



HAL
open science

Conditions a priori sur les ostensifs du milieu, signes d'un objet de savoir.

Sophie Gobert

► **To cite this version:**

Sophie Gobert. Conditions a priori sur les ostensifs du milieu, signes d'un objet de savoir.. Séminaire de didactique des mathématiques de l'ARDM, Mar 2009, Paris, France. pp.109-137. halshs-01020914

HAL Id: halshs-01020914

<https://shs.hal.science/halshs-01020914>

Submitted on 6 Oct 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Conditions a priori sur les ostensifs du milieu pour faire signe d'un objet de savoir.

Sophie Gobert

Université de Nantes, Laboratoire du CREN

Résumé

Ce texte expose de manière plus claire et cohérente, bien qu'encore très sommaire, les éléments ébauchés lors de la présentation orale au séminaire en mars 2009. Le propos est une contribution à l'étude du concept de milieu dans le cadre de la TSD. La question que nous tentons de cerner actuellement est la suivante : quelles sont les *conditions* sur le *milieu* à prendre en compte dans l'*analyse a priori* d'un ensemble de situations didactiques pour permettre au professeur de piloter le dynamisme des interactions élèves-milieu, afin de rendre possible la rencontre entre les élèves et le géométrique, à l'école primaire ? Une formulation succincte pourrait résumer nos préoccupations à long terme : comment peut-on modéliser le milieu comme système dynamique ouvert, à la fois pour l'évolution de la théorie des situations didactiques, et pour l'évolution des organisations didactiques des professeurs à l'intention de leurs élèves ?

Ce texte est un début, pour poser quelques repères qui ne pourront encore être articulés comme il se devrait.

Dans une premier temps, nous préciserons la problématique générale au regard des éléments suivants : milieu en théorie des situations didactiques, distinction activité et tâche, activité géométrique, activité du professeur.

Dans une seconde partie, nous réinterrogerons les distinctions « micro, macro, méso espaces » pour en dégager deux critères d'analyse a priori d'une situation spatiale visant des apprentissages géométriques

Dans une troisième, nous proposerons de catégoriser les ostensifs que le professeur choisit d'utiliser pour concevoir une situation, et tenterons de mettre en lien une hypothèse de dialectique des répertoires avec le processus de sémoses.

Mots clefs :

Géométrie, espace, milieu, activité géométrique, micro espace, meso espace, macro espace, ostensifs, signes, école primaire

I Problématique et cadres généraux

1. Le milieu, en théorie des situations didactiques (TSD)

Nous entendons par le terme « milieu », ce que François Conne (Conne 2001) en dit dans la citation suivante, dans laquelle il considère la notion de milieu de la TSD (Brousseau 1998) sous l'angle d'un questionnement d'épistémologie didactique du rapport entre « réalités et situations ».

« Dans la tsd, c'est encore autre chose [suite à une analyse concernant la théorie des champs conceptuels¹]. La situation est un objet qui contient les interactions du sujet avec

¹ Concernant la théorie des champs conceptuels (tcc) voici ce qu'il dit : « Pour la tcc par exemple, la réalité est rencontrée en situation, et la didactique ne doit pas seulement choisir les situations les plus adéquates pour ses projets, mais encore veiller à tenir compte des situations les plus courantes où les sujets rencontreront les savoirs qu'on veut leur enseigner. Ici, situation veut dire segment de réalité, réalité en contextes culturels et

la réalité ; ou, plus précisément, la réalité sur laquelle il y aura interaction prend place dans la situation, **les interactions elles-mêmes sont situées**. Cette place est désignée par le terme de milieu. La tsd fait un pas de plus que les autres approches, elle n'en reste pas à l'idée de situation mais en propose une objectivation, et cela fait que la situation devient un modèle. Alors le milieu est, dans le modèle, la place assignée à la réalité, c'est lui qui la représente. La réalité n'est plus seulement découpée en segments, mais encore son représentant, le milieu, est structuré en niveaux que caractérisent les types d'interactions qu'il faut distinguer selon les statuts des sujets et des objets qui interagissent dans la situation. De plus, les situations sont différemment structurées selon que l'on a une situation d'action, de formulation ou de validation. » Conne (2001) [Marquage en gras par l'auteur]

Il indique ensuite qu'une des caractéristiques d'une approche théorique est de savoir quelle place elle assigne à la réalité.

« Ce qui distingue donc les approches, et en particulier celle de la tcc [théorie des champs conceptuels Vergnaud 1991] de celle de la tsd, c'est de savoir quelle place assigner à la réalité. Pour la première la réalité est la situation, ou plutôt la situation est un découpage dans la réalité. On y affirme qu'il ne faut parler d'*interaction sujet-situation*, la situation est en dehors du sujet. Pour la seconde la réalité n'est qu'un des sous systèmes de la situation, et la situation inclut les interactions que ses différents sous-systèmes entretiennent entre eux.

On rejoint alors la question de la réalité mathématique. Comme nous l'avons vu, la tsd cherche à dépasser l'idée de situation pour en faire un objet qu'elle puisse modéliser mathématiquement. Ce faisant, elle en vient tout naturellement à rechercher des situations fondamentales, petits modèles universels régissant une variété de réalisations didactiques. C'est une toute autre ambition que celle des approches plus classiques qui se contentent de dire : « Pour enseigner, il faut choisir dans la diversité des situations réelles, la didactique est la discipline qui permet d'optimiser ce choix ». » Conne (2001)

Dans ce qui a été exposé au séminaire, nous avons l'intention de préciser comment le réel du milieu peut *a priori* se structurer en plusieurs catégories, structure provenant de l'analyse de nécessités tant épistémologique, didactique, que psychologique. Ce sera l'objet de notre troisième partie, où nous partirons d'une caractérisation des ostensifs utilisés dans les situations didactiques de géométrie à l'école primaire, pour tenter de comprendre comment ils peuvent être mis en mouvement et avoir une fonction sémiotique fondamentale dans l'étude de la mésogénèse.

Auparavant, reprenons les écrits de Perrin-Glorian (1999) concernant les distinctions apportées pour la notion de milieu dans le cadre de la TSD :

« Dans le développement de la théorie des situations, on peut voir que la notion de milieu est utilisée à deux échelles différentes : une échelle un peu globale où il s'agit de déterminer un milieu pour l'apprentissage d'un savoir, à laquelle se rattache l'idée de situation fondamentale, et une échelle plus locale d'étude d'une situation à laquelle se rattache la structuration du milieu. »

Concernant une situation fondamentale, c'est-à-dire ce « petit modèle universel, régissant une variété de réalisations didactiques » (Conne, op.cit) elle précise :

« Le milieu de la situation fondamentale est un milieu pour l'apprentissage du savoir qu'elle représente. Ce milieu peut-être décomposé selon les différentes situations adidactiques que peut engendrer la situation fondamentale, ce qui nous donne une structuration que j'appellerai horizontale du milieu adidactique, structuration correspondant à une structuration du savoir mathématique lui-même. On a ici un sens très large de la notion de

sociaux. La tcc insiste pour dire que si Piaget parlait d'interaction sujet-objet, elle proposerait quant à elle de parler d'interaction sujet-situation, la situation est donc un segment de cette réalité externe au sujet. On a découpé la réalité en situations parce qu'on ne peut pas tout faire en même temps. Parce que les situations offrent des profils forts variés de combinaisons conceptuelles. On a éventuellement établi un réseau de situations à faire parcourir lors de l'enseignement. »

milieu, c'est en ce sens que Dilma Fregona (1995) [thèse dirigée par Brousseau] a pu parler de figures planes comme milieu dans l'enseignement de la géométrie. »

Nous retiendrons qu'une structuration horizontale est intrinsèquement liée à une organisation mathématique des savoirs, c'est-à-dire, un choix de « chaînes logiques » articulant les savoirs entre eux, objets, relations, et règles de constructions. Ainsi, nous aurons à interroger les choix possibles d'organisations mathématiques des savoirs de la géométrie à l'école primaire et des articulations avec les possibles des organisations didactiques. Par exemple, le titre de la thèse de Fregona « les figures planes comme milieu dans l'enseignement de la géométrie » est une affirmation implicitement liée à des choix de modélisation. Précisons qu'un des enjeux de notre travail est de mettre en évidence un autre choix possible, pour le contexte de l'école primaire, qui justifiera l'assertion le paradigme suivant : *l'espace (lieux, objets, images, langages) comme milieu pour l'enseignement de la géométrie à l'école primaire.*

Par ailleurs, afin de poursuivre la distinction faite par Perrin-Glorian, en référence aux travaux de Brousseau (1990), complété par ceux de Margolinas (1995), ajoutons ceci :

« A une autre échelle, quand les variables didactiques sont fixées, on a une situation didactique déterminée qu'on peut étudier de manière plus approfondie pour étudier les jeux de l'élève avec la connaissance visée. On a ici la structuration que j'appellerai verticale du milieu où la situation adidactique apparaît au niveau caractéristique de l'apprentissage, celui d'une réflexion sur l'action qui a lieu dans la situation de référence. Les milieux de niveau inférieur ou égal à celui de la situation d'apprentissage (milieu matériel, milieu objectif, milieu de référence) ne sont pas porteurs d'intentions didactiques mais les niveaux d'indice supérieur [milieu d'apprentissage, milieu didactique, milieu métadidactique] le sont. » Perrin Glorian (1999)

Nous allons essayer de percevoir en quoi dès les premiers choix faits par le professeur d'organisation d'un milieu matériel, et des tâches assignées sur ce milieu, les milieux objectif et de référence sont bien porteurs d'intention didactique, sans que cela ne contredise la modélisation proposée.

2. Activité géométrique des élèves.

Nous avons à préciser ce que nous mettons sous l'expression « activité géométrique des élèves à l'école primaire ».

En premier point, le mot activité n'est pas à entendre au sens qu'on lui donne souvent quand on regarde ce qui se fait en classe. L'activité n'est pas ce que propose l'enseignant à l'élève. Ici, nous adoptons le regard explicité par Janine Rogalski (Rogalski 2008), dans son travail avec Aline Robert (Robert 2008), en théorie de l'activité, qui distingue « tâche » et « activité » :

« **La tâche est ce qui est à faire ; le « but qu'il s'agit d'atteindre sous certaines conditions » (Léontiev, 1984). L'activité est ce que développe un sujet lors de la réalisation de la tâche :** non seulement ses actes extériorisés, mais aussi les inférences, les hypothèses qu'il fait, les décisions qu'il prend, dans ce qu'il fait et qu'il se retient de faire ; l'activité comprend aussi la manière dont le sujet gère son temps, et également son état personnel – en terme de charge de travail, de fatigue, de stress, et aussi de plaisir pris au travail-, ainsi que ses interactions avec autrui dans la situation de travail. »

« La tâche a toujours un objet (dans un sens très large) qu'il s'agit de transformer ou d'étudier, et elle peut se décrire au minimum en termes de résultats à atteindre : l'état de l'objet quand la tâche aura été (correctement) réalisée. [...] Une telle définition ne préjuge ni du niveau auquel la tâche est décrite, ni de l'espace de liberté du sujet. » Rogalski (2008)

Ainsi l'activité géométrique d'un élève pourra se définir comme *ce que développe un élève lors de la réalisation d'une tâche comportant une dimension scientifique rattachée au cadre de la géométrie.* D'aucuns diront que le problème de la définition n'est que translaté vers ce

qu'on entend par « dimension scientifique ». Or ici les références sont nombreuses sur lesquelles nous pouvons nous appuyer : observation de phénomènes, questionnement de régularités selon le domaine de fonctionnement, recherche de critères de validité, formulations de conjectures, construction d'un questionnement, recherche d'arguments, développement de pratiques argumentatives, schématisation modélisation de situations spatiales par des objets et des relations de l'univers géométrique, ...

« Si la réalité nous apparaît multiple, non seulement plurielle, mais diverse et variée, il semble que **de leur côté** les mathématiques y apportent un peu d'ordre, elles qui excellent à découvrir comment on retrouve dans cette multiplicité les mêmes choses autrement. [...] Je rajouterais même que lorsqu'on a trouvé, en tel ou tel domaine, un modèle universel (ou canonique), lorsqu'on a débusqué les isomorphismes, on peut retrouver la multiplicité du réel sous la forme d'une modulation de modélisations / réalisations / simulations variées. Il y a donc un double mouvement de schématisation et de modélisation, d'unification et de diversification qui me paraît essentiel. » (Conne op. cit.)

Une des questions qui lie tâche et activité géométrique, celle que nous étudions, peut alors être reformulée ainsi : *sous quelles conditions, a priori, les activités des élèves développées au cours de la réalisation de tâches, comportent-elles des dimensions scientifiques caractéristiques d'une pratique de la géométrie ?*

Notre question se justifie entre autres par le fait que les prescriptions faites aux enseignants à travers les programmes forment les apprentissages visés pour les élèves en terme de capacité à effectuer telle tâche : reconnaître, dessiner, construire, reproduire, décrire, utiliser du vocabulaire, utiliser des techniques de tracer, ... Dans quelle(s) mesure(s) ces tâches vont-elles permettre aux élèves de rencontrer le géométrique, c'est à dire de développer une activité géométrique ?

Pour l'ensemble de ces tâches proposées à l'école primaire, les objets des milieux matériels suggérés par les programmes, manuels, ouvrages de formation, travaux de recherche, qu'ils soient effectifs ou évoqués réfèrent toujours à la réalité spatiale, et sans doute qu'il ne peut en être autrement. Alors comment est-il possible de dialectiser en situation didactique les rapports d'un élève à l'espace de façon à lui permettre de développer une activité géométrique ? A ce stade de l'exposé, nous devons préciser que nous ne partageons pas les paradigmes sous-jacents au discours promu par les programmes de l'école primaire et du collège, sous-tendus par des auteurs d'ouvrages pour la formation ou par des chercheurs, consistant à dissocier et hiérarchiser pour des niveaux de classes différents entre géométrie pratique, instrumentée, et déductive (ou théorique). Cette distinction utile pour comprendre et étudier le rapport qui peut se nouer entre les objets du travail didactique, les tâches et les contraintes de la tâche, n'induit en rien un découpage chronogénétique de l'enseignement.

Si Ferdinand Gonseth² (Gonseth 1945-1955) a dissocié les aspects « intuitif », « expérimental » et « théorique », dans la construction de la géométrie, c'est justement pour bien montrer comment différents horizons de réalités peuvent se constituer dans lesquels chacun de ces rapports à une démarche scientifique jouent de manière dialectique. Cernant leur autonomie, et montrant leur inéluctable lien, Gonseth en s'interrogeant sur une épistémologie didactique de la géométrie, reconstruit les synthèses dialectiques associées à trois grandes étapes dans le processus de développement de la pensée scientifique : il questionne le géométrique dans son rapport à l'espace sensible, à « la connaissance naturelle » ; la première synthèse dialectique correspondra alors aux fondements de la géométrie euclidienne. Il questionne le géométrique dans son rapport à la géométrie euclidienne ; une seconde synthèse dialectique correspondra alors aux fondements, au-delà d'une géométrie euclidienne, des géométries non euclidiennes.

² Philosophe mathématicien, sur lequel certains chercheurs ont appuyés des discours pouvant donner un argumentaire à cette conception, mais que nous lisons avec d'autres chercheurs, bien différemment.

Nous donnons à lire en annexe 1 quelques extraits des différents tomes de son ouvrage « la géométrie et le problème de l'espace »

3. Activité du professeur

Si nous visons l'étude des activités géométriques des élèves, pour cerner leurs apprentissages, nous avons choisi de le faire en nous intéressant au professeur et aux choix qu'il fait d'organisation didactique du (ou des) milieu(x) de la (ou des) situation(s). De ce point de vue nous nous situons dans la démarche et la méthodologie de recherche de Robert (2008) :

« **Nous avons choisi d'aborder les apprentissages des élèves par l'intermédiaire des activités mathématiques qui leurs sont proposées en classe.** [...] L'enseignement va alors être caractérisé en relation avec ces activités : nous devons analyser tout ce qui peut contribuer à définir les activités proposées aux élèves, les contenus mathématiques en jeu, les déroulements organisés – dont les dévolutions, les médiations, les expositions de connaissances, et, de ce fait, les discours de l'enseignant qui modulent ces activités – tant du point de vue sémantique que du point de vue de leurs modalités. [...] **nous mettons au premier plan la variété des mises en fonctionnement des connaissances** et nous nous sommes donnée les moyens de la repérer à partir des énoncés des exercices, alors que d'autres chercheurs sont davantage polarisés sur l'exhaustivité des types de tâches des exercices portant sur un sujet donné, ou sur l'introduction des notions. » [En gras nous soulignons]

Précisons que c'est bien un travail sur l'analyse a priori que nous menons, et qu'il est nécessaire de s'appuyer sur les déroulements effectifs pour effectuer ce travail. Précisons que nous nous intéressons aux situations ordinaires de classe, qui ne peuvent pas toujours (voir rarement) être modélisées par des situations d'adaptations à un milieu (TSD, Brousseau).

Ainsi les cadres théoriques, en didactique des mathématiques, dans lesquels notre travail se situe sont à l'articulation de la théorie des situations didactiques (Perrin-Glorian), pour l'étude du milieu essentiellement (le milieu horizontal d'une situation fondamentale, et la structure vertical du milieu pour les situations didactiques), et le cadre de la double approche (Robert), pour le point de vue adopté sur le professeur et les pratiques enseignantes.

Notre question plus restreinte, à l'activité du professeur, concerne alors les éléments sur lesquels il peut jouer dans la préparation de sa situation permettant *a priori* et selon certaines conditions de faire jouer un jeu géométrique aux élèves. Pour le moment, et pour ce texte, nous sommes partie de l'analyse faite par Marie-Hélène Salin et René Berthelot (notés B&S par la suite, cf. bibliographie) des distinctions entre micro, méso et macro espaces, permettant de dégager deux éléments pour le professeur. Ces considérations font l'objet de la partie suivante. Par ailleurs d'autres considérations sur les ostensifs seront proposées en dernière partie, et aboutissant également au repérage de quelques variables mésogénétiques.

II Retour sur la distinction didactique des micro, méso, macro espaces.

1. Rappels

En 1983, G. Brousseau introduit et circonscrit les termes de micro, méso, et macro espaces, dans le cadre du suivi du travail de thèse de G. Galvez (Galvez 1985), afin de décrire des « classes de situations relatives à des activités spatiales de déplacements ». G. Galvez s'est intéressée aux problèmes posés par les déplacements et le repérage dans l'espace urbain de Mexico pour les enfants de l'école. Voici comment ils définissent ces termes :

« Le **micro espace** est le secteur de l'espace proche du sujet, et qui contient des objets accessibles à la vision comme à la manipulation. [...] La perception de l'objet peut se caractériser comme exhaustive. [...] On peut considérer que le micro espace est l'espace de l'objet en face duquel se situe le sujet, mais du dehors. »

« On peut dire que le **méso espace** est l'espace des déplacements du sujet [...]. Espace des interactions liées à la détermination et à la modification des positions à l'intérieur d'un domaine domestique, comme aux mouvements du sujet à l'intérieur des limites de ce domaine [...]. »

« Le **macro espace** correspond à un secteur de l'espace dont la dimension est telle qu'on peut l'embrasser seulement par l'intermédiaire d'une succession de visions locales, séparées entre elles par les déplacements du sujet sur la surface terrestre. »

En 1992 B&S³ réinterrogent l'enseignement de la géométrie dans la scolarité obligatoire (B&S 1992) à partir de l'articulation que celui-ci entretient avec l'espace sensible. Ils le font aussi bien à partir des problèmes posés que des modes de résolution utilisés, et repèrent alors finement ce qui distingue (lie et relie) les connaissances spatiales et les connaissances géométriques. En s'intéressant à des classes de problèmes autres que les activités spatiales de déplacement, ils sont amenés à dissocier deux aspects amalgamés dans les définitions initiales des termes « micro » « méso » « macro » : *la taille de l'espace et la nature des contrôles qu'un sujet peut avoir sur ce avec quoi il est en interaction dans cet espace* par rapport à un problème donné (l'espace, les objets de cet espace, et/ou ses propres actions sur cet espace). Ainsi la distinction « micro-méso-macro espaces » est réinterrogée en menant une explicitation de ce qui les caractérise en terme de rapport à un milieu et de nécessité didactique des connaissances développées par les élèves à propos des notions telles que les longueurs, les angles, les droites, les distances, les formes, les transformations.

Ces deux aspects ne sont pas repris dans l'intervention de Brousseau sur « les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire » (Brousseau 2000). Il présente les micro, méso et macro espaces en termes de « variante du milieu », en s'appuyant sur les travaux de B&S pour rappeler que « la conception des objets de la géométrie est différente dans chacun de ces milieux ». Voici comment il précise les termes :

« Le jeu des variantes et des variables de la situation fondamentale de l'espace permet de déterminer au moins trois conceptions de l'espace et par conséquent trois « milieux » spatiaux correspondants : le micro espace, le meso-espace et au moins trois macro-espace. »

Le macro espace

« **Les situations où un sujet doit prendre des décisions relatives à un territoire** beaucoup trop grand pour qu'il puisse l'embrasser d'un regard, lui **posent** – comme à notre chauffeur de taxi - **des problèmes**, entre autres de recollement de cartes et d'incrustation. Pour identifier et retrouver un lieu, établir un trajet, déterminer la forme d'un territoire etc. il est **nécessaire de développer des concepts** et des moyens spécifiques. Les solutions sont d'ailleurs différentes suivant qu'il s'agit de la terre entière ou d'une zone urbaine, rurale, sylvestre, souterraine, maritime, ou aérienne. »

³ Rappel : Marie-Hélène Salin et René Berthelot

Le micro espace

« A l'opposé, **l'enfant construit ses premières connaissances spatiales** dans la manipulation de petits objets. Par le toucher avec ses mains ou sa bouche autant que par la vue, par les mouvements qu'il leur fait subir, il identifie leur consistance, leur forme solide, leurs positions relatives, et leurs propriétés. Le micro-espace est le milieu de l'élaboration de la conception du mouvement des objet autres que l'observateur. **Il s'agit de conception pas de taille objective des objets**. Un pilote d'hélicoptère peut interpréter le sol à ses pieds à l'aide de sa conception micro-spatiale. »

Le meso-espace

« Les situations où l'enfant doit concevoir ses propres déplacements dans un territoire placé sous le contrôle de sa vue, sont l'occasion de **développer des représentations** différentes de celles du micro-espace et qui préfigurent celles **qui seront nécessaires** dans le macro-espace. »

Il nous semble cependant qu'il est important de revenir aux expérimentations réalisées par B&S dans leur thèse pour étudier l'influence de cette variable « type d'espace » sur les procédures et stratégies des élèves, et repérer dans quelle mesure elle nous fournit un outil au travail didactique.

2. Les situations d'expérimentations de B&S

Deux types de tâche ont été proposés à des élèves de CM primaire : a) placer les sommets d'un rectangle dont deux sommets sont déjà fixés et dont les dimensions sont données et b) placer des objets dans des boîtes, un objet par boîte, toutes les boîtes devant être remplies.

Pour la situation a) le milieu objectif de la situation a pris plusieurs valeurs : la cour de récréation dans laquelle des rectangles sont dessinés au sol : dans un cas ces rectangles sont de dimensions 1m par 2m et dans un autre cas ils sont de dimensions 7m par 9m.

Une seconde expérimentation a été réalisée en classe avec des rectangles constitués par les extrémités au sol des quatre pieds de bancs, dont les dimensions étaient dans un cas de 2m par 4m, et dans un autre cas de 5cm par 40cm.

Dans l'analyse que B&S ont pu faire des stratégies des élèves, pour chacune de ces expérimentations, ils n'ont pas constaté de différence notable dans les stratégies utilisées par les élèves.

Pour la situation b) les milieux objectifs des situations ont également subi des variations :

- Dans un premier dispositif, il s'agissait pour les élèves de placer des haricots dans des boîtes, de petit format, disposées en quadrillage (3 par 5), non déplaçables.
- Dans un second, les boîtes pour placer les haricots sont déplaçables.
- Dans un troisième dispositif, il s'agissait de placer des lettres dans des casiers disposés en quadrillage (3 par 5) non déplaçables, mais de format bien plus grand que les boîtes aux haricots.

Tout comme pour les expérimentations précédentes, B&S ne notent pas de différences majeures dans les stratégies utilisées par les élèves dans chacun de ces cas.

Voici alors ce qu'ils concluent à cet ensemble d'expérimentations :

« **Les caractéristiques globales des rapports avec le milieu** ne seraient-elles pas plus déterminantes que la taille en ce qui concerne les modes de traitement de l'espace par le sujet, et par conséquent les représentations ?

Nous avons alors mis en doute la pertinence de la caractérisation des représentations par un milieu dont la taille serait le facteur déterminant, et par conséquent la pertinence des concepts de micro-espace, méso-espace, et macro espace, si on les différencie par ce seul facteur. Par contre nous avons donné **plus d'importance aux**

contraintes portant sur les interactions possibles entre le sujet et le milieu, contraintes bien décrites par Galvez » (B&S 1992 p110, c'est nous qui soulignons)

Rappelons ces contraintes décrites par Galvez :

« Tous les déplacements du sujet et de l'objet sont possibles : il y a une perception exhaustive de l'objet. [...] Le sujet est à l'extérieur de l'espace. »

« Les déplacements du sujet sont limités par la disposition des objets. [...] Le sujet est à l'intérieur de l'espace, il a besoin de décentrations. »

« Le sujet est à l'intérieur de l'espace, il a besoin de se décentrer pour intégrer et coordonner des perceptions fragmentaires. » (Galvez 1985)

Nous nommerons par la suite chacune de ces contraintes respectivement par les termes *microspatiale*, *mésospatiale*, *macrospatiale*.

Reprenons alors les expérimentations de B&S dans un tableau croisant les deux critères « conditions d'interaction du sujet avec le milieu » et « taille de l'espace ».

	Condition microspatiale	Condition mésospatiale	Condition macrospatiale
Taille micro	B&S 1992, Problème des bancs dans la classe . Problème des haricots <i>boîtes déplaçables</i> .	Problème des haricots <i>boîtes non déplaçables</i> .	
Taille méso	B&S 1992, Problèmes des rectangles dans la cour .	Problème des lettres, <i>casiers non déplaçables</i>	
Taille macro			

Une question doit maintenant attirer notre attention : dans quelle mesure l'utilisation d'éléments d'analyse caractéristiques de « classes de situations relatives à des activités spatiales de déplacements » peuvent être utilisées pour analyser d'autres types de situations ? En effet, les problèmes « rectangles » et « bancs » concernent une situation de construction de formes planes, et les problèmes de rangement d'objets dans des boîtes correspondent à une situation d'énumération. Même si pour certains dispositifs les élèves ont à se déplacer dans l'espace pour agir, les situations ne relèvent pas d'une activité de déplacement, au sens où ce n'est pas le déplacement qui est l'objet de la tâche, c'est-à-dire celui qu'il s'agit de transformer ou d'étudier (cf. citation de Rogalski).

Et pourtant il est clair qu'une distinction de cet ordre là nous fournit un élément précieux pour l'analyse a priori des situations. Regardons alors comment nous pouvons développer ce qui est suggéré par B&S pour le formaliser à l'attention de l'analyse de situations relevant d'un domaine plus large.

3. Évolution du domaine d'usage de la distinction.

Rappelons que les situations de déplacements constituent l'une des quatre grandes classes de situations proposées à l'école primaire : situations de déplacements, situations de positionnements, situations d'études d'objets de l'espace, situations d'étude de formes planes. Ce repérage est évidemment fait selon un grain très grossier d'un premier repérage de la nature de l'objet d'étude en terme d'objet de savoir.

La distinction micro, méso, macro significative pour les classes de situations de déplacements doit donc être repensée pour ces autres classes de situations, en s'appuyant sur la distinction précisée par B&S. C'est en termes de *la taille des objets du milieu objectif*, et de *contraintes d'interaction du sujet avec ces objets* que nous reformulons les critères.

Sur le critère de taille

Qu'elle que soit la classe de situations considérée, la taille macro est quasi absente de la plupart des situations proposées à l'école primaire, et la taille méso est assez rarement utilisée pour faire jouer le jeu aux élèves. Par contre une autre taille, distincte de la taille micro, et plus petite est fortement présente et importante. C'est la taille « miniature »⁴. Regardons cela sur un exemple.

Considérons la tâche suivante, proposée par une professeure enseignant en maternelle : « Un trésor est caché sous un gobelet opaque situé d'une certaine façon avec d'autres gobelets. Il faut retrouver le trésor en posant des questions qui utilisent du vocabulaire spatial. Les mains ou les pieds ne peuvent pas montrer des positions, il faut utiliser des mots pour cela. »

Autour du même objectif d'usage de certains termes du vocabulaire spatial, de la même tâche, de la même contrainte d'interaction sur le milieu, l'enseignante organise trois milieux objectifs différents pour la situation : dans un coin regroupement de la classe, une chaise et des gobelets type verres pour boire ; autour d'une table, une chaise en miniature et des legos creux sur une zone spatiale délimitée par une surface plastique ; dans l'espace de motricité, le long d'un parcours de motricité, lors d'un moment d'arrêt d'un déplacement le long de ce parcours.



En terme de taille du milieu objectif de la situation le premier et le troisième dispositif utilisent des objets de même taille qui peut se qualifier de « micro ». Comment caractériser celle-ci au regard du second dispositif ? La différence nette entre « objets à notre échelle humaine » ou « objets en miniature » joue de manière importante dans la conceptualisation des rapports à l'espace. Nous avons donc bien à caractériser ces différentes échelles de manière différente.

De façon à pouvoir utiliser ce critère de manière plus générale, c'est-à-dire adaptée à un domaine plus large de situations, serait-il possible de parler d'un *ordre de grandeur pour le rapport de taille entre des actants de la situation et taille des objets de la situation* ? Cet ordre de grandeur se définirait alors, en première approximation, sur trois intervalles : autour de 1, bien inférieur à 1 et plus, ou bien supérieur à 1 et plus. Plus le rapport est petit, inférieur à 1, plus le sujet est pris dans l'espace sur lequel il travaille ou dans lequel il agit ; plus le rapport de taille est grand, supérieur à 1, plus le sujet est extérieur à l'espace qu'il manipule ou grand par rapport aux objets qu'il actionne et de fait le sujet est hors de son espace d'action.

Sur la contrainte d'interaction au milieu objectif de la situation

Repartons pour préciser ce critère de ce qu'en disent B&S :

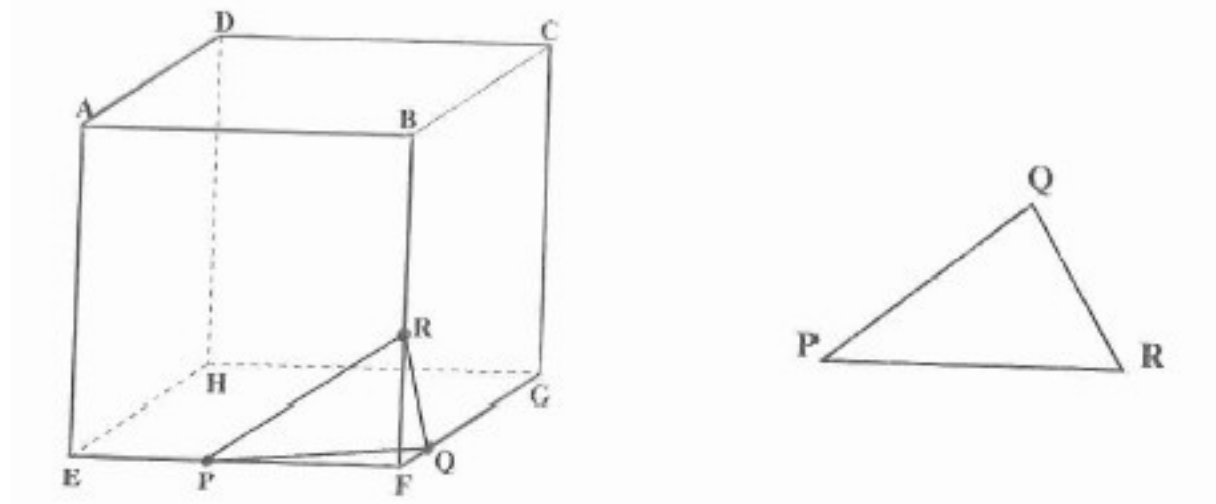
« Nous nous appuyons sur l'hypothèse que la conceptualisation naît des limitations apportées à la résolution immédiate des problèmes rencontrés par une activité sensori-motrice. Suivant le **type et l'importance des limitations opposées à l'action du sujet**, les conceptualisations correspondantes peuvent être plus ou moins élaborées. Nous allons examiner quels rôles jouent les concepts géométriques de base dans la maîtrise de ces situations, c'est à dire jusqu'à quel degré leur conceptualisation est nécessaire pour résoudre les problèmes liés à chacune des trois familles d'interactions [microspatiale, mésospatiale, macrospatiale] » (B&S 1992, p216) [c'est nous qui soulignons]

⁴ Nous avons choisi le mot « dinette » dans un premier temps, mais la lecture d'un chapitre de *La poétique de l'espace*, de Gaston Bachelard (1957), intitulée « la miniature » nous a fait pencher pour ce vocable.

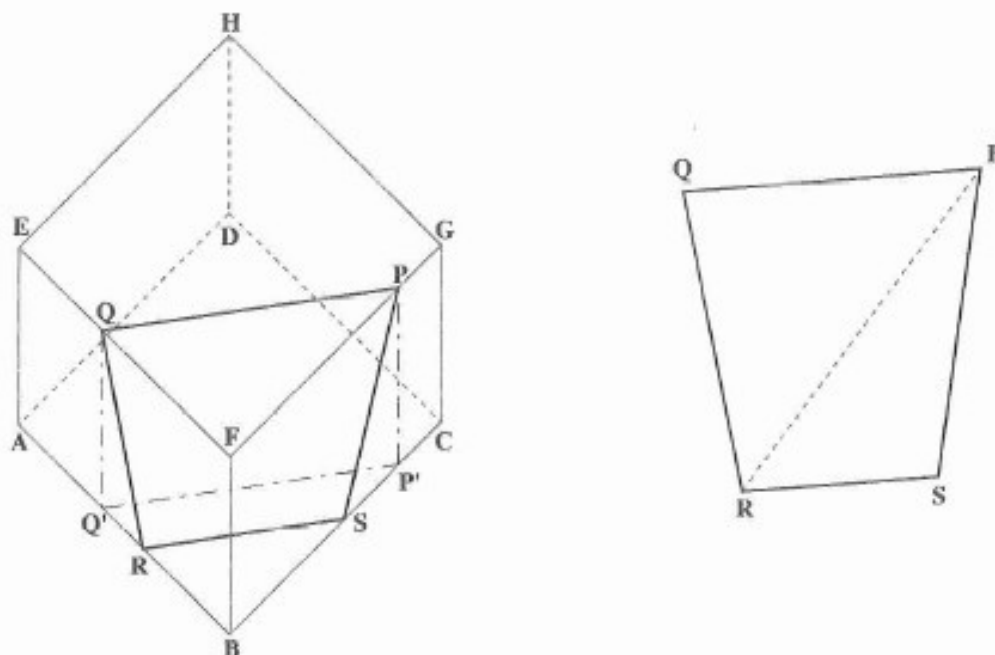
Prenons comme exemple la situation d'étude de sections d'un cube par un plan défini par trois points situés sur trois arêtes distinctes du cube, situation proposée par Marie-Paule Rommevaux dans sa thèse (Rommevaux 1997). L'expérimentation concerne le lycée, cela permet de mieux comprendre ce qui en jeu, nous utiliserons ensuite un exemple de l'école primaire pour réadapter le propos au contexte.

Dans le dispositif d'apprentissage mis en place par M-P. Rommevaux les élèves utilisent un cube transparent sur lequel ils doivent dans un premier temps dessiner les intersections avec les faces du cube d'un plan donné par trois points situés sur les arêtes. A priori du fait de sa transparence le cube offre un contrôle global de l'ensemble de ses faces, donc de lui-même. Par contre le travail de détermination des sections obtenues n'est pas simple selon les cas de positionnement des points sur les arêtes (l'annexe 2 donne les informations nécessaires à la lecture des images ci-dessous).

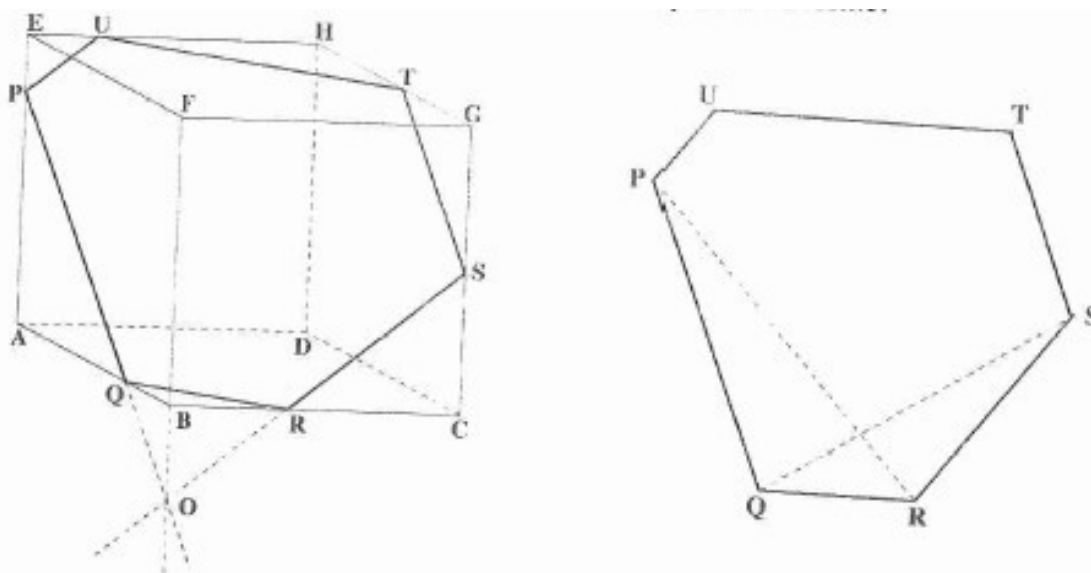
Certaines positions de ces points font coïncider les segments joignant ces points avec les segments définissant la section obtenue, on est alors dans un cas où le type d'interaction correspond à une contrainte microspatiale.



D'autres positions ne permettent pas du premier coup d'œil, ni parfois du second, d'avoir une vue des sections obtenues. Le contrôle est alors partiel, il nécessite des choix de point de vue, des changements de point de vue. Le type d'interaction peut alors se caractériser par une contrainte mésospatiale.



Dans d'autres cas encore les élèves n'ont aucun contrôle global des objets de la tâche (intersections du plan de section et des faces du cube), ni même de contrôles partiels. Les changements de point de vue, le recollement des vues ne suffisent plus. La contrainte d'interaction est de type macrospatiale.



Cet exemple nous permet à la fois de bien repérer qu'à une taille fixée (ici taille micro), les contraintes d'interaction peuvent varier, et à la fois qu'elles varient en fonction de la nécessité ou non de faire appel à des connaissances, des schémas, ou des outils de nature différente, et ne faisant pas partis du milieu objectif de la situation. Ce qui paraît être en jeu de manière plus générale (et que B&S avait déjà formulé) est *la nécessité plus ou moins forte d'avoir recours à des médiations qui participent de près ou de loin à l'acquisition et la conceptualisation des enjeux d'apprentissages*. Plutôt que de conserver les expressions « contraintes microspatiales,

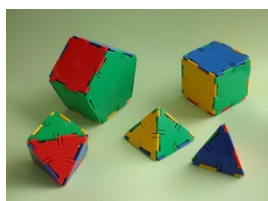
mésospatiales, macrospatiales » trop liées dans leurs formulations au critère de taille, nous ferons alors le choix d'utiliser des expressions plus adaptées à ce qui est en jeu : « les nécessités de médiation » :

Sans nécessité de médiation : le sujet peut agir directement sur les objets du milieu, et cette action lui procure l'information recherchée (l'information portée par l'intention d'agir). Il peut se passer de médiation, ou bien celle-ci est suffisamment intégrée (sous forme d'un schème) pour qu'il n'y fasse pas référence de manière explicite ou visible. La manipulation va suffire.

Avec recherche d'une médiation : le sujet a besoin d'une médiation en plus de son action, ou pour la prolonger ; autre chose qui n'est pas dans le milieu et qui est à construire ou à importer dans le milieu et qui symboliquement aura fonction d'une connaissance.

Avec recherche et coordination de plusieurs médiations : le sujet a besoin de plusieurs médiations, et de les coordonner, de façon à obtenir l'information recherchée.

Prenons un second exemple, beaucoup plus simple et simpliste, d'une tâche courante à l'école primaire : reproduire un objet type « solide » avec un certain matériel pédagogique.



Le jeu sur la variable éloignement du modèle et des pièces à disposition pour la reproduction, permet de générer des différences de nécessités dans le recours à des médiations.

Si modèles et pièces sont proches, l'ajustement perceptif ou tactile permet d'effectuer directement la reproduction. Quand est-il si les pièces et le modèle sont éloignés mais visibles dans un même environnement ? Si les pièces et le modèle sont éloignés et non visibles simultanément, les uns dans une pièce et l'autre dans une autre pièce, ou si les pièces et le modèle sont temporellement éloignés, le modèle est caché après observation et plus visible quelques jours plus tard pour le choix des pièces, le sujet a besoin de médiations, d'intermédiaires entre sa prise d'information et la reproduction.

Dans ces différents cas, les contraintes d'interaction du sujet avec le milieu sont de nature différente : sans nécessité de médiation, avec recherche de médiations, avec recherche et coordination de plusieurs médiations (bien que nous n'ayons pas illustré pour cette tâche cette possibilité de troisième cas, mais c'est faute de temps et d'imagination).

Le lecteur aura en tête peut-être une autre variable fondamentale pour ce type de tâche, la nature du solide modèle, la nature des pièces de reproductions, celle du matériel de construction du modèle, ... Nous aborderons ce point dans la partie suivante, concernant les ostensifs, cette variable ne relève pas de l'étude du type d'interaction au milieu mais plutôt des significations des enjeux de savoirs travaillés⁵.

Ainsi, pour clore cette partie, résumons les points clés :

Pour les classes de situations liées à l'étude des déplacements, des positionnements dans l'espace, et les classes de situations liées à l'étude des objets de l'espace, deux critères sont importants dans les choix qu'un professeur peut opérer pour construire une situation didactique : l'ordre de grandeur du rapport de taille entre les sujets agissants et les objets du milieu

⁵ Signification non pas du savoir, mais des enjeux de savoir. La question de la signification, et de sa recherche, est inscrite à la fois relativement au savoir, et à la fois relativement à sa mise en jeu.

matériel, et les types de nécessités de médiations dans les interactions sujet-milieu matériel dans l'effectuation de la tâche (les contraintes d'action pour le milieu objectif).

Dans la partie suivante, le propos portera sur un autre critère : le choix des ostensifs qu'un professeur utilise en situation leurs articulations.

III Dialectique des répertoires d'ostensifs et sémioses

1. Ostensifs et répertoires d'ostensifs

Pour aborder l'étude du fonctionnement des interactions sujet-milieu nous allons commencer par considérer les objets du milieu comme des ostensifs. Repartons alors de la définition donnée par Chevallard (1994)⁶ :

« L'observation de l'activité humaine amène à répondre en établissant une distinction fondamentale entre deux types d'objets : les objets ostensifs, d'une part, les objets non ostensifs, d'autre part.

a) On appelle ostensifs les objets qui ont pour nous une forme matérielle, sensible, au demeurant quelconque. Un objet matériel (un stylo, un compas, etc.) est un ostensif. Mais il en va de même

- des gestes : nous parlerons d'ostensifs gestuels ;

Des mots, et plus généralement, du discours : nous parlerons ici d'ostensifs discursifs (ou langagiers) ;

- des schémas, dessins, graphismes : on parlera en ce cas des ostensifs graphiques ;

- des écritures et formalismes : nous parlerons alors d'ostensifs scripturaux.

Le propre des ostensifs, c'est de pouvoir être manipulés, ce mot étant entendu en un sens large : manipulation au sens strict (celle du compas, ou du stylo, par exemple), mais aussi bien par la voix, le regard, etc. »

Distinguer ces ostensifs n'a de sens que dans le contexte où ils sont pris dans des choix réalisés par un enseignant pour construire anticiper *a priori* sur les milieux d'une situation d'enseignement. C'est pourquoi, pour notre part, nous restreignons l'usage du terme « ostensif » à ceux engagés dans une tâche proposée par un professeur en situation didactique d'étude de l'espace, d'objets de l'espace, et des formes planes⁷.

Montrons sur un exemple courant en quoi le choix des ostensifs et leur articulation de travail induit des milieux de référence et par suite d'apprentissage bien différents. Reprenons l'exemple de reproduction d'un solide, ici un cube.

Le choix de l'ostensif de départ pour signifier le cube est assez vaste : ce peut être un cube, une image de cube ou des expressions langagières pour désigner un cube, et pour chacun de ces types d'ostensif, on peut encore trouver des possibilités diverses. Par exemple :

⁶ Nous pourrions nous passer de référer à Chevallard et utiliser le terme de « représentations », en ne retenant que les définitions suivantes données (parmi beaucoup d'autres) dans le Petit Robert 2006.

« I. Action de mettre devant les yeux ou devant l'esprit de qqn.

1. VX ou DR. Production, présentation [...] (voir exhibition).

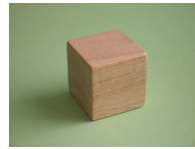
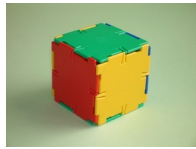
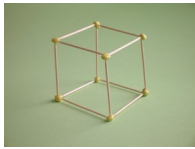
2. Mod. le fait de rendre sensible (un objet absent ou un concept) au moyen d'une image, d'une figure, d'un signe (voir représenter). [...] – SPECIALT. Action de représenter (la réalité extérieure) dans les arts plastiques. [...] - DIDACT. Le fait de représenter par le langage (voir description, évocation).

3. Image, figure, signe qui représente (voir emblème, symbole ; diagramme, graphique, 3. plan, schéma [...] œuvre littéraire ou plastique qui représente quelque chose. »

Cependant dans la littérature de recherche en sciences de l'éducation, ou en psychologie, ce terme de « représentations » est très souvent utilisé pour d'autres aspects, relatifs par exemple aux représentations mentales, aux conceptions, ...

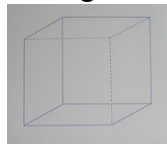
⁷ Le propos de la partie précédente pouvait difficilement concerner « les formes planes ». Ce thème est par contre bien un des contextes de l'étude exposée dans cette troisième partie.

Objets :



...

Images :



...

Langage :

« un cube » ; « un polyèdre avec six faces carrées » ...

De même, le choix du matériel à utiliser pour la reproduction peut être varié :



- Pièces pleines pour construire des faces ;
- tiges et morceaux de gomme pour construire des arêtes et des sommets ;
- pièces évidés pour construire des faces ;
- papier crayon et instruments pour construire des faces.

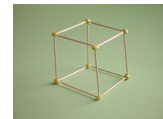
Les différents choix possibles pour l'ostensif modèle et pour l'ostensif de reproduction définissent des milieux matériels et objectifs qui génèrent alors des milieux de référence de nature différente au regard des savoirs qui seront en jeu : plutôt orientés vers la notion de faces d'un solide, plutôt orientés vers les notions d'arêtes et de sommets, plutôt orientés vers la notion de patron. Par ailleurs, les conditions de médiations (au sens où nous les avons redéfinies dans la partie précédente) peuvent être de nature très différentes également. Pour exemple, les trois associations suivantes :



;



;



Ces distinctions, ces études de choix et d'associations constituent des nœuds dans l'analyse a priori d'une telle situation pour laquelle alors, la notion d'ostensifs semble pertinente.

Nous proposons dans ce texte de distinguer quatre répertoires d'ostensifs bien distincts liés au rapport qu'un sujet entretient avec la réalité de la situation :

- le répertoire des objets spatiaux (qui ne sont pas seulement des objets matériels, mais des objets matériels déjà mis à distance des objets du quotidien, dans leur apparence) ;
- le répertoire des images fixes (pas seulement les schémas, dessins graphismes, mais aussi les images photographiques, les représentations en perspectives, les vues, et les dessins techniques)⁸ ;

⁸ Au regard de la diversité des images de ce répertoire et de leur importance tant didactique que professionnelle, citons l'introduction de l'ouvrage *Espaces graphiques et graphismes d'espaces* (Bessot Verillon 1992) dont les recherches exposées ont été peu reprises en didactique des mathématiques (cf. Hersant Gobert 2007): « La représentation et le traitement des données spatiales constituent les fonctions premières des graphismes d'espace. Plans, cartes, dessins techniques, dessins géométriques, *conservent*, pour ceux qui savent les utiliser, des informations de nature spatiale. Ces informations s'avèrent indispensables pour la réalisation de tâches professionnelles ou de la vie courante : fabriquer une pièce mécanique, détecter une panne électrique, s'orienter dans une ville par exemple. Mais aussi pour le géomètre, l'architecte, le concepteur et, de plus en plus souvent, pour les ouvriers et les techniciens confrontés aux nouvelles

- le répertoire des images dynamiques (celles des images fixes qui peuvent être dynamisées par l'intermédiaire d'un logiciel (en géométrie, en dessin technique, en architecture, en géographie ...)) ;
- le répertoire des expressions langagières (pas seulement les mots et les discours, mais les expressions langagières structurées d'une certaine façon, les pratiques langagières scolaires).

Nous donnons en annexe 3 quelques exemples pour les situations portant sur l'étude des formes planes.

Cette catégorisation, comme toute catégorisation, n'a de sens que par rapport à la question qu'elle permet de clarifier. Quelles sont donc les nécessités sous-jacentes à la catégorisation des ostensifs en répertoires tels que définis ci-dessus ?

2. Les répertoires d'ostensifs comme signe d'une dialectique

On ne peut parler d'ostensif que dans le cadre d'une interaction didactique orientée par un enjeu de savoir, voire un ensemble de situations didactiques imbriquées, enchevêtrées, articulées, sur un long terme. *Les répertoires sont une façon de décrire les ostensifs de manière dégagée de la contingence didactique, tandis que chacun de ces ostensifs, dans une situation didactique, est un signe qui participe aux processus de significations et de conceptualisation d'une notion.*

La référence prise ici est celle du signe peircien, tel que F. Conne nous la livre actuellement (Conne 2008) :

« Je rappelle quelques définitions de la sémiotique indispensables pour ancrer la perspective adoptée :

. Signe: (...) something by knowing which we know something more. (C.P. 8.332)⁹

. Signe : (...) un signe ou représentamen, est quelque chose [1] qui tient lieu pour quelqu'un [3] de quelque chose [2] sous quelque rapport ou à quelque titre. Il s'adresse à quelqu'un c'est-à-dire qu'il crée dans l'esprit de cette personne un signe équivalent ou peut-être un signe plus développé. Ce signe qu'il crée, je l'appelle interprétant du premier signe. Ce signe tient lieu de quelque chose : de son objet (C.P. 2.228, Fissette 1993, p. 10).

Si le signe tient pour son objet, cela n'implique pas pour autant que ce dernier serait déjà totalement connu. Au contraire, **c'est par le signe que nous connaissons mieux l'objet, au travers des enchaînements de ses interprétants ou sémioses. Si l'objet est connaissable c'est parce que ces sémioses ne sont pas libres mais contraintes par l'objet lui-même.** De ce point de vue, la relation qu'entretient un signe à son objet est quelque chose de crucial pour toute personne qui s'intéresse aux développements sémiotiques. Cette relation se décline sur trois modes : les relations iconique, indicielle et symbolique [...].» [nous soulignons en gras]

technologies industrielles, les graphismes permettent d'élaborer, d'anticiper, de contrôler et de valider des solutions à des problèmes spatiaux. Moyens extériorisés de stockage, de représentation et de raisonnement relatifs aux données spatiales, les graphismes constituent donc des auxiliaires précieux pour l'action et la réflexion dans de nombreux domaines d'activité. Cependant leur maîtrise pose des difficultés importantes qui préoccupent depuis longtemps à la fois les milieux de l'éducation et du travail. »

⁹ « (...) quelque chose dont la connaissance nous porte quelque chose de plus à la connaissance » (traduction de F. Conne).

Ce que nous cherchons, ce sont des conditions, *a priori*, permettant que les éléments des répertoires (les ostensifs) se mettent en mouvement comme signes de quelque chose ayant avoir avec le géométrique, dans des situations didactiques, pour produire de la signification, de la connaissance ou du savoir pour les élèves. Reprenons ici une citation de Fisettes dans son ouvrage « Pragmatique de la signification » (Fisettes, 1993), pour mieux cerner le pourquoi de notre point de vue, concernant un questionnement général sur l'enseignement et les apprentissages :

« Un mouvement de sémiotique ne suit pas un développement linéaire : il ressemblerait plutôt au mouvement d'une spirale qui repasse incessamment dans les mêmes lieux tout en marquant des enrichissements, si bien que le même objet est fréquemment revu, la lecture et les acquisitions étant différentes d'un passage à l'autre. C'est que l'apprentissage [...] n'est pas le fait d'une simple accumulation de données, mais bien le fait d'une intégration des connaissances qui se fait, pourrait-on dire, simultanément dans deux orientations de l'esprit, à la façon d'un regard successivement tourné vers l'extérieur, cherchant dans le monde de nouveaux objets de savoir, et tourné vers l'intérieur, cherchant à construire une nouvelle cohésion, à créer une nouvelle conscience. Je suggérerai que cet apprentissage, ce processus de découverte que j'ai voulu afficher clairement dans son mode de fonctionnement spécifique, correspond moins à une pensée établie et sûre d'elle-même, avançant par déductions, qu'à des processus abductifs inscrivant des tentatives, des propositions nouvelles venant se greffer sur les précédentes pour les nuancer, les déplacer. » (p16)

Petite digression sur les jeux de cadres : Régine Douady (1986) a montré depuis longtemps l'importance des jeux de cadres dans la conceptualisation et la mise en fonctionnement des connaissances dans l'exercice des mathématiques du secondaire et du supérieur. Elle définit un cadre ainsi :

« Disons qu'un cadre est constitué des objets d'une branche des mathématiques, des relations entre les objets, de leurs formulations éventuellement diverses et des images mentales associées à ces objets et ces relations. [...] Le mot « cadre » est à prendre au sens usuel qu'il a quand on parle de cadre algébrique, cadre arithmétique, cadre géométrique... Les jeux de cadres sont des changements de cadres provoqués à l'initiative de l'enseignant, à l'occasion de problèmes convenablement choisis, pour faire avancer les phases de recherche et évoluer les conceptions des élèves. Les jeux de cadres sont source de déséquilibres ; la rééquilibration participe à l'apprentissage. Les jeux de cadres jouent un rôle moteur dans l'une des phases de la dialectique [outil-objet]. »

Au niveau de l'école primaire, du fait de l'absence ou de l'impossibilité d'un travail spécifique de construction de ces cadres, on peut se poser la question de savoir ce qui peut d'être source de déséquilibre, et occasionner des évolutions des conceptions des élèves participant à l'apprentissage ou la mise en fonctionnement de concepts spatiaux ou géométriques.

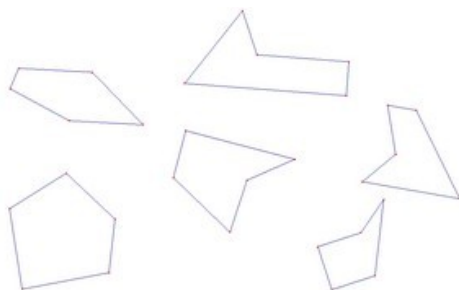
La dialectique des jeux de cadres pourrait se penser à l'école primaire selon une dialectique des répertoires. Mais pour cela nous avons besoin de dépasser l'ostensif pour le voir comme un signe pris dans les sémiotiques à l'œuvre dans les situations didactiques. Et de faire appel plus finement ensuite aux différentes manières d'être du signe à son objet (icône, indice, symbole).

« De cette analyse je puis tirer une proposition didactique concernant les tâches intéressantes à faire faire aux élèves pour un tel champ d'expérience. **Il s'agira de mettre en tension ces deux aspects iconiques et indiciels que j'ai dégagés afin de permettre la mise en relation féconde [...] tendue, entre images anticipatrices et indices produits par le dispositif [...].** Cette mise en relation en se réduit pas en une relation dyadique, mais **met tout aussi bien en jeu la modalité symbolique du signe**, et c'est ici que ces expériences sont instructives. Les expériences, leurs variations, les comparaisons entre elles, les relances tout cela établit des liens entre interprétants associés à ces signes [...] et se situe donc exactement dans cette dimension symbolique, et cela sans qu'il soit nécessaire de les institutionnaliser tous. La modalité symbolique et les interprétants se rapportent autant aux objets sur lesquels on expérimente qu'aux expériences elles-mêmes. » (Conne 2008) [nous soulignons en gras]

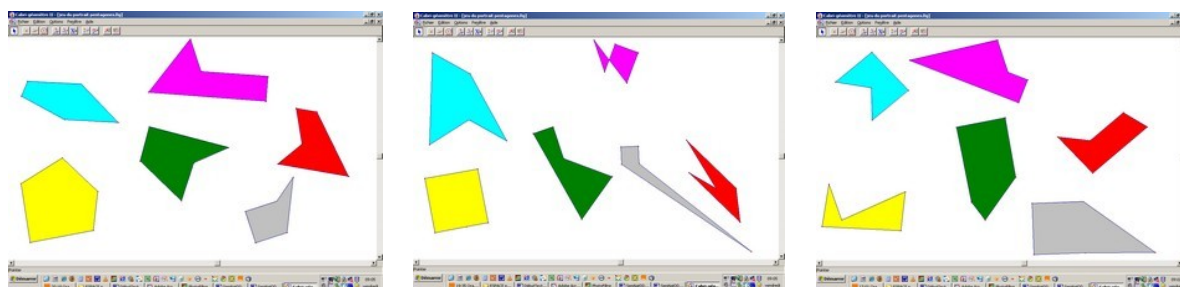
3. Un exemple

Prenons une tâche ordinaire proposée à l'école primaire, de jeu de portrait avec des formes planes. Le principe consiste à poser des questions, portant sur les formes des dessins, pour retrouver une forme choisie initialement par l'enseignant. L'objectif de ce type de tâche est de permettre la formulation et l'utilisation en contexte de propriétés géométriques concernant les polygones, telles que perpendicularité, parallélisme et isométrie des côtés, présence d'éléments de symétrie ; propriétés faisant l'objet d'études par ailleurs, en amont ou en aval d'une telle situation. La tâche doit être répétée suffisamment de fois, avec des dispositifs pédagogiques pouvant être divers, pour permettre à la classe de se mettre d'accord et de fonctionner avec un répertoire d'expressions langagières communes.

Le choix de faire travailler les élèves sur des images fixes, dessins aux traits sur papier, comme celles-ci-dessous par exemple, c'est-à-dire de construire un milieu objectif avec des ostensifs de ce répertoire induit un certain type d'interaction des élèves aux objets du milieu. En particulier, ils travaillent sur les dessins et leurs attributs spatiaux (orientation, taille, allure générale, ressemblance à des objets du quotidien).



Le choix de faire travailler les élèves sur des images dynamiques, dessins aux pixels sur écran d'ordinateur, construits comme figures dans un environnement de géométrie dynamique, c'est-à-dire possédant des propriétés spatiales invariantes dans le mouvement, change considérablement le rapport des élèves aux dessins, puisque ceux-ci évoluent, se déforment en fonction du mouvement que l'on fait subir à certains points.



Notre propos ne porte pas sur la pertinence de tel ou tel choix mais sur la nécessité pour le didacticien d'étudier comment un dispositif qui articule ces deux choix, et donc dialectise le rapports des élèves aux formes planes, peut être porteur de sémioses¹⁰. Comment l'expérience pour les élèves de découvrir des dessins fixes sur une feuille de papier, en mouvement sur l'ordinateur, de pouvoir des déformer de sorte à obtenir des dessins sans grande ressemblance avec les dessins d'origine, de pouvoir les reformer à l'état fixe des dessins d'origine, de pouvoir les transformer en dessins connus élémentaires, comment cette expérience de mise en relation avec le répertoire des expressions langagières est porteuse, *a priori*, d'apprentissages scientifiques du géométrique ?

¹⁰ En fait il y a trois répertoires en jeu, puisque celui des expressions langagières est l'objet même du travail de l'activité.

L'analyse que fait F. Conne d'autres expériences en utilisant les distinctions du signe perçien en terme d'icône, d'indice, de symbole, et des trois horizons de priméité, secondéité, tiercéité, nous paraît être une piste très sérieuse, bien que difficile, sur laquelle notre réflexion didactique peut s'engager pour avancer. Pour le moment, nous nous contenterons de parler de dialectique des répertoires d'ostensifs pour faire signe d'un objet de savoir, et c'est dans cette optique que nous interprétons son propos fédérateur :

« La thèse de cet article est que la valeur de l'expérience dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques est à la mesure du jeu qu'elle permet dans ces renvois des signes à leur objet : a) la manière dont sont sollicitées les connaissances collatérales et mises en relations des savoirs entre eux, b) les verdicts des dispositifs matériels et des procédures que leur usage requièrent et enfin c) les résonances par lesquelles ces expériences stimulent l'imagination. »

« On doit alors compter avec l'intention et le choix de faire faire telles ou telles expériences aux élèves et celle aussi d'en contrôler les aboutissants. Néanmoins il faut pouvoir assurer un minimum d'authenticité aux expériences ainsi promues. Ceci est possible dès lors que l'on considère que l'expérience est le signe d'un objet, que l'intention d'enseigner porte sur l'objet et que l'expérience n'est qu'un moyen. Ainsi la question didactique nous amène à examiner de plus près la relation de l'expérience à son objet. » (Conne 2008)

Nous proposons en annexe 4 un extrait plus conséquent de l'article dont il est question.

Conclusion

L'idée de ce texte est de poursuivre le questionnement engagé par d'autres chercheurs sur la recherche d'un milieu (horizontal) d'une situation fondamentale de la géométrie comme modèle de l'espace et des milieux (verticaux) de situations didactiques associées. Nous proposons de sortir des « figures planes comme milieu pour l'enseignement de la géométrie » proposés par Fregona et Brousseau, pour postuler *un milieu spatial* pour lequel les objets goniométriques peuvent être considérés comme des objets et non comme des choses empiriques. Nous avons tenté de clarifier des répertoires d'ostensifs qui fonctionnent comme des signes de ces objets matériels, et tentons de clarifier les articulations entre ces répertoires ou à l'intérieur de ces répertoires. En particulier notre seconde partie correspond à l'étude de deux conditions d'usage des ostensifs, signe d'un enjeu de savoir : le jeu sur les dimensions et le degré de nécessité d'une médiation sémiotique. La troisième partie serait à développer quand aux articulations entre ou interne aux autres répertoires : images fixes, images animées, langage.

IV Bibliographie

BACHELARD G. (1957) *La poétique de l'espace*, PUF.

BERTHELOT R., SALIN M-H. (1992) *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse, Université Bordeaux I.

BESSOT A., VERILLON P. (Coord. Par) (1992) *Espaces graphiques et graphismes d'espaces*, Ed. La pensée sauvage.

BOSCH M., CHEVALLARD Y. (1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 19, n°1, pp. 77-124.

BROUSSEAU G. (1990) Le contrat didactique : le milieu, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 9/3, La pensée sauvage.

- BROUSSEAU G. (1998) *Théories des situations didactiques*, La pensée sauvage.
- Cf. Laborde et Capponi 1994.
- CHEVALLARD Y. (1994) « Ostensifs et non ostensifs dans l'activité mathématique », Résumé des séances de l'UV de didactique des mathématiques, Licence de mathématiques, Université Aix-Marseille II
http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Ostensifs_et_non-ostensifs.pdf
- CONNE F. (1992) Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique, *Recherches en didactique des mathématiques*, La pensée sauvage, Vol. 12.2-3.
- CONNE F. (2001) Evolution de la référence à la *réalité* dans les manuels suisses romands au cours du XXème siècle, *Actes de la 11^{ème} école d'été de didactique des mathématiques*.
- CONNE F. (2008) L'expérience comme signe didactique indiciel, *Recherches en didactique des mathématiques*, La pensée sauvage, Vol 28, n°2, pp219-264.
- DOUADY R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil/objet, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol 7/2
- FISSETTE J. (1993) *Pragmatique de la signification*, Ed. XYZ Montréal, Canada.
- FREGONA D. (1995) *Les figures planes dans l'enseignement de la géométrie*, Thèse, Université Bordeaux I, IREM d'Aquitaine.
- GALVEZ G. (1985) *El aprendizaje de la orientacion en el espacio urbano : una proposicion para la ensenanza de la geometria en la escuela peimaria*, Thèse, Centre de recherches du IPN, Mexico.
- GOBERT S. (2001) Questions de didactique liées à l'articulation du spatial et du géométrique dans l'enseignement à l'école primaire, Thèse, Université Denis Diderot Paris 7, IREM de Paris 7.
- GONSETH F. (1945-1955) *La géométrie et le problème de l'espace*, Editions du Griffon, Neuchâtel, Suisse (diffusé par Ed. Dunod, Paris).
- HERSANT M., GOBERT S. (2007) « Espace, figure, géométrie » Etude pour que la question vive, *Actes de la 14^e école d'été de didactique des mathématiques*, Sainte-Livrade.
- MARGOLINAS C. (1992) Eléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 12/1.
 l'exemple du concept de milieu, *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 19/3 pp. 279-322..
- MARGOLINAS C. (1995) La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations, In *Les débats de didactique des mathématiques*, coordonné par Margolinas C., Ed. La Pensée Sauvage.
- PERRIN-GLORIAN M-J. (1999) Problèmes d'articulation de cadres théoriques : l'exemple du concept de milieu, *Recherche en didactique des mathématiques*, vol. 19/3, pp-
- PERRIN-GLORIAN M-J. (1999) Problèmes d'articulation de cadres théoriques :
- ROBERT A. (2008) « Le cadre général de nos recherches en didactique des mathématiques », chapitre 1 de la partie 0 « Cadrages théoriques », In *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. F. Vandebrouck (coordonné par), 2008, Octarès Editions, Toulouse, pp11-22.
- ROGALSKI J. (2008) Le cadre général de la théorie de l'activité. Une perspective de psychologie ergonomique. Chapitre 2 de la partie 0 « Cadrages théoriques », In *La classe de mathé-*

matiques : activités des élèves et pratiques des enseignants, F. Vandebrouck (coordonné par), Octarès Editions, pp22-30.

ROMMEVAUX M-P. (1997) *Le discernement des plans : un seuil décisif dans l'apprentissage de la géométrie tridimensionnelle*, Thèse, Université L. Pasteur, Strasbourg I, Ed. IRMA.

VERGNAUD G. (1991) La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didcatique des mathématiques*, Vol. 10/2.3, La Pensée Sauvage.

V Annexes

1. ANNEXE 1

Extraits de GONSETH F. (1945-1955) *La géométrie et le problème de l'espace*, Editions du Griffon, Neuchâtel, Suisse (diffusé par Ed. Dunod, Paris).

Tome I : La doctrine préalable.

Tome II : Les trois aspects de la géométrie.

Tome III : L'édification axiomatique.

Tome IV : la synthèse dialectique.

Tome V : Les géométries non euclidiennes.

Tome VI : Le problème de l'espace.

Extrait du tome I

Gonseth écrit, avant d'introduire le « principe d'idonéité » :

« Enrichis de quelques expériences négatives, nous voici ramenés à notre problème. Il est resté entier : choisir - puisqu'il le faut - une doctrine préalable informant la construction systématique de la géométrie. Non seulement ce problème préliminaire n'a pas encore trouvé de solution, mais nos essais ont eu pour conséquence de faire surgir derrière ce problème mineur un problème majeur de même nature : celui de l'édification d'une théorie de la connaissance. Ni pour l'un ni pour l'autre, nous n'avons encore découvert les moyens adéquats et légitimes de les traiter. La seconde suggestion [...] qui vient d'être examinée n'est ainsi pas moins décevante que la première. Elle se révèle aussi peu susceptible que notre première idée de nous mettre en possession des éléments d'une solution satisfaisante. Nous ne pouvons en rester là. Il nous faut imaginer autre chose. Il doit exister une troisième éventualité ; l'existence même de la géométrie en est garante. L'intention métaphysique n'a pu nous mettre en main le fil d'Ariane, l'intention dialectique y réussira-t-elle peut-être ? »

La première suggestion était : « faut-il s'en remettre à principe d'indifférence ? » Gonseth étudie que ce choix ne peut se justifier.

« La solution d'indétermination, solution qui consiste à choisir une doctrine préliminaire quelconque, et à l'adopter non pas pour sa convenance, mais pour quelque raison d'immédiate commodité. Cette solution est donc à rejeter, et nous voici ramenés à l'obligation de choisir en connaissance de cause. » [dans un paragraphe ultérieur : « le principe d'indifférence conduit à une solution d'indétermination. »]

La seconde suggestion était : « Faut-il s'en remettre à une discipline antérieure ? » Après un détour par une clarification de ce qu'il entendra par intention métaphysique et intention dialectique, il conclura :

« En cédant à l'intention métaphysique, nous nous écartons des conditions du savoir réel. Rien ne nous autorise à penser qu'une discipline objective puisse jamais être fondée sur une doctrine préalable et première, au sens métaphysique de ces mots. » [Plus tard, dans un paragraphe ultérieur : « le principe du recours à une discipline antérieure entraîne une solution métaphysique. »]

Suite et troisième suggestion :

« On remarquera que le tournant décisif, le passage à une nouvelle perspective, à une nouvelle façon de penser est marqué par l'intervention du mot « idoine ». Le sens qu'il doit prendre ressort clairement du contexte : il signifie qui convient, qui tient compte des conditions, qui répond aux exigences, qui est conforme aux fins et aux intentions, approprié à sa fonction, etc.

Nous pouvons maintenant introduire le principe d'après lequel la préférence peut être accordée à telle ou telle doctrine préalable : c'est le principe de la meilleure convenance, que nous appellerons aussi principe d'idonéité. [...]

La troisième suggestion est donc celle de la réponse aux exigences sine qua non du parfait provisoire, tandis que la première était celle du pis aller et la seconde du parfait indiscernable. Elles sont essentiellement différentes, divergentes. Chacune d'elles s'écarte résolument des deux autres. » [Dans un paragraphe ultérieur : « le principe d'idonéité introduit une solution dialectique.] »

Extrait du tome II

Au tout début :

« Le principe d'idonéité nous impose l'obligation d'édifier une géométrie satisfaisante dans la perspective de la science moderne, une géométrie qui réponde aux exigences et au contenu de la connaissance actuelle. « C'est un devoir tout naturel, pensera-t-on, un devoir qu'il est presque superflu de formuler. » Qu'on ne s'y trompe pas : si nous le prenons véritablement au sérieux, il nous demandera un effort persévérant et une grande liberté de jugement.

Bien que le principe d'idonéisme nous libère des difficultés philosophiques de la première heure, il ne nous livre pas dans leurs détails les fondements et la méthode convenant à la constitution effective de la géométrie. Ceux-ci sont encore à conquérir. Sans eux, il serait vain de vouloir aborder le problème de l'espace. »

Fin page 83-84 (sur 88)

« Il n'en demeure pas moins que les trois aspects [l'aspect intuitif, l'aspect expérimental, l'aspect théorique] sont envisagés comme trois aspects d'une même réalité. Bref, on établit une équivalence de vérité.

Nous disions, il y a un instant, que l'aspect théorique est prédominant. Nous ne le contredisons pas. S'il est convenu que trois personnages parleront des mêmes choses et qu'ils ne se contrediront pas, il n'est pas nécessairement entendu que leurs rôles auront la même importance. On peut répartir le dialogue entre eux de cent façons différentes, sans rompre la convention. Il en est de même dans le dialogue entre les trois aspects de la connaissance spatiale. Ce dialogue, c'est-à-dire la façon dont un enseignement géométrique est construit, peut comporter les dosages les plus divers des recours aux trois sources de notre information. A travers ces dosages, l'absence de contradiction n'en reste pas moins la base des relations réciproques. En un mot : L'équivalence de vérité des trois aspects est l'idée dominante de la doctrine préalable de la géométrie élémentaire. La connaissance géométrique s'organise sous cette idée dominante. [...] au niveau d'une connaissance conforme à une vision naturelle du monde. [...] Donnons au jeu des trois aspects le nom qu'il mérite, le nom que les remarques précédentes justifient : c'est un jeu dialectique, une synthèse dialectique de l'intuitif, de l'expérimental et du théorique. »

Extraits du tome III

Ce tome est consacré à « l'étude de la façon dont l'aspect théorique se constitue en une structure rationnelle, en un système déductif »

En page 106 dans la conclusion :

« Pour l'avoir pratiquée consciencieusement, en allant jusqu'au bout de notre expérience axiomatique, nous savons maintenant comment la pensée rationnelle se saisit de son objet

et en organise la connaissance. [...] Certes, en s'axiomatisant, la pensée géométrique a affirmé son caractère théorique. [...]

Mais la convenance des axiomes reste suspendue à notre vision intuitive de l'espace, que l'expérience quotidienne renouvelle : mais la dialectique est toute mélangée (dans une mesure que nous n'avons pas même su apprécier) d'éléments intuitifs relatifs à l'espace, au temps, au nombre, à l'objet, etc. En un mot, la pratique axiomatique, la pensée rationnelle se spécifie : elle s'épure, elle se réalise mieux dans le sens d'une autonomie voulue et recherchée ; [...].

Mais la marche de la spécification a son revers. Regardons, par exemple, l'idée de mesure dans le continu, à laquelle nous avons été conduits. Du point de vue théorique, c'est une pure merveille. Mais convient-elle également à la description des « réalités physiques » qu'on se proposait de mesurer ? Chacun sait qu'il n'est rien ; dans la mesure même où notre analyse s'achève dans sa perspective théorique, la réalité du monde atomique lui devient étrangère.

Un antagonisme surgit ainsi entre deux moments essentiels du progrès de la connaissance : celui de la spécification et celui de la fermeture de la synthèse dialectique qui s'était réalisé dans le chapitre précédent, au niveau de l'information naturelle. N'est-ce là qu'un accident ?

Au contraire. Pour retrouver les conditions d'une synthèse dialectique renouvelée, pour que l'idée dominante d'une nouvelle dialectisation s'impose presque d'elle-même il faut appeler à l'existence et faire intervenir une série de notions telles que celles de schéma, de modèle, d'horizon de réalité. Ce sont les instruments d'un nouveau stade de la connaissance ...Le chapitre IV leur sera consacré. »

Extrait du tome IV

En fin de tome

« Le moment décisif de la synthèse dialectique est donc la constitution des l'horizon axiomatique A. Chose remarquable, le rôle organisateur de ce dernier, sa fonction clé à la pointe de tout le système confère une nouvelle valeur à son autonomie. Celle-ci n'est pas absolue, nous le savons. Elle existe cependant, dans la mesure où la structure propre de l'horizon schématique et la technique déductive ont été dégagées de l'intuition géométrique. L'importance de la déduction dans l'abstrait (dans un abstrait aussi épuré que possible) s'en trouve tout particulièrement soulignée. L'essai de constituer l'autonomie de la géométrie théorique (c'est-à-dire son axiomatisation) nous a conduit à placer celle-ci dans un cadre plus général. Les contingences de l'intuition géométrique y perdent leur valeur significative et l'intuition s'y retire vers un autre ordre de faits (vers les « faits logiques »), les notions et les relations géométriques s'y défont de leurs qualités d'engagement dans le monde géométrique pour ne garder que leur qualité d'objet et de relations entre objets. Par sa projection sur l'horizon axiomatique, la géométrie théorique a donc pris place au sein d'une théorie des objets – des objets dont on cherche à ne retenir que la qualité d'être des objets indépendamment de toute propriété précise qui pourrait leur appartenir d'avance – en un mot des objets logiques.

Cette théorie est-elle indépendante de toute expérience et de toute intuition, dans un horizon propre de réalité ? Ou bien n'y présente-t-elle qu'un aspect d'une synthèse, à laquelle d'autres aspects sont indissolublement liés ? [...]

En un mot pour finir, quant au but précédent des indications précédentes. Ce but est de prévenir un jugement précipité sur la dialectique de la déduction. Si nous avons pu croire que cette dernière se présente bien dégagée, sous une forme bien achevée devant laquelle l'examen s'arrêterait parce qu'il aurait trouvé son terme, ce qui précède nous aurait détrompés. Sous un examen qui veut gagner en profondeur, la dialectique déductive ne se révèle pas moins complexe que l'exercice intégral de la connaissance spatiale. Chose étrange, à première vue du moins, tout le problème semble renaître dans l'un des éléments de la solution.

Ce fait ne compromet-il pas irrémédiablement le résultat de notre étude ? Il le ferait, si la justesse de la méthodologie traditionnelle (et non dialectique) s'imposait sans recours. Certes, ce fait est irrécusable. Mais il ne fait pas obstacle à la méthodologie dialectique. Il la justifie. C'est pour en tenir compte qu'elle est ce qu'elle est : c'est l'une des expériences fondamentales dont elle se réclame. »

« Nous n'avons, en effet pas franchi la dernière étape de notre progression méthodologique. Il nous reste encore une expérience décisive à faire, avant de tirer la leçon générale de notre longue analyse.[...] il nous reste à voir comprendre comment il peut se créer une certaine distance entre celui qui connaît et l'intuition qui l'informe et ne cessera de l'informer. Comment l'intuition, de moyen indispensable et inaliénable de connaissance qu'elle est au niveau de l'information naturelle, peut devenir un obstacle et peut être tournée. Comment une géométrie peut se détacher partiellement de son support intuitif et proposer une vision révisée de l'espace.

Ce sera l'occasion de voir que l'expérimentation géométrique n'est pas invariablement liée aux horizons I, E et T [intuitif, expérimental, théorique], mais qu'elle peut aussi prendre l'horizon axiomatique comme champ d'activité.

Ce sont là des faits importants dont nos conclusions générales auront à tirer parti. Ils interviendront au chapitre prochain, à l'occasion de la constitution des Géométries non-euclidiennes.

L'édification de géométries venant contredire l'intuition sur certains points ne peut naturellement pas rester sans effet sur la conception des rapports des trois aspects. L'idée dominante de leur synthèse devra donc être révisée, elle aussi. Ce sera notre dernière expérience. »

Cette phrase clôt le chapitre IV.

A suivre ...

2. Annexe 2

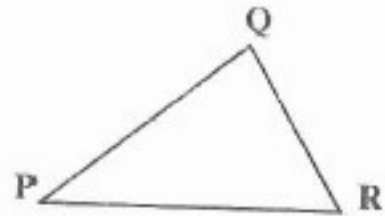
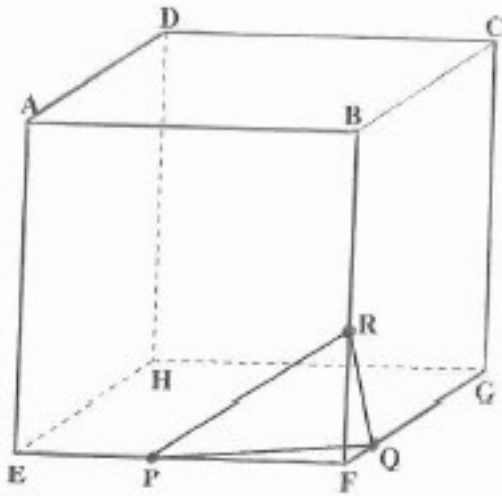
Données communes aux différents cas :

ABCDEFGH est un cube d'arête 5 cm. Les arêtes [AE], [BF], [CG] et [DH] sont parallèles. P, Q, R sont trois points sur trois arêtes distinctes, dont les positions seront différentes pour chaque cas étudié.

On coupe le cube suivant le plan (PQR). La tâche consiste à représenter la section formée par ce plan avec le cube sur la représentation en perspective parallèle, et en vraie grandeur.

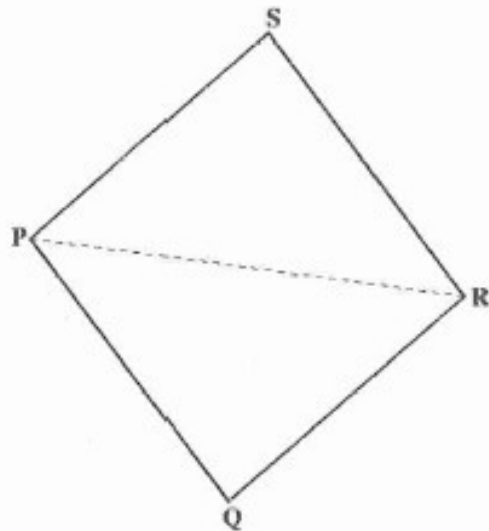
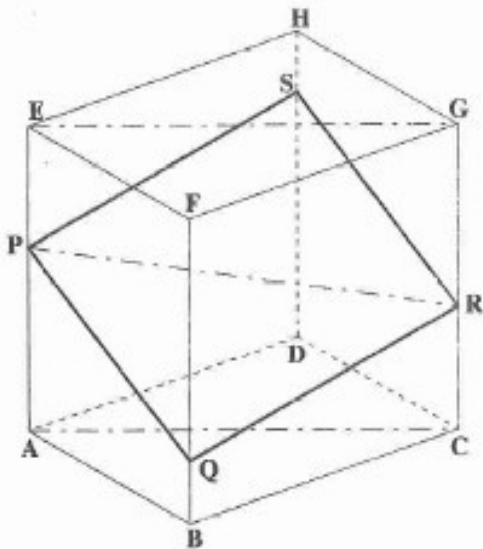
Données de la feuille 3 :

P est le point de l'arête [EF] tel que $FP=3\text{cm}$
 Q est le point de l'arête [GF] tel que $FQ=1\text{cm}$
 R est le point de l'arête [BF] tel que $FR=2\text{cm}$



Données de la feuille 4 :

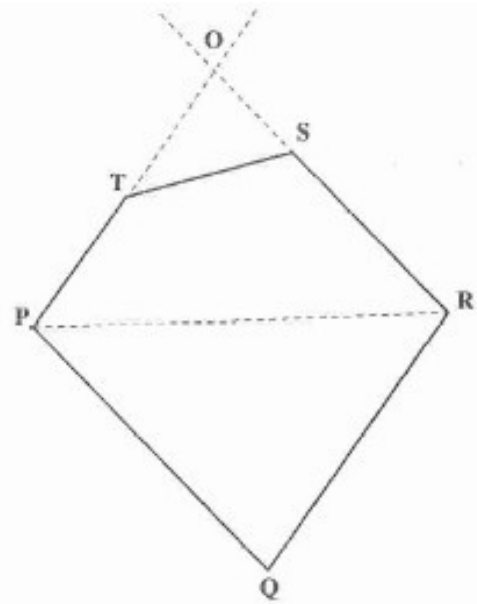
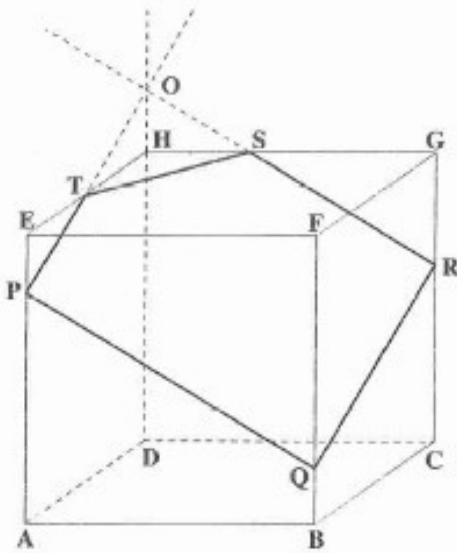
P est le point de l'arête [AE] tel que $AP=3\text{cm}$
 Q est le point de l'arête [BF] tel que $BQ=1\text{cm}$
 R est le point de l'arête [CG] tel que $CR=2\text{cm}$



Perspective parallèle du dessin : projection sur un plan parallèle à un plan diagonal, les fuyantes font un angle de 60° et le coefficient de réduction est de $1/2$.

Données de la feuille 6 :

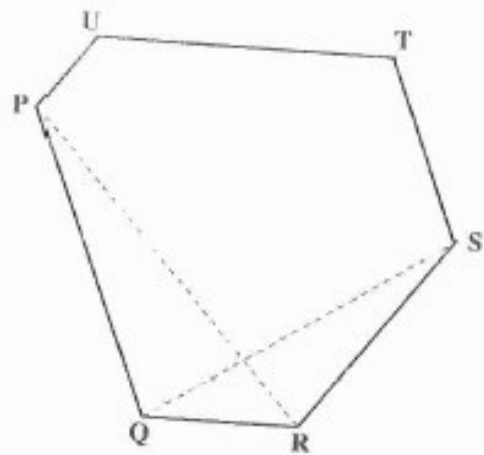
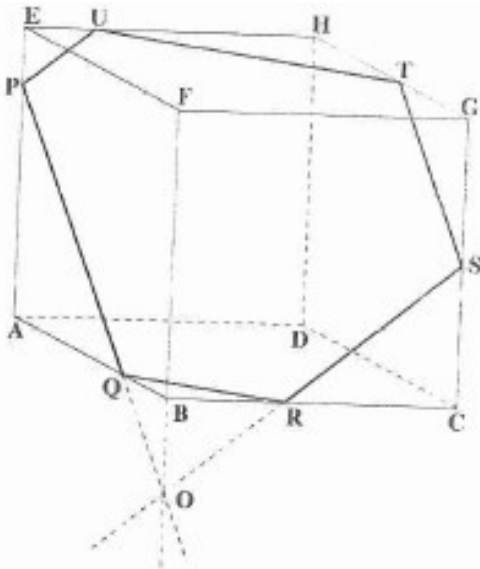
- P est le point de l'arête [AE] tel que $AP=4\text{cm}$
- Q est le point de l'arête [BF] tel que $BQ=1\text{cm}$
- R est le point de l'arête [CG] tel que $CR=3\text{cm}$



Perspective parallèle du dessin : projection sur un plan parallèle à une face, les fuyantes font un angle de 35° et le coefficient de réduction est de $1/2$.

Données de la feuille 7 :

- P est le point de l'arête [AE] tel que $AP=4\text{cm}$
- Q est le point de l'arête [AB] tel que $AQ=3,5\text{cm}$
- R est le point de l'arête [BC] tel que $BR=2\text{cm}$



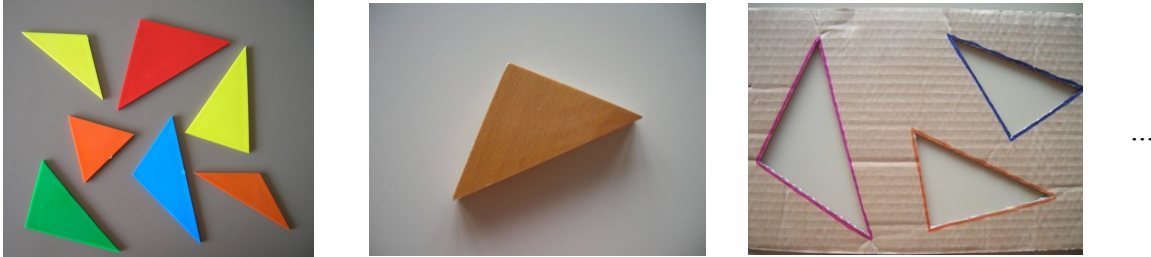
Perspective parallèle du dessin : projection sur un plan parallèle à une face, les fuyantes font un angle de 153° et le coefficient de réduction est de $3/5$.

3. Annexe 3

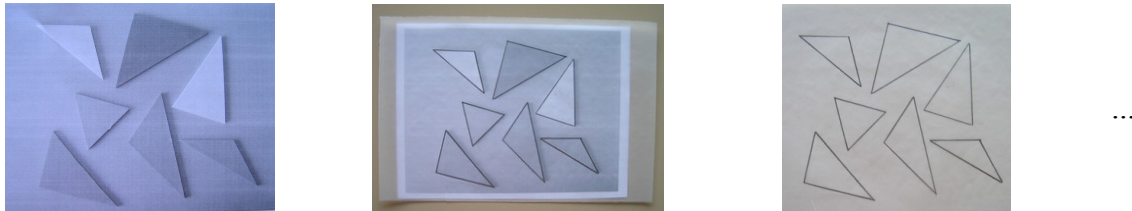
Exemples d'ostensifs pour l'étude des FORMES PLANES

Domaine d'exemples choisi : LES TRIANGLES

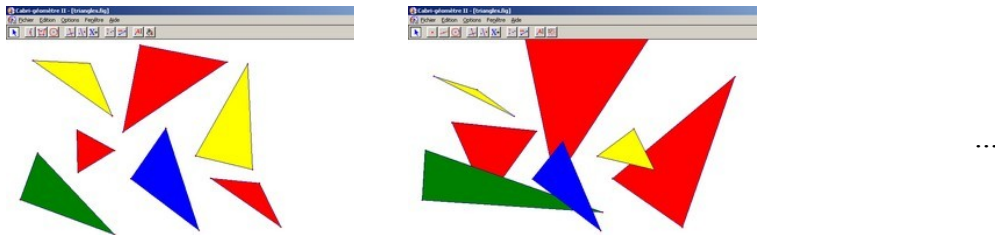
Répertoire spatial, exemples d'ostensifs :



Répertoires des images fixes, exemples d'ostensifs :



Répertoires des images dynamiques, exemples d'ostensifs :



Répertoire des expressions langagières, exemples d'ostensifs :

« triangles »



« triangles rectangle isocèle »

4. Annexe 4

Extrait de CONNE F. (2008) L'expérience comme signe didactique indiciel, *Recherches en didactique des mathématiques*, La pensée sauvage, Vol 28, n°2, pp219-264.

a) Un signe iconique prête à son objet son apparence - qualitative, caractéristique ou générique - comme ressemblance suggestive. Dans ce cas, le signe tient pour son objet en tant qu'il partage avec lui son apparence ou celle qu'on lui suppose. L'icône présente ainsi une possibilité d'être de son objet, elle est suggestive – sans suggérer pourtant quelque chose de précis. La relation d'une icône à son objet est une assimilation, le signe ne se distingue pas de son objet, dont on n'est même pas assuré qu'il existe. [...]

b) Un signe indiciel prête à son objet sa présence – ou une de ses occurrences – comme signal – un fait qui attire notre attention ou une simple intuition qui nous traverse l'esprit. Contrairement au signe iconique qui nous informe seulement d'une forme logiquement possible que pourrait avoir un objet dont on ne sait si il existe, le signe indiciel parce qu'il a été affecté par son objet nous en assure l'existence.

[...] L'indice et son objet sont dans une relation effective qui peut pourtant être complexe. Les signes indiciels sont essentiels aux processus d'interprétation, mais l'interprétation des indices est toujours une affaire délicate, parce que la relation qu'entretiennent les propriétés de l'indice et ceux de son objet peuvent être non seulement distendues mais fort abstraites. Certaines propriétés de l'indice sont reliées à l'objet, mais cela n'en fait pas pour autant des propriétés de l'objet lui-même.

c) Un signe symbolique prête à son objet sa logique comme conception – possible, informante ou significative. Un signe symbolique « veut dire quelque chose », il contraint l'esprit de l'interprète. Toutefois, cela ne détermine pas pour autant sa signification d'une manière univoque et définie une fois pour toute. Par conséquent, si le symbole « veut dire », il peut vouloir dire ceci à tel ou tel et cela à tel ou tel autre. [...] Un symbole n'est pas un signe qui attribue une qualité à un objet, ni un signe qui établit la correspondance entre un objet et quelque chose que ce dernier affecte, mais un signe qui saisit un objet dans un filet de significations. J'attire l'attention sur le fait qu'un symbole est un signe dont la relation à l'objet est sémiotique.»

« [...] Ainsi donc si l'expérience nous oriente, c'est qu'elle oriente les sémoses qui nous portent dans le dédale des relations mathématiques caractérisant ce domaine de connaissance les multiples modèles de la réalité qu'il nous offre. »

Extrait de la conclusion

1 Un signe indiciel atteste de l'existence de son objet. Telle est la première fonction didactique de l'expérience (niveau 2, factuel).

[...]

Mes analyses ont ainsi mis en évidence le lien étroit qui réunit procédure effective, solution et expérience. S'il est vrai qu'on n'enseigne jamais aux élèves que des savoirs qui existent déjà, il faut encore pouvoir leur en indiquer l'existence. Telle est la fonction des expériences qu'on leur donne à faire. Dans l'exemple n°1, le pliage proposé par Boule attestait que la propriété de la somme des angles avait une incidence sur ce dernier en le rendant parfaitement jointif. Le dessin du clown transperçant une feuille marquée de plis orthogonaux attestait la possibilité de produire à volonté des figures réversibles. La confection du patron de la boîte de l'exemple n° 3 indiquait la pertinence de l'idée de transformation isométrique dans la détermination des contours de son patron. Le découpage de la croix à l'exemple n° 4 attestait l'existence d'une quadrature de celle-ci.

Ainsi donc la question de savoir jusqu'où selon les circonstances il sera didactiquement pertinent de livrer aux élèves les réponses et solutions aux problèmes qu'on leur a posés, s'il est ou non souhaitable de leur enseigner des trucs qui les impressionneront par leur effet, ces questions interviennent toutes au même titre : choisir et contrôler les expériences effectives que l'on voudrait leur faire faire et leur ménager. On a souvent l'idée que l'expérience effective vaudrait surtout par ses démentis bruts, voire, sous une forme adoucie, ses surprises. Mais si on considère qu'au travers d'une expérience effective, et toujours particulière, la réalité nous indique ses réponses, cela ne fera aucune différence qu'elle nous oppose son démenti, nous renvoyant à un nouveau problème, ou qu'elle nous offre une solution de facilité. Là-dessus l'enseignant, ou quelques camarades pourront encore ajouter leur grain de sel. Lorsqu'on donne un problème à résoudre à des élèves, on leur demande de trouver le moyen de questionner la réalité pour leur indiquer la réponse. En tant que signe indiciel, la résolution se contente d'indication sur l'existence du savoir qui permet de déterminer la réponse cherchée. La valeur qui sera attribuée à la rétroaction du réel (ou, dit en termes de la théorie des situation, rétroaction du milieu) : démenti, ou

procédé opportun, etc., est relative à des interprétants et participe d'un renvoi symbolique et plus seulement indiciel du signe à son objet.

2 Expérience effective, expérience imaginée (niveau 1, possible).

Cela dit on ne saurait limiter l'expérience à ne fonctionner que sur un mode effectif. Non seulement une expérience étant toujours particulière et on ne s'en tiendra pas longtemps à la répéter à l'identique - c'est exactement ce que faisait remarquer Peirce et c'est aussi cela qui est en jeu dans l'exemple n°1-, mais encore on recherchera les expériences qui pourraient nous apporter de nouvelles informations, ce qui signifie que par l'imagination on explorera un possible. À l'expérience effective, dont on attend recevoir une sanction factuelle et qui est selon les termes peirciens un signe indiciel dicent, vient donc s'ajouter une autre modalité, l'expérience de pensée, imaginative, celle qui suggère des expériences à faire selon ce qu'on peut en escompter, et que dans les termes peirciens toujours, on nomme signe indiciel rhématique. C'est à ce niveau que l'on cherche en particulier des variantes, voir qu'on les organise en diagrammes selon les différentes valeurs que prendront telles ou telles variables, ou encore que l'on constituera la trame d'un plan d'expérience.

3 L'expérience comme creuset de relations (niveau 3, général).

Par l'expérience nous posons une question au réel, que nous le fassions en imagination ou effectivement. Ce dernier ne nous dit pas comment interpréter ses réponses, cela est laissé aux jeux ultérieurs de nos interprétants. L'expérience ne nous livre jamais non plus de réponse déliée, isolée mais seulement amalgamée à d'autres aspects des objets que nous étudions.

[...] Ainsi donc si l'expérience nous oriente, c'est qu'elle oriente les sémioses qui nous portent dans le dédale des relations mathématiques caractérisant ce domaine de connaissance les multiples modèles de la réalité qu'il nous offre.