



Auguste Bravais et les réseaux cristallins

Philippe Jaussaud

► To cite this version:

| Philippe Jaussaud. Auguste Bravais et les réseaux cristallins. 2014. halshs-00990953

HAL Id: halshs-00990953

<https://shs.hal.science/halshs-00990953>

Submitted on 14 May 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

AUGUSTE BRAVAIS ET LES RÉSEAUX CRISTALLINS

Philippe JAUSSAUD, Université de Lyon, Université Claude Bernard Lyon 1

EA 4148 (Lyon 1-ENS de Lyon) S₂HEP & IUT Département de Biologie

Bravais s'est illustré dans des domaines aussi divers que la cristallographie, l'optique, la météorologie, la géologie ou la botanique. Cette dispersion s'ordonne et se rationalise grâce à un puissant trait d'union : les mathématiques, utilisées par le savant pour décrire des phénomènes naturels qui le fascinent. Les études de Bravais sur la structure des cristaux, présentées ici, le démontrent .

Dans son œuvre, Bravais applique fidèlement le principe fondamental énoncé par Galilée : le grand livre de l'Univers « *est écrit en langage mathématique, et les caractères sont des triangles, des cercles, et d'autres figures géométriques, sans lesquelles il est impossible d'y comprendre un mot* ». En bon polytechnicien qu'il est, Bravais maîtrise parfaitement les outils mathématiques. La première partie de sa thèse de doctorat ès sciences (1837) traite des erreurs commises au cours d'une cartographie des côtes par triangulation, à bord d'un navire. Ultérieurement, Bravais présentera devant l'Académie des sciences plusieurs mémoires de mathématiques pures touchant à la géométrie et à l'analyse : repérage d'un point par ses coordonnées (1837-1838), polyèdres symétriques (1849), etc.

Le savant se trouve en position d'analyser, grâce à ses talents de mathématicien surdoué, des phénomènes naturels très divers. Pareille aptitude suscite l'enthousiasme de son premier biographe, le géologue Léonce Élie de Beaumont, qui écrit : « Il possédait l'aptitude si rare de pouvoir s'occuper à la fois des sujets les plus variés [...]. On pourrait presque dire de lui, malgré l'apparente opposition des mots, que l'universalité était sa spécialité ». La passion de Bravais pour la mesure l'incite même, au cours de son voyage dans le grand Nord, à se risquer dans le domaine de l'anthropologie physique : il effectue une importante série de relevés craniométriques sur les populations locales.

Notons enfin que, chez Bravais le mathématicien se double d'un naturaliste « classique ». Ses participations, dès sa petite enfance, aux excursions familiales dans la campagne lui ont appris à observer. Les arêtes cristallines d'un minéral, par exemple ... Plus tard, durant les expéditions scientifiques dont il est membre, Bravais recueille de nombreux spécimens animaux, végétaux ou minéraux. Il les expédie chez lui à Annonay ou bien au Muséum national d'Histoire naturelle de Paris. Donc, Bravais se rattache non seulement à la tradition des naturalistes de terrain, mais aussi à celle des « voyageurs naturalistes », remontant à la fin du XVII^{ème} siècle et illustrée par des savants comme Tournefort, Joseph de Jussieu, D'Orbigny ou Darwin.

Ces fils conducteurs permettent d'appréhender l'œuvre de Bravais selon sa logique et son contexte. Nous nous bornerons à présenter ici les travaux de premier plan, réalisé par le savant dans le domaine de la cristallographie.

Bravais participe de manière décisive au développement de cette discipline, qui se situe à l'interface entre la géométrie, la physique du solide, l'optique et la minéralogie. Pour des raisons de compréhension, il convient d'évoquer les principaux travaux qui ont précédé les siens.

Lorsque Bravais commence ses recherches, l'abbé René Haüy (1743-1822) professeur de « Minéralogie » au Muséum national d'Histoire naturelle et l'officier Jean-Baptiste Romé de l'Isle (1736-1790) ont déjà fondé la cristallographie géométrique. En 1772, Romé de l'Isle énonce la loi dite de la « constance des angles », pressentie par Nicolas Sténon au XVIII^{ème} siècle : « les faces d'un cristal peuvent varier dans leur figure et dans leurs dimensions relatives ; mais l'inclinaison respective de ces mêmes faces est constante et invariable dans chaque espèce ». En d'autres termes, quelles que soient les dimensions relatives de deux faces naturelles d'un même cristal, les angles dièdres existant entre elles se conservent, pour un corps donné, d'un échantillon à l'autre.

Observant ensuite le mode de clivage des cristaux, Haüy postule en 1784, qu'ils sont des édifices constitués d'un empilement régulier de « molécules intégrantes ». Ces dernières marquent la limite de la fragmentation. Mais, Haüy pensent qu'elles seraient théoriquement divisibles jusqu'à l'obtention des « molécules élémentaires » ou « molécules chimiques » de la substance solide. Il n'existerait donc pas *a priori* de différence intrinsèque de nature entre les deux « molécules ». Quoi qu'il en soit, le milieu cristallin montre une triple périodicité dans l'espace. Grâce à ces principes, Haüy fournit l'une des toutes premières preuves de la nature discontinue de la matière. Il établit aussi deux lois fondamentales de la cristallographie géométrique : celle de symétrie et celle des « troncatures simples » (ou des « indices rationnels »). La seconde peut s'énoncer ainsi : deux faces quelconques d'un cristal interceptent, sur des arêtes quelconques de ce cristal, des longueurs qui sont entre elles comme des nombres entiers généralement petits. Il s'agit d'une loi de discontinuité, puisque des nombres entiers et simples régissent les relations entre les faces d'un cristal. Par ailleurs, Haüy définit l'existence de six systèmes cristallins (cf. *infra*) grâce à l'observation fine de la forme des « molécules intégrantes ». Il s'intéresse enfin aux propriétés électriques des cristaux, découvrant le phénomène de piézoélectricité dans des minéraux comme le spath d'Islande. De ce point de vue, son approche de la cristallographie n'est donc pas purement géométrique.

En Allemagne, Christian Samuel Weiss (1780-1856) contribue à la cristallographie mathématique, mais différemment d'Haüy. Il s'intéresse à l'orientation dans l'espace des plans et des faces des cristaux par rapport aux « axe cristallographiques » - une notion qu'il définit. Les faces sont repérées par leurs intersections avec ces axes, dont les coordonnées fournissent les « paramètres de Weiss ». Selon ce principe, le savant définit plusieurs systèmes cristallins. Weiss se trouve aussi à l'origine de la notion de « zone ». Initialement défini comme une direction préférentielle de croissance du cristal, le concept évolue pour désigner un ensemble de plans consécutifs qui se coupent mutuellement selon des arêtes parallèles. Ceci conduit Weiss à formuler la « loi des zones » ou « loi de rationalité des indices » : la direction d'un plan nouveau peut être déterminée sans mesure d'angles, si ce plan appartient à deux zones différentes.

Les travaux cristallographiques d'Haüy sont prolongés par ceux de son élève Gabriel Delafosse qui fut également professeur de « Minéralogie » au Muséum. À la différence d'Haüy, Delafosse distingue formellement la « molécule chimique » de la « molécule intégrante ». Il remplace le second terme par celui - encore utilisé aujourd'hui - de « maille élémentaire » et dégage la notion de « réseau cristallin ». Parallélipipédiques et juxtaposées dans le cristal, les mailles élémentaires constituent un réseau tridimensionnel, dont les nœuds reçoivent les « molécules chimiques ». Comme le remarque Jean Orcel, la « molécule intégrante » d'Haüy « n'est plus qu'une réalité géométrique, la réalité physique appartenant seulement aux molécules situées aux nœuds du réseau ». Les « molécules chimiques »

pouvant être des atomes, selon Delafosse, celui-ci applique donc la théorie atomique, dont il est partisan, à la minéralogie. Il en déduit une classification des systèmes cristallins basée sur la structure. Par ailleurs, étudiant les propriétés électriques et optiques des cristaux, Delafosse développe la cristallographie physique.

À partir de 1848, probablement influencé par ses études des phénomènes atmosphériques - comme les « nuages à particules glacées » - ou par les travaux de phytomathématique qu'il a conduits avec son frère Louis, Bravais s'immerge dans la cristallographie. Il développe volontairement une approche purement géométrique de la discipline dans un premier mémoire - présenté le 11 décembre 1848 devant l'Académie et publié en 1849. Son but est de « déduire de la géométrie tout ce qu'elle peut nous apprendre relativement à la symétrie des corps cristallisés, afin de séparer les influences qui tiennent à la forme de la molécule constituante de celles qui dépendent de l'arrangement relatif de leurs centres de figures ». S'appuyant sur ce principe de base, Bravais parvient à diverses conclusions, qu'il affine en 1851 dans un second mémoire, intitulé « Études cristallographiques ». Dans ce qui suit, nous résumerons les résultats obtenus.

Bravais généralise les notions de motif atomique, de maille et de réseau, déjà introduites par ses prédécesseurs - en particulier Delafosse. Il définit ainsi le réseau cristallin : partant du principe que « dans les corps cristallisés les molécules sont disposées en files rectilignes et que les centres de figures sont équidistants entre eux sur chacune de ces files [...] on obtient ce que j'ai appelé un assemblage de points ou système réticulaire ».

Partant de là, Bravais établit les lois mathématiques de symétrie régissant les « assemblages ». Il formule en 1849, le postulat portant son nom : « si l'on prend un point P, quelconque dans un cristal, il existe dans le milieu une infinité illimitée dans les trois directions de l'espace, de points autour desquels l'arrangement de la matière (ou arrangement atomique) est le même qu'autour du point P et ce avec une orientation identique. De là découlent toutes les propriétés de symétrie du réseau tridimensionnel cristallin ».

Comme l'expose Élie de Beaumont dans son éloge de Bravais, ce dernier « trouve les *axes* et les *plans de symétrie* [que les assemblages] peuvent présenter. Il établit que, suivant le nombre et la disposition de ces *axes* et *plans de symétrie*, les *assemblages* qui en possèdent se divisent en six classes. En y joignant les *assemblages asymétriques*, où il n'existe ni axes ni plans de symétrie, on a sept classes d'*assemblages* [...]. On doit admettre dans la cristallographie *sept systèmes cristallins*. M. Haüy l'avait entrevu, mais il avait pensé qu'on pouvait confondre deux des systèmes en un seul, et après lui tous les cristallographes avaient admis *six systèmes cristallins* seulement. M. Bravais *démontre* qu'il faut revenir au nombre de sept ». Plus précisément, Bravais dénombre cinq types de réseaux bidimensionnels et quatorze types de réseaux tridimensionnels, qu'il range dans les sept systèmes cristallins - rebaptisés aujourd'hui « systèmes réticulaires ». Chaque système cristallin est caractérisé par une « maille élémentaire », dont Bravais établit les paramètres géométriques.

Dans son second mémoire, « cessant de regarder les molécules comme des points et les considérant comme de petits corps, qu'il appelle polyèdres atomiques, Bravais étudie et éclaire les rapports qui existent entre ces derniers et les *systèmes cristallins*. Il réduit à des lois simples le phénomène, jusqu'ici presque mystérieux, de l'hémiédrie. M. Bravais démontre qu'il pourrait se présenter trente-cinq cas d'hémiédrie. On en avait encore découvert que onze... ». Un cristal hémiedre possède seulement la moitié des éléments de symétrie de son réseau cristallin. Outre l'hémiédrie, Bravais s'intéresse à d'autres cas particuliers de la

morphologie cristalline : le dimorphisme comme les mâcles - interpénétrations de deux réseaux du même composé - ou les hémitropies - associations de deux moitiés de cristaux placées en sens inverses. Par ailleurs, Bravais prend connaissance des travaux de Louis Pasteur : celui-ci découvre la dissymétrie moléculaire et fonde la stéréochimie en séparant deux formes cristallines d'acide tartrique « hémihédres » - images l'un de l'autre par rapport à un miroir (1848).

In fine, ainsi que l'a résumé Marie-Hélène Reynaud : « Pour Bravais, le milieu cristallin est un « assemblage » de molécules identiques, ayant la même orientation et disposées aux nœuds de l'un des quatorze types de réseaux. Les éléments de symétrie du cristal sont ceux qui sont communs à la molécule et au réseau. » Plus tard, les études de la diffraction des rayons X par les cristaux - « radiocristallographie » - permettront d'affiner les connaissances. Elles montreront que le réseau cristallin constitue seulement un cadre géométrique, au sein duquel des particules - atomes ou molécules - se répartissent périodiquement dans l'espace. Le contenu particulière de la maille est le « motif », lequel inclut les nœuds du réseau, de même que toutes les particules disposées sur les faces ou dans le volume même du parallélépipède élémentaire. On a souvent comparé le motif décorant la maille à celui d'un papier peint : l'image se répète à l'infini, lassant le regard. Il faudrait d'ailleurs imaginer - pour être exact - un papier peint tridimensionnel, envahissant la pièce où il a été posé ...

Bibliographie

BALIBAR, Françoise (1991) *La science du cristal*, Paris, Hachette, 103 p.

BIREMBAUT, Arthur (1970) « Bravais, Auguste », in : GILLISPIE, Charles, *Dictionary of scientific biography*, vol. II, New York, C. Scribner's sons, pp. 430-432.

ÉLIE de BEAUMONT, Léonce (1865) *Éloge historique d'Auguste Bravais, lu à la séance publique annuelle du 6 février 1865*, Institut Impérial de France, Académie des Sciences, Paris, 91 (XCII) p.

ORCEL, Jean (1938) « Histoire de la chaire de Minéralogie du Muséum national d'histoire naturelle », *Bulletin du Muséum national d'Histoire naturelle*, 2^e série, vol. 10, pp. 328-354.

ORCEL, Jean (1961) « Les sciences minéralogiques », in : TATON, René, *Histoire générale des sciences*, t. III, *La science contemporaine*, vol. I, *Le XIX^{ème} siècle*, Presses Universitaires de France, Paris, pp. 343-369.

PÉNICAUD, (1999) *Les cristaux, fenêtres sur l'invisible*, Paris, Ellipses, 110 p.

REYNAUD, Marie-Hélène (1991) *Auguste Bravais - De la Laponie au Mont-Blanc*, Éditions du Vivarais, Annonay, 236 p.