*, 867-880. En ligne <http://fastef.ucad.sn/EMF2009/Groupe%20de%20travail/GT6/kuntz,%20Clerc%20et%20Hache.pdf>
- Lagrange, J.-B. (2001). L'intégration des instruments informatiques dans l'enseignement. Une approche par les techniques. *Educational Studies in Mathematics*. 43(1), 1-30.
- Margolinas, C. (2002). Situations milieux, connaissances: Analyse de l'activité du professeur, In Dorier J.-L., Artaud M., Artigue M., Berthelot R. et Floris R. (dir.), *Actes de la 11e école d'été de didactique des mathématiques*, 141-155. La pensée sauvage.
- Margolinas, C. (1995). La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations, In Margolinas C. (dir.), *Les débats de didactique des mathématiques*, 89-103. La pensée Sauvage. En ligne <http://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00418815/fr/>
- Rabardel, P. (1995), *Les Hommes et les technologies : une approche cognitive des instruments contemporains*. Armand Colin.
- Rabardel P., Bourmaud G. (2005). Instruments et systèmes d'instruments. In P. Rabardel, P. Pastré (Eds.), *Modèles du sujet pour la conception. Dialectiques activités développement*. Paris, Octarès.
- Roditi, E. (2003). Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. Le cas de la multiplication des nombres décimaux en Sixième, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23/2, 183-216.
- Sabra H. (2009). Entre monde du professeur et monde du collectif: réflexions sur la dynamique de l'association Sésamath. *Petit x*, 81, 55-78.
- Sabra, H. (2011). *Contribution à l'étude du travail documentaire des enseignants de mathématiques : les incidents comme révélateurs des rapports entre documentations individuelle et communautaire*. Thèse de doctorat (dir. Luc Trouche), Université Lyon 1. En ligne <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00768508>
- Sabra, H., & Trouche, L. (in press). Designing digital resources in communities of practice: a way to develop mathematics teachers' knowledge, in A. Clark-Wilson, O. Robutti, N. Sinclair (Eds.) *The mathematics teacher in the digital era: an international perspective on technology focused professional development*. Springer.
- Sabra, H., & Trouche, L. (dir.) (2009). Enseignement des mathématiques et TICE, *Revue de la littérature de recherche francophone* (2002 – 2008), 153 p., INRP. En ligne <http://www.inrp.fr/editions/editions-electroniques/enseignement-des-mathematiques-et-tice>
- Sensevy, G. (2007). Des catégories pour décrire et comprendre l'action didactique conjointe, In Sensevy G. et Mercier A. (dir.), *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves*, 13-49. Presses Universitaires de Rennes.
- Wenger, E. (1998). *Communities of Practice, Learning, Meaning and Identity*. Cambridge University Press

MAGGY SCHNEIDER

Un obstacle épistémologique comme trait d'union des travaux d'un laboratoire de didactique des mathématiques

mschneider@ulg.ac.be

Université de Liège

Résumé

L'obstacle dont il est question ici est une attitude que les épistémologues des sciences nomment le positivisme empirique. Ce texte développe et illustre que cette posture épistémologique fédère des observations multiples qui, à la lumière d'un usage articulé de la théorie des situations didactiques et de la théorie anthropologique du didactique, deviennent des phénomènes didactiques. Dans une perspective de recherche, ceux-ci aident non seulement à casser des illusions relatives à la modélisation dont on néglige souvent des aspects plus construits mais aussi à dénaturiser des praxéologies mathématiques qui s'organisent un peu trop systématiquement à partir d'un projet d'organisation déductive sans toutefois l'assumer pleinement.

Comme l'indique son titre, mon exposé sera centré sur ce qui fédère les travaux passés ou en cours d'un laboratoire de didactique des mathématiques. Ce laboratoire est le Ladimath intégré au département de mathématiques de l'Université de Liège. Et le trait d'union est un obstacle épistémologique que les épistémologues des sciences nomment le positivisme empirique. De manière inattendue, il prolonge, en mathématiques, l'expérience première dont parle Bachelard à propos des sciences expérimentales. Cet exposé n'est pas sans lien avec le cours que j'ai donné à l'école d'été de Clermont-Ferrand (Schneider, 2011) dont il reprend certains aspects.

D'une histoire personnelle à un enseignement qui a eu une portée phénoménotechnique

Les choses n'arrivent pas par hasard en recherche moins qu'ailleurs. Dans le cas présent, je pense éclairant de relater une anecdote qui a orienté ma vie d'enseignante et de chercheuse. C'est l'objet de la section suivante.

Une anecdote personnelle

Lors de ma première année d'enseignement dans un lycée, je dispensais un cours de mathématiques à des élèves d'une orientation « latin-grec ». Dans l'institution scolaire en question, ces élèves étaient peu portés sur les mathématiques mais étaient rompus à l'argumentation et sa réfutation. J'avais donné un cours sur les intégrales définies à partir de calculs d'aires curvilignes et un élève m'avait interpellé en des termes proches de ceux-ci : « Comment se fait-il que l'on obtienne la valeur exacte d'une aire délimitée par une courbe au moyen de rectangles : ils ne la recouvrent pas sauf quand ils deviennent des segments et alors leur aire vaut 0 ? ». J'avais alors questionné un autre jeune collègue à ce sujet et nous avons prudemment conclu que, faute de mieux, on dirait aux élèves que : « C'était grâce au concept de limite ... ».

Cette anecdote fut pour moi un premier questionnement sur les intuitions que peuvent avoir les élèves sur des faits mathématiques déjà bien établis aux yeux d'un professeur qui a fait des études de mathématiques. Environ 7 ans plus tard, je m'étais inscrite au doctorat à

l'Université catholique de Louvain. L'injonction qui m'y fut faite était de rédiger, en guise de thèse, une approche « intuitive » de l'analyse mathématique pour les élèves du niveau secondaire. Cette injonction m'apparut embarrassante d'abord parce que, faute d'une alternative, j'étais supposée expérimenter cet enseignement dans mes propres classes ce qui me mettait dans une position délicate. En outre, ce n'est pas comme cela que je voyais un travail de thèse. Fort heureusement, j'avais acquis en autodidacte quelques rudiments d'épistémologie des sciences et des mathématiques. De là m'est venue l'idée m'est venue de réaliser ces expérimentations en ménageant deux temps. Un premier temps où les élèves travaillaient en autonomie sur les « situations-problèmes » structurant le projet et devaient me rendre un rapport individuel écrit. Dans un second temps, j'organisais un travail de mise en commun et une structuration théorique. Ce faisant, je pouvais me polariser uniquement sur les erreurs des élèves sans qu'on puisse me soupçonner de les avoir inventées. Je voyais à ce moment mon travail de thèse comme une recherche d'intelligibilité de ces erreurs, mes grilles de lecture étant de nature épistémologique. Les observations faites sont alors devenues phénomènes et c'est dans ce sens que je pense que cet enseignement a pu avoir une portée phénoménoteknique.

Des sciences expérimentales aux mathématiques : la mise en évidence de l'obstacle empiriste comme « phénomène » didactique

Dans ce cadre, plusieurs erreurs ont attiré mon attention. Elles étaient toutes relatives à des comparaisons particulières de grandeurs sur lesquelles je vais m'expliquer et j'ai pu leur donner sens à travers un obstacle que j'ai nommé « l'obstacle de l'hétérogénéité des dimensions ». Ces comparaisons étaient basées sur des « indivisibles ». Le terme indivisible est emprunté à Cavalieri qui déduit, par exemple, un rapport entre les volumes de deux solides compris entre deux plans parallèles de la constance du rapport entre les mesures de leurs indivisibles, entendant par là les surfaces découpées respectivement dans les solides par des plans quelconques parallèles aux premiers. Cette comparaison est audacieuse en ce sens que l'on déduit une information sur des volumes à partir d'une autre sur des aires, changeant ainsi de dimension. Mais elle est correcte dans le découpage qui vient d'être évoqué (Fig. 1). L'obstacle se manifeste lorsque de mêmes comparaisons sont faites dans certains autres cas, par exemple lorsqu'on suppose que les volumes de deux solides de révolution sont entre eux comme les aires des surfaces qui les engendrent (Fig. 2).

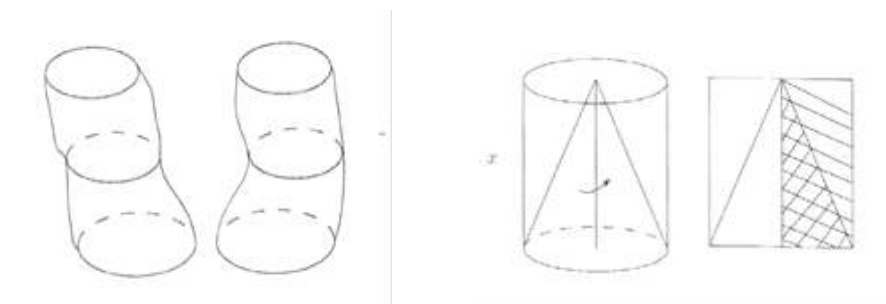


Figure 1

Figure 2

On observe alors que, pour justifier un tel résultat qui est faux, les élèves donnent des arguments dans le domaine des grandeurs en insistant, par exemple, sur le fait que les solides sont composés de leurs sections radiales, comme si les mesures de grandeurs, loin d'être des concepts ayant une vie propre, se doivent de traduire une façon de voir les grandeurs elles-mêmes. Cet obstacle de l'hétérogénéité des dimensions est une hypothèse qui permet d'interpréter de multiples erreurs d'élèves liées au calcul intégral non seulement dans le cadre d'une ingénierie qui intègre des découpages à la Cavalieri en guise de méthodologie de recherche mais aussi dans celui d'une transposition didactique plus standard. Il prend en

compte également des réactions de personnes ayant une formation plus poussée en mathématiques, par exemple des professeurs en formation. On en trouve aussi des traces dans l'histoire.

Mais, au delà de sa « résistance » qui permettrait déjà d'argumenter son caractère épistémologique, cet obstacle m'intéressait surtout comme relevant d'une position plus globale vis-à-vis des mathématiques et qui relève du positivisme empirique. Je m'explique en repartant du domaine philosophique où l'empirisme est une théorie selon laquelle l'expérience serait l'origine de nos connaissances, a contrario du rationalisme qui les situe dans la raison humaine. En épistémologie des sciences, on parlera de positivisme empirique pour désigner une perception des concepts et des lois scientifiques comme un reflet exact des objets du monde « physique » au lieu d'être inventés par des humains pour réaliser un projet donné et il en résulterait une absence de distanciation entre les phénomènes « observés » et les concepts qui les modélisent.

Une telle vision des mathématiques, imprégnée de positivisme empirique, permet bien d'expliquer les erreurs liées à l'obstacle de l'hétérogénéité des dimensions qu'expliquent des glissements inconscients des grandeurs à leurs mesures censées en être le reflet. Mais, au delà de ce contexte sans doute étroit, cette vision positiviste permet d'interpréter des réactions relatives à des objets géométriques ou grandeurs définis par le biais du concept de limite. Ainsi la tangente peut-être perçue comme « limite » de sécantes sans qu'aucune topologie n'ait été définie sur l'ensemble des droites plutôt que comme droite définie à partir de sa pente, c'est-à-dire d'une limite de fonction au sens mathématique. C'est l'obstacle géométrique de la limite que j'ai étudié à la suite de Sierpinski. En particulier, j'ai montré qu'il se manifestait aussi à propos des aires curvilignes dont les élèves doutent qu'elles puissent évaluer exactement une suite d'aires rectilignes, le passage à la limite étant assez volontiers pensé en termes de rectangles qui finissent, « à la limite », par se réduire ou non en segments. N'est-ce pas le même phénomène qui dicte, encore au XIXe siècle, la définition erronée de l'aire d'une surface comme limite de la somme des aires des triangles d'une surface polyédrale inscrite et à laquelle Schwarz opposera en 1883 un contre-exemple assez sophistiqué (Fig. 3).

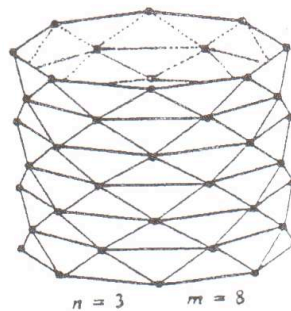


Figure 3

Quant à la vitesse instantanée, des élèves prétendent « qu'elle n'existe pas » se référant à l'impossibilité de la déterminer exactement par des observations et des mesures. Ils se situent donc dans un univers sensible en dehors du monde des concepts imaginés par l'être humain.

Si les observations précédentes ont eu, à mes yeux, valeur de phénomène didactique, c'est en raison d'une justification que j'ai voulu la plus serrée possible, en montrant qu'une même interprétation leur donnait une intelligibilité commune, tel un invariant qui les rassemble. Cette interprétation, qui n'est jamais qu'une hypothèse de travail susceptible d'être invalidée, prend la forme ici d'un obstacle dont le caractère épistémologique se doit d'être fortement

argumenté. Il ne suffit pas, comme on le voit dans certaines recherches, d'évoquer la récurrence d'erreurs ou de faire un parallèle allusif avec l'histoire des mathématiques pour déclarer l'existence d'un tel obstacle. Il faut impérativement avancer les raisons qu'on a de voir, dans les propos tenus par des élèves ou par des mathématiciens dans l'histoire, des indicateurs langagiers de l'obstacle présumé. Pour ne donner qu'un exemple au passage, il faudra, dans la citation de Berkeley ci-dessous, montrer que son usage du mot « limite » et sa référence à la mesure sont autant d'indices de l'absence de distanciation entre monde « sensible » et monde conceptuel qui caractérise l'obstacle empiriste.

« Un point peut être limite d'une ligne ; une ligne peut être la limite d'une surface ; un instant peut terminer le temps. Mais comment peut-on concevoir une vitesse au moyen de telles limites ? Une vitesse dépend du temps et de l'espace, et ne peut être conçue sans eux. Et si les vitesses de quantités naissantes ou qui s'évanouissent ; c'est-à-dire sans lien avec le temps et l'espace, ne peuvent être comprises, comment peut-on comprendre et montrer leur rapport ; ou considérer leur rapport 'premier' ou 'ultime' ? Car considérer le rapport de deux choses suppose que ces choses aient une grandeur et que cette grandeur puisse être mesurée. » (Berkeley, XVIIème siècle)

L'obstacle que je viens de définir et d'illustrer possède une parenté certaine avec l'obstacle de l'expérience première de Bachelard (rééd. 1980), soit « L'expérience placée avant et au-dessus de la critique » qui consiste à expliquer certaines observations par ce que les sens nous en livrent. Ainsi, l'attraction de poussières sur une paroi électrisée est expliquée par l'existence d'un 'fluide glutineux' et, comme le souligne Bachelard, l'obstacle vient du fait que cette métaphore n'est pas perçue pour ce qu'elle est mais bien pour une explication dont la réduction aux sensations n'est pas consciente :

« On pense comme on voit, on pense ce qu'on voit : une poussière colle à la paroi électrisée, donc l'électricité est une colle, une glu. »

Et pourtant, malgré les rapprochements évidents, l'expérience première est, pour Bachelard, le premier obstacle source d'autres obstacles épistémologique qui concernent 'la formation de l'esprit scientifique' mais pas la 'formation de l'esprit mathématique' :

« A notre avis, cette division est possible parce que la croissance de l'esprit mathématique est bien différente de la croissance de l'esprit scientifique dans son effort pour comprendre les phénomènes physiques. En fait, l'histoire des mathématiques est une merveille de régularité. Elle connaît des périodes d'arrêt. Elle ne connaît pas des périodes d'erreurs. Aucune des thèses que nous soutenons dans ce livre ne vise donc la connaissance mathématique. Elles ne traitent que de la connaissance du monde objectif. » (Bachelard, rééd.1980)

En fait, mon clin d'œil ici serait de dire que si j'avais eu un peu de culot ou un tant soit peu le sens du marketing, j'aurais intitulé ma thèse (Schneider, 1988) non pas 'Des objets mentaux *aire* et *volume* au calcul des primitives' mais bien : 'De l'expérience première en mathématiques : le cas de la modélisation de grandeurs géométriques et physiques en analyse'.

Mais parle-t-on, dans d'autres recherches en didactique des mathématiques, du même obstacle épistémologique ? En fait, l'empirisme est le plus souvent évoqué à propos de l'épistémologie spontanée des professeurs dont découlent des pratiques ostensives assumées ou non en fonction des injonctions institutionnelles. Ainsi, pour souscrire à une idéologie constructiviste, voit-on des enseignants, non plus se contenter de « montrer un objet, un graphique, ... dans lequel l'élève doit, par constatation, identifier un savoir », mais le « dissimuler derrière une fiction » et s'imaginer qu'ils l'ont fait 'découvrir' par les élèves en triant leurs interventions à partir de questions telles que : « *Que constates-tu ?* ». (M.-H. Salin, 1999).

En dehors des pratiques enseignantes et de l'analyse mathématique, je note quelques recherches dont les conclusions peuvent être rapprochées de l'obstacle empiriste. Ainsi, Glaeser (1981) interprète la fin des « difficultés » d'appréhension des nombres relatifs par le fait qu'il ne « s'agit plus de déterrer dans la Nature des exemples pratiques qui « expliquent » les nombres relatifs sur le mode métaphorique. Ces nombres ne sont plus découverts, mais inventés, imaginés ». De même, les conceptions causaliste et chronologiste du concept de probabilité conditionnelle s'expliqueraient, d'après Gras et Totohasina (1995), par la difficulté à raisonner sans référence à des exemples précis et l'on rejoindrait ici la fixation à un contexte dont parle Artigue (1991) à propos des obstacles épistémologiques.

Dans ce dernier cas cependant, il se peut que les exemples donnés par l'enseignant pour introduire les probabilités conditionnelles induisent l'idée de cause ou soient relatives à un certain déroulement temporel. C'est que, si comme le dit Bachelard, « L'esprit scientifique doit se former contre la Nature. », on apprend aussi, en mathématiques, « avec et contre ses connaissances antérieures », ainsi que l'a montré Castela (1995). Dans les deux cas, le cerveau suit la ligne de plus grande pente et, en fonction de ce rapprochement, j'ai étendu le concept d'expérience première (Schneider, 2011) à des exemples où c'est un apprentissage scolaire antérieur qui fait obstacle au savoir nouveau. Par exemple, le fait d'avoir associé une équation de la forme $ax + by + d = 0$ à une droite du plan pousse les élèves à modéliser une droite de l'espace usuel par l'équation $ax+by+cz+d=0$. Lebeau et Schneider (2010) interprètent cette erreur en termes de contrat didactique, les élèves croyant devoir respecter les différences ostensives et préserver la complexité ostensive en gardant un même genre d'ostensif pour représenter un même objet géométrique, l'ajout du terme cz suffisant à indiquer que l'on est passé du plan à l'espace. On touche là bien sûr aux rapports personnel et institutionnel ainsi qu'aux obstacles didactiques ou psychologiques.

Plusieurs catégories de phénomènes

Cet obstacle de l'expérience première a permis de mettre à jour, dans les travaux du *Ladimath*, des phénomènes multiples que je classifie ci-dessous en trois catégories.

Une première catégorie de phénomènes : description de certains 'préconstruits'

La première catégorie de phénomènes est relative à la mise en évidence de 'préconstruits' au sens où l'entend Chevallard (1991) dans sa théorie sur la transposition didactique. Je ne peux ici que citer sommairement ceux-ci en renvoyant aux thèses ou articles dans lesquels le lecteur trouvera une analyse plus détaillée. Je cite donc, de manière très schématique et au prix de certaines redites :

- L'interprétation de graphiques représentant des distributions de probabilités, reste fort tributaire d'une lecture en 'x,y' (Calmant, 2004, Calmant, Ducarme et Schneider, 2010).
- La non prise en compte de la variabilité en biostatistiques (mêmes références).
- La propension à parler 'proba isolée' plutôt que 'distribution' (Henrotay, Rosseel et Schneider, en cours).
- La forme d'un objet géométrique détermine, à peu de choses près, celle de l'équation qui constitue sa carte d'identité (Lebeau, 2009, Lebeau et Schneider, 2010, thèse de Dunia en cours).
- La dialectique entre pensée algébrique et pensée géométrique dans l'étude de systèmes linéaires est à la fois féconde et source de difficultés (thèse de Dunia en cours).
- La prise de conscience d'une covariation comporte, dans certains cas, une référence à une variable 'temporelle' transparente occultant ainsi sa prise en compte dans le calcul (Krysinska, 2007, Krysinska, Mercier et Schneider, 2009).

- Les aires et volumes ‘curvilignes’ ne peuvent être déterminés exactement au départ d’aires et de volumes ‘rectilignes’(Schneider, 1988 et 1991).
- Une vitesse instantanée ne peut être déterminée exactement au départ de vitesses moyennes. (Schneider, 1988 et 1991, Gantois, 2012, Gantois et Schneider, 2012).
- La tangente est un objet premier par rapport à sa pente et c’est ce qui explique l’obstacle géométrique de la limite (mêmes références).
- Le mot ‘nombre’ supporte difficilement ‘l’extension’ aux complexes. (Rosseel et Schneider, 2003 et 2004).

Ces préconstruits ont pu être décrits grâce, le plus souvent, à deux types de méthodes :

- Des interviews semi-structurés complétées par des questionnaires et dont le public cible était constitué de non néophytes par rapport aux apprentissages concernés mais aussi le relevé de faits divers dont l’observation a été ‘sauvage’.
- Des ingénieries conçues comme méthodologies de recherche, c’est-à-dire construites à des fins phénoménotechniques.

Le croisement de données que ces deux types de méthodologies ont mises à jour ont permis non seulement de modéliser les préconstruits en question mais aussi de montrer qu’ils persistent à faire obstacle à l’issue de l’enseignement usuel chez des publics très variés : élèves initiés, étudiants terminant un master en math, professeurs en formation.

Une deuxième catégorie de phénomènes : étude de conditions de formulation de ces ‘préconstruits’, voire d’une ‘reprise’ en vue d’une conceptualisation mathématique

Je place dans cette catégorie de phénomènes les conditions qui favorisent une dialectique de formulation de ces mêmes préconstruits mais aussi une dialectique d’invalidation et donc d’une reprise en vue d’une conceptualisation mathématique. A nouveau schématiquement, ces conditions concernent les thèmes suivants :

- Travail d’interprétation d’équations incomplètes de plans telles que $y = 2x+1$ et retour sur les équations comme contraintes. (Lebeau, 2009, Lebeau et Schneider, 2010).
- Étude d’un milieu mixte où des systèmes linéaires 2×2 , 2×3 , 3×2 , 3×3 sont travaillés en termes de faisceaux de droites et de plans autant qu’en termes de dépendance linéaire ; milieu dans lequel une hiérarchisation algébrique prend peu à peu le pas sur un inventaire géométrique ; dualité en géométrie projective comme marchepied vers l’algèbre linéaire. (thèse de Dunia en cours).
- Théorème fondamental de l’analyse, interprétation cinématique comme accès à un regard fonctionnel ; passage du temps à une variable indépendante quelconque. (Schneider, 1988, Balhan, thèse en cours).
- Démarche de passage d’une information locale à une information globale dans un milieu de résolution d’équations différentielles (Balhan, thèse en cours)
- Étude de suites de nombres figurés, numéro d’étape comme variable temporelle et travail sur la dénotation (Krysinska, 2007, Krysinska, Mercier et Schneider, 2009).
- PER intégrant statistiques et probabilités d’entrée de jeu (Henrotay, Rosseel et Schneider, en cours).
- Étude des variables didactiques favorisant, dans des contextes cinématiques, l’émergence d’une forme embryonnaire du concept de dérivée ainsi qu’un débat à son propos. (Schneider, 1988, Gantois et Schneider, 2012) :
 - la présence de deux vitesses dont l’une est constante, dans un contexte où la constance de l’une induit l’intuition que l’autre est variable ;
 - une question portant sur l’instant auquel la seconde a telle ou telle valeur ;
 - un contexte qui permet d’exploiter le caractère qualitatif de la vitesse ainsi qu’une

continuité de type cinématique.

- Étude d'un milieu cinématique dans lequel trouve place une négociation possible :
 - de l'octroi d'un signe négatif au temps, à la position d'un mobile sur une trajectoire rectiligne et à sa vitesse (constante) ;
 - des règles d'addition et de multiplication des nombres relatifs.

L'enjeu de cette négociation est de modéliser un MRU au moyen d'une formule unique, de rendre compte d'un décalage ou de sens de parcours différents entre deux mouvements de même vitesse et de rassembler tous ces types de mouvements derrière un même ostensif (Job, Rosseel et Schneider, en cours).

- Étude d'un milieu dans lequel peut vivre une dialectique entre objet et concept à propos d'apprentissages de la physique pour 'passer par le positivisme afin de le dépasser' à la manière du rationalisme appliqué tel que l'entend Bachelard, 1949 (Roland, UCLouvain, thèse en co-tutelle avec Plumet).

Une troisième catégorie de phénomènes relative à la mise en évidence de choix didactiques trop naturalisés

Une des analyses préalables constitutives des ingénieries didactiques conçues comme méthodologies de recherche consiste à étudier l'enseignement usuel et ses effets (Artigue, 1990). Encore faut-il arriver à caractériser cet enseignement par ses variables didactiques. Cela ne va pas de soi car ces variables ne sont pas toujours identifiées comme telles, les choix inhérents ayant été naturalisés. La plupart des recherches citées plus haut s'accompagnent de la construction d'ingénieries qui s'inscrivent dans une transposition 'orthogonale' à celle sous-jacente à l'enseignement 'usuel'. Ces études facilitent donc la dénaturalisation de ce qui caractérise l'enseignement usuel en même temps qu'elles permettent de désigner les apprentissages que cet enseignement néglige alors qu'ils supposent d'être effectivement pris en compte. Pour illustrer les phénomènes mis ainsi en lumière, je développerai un exemple lié à la géométrie analytique en partant d'erreurs et de difficultés d'élèves du secondaire observées soit de manière occasionnelle, soit à l'occasion de recherches en didactique (Sackur et al., 2005, Lebeau et Schneider, 2010).

Ces erreurs concernent la géométrie analytique 3D. Comme je l'ai dit plus haut, l'interprétation d'équations cartésiennes de plans pose problème lorsque ces équations sont incomplètes : par exemple, $y - 2x + 1 = 0$ (ou pire $y = 2x + 1$) ou encore $z = 0$. Il semble qu'une première interprétation de ces équations en termes de droites, dans le cadre de la géométrie analytique plane, constitue une 'expérience première' vis-à-vis de laquelle les élèves ont du mal à prendre du recul. Et c'est pourquoi ils continuent à les interpréter comme des équations de droites, le concept même d'équation étant sans doute considéré plus comme un mode d'étiquetage d'un objet géométrique que comme une contrainte caractérisant les points d'un lieu. D'autres réactions confirment une forme d'incompréhension des écritures algébriques dans le contexte de la géométrie analytique 3D, certains élèves s'étonnant de devoir associer à une droite deux équations cartésiennes et non une seule et pensent que $ax+by+cz+d=0$ généralise à l'espace l'équation d'une droite dans un plan. De telles difficultés d'apprentissage ne semblent pas dépendre du niveau des élèves : elles ont pu être observées dans le secondaire, au niveau de l'enseignement universitaire et aussi chez des élèves-professeurs. Elles résistent également à tout discours théorique. Doit-on incriminer l'enseignement pour autant ou tout simplement supposer que les élèves n'ont pas suffisamment étudié ?

Regardons d'abord en quoi consiste l'enseignement concerné au niveau secondaire. Il s'inspire d'une organisation mathématique enseignée à l'université et qui consiste à

subordonner la géométrie à l'algèbre linéaire. Les droites et plans γ sont définis d'emblée comme variétés linéaires ou affines. Les vecteurs sont des éléments d'un espace vectoriel et des vecteurs multiples sont définis à partir de la notion de partie liée. L'entrée en matière relève donc du registre vectoriel et les registres paramétrique et cartésien en « découlent ». Dans cette théorie proprement mathématique, un théorème important va gérer le passage entre les écritures vectorielles, d'une part, et leur traduction en termes de coordonnées, d'autre part : « *Tout espace vectoriel E de dimension finie sur un champ K est isomorphe à l'espace K^n des coordonnées (par rapport à une base donnée de E , n étant un naturel).* ». Personne ne contestera l'efficacité d'une telle organisation : l'algèbre linéaire est une théorie dont l'efficacité vient de son caractère multi-sens, ses théorèmes pouvant être spécifiés aussi bien dans l'étude des espaces fonctionnels qu'en géométrie. Et, par ailleurs, la géométrie va bien au delà d'une modélisation de l'espace physique et nécessite donc une formalisation plus abstraite.

La transposition didactique standardisée de la géométrie analytique 3D dans l'enseignement secondaire ressemble à une telle approche mais elle en gomme des aspects jugés trop difficiles pour les élèves. Ainsi, le théorème que nous venons de mentionner n'y est pas présent ce qui a pour effet de rabaisser au statut de 'recette' le passage d'une écriture vectorielle de deux vecteurs multiples aux égalités correspondantes sur les composantes : « *on barre les flèches et on déploie les égalités sur les composantes* » comme le décrit un élève. Il manque donc un maillon important de l'édifice théorique, celui-là même qui permet de traduire des propriétés de vecteurs en termes de techniques propres à la géométrie analytique. La transposition didactique du secondaire est donc une organisation mathématique 'à trous' au sens où l'entend Rouy (2007) : cette transposition imite le discours universitaire dont elle emprunte des éléments emblématiques, en l'occurrence des définitions du plan et de la droite en termes vectoriels, mais ne constitue pas vraiment une théorie déductive à cause des 'omissions'. Par ailleurs, l'enseignement dispensé dans le secondaire ne prend pas en considération la modélisation même, vectorielle ou analytique, des objets 'droite' et 'plan' de l'espace 'usuel'. Un fait divers me permettra de l'expliquer. Il s'agit de deux élèves forts qui mettent en cause la définition vectorielle d'un plan en arguant que la somme de deux vecteurs de l'espace ne donne pas forcément un vecteur 'coplanaire' (sic !) avec les précédents parce que, dans l'espace, « *le parallélogramme peut être gauche* ». Qu'aurait pu répondre le professeur qui avait préalablement défini la somme de deux vecteurs par le biais des composantes ? Montrer que cette somme permet d'exprimer la coplanarité en s'appuyant sur une caractérisation synthétique du plan ? Et, s'il avait défini la somme vectorielle de deux vecteurs de 'l'espace' par le biais de la règle du parallélogramme, les élèves auraient été obligés de s'incliner mais auraient peut-être demandé des comptes sur le passage d'une somme vectorielle à celles relatives aux composantes. Car, ces élèves posent là une question dont la portée épistémologique est consistante en questionnant la pertinence du modèle vectoriel pour rendre compte d'un objet, le plan, sur lequel ils briguent avoir quelque connaissance ne fût-ce qu'intuitive. Cette question se pose déjà pour la droite. Trois points alignés ont des différences de coordonnées proportionnelles. Dans la transposition habituelle, cette propriété n'a pas de nécessité liée au fait que des points alignés forment vraiment une droite au sens physique du terme, mais découle des définitions vectorielles. En se plaçant dans la perspective des deux élèves dont on vient de parler, on peut retourner la chose en disant : pour avoir le droit de définir la droite vectoriellement avec les conséquences que cela entraîne, il faudrait être certain que des points formant une ligne droite ont, dans un repère donné, des coordonnées dont les différences sont proportionnelles à moins que l'on ne se préoccupe pas de l'objet géométrique au sens commun du terme.

L'enseignement de la géométrie analytique 3D dans le secondaire est donc sujette à caution, que l'on se situe sur le plan théorique ou que l'on regarde comment les modèles algébriques d'objets géométriques sont 'justifiés'. De manière générale, cet enseignement semble conduire à un « rabattement » de l'apprentissage sur des acquisitions procédurales, comme ont pu le mettre en évidence plusieurs interviews d'étudiants. Ne peut-on alors imaginer un autre type d'enseignement qui se polariserait d'entrée de jeu sur la construction même de cette modélisation d'objets géométriques ? Ne peut-on considérer que cette modélisation a un intérêt en soi, par exemple, pour constituer un formalisme qui permet de démontrer efficacement des propriétés de figures géométriques et, qu'en plus, elle constitue un marchepied intéressant pour accéder plus tard à l'algèbre linéaire. Après tout, un mathématicien qui fait des démonstrations en algèbre linéaire ne recourt-il pas en toute intimité, à des intuitions inspirées par des objets géométriques, même s'il ne les affiche pas ?

Comme on le voit, cet exemple renvoie à des questions plus générales que je traite dans les sections suivantes.

La capitalisation de 'petits' phénomènes à la lumière d'une dualité praxéologique

Mais quelle est la portée des trois types de phénomènes identifiés dans les précédentes sections ? Est-elle limitée aux apprentissages et enseignements spécifiques d'un contenu mathématique ? Il me semble que non et je tente ici de montrer que, au contraire, ces phénomènes particuliers peuvent être capitalisés pour donner accès à des phénomènes plus globaux que les théories didactiques permettent de rendre intelligibles.

Un regard porté sur l'articulation des praxéologies mathématiques et des praxéologies didactiques

Mon point de départ sera l'analyse didactique d'une 'approche heuristique de l'analyse mathématique' (groupe AHA, 1999) qui m'avait amenée à soulever la question de l'articulation entre les praxéologies ou organisations mathématiques (OM) et les praxéologies ou organisations didactiques (OD) tout en regrettant que la TAD était, à l'époque, plus explicite sur les critères d'évaluation des premières que sur celles des secondes :

« Au-delà de la description des praxéologies mathématiques et didactique sous-jacentes à des leçons ou à des projets d'enseignement, c'est leur articulation qui devrait permettre de mettre en évidence les ressorts des pratiques enseignantes [...] Nul doute cependant que les didacticiens attendent impatiemment le plus longs développements sur l'évaluation d'une organisation didactique. ». (Schneider, 2001).

Défendant l'idée que la TAD était, contrairement à ce que pensaient d'aucuns à l'époque, une théorie d'apprentissage en ce sens qu'elle spécifiait les moments d'étude dont on ne peut faire l'économie sans risquer d'hypothéquer les apprentissages, j'avais développé une étude de cas qui posait en effet la question de l'articulation des OM et des OD, en particulier pour les OD relevant d'un certain paradigme constructiviste :

« Quel poids accorder au constructivisme ? Le prix peut-il en être des praxéologies mathématiques non canoniques [...] ? » (Schneider, 2001).

Le constructivisme dont il était question était, selon les références adoptées, de nature épistémologique et la praxéologie didactique décrite était, comme je l'avais exprimé, 'en rupture avec un exposé déductif de l'analyse'. (Schneider, 2001). Depuis a été formalisée une grille d'OD se caractérisant :

« par le fait d'attribuer une grande importance à quelques-uns des moments de l'étude au détriment de tous les autres – qui sont alors généralement sous la seule responsabilité de l'élève ou de l'étudiant ». (Bosch et Gascon, 2002).

Je note donc qu'on parle aujourd'hui d'OD théoriciens, techniciens, modernistes, ainsi que d'OD classiques, empiristes ou constructivistes. Mais qu'en est-il d'une grille d'OM et surtout de l'articulation OD-OM ? En particulier, comment caractériser les OM auxquelles peut conduire un dispositif didactique à consonance 'constructiviste', à l'image du projet AHA ? Et quels critères utiliser pour évaluer, par exemple, les technologies associées ? Est-ce pertinent de regarder si « *les formes de justification utilisées sont proches des formes canoniques en mathématiques* » ? (Chevallard, 1999). A quoi renvoie le 'en mathématiques' ?

J'avais, dans mon article de 2001, critiqué plusieurs aspects de ce projet d'enseignement de l'analyse dont j'étais co-auteur. Mais a posteriori, je me suis demandée pourquoi cette critique avait plu à plusieurs collègues didacticiens et si elle rendait bien compte, au-delà des maladresses, des spécificités de ce projet et d'un certain décalage didactique qu'il illustre. En particulier, ce projet mettait en œuvre deux types de praxéologies mathématiques complémentaires que j'ai pensé, depuis lors, utile de caractériser comme ci-dessous.

Deux niveaux praxéologiques

Ces deux niveaux, je les envisage à la fois comme processus pour décrire deux facettes de l'activité mathématique et comme produits de ces processus en termes d'organisations mathématiques. Pour un développement plus ample, je renvoie le lecteur à Schneider (2011) et me contenterai de dire ici que, dans les praxéologies 'modélisation', on cherche à modéliser des objets non définis mathématiquement mais dont on a une certaine connaissance : ce sont des 'préconstruits' au sens de Chevallard (1991) et ils fonctionnent comme des 'objets mentaux' au sens de Freudenthal (1973). Dans les praxéologies 'déduction', on construit une organisation déductive des éléments du modèle ainsi construit, les objets étant définis par les techniques qui les modélisent.

Un exemple du premier niveau est celui de la praxéologie 'grandeurs' en analyse dans laquelle les tâches fondamentales consistent à déterminer des aires curvilignes, des vitesses variables, des tangentes et à optimiser des grandeurs, par des techniques 'conviviales' : calcul de limites, de dérivées, de primitives. Le concept de limite apparaît là sous une forme embryonnaire : c'est ce qu'on obtient en supprimant des termes dans une expression algébrique, sans jeu de compensations, à l'instar de la manière dont Lagrange définit la dérivée. Dans cette praxéologie, le caractère fondamental du concept de limite est pluriel, l'unité se créant à partir de formes langagières communes modélisant les phénomènes étudiés : 'aussi proche que l'on veut', 'suffisamment proche de'.

C'est à ce niveau que doivent être gérées les questions qu'une vision empiriste induit sur la pertinence des techniques : « *Un calcul de limite peut-il donner la valeur exacte d'une aire curviligne ou d'une vitesse instantanée ?* ». D'où la nécessité d'un discours technologique qui ne s'apparente pas à un discours théorique standard dans lequel les aires, vitesses, ... sont définies par le biais du concept de limite. Voici un exemple de tel discours (Schneider, 1988) qui ne relève pas de la théorie se basant sur une conviction géométrique relative à l'ordre des aires de surfaces emboîtées. Il s'agit de justifier que l'on obtient bien la valeur exacte de l'aire sous $y = x^3$ entre les bornes 0 et 1 en prenant la limite qui vaut $\frac{1}{4}$ de deux suites de sommes d'aires de rectangles qui l'encadrent (Fig. 4).

On suppose, par l'absurde, que l'aire curviligne recherchée est supérieure à $\frac{1}{4}$, par exemple égale à $\frac{1}{4} + \varepsilon$ (Fig. 5). On peut alors, en choisissant une valeur de n suffisamment grande, rendre l'approximation par excès de l'aire curviligne inférieure à cette dernière, ce qui constitue bien sûr une contradiction. Or, en vertu de ce qu'on sait de la limite, ce raisonnement peut être reproduit si petit soit ε . On en conclut que l'aire cherchée ne peut être supérieure à $\frac{1}{4}$. En jouant de manière analogue sur l'approximation par défaut, on prouve que cette aire ne peut être non plus inférieure à $\frac{1}{4}$. Elle égale donc $\frac{1}{4}$.

Plus généralement, on justifie que le calcul créé (de limite, de dérivée ou de primitive) donne bien ce que l'on cherche, au prix d'une 'validation' non canonique basée sur des intuitions géométriques ou cinématiques, des expériences mentales, l'examen de cas extrêmes, ... ou encore au prix d'une validation pragmatique qui consiste à rendre crédible une nouvelle technique, sujette à caution, en montrant qu'elle permet de retrouver des résultats déjà acquis par d'autres méthodes. Fermat en donne un exemple significatif lorsqu'il met à l'œuvre sa méthode d'adégalité, où intervient un infinitésimal au statut ambigu, en l'appliquant à un problème d'optimisation et à un autre de tangente déjà résolu dans l'Antiquité.

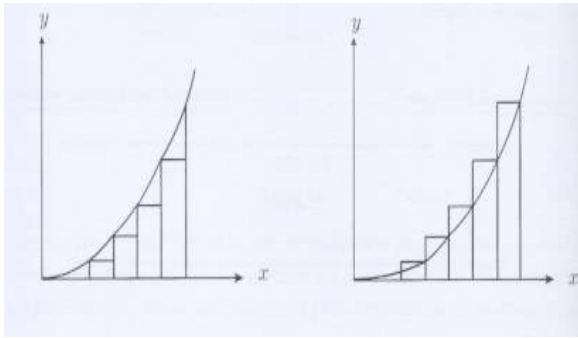


Figure 4

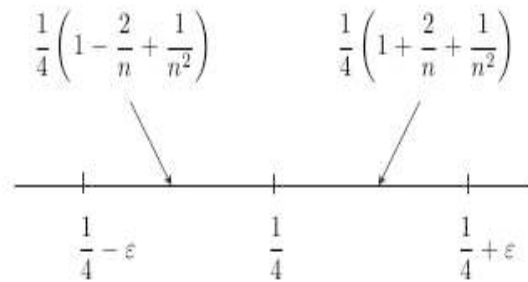


Figure 5

Au deuxième niveau praxéologique, que j'appelle praxéologie 'déduction', les préconstruits initiaux (vitesses, aires, ...) sont 'définis' par les techniques qui permettraient de les déterminer au stade précédent, ce qui suppose que soient réglées les questions relatives à l'efficacité et à l'intelligibilité des techniques. Il s'agit alors d'agencer les pièces du modèle en une organisation déductive où le mode de validation est exempt de toute référence aux contextes d'origine. Cette nouvelle perspective suppose un changement d'intelligibilité de ce qu'est une définition. En effet, dans une praxéologie 'modélisation', les concepts mathématiques sont d'abord des modèles pertinents 'd'objets' extra ou intra-mathématiques, ce qui suppose une certaine forme de distanciation entre les objets 'réels' et leur modélisation. Mais ensuite, dans les praxéologies du 2^{ème} type, les 'bonnes' définitions des concepts sont celles qui donnent prise au raisonnement déductif et qui permettent un agencement déductif 'optimal'. Le critère varie donc d'un niveau praxéologique à l'autre.

Je ferai allusion, en guise d'illustration, à l'élargissement des sommes de Riemann : entre la détermination d'aires curvilignes et l'élaboration d'une théorie où les propriétés telles l'additivité par rapport aux intervalles peuvent se démontrer sans embûches, il faut épurer le concept de certaines restrictions comme celle de s'imposer des subdivisions régulières : que deviendrait en effet la démonstration de la propriété qui vient d'être mentionnée dans le cas d'un domaine d'intégration composé de deux segments 'incommensurables' ?

Le positivisme empirique perdure à ce niveau. Ainsi, pour un nombre non négligeable de futurs professeurs, l'écriture que voici qui caractérise ce qu'on appelle, en Analyse Non Standard, des nombres 'infinitement proches' :

$$\forall \varepsilon > 0 : |x - a| < \varepsilon \quad (\text{"Faut-il ajouter } \varepsilon \text{ très petit ?"}).$$

signifie, dans l'ensemble des réels, que « x tend vers a » et non « x = a ». Et d'ajouter cette allusion au ε très petit. Quand on le démontre, sur base d'une propriété de densité, certains persistent dans leur erreur en insistant sur le fait que ε n'est pas nul ou en complétant l'écriture ainsi :

$$\forall \varepsilon > 0 : 0 \neq |x - a| < \varepsilon.$$

Comme le montre Job (2011), cette observation est significative d'un rapport 'non lakatosien' aux définitions : celles-ci 'décrivent' ce que l'on entend intuitivement par 'tendre vers', voire ont un rôle sténographique, au lieu d'être des 'outils de preuve'. Il a en effet étayé cette hypothèse par une analyse a priori épistémologique et institutionnelle et par une 'situation fondamentale de mise à l'épreuve', pour le chercheur, de cette interprétation, et, pour les étudiants, de leur posture première face aux définitions.

S'impose donc un travail sur le statut même des définitions, que ce soit la reprise de concepts connus dans un univers nouveau et déstabilisant, à l'instar de ce que propose Ouvrier-Buffet à propos de ce que l'on peut appeler droite en géométrie discrète ou encore un travail de type lakatosien conduisant à l'émergence d'un concept né de l'examen d'une preuve invalidée par un contre-exemple, tel celui de convergence uniforme faisant écho au théorème faux de Cauchy sur les séries de fonctions continues. Sans aller jusque là, je décris (Schneider, 2008) un dispositif où naît le concept de continuité numérique de l'étude de conditions pour que la droite $x = a$ soit une asymptote verticale d'une fonction qui a la forme d'une fraction.

De la négligence du niveau praxéologique 'modélisation'

J'en arrive, dans cette phase conclusive, au point qui me tient le plus à cœur : celui de la place mineure attribuée aux praxéologies 'modélisation' à certains niveaux de l'enseignement et en certaines institutions. Je m'en tiendrai ici à l'enseignement secondaire, niveau auquel les enseignants – et, plus particulièrement, ceux du Lycée, identifient difficilement ce niveau praxéologique tant les praxéologies 'déduction' sont, à leurs yeux, un 'phare' emblématique du travail mathématique. Loin de moi l'idée que cette facette de l'activité mathématique, orientée vers les organisations déductives, n'a pas sa place au niveau secondaire, mais il faut bien reconnaître qu'elle ne peut pleinement s'épanouir dans certains domaines mathématiques où elle reste un phare inaccessible ... D'où, comme déjà dit, le repli des enseignants sur des praxéologies 'à trous' (Rouy, 2007) où les trous sont comblés par des gestes d'ostentation.

C'est là un phénomène majeur qui détermine des comportements non seulement des professeurs mais aussi des membres de la noosphère. Il est préjudiciable aux apprentissages, il me semble, ce niveau praxéologique ayant pour fonction de faire du plein là où il y a du manque. Je m'en explique en référence à la théorie de la transposition didactique dans laquelle, pour expliquer le phénomène de préconstruction, Chevallard (1991) évoque la façon dont Cauchy justifie le théorème des valeurs intermédiaires comme une évidence géométrique. Il y voit une 'circulation du manque' : absence des concepts de continuité, de nombre réel, de courbe. Et donne un statut à ces 'objets' dont le concept est absent en parlant de 'préconstruits désignés par le truchement du langage' en faisant 'appel à la complicité dans la reconnaissance ontologique'. Dans les praxéologies 'modélisation', il s'agit, à mes yeux, de recréer un plein d'une autre nature : ainsi la continuité numérique y est remplacée par une continuité géométrique ou cinématique.

C'est le questionnement des modèles par les élèves qui rend indispensable ce plein d'une autre nature, comme je l'ai illustré par l'exemple de la géométrie analytique. Ce questionnement n'est pas forcément explicite, la quête du sens ayant un coût pour les élèves dont plusieurs préfèrent s'en tenir à la résolution d'exercices, ainsi que Rosseel et Schneider (2003 et 2004) l'ont mis en évidence, par voie d'enquête, à propos de l'apprentissage des nombres complexes. Et il faut bien avouer que des effets de contrat, à une échelle

institutionnelle, les y autorisent. Il y aurait d'ailleurs beaucoup à apprendre en écoutant certains élèves, plus indépendants par rapport au contrat.

Même si la perspective préconisée ici est sans doute écologiquement très fragile, je continue de penser que la recherche didactique doit continuer à fournir des données dans ce registre. Ne fût-ce que pour mettre à distance les transpositions naturalisées ... A moins que les phénomènes décrits dans cet exposé ne soient des OVNI... Mais pour qui le seraient-ils ? Pour les mathématiciens ? Pour les enseignants du secondaire ? Pour les chercheurs en didactique ? Sans doute pour plusieurs sujets de ces trois institutions, pour des raisons différentes : les mathématiciens en raison d'une idéologie platonicienne plus ou moins consciente, (Job, 2011) ; les enseignants qui considèrent les praxéologies déduction comme emblématiques de l'institution des mathématiciens auxquels ils ont tendance à s'identifier. Reste à voir pour les didacticiens

Références

- Artigue, M. (1990). Ingénierie didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 9 (3), 281-307.
- Artigue, M. (1991). Epistémologie et didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 10/2.3, 241-285.
- Bachelard, G. (1949), *Le rationalisme appliqué*, Paris : PUF.
- Bachelard, G. (1980), *La formation de l'esprit scientifique*, Paris : J. Vrin.
- Balhan, K. (en cours). *Problèmes d'apprentissage et d'enseignement du calcul intégral : repères épistémologiques et didactiques*. Thèse, Université de Liège.
- Bosch, M. et Gascon, J. (2002). Organiser l'étude 2. Théories et empiries dans Dorier, J.-L. et al. (Eds). *Actes de la 11ème école d'été de didactique des mathématiques – Corps, 21-30 Août 2001*, 23-40. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Calmant, P. (2004). *Favoriser l'apprentissage des biostatistiques par le Web ?* Essai de problématisation d'une question issue du terrain. Thèse, Université de Namur.
- Calmant, P., Ducarme, M. et Schneider, M. (2010). Obstacles a priori à l'apprentissage de l'analyse statistique inférentielle. *Statistique et Enseignement*, $x(z)$, pp-pp, <http://www.statistique-et-enseignement.fr>, Société Française de Statistique (SFdS).
- Castela, C. (1995). Apprendre avec et contre ses connaissances antérieures. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 15/1, 7-48.
- Chevallard, Y. (1991), *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*, Grenoble : La Pensée Sauvage Editions.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19/2, 221-265.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7/2, 5-31.
- Dunia, A. (en cours). *Accès à la pensée structurale en algèbre linéaire par l'étude de systèmes linéaires*. Thèse, Université de Liège.
- Freudenthal H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht : D. Reidel.
- Gantois, J.-Y. (2012). *Un milieu graphico-cinématique pour apprendre les dérivées*. Potentialités et limites. Thèse, Université de Liège.

- Gantois, J.-Y. et Schneider M. (2012). Une forme embryonnaire du concept de dérivée induite par un milieu graphico-cinématique dans une praxéologie 'modélisation'. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 32/1, pp. 57-99.
- Glaeser, G. (1981). Epistémologie des nombres relatifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 2-3, pp. 303-346.
- Gras, R. et Tothohasina, A. (1995). Chronologie et causalité, conceptions sources d'obstacles épistémologiques à la notion de probabilité conditionnelle. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 15/1, 49-96.
- Groupe AHA, (1999), *Vers l'infini pas à pas : une approche heuristique de l'analyse*, Bruxelles : De Boeck.
- Job, P. (2011). *Etude du rapport à la notion de définition comme obstacle à l'acquisition du caractère lakatosien de la notion de limite par la méthodologie des situations fondamentales/adidactiques*. Thèse, Université de Liège.
- Krysinska, M. (2007). *Emergence de modèles fonctionnels comme outils de catégorisation de phénomènes divers : repères épistémologiques et didactiques*. Thèse, Université de Namur.
- Krysinska, M., Mercier, A. et Schneider, M. (2009), Problèmes de dénombrement et émergence de premiers modèles fonctionnels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 29/3, 247-304.
- Lebeau, C. (2009). *Etude d'une genèse d'un modèle algébrique du système formé par les points, droites et plans de l'espace usuel*. Thèse, Université de Liège.
- Lebeau, C. et Schneider, M. (2010). Equations incomplètes de plans et obstacles à la nécessité épistémique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 30/1, pp. 11-46.
- Rosseel, H. et Schneider, M. (2003). Ces nombres qu'on dit imaginaires. *Petit x*, 63, 53-71.
- Rosseel, H. et Schneider, M. (2004). Des nombres qui modélisent des transformations. *Petit x*, 64, 7-34.
- Rouy, E. (2007). *Formation initiale des professeurs (du secondaire supérieur) et changements de posture vis-à-vis de la rationalité mathématique*. Thèse de doctorat, Université de Liège.
- Sackur, C., Assude, T., Maurel, M., Drouhard J.-Ph. et Paquelier, Y., (2005). L'expérience de la nécessité épistémique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 25(1) 57-90.
- Salin, M.-H. (1999). Pratiques ostensives des enseignants, dans Lemoyne, G. et Conne, F., *Le cognitif en didactique des mathématiques*. Les Presses de l'Université de Montréal, 327-352.
- Schneider, M. (1988). *Des objets mentaux 'aires' et 'volumes' au calcul des primitives*. Thèse défendue à l'Université catholique de Louvain.
- Schneider, M. (1991). Un obstacle épistémologique soulevé par des 'découpages infinis' des surfaces et des solides. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11/2.3, 241-294.
- Schneider, M. (2001). Praxéologies didactiques et praxéologies mathématiques. A propos d'un enseignement des limites au secondaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21/1.2, 7-56.
- Schneider, M. (2008). *Traité de Didactique des Mathématiques*, Presses universitaires de Liège.
- Schneider, M. (2011). Ingénieries didactiques et situations fondamentales. Quel niveau praxéologique ? dans Margolinas, C., Abboud-Blanchard, M., Bueno-Ravel, L., Douek, N., Fluckiger, A., Gibel, P., et al. (Eds.). (2011). *En amont et en aval des ingénieries didactiques*. Grenoble: La pensée sauvage.

GERARD SENSEVY

Éléments pour une théorie de l'action didactique conjointe en mathématique

gerard.sensevy@bretagne.iufm.fr

IUFM de Bretagne, Université de Bretagne Occidentale

Dans cette intervention, je donne d'abord une description générale de la théorie de l'action conjointe en didactique, en tentant de montrer les problèmes qui font son objet, en relation avec d'autres théories en didactique des mathématiques.

Puis je m'attache plus particulièrement à la description de quelques outils de la théorie, que j'exemplifie en mathématique à l'école primaire. Je me centre en particulier sur les notions de double sémiologie, de jeu d'apprentissage, de jeu épistémique, de système stratégique, d'équilibration didactique, d'ingénierie coopérative.

Je termine en insistant sur l'entrelacement du politique, de l'éthique, et du scientifique dans l'activité de recherche.

Le lecteur intéressé pourra se référer au texte édité dans les actes de la XVI^e école d'été de didactique des mathématiques, 2011

Références

Sensevy, G. (2012). In (Eds). *Actes de la 16^{ème} école d'été de didactique des mathématiques –Août 2011*, XX-XX. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Sensevy, G. (2011). *Le sens du savoir. Éléments pour une théorie de l'action conjointe en didactique*. Bruxelles : De Boeck.

CLAIRE VAUGELADE BERG

Le développement de la pensée algébrique au sein d'une communauté d'inquiry: Etude de la collaboration entre trois enseignants et un chercheur

Claire.V.Berg@uia.no

Résumé

Cette présentation offre les aspects principaux de mon travail de thèse portant sur l'étude de la collaboration entre trois enseignants de niveau collège et un chercheur (moi-même). Cette collaboration a été organisée autour d'ateliers de travail durant lesquels plusieurs tâches mathématiques ont été discutées dans le but d'utiliser l'outil algébrique comme outil de preuve. Les résultats montrent l'émergence de différents modes de participation et il semblerait qu'il existe une relation entre la nature de la tâche proposée et les modes de participation observés. L'articulation de la pensée algébrique permet de mettre en valeur une recherche structurée de régularités (patterns) ou/et de structure(s) numériques ou géométriques.

Mots clés : Communauté d'inquiry, pensée algébrique, médiation du sens, négociation du sens, modes de participation, cycle d'inquiry

Je voudrais tout d'abord remercier vivement Mariam Haspekian et Sylvie Coppé pour cette invitation à présenter les résultats de mon travail de thèse au cours de ce séminaire. Je suis très heureuse et très honorée d'avoir eu cette opportunité qui m'a donné l'occasion de reprendre contact avec la communauté française de recherche en didactique des mathématiques.

Introduction

A l'origine ce travail de thèse (Berg, 2009) a été nourri par mon expérience à la fois en tant qu'enseignante au collège et responsable d'un projet de développement de l'enseignement des mathématiques au niveau école primaire et collège, le projet MATHIAS (Mathematics in Arendal in St. Franciskus school). C'est cette étroite collaboration avec les enseignants de cette école pendant deux ans, de 2002 à 2004, qui a éveillé ma curiosité et m'a conduite à m'engager dans un travail de recherche. De plus j'ai toujours eu un intérêt particulier pour l'algèbre et son enseignement, aussi il ne m'a pas été très difficile de choisir le thème de ma thèse. Ainsi ma démarche et mon entrée dans « le monde de la recherche » est de nature pragmatique, basée sur mon expérience précédente et guidée par mes réflexions issues de cette collaboration. Entrer progressivement dans le rôle de doctorant nécessite une démarche particulière, démarche qui consiste à sélectionner un sujet précis, articuler des questions de recherche, élaborer ou choisir un cadre théorique et une approche méthodologique qui soient cohérents et qui permettent d'apporter des réponses pertinentes aux questions de recherche. Ce parcours s'est effectué sous la direction de Barbara Jaworski et Hans Erik Borgersen, et ma soutenance de thèse a eu lieu en Juin 2009 avec Paul Cobb et Julian Williams parmi les membres du jury.

Élaboration du cadre théorique

Le but de ce travail de recherche est d'étudier le développement de la pensée algébrique au sein d'une communauté d'inquiry, communauté étant composée de trois enseignants au niveau collègue et d'un chercheur (moi-même). Le cadre théorique choisi devra donc permettre l'articulation des composantes sociales (communauté d'inquiry) et des composantes plus spécifiques concernant le développement de la pensée algébrique.

Théorie sociale de l'apprentissage

L'élaboration du cadre théorique adopté dans ce travail est basé sur une théorie sociale de l'apprentissage (Lave, 1988 ; Lave & Wenger, 1991 ; Wenger, 1998) qui permet d'articuler et de mettre en valeur le processus de participation sociale au sein de communauté de pratique. Ainsi la pratique comprend l'apprentissage et le but de celui-ci est la recherche de sens et l'adaptation dans la réalisation de projets au sein de la communauté en question. Suivant Lave et Wenger (1991), l'idée de « situated learning » est articulée de la façon suivante:

In our view, learning is not merely situated in practice – as if it were some independently reifiable process that just happened to be located somewhere: learning is an integral part of generative social practice in the lived-in-world. (p.35)

Wenger (1998) propose une théorie sociale de l'apprentissage suivant quatre composantes : le sens, la pratique, la communauté, et l'identité. La première, le sens, est définie comme faisant référence à notre capacité, individuelle ou collective, à être en contact avec la vie et le monde de façon significative. La seconde, la pratique, concerne nos ressources communes, aussi bien historiques que sociales, ainsi que les contextes de travail et les perspectives qui soutiennent notre engagement mutuel dans l'action. La troisième composante, la communauté, fait référence à des configurations sociales au sein desquelles nos engagements sont définis comme valables (worth pursuing) et notre participation est reconnue en termes de compétence. Finalement, la dernière composante, l'identité, se réfère au processus de construction d'identité consistant en une série de négociations de sens au sujet de notre propre expérience comme membre de communautés sociales. L'articulation entre l'individu et le social est ainsi définie de façon à éviter une dichotomie trop simpliste. Suivant la théorie sociale de l'apprentissage, la connaissance est une question de compétence en rapport avec des projets de développement au sein de communautés de pratique. De fait l'apprentissage a pour but la recherche de sens, notre habilité à découvrir et à connaître le monde et à s'y engager de façon significative. Rogoff, Matusov et White (1996) soulignent le fait que la notion d'apprentissage implique la transformation de notre participation au sein de projets collectifs. Cette approche théorique est utile pour ma recherche puisqu'elle me permet de conceptualiser notre engagement (les trois enseignants et moi-même) au sein de notre communauté dont le but est de développer notre compréhension de la notion d'algèbre et de pensée algébrique. Une des caractéristiques principales de notre engagement est la volonté de s'engager, de questionner et d'explorer différentes tâches mathématiques. Cette démarche a été par la suite conceptualisée comme démarche d'inquiry.

Articulation de la notion d'inquiry

La dimension d'inquiry (Jaworski, 2005, 2006 ; Wells, 1999) n'était pas présente lors de la planification de ma collaboration avec les trois enseignants. Celle-ci est apparue graduellement au cours du processus d'analyse des données lorsque j'ai cherché à caractériser la nature de notre collaboration et de notre communauté de pratique. C'est la raison pour laquelle il m'a semblé pertinent de parler de « communauté d'inquiry ». Cette idée fait référence à une démarche de recherche, d'enquête, ou d'investigation, ou les étapes successives peuvent être définies de la façon suivante: (1) se poser des questions, (2)

reconnaitre les différents problèmes et chercher à les résoudre, (3) discuter, confronter et réfléchir à ses idées et ses résultats entre pairs, (4), proposer des conjectures, les tester et les transformer, (5) questionner son approche, en proposer d'autres et les explorer, (6) considérer son travail de façon critique. Ces différentes étapes constituent un cycle d'inquiry qui s'établit au sein d'un processus de développement de sens. Une des caractéristiques de la démarche d'inquiry est qu'il n'est pas nécessaire de passer par tous les différents stades mentionnés ci-dessus au cours de chaque cycle d'inquiry, ni de suivre l'ordre dans lequel ceux-ci sont présentés.

Importance des critères de pertinence et de cohérence

Le cadre théorique proposé ci-dessus permet l'articulation d'une théorie sociale de l'apprentissage basée sur les notions de sens, pratique, communauté, et identité. Cependant ce cadre théorique est très vaste et permet d'étudier la notion d'apprentissage dans de nombreuses communautés, toutes de nature différentes. Afin d'adresser la spécificité de ce travail de recherche et d'élaborer un cadre pertinent, je considère qu'il est nécessaire d'ajouter une autre perspective à celle de Wenger (1998), perspective qui va permettre d'articuler la spécificité de l'apprentissage en mathématiques et de conceptualiser la pensée algébrique. L'élaboration d'un cadre théorique au sein duquel plusieurs perspectives se côtoient nécessite de prendre en considération le critère de cohérence, au sens épistémologique. Cela implique une base épistémologique commune aux différentes perspectives théoriques prises en considération. (Radford, 2008). Dans ce travail de thèse, je propose d'élaborer un cadre théorique pertinent (théorie sociale de l'apprentissage en tenant compte de la spécificité de l'apprentissage en mathématiques) et cohérent (élaboration du cadre employé dans cette recherche en tenant compte des bases épistémologiques des différentes perspectives). C'est pourquoi je propose d'élaborer mon cadre théorique à partir de la théorie de communauté de pratique (Wenger, 1998) et de l'idée de médiation du sens des concepts scientifiques (Vygotky, 1986 ; Kozulin, 2003). Ainsi en associant Wenger, Vygotsky, Kozulin, et Jaworski, la notion de médiation par la négociation de sens à l'aide d'actes d'inquiry devient la base de mon cadre théorique. Je suis maintenant en mesure d'étudier la transformation de notre participation au sein de notre communauté d'inquiry en analysant l'évolution de la médiation de la pensée algébrique par la négociation de sens des différentes tâches proposées à l'aide d'actes d'inquiry. Ces idées sont développées dans les exemples présentés ci-dessous.

Articulation de la pensée algébrique dans une théorie sociale de l'apprentissage

Kozulin (2003) introduit l'idée de médiation de sens en ces termes :

Mediation of meaning is an essential moment in the acquisition of psychological tools, because symbolic tools derive their meaning only from the cultural conventions that engendered them.
(p.26)

Suivant Kozulin (2003) la façon dont le sens des artefacts psychologiques est médié durant le processus d'acquisition ou appropriation joue un rôle central. En ce qui concerne les symboles algébriques, l'idée de « conventions culturelles » fait référence au développement historique de ces symboles et à la façon dont la communauté des mathématiciens utilise ces symboles. Suite à mon travail de recherche j'ai pu observer l'importance du contexte social au sein duquel la médiation de sens prend place, ainsi je propose de prendre en considération aussi bien l'importance des conventions culturelles qui ont permis l'émergence de sens des artefacts psychologiques que le contexte social au sein duquel les artefacts psychologiques sont utilisés.

De nombreux chercheurs ont étudiés l'articulation de la pensée algébrique et de l'algèbre (Booth, 1984 ; Kieran, 1992 ; Küchemann, 1981 ; Sfard, 1991 ; Gray & Tall, 2001).

Différentes approches sont proposées, par exemple Sierpiska (1993) considère l'algèbre comme une arithmétique généralisée, Mason and Pimm (1984) proposent d'étudier les régularités numériques nécessitant une généralisation, Mason, Burton et Stacey (1982) ainsi que Mason et Davis (1991) prennent des situations de modélisations comme point de départ vers une introduction de l'algèbre. Dans ce travail de recherche je propose de séparer « pensée algébrique » et « algèbre » et je propose les définitions suivantes:

Je considère la notion de « pensée algébrique » comme étant une démarche caractérisée par une recherche structurée de régularités (patterns) ou/et de structure(s), par exemple l'étude de régularités numériques, régularités de figures géométriques, recherche de structure d'une situation de modélisation. Suivant cette perspective, l'algèbre sera donc considéré comme un langage symbolique permettant la communication des régularités ou/et des structures observées à l'aide de symboles algébriques aux autres participants de la communauté. Ici il est important d'insister sur les aspects suivants: en tant que langage symbolique il est fondamental d'aborder à la fois l'aspect syntaxique (règles de manipulations des expressions) ainsi que l'aspect sémantique (le sens donné à ces expressions) de l'algèbre (Drouhard & Teppo, 2004). Cette séparation entre pensée algébrique et algèbre est illustrée au cours des exemples proposés ci-dessous.

Approche méthodologique

L'approche méthodologique suivie dans ce travail de recherche est la « recherche développement » (developmental research) élaborée à partir des travaux de Gravemeijer (1994), van den Akker (1999), et Goodchild (2008). Une des caractéristiques fondamentales de la recherche développement est l'existence d'un processus cyclique entre développement et recherche. Goodchild (2008) décrit le cycle de la recherche développement en ces termes :

Theory and evidence from prior research leads to an envisaging of development, this leads to actions which are evaluated and fed back into a new cycle of envisaging and action. (p.208)

Il est possible de distinguer deux cycles, le cycle développement et le cycle recherche (Figure 1). Le premier cycle, cycle développement, consiste en un processus cyclique entre expérience pensée (thought experiment) et expérience pratique (practical experiment). Dans le cadre de ma recherche le terme « expérience pensée » renvoie à une séance d'atelier de travail envisagée à l'avance, alors que « expérience pratique » fait référence à l'actuelle réalisation de l'expérience pensée au sein de notre groupe. Tout au long de mon travail de recherche, je me suis engagée dans un processus d'analyse a priori avant chaque atelier de travail, ceci faisant partie de l'expérience pensée, et d'analyse a posteriori après chaque atelier. Ainsi, les réflexions émergeant de l'analyse a posteriori du précédent atelier de travail étaient incorporées dans l'analyse a priori du prochain atelier de travail. Ce processus souligne le caractère cyclique du cycle de développement.

Le second cycle, *cycle de recherche*, consiste en un processus cyclique entre théories globales et théories locales. Dans le cadre de ma recherche la notion de « théories globales » renvoie aux cadres théoriques présentés précédemment (Lave, Lave & Wenger, Wenger, Vygotsky, Kozulin, Jaworski), ceux-ci constituant la base de la théorie locale utilisée dans ce travail de recherche et élaborée suivant les critères cohérence et pertinence. Ces éléments sont représentés dans la Figure 1.

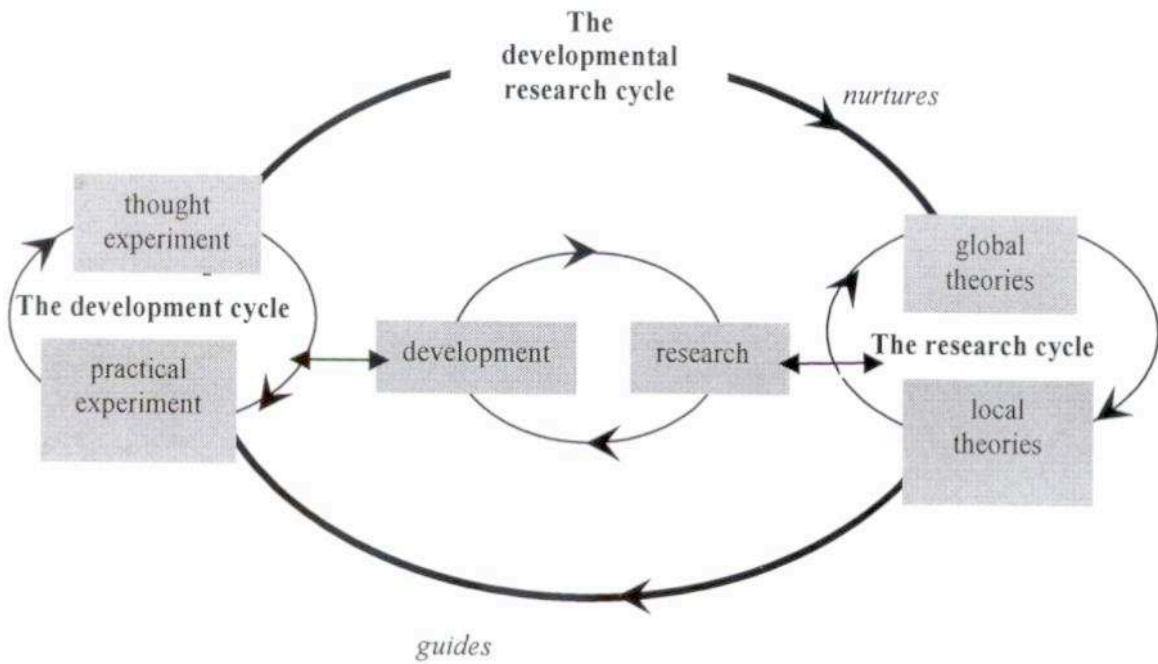


Figure 1 : le cycle de la recherche de développement (Goodchild, 2008)

Une des caractéristiques de la recherche développement est le fait que le type de recherche, de par sa nature, à la fois trace et favorise le développement.

Après l'exposition de mes cadres théorique et méthodologique, je propose maintenant deux exemples tirés des ateliers de travail organisés durant l'automne 2004. Un aperçu complet des différents ateliers de travail organisés pendant l'année scolaire 2003-2004 est proposé en appendice 1.

Deux exemples de tâches

a. Le théorème de Viviani

Le premier exemple concerne la tâche appelée le théorème de Viviani. Cette tâche a été présentée lors de l'atelier de travail du 10 novembre 2004 et son but était d'explorer la relation entre algèbre et géométrie et de développer une preuve de ce théorème. Le théorème de Viviani énonce le résultat suivant : Soit un triangle équilatéral ABC et un point P situé à l'intérieur du triangle. La somme des distances du point aux sommets du triangle ($d_1 + d_2 + d_3$) est égale à la hauteur du triangle (d_4). Une représentation du théorème de Viviani est proposée en Figure 2.

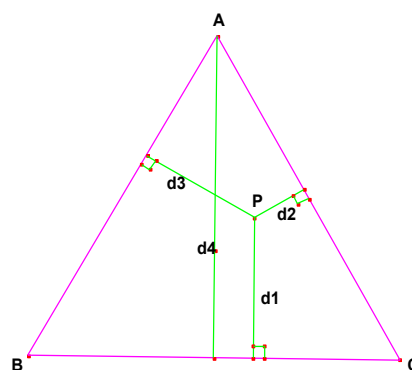


Figure 2 : Le théorème de Viviani

Le déroulement de l'atelier de travail peut se résumer de la façon suivante : Les enseignants ont rapidement démontré le théorème en considérant la somme des surfaces des trois triangles suivants : APB, BPC, CPA (Figure 3) comme étant égale à la surface du triangle ABC.

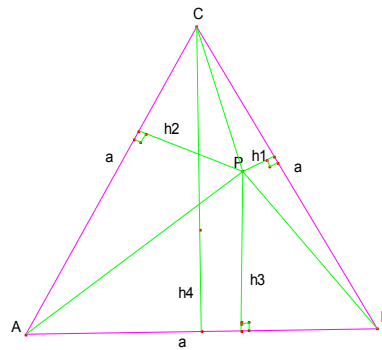


Figure 3 : Elaboration de la preuve du théorème de Viviani

Cette relation permet de déduire facilement le résultat énoncé par le théorème de Viviani. Les résultats de l'analyse du déroulement de cet atelier montrent la façon dont les enseignants ont ensuite pris l'initiative de modifier la tâche proposée et d'explorer d'autres tâches. Par exemple, l'un des enseignants proposa de considérer un point P dans le plan et sachant que celui-ci est distant de 3, 5, et 7 cm des 3 sommets d'un triangle équilatéral, d'explorer les différentes façons de construire le triangle. Cette nouvelle tâche provoqua beaucoup d'activités et les enseignants prirent progressivement le contrôle de l'organisation de l'atelier de travail et décidèrent de l'évolution de celui-ci. C'est en analysant les différents modes de participation au cours de cet atelier de travail que les notions de « taking-over » et de « silent-participation » sont apparues. Le premier mode de participation fait référence à l'engagement des 3 enseignants, prenant progressivement la responsabilité du déroulement de l'atelier de travail. Le second mode de participation fait référence à mon propre rôle, d'organisateur et responsable au début de l'atelier à observateur vers la fin de celui-ci.

b. Les nombres palindromes

Le thème de l'atelier du 30 novembre était d'aborder l'idée de preuve dans un cadre différent de celui de l'atelier consacré au théorème de Viviani. Ici mon but était d'élaborer une preuve dans un cadre numérique. L'atelier de travail commença par l'énoncé de la tâche suivante :

Un de mes amis affirme que tous les nombres palindromes à 4 chiffres sont divisibles par 11. Est-ce vrai?

Après une clarification de la notion de « palindrome », les enseignants ont commencé par choisir des exemples concrets de palindromes à 4 chiffres et de vérifier si l'affirmation était correcte. Ils ont ainsi progressivement découvert plusieurs régularités numériques et ont été de plus en plus fasciné par ces régularités (patterns). Ainsi l'un des enseignants, John, a étudié les palindromes de la forme 2332, 5665, 8998, et a été surpris de trouver les résultats suivants après division par 11 : 212, 515, 818. Il est donc parvenu au résultat suivant : si l'on choisit un palindrome de la forme $n(n+1)(n+1)n$, le résultat de la division par 11 donne le quotient suivant : $n1n$.

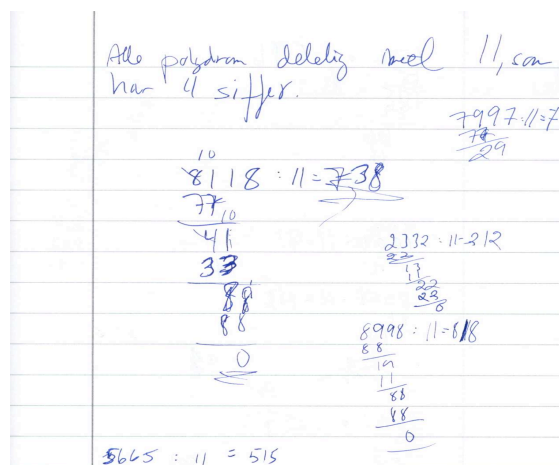


Figure 4 : Recherche de régularités numériques (John)

Un autre enseignant, Paul, a étudié les palindromes suivants : 1001, 2002, 3003, 4004 et a découvert que la différence entre les différents quotients, c'est-à-dire entre 91 et 182, 182 et 273, 273 et 364 était constante et égale à 91.

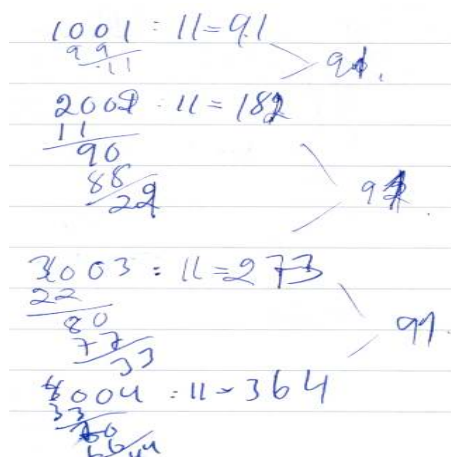


Figure 5 : Recherche de régularités numériques (Paul)

Ces différentes découvertes de régularités numériques ont complètement capturé l'attention des enseignants et il m'a été difficile de revenir au but initial de l'atelier de travail qui consistait à explorer utilisation de l'outil algébrique comme outil de preuve, c'est à dire à écrire tout palindrome à 4 chiffres de la façon suivante:

$$a \cdot 10^3 + b \cdot 10^2 + b \cdot 10^1 + a \cdot 10^0$$

pour pouvoir ensuite en déduire $a \cdot (10^3 + 10^0) + b \cdot (10^2 + 10^1)$ et donc $11 (91 \cdot a + 10 \cdot b)$, ce qui implique que tout palindrome à 4 chiffres est divisible par 11.

Au cours de cet atelier, les résultats de l'analyse des données m'ont permis de mettre en évidence le mode « didactique » de participation, en référence à mon propre mode participation, puisque malgré de nombreux essais de réorienter l'atelier vers l'exploration de l'utilisation de l'outil algébrique comme outil de preuve, ce n'est que vers la fin de cet atelier que les enseignants se sont dirigés vers une écriture symbolique et se sont intéressés à l'élaboration d'une preuve.

Ce mode « didactique » de participation a été aussi observé au cours d'un autre atelier de travail, l'atelier du 11 janvier 2005, au cours duquel la tâche appelée « student – professor problem » (Herscovics, 89) était proposée. Ici, c'est John qui a pris le mode « didactique » de participation, aidant ainsi ses collègues à réaliser la conversion correct entre l'énoncée de la

tâche « six times as many students as professors » et l'écriture algébrique « $6P = S$ », ce qui nous a permis de différencier entre une traduction (conversion) purement de type syntactique sans préserver l'aspect sémantique (le sens de cette affirmation) et une traduction prenant en compte aussi bien l'aspect syntactique que l'aspect sémantique. John, ayant adopté le mode « didactique » de participation a utilisé un exemple numérique de façon à illustrer la signification de l'expression « $6S = P$ », expression choisie en premier lieu par Mary.

Résultats et pistes de recherche

Au cours de l'année scolaire 2004-2005, neuf ateliers de travail (voir appendice 1) ont été organisés dans le but d'explorer l'utilisation de l'outil algébrique comme outil de preuve dans différents contextes, par exemple contexte géométrique ou de régularités numériques. L'analyse des données rassemblées au cours de ces ateliers de travail a mis en évidence six modes différents de participation. Je donne ici un résumé de ceux-ci :

Différents modes de participation identifiés:

- mode "novice – expert"
- mode "questionnement"
- mode "réflexion"
- mode "taking – over"
- mode "didactique"
- mode "participation silencieuse"

Différentes hypothèses de travail et pistes de recherche ressortent de ces résultats: la première concerne l'importance du mode « questionnement » de participation. Il semblerait qu'il soit nécessaire pour les enseignants de questionner le choix des tâches et les raisons pour lesquelles celles-ci pourraient être utilisées en classe. C'est à la suite de cette étape que les enseignants ont commencé à être plus actifs et prendre plus d'initiative, au lieu de rester dans le mode « novice-expert » de participation. Je considère ce mode de participation comme un premier pas vers une démarche d'« empowerment », c'est-à-dire l'acquisition d'une certaine autonomie et ce processus illustre la thèse de Rogoff, Matusov et White (1996) soulignant le fait que la notion d'apprentissage implique la transformation de notre participation au sein de projets collectifs.

Une seconde piste de recherche indique une possible influence de la nature de la tâche sur le mode de participation: en effet il semblerait qu'un contexte géométrique facilite le passage en mode de participation « taking-over » comme observé lors de l'atelier de travail consacré au théorème de Viviani. Cette tâche a en effet permis aux enseignants d'explorer le théorème de Viviani de différentes façons et d'énoncer de nouvelles approches pour la construction d'un triangle équilatéral.

Une autre piste de recherche importante concerne l'articulation de la pensée algébrique et de l'algèbre : les résultats de l'analyse des données permettent de mettre en évidence l'articulation de la pensée algébrique comme étant une démarche caractérisée par une recherche structurée de régularités (patterns) ou/et de structure(s), par exemple l'étude de régularités numériques, régularités de figures géométriques, recherche de structure d'une situation de modélisation. Suivant cette perspective, l'algèbre sera donc considéré comme un langage symbolique permettant la communication des régularités ou/et des structures observées à l'aide de symboles algébriques aux autres participants de la communauté.

Ces résultats sont en accord avec les perspectives offertes par Mason and Pimm (1984), Mason, Burton et Stacey (1982) ainsi que Mason et Davis (1991).

Ces hypothèses et pistes de recherche sont une source d'inspiration pour mes travaux de recherche actuels.

Références

- Booth, L. R. (1984). *Algebra: Children's strategies and errors*. Windsor, UK: NFER-Nelson.
- Drouhard, J. P., & Teppo, A. (2004). Symbols and language. In K. Stacey, H. Chick, & M. Kendal (Eds.), *The future of the teaching and learning of algebra, The 12th ICMI Study* (pp. 227-264). Boston, MA: Kluwer Academic Publishers.
- Goodchild, S. (2008). A quest for 'good' research. In B. Jaworski & T. Wood (Eds.), *International handbook on mathematics teacher education: Vol. 4. The mathematics teacher educator as a developing professional: Individuals, teams, communities and networks* (pp. 201-220). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Gravemeijer, K. (1994). Educational development and developmental research in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(5), 443-471.
- Jaworski, B. (2005). Learning communities in mathematics: Creating an inquiry community between teachers and didacticians. In R. Barwell & A. Noyes (Eds.), *Research in Mathematics Education: Papers of the British Society for Research into Learning Mathematics, Vol. 7* (pp 101-119). London: BSRLM
- Jaworski, B. (2006). Theory and practice in mathematics teaching development: Critical inquiry as a mode of learning in teaching. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9, 187-211.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of school algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.
- Kozulin, A. (2003). Psychological tools and mediated learning. In A. Kozulin, B. Gindis, V. S. Ageyev, & S. M. Miller (Eds.), *Vygotsky's educational theory in cultural context* (pp. 15-38). Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Küchemann, D. (1981). Algebra. In K. Hart, M. Brown, D. Küchemann, D. Kerslake, G. Ruddock, & M. McCartney (Eds.), *Children's understanding of mathematics* (pp. 102-119). London: John Murray.
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Lave, J., & Wenger, E. (1991). *Situated learning: Legitimate peripheral participation*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Mason, J., & Davis, J. (1991). *Fostering and sustaining mathematics thinking through problem solving*. Victoria, Australia: Deakin University Press.
- Mason, J., Burton, L., & Stacey, K. (1982). *Thinking mathematically*. London: Addison-Wesley Publishers.
- Mason, J., & Pimm, D. (1984). Generic examples: seeing the general in the particular. *Educational Studies in Mathematics*, 15, 277-289.
- Radford, L. (2008). Connecting theories in mathematics education: challenges and possibilities. *ZDM*, 40(2), 317-327.
- Rogoff, B., Matusov, E., & White, C. (1996). Models of teaching and learning: Participation in a community of learners. In D. R. Olson & N. Torrance (Eds.), *The handbook of education and human development. New models of learning, teaching and schooling* (pp. 388-414). Oxford, UK: Blackwell.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.

- Sierpinska, A. (1993). The development of concepts according to Vygotski. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 15(2&3), 87-107.
- Tall, D. & Gray, E. (2001). Symbols and the bifurcation between procedural and conceptual thinking. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 1(1), 81-104.
- Van den Akker, J. (1999). Principles and methods of development research. In J. v. d. Akker, R. M. Branch, K. Gustafson, N. Nieveen, & T. Plomp (Eds.), *Design approaches and tools in education and training* (pp. 1-14). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.
- Vygotsky, L. (1986). *Thought and language* (A. Kozulin, Trans. and Ed.). Cambridge, MA: MIT Press.
- Wells, G. (1999). *Dialogic inquiry: Towards a sociocultural practice and theory of education*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Wenger, E. (1998). *Communities of practice: Learning, meaning and identity*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Appendice 1 : Ateliers de travail de juin 2004 à juin 2005

Atelier de travail 30-11-04	Choix et utilisation des symboles algébriques - Preuve	Nombres palindromes Régularités numériques
Atelier de travail 11-01-05	Choix et utilisation des symboles algébriques	Tâche: traduire et traiter une situation (Student – Professor)
Atelier de travail 09-03-05	Choix et utilisation des symboles algébriques	Tâche: traduire et traiter une situation
Ateliers de travail 10-05-05 14-06-06	<small>Claire Vaugelade Berg - University of Agder, Norway - Séminaire national, Paris, Mars 2012</small>	Organisation par Mary, Paul, et John Résumé ⁹

TITRE :

Actes du séminaire national de didactiques de mathématiques 2012

AUTEUR/S :

Sylvie Coppé, Mariam Haspékian

RESUME :

Actes de la session 2012 du séminaire national de didactique des mathématiques. Le séminaire national de didactique des mathématiques est organisé par l'ARDM. Il a pour but de permettre la diffusion régulière des recherches nouvelles ou en cours, et de favoriser les échanges et débats au sein de la communauté francophone de didactique des mathématiques.

MOTS CLES :

Didactiques des mathématiques

IREM de Paris 7 – Université Paris Diderot
Directeur de publication Christophe Hache – Reprographie Nadine Locufier
www.irem.de.paris@univ-paris-diderot.fr

Dépôt légal : 2013 – ISBN : 978-2-86612-345-1

Durée totale de la séance de mathématiques : 1h22mn, durée de la séance observée : 1h25mn

Annexe 4 : matériel Montessori

The image displays two sets of Montessori number cards. The left set includes cards for numbers 1-9, tens (10-90), and hundreds (100-900). The right set includes cards for hundreds (100-900), thousands (1000-9000), and a text box with instructions.

Left Set of Cards:

- Row 1: 1, 2, 3, 4, 5 (blue vertical bars)
- Row 2: 6, 7, 8, 9, 0 (blue vertical bars)
- Row 3: 10, 20, 30 (yellow vertical bars)
- Row 4: 40, 50, 60 (yellow vertical bars)
- Row 5: 70, 80, 90 (yellow vertical bars)
- Row 6: 100, 200 (orange vertical bars)
- Row 7: 300, 400 (orange vertical bars)

Right Set of Cards:

- Row 1: 500, 600 (orange vertical bars)
- Row 2: 700, 800 (orange vertical bars)
- Row 3: 900, 1000 (orange and black vertical bars)
- Row 4: 2000 (black vertical bar)
- Row 5: 3000 (black vertical bar)
- Row 6: 4000 (black vertical bar)
- Row 7: 5000 (black vertical bar)

Instruction Box (French):

Dans la maquette finale : les longueurs et largeurs de chaque rectangle doivent être des nombres entiers

Toutes les languettes doivent être superposables

Toutes les cases contenant des chiffres doivent être superposables (ma construction n'est pas très précise à ce sujet)