Mathématiques et philosophie dans les Questions de Blaise de Parme sur le Traité des rapports de Thomas Bradwardine

Joël Biard

Mathématiques et philosophie dans les *Questions* de Blaise de Parme sur le *Traité des rapports* de Thomas Bradwardine

Joël BIARD (*)

RÉSUMÉ. — Pour enseigner les mathématiques dans ses cours de philosophie naturelle, Blaise de Parme († 1416) a utilisé et commenté le *Traité sur les rapports* écrit en 1328 par Thomas Bradwardine. Il donne à son commentaire la forme de questions. Il n'est pas le premier à traiter de mathématiques sous cette forme typiquement médiévale, paradoxale au regard de l'idéal déductif euclidien. La *questio* permet des développements pédagogiques, des arguments réfutatifs, mais elle revêt aussi des aspects positifs : en distinguant et combinant des points de vue, notamment celui du physicien et celui du mathématicien, elle conduit à introduire, au sein d'un traité mathématique, des considérations épistémologiques sur le statut des objets mathématiques.

MOTS-CLÉS. — Blaise de Parme ; Thomas Bradwardine ; objet des mathématiques ; philosophie naturelle ; rapport ; proportion ; quantité ; imagination ; *questio*.

SUMMARY. — In view of teaching mathematics Blasius of Parma († 1416) in his lessons on natural philosophy used and commented on Thomas Bradwardine's Tractatus proportionum *of 1328. He was not the first to use this typically medieval form for presenting mathematics, which seems to go against the Euclidian ideal of deductivity. Not only does the* questio *allow for pedagogical developments and refutation of arguments ; it has a more positive function : to distinguish and combine several points of view, particularly that of the physicist and that of the mathematician. This makes it possible to include in a mathematical treatise important philosophical considerations on the status of the mathematical object.*

KEYWORDS. — Blasius of Parma ; Thomas Bradwardine ; aim of mathematics ; natural philosophy ; ratio ; proportion ; quantity ; imagination ; questio.

(*) Joël Biard, GDR 252 du CNRS, « Philosophie de la connaissance et philosophie de la nature au Moyen Âge et à la Renaissance, Centre d'études supérieures de la Renaissance (UMR 6576 du CNRS), 59, rue Néricault-Destouches, BP 1328, 37013 Tours.

Rev. Hist. Sci., 2003, **56**/2, 383-400

Blaise de Parme, né à une date que l'on ignore dans le hameau de Noceto, finit ses études à Pavie en 1374. Il a enseigné dans plusieurs universités italiennes, telles que Pavie, Bologne, Padoue, Florence et Parme, où il mourut en 1416. Il y professa la logique, la philosophie naturelle et la philosophie morale. Mais les textes qui nous sont restés concernent la logique et surtout la philosophie naturelle. Or c'est l'une des caractéristiques de la philosophie italienne que d'articuler étroitement la philosophie naturelle à la médecine, à l'astrologie et aux mathématiques. Blaise a ainsi professé les mathématiques et en a gardé une certaine renommée jusqu'à Léonard de Vinci.

En rédigeant des *Questions sur le Traité des rapports de Thomas Bradwardine,* Blaise de Parme contribue de façon originale à la tradition des traités mathématiques en forme de questions. L'ouvrage fit l'objet d'une première rédaction dont on peut penser qu'elle date du séjour parisien de Blaise, lors de vacances d'été, entre 1378 et 1388, et probablement avant 1382 (1). Une autre version, qui sera utilisée ici (2), est sensiblement différente et date sans doute d'une période plus tardive de son enseignement (3).

Le texte se présente donc sous la forme d'une série de questions, soulevées à l'occasion de la lecture (et sans doute de l'enseignement) d'un traité de Thomas Bradwardine, écrit en 1328, dont le titre complet est *Tractatus proportionum seu de proportionibus velocitatum in motibus* (4). La *questio* est une structure discursive typiquement médiévale, extrêmement codée, qui est répandue bien au-delà des textes portant ce titre, puisqu'on la retrouve dans la plupart des sophismes ou dans certaines sommes. La finalité d'une telle structure, utilisée en théologie dès le XII^e siècle, d'abord liée à

(1) Cette version est conservée dans le manuscrit de Milan, Bibhioteca Ambrosiana F 145 SUP, f^os 5-18. Cette hypothèse de datation repose sur une référence au traité de statique de Blaise *(Tractatus de ponderibus)* écrit lors de ce séjour parisien.

(2) Trois manuscrits attribuent le texte à Blaise de Parme : Oxford, Bodleian Library, Canonici, Misc. 177, f^os 68 vb - 97 va, Venise, Marciana, com. Marc. Lat. VIII, 38, f^os 8 va - 37 ra et Cité du Vatican, Biblioteca apostolica vaticana, Vat., lat. 3012, f^os 137 ra - 163 rb ; deux autres manuscrits, qui contiennent le même texte sans que celui-ci soit attribué nommément à Blaise, sont incomplets : Rome, Angelica 480 (D.7.6), f^os 79 ra - 91 vb ; Florence, Laurenziana, Pluteo 71, *codex* 26, f^os 29 ra - 69 ra.

(3) Une édition de ce texte est en préparation par Sabine Rommevaux et moi-même (Paris : Vrin, à paraître, 2004).

(4) Thomas of Bradwardine, *His* Tractatus de proportionibus : *Its significance for the development of mathematical physics,* éd. et trad. par H. Lamar Crosby Jr. (Madison (Wisc.) : Univ. or Wisconsin Press, 1955).

la *lectio* puis autonomisée dans le cadre de la disputation universitaire avant de devenir un véritable genre discursif, est d'aligner les arguments pour et contre *(quod sic, quod non),* avant que la solution ou détermination ne tranche dans un sens ou dans l'autre (5). Généralement, les arguments allant dans le sens qui ne sera pas retenu, exposés en premier, sont plus longuement développés ; ils comprennent des arguments de raison et des arguments d'autorité. La position qui sera défendue est souvent expédiée rapidement – ici, parfois, par une simple référence à Euclide ou à Bradwardine. C'est la solution qui donne alors les véritables raisons. Enfin, les arguments opposés sont réfutés. Tout cela conduit à envisager très sérieusement les arguments allant dans le sens opposé à celui qui sera retenu.

L'application de cette structure discursive aux mathématiques ne provient sans doute au départ que de la volonté d'y investir les procédures d'argumentation et d'enseignement suivies de façon générale dans l'université médiévale. La démarche est néanmoins surprenante, voire paradoxale, puisque cela va à l'encontre d'une discursivité linéaire et déductive dont les *Éléments* d'Euclide fournissaient le modèle. Produire des arguments allant contre la thèse qui sera retenue par l'auteur revient, d'un point de vue mathématique, à proposer des démonstrations fausses. Il convient donc de s'interroger sur la fonction de telles argumentations et sur le statut des énoncés qu'elles comportent. Nous verrons que ces arguments ont des fonctions à la fois pédagogiques, réfutatives et épistémologiques.

Dans une telle configuration textuelle, en effet, les aspects mathématiques, physiques et philosophiques sont étroitement mêlés. Ils ne sont assurément pas confondus, Blaise, au contraire, est soucieux de distinguer les points de vue ; mais ils sont entrecroisés, articulés. Au XIVe siècle, dans la tradition des Calculateurs d'Oxford, l'autonomie des mathématiques par rapporf à la philosophie naturelle ne va pas de soi. Dans ses œuvres de philosophie naturelle comme dans un certain nombre de traités (notamment sur les configurations des qualités), Blaise est avant tout soucieux du statut du corps physique. Il est donc conduit à s'interroger sur le

(5) Sur la question, voir Olga Weijers, *La « disputatio » à la faculté des arts de Paris (1200-1350 environ) : Esquisse d'une typologie,* « Studia artistarium » 2 (Turnhout : Brepols, 1995), part. I, vol. 2, 25 sqq.

statut des objets mathématiques, en particulier sur le statut ontologique du rapport entre deux grandeurs, et sur la légitimité d'un discours strictement mathématique. Ainsi, les *Questions sur le traité des rapports,* tout en reprenant, voire en discutant un certain nombre de résultats mathématiques et physiques de ses prédécesseurs, sont aussi une contribution à l'épistémologie des mathématiques. Ce sont ces aspects que je vais essayer de mettre en évidence dans cet article, tandis que Sabine Rommevaux, dans le même volume, évaluera la position de Blaise de Parme par rapport à la tradition euclidienne et aux positions de Thomas Bradwardine et Nicole Oresme concernant la théorie de l'irrationalité.

La tradition médiévale des questions mathématiques

Le traité de Bradwardine que Blaise prend comme base n'est pas rédigé sous forme de questions. Mais il existait d'autres recueils de questions mathématiques. Ainsi Nicole Oresme a écrit des *Questions sur la géométrie d'Euclide* datées d'environ 1350 *(6) ;* or un problème comme celui de l'incommensurabilité de la diagonale et du côté du carré est traité aussi bien dans les *Questions sur le Traité des rapports* de Blaise de Parme que dans les *Questions sur la géométrie d'Euclide* de Nicole Oresme. Mais il semble surtout qu'à Paris cette pratique de la question ne fût pas isolée. On connaît des questions consacrées à un seul problème, par exemple des questions sur le point comme celle rédigée par Jean Buridan probablement autour de 1335 (7), sur la quadrature du cercle par Albert de Saxe (8), ou sur la commensurabilité de la diagonale et du côté, comme celle qui fut attribuée à Albert de Saxe avant d'être considérée comme d'attribution douteuse (9). Plus généralement, il

(6) Nicole Oresme, *Questiones super geometriam Euclidis,* H. L. L. Busard (éd.) (Leyde : E. J. Brill, 1961).

(7) Iohannes Buridanus, *Quaestio de puncto,* éd. par Vassihi Zoubov Pavlovitch, Jean Buridan et les concepts de point au XIV^e siècle, *Mediæval and renaissance studies,* 5 (1961), 65-95.

(8) *Questio Alberti de Saxonia de quadratura circuli,* éd. par Marshall Clagett, in *Archimedes in the Middle Ages* (Madison (Wisc.) : The Univ. of Wisconsin Press, 1964), 406-432.

(9) Heinrich Suter, Die *Questio* « De proportione dyametri ad costam eiusdem » des Albertus de Saxonia, *Zeitschrift film Mathematik und Physik* (1887), 41-56.

semble que la forme de la question servît à l'enseignement des mathématiques, comme en témoignent un recueil comprenant des questions de Sébastien d'Aragon et de Simon de Padoue (dont on ne sait rien par ailleurs), mais aussi Hugues d'Utrecht (10), ou encore les *Questions mathématiques* de Raoul le Breton (11).

Ces derniers textes sont antérieurs de près d'un demi-siècle à celui de Blaise de Parme, et antérieurs aussi à celui de Nicole Oresme. Ils proviennent des milieux aristotéliciens des années 1310-1320, dont les commentaires s'appuyaient volontiers sur Averroès. C'est à propos de la philosophie d'Aristote qu'ils se posent des questions concernant le statut des mathématiques et notamment sur la nature de l'abstraction mathématique par rapport au corps physique. Les titres des premières questions de Sébastien d'Aragon sont à cet égard instructifs : « Est-ce que les mathématiques font abstraction des qualités sensibles ? » (question 1), « Est-ce que les étants mathématiques font abstraction du mouvement ? » (question 2), « Est-ce que les mathématiques sont conjointes dans l'être avec les qualités sensibles ? » (question 3), etc. Il s'agit donc bien du statut ontologique des objets mathématiques, une préoccupation qui se retrouve chez Jean Buridan, chez Blaise de Parme, et bien au-delà. Cependant, ces questions incluent d'autres préoccupations : sur le statut de scientificité des mathématiques, sur l'organisation et la hiérarchisation des disciplines mathématiques, sur la quantité, le nombre, le continu. Elles comprennent ainsi à la fois des questions épistémologiques et des considérations touchant à la théorie des nombres et à celle des grandeurs géométriques (dimensions, continu) (12). Les *Questions mathématiques* de Raoul le Breton sont de même nature. Ii suffit de consulter la liste des questions pour voir que Raoul accorde une large part aux questions épistémologiques (rapport des *mathematicalia* aux choses sensibles), lesquelles restent ensuite à l'horizon de questions sur la définition du nombre ou sur le sujet de la géométrie ; puis il traite de l'arithmé-

(10) Ces textes ont été édités (de façon semble-t-il très imparfaite) par Giuseppe Dell'Anna, in *Sebastianus de Aragonia, Hugo de Trapecto. Symon de Padua, Theobaldus de Anchora, Johannes de Jandono Theorica mathematica et geometrica medievali,* « Università deghi studi di Lecce, Dip. di scienze storiche e sociali, Saggi e ricerchi », 4 (Galatina : Congedo Editore, 1992).

(11) On trouvera le « Prologue » de ces questions ainsi que la liste des questions (d'après le ms. Paris, BN Lat. 16 609) *in* Weijers, *op. cit. in* n. 5, 171.

(12) Voir Dell'Anna, *op. cit. in* n. 10, 9-11.

tique, de l'algorithme, du comput et de la géométrie. Mais une telle interrogation sur le statut des étants mathématiques se mène dans le cadre de l'aristotélisme. Les références des questions de Sébastien d'Aragon sont presque toutes à la *Physique* et à la *Métaphysique,* secondairement à d'autres textes de philosophie naturelle aristotélicienne, appuyées parfois de références à Averroès (commentaire de la *Physique* et surtout *De substantia orbis*) ou au *De sensu et sensato* d'Alexandre d'Aphrodise.

Les *Questions sur le traité des rapports* de Blaise de Parme prolongent à certains égards cette tradition, en même temps qu'elles y insèrent de nouvelles préoccupations et de nouveaux instruments d'analyse. Elles la prolongent en accordant une large place à l'interrogation sur le statut des *mathematicalia.* D'un autre côté, elles témoignent, au sein même du genre des questions mathématiques, de la nouvelle problématique initiée par Thomas Bradwardine et relayée à Paris par Nicole Oresme, même si les positions du maître anglais sont loin de faire l'unanimité.

Bradwardine, on l'a dit, ne rédige pas des questions, mais il écrit en 1328 un *Traité des rapports, ou au sujet des rapports de rapidité dans les mouvements,* qui accorde une place décisive à la théorie des rapports appliquée à l'étude des mouvements (13). Le point de départ se situe encore dans les textes aristotéliciens, à savoir dans les passages de la *Physique* (et les passages correspondants du *Traité du Ciel)* où Aristote étudie les rapports entre puissances motrices, résistances (selon le milieu) et rapidité du mobile – livre IV, livre VIII, et surtout livre VII où il donne des exemples et des règles, mais sans véritable généralisation. Ces textes ont fait l'objet de nombreux commentaires au Moyen Âge, tant dans le monde arabe que dans le monde latin (14). Bradwardine propose une nouvelle règle permettant de caractériser les variations de la rapidité *(velocitas)* du mouvement en raison des forces et des résistances (15). Pour doubler la rapidité résultant d'un rapport entre une force motrice et une résistance données, il convient de porter au carré ce rapport, pour le tripler le porter au cube, pour avoir *n* fois la rapidité, de le porter à la puissance *n.* Cette règle est très

(13) Voir Bradwardine, *op. cit. in* n. 4.

(14) Voir Marshall Clagett, *The Science of mechanics in the Middle Ages* (Madison (Milwaukee)-Londres : The Univ. of Wisconsin Press, 1959).

(15) Voir Bradwardine, *op. cil. in* n. 4, 112.

vite connue et discutée sous le nom de « rapport de rapports », qui donnera son titre au traité de Nicole Oresme.

Dans une telle perspective, la théorie de la proportionnalité passe au premier plan. C'est pourquoi Bradwardine fait appel à certaines propositions du *De proportionibus* attribué à Jourdain de Némore (Jordanus) à propos de la composition des rapports (16). Plus largement, la tradition euclidienne – par la version de Campa nus –, avec la nomenclature des rapports due à Boèce, devient centrale pour l'interrogation sur la rationalité ou l'irrationalité des rapports (17). Blaise s'y référera à maintes reprises, de même qu'à Jourdain ou à Ahmed, fils de Joseph (Aḥmad ibn Yūsuf, en latin Ametus Iosephi), comme il renvoie, à propos d'un débat sur la différence qu'il y a entre composer et produire des rapports, au *Traité des rapports de rapports* de Nicole Oresme, écrit entre 1351 et 1360 (18).

Les *Questions sur le traité des rapports de Bradwardine* rédigées par Blaise de Parme témoignent donc d'un nouvel équilibre entre le cadre péripatéticien qui reste à l'horizon de la philosophie naturelle et les références proprement euclidiennes concernant la théorie des rapports, la théorie des grandeurs continues, et la question de l'irrationalité. Elles se présentent comme une discussion sur le texte de Bradwardine, mais intègrent dans la forme des questions des problèmes que le « Maître des rapports » examinait sous forme d'un traité systématique. Il s'agit donc à la fois de questions traitant de problèmes du mouvement, de « rapports des rapidités dans les mouvements » *(de proportionibus velocitatum in motibus)* et de questions proprement mathématiques portant sur les instruments requis pour cette théorie du mouvement, liées notamment à l'irrationalité et aux grandeurs continues.

Les *Questions* de Blaise de Parme mêlent ainsi les problèmes de mathématiques et les problèmes de physique. On en trouve un indice dans les intitulés des questions (19), mais c'est souvent au

(16) Les références, qui n'avaient pas été données par l'éditeur de Bradwardine, le sont par Edward Grant dans son édition d'Oresme citée n. 18, 22, Le texte est édité par H. L. L. Busard, Die Traktate de proportionibus von Jordanus Nemorarius und Campanus, *Centaurus,* 15 (1970), 193-227.

(17) Voir dans ce même recueil le texte de Sabine Rommevaux.

(18) Nicole Oresme, *De proportionibus proportionum & Ad pauca respicientes,* éd. et trad. par Edward Grant (Madison (Milwaukee)-Londres : The Univ. of Wisconsin Press, 1966).

(19) Voir en annexe la liste des questions.

sein même d'une question que ces aspects sont imbriqués. En particulier, les développements sur l'incommensurabilité mettent souvent en œuvre, dans la partie qui développe des arguments contre l'incommensurabilité, des raisonnements physiques (20). Si une telle argumentation implique l'utilisation d'éléments pris dans la tradition euclidienne, elle suppose par ailleurs une sorte de mélange des genres, caractéristique de cette façon singulière de faire des mathématiques qui conduit des Calculateurs d'Oxford jusqu'à la fin du XVI[e] siècle.

Cette imbrication des mathématiques et de la physique a aussi pour conséquence l'introduction massive de réflexions de nature épistémologique ou philosophique au sein de questions qui paraissent avoir un objet mathématique, et c'est par là que les questions de Blaise prolongent aussi, dans un cadre nouveau, les recueils du début du XIV[e] siècle.

Le statut des *mathematicalia*

Cette combinaison de préoccupations mathématiques, physiques et philosophiques apparaît dès la question 2, qui se demande ce qu'est un rapport. On pourrait imaginer, dans un autre contexte, une rapide définition mathématique, posant le rapport *(proportio)* comme relation *(habitudo)* entre deux termes quantitatifs (21). Ici, on est davantage porté vers des considérations sur la nature et le statut de ce dont il est question. Mais il ne s'agit pas de tout mélanger. Cette interrogation a pour premier effet une dissociation de points de vue : celui du physicien ou du philosophe d'une part, celui du mathématicien d'autre part.

(20) Voir par exemple, dans les *Questiones circa tractatum proportionum magistri Thome Bradwardini* (dorénavant cité : *QP*), la question 1, ms. Vatican (Va) f° 137 ra : « ... *describatur quadratum* abcd *cuius dyameter sit* ac *et moveatur adequate per horam unum mobile oblungum pertranseundo costam quadrati.* »

(21) Dans l'édition de Campanus des *Éléments* d'Euclide (datée d'environ 1260), qui est utilisée par Blaise de Parme, on trouve la définition suivante du rapport (déf. 3 du livre V) : « *Proportio est habitudo duarum quantaecumque sint eiusdem generis quantitatum, certa alterius ad alteram habitudo* » (*Euclides megarensis mathematici clarissimi* Elementorum Geometricorum lib. XV *cum expositione Theoris in priores XIII a Bartolomeo Veneto latinitate donata, Campani in omnes, et Hypsiclis Alexandrini in duos prostmemos* (Basilæ : apud Iohannem Hervagium, 1537), 103).

Dans une argumentation de la question 4, Blaise oppose explicitement le point de vue de celui qui parle « comme les philosophes » *(si intendis loqui ut philosophi)* et la « manière des mathématiciens » *(modus mathematicorum)* (22). Quoique de façon plus implicite, une telle dualité sous-tend toute la question 2. Dans celle-ci, l'argumentation *quod non* suppose un détour par la question « quelle chose est le rapport » *(que res est proportio),* et la première hypothèse assimile le rapport *(proportio)* aux « choses rapportées l'une à l'autre » *(res invicem proportionate).* Cela ne se comprend que sur le fond d'une théorie des catégories, au sens aristotélicien où l'on entend par catégories des types de prédication qui définissent des sens de l'être (23). Mais il s'agit ici d'une théorie qui oppose la chose *(res)* à la relation *(relatio).* Certes, ce point n'est pas explicité mais il est constamment présupposé.

L'*habitudo,* le rapport à, suppose deux termes, c'est donc un mot ou un concept relatif, au sens où un relatif se dit toujours *ad aliquid.* Toutefois, il ne suffit pas de faire ici une distinction minimale entre les termes substantiels ou qualitatifs d'une part, les termes relatifs de l'autre ; on se situe avec Blaise de Parme dans le cadre d'une théorie des catégories qui est réductionniste, au sens où les termes de la catégorie de relation (comme ceux de la quantité) ne renvoient réellement qu'aux substances et aux qualités – c'est une position de type ockhamiste, ou, si l'on préfère, une interprétation nominaliste des catégories (24). Cette doctrine est explicite dans les *Questions sur les traités logiques* :

« Les termes qui se trouvent dans la catégorie *ad aliquid* ne signifient pas des choses distinctes de celles que signifient les termes des autres catégories, et ne supposent pas pour d'autres choses que ne le font ceux-ci (25). »

(22) *QP,* ms. Va, f° 141 rb.

(23) Voir par exemple Aristote, *Métaphysique,* Δ, 7, 1017 *a* 22-28 : « L'être par essence reçoit toutes les acceptions qui sont indiquées par les types de catégories, car les sens de l'être sont en nombre égal à ces catégories. » (trad. J. Tricot rééd. (Paris : Vrin, 1970), vol. I, 270).

(24) Une telle interprétation nominaliste des catégories a reçu l'une de ses expressions majeures avec Guillaume d'Ockham : voir Guillaume d'Ockham, *Somme de logique,* 1re partie, trad. Joël Biard, 2e éd. (Mauvezin : TER, 1993), chap. 40, 117, et chap. 49-51, 160-177.

(25) *« Secunda conclusio : termini ponibiles in predicamento ad aliquid non significant res distinctas a rebus quas signoficant termini aliorum predicamentorum, nec supponunt pro aliis rebus quas significant termini aliorum predicamentorum, nec supponunt pro aliis rebus a predictis »,* in *(Questiones super tractatus logice magistmi Petri Hispani,* éd. par Joël Biard et Graziella Federici Vescovini (Paris : Vrin, 2001), 307).

Cette thèse primordiale de la théorie des catégories s'appuie sur une thèse ontologique réduisant les choses à des substances et des qualités :

« ... n'importe quelle chose au monde est substance ou accident, et il est certain que toutes les substances du monde sont signifiées par les termes de la catégorie de substance, et que tout accident est signifié par des termes de la catégorie de qualité (26). »

Ce sont donc les mêmes choses qui sont signifiées par les termes de la catégorie de relation et par ceux des catégories de substance et de qualité, à tel point que l'on peut prédiquer affirmativement les uns des autres dans une proposition vraie (27).

Si nous revenons maintenant aux *Questions* de Blaise, cette sémantique nominaliste apparaît présupposée par tous les développements proprement logiques ou physiques. L'*habitudo* relève de la *relatio* ou de l'*ad aliquid*. Par conséquent, elle ne se réfère à rien de réel en dehors des choses *(res)* qui sont rapportées l'une à l'autre. Mais le rapport dont parle le mathématicien rapporte des quantités l'une à l'autre. Comme du point de vue réel les quantités sont elles-mêmes des accidents qui ne sont pas réellement distincts des substances et des qualités (28), l'entreprise réductionniste implique deux étapes, que l'on peut restituer, par exemple, dans l'argumentation *quod non* de la question 2 de Blaise de Parme : « On demande si le rapport est une relation mutuelle de deux quantités l'une à l'autre (29) ».

En un premier temps, Blaise réduit la relation aux deux quantités mises en rapport (30). Il apparaît que dans ce cas un rapport de plus grande inégalité (tel que le rapport de 3 à 2) serait un rapport de plus petite inégalité (celui de 2 à 3), ou qu'un rapport double (de 2 à 1) serait un rapport sous-double (de 1 à 2) ; nous verrons

(26) *« ... quelibet res mundi est substantia vel accidens, et certum est <quod> omnes substantias mundi significant termini de predicamento substantie et omne accidens significant termini de predicamento qualitatis. »* (*Ibid.*, 307.)

(27) *« Termini de predicamento ad aliquid et termini de predicamento substantie predicantur de se invicem affirmative vere in propositione de hoc verbo "est" »* (*Ibid.*, 307-308.)

(28) Sur la catégorie de quantité, voir Joël Biard, Le traité sur les Catégories de Blaise de Parme, *in* Joël Biard et Irène Rosier (éd.), *Les Traditions médiévales des catégories*, Actes du colloque d'Avignon (juin 1999) (Paris-Louvain : Peeters, 2003, 365-378).

(29) *« Consequenter secundo queritum utrum proportio proprie dicta sit duarum quantitatum unius ad alteram invicem habitudo... »* (*QP*, qu. 2, ms. Va, f° 138 ra).

(30) *« ... dicitur quod proportio proprie dicta est proportio duarum quantitatum [...] » (Ibid.)*

comment résoudre ces difficultés. Mais ce n'est pas tout, car les termes quantitatifs ne sont eux-mêmes pas réellement distincts des substances (ou le cas échéant des qualités particulières) qu'ils nombrent ; les *Questions logiques* insistent bien là-dessus. Il convient donc de passer à une étape suivante dans la mise en cause de la définition initiale, en considérant que ce qui, en dernier ressort, est mis en relation, ce sont des choses comme des hommes ou des fourmis (31). L'argumentation suppose ici l'assimilation de la substance à la quantité : « ... un homme et une fourmi sont deux quantités [...] (32) » ; or il s'avère que ces substances ne sont comparables ni selon leurs raisons substantielles ni selon leurs perfections.

Ce n'est pas seulement dans l'argumentation *quod non* (dont on pourrait penser qu'elle est destinée à être réfutée) que cette réduction du rapport aux choses rapportées est évoquée, mais aussi dans la première conclusion posée par l'auteur :

> « Première conclusion : le rapport est les choses rapportées entre elles, et il n'est pas autre chose, ni d'autres choses (33). »

Cette approche réductionniste de la relation se retrouvera à maintes reprises dans les *Questions sur le traité des rapports.* Ainsi dans la question 5, l'une des deux manières possibles de considérer le rapport le réduit encore aux choses rapportées. En ce sens, le rapport est une ou plusieurs lignes, un nombre et l'unité, mais aussi un ou plusieurs ânes (34).

Quel sens donner à cette insistance de Blaise sur une telle approche de la relation ou du rapport ?

Sans doute, en premier lieu, est-ce un passage indispensable en raison du contexte de la philosophie naturelle de l'époque. Ce qui intéresse avant tout quelqu'un comme Blaise de Parme, c'est le monde physique. La question de la constitution ontologique du monde est décisive, que ce soit pour le statut du mouvement ou pour le statut des choses étudiées. De ce point de vue, la question de savoir si une relation est, et en quel sens, n'est pas seulement

(31) Un argument intermédiaire contre la définition initiale concerne l'angle de contingence et l'angle rectiligne ; il suppose que l'on considère les quantités pour elles-mêmes, mais il pèche par confusion de plusieurs genres de quantités.

(32) *« ... Unus homo et una formica sunt due quantitates que tamen non sunt invicem comparabiles [...] »* (*QP,* qu. 2, ms. Va, f° 138 ra.)

(33) *« Quantum ad primum sit prima conclusio : proportio est res invicem proportionate, nec est aliud nec alia. » (QP,* qu. 2, ms. Va, f° 138 r°.)

(34) *QP,* qu. 5, ms. Va, f° 142 rb.

une question que l'on doit se poser en métaphysique, mais une question que l'on rencontre inévitablement en traitant des rapports, des proportions et des configurations.

Mais il semble aussi, en second lieu, que cette insistance ait une dimension proprement épistémologique. Dans le cadre d'une philosophie naturelle d'inspiration péripatéticienne, les abstractions mathématiques ne sauraient être des substances, ni des formes séparées comme elles pouvaient l'être pour Proclus. Blaise s'élève de façon insistante contre toute tentation d'hypostasier les formes mathématiques, et c'est ce que traduisent, en un premier temps, ces arguments réductionnistes. Mais il tentera d'esquisser une autre réponse à la question de ce statut, qui évite l'alternative entre d'une part le statut évanescent d'un accident et d'autre part la forme séparée.

Cette première approche rencontre en effet des limites. La première est que dans la perspective nominaliste qui est celle de Blaise, la réduction sémiologique des catégories paraît vider de tout contenu référentiel propre les termes relatifs, donc notamment le *rapport* qui est censé faire l'objet du traité. Les termes relatifs ont bien une signification, mais celle-ci se résolvant dans la référence des termes absolus, il n'y a pas *une chose* correspondant à un rapport. L'objection est explicitement formulée :

> « On ne peut pas dire que le rapport soit les choses rapportées l'une à l'autre, puisque, alors, un rapport ne serait rien, comme un homme et un âne n'est rien (35). »

Ni substance (puisque seul le singulier est une substance), ni accident (puisqu'un accident ne saurait être subjectivement dans deux substances distinctes), le rapport n'est rien.

Certes, il existe une façon proprement sémiologique de répondre à cette objection en insistant sur les mécanismes connotatifs du langage ; c'est en grande partie celle de Buridan. Blaise la prend en compte à la fin de la question 2 en introduisant la connotation :

> « Je dis que le rapport est les choses rapportées l'une à l'autre, en connotant que l'âme compare ces choses entre elles (36). »

(35) *« Non potest dici quod habitudo est res invicem proportionate quia tunc nichil esset habitudo, sicut nichil esset homo et asinus. »* (*QP*, qu. 2, ms. Va, f[os]°138 rb.)

(36) *« Dico quod habitudo est iste res invicem proportionate connotans bene animam comparare istas res invicem. »* (*QP*, qu. 2, ms. Va, f[os] 138 va-vb.) Il y revient dans la question 5 : *« ... proportio est res invicem proportionate, non aliud connotando [...] »* (ms. Va, f[o]° 142 rb).

Le rapport ne se réfère donc (par une relation directe de désignation) qu'aux choses qui constituent les termes du rapport, c'est-à-dire en dernier ressort des substances ou des qualités, mais il se réfère à celles-ci en signifiant de façon seconde ou latérale l'âme qui les rapporte l'une à l'autre.

On reste toutefois dans le cadre d'une réduction physique. L'âme qui compare introduit certes la comparaison, de même qu'elle est à l'origine du nombrement (37), mais elle ne donne aucune consistance réelle, entre les choses et elle, au nombre ou au rapport.

On ne saurait en rester là. Pourquoi ? Parce que l'on est conduit à des paradoxes insoutenables du point de vue mathématique. C'est justement ce que permettent de mettre en avant certaines argumentations, et même certaines thèses reprises à titre de conclusions. Ainsi :

« Deuxième conclusion : la même chose est un rapport de plus grande inégalité et un rapport de plus petite inégalité (38). »

Que l'on réduise le rapport aux choses rapportées, alors la même chose (ou les mêmes choses) sera (ou seront) un rapport de 2 à 3 et un rapport de 3 à 2. En fait, il s'agit ici simplement de souligner l'identité de référence : « ... la même chose est [...]. » Le jeu, déjà évoqué, de la supposition et de la connotation peut alors sauver des conclusions paradoxales.

Toutefois, en développant abondamment ces paradoxes, Blaise de Parme suggère que le mathématicien adopte, par une sorte de décision méthodologique ou disciplinaire, un autre point de vue, qui apparaît en négatif dans toutes les distinctions précédentes une fois que l'on a bien établi qu'il ne saurait être question de réifier les formes mathématiques.

À la différence du naturaliste, le mathématicien ne considère pas que le nombre se réduit aux choses nombrées mais fait de ce mode de concevoir le sujet propre de sa considération. C'est ce que souligne le premier *notabile* de la question 3 :

« Le nombre peut être pris de deux façons. En un sens pour les choses nombrées, en un autre pour le nombre par lequel nous nombrons certaines choses qui sont plusieurs. Pour cela, je dis que lorsque les arithméti-

(37) C'est pourquoi le nombre nombrant s'y trouve réduit.

(38) *« Secunda conclusio [...] : eadem res est proportio maioris inequalitatis et proportio minoris inequalitatis. »* (*QP*, qu. 2, ms. Va, f°138 rb.) Rappelons qu'il s'agit d'un rapport plus grand ou plus petit que le rapport d'égalité (de 1 à 1 par exemple).

ciens parlent de nombre, ils distinguent le nombre des choses nombrées, et ne considèrent aucunement les choses nombrées, alors que les philosophes naturalistes prennent le nombre pour les choses nombrées (39). »

L'opposition est accentuée dans un passage déjà évoqué de la question 5 : cet autre point de vue consiste à prendre le rapport « selon sa raison formelle » *(secundum eius rationem formalem)*. On retrouvera cette formule dans la question 5, où Blaise oppose à nouveau le point de vue qui réduit le rapport aux choses rapportées et celui qui l'envisage *secundum rationem formalem* (40). Qu'est-ce à dire ?

Blaise de Parme reprend implicitement la théorie buridanienne de l'*appellatio rationis*. La raison est ici le concept, ou le point de vue conceptuel, le mode actif de concevoir, selon lequel on considère telle ou telle chose. Considérer le rapport selon sa « raison formelle », ce n'est pas l'hypostasier au sens où l'on en ferait, comme dans le néo-platonisme, une *ousia* à titre de forme intermédiaire ; mais c'est autonomiser le plan conceptuel et le poser pour soi comme ce dont on traite. Par le rapport, les choses sont considérées pour autant que l'âme les compare ou les rapporte l'une à l'autre. C'est cette manière de concevoir qui n'est pas à proprement parler abstraite comme on le dirait d'une « substance seconde » au sens aristotélicien, d'un universel, mais comme projetée et considérée « sous sa raison formelle » ; alors elle n'est pas réduite aux choses nombrées ou comparées, mais elle est considérée, traitée, manipulée pour elle-même. L'accident d'accident est érigé en objet, sans jamais être substantialisé ou réifié. À la question *« que res est proportio »,* il n'y a qu'une réponse physique possible : *nihil !* Mais le mathématicien (l'arithméticien, le géomètre ou le porportioniste) a son ordre propre de légitimité, qui est autre, et où se déploient ce que les *Questions mathématiques* de Sébastien d'Aragon ou de Raoul le Breton appelaient *mathematicalia* ou *entia mathematicalia.*

La dualité de points de vue ainsi mise en place trouve une confirmation dans le domaine géométrique, à l'occasion de nom-

(39) *« Numerus potest dupliciter capi. Uno modo pro rebus numeratis, alio modo pro numero quo numerarus aliquas res plures. Et iuxta hoc dico dum arismetrici loquuntur de numero, distinguunt numerum contra res numeratas, et nullo modo considerānt de rebus nurera-tis, sed philosophi naturales capiunt numerum pro rebus numeratis. »* (*QP*, qu. 3, ms. Va, f° 139 ra.) La distinction, on le voit, n'est plus exactement celle que faisait Aristote.

(40) Voir qu. 5, ms. Va, f° 142 ra-va.

breux développements sur le statut de la ligne ou de la surface, et des corps. Le philosophe ou le physicien considèrent que n'existent que des corps (substances composées). La surface ou la ligne n'ont aucun être propre :

> « Lorsque l'on dit "la diagonale du carré n'est autre que la surface de ce carré", je dis que si tu entends parler comme les philosophes, ceux-ci s'expriment en disant que les lignes ne se distinguent pas des surfaces ni les surfaces des corps ; il faudra alors accorder que la diagonale du carré est le carré lui-même, et pareillement du côté de ce carré (41). »

Blaise de Parme soutient une identité réelle du point, de la ligne et de la surface. Le philosophe n'admet pas de distinction réelle entre la ligne, la surface et le corps (42). Il n'est pas étonnant dans ces conditions que Blaise refuse de considérer le point comme indivisible et de tenir la ligne pour composée de tels points, ainsi que cela apparaît dans les *Questions sur les traités logiques,* notamment dans la question 10 du livre III (43) – où il énonce les conclusions contradictoires auxquelles cela conduirait.

Il n'empêche que la question de la commensurabilité ou de l'incommensurabilité conduit à introduire un certain nombre d'arguments qui divisent la ligne en parties et à ce titre rejoignent la question de l'atomisme. L'atomisme, rarement soutenu du point de vue physique ou métaphysique, revient ainsi, paradoxalement, à l'horizon de l'argumentation mathématique. La ligne ou la surface peuvent être considérées soit comme continues, soit comme ensembles de parties (dans un argument paradoxal de la question 4, où le côté comme la diagonale sont composés de plusieurs éléments, donc sont commensurables), soit, en écho à une vieille tradition néo-pythagoricienne, comme carré numérique (où la diagonale et le côté sont tous deux égaux à trois, par exemple, si le carré est 9).

Ces considérations étaient également évoquées par Nicole Oresme dans ses *Questions sur la géométrie,* mais il prenait la peine de les opposer l'une à l'autre en montrant que l'on ne peut

(41) *« Ad tertiam, cum dicitur » dyameter quadrati non est aliud quam superficies ipsius quadrati « dico quod si intendis loqui ut philosophi, nunc loquuntum dicentes lineas non distingui a superficiebus nec superficies a corporibus, tunc erit concedendum quod dyameter quadrati est ipsum quadratum et idem de costa ipsius quadrati. »* (*QP,* qu. 4, ms. Va, f° 141 rb.)

(42) *« Philosophus non habet dicere lineas distingui a superficiebus [...] »* (Qu. 4, ms. Va, f° 139 vb.)

(43) *Questiones super tractatus logice,* éd. citée *in* n. 25, 293-298.

traiter la surface comme « nombre carré », ou bien alors il faudrait poser des parties inégales pour le côté et pour la diagonale (44). De même il récuse la division en indivisibles finis, précisément parce que cela entraînerait la commensurabilité de la diagonale au côté (45).

Blaise de Parme cherche davantage à faire coexister les points de vue, au sein même des mathématiques. Ainsi, dans les conclusions de la question 5, les lignes peuvent être considérées comme des continus (deuxième conclusion), mais elles peuvent aussi (première conclusion) être désignées *(signari)* par des nombres (46). En ce sens, on peut dire qu'il accepte les deux points de vue : le point de vue du continu et celui de la divisibilité en parties nombrables.

Dans le même ordre d'idées, il en résulte une équivocité de l'idée de « point ». Dès lors que le point n'est pas un indivisible, le seul usage légitime du mot « point », pour le naturaliste, est d'entendre par là « une chose petite à l'infini ». Mais on s'écarte alors de l'usage mathématique. Il y a cependant, de fait, un usage du point en géométrie, qu'on peut s'autoriser sans poser pour autant le point comme réalité. Et dans la même question 4, Blaise de Parme énumère un certain nombre de conclusions géométriques reprises d'Euclide. Le point est alors simplement posé comme terme.

Ce qui permet, en fin de compte, de déréaliser les nombres et les rapports, de même que le point, c'est la projection et l'autonomisation des objets mathématiques sur le plan de l'imagination :

> « Autre est la manière des mathématiciens, imaginant des lignes indivisibles selon la largeur, et par là l'argument ne vaut pas (47). »

Ici comme chez Buridan, l'imagination mathématique ne renvoie pas tant à une étape dans un processus psychologique

(44) Voir Nicole Oresme : « *Vel ille unitates proiecte replerent unam superficiem quadratam vel non. [...] si sic, sequitur quod, <cum> cuiuslibet unitatis dyameter sit longior sua costa, cuiuslibet numeri quadrati dyameter est plus quam una costa.* » (*Op. cit. in* n. 6, qu. 7, 16.)

(45) *Ibid.*, qu. 9, 24.

(46) « *Sit prima conclusio : dyameter ad costam eiusdem quadrati est vel esse potest proportio rationalis. Patet quia iste linee [...] possunt signari per numeros. Et quia numerus ad numerum est proportio rationalis, sequitum quod conclusio su vera.* » (*QP*, qu. 3, ms. Va, f° 139 rb.) :

(47) « *Sed alius est modus mathematicorum ymaginantium lineas indivisibiles secundum latitudinem, et per hoc non procedit argumentum.* » (*QP*, qu. 4, ms. Va, f° 141 rb.)

d'abstraction qu'à l'ouverture d'un plan autonome, déréalisé, où pourront se déployer les règles propres aux mathématiques (48).

D'une part, les mathématiques sont imbriquées dans la physique, car leur fonction sera bien de contribuer aux pratiques de la mesure et des configurations représentatives de changements. D'autre part, on distingue fortement le point de vue du physicien ou du philosophe et celui du mathématicien. La distinction conduit à opposer certains raisonnements physiques à des raisonnements mathématiques, jusqu'à soutenir, sur la base de raisons physiques, des argumentations que le mathématicien tient pour fausses. Elle conduit surtout tantôt à accentuer le réductionnisme des catégories de la quantité et de la relation, le rapport composant une relation à partir de quantités, tantôt, par contraste, à libérer l'imagination mathématique qui peut poser ce dont elle traite sans crainte de substantialisation ou réification.

Un traité sur les rapports oscille ainsi constamment entre le traitement proprement mathématique et une réflexion sur le statut de ce qui est rapporté, quantités ou choses. C'est pourquoi d'un côté les connaissances d'Euclide, de Campanus, de commentateurs comme Aḥmād ibn Yūssuf, sont mobilisées, dans le prolongement des traités de Bradwardine et d'Oresme. C'est pourquoi, d'un autre côté, tant les exemples de nature proprement physique que les démonstrations « fausses » mais utiles à la mise en évidence de ces différents points de vue sont si nombreux. Assurément, les fonctions de tels développements sont multiples. Ils peuvent avoir un caractère pédagogique, pour mettre à distance des évidences immédiates ; ils peuvent avoir un caractère réfutatif (c'est souvent le cas vis-à-vis de l'atomisme). Mais ils ont aussi des vertus proprement positives. Ils permettent de mettre en évidence les diverses facettes d'un problème et, dans le cadre de l'épistémologie qui est celle de Blaise, la nécessaire distinction des points de vue, lors même que l'application de la théorie des rapports à des problèmes physiques n'est jamais perdue de vue. Ainsi se manifeste pleinement la rationalité de la forme médiévale de la question, aussi paradoxale qu'elle soit dans le champ mathématique.

(48) Nicole Oresme parle aussi, dans la huitième de ses *Questions sur la géométrie,* de « points imaginés » d'après lesquels on divise une ligne (*op. cit. in* n. 6, 21).

ANNEXE

Liste des questions de Blaise

1. On demande s'il se trouve que tout mouvement soit proportionnel à un autre en rapidité ou en lenteur.
2. On demande si le rapport proprement dit est une relation mutuelle d'une quantité à une autre.
3. On demande si un rapport irrationnel peut se trouver dans les nombres.
4. On demande si le rapport de la diagonale au côté est rationnel.
5. On demande si tous les rapports dont les dénominations sont égales sont égaux.
6. On demande si, lorsque entre deux extrêmes quelconques donnés, un ou plusieurs termes médians ont été interposés qui ont quelque rapport à l'un et l'autre des extrêmes, le rapport d'un extrême à l'autre extrême est composé du rapport du premier au second et du second au troisième et ainsi de suite.
7. On demande si quelque rapport est plus grand que le rapport d'égalité.
8. On demande si d'un rapport d'égalité ou de plus petite inégalité peut provenir quelque effet.
9. On demande si de tout rapport de plus grande inégalité provient une rapidité déterminée.
10. On demande si, dans les mouvements, la rapidité suit le rapport entre les puissances motrices et les résistances comme l'effet suit la cause.
11. On demande si, dans les mouvements, la rapidité est à considérer selon l'effet maximum acquis ou pouvant être acquis en tant ou tant de temps.
12. On demande si les éléments sont proportionnels entre eux selon une proportion continue.