



**HAL**  
open science

# Inégalités sociales et apprentissages en mathématiques : les énoncés des exercices seraient-ils eux-mêmes différenciateurs ?

Jessica Ayala, Eric Roditi

## ► To cite this version:

Jessica Ayala, Eric Roditi. Inégalités sociales et apprentissages en mathématiques : les énoncés des exercices seraient-ils eux-mêmes différenciateurs ?. *Recherches en Didactiques*, 2014, 17 (16), pp.45-64. halshs-01059375

**HAL Id: halshs-01059375**

**<https://shs.hal.science/halshs-01059375>**

Submitted on 19 Dec 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# INÉGALITÉS SOCIALES ET APPRENTISSAGES EN MATHÉMATIQUES : LES ÉNONCÉS DES EXERCICES SERAIENT-ILS EUX-MÊMES DIFFÉRENCIATEURS ?

Jessica Ayala, Éric Roditi  
Université Paris Descartes (Paris 5)  
Laboratoire EDA (Éducation Discours Apprentissages)

## INTRODUCTION

L'activité d'un élève qui cherche à résoudre un problème de mathématiques dépend de nombreux facteurs qui concernent à la fois cet élève, ce problème et le contexte scolaire dans lequel se déroule son activité. Pour l'analyser, les facteurs pris en compte varient selon les approches scientifiques. Les didacticiens appréhendent généralement l'activité d'un élève à l'aune des connaissances qu'elle devrait lui permettre d'acquérir, en fonction de l'enseignement offert et d'après des hypothèses portant sur l'apprentissage. Cela repose sur une étude préalable des contenus en jeu (des savoirs, des méthodes, etc.), des situations proposées, des connaissances supposées des élèves en fonction du contexte institutionnel, de l'hétérogénéité des acquis généralement constatés à ce niveau, des contrats didactiques envisageables *a priori*, etc. L'élève ne peut toutefois se réduire à un sujet apprenant influencé seulement par des facteurs épistémologiques de la construction des savoirs. Une approche psychologique

ou psychanalytique conduirait à prendre en compte certains de ses traits personnels, les analyses convoqueraient alors, suivant l'orientation des auteurs, des fonctions cognitives, des sentiments et des émotions, ou encore des processus psychiques inconscients. Une approche sociologique amènerait davantage à considérer l'élève pour ses appartenances socio-familiales et culturelles qui dessinent en partie sa place et ses attentes au sein de l'institution scolaire et de la classe.

La recherche présentée dans cet article s'inscrit dans la lignée des travaux menés pour mieux comprendre comment certains choix d'enseignement, en lien avec certaines dispositions des élèves, peuvent favoriser ou bien pénaliser ces derniers de façon différenciée selon leur milieu social d'origine. L'approche qui y est développée est centrée sur l'amont de la classe, plus précisément sur les exercices de mathématiques qui figurent dans les manuels scolaires et sur leurs effets potentiellement différenciateurs en fonction du rapport à l'école et aux savoirs des élèves. Notre perspective est donc didactique, mais elle convoque certains outils construits par des chercheurs ayant une approche sociologique de la différenciation scolaire.

La première partie développe notre hypothèse relationnelle entre rapport à l'école et aux savoirs, enseignement et apprentissage et la méthodologie mise en œuvre pour spécifier et interroger cette hypothèse dans le cas des énoncés d'exercices de mathématiques. La deuxième partie expose les analyses effectuées et les résultats obtenus quant à notre interrogation sur les potentiels effets différenciateurs des énoncés eux-mêmes. La troisième partie synthétise les apports de cette recherche, ses limites et ses perspectives, en lien avec une problématique plus générale concernant la recherche en didactique des mathématiques sur les apprentissages différenciels des élèves. Enfin, à la suite de ce travail, nous précisons ce qu'il sous-tend quant à la manière d'appréhender l'élève. En ce sens, cette étude participe ainsi pleinement à l'entreprise ouverte par l'équipe Théodile-CIREL (Daunay, Fluckiger, 2011) pour discuter comment les didactiques théorisent ce sujet enfant-élève-apprenant qu'elles constituent en objet de recherche pour ses investigations du système didactique.

## **RAPPORT AU SAVOIR, ENSEIGNEMENT ET APPRENTISSAGE : UNE HYPOTHÈSE RELATIONNELLE**

Les inégalités scolaires ont longtemps été observées par le biais de la répartition sociale des élèves entre les différentes filières et, plus récemment, par celui des inégalités d'apprentissage (Broccolichi, Sinthon, 2011). Malgré les tendances mises au jour statistiquement, la variabilité des résultats empêche de considérer l'origine sociale comme un *déterminant* de la réussite scolaire, au sens strict du terme. Des chercheurs ont alors enquêté sur les histoires des enfants et des adolescents pour comprendre ce qui s'y construit et qui pourrait expliquer ces inégalités d'apprentissage (Charlot, Bautier, Rochex, 1992). Par des études cliniques, certains auteurs

J. Ayala, É. Roditi \_\_\_\_\_ Inégalités sociales et apprentissage [...] ont également tenté d'analyser comment elles se génèrent durant les séances d'enseignement (Rochex, Crinon, 2011).

Notre étude qui porte sur les exercices figurant dans les manuels scolaires pose la question de leur possible effet différenciateur. En nous appuyant sur les travaux précédents, nous cherchons un tel effet en croisant le niveau des mathématiques en jeu et les contextes présents dans ces exercices, et en partant de l'hypothèse que ces contextes mobilisent différemment les élèves suivant leur origine socio-familiale.

## **Rapports à l'école et aux savoirs : une mise en regard avec les contextes des exercices de mathématiques et les instructions officielles**

Cette recherche trouve son origine dans les recherches qui ont contribué à mettre en relation les inégalités sociales et scolaires, et les met à profit pour interroger l'enseignement des mathématiques offert dans les manuels scolaires à travers les nombreux exercices qui y sont proposés, en fonction des instructions officielles et des programmes scolaires de mathématiques qui ont connu de véritables bouleversements au cours de la seconde moitié du 20<sup>e</sup> siècle.

### ***Rapports à l'école et aux savoirs et contextes des exercices de mathématiques***

Nous nous inspirons notamment des travaux de l'équipe ESCOL, menés depuis une vingtaine d'années, qui ont mis au jour des formes idéaltypiques de rapports à l'école et aux savoirs non indépendantes des origines socio-familiales des élèves (Charlot, Bautier, Rochex, 1992). Nous les décrivons brièvement en les désignant par une expression pour pouvoir nous y référer par la suite.

Le premier idéaltype, « aller à l'école obligatoire », rend compte du fait que certains élèves considèrent l'école comme un lieu d'activités imposées pour les enfants. L'école elle-même et ses exigences prennent sens de façon indépendante des savoirs. Des logiques de « passage » voire de « survie scolaire » se construisent alors comme si la scolarité était une course d'obstacles où le but était d'y rester (ne pas se faire renvoyer) et d'aller le plus loin possible. Le deuxième idéaltype, « obtenir un bon métier », catégorise le fait que de nombreux enfants attribuent à l'école une fonction de formation préprofessionnelle, comme si le fait d'y aller permettait d'avoir un métier, et même un bon métier si l'on y travaille bien. Les savoirs enseignés prennent alors un sens lorsqu'ils sont interprétables selon leur utilité pour la vie professionnelle. On étudie la biologie pour devenir médecin, la physique pour devenir mécanicien ou électricien, le français pour devenir écrivain, journaliste ou professeur de français... Le troisième idéaltype, « apprendre la vie », conduit à assimiler les savoirs scolaires à des moyens de comprendre des expériences vécues, la sienne comme celle d'un parent ou d'un ami. Le cours d'histoire sur l'Algérie française permet

de réaliser ce qu'ont vécu les grands-parents d'une camarade de classe ; les difficultés que rencontre un frère ou une cousine pour trouver un emploi sont éclairés par les enseignements d'économie. Le quatrième idéal-type, « apprendre des savoirs importants », recouvre le fait que des élèves considèrent les savoirs comme des objets construits par une activité intellectuelle, sur lesquels on peut porter des jugements de valeur, d'intérêt, de pertinence, de transférabilité, etc. On conçoit que dans un tel rapport aux savoirs, la trigonométrie puisse s'appréhender comme une mise en relation de la mesure des angles et de celle des longueurs ; on conçoit aussi qu'avec un rapport du type « obtenir un bon métier », la trigonométrie puisse rebuter ceux qui envisagent un avenir dans le droit ou le commerce international, et au contraire attirer ceux qui rêvent de devenir architecte ou astronome...

Comme l'ont montré les auteurs, non seulement ces rapports à l'école et aux savoirs ne sont pas indépendants des appartenances sociales des élèves, mais ils sont en outre corrélés à leur niveau de réussite scolaire. D'autres recherches ultérieures menées dans les classes, parfois avec des didacticiens, ont mis au jour des processus de différenciation scolaire liés à certaines pratiques d'enseignement et consécutives à ces différences de rapports à l'école et aux savoirs (Bautier, Goigoux, 2004).

Nos travaux prolongent les précédents : nous cherchons à savoir si les exercices de mathématiques proposés aux élèves, par les contextes évoqués dans les énoncés et la nature des tâches proposée en fonction de ces contextes, ne placeraient pas eux-mêmes d'emblée les élèves en situation d'apprendre des choses différentes suivant leur rapport à l'école et aux savoirs. Plus précisément, nous nous demandons d'une part si les exercices de mathématiques maintiennent plus ou moins fréquemment l'enfant-élève en tant qu'enfant à l'école en évoquant des contextes de jeux auxquels il joue pendant la récréation, d'achats de matériels, d'organisation de voyages scolaires, etc. et si, d'autre part, ils proposeraient alors des tâches mathématiquement très élémentaires seulement. Nous nous demandons de même si, par le choix des contextes et des tâches effectués par les auteurs des manuels, les exercices ne placeraient pas l'enfant-élève en tant que futur professionnel devant seulement appliquer des techniques, en tant que futur citoyen devant se confronter à des problèmes du monde actuel, ou encore en tant que scientifique étudiant des savoirs qu'il doit comprendre pour eux-mêmes et pour les techniques qu'ils justifient.

### ***Rapports à l'école et aux savoirs et instructions officielles***

Nous nous posons la question d'un lien éventuel entre la nature des tâches mathématiques et les contextes des exercices parce que, de la même façon que dans cette recherche nous considérons les élèves en fonction de leur rapport à l'école et aux savoirs, nous considérons également les auteurs des manuels comme des sujets sociaux, influencés par les missions que se donne l'institution scolaire et qu'elle traduit dans les instruc-

tions officielles et les programmes d'enseignement. Une étude diachronique des manuels scolaires, si des évolutions apparaissaient effectivement dans les programmes et que les auteurs les suivent, pourraient être un moyen d'apprécier la force de l'influence du contexte sur la nature des tâches mathématiques, par exemple si le fait que les exercices à contextes professionnels conduisent plutôt à des tâches d'applications de technique relève davantage d'une contrainte liée au contexte ou à un choix des auteurs.

La seconde moitié du 20<sup>e</sup> siècle a été marquée, en France, par des évolutions importantes qui ont orienté la politique éducative et l'ont confrontée à la question des différences sociales. Une étude diachronique sur cette période s'avère donc prometteuse. En nous appuyant sur les instructions officielles pour l'école primaire et la classe de sixième, sur le *Bulletin de l'APMEP* (revue de l'association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public) ainsi que sur les travaux de D'Enfert (2011) et de D'Enfert & Gispert (2010), nous constatons que durant cette période, les programmes d'enseignement des mathématiques de la fin de l'enseignement primaire et du début de l'enseignement secondaire ont subi plusieurs évolutions visant à instaurer une progressivité entre les deux cycles d'enseignement dont les objectifs sont longtemps restés différents suivant qu'il s'agissait de l'école du peuple ou de celle de la bourgeoisie.

Jusqu'aux années soixante, la scolarité obligatoire préparait ainsi plutôt les élèves à la vie active et les mathématiques leur permettaient d'acquérir des techniques de résolution de problèmes issus de la vie courante ou professionnelle. Durant les années soixante, comme en témoignent les numéros successifs du *Bulletin de l'APMEP*, la discussion sur l'enseignement des mathématiques et la nécessité de sa modernisation a été très riche. À la fin de cette décennie, l'égalité des chances constituait le défi à relever par le système scolaire, et la réforme de l'enseignement de « la mathématique moderne » en composait l'un des leviers. La scolarité obligatoire jusqu'à 16 ans, qui fut l'une des grandes orientations de la réforme Berthoin de 1959, devient effective en 1967 et l'examen d'entrée en sixième est supprimé afin de démocratiser l'accès à l'enseignement secondaire. Concernant l'enseignement des mathématiques, une profonde réforme, dite de « la mathématique moderne », est mise en place par une commission ministérielle qui fut active de 1967 à 1973 et présidée par Lichnerowicz. La réforme conduit à une modification profonde des contenus d'enseignement, avec pour objectif de développer à la fois, chez tous les élèves, les grandes fonctions de la pensée logique et les savoirs qui fondent les techniques. Les effets n'ont pas été à la hauteur des attentes, et d'importantes critiques émergent de différents milieux : professionnels, associatifs, économiques, industriels, etc. Les programmes scolaires sont révisés à peine quelques années plus tard lors de la réforme Haby de 1975 qui, dans le prolongement des réformes visant la démocratisation de l'enseignement secondaire, instaure le collège unique et supprime ainsi l'orientation des élèves à la fin de l'école primaire. Néanmoins, ces chan-

gements ne sont pas très profonds : ils concernent essentiellement les notions les plus structuralistes des mathématiques. Il faudra attendre le milieu des années 80 pour que la « contre-réforme » élimine des programmes tout ce qui caractérisait la mathématique moderne. Dans un contexte d'enseignement différencié, les mathématiques enseignées doivent alors contribuer à la formation du citoyen, être plus accessibles, utilisables dans d'autres disciplines scolaires, et permettre de résoudre des problèmes en relation avec le monde actuel. Depuis, malgré quelques évolutions, les programmes conservent globalement cette inspiration politique.

Finalement, cette mise en regard des idéaltypes de rapports à l'école et aux savoirs, des programmes scolaires et des contextes des énoncés des exercices de mathématiques, nous permet de préciser notre problématique et de développer déjà en partie notre méthodologie. Les énoncés proposés dans les manuels de mathématiques, plus ou moins fréquemment en fonction des programmes scolaires, évoquent-ils des contextes qui placent les élèves en situation d'enfant, de futur professionnel, de futur citoyen ou de scientifique, c'est-à-dire dans des situations susceptibles de renforcer respectivement les rapports à l'école et aux savoirs « *aller à l'école obligatoire* », « *obtenir un bon métier* », « *apprendre la vie* » et « *apprendre des savoirs importants* » ? En outre, les apprentissages qui découlent potentiellement de la résolution de ces exercices sont-ils véritablement indépendants des contextes évoqués dans les énoncés ? Ces questions nous ont conduits à une étude comparative et diachronique de manuels de mathématiques dans laquelle ont été croisés les contextes des exercices et les principaux apprentissages potentiels auxquels conduit leur résolution.

### **Les exercices sur la proportionnalité : des critères qui rendent compte des apprentissages consécutifs à leur résolution**

Définir des critères relatifs aux apprentissages mathématiques nécessite de fixer la notion sur laquelle ils portent. La proportionnalité a été choisie pour cette recherche parce que c'est une notion fondamentale de l'enseignement des mathématiques, qu'elle est enseignée à la fin de l'école élémentaire comme au début de l'enseignement secondaire durant toute la période qui nous intéresse, et que les exercices qui nécessitent de la mettre en œuvre peuvent aisément porter sur les quatre contextes envisagés. Pour que la perspective d'enseignement ne soit pas affectée par la question de l'orientation des élèves en fin d'école élémentaire, nous avons choisi d'analyser des manuels scolaires du début de l'enseignement secondaire, c'est-à-dire de la classe de 6<sup>e</sup> (élèves de 11 ans), nous avons ainsi évité de comparer des manuels adressés à des élèves pour lesquels les auteurs savaient qu'ils poursuivraient ou qu'ils ne poursuivraient pas d'études secondaires. Neuf manuels scolaires ont ainsi été étudiés qui ont été choisis pour la notoriété de leur éditeur. Il n'a pas été aussi facile que nous l'aurions souhaité de les répartir selon les périodes historiques décrites

précédemment car nous souhaitions éviter les manuels publiés en début de réforme afin d'avoir accès à une forme aussi stabilisée que possible des choix des auteurs de manuels. La difficulté rencontrée concerne essentiellement la réforme de la mathématique moderne, et cela pour deux raisons : d'une part parce que la durée de la stricte application de la réforme a été en définitive très courte ; et d'autre part parce que l'enseignement de la proportionnalité n'y apparaissait qu'à travers l'étude de certaines notions, comme celle de débit par exemple, ce qui ne pouvait manquer d'influencer les auteurs quant aux choix des contextes. Les programmes de 1977 n'ont pas modifié l'enseignement des mathématiques en classe de sixième autrement qu'en supprimant des contenus très spécifiques – ceux relatifs aux relations entre les éléments d'un ensemble – et en introduisant explicitement la notion de suite proportionnelle, nous avons donc choisi d'analyser trois manuels de 1977, et cela bien qu'ils aient été publiés au tout début de ce qui apparaîtra ultérieurement comme la « contre-réforme ». Pour la période d'avant la réforme, les trois manuels choisis datent des années soixante ; et pour la période d'après la réforme, nous avons choisis des manuels qui datent du début des quatre-vingt-dix c'est-à-dire plusieurs années après le changement de programme de 1985<sup>1</sup>.

Finalement, le choix des manuels nous conduit à distinguer l'enseignement de la proportionnalité en classe de 6<sup>e</sup> au cours de trois périodes définies par rapport à la réforme de la mathématique moderne, elles seront désignées dans la suite de ce texte comme les périodes pré-moderne, moderne et post-moderne. Au total, 495 énoncés d'exercices ont été analysés. Voici, illustrés par des exemples, les critères retenus pour l'analyse de leur énoncé.

Le premier critère est celui des contextes, ils sont distingués suivant des dénominations qui rappellent les quatre positions dans lesquelles les enfants-élèves sont projetés :

– *Enfant*. Exemples :

[E01] 4 cahiers coûtent 10 euros ? Combien coûtent 14 cahiers ?

[E02] Pendant ses vacances, Jean a fait 96 photos. Pour les ranger, il les met dans son album. En mettant 8 photos par page, combien de pages remplira-t-il avec ses photos ?

[E03] Dans la classe, il y a 25 élèves dont 22 savent nager. Quel est le pourcentage des élèves de la classe sachant nager ?

– *Professionnel*. Exemples :

[E04] Une couturière a confectionné 273 robes en 13 jours de travail. Combien de robes confectionne-t-elle par jour si elle travaille tous les jours au même rythme ?

---

<sup>1</sup> Mathématiques 6<sup>e</sup> : Belin (1960), Hachette (1960), Nathan (1965) ; Mathématiques 6<sup>e</sup> : Colin (1977), Istra (1977), Nathan (1977) ; Cinq sur Cinq 6<sup>e</sup> Hachette (1994), Pythagore 6<sup>e</sup> Hatier (1994), Transmath 6<sup>e</sup> Nathan (1994).

[E05] Un employé dont le salaire horaire est de 11,50 euros est augmenté de 4%. Quel est le montant de son augmentation ?

[E06] Un fabricant vend des chaussures à un marchand, il réalise un bénéfice de 25% sur le prix de fabrication, le marchand vend ces chaussures avec un bénéfice de 20%. Quel est le prix de fabrication d'une paire de chaussures vendue 135 euros ?

– *Citoyen*. Exemples :

[E07] M. Lemarchand roule sur autoroute à 120km/h pendant 2h. Les durées comprises entre 0 et 120 min sont-elles proportionnelles aux distances parcourues correspondantes ?

[E08] Le montant annuel de ma facture d'électricité est de 960 euros, celui de ma facture de gaz est de 134 euros. L'année suivante, le montant de ma facture d'électricité est de 1 104 euros et celui de ma facture de gaz est de 160,80 euros. Quelle est l'énergie qui a le plus augmenté ?

– *Scientifique*. Exemples :

[E09] Compléter ce tableau de proportionnalité :

12	16	4/7		
18			3,6	0,6

[E10] La masse de farine  $f$  produite à partir d'une masse de blé  $b$  s'obtient grâce à la formule suivante :  $f = 0,8 \times b$ . Quelle est la quantité de farine produite avec 5 tonnes de blé ?

[E11] À un crochet on a fixé un ressort et au bout de ce ressort un dispositif permettant d'accrocher des masses marquées. Lorsqu'il n'y a pas de masse, la longueur du ressort est 33mm. Avec une masse de 500g, le ressort a une longueur de 53mm. Quelle est la masse accrochée au ressort si sa longueur est de 45mm ?

Les autres critères portent sur les apprentissages potentiels auxquels conduit la résolution des exercices. Les recherches sur la proportionnalité (Hersant, 2005) invitent à distinguer différents types de tâches que nous classons selon quatre niveaux en fonction des procédures requises pour la résolution. Ces types de tâches sont définis ci-dessous où nous renvoyons, pour illustration, le lecteur aux exercices précédents en indiquant leur référence entre crochets.

Les tâches du premier niveau nécessitent seulement de reconnaître une situation de proportionnalité à partir de la connaissance des grandeurs en jeu dans une situation. Dans l'exercice [E07], par exemple, l'élève doit reconnaître qu'à vitesse constante, la durée du parcours et la distance parcourues sont proportionnelles.

Au deuxième niveau, les tâches demandent de déterminer une valeur dans un problème à quatre termes numériques, c'est-à-dire de calculer une quatrième proportionnelle [E01] ou [E11], une répartition [E02] ou un coefficient de proportionnalité [E04]. Ainsi, dans l'exercice [E01], l'élève doit calculer le prix de 14 cahiers sachant que 4 cahiers coûtent 10 euros.

La quatrième proportionnelle est le prix des 14 cahiers. Différentes méthodes permettent de la calculer : l'élève pourra calculer le prix d'un cahier (2,50 euros) et le multiplier par 14, calculer le prix de 2 cahiers (5 euros) et multiplier ce prix par 7, ou calculer le prix de 12 cahiers (30 euros) et ajouter le prix de 2 cahiers, etc. Dans l'exercice [E02] le calcul de la répartition des 96 photos sachant qu'on peut mettre 8 photos par page conduit à des raisonnements analogues : l'élève peut calculer qu'il range 80 photos en 10 pages, 16 photos en 2 pages donc 96 photos en 12 pages ou déterminer par une division qu'il y a 12 fois 8 photos dans 96 photos et que 12 pages seront donc nécessaires pour les ranger. De même encore, dans le problème [E04] si la couturière confectionne 273 robes en 13 jours, en travaillant au même rythme, elle en confectionne  $273 / 13$  en un seul jour de travail c'est-à-dire 21 robes.

Les tâches de niveau trois requièrent l'application directe d'un pourcentage [E05] ou d'une formule [E10] dans un problème à trois termes numériques où l'un d'entre eux représente implicitement une fonction. Ainsi, dans l'exercice [E05], l'employé est payé 11,50 euros de l'heure et voit son salaire augmenter de 4%. L'élève calculera l'augmentation de 4% en multipliant les 11,50 euros de salaire par 0,04 et trouvera le montant de 0,46 euro d'augmentation. De même, dans l'exercice [E10], La masse de farine produite à partir de 5 tonnes de blé se calcule en multipliant la masse de blé par 0,8 ce qui donne 4 tonnes de farine. Dans les deux cas, une fonction linéaire de coefficient respectif 0,04 et 0,8 est sous-jacente au calcul.

Les tâches du quatrième niveau demandent de répondre à des questions peu fréquentes ou de calculer des valeurs qui, dans les situations réelles, sont celles qui sont connues : comparer deux coefficients de proportionnalité [E08], déterminer un pourcentage [E03], inverser un pourcentage [E06] ou calculer un antécédent [E11]. Ainsi, par exemple, dans l'exercice [E06] il s'agit du délicat problème d'inversion d'un pourcentage. On sait que le prix de fabrication d'une paire de chaussures subit une première augmentation de 25% puis une seconde augmentation de 20% pour devenir le prix de vente. Le calcul du prix de fabrication d'une paire de chaussures vendue 135 euros est difficile, il demande de déterminer le coefficient multiplicatif permettant de passer directement du prix de fabrication au prix de vente ( $1,25 \times 1,20 = 1,5$ ) puis de diviser le prix de vente par ce coefficient ( $135 / 1,5 = 90$ ).

Trois autres critères ont été définis pour rendre compte des connaissances importantes à mobiliser dans les problèmes de proportionnalité. Deux portent sur la nature des nombres en jeu : nous avons distingué, d'une part, les nombres entiers [E04] ou non-entiers [E05] et, d'autre part, les nombres concrets (ils expriment la mesure d'une grandeur [E08]) ou abstraits (ils n'ont pas d'unité [E09]). Le troisième concerne les registres de représentation des données du problème ou des réponses demandées : le langage naturel [E01], les tableaux de valeurs [E09], les graphiques ou les dessins figuratifs. Ce critère distingue les exercices selon qu'ils peuvent (ou non) être lus et résolus dans le même registre de représentation. Les changements de registres, auxquels s'associent souvent des changements

de cadres, sont en effet reconnus comme étant des vecteurs d'apprentissages (Douady, 1986 ; Duval, 1995). Les méthodes d'utilisation de ces critères peuvent maintenant être décrites.

## **Dernières indications méthodologiques : des analyses croisées**

Les deux principales questions posées dans cette recherche conduisent à des analyses croisées des exercices selon les périodes, les manuels, les contextes et les critères relatifs aux apprentissages potentiels. Les techniques mises en œuvre sont exposées dans le détail à partir du cas du premier tableau croisé, nous exposons ici seulement les comparaisons qui seront effectuées.

La comparaison des manuels des trois périodes – pré-moderne, moderne et post-moderne – évalue l'impact des programmes scolaires sur la manière dont l'enfant est institué en tant qu'élève en classe de mathématiques, c'est-à-dire s'il est plutôt considéré en tant qu'enfant, futur professionnel, futur citoyen ou scientifique. L'étude des manuels d'une même période permet de mesurer l'éventuel impact institutionnel : une grande homogénéité des manuels pourra s'interpréter comme un impact important, alors qu'une grande hétérogénéité invitera plutôt à le relativiser.

L'analyse croisée des exercices permettra enfin de savoir s'ils conduisent à des apprentissages mathématiques équivalents indépendamment des contextes. Dans le cas contraire, il faudra envisager que les énoncés puissent bien, eux-mêmes, être vecteurs de différenciation scolaire.

## **INFLUENCE DES PROGRAMMES SCOLAIRES ET CONSÉQUENCES SUR LES APPRENTISSAGES**

L'étude débute donc par l'examen de l'effet éventuel des programmes scolaires sur les énoncés des exercices de proportionnalité proposés dans les manuels de la classe de 6<sup>e</sup> qui ont été étudiés, et plus précisément sur les contextes dans lesquels les problèmes sont posés. Elle se poursuit par une analyse du lien entre les contextes et les apprentissages potentiels.

### **Variation des contextes selon les périodes et les manuels scolaires**

Le tableau n°1 indique la répartition des 495 exercices selon les trois périodes et les quatre contextes. Comme annoncé précédemment, nous allons exposer la méthode mise en œuvre pour analyser ce tableau et qui sera également utilisée pour les suivants.

À chaque ligne du tableau n°1 correspond une période, et à chaque colonne correspond un contexte. Dans chaque case du tableau figurent deux valeurs : à gauche et en caractères droits sont présentés les effectifs empiriques c'est-à-dire ceux qui ont été déterminés par le codage des énoncés ;

à droite et en italiques figurent les effectifs théoriques arrondis auxquels on aboutirait en cas d'indépendance entre les périodes et les contextes des exercices, c'est-à-dire si les programmes n'avaient pas d'influence sur les auteurs des manuels scolaires et donc sur la manière dont l'enfant est institué en tant qu'élève, en mathématiques, pour l'enseignement de la proportionnalité en 6<sup>e</sup>.

**Tableau 1. Périodes et contextes des énoncés**

	Enfant		Pro.		Citoyen		Scientif.		Total
<b>Pré-mod.</b>	0	6	49	29	92	70	29	65	170
<b>Moderne</b>	0	4	17	23	45	54	68	49	130
<b>Post-mod.</b>	17	7	20	34	67	80	91	74	195
<b>Total</b>	17		86		204		188		495

Ainsi, par exemple, peut-on lire dans ce tableau les deux effectifs de la case concernant les exercices à contexte professionnel des manuels de la période pré-moderne, c'est-à-dire la case correspondant à la première ligne et à la deuxième colonne : 49 en caractères droits et 29 en italiques. Le nombre 49 est l'effectif empirique, c'est celui qu'a donné le codage des 170 exercices de la période pré-moderne. Le nombre 29 est l'effectif théorique, il correspond à un calcul effectué à partir des résultats obtenus pour l'ensemble des exercices : ayant codé 86 exercices à contexte professionnel (total de la deuxième colonne) sur l'ensemble des 495 exercices analysés, il y en aurait théoriquement 29 sur les 170 de la période pré-moderne si ces 86 exercices étaient répartis proportionnellement selon les périodes ( $29/170 \approx 86/495$ ). La comparaison de ces deux effectifs est très instructive : durant la période pré-moderne, les exercices à contextes professionnels sont plus fréquents qu'ils ne le seraient sans influence de la période sur les contextes (ils sont 49 sur 170 au lieu de 29 sur 170). Cette méthode d'analyse des tableaux croisés nous permet de déceler une corrélation éventuelle entre les périodes et les contextes, c'est-à-dire entre les programmes scolaires et les choix d'exercices effectués par les auteurs de manuels de mathématiques. Poursuivons donc l'analyse.

L'examen de la première colonne révèle que les exercices qui placent l'élève en tant qu'enfant sont caractéristiques de la période post-moderne, il n'y en avait pas avant. Dans la première ligne, les écarts entre effectifs empiriques et théoriques indiquent que, lors de la période pré-moderne, les contextes professionnel et citoyen sont sur-représentés au détriment du contexte scientifique. Ce constat étant cohérent avec les orientations de la politique scolaire, ce qui autorise l'hypothèse d'une influence institutionnelle sur les choix des auteurs des manuels. Pour la période moderne (deuxième ligne), c'est au contraire le contexte scientifique qui est sur-représenté au détriment des autres ; l'influence institutionnelle se manifeste donc encore. Pour la période post-moderne (troisième ligne), on remarque surtout une sur-représentation du contexte de l'enfance et une sous-représentation du contexte professionnel, ce qui est une fois de plus convergent avec une influence institutionnelle.

L'ensemble de ces interprétations reposent sur le constat d'écart entre les effectifs empiriques et les effectifs théoriques, mais ces écarts sont-ils suffisamment importants pour leur accorder une signification, comme nous venons de le faire, ou bien devraient-ils être considérés comme insignifiants et ne prêter à aucun commentaire de notre part ? La statistique inférentielle apporte une réponse précise à cette question. Sans exposer ici la théorie des tests, rappelons qu'un test d'indépendance produit une valeur de probabilité  $p$  qui, lorsqu'elle est inférieure à 1% ( $p < 0,01$ ), permet de déduire que les écarts entre les effectifs empiriques et les effectifs théoriques sont suffisamment importants pour que variables étudiées ne soient pas considérées comme indépendantes<sup>2</sup>. Dans le cas contraire où la probabilité est supérieure à 1% ( $p > 0,01$ ), on ne peut rejeter l'hypothèse d'indépendance des variables étudiées et l'on doit donc renoncer à conclure à l'effet d'une variable sur l'autre. En ce qui concerne le tableau précédent, un test d'indépendance a été effectué qui confirme l'existence d'un effet de la période sur les contextes des exercices (test du  $\chi^2$  de Pearson avec correction de Yates,  $p < 0,01$ ).

En complément de l'analyse du tableau n°1, nous nous sommes demandé si la répartition des contextes des exercices était analogue pour les auteurs des trois manuels d'une même période. Dans le cas contraire, l'influence de l'institution scolaire sur le choix des auteurs devrait être relativisée. Il se pourrait en effet que le choix de l'un des auteurs seulement puisse influencer les résultats obtenus pour l'ensemble des manuels. Nous avons donc, pour chaque période, construit un tableau sur le même modèle que le tableau n°1, mais qui croise, cette fois-ci, les manuels et les contextes des exercices. Le tableau n°2 concerne la période post-moderne.

**Tableau 2. Manuels et contextes des énoncés, période post-moderne**

	Enfant		Pro.		Citoyen		Scientif.		Total
<b>Manuel 1</b>	2	3	2	4	9	11	20	15	33
<b>Manuel 2</b>	10	7	14	8	21	27	33	36	78
<b>Manuel 3</b>	5	7	4	8	37	29	38	40	84
<b>Total</b>	17		20		67		91		195

Dans ce tableau comme dans ceux qui concernent les périodes pré-moderne et moderne, peu d'écarts apparaissent entre effectifs empiriques et théoriques. Cela signifie qu'aucun des manuels ne propose une répartition des exercices entre les quatre contextes qui soit sensiblement différente de la répartition moyenne observée sur l'ensemble des trois manuels. Un test statistique a été effectué qui atteste la faiblesse de ces écarts (test de Fisher,  $p > 0,01$ ). L'ensemble de ces résultats permettent d'attester d'un effet des politiques scolaires sur les programmes et sur les auteurs des manuels de mathématiques. Pendant ces trois périodes différemment

<sup>2</sup> Le seuil de 1% a été choisi car les effectifs sur lesquels portent les analyses sont assez importants relativement à l'utilisation des tests de statistique inférentielle. C'est un seuil assez strict. Lorsque les effectifs sont plus faibles, le seuil plus souple de 5% est fréquemment admis en sciences humaines et sociales.

marquées politiquement, la manière d'instituer l'enfant en tant qu'élève varie sensiblement. Les énoncés des exercices portant sur la proportionnalité projettent particulièrement les élèves comme futurs professionnels et futurs citoyens durant la période pré-moderne, comme scientifique durant la période moderne, et plutôt comme enfant ou scientifique durant la période post-moderne.

Il s'agit maintenant de compléter cette étude pour savoir, d'une part si les apprentissages auxquels peut conduire la résolution des exercices sont dépendants des contextes dans lesquels les problèmes sont posés, et d'autre part si cette éventuelle dépendance varie selon les périodes étudiées.

### Variation des apprentissages potentiels selon les contextes

Pour chacune des périodes pré-moderne, moderne et post-moderne, des croisements entre le contexte des énoncés d'une part, et le niveau des tâches, la nature des nombres en jeu (entiers ou non, abstraits ou non) et les changements éventuels de registre de représentation d'autre part. Rappelons brièvement que nous envisageons les niveaux des tâches et les autres critères comme des indicateurs de ce qui est « donné à apprendre » aux élèves à travers les exercices qui leur sont proposés, et que nous considérons qu'il y a une hiérarchie au sein de ces apprentissages potentiels : les tâches de niveau 4 requièrent les procédures les plus élaborées ; raisonner sur des nombres décimaux ou sur des fractions demande davantage que de raisonner seulement sur des nombres entiers, interpréter un tableau ou un graphique est plus exigeant que d'appliquer une méthode standard, etc.

#### *La relation contextes-apprentissages durant la période pré-moderne*

Le tableau n°3 indique la répartition des 170 énoncés des exercices de la période pré-moderne suivant le contexte et le niveau des tâches requises. Il a été construit sur le même modèle que les précédents ; la méthode d'analyse est analogue à celle qui a déjà été exposée.

**Tableau 3. Contextes et niveaux des tâches, période pré-moderne**

	Niveau 1		Niveau 2		Niveau 3		Niveau 4		Total
<b>Profession.</b>	0	0	18	13	25	20	7	17	50
<b>Citoyen</b>	2	2	16	23	33	37	40	29	91
<b>Scientifique</b>	2	2	9	7	10	11	8	9	29
<b>Total</b>	4		43		68		55		170

La ligne correspondant au contexte de l'enfance est absente puisque, comme nous l'avons précédemment constaté, aucun énoncé portant sur ce contexte ne figure dans les manuels de cette période. Les effectifs empiriques de la première colonne indiquent que durant la période pré-moderne, on ne demandait pratiquement jamais aux élèves de reconnaître une situation de proportionnalité. L'examen des différences entre les ef-

fectifs empiriques et théoriques révèle que les tâches de niveau 4 sont sur-représentées lorsque les contextes invitent les élèves à se projeter comme futur citoyen alors que ces tâches sont sous-représentées lorsque le contexte est professionnel. Ces écarts méritent d'être pris en compte : un test d'indépendance a été effectué qui permet de conclure à un effet significatif de la variable contexte sur la variable niveau de procédure (test de Fisher,  $p < 0,01$ ).

Le tableau suivant (tableau n°4) indique la répartition des 170 énoncés suivant le contexte et les trois autres indicateurs d'apprentissage : nombres entiers ou non, concrets ou non, changement de registres de représentation ou non.

**Tableau 4. Contextes et autres apprentissages, période pré-moderne<sup>3</sup>**

	Entiers / non		Concrets / non		Chgt reg / non		Total
<b>Profession.</b>	30/20	25/25	50/0	50/0	0/50	0/50	50
<b>Citoyen</b>	42/49	45/46	91/0	90/1	0/91	0/91	91
<b>Scientifique</b>	12/17	14/15	28/1	29/0	0/29	0/29	29
<b>Total</b>	84/86		169/1		0/170		170

On remarque que, durant la période pré-moderne, les nombres en jeu dans les exercices de proportionnalité sont toujours concrets et qu'aucun changement de registre n'est demandé. Une légère dysharmonie apparaît dans la première colonne : les énoncés à contexte professionnel portent davantage sur des nombres entiers. Cela pourrait être rajouté au bilan des constats antérieurs quant à l'effet négatif du contexte professionnel sur les apprentissages potentiels, mais l'analyse statistique ne l'autorise pas, les écarts n'étant pas suffisants (test de Fisher,  $p > 0,01$ ). C'est donc essentiellement au niveau des procédures requises qu'un effet des contextes sur les apprentissages potentiels est constaté durant la période pré-moderne.

### **La relation contextes-apprentissages durant la période moderne**

Un travail analogue a été mené pour la période moderne, il ne fait pas ressortir de variation significative des apprentissages potentiels en fonction des contextes. Ni quant aux procédures de résolution des problèmes (tableau n°5), si l'on excepte la sur-représentation des tâches de niveau 1 pour les énoncés à contextes scientifiques et qui n'affecte pas sensiblement les autres valeurs :

<sup>3</sup> **Indication de lecture** : à l'intersection de la première ligne et de la première double colonne, 30/20 signifie que parmi les énoncés à contexte professionnel, 30 portent sur des nombres entiers et 20 sur des nombres non entiers (effectifs empiriques), et 25/25 signifie qu'en l'absence d'effet du contexte sur la nature des nombres, on devrait en observer 25 portant sur des nombres entiers et 25 sur des nombres non entiers (effectifs théoriques).

**Tableau 5. Contextes et niveaux des tâches, période moderne**

	Niveau 1		Niveau 2		Niveau 3		Niveau 4		Total
<b>Profession.</b>	0	5	34	27	13	14	11	12	58
<b>Citoyen</b>	1	4	18	21	14	11	12	9	45
<b>Scientifique</b>	10	2	9	13	5	7	3	5	27
<b>Total</b>	11		61		32		26		130

Ni quant aux nombres et aux changements de registre (tableau n°6), excepté que les problèmes dont les contextes sont scientifiques portent davantage que les autres sur des nombres abstraits :

**Tableau 6. Contextes et autres apprentissages, période moderne**

	Entiers / non		Concrets / non		Chgt reg /non		Total
<b>Profession.</b>	11/6	9/8	17/0	12/5	1/16	1/16	17
<b>Citoyen</b>	27/18	24/21	45/0	32/13	2/43	1/44	45
<b>Scientifique</b>	31/37	36/32	31/37	49/19	1/67	2/66	68
<b>Total</b>	69/61		93/37		4/126		130

Autrement dit, durant la période moderne, le contexte de l'énoncé n'a pas d'influence sensible sur ce qui est donné à apprendre aux élèves.

### **La relation contextes-apprentissages durant la période post-moderne**

La relation entre contextes et apprentissages potentiels est loin d'être aussi neutre durant la période post-moderne. C'est ce que révèle le tableau n°7.

**Tableau 7. Contextes et niveaux des tâches, période post-moderne**

	Niveau 1		Niveau 2		Niveau 3		Niveau 4		Total
<b>Enfant</b>	1	4	12	5	3	7	1	1	17
<b>Profession.</b>	1	4	11	6	8	9	0	1	20
<b>Citoyen</b>	15	14	14	21	36	30	2	2	67
<b>Scientifique</b>	25	20	24	29	38	39	4	3	91
<b>Total</b>	42		61		85		7		195

On remarque en effet une sur-représentation des tâches de niveau 3 lorsque le contexte de l'exercice projette l'élève comme futur citoyen, alors que le niveau 2 est sur-représenté lorsque le contexte est celui de l'enfance ou du monde professionnel. Un test statistique a été effectué qui permet de conclure à un effet significatif du contexte sur le niveau de tâche (test du  $\chi^2$  de Pearson avec correction de Yates,  $p < 0,01$ ).

Les croisements présentés dans le tableau n°8 montrent en outre un effet du contexte sur les indicateurs d'apprentissage concernant les nombres. Le contexte scientifique conduit en effet à une sur-représentation des énoncés portant sur des nombres non-entiers et abstraits, alors que les nombres sont toujours concrets lorsque les élèves sont amenés à se projeter comme futur professionnels ou futur citoyens. Ces différences concernant la nature des nombres – entiers ou non, concrets ou abstraits – sont toutes les deux significatives (test de Fisher,  $p < 0,01$ ).

**Tableau 8. Contextes et autres apprentissages, période post-moderne**

	Entiers / non		Concrets / non		Chgt reg / non		Total
<b>Enfant</b>	13/4	11/6	15/2	13/4	5/12	3/14	17
<b>Profession.</b>	15/5	12/8	20/0	15/5	0/20	3/17	20
<b>Citoyen</b>	46/21	42/25	67/0	50/17	11/56	10/57	67
<b>Scientifique</b>	47/44	56/35	43/48	68/23	14/77	14/77	91
<b>Total</b>	121/74		145/50		30/165		195

Finalement, l'étude menée sur les exercices de la période post-moderne permet de conclure, pour ce qui concerne la proportionnalité en classe de 6<sup>e</sup>, à un effet différenciateur des énoncés des problèmes de mathématiques. Lorsque les contextes sont relatifs à la vie citoyenne ou au monde scientifique, les exercices offrent des opportunités d'apprendre globalement supérieures à celles qu'ils offrent lorsque les contextes portent sur l'enfance ou le monde professionnel.

## **PROGRAMMES ET EXERCICES DE MATHÉMATIQUES, QUELS EFFETS DIFFÉRENCIATEURS ? CONCLUSIONS ET RETOUR SUR LA NOTION D'ÉLÈVE**

Dans cette dernière partie, nous tirons le bilan des résultats sur les effets différenciateurs des programmes de mathématiques et des exercices portant sur la proportionnalité en classe de 6<sup>e</sup>, puis nous dégagons des perspectives quant à l'appréhension de l'élève qui sous-tend cette recherche.

### **Une influence des programmes sur les manuels et un effet différenciateur récent des exercices**

Les programmes d'enseignement des mathématiques instituent les enfants en tant qu'élèves en définissant les moyens qui devraient leur permettre d'acquérir les connaissances et les techniques nécessaires pour résoudre un ensemble de problèmes fixé. Une analyse comparative des énoncés d'exercices sur la proportionnalité proposés dans des manuels correspondant à trois périodes différentes (avant la réforme de la mathématique moderne, pendant cette réforme et après) de l'enseignement en France, fait apparaître une homogénéité des choix des auteurs des manuels scolaires au cours de chaque période. Ces choix se traduisent de la façon suivante : les problèmes rédigés par les auteurs sont issus des mêmes contextes au cours des trois périodes (contextes de l'enfance, des situations professionnelles, de la vie citoyenne et du monde scientifique), mais la répartition de ces contextes en revanche varie d'une période à l'autre. Pendant ces trois périodes différemment marquées politiquement, la manière d'instituer l'enfant en tant qu'élève varie sensiblement. Les énoncés de problèmes de proportionnalité évoquant des contextes professionnels et citoyens dominent durant la période pré-moderne, les con-

textes scientifiques sont prépondérants durant la période moderne alors que plus récemment, durant la période post-moderne, les auteurs privilégient plutôt les contextes de l'enfance ou du monde scientifique. À l'aune seulement du domaine très restreint qui a été celui de notre étude, nous interprétons ces résultats comme le témoignage d'une manière d'instituer l'enfant en tant qu'élève qui varie en fonction de la politique éducative.

Le fait que les enseignants, en utilisant les manuels scolaires en vigueur, soient amenés à proposer des problèmes tirés de contextes variés devrait *a priori* satisfaire tout didacticien des mathématiques. Mais il se trouve que l'élève, lorsqu'il construit ses connaissances, ne se réduit pas à un sujet apprenant soumis seulement à des facteurs épistémologiques et didactiques en lien avec les savoirs à acquérir. Des recherches en sociologie de l'éducation ont mis au jour des différences entre les élèves quant à leur manière, d'une part, de décoder la fonction de l'école et les attentes des enseignants à leur égard, et, d'autre part, d'appréhender ce que sont les savoirs et ce en quoi ils sont utiles. Elles ont abouti à la distinction de quatre idéaltypes de rapports à l'école et aux savoirs qui se retrouvent hiérarchisés du fait qu'ils apparaissent assez directement dépendants de l'appartenance socio-familiale, et plus fortement encore, corrélés à la qualité du parcours scolaire. Or, nous avons montré que ces quatre idéaltypes correspondent précisément aux différents contextes dans lesquels sont posés les problèmes de mathématiques, contextes qui se retrouvent par conséquent hiérarchisés eux aussi. Il est légitime alors de penser qu'à leur insu, faute de prendre compte spécifiquement ce phénomène en classe, en proposant des problèmes issus de contextes professionnels à leurs élèves, les enseignants risquent fort de renforcer une conception selon laquelle on va à l'école pour obtenir un bon métier, conception qui, justement, est partagée par les élèves dont les parcours scolaires sont les moins prestigieux... On retrouve ici la problématique de ces chercheurs qui tentent de mettre au jour des formes de malentendus à l'origine de la différenciation scolaire.

Dans cette recherche, nous avons poussé plus loin l'analyse en franchissant une étape supplémentaire : nous nous sommes demandés, et c'était là le cœur de notre problématique, si les occasions d'apprendre qu'offre la résolution d'exercices de mathématiques étaient indépendantes des contextes de ces exercices. L'étude a été réalisée sur l'enseignement de la proportionnalité en classe de 6<sup>e</sup>, elle porte sur près de cinq cents énoncés de problèmes extraits de manuels scolaires des trois périodes pré-moderne, moderne et post-moderne. Ces exercices ont été analysés en fonction de leur contexte d'une part, et des apprentissages potentiels auxquels ils conduisent d'autre part. Les analyses statistiques effectuées révèlent deux résultats. Le premier est que les contextes des énoncés ne contraignent pas directement les mathématiques qu'ils permettent d'apprendre ; l'étude montre en effet, d'une période à l'autre, une variation du lien entre contextes et apprentissages potentiels. Le second est que les énoncés proposés dans les manuels de la période post-moderne ne sont pas neutres : les contextes des problèmes se retrouvent une deu-

xième fois hiérarchisés, non seulement en fonction des rapports à l'école et aux savoirs auxquels ils correspondent, mais aussi en fonction des apprentissages potentiels auxquels conduit leur résolution. Et cette hiérarchie ne fait que soutenir la précédente : les énoncés dont le contexte est lié à l'enfance ou au monde professionnel donnent significativement moins d'occasions d'apprendre que ceux dont le contexte est lié à la vie citoyenne ou au monde scientifique.

L'ensemble de ces résultats conduit à une situation où, dans la période post-moderne, tout se passe comme si les élèves dont le rapport à l'école et aux savoirs se décrit selon l'idéaltype « obtenir un bon métier » et qui de ce fait s'investissent davantage dans la résolution des exercices à contexte professionnel, étaient, sauf travail spécifique de l'enseignant, d'une part amenés à renforcer ce rapport à l'école pénalisant, et d'autre part à bénéficier ainsi de moins d'occasions d'apprendre des mathématiques que ceux dont le rapport à l'école et aux savoirs correspond à l'idéaltype « apprendre la vie », qui s'investissent davantage dans les problèmes où les contextes leur demandent de se projeter comme futur citoyen et qui renforcent ainsi un rapport aux savoirs moins pénalisant. Bien qu'il faille encore le vérifier empiriquement, le processus différenciateur qui vient d'être décrit constitue un nouvel apport qui renforce les résultats sur la différenciation sociale des apprentissages scolaires.

De nouvelles perspectives d'exploration des processus de différenciation scolaire se dessinent ainsi, au cœur des activités des élèves, pour mettre à l'épreuve les croisements précédents entre les rapports à l'école et aux savoirs, les contextes des énoncés de problèmes mathématiques et les apprentissages qui résultent de leur résolution.

## **Enfant, élève, apprenant en didactique des mathématiques**

Avant de conclure, interrogeons-nous sur la prise en compte de l'enfant-élève-apprenant qui sous-tend cette recherche et sur son lien avec la manière dont l'élève est constitué comme objet en didactique des mathématiques.

Les chercheurs de cette discipline considèrent l'enfant en situation de sujet enseigné, et c'est ce sujet qu'ils qualifient d'élève. Ils se démarquent ainsi des chercheurs qui étudient les apprentissages indépendamment de l'enseignement, ce qui explique sans doute pourquoi ils utilisent peu l'expression de *sujet apprenant*. Concernant l'apprentissage, dans le sillage de l'épistémologie génétique piagétienne et des travaux de Vergnaud (1991), ils adoptent une position théorique de l'élève à la fois constructiviste et interactionniste. Chevallard (1992) fait évoluer la position en considérant aussi l'élève comme sujet de l'institution scolaire. Dans sa théorie anthropologique du didactique, il développe différentes formes de rapports à un objet de savoir dont les rapports personnels et les rapports institutionnels. Dans les travaux qui convoquent cette théorie, les sujets sont toujours considérés à l'aune des institutions auxquelles ils appartiennent,

la notion de rapport personnel reste par conséquent essentiellement théorique.

Ainsi, dans certaines recherches en didactique des mathématiques, l'élève peut être considéré au sens générique, et ne jamais être considéré comme un acteur ayant des finalités, des motifs et des motivations propres qui peuvent être sans lien avec les règles du jeu didactique. Même lorsque les recherches se fondent sur des observations, pour comprendre comment se construisent les apprentissages et les difficultés d'apprentissage, les didacticiens des mathématiques délimitent généralement leur étude comme si ces constructions n'excédaient pas le domaine de la salle de classe. Ils sont très peu nombreux à accorder dans leurs travaux une place aux dimensions sociales ou psychanalytiques des sujets (Blanchard-Laville, 1989). Pourtant, il avait été envisagé très tôt que l'élève ne cherche pas seulement à résoudre un problème, mais qu'il obéit aussi à ce qu'il pense être des obligations en classe de mathématiques. Brousseau (1986) a théorisé le fait que la situation qui est la sienne n'est pas seulement composée d'un problème (avec les savoirs mathématiques disponibles ou à construire pour le résoudre), mais bien à la fois d'un problème et d'un *contrat didactique* qui traduit les obligations réciproques réelles ou supposées de l'enseignant et des élèves. Sans doute, jusqu'à aujourd'hui, sans suffisamment prendre en compte les individus que sont les élèves, ce contrat est-il resté trop exclusivement lié au fonctionnement de la classe dans une situation de construction de connaissances relatives à un savoir mathématique défini.

Bien que dans cette recherche nous n'ayons étudié l'activité d'aucun élève réel, nous nous sommes appuyés sur des hypothèses issues de nombreuses observations et de nombreux entretiens qui montrent que, dans une classe, tous les élèves ne comprennent pas de la même manière l'école, les attentes des enseignants, les tâches à réaliser, les attitudes à adopter, les connaissances à construire, etc. Nous avons ainsi supposé que les activités mathématiques de chaque élève dépendent de son histoire personnelle, socio-familiale et scolaire, et en particulier du sens qu'il donne à son activité en classe, c'est-à-dire de son rapport à l'école et aux savoirs. Le positionnement théorique que nous avons adopté dans cette recherche conduit finalement à considérer l'apprenant comme un enfant, institué comme élève, et confronté à une situation d'enseignement-apprentissage. Cela devrait permettre d'appréhender à la fois des tendances générales de l'enseignement et des disparités correspondant à des situations particulières. Nous avons développé un cadre d'analyse des pratiques enseignantes (Roditi, 2013) qui aide à mieux comprendre les activités des professeurs, en tenant compte du fait qu'ils sont des individus en situation de travail et qu'ils répondent à des motifs très différents en assumant leur mission d'enseignement. De la même manière, le positionnement que nous adoptons ici au sujet des élèves ouvre de nouvelles perspectives de recherches en didactique des mathématiques. Les apprentissages et leurs difficultés pourraient être appréhendés, non seulement à l'aune des spécificités des savoirs à construire et des conditions propres à

la classe, mais aussi de caractéristiques individuelles des élèves, éventuellement dépendantes de leur histoire personnelle et familiale, ainsi qu'à des facteurs liés à leur appartenance sociale ou à leur insertion dans des réseaux relationnels.

Un tel choix théorique, pour les enseignants comme pour les élèves, aboutit, à notre sens, à un renforcement de la didactique des mathématiques et des didactiques en général, dans un dialogue interdisciplinaire en sciences de l'éducation.

## RÉFÉRENCES

- BAUTIER Élisabeth, GOIGOUX Roland (2004) Difficultés d'apprentissage, processus de secondarisation et pratiques enseignantes : une hypothèse relationnelle, *Revue française de pédagogie*, n°148, Lyon, INRP, 89-100.
- BLANCHARD-LAVILLE Claudine (1989) Questions à la didactique des mathématiques, *Revue française de pédagogie*, n°89, Lyon, INRP, 63-70.
- BROCCOLICHI Sylvain, SINTHON Rémi (2011) Comment s'articulent les inégalités d'acquisitions scolaires et d'orientation ? Relations ignorées et rectifications tardives, *Revue française de pédagogie*, n°175, Lyon, IFÉ, 15-38.
- BROUSSEAU Guy (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en didactique des mathématiques*, n°7.2, Grenoble, La Pensée Sauvage, 33-115.
- CHARLOT Bernard, BAUTIER Elisabeth, ROCHER Jean-Yves (1992) *École et savoir dans les banlieues... et ailleurs*, Paris, Armand Colin.
- CHEVALLARD Yves (1992) Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique, *Recherches en didactique des mathématiques*, n°12.1, Grenoble, La Pensée Sauvage, 73-112.
- D'ENFERT RENAUD (2011) Une réforme ambiguë : l'introduction des « mathématiques modernes » à l'école élémentaire (1960-1970), dans D'ENFERT Renaud & KAHN Pierre (dir.), *Le temps des réformes. Disciplines scolaires et politiques éducatives sous la Cinquième République : les années 1960*, Grenoble, Presses universitaires de Grenoble, pp. 53-73.
- D'ENFERT Renaud, GISPERT Hélène (2010) « L'enseignement mathématique dans le primaire et le secondaire » dans JACQUET-FRANCILLON François, D'ENFERT Renaud, LOEFFEL Laurence (dir.), *Une histoire de l'école. Anthologie de l'éducation et de l'enseignement en France, XVIIIe-XXe siècle*, Paris, Retz, pp. 333-342.
- DAUNAY Bertrand, FLUCKIGER Cédric (2011) Enfant-élève-apprenant : une problématique didactique, *Recherches en didactiques*, n°11, *Enfant, élèves, apprenant*, Villeneuve d'Asq, Presses universitaires du Septentrion, 7-15.
- DOUADY Régine (1986) Jeux de cadres et dialectique outil-objet, *Recherches en didactique des mathématiques*, n°7.2, Grenoble, La Pensée Sauvage, 5-31.

- J. Ayala, É. Roditi \_\_\_\_\_ Inégalités sociales et apprentissage [...]
- DUVAL Raymond (1995) *Sémiosis et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*, Berne, Peter Lang.
- HERSANT Magali (2005) La proportionnalité dans l'enseignement obligatoire en France, d'hier à aujourd'hui, *Repères-IREM*, n°59, Metz, Topiques éditions, 5-41.
- ROCHEX Jean-Yves, CRINON Jacques (dir.) (2011) *La construction des inégalités scolaires*, Rennes, PUR.
- RODITI ÉRIC (2013) Une orientation théorique pour l'analyse des pratiques enseignantes en didactique des mathématiques. *Recherches en didactiques*, 15, 39-60.
- VERGNAUD Gérard (1991) La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques*, n°10.2-3, Grenoble, La Pensée Sauvage, 133-170.