HAL
open science

Images mathématiques ou Vérité mathématique ?

Claude Lobry

To cite this version:

Claude Lobry. Images mathématiques ou Vérité mathématique ?. Séminaire IVI : Idée, Vérité, Image, Jan 2015, Nice, France. halshs-01167427

HAL Id: halshs-01167427

https://shs.hal.science/halshs-01167427v1

Submitted on 6 Jul 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License

Projet IVI. *Eidos, alêtheia, eidôlon* : Idée, Vérité, Image

Histoire et devenir contemporain des idées antiques d'idée et d'image. Histoire de leur relation à l'idée de vérité ; héritages et transformations dans la pensée contemporaine

Axe interdisciplinaire « Histoire des idées, des sciences et des arts »

Porteurs de projet : Elsa GRASSO & Arnaud ZUCKER

Laboratoires UNS concernés : CRHI & CEPAM/ MSHS-Sud Est (USR 3566)

Equipes : *Philia*, Espace de recherches et séminaires en Philosophie antique (CRHI). *MTI*, axe Production et transmission du savoir scientifique (CEPAM).

Séminaire IVI

Vendredi 16 janvier 2015

"Images mathématiques ou Vérité mathématique?"

Claude LOBRY

Pr. émérite, Université Nice Sophia Antipolis et membre de l'équipe commune INRA-Inria MODEMIC)

C. Lobry Inria / UNS
claude.lobry@inria.fr

«Images mathématiques ou Vérité mathématique»
Séminaire IVI : Idée Vérité Image (Nice, 16 janvier 2015)

Introduction

Ce titre est un peu mensonger. Il ne sera pas question de la Vérité mathématique (avec un grand “V”). J’avais pensé à un autre : *De quoi parle-t-on quand on parle de «Modèle Mathématique»* qui était un peu plus près de mon propos mais également mensonger. En effet il y a tant à dire sur ce sujet qu’il faudrait de très nombreux exposés pour l’épuiser et je ne vais parler que d’un tout petit aspect de la question. Finalement un titre qui aurait bien convenu est *Des mathématiques comme du roman*, mais ça n’aurait pas fait très sérieux.

J’ai dit que j’allais parler d’un tout petit aspect de la question de la modélisation. Petit mais méconnu et que je pense utile de mettre en lumière. En effet quand on parle de “modèle” ou, ce qui revient un peu au même, de “mathématisation” (autrefois on aurait dit “mise en équation") on insiste toujours sur le fait que “le modèle n’est pas la réalité”, qu’il n’est qu’une “image” etc… je n’insiste pas. Ce dont je vais parler n’a rien à voir avec un (n+1)-ième exposé de cette saine philosophie positiviste pour laquelle je renvoie aux auteurs compétents.

Toutes les disciplines scientifiques n’en sont pas au même état de développement. On peut pratiquer la modélisation mathématique dans le cadre de sciences bien établies ou dans le cadre de *la science qui se fait*. Dans l’espoir de me faire mieux comprendre, par contraste, je vais passer quelques temps à rappeler ce que l’on entend par modélisation dans les sciences de l’ingénieur, donc des sciences bien établies, et seulement ensuite je parlerai de la modélisation dans la construction de la *théorie écologique*, c’est à dire dans une science assez jeune.

Pourquoi la théorie écologique ? La mathématisation du monde ne va pas de soi et pose des questions éthiques. Par exemple, en économie, de nombreuses voix s’élèvent contre l’abus de l’usage ou contre le mauvais usage voire contre l’usage tout court des mathématiques. Comme on l’aura remarqué la discussion sur cette question est assez idéologique, les gens de gauche étant plutôt contre les mathématiques ceux de droite plutôt pour. Les mathématiciens ainsi accusés de cautionner les pires dérives du capitalisme neolibéral se réclament de leurs bonnes intentions. «Nous ne faisons que fabriquer des outils, ce n’est pas de notre faute s’ils sont

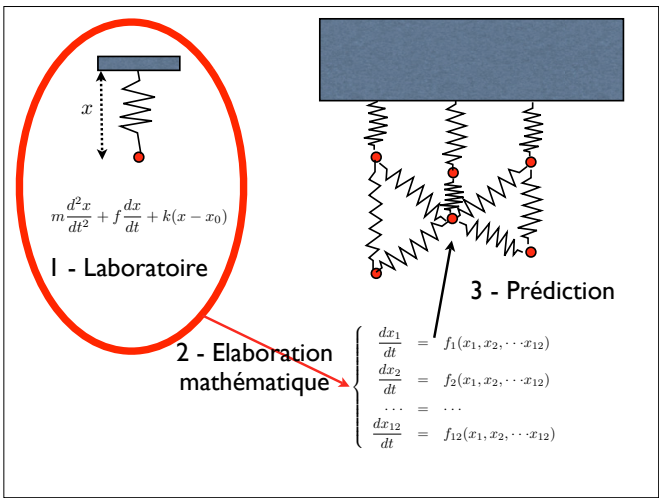

FIG. 1 – Du laboratoire à la réalité

mal utilisés» disent-ils, ce qui n'est pas une réponse beaucoup plus satisfaisante que celle du vendeur de Kalachnikov, « Je ne fais que vendre, ce n'est pas moi qui tire… ». En d'autres termes le champ de l'économie ne semble pas propice à une discussion philosophique sereine sur le rôle de la modélisation mathématique. Alors que l'écologie, écologie scientifique s'entend, semble plus éloignée des passions politiques. Elle vit douillettement dans son cadre neodarwinien qui semble satisfaire l'immense majorité sinon la totalité des chercheurs. Ce ne sera probablement plus le cas quand elle sera rattrapée par l'urgence des problèmes posés par un usage plus responsable de la planète. Raisons de plus pour profiter de la situation actuelle.

La théorie écologique donc, mais aussi et surtout parce que c'est un domaine que je connais un peu, ce qui n'est pas le cas de l'économie.

Les mathématiques et la modélisation dans l'art de l'ingénieur

Les ingénieurs sont certainement les plus gros consommateurs actuels de mathématiques. Voyons sur un exemple comment cela fonctionne. Sur la Fig. 1 on peut voir en haut à droite un dispositif constitué de 6 masses rouges reliées par des ressorts et suspendues au plafond. Imaginons que pour une raison quelconque

on désire prévoir comment vont vibrer ces ressorts en cas de déplacement du support[1]. On va procéder de la façon suivante :

1. Dans une première phase l'ingénieur analyse dans un laboratoire le mouvement d'une masse suspendue à un ressort et établit qu'il est parfaitement décrit par l'objet mathématique "équation différentielle" :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + f\frac{dx}{dt} + r(x - x_o) = 0$$

   dont les paramètres m, r et f dépendent de la masse et des caractéristiques du ressort.
2. Ensuite l'ingénieur "assemble " les équations ci-dessus en un système plus complexe de 16 équations dont il sait que la "résolution" permettra de répondre à la question (prédire le mouvement en cas de secousse).
3. Enfin l'ingénieur "résout" les équations.

En fait les choses ne se passent pas exactement ainsi. Les trois phases ci-dessus sont un petit résumé de plus de 4 siècles d'activité scientifique. La phase 1, la possibilité de faire tenir tout mouvement possible d'une masse suspendue à un ressort (ou d'un pendule) dans une petite équation mathématique correspond aux tout débuts de la mécanique classique avec Gallilée puis Newton et à la découverte de choses aussi peu intuitives que la vitesse instantannée qui trouve son expression mathématique dans la *dérivée* représentée symboliquement par $\frac{dx}{dt}$ (voir annexe 1). Bien entendu l'ingénieur moderne n'a plus à faire les expériences de la phase 1 qui relient le monde des ressort à celui des équations. Elles ont été faites maintes et maintes fois et les résultats consignés dans d'innombrables ouvrages. En revanche, pour chaque dispositif particulier l'ingénieur aura à "assembler" un nouveau système d'équations (c'est pour ça qu'on le paye) en respectant des règles qui elles sont bien établies, celles qui découlent des lois de la mécanique. Enfin, pour la "résolution des équations" on fera appel aux mathématiques ; dans ce cas précis on utilisera tout le savoir faire accumulé dans la "théorie des systèmes dynamiques", la branche des mathématiques qui s'occupe de ce genre de problèmes depuis Newton et qui est encore très vivante, surtout depuis qu'elle doit contrôler ce que font les ordinateurs.

C'est en gros toujours ce même schéma qui est reproduit et qui permet les exploits époustoufflants de la sonde spatiale Rosetta et la confiance qui nous fait accepter une chose aussi peu naturelle que monter dans un avion de transport. C'est

[1] Prédire les réactions d'un immeuble à un tremblement de terre est, en plus difficile, un problème du même type.

ce type d'activité que j'essaye de synthétiser sur la Fig. 8 que je commente rapidement dans l'annexe 2. Dans mon exemple le contrôle du modèle mathématique se fait dans le cadre de la physique qui est, par excellence la science mathématisée. Mais dans d'autres pratiques de modélisation de l'ingénieur d'autres "sciences de contrôle" peuvent intervenir. ainsi, la modélisation des ondes sismiques se fait-elle sous le contrôle de la physique ou de la géologie ? Dans la modélisation d'une raffinerie de pétrole on utilisera certainement des lois de la chimie. Dans la modélisation d'un bassin versant il sera certainement utile de faire intervenir des connaissances issues de la géologie et des sciences de la vie pour tenir compte des effets de la végétation. Mais alors le rôle de ces sciences sera plus d'apporter des connaissances au modèle que d'en contrôler les mathématiques. Cette subtilité du lien qu'entretiennent mathématiques et physique qu'on retrouve dans la modélisation mathématique n'est pas directement l'objet de ce que je veux exposer ici. D'ailleurs une bonne façon d'éviter cette discussion serait, comme le propose J-J Levy-Leblond dans [**?**], de dire que « (...) son rapport aux mathématiques constitue la détermination de la physique ». Ainsi, je pourrais dire que, dans les sciences de l'ingénieur, les mathématiques du modèle sont contrôlées par les lois de la physique (tout court) ou de la bio-physique, de la géo-physique etc....

Un exemple de modèle en écologie

Donc, dans les sciences de l'ingénieur, l'usage des mathématiques se fait sous le contrôle des sciences bien établies. En revanche, dans la science écologique qui est récente la notion de modèle mathématique pose question. Pour le montrer commentons la capture d'écrand de la Fig. 2 faite le 13 janvier 2015. Les mots clefs d'une recherche Google étaient "Mathematics ; Ecological Theory". De haut en bas et de gauche à droite on voit successivement :

1. Une image ouvrant l'article "Theoretical Ecology" de Wikipedia.
2. Deux images relatives à une manifestation scientifique.
3. Un vol d'oiseaux illustrant des questions de biologie comportementale.
4. Un schéma, des équations, des courbes mathématiques.
5. La photo de R. May qui fit une entrée fracassante dans le monde l'écologie théorique avec l'article " Simple mathematical models with very complicated dynamics " (Nature 1976) avant de devenir, entre autres, conseiller pour la science du gouvernement britanique.

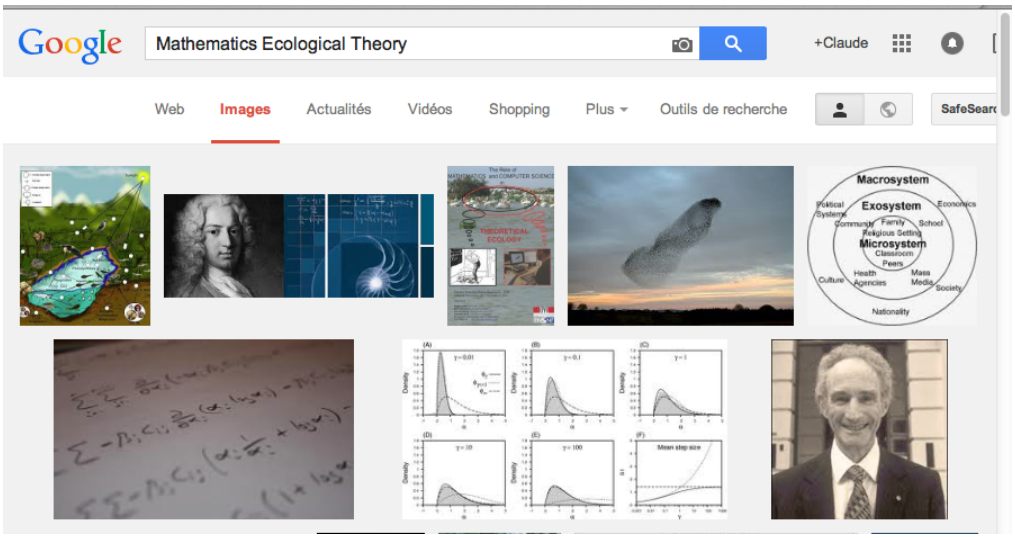

FIG. 2 – Capture d'écran le 13/01/15

L'article de Wikipedia est assez triomphaliste. Par exemple, la légende de l'image est «Mathematical models developed in theoretical ecology predict complex food webs are less stable than simple webs». Mais, de son côté, l'affiche du milieu (image 3.) annonce un "semestre Bernoulli" thématique ayant pour titre " The rôle of mathematics and computer sciences in theoretical ecology ". Le choix ironique d'une vignette du Savant Cosinus[2] montre que pour les organisateurs de ce semestre le rôle des mathématiques dans la théorie écologique n'est pas clair. Le fait que ce semestre scientifique auquel ont participé une centaine de chercheurs se tienne à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (Bernoulli center, image 2.) qui n'est pas connue pour être un repaire de gauchistes déviants montre bien qu'il s'agit d'une "vraie" question qui préoccupe la communauté scientifique "sérieuse". La discordance entre l'article de Wikipédia et la réalité de l'activité scientifique mériterait des commentaires mais qui me conduiraient trop loin de mon sujet.

Retenons simplement que les mathématiques interviennent incontestablement dans la théorie écologique et que la nature de cette intervention est l'objet de dis-

[2] Christophe est l'auteur en 1900 d'une bande dessinée intitulée "L'idée fixe du savant COSINUS" qui met en scène un mathématicien ayant tellement peu de sens pratique qu'il n'arrive pas en dépit de tous ses efforts à sortir de Paris. Christophe était un naturaliste professeur à la Sorbonne et on dit qu'il s'est inspiré de ses collègues illustres mathématiciens tels Hadamar et Painlevé.

cussions. Le dialogue qui suit essaye de donner l'esprit d'une partie importante des discussions qui ont eu lieu au cours du semestre Bernoulli que je viens d'évoquer.

Un dialogue qui aurait pu avoir lieu

Avant de présenter ce dialogue je dois rappeler quelques concepts élémentaires de l'écologie tels qu'ils sont enseignés dans les premières annnées universitaires des filières de sciences de la vie.

En écologie on appelle *peuplement* un très grand nombre d'individus, appartenant à différent groupes (espèces, groupes d'espèces etc...) qui interagissent entre eux. La *dynamique des peuplements* (ou des populations) cherche à expliquer et prédire l'évolution au cours du temps de la taille de ces groupes. Par exemple on pourra s'intéresser aux poissons de la mer Adriatique et aux relations entre les Sélaciens qui sont des *prédateurs* d'autres poissons qui sont leur *proies*[3]. On dit dans ce cas qu'on étudie la *relation proie-prédateur* ou *ressource-consommateur*. Le concept de *relation ressource-consommateur* est assez clair. Par exemple on dit que "la vache mange de l'herbe" : de la matière vivante (l'herbe) est transformée en une autre matière vivante (de la vache) ; la ressource n'est pas nécessairement vivante (les bactéries consomment de la cellulose).

Il existe un autre concept classique dans la théorie écologique : c'est celui de *relation de compétition*. Mais cette relation est beaucoup moins claire que celle de prédation. En effet prenons l'exemple suivant : certaines bactéries envoient dans le milieu naturel où elles se trouvent des enzymes destinées à fractionner des molécules de cellulose qui ne sont pas assimilables par les bactéries en des molécules plus petites, disons du glucose pour faire vite, qui sont assimilables. En tant que productrices d'enzymes les bactéries collaborent en ce sens que les enzymes qu'elles envoient serviront à casser les grosses molécules de cellulose en petites de glucose qui constituent un substrat à la disposition de toute la communauté ; mais, en tant que consommateurs du glucose les bactéries sont en compétition. Ainsi le concept de *compétition* est un concept discutable et discuté que certains voudraient voir abandonné. Les discussions à son sujet expliquent que le dialogue imaginaire que je vais exposer maintenant n'est pas totalement anecdotique[4].

[3] Umberto d'Ancona était un halieute italien et par ailleurs beau-fils de Vito Volterra un grand mathématicien. De leurs discussions sont issus des travaux qu'on associe généralement aux débuts de la mathématisation de l'écologie dans les années 1920.

[4] A l'idée de compétition est associée celle d'exclusion (le mauvais compétiteur est éliminé) et donc de sélection naturelle. Mais une discussion sérieuse sur ces questions nous entrainerait

Dans mon dialogue interviennent un théoricien de l'écologie que nous appellerons Théo (pour **théo**ricien) et un mathématicien que nous appellerons Umberto (pour une raison qui apparaîtra plus tard mais qu'on peut deviner dès maintenant).

– **Theo**

Soient deux populations - je pourrais aussi dire espèces, mais sans que "espèce" ait précisément le sens qu'il a en biologie, je veux simplement dire que mes individus dans chaque population partagent une caractéristique commune. Soient donc A et B deux populations dont on note $x(t)$ et $y(t)$ les tailles respectives à l'instant t. *Je dis que A et B sont en compétition dans un "environnement" E si toute augmentation de y diminue la vitesse de croissance de x et réciproquement.* et j'ajoute :
l'environnement E est favorable à B si la population B gagne la compétition,
c'est à dire B "élimine" A, ce qui veut dire qu'au cours du temps A finit par disparaître.

Un environnement n'est généralement pas fixe dans le temps. Par exemple, la saisonnalité peut être responsable d'une succession d'environnements E_1 puis E_2 puis E_1 puis E_2 puis etc... Si E_1 et E_2 sont tous deux favorables à B il n'y a pas de problème : B élimine A. En revanche si E_1 est favorable à A mais E_2 est favorable à B il y a problème et l'issue de la compétition est incertaine. Mais mais je reste certain que l'affirmation :

"une succession d'environnements favorable à B est favorable à B".

est vraie. C'est le bon sens même. Pourtant quelques collègues me contestent ce point.

– **Umberto**

Je ne connais rien à la réalité de l'écologie mais je peux te montrer qu'ils n'ont peut être pas tort.

– **Théo**

Je serais curieux de connaitre tes raisons qui sont probablement des raisons de mathématicien.

---

beaucoup trop loin.

– **Umberto**

Absolument. Mais avant il me faut, sans rentrer dans les détails techniques, préciser un peu plus ce que font les mathématiques en dynamique des populations.

J'ai déjà évoqué avec toi, lors d'une conversation précédente, à propos de la mécanique classique ces objets mathématiques qu'on appelle "équations différentielles". Pour que tu comprennes bien ce que j'ai à te dire il me faut préciser un peu ce que j'en disais alors. Tu as entendu tendu parler du poète Persan Omar Khayyam, du philosophe René Descartes et du mathématicien Alexandre Grothendieck qui vient de disparaitre ?

– **Theo**

Absolument, mais qu'ont-ils en commun ?

– **Umberto**

Ils ont en commun d'avoir joué un rôle décisisif dans ce qu'on appelle la Géométrie Algébrique. La géométrie Euclidienne était l'art dire des choses incontestables sur les figures que l'on peut tracer à l'aide de la "règle et du compas" ; les Grecs étaient aussi intéressés par les propriétés des nombres et se sont posé des questions sur la possibilité de résoudre des équations du type $a^n + b^n = c^n$ où a, b, c, et n sont des entiers et qui ont donné naissance à l'algèbre où l'on manipule des équations qui portent sur des nombres plus généraux que les entiers. On attribue à Omar Khayyam l'idée d'associer des *figures* (des dessins) et des *équations*, idée semble-t-il perdue puis retrouvée par Descartes. Ainsi en établissant un lien systématique entre une *paire de nombres* et un point du plan (ses *coordonnées*) nous avons apris à l'école à associer à la figure du cercle l'équation $x^2 + y^2 = r^2$ où, cette fois x, y et r sont des nombres dits réels (nombres qui s'écrivent avec un développement décimal).

– **Theo**

Et Alexandre Grothendieck, dont j'ai entendu parler dans les années 70-80 pour ses positions écologiques ultra radicales ?

– **Umberto**

Il est tout simplement considéré par les mathématiciens contemporains comme le plus grand continuateur des Grecs, de Khayyam et de Descartes. Mais son engagement citoyen me semble étranger à notre question. On peut dire que la géométrie algébrique ce sont les mathématiques de la forme fixe. L'ambition de la théorie des équations différentielles est différente. Elle est de rendre compte de ce qui évolue dans le temps. Quand une quantité change dans le temps on garde la trace de cette évolution en dessinant une "courbe", par exemple la "courbe de température" d'un malade, des chutes de pluie d'une station touristique ou de la bourse. Tu comprends ça ?

– **Theo**

Ne me fais pas plus stupide que je suis ! En écologie nous avons une quantité considérable de courbes de ce genre. Nous les appelons parfois des chroniques. Nous gardons la trace de l'évolution des populations sous la forme de courbes qui retracent leur abondance au cours du temps.

– **Umberto**

Et bien les "équations différentielles" sont des sortes machines mathématiques qui permettent de produire des courbes qui traduisent une évolution temporelle, des courbes que vous, théoriciens, pourriez interpréter comme des évolutions d'abondance. On a une très bonne idée de ce que font les "équations différentielles" si l'on pense à un programme d'ordinateur qui, chaque fois qu'on l'appelle trace une ou plusieurs courbes à l'écran. L'expression "équation différentielle" est un peu trompeuse, il n'y a rien à "résoudre" mais plutôt à "produire". Celà s'explique historiquement mais peu importe. Ainsi, du système différentiel ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \dfrac{dx}{dt} & = & x(1-2.0\,x-2.0\,y) \\ \dfrac{dy}{dt} & = & 2.5\;\;y(1-1.5\,x-1.5\,y) \end{array} \right. \tag{1}$$

nous retiendrons que c'est un objet mathématique qui "produit " des fonctions $x(t)$ et $y(t)$ dont on peut tracer le graphe (l'évolution) comme indiqué sur la Fig. 3.

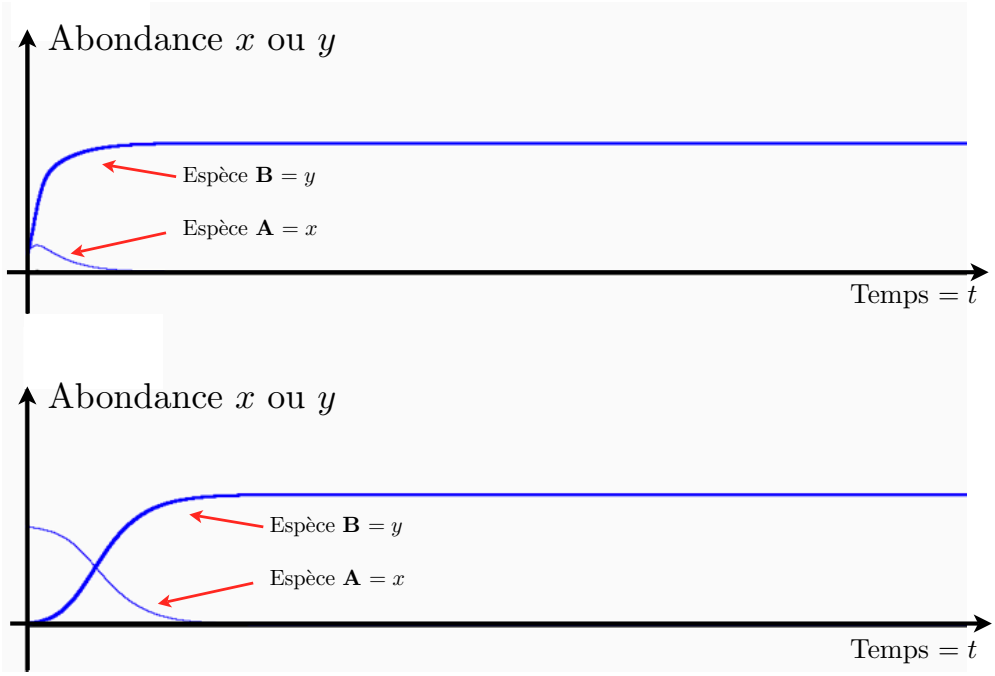

FIG. 3 – Competition dans l'environnement $\mathbf{E}_1$ modélisé par (1)

– **Theo**

Cher Umberto tu exagères décidément un peu trop mon incompétence. Il me semble bien me souvenir qu'au cours de ma licence de sciences de la vie un professeur de mathématiques plein de bonne volonté nous avait montré des équations de ce genre et nous avait expliqué dans quelles conditions elles étaient représentatives d'une relation de compétition. Je me souviens qu'à cette théorie étaient attachés les noms de Lotka et Volterra.

– **Umberto**

C'est très bien. Si tu as accepté l'idée que ce genre d'équations peut, dans une certaine mesure, représenter une relation de compétition, tu n'auras pas de mal à accepter mes arguments.

– **Theo**

Oui, je suis tout à fait ouvert à l'idée qu'une idéalité mathématique puisse être associée efficacement à la compréhension d'un phénomène naturel. Une abstraction mathématique peut, en simplifiant la complexité du réel, faire ressortir un trait essentiel qui autrement serait noyé dans un fatras de faits secondaires.

– **Umberto**

Parfait. Alors sur la Fig. 3- haut - nous voyons deux courbes, une en bleu gras l'autre en bleu fin ; l'axe horizontal est sensé représenter le temps, l'axe vertical la valeur de x et y qui représentent l'abondance à l'instant t des espèces A et B. On voit que x qui avait la même valeur que y au temps 0 décroît et disparait alors que y croît jusqu'à une certaine valeur pour ne plus en bouger. De même sur la Fig. 3- bas - bien qu'au temps 0 la valeur de y soit très petite et la valeur de x importante, au bout d'un certain temps c'est toujours y qui se rapproche d'une valeur non nulle alors que x finit par sembler très petit, voire nul.

– **Theo**

Si tes équations produisent bien ces courbes, ce que je crois volontiers car j'ai confiance en toi, je suis tout à fait prêt à accepter que le système d'équations différentielles (1) est un *modèle* de la situation d'un *environnement favorable à l'espèce B*. Je vois dans les équations différentielles (1)

1. Une construction mathématique susceptible d'être légitimement associée à l'évolution de la taille de deux populations en compétition.
2. Une instantiation de cette construction (i.e. le choix des paramètres, des nombres qui apparaissent) qui représente bien le fait que l'environnement est favorable à B.

Comme je t'ai déjà dit le point 1) m'a été enseigné en licence. Pour le point 2), une fois accepté que x et y sont les abondances de deux populations en compétition, je vois bien que B élimine A. Je pourrais te demander « qu'est-ce qui me prouve que, quelles que soient les conditions initiales de la simulation, on aurra toujours le même résultat ? » mais je sais d'expérience que tu me répondrais probablement que ce fait peut se "démontrer mathématiquement" ; si tu me le dis je te fais confiance, même si je ne peux pas m'en convaincre moi même.

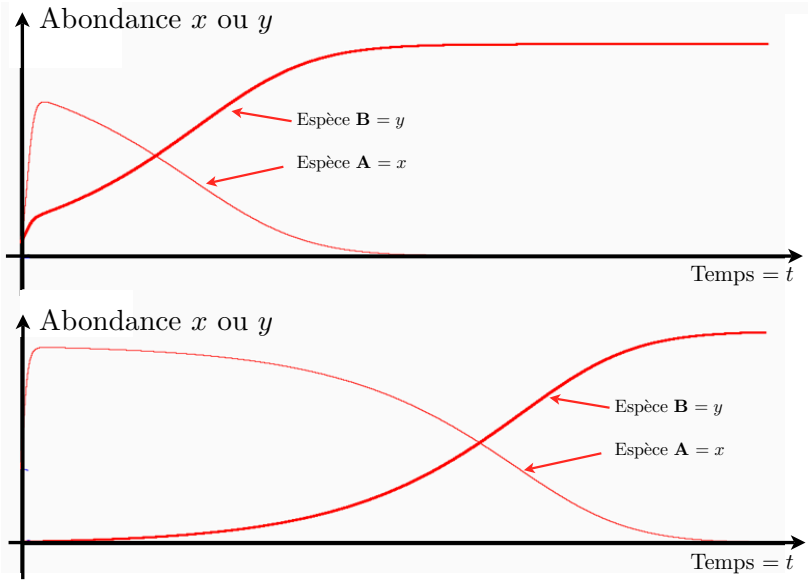

FIG. 4 – Competition dans l'environnement $\mathbf{E}_2$ modélisée par (2)

– **Umberto**

C'est exact. Il n'est pas difficile de démontrer, au sens mathématique du terme, que l'élimination de A a toujours lieu et ne dépend pas des abondances relatives initiales. Je te propose maintenant une autre instantiation du modèle de Lotka-Volterra, donc un autre un autre environnement E_2 où c'est toujours B qui gane la compétition puisque sur les courbes de la Fig. 4 c'est toujours x qui tend vers 0.

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \dfrac{dx}{dt} & = & 2.5\ x(1-0.75\,x-0.75\,y) \\ \dfrac{dy}{dt} & = & y(1-0.70\,x-0.70\,y) \end{array} \right. \tag{2}$$

– **Theo**

Il n'y a aucun doute. Tu m'as donc proposé deux modèles de deux environnements distincts qui sont tous deux favorables à B.

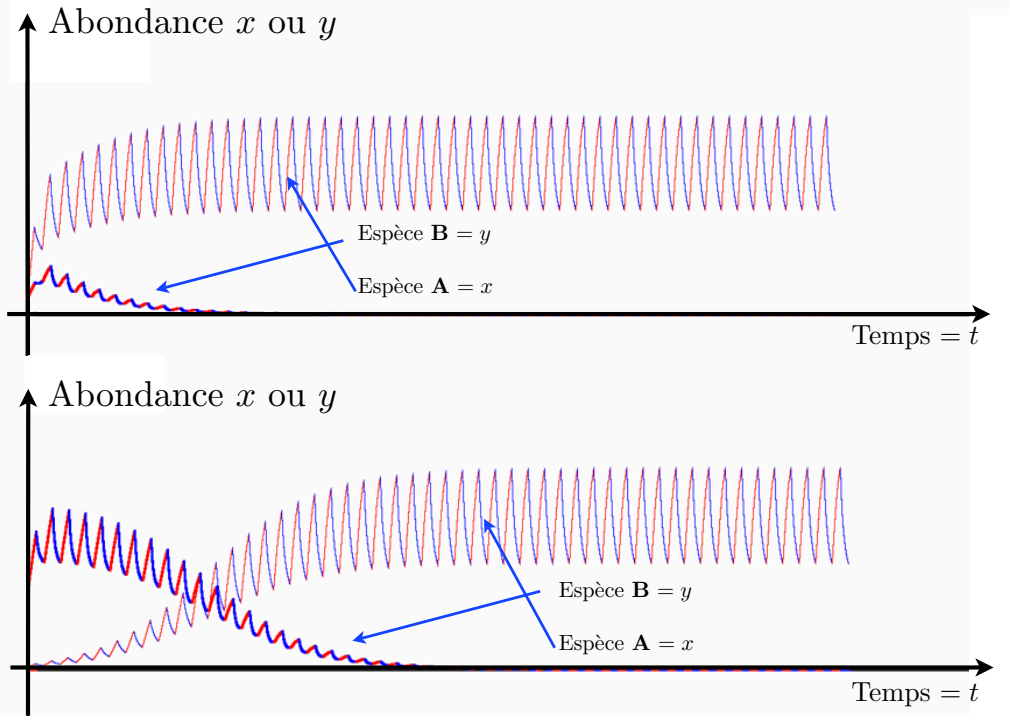

FIG. 5 – Competition dans une succession d'environnements $\mathbf{E}_1$ and $\mathbf{E}_2$ modélisés par (1) et (2)

– **Umberto**

Alors voyons maintenant ce qui se passe si nous faisons agir successivement les deux environnements. Examinons maintenant la Fig. 5. Elle a été produite en faisant agir les *modèles* (1) et (2) pendant des durées de temps de une unité (peu importe l'unité) pendant 100 unités de temps, donc 100 alternances des environnements 1 et 2. Le code couleur précédent a été maintenu : les parties bleues correspondent à E_1 les rouges à E_2. Nous observons que la population B (la courbe en trait gras) disparait au profit de la population A [5].

Donc une succession d'environnements favorables à B s'est révélée être favorable à A

[5] On observe également une oscillation dans la taille des populations, mais ce n'est pas le point essentiel.

ce qui t'oblige à revoir ton affirmation.

– **Theo**

Le résultat de cette simulation est à première vue paradoxal. Il y a donc quelque chose qui cloche dans mon affirmation car je ne peux mettre en doute le résultat de ta simulation.

– **Umberto**

Là tu as peut être tort. Il faut toujours être prudent dans l'interprétation des simulations. Certains phénomènes peuvent être de purs artefacts liée à la façon dont le programme est implémenté et dont la machine l'exécute. Les simulations numériques produites par des ordinateurs n'ont de valeur que lorsqu'elles sont encadrées par une solide théorie mathématique. Mais c'est le cas ici. Tu peux avoir confiance.

– **Theo**

Essayons de trouver ce qui cloche. Peut être ais-je accepté trop vite de considérer que tes deux modèles étaient des modèles d'environnement favorables à B. Sur la Fig. 4 il est flagrant que l'abondance x de l'espèce A, avant de tendre vers 0, *commence par croître* beaucoup plus vite que l'abondance de B. Tu ne peux pas dire qu'alors l'environnement est favorable à B.

– **Umberto**

Ah, pardon ! C'est toi qui m'a dit que favorable à B voulait dire « B gagne la compétition ». C'est bien le cas, non !

– **Theo**

Non, tu as une vision trop stricte de "favorable".

– **Umberto**

Ça ce n'est pas mon problème, mon travail est de proposer des interprétations *non ambigües* de ce que tu dis. Libre à toi de prendre ou pas, mais tu avais accepté

mon modèle.

– **Theo**

O.K., tu as raison, il faut que je réfléchisse à ce que je veux dire par "favorable" voire même par "compétition".

Avant de passer à la suite il me faut préciser que le personnage de Théo, pour les besoins de mon exposé, est mathématiquement trop naïf. Un vrai théoricien de l'écologie est beaucoup plus compétent en mathématiques mais cet exemple, quoique très simple, est tout à fait représentatif d'un certain usage des mathématiques en écologie théorique.

Le roman mathématique

Les citations suivantes sont extraites de l'*Apostille au Nom de la Rose* de Umberto Eco.

> Je pense que pour raconter, il faut avant tout se construire un monde, le plus meublé possible, jusque dans les plus petits détails .(...)
>
> Il faut se créer des contraintes pour pouvoir inventer en toute liberté. En poésie (...). Pour la narrativité, la contrainte est donnée par le monde sous-jacent. Et cela n'a rien à voir avec le réalisme (même si cela explique jusqu'au réalisme). On peut construire un monde totalement irréel, où les ânes volent et où les princesses sont ressuscitées par un baiser : mais il faut que ce monde, purement possible et irréaliste, existe selon des structures définies au départ (il faut savoir si c'est un monde où une princesse peut être ressuscitée uniquement par le baiser d'un prince, ou encore par celui d'une sorcière, si le baiser d'une princesse retransforme en princes les seuls crapauds ou bien aussi, mettons, les tatous).(...)
>
> Quand j'ai mis Jorge dans la bibliothèque, je ne savais pas encore que c'était lui l'assassin. Il a pour ainsi dire tout fait tout seul. Et qu'on n'aille pas penser qu'il s'agit là d'une position « idéaliste » — les personnages ont une vie propre et l'auteur, presque en transes, les fait agir en fonction de ce qu'ils lui suggèrent : ce sont des sottises, tout

> juste bonnes pour un sujet de dissertation au baccalauréat. Non. La vérité est que les personnages sont contraints d'agir selon les lois du monde où ils vivent et que le narrateur est prisonnier de ses prémisses.

Décortiquons mon dialogue à la lumière de ces citations.

Au départ Théo s'interroge sur la compétition. Théo pense avoir une vision claire de ce que sont les concepts de "population", de "gagner une compétition" et "d'environnement". Il en déduit le concept "d'environnement favorable" et formule son affirmation :

> *"une succession d'environnements favorables à B est favorable à B".*

Intervient Umberto, qui va écrire un "roman mathématique". En effet, il va poser les bases d'un monde virtuel, dont personne n'affirme qu'il ait une ressemblance quelconque avec un ecosystème particulier si ce n'est que Théo accepte de reconnaitre que ce monde virtuel a quelque rapport avec son discours (qui lui porte sur le monde réel).

- Dans les équations (1) et (2) il reconnait dans les variables x et y des quantités qui pourraient bien être les abondances de deux populations A et B
- Dans les deux figures Fig. 3 et Fig. 4 il accepte de voir que B "gagne la compétition".

Ces deux équations constituent la base du monde virtuel, de la fiction, qu'Umberto va faire "fonctionner". Il va *déduire* de (1) et (2) une conséquence qui s'impose : dans une certaine susccession c'est la population A qui remporte la compétition. Donc dans le monde virtuel de Umberto une succession d'environnements favorables n'est pas nécesssairement favorable. Reprenons ce que disait Eco du roman :

- (. . .) Pour la narrativité, la contrainte est donnée par le monde sous- jacent. (. . .). On peut construire un monde totalement irréel, où les ânes volent et où les princesses sont ressuscitées par un baiser : mais il faut que ce monde, purement possible et irréaliste, existe selon des structures définies au départ (il faut savoir si c'est un monde où une princesse peut être ressuscitée uniquement par le baiser d'un prince, ou encore par celui d'une sorcière, si le baiser d'une princesse retransforme en princes les seuls crapauds ou bien aussi, mettons, les tatous).

Pour Umberto ce sont donc les deux équations (1) et (2)) qui fixent le monde sous-jacent. Comme dans un roman ce monde n'a pas besoin d'être réel et les équations ne représentent pas un écosystème concret

- Quand j'ai mis Jorge dans la bibliothèque, je ne savais pas encore que c'était lui l'assassin. Il a pour ainsi dire tout fait tout seul.. Et qu'on n'aille pas

penser qu'il s'agit là d'une position « idéaliste » (...). Non. La vérité est que les personnages sont contraints d'agir selon les lois du monde où ils vivent et que le narrateur est prisonnier de ses prémisses.

A partir du moment où Umberto a fixé ses deux équations, donc son monde sous-jacent, il n'est plus totalement libre et les déductions mathématiques vont s'imposer à lui. Certes Umberto a décidé de porter son regard sur ce qui se passerait dans le cas d'une succession d'environnements mais cette décision prise il n'a plus le choix de ce qui va se passer, il est prisonnier de ses prémisses.

De même que le roman n'a pas la prétention de décrire le monde tel qu'il est mais d'alimenter notre réflexion sur lui, le modèle de Umberto n'est pas une image fidèle du monde mais une fiction qui a apporté sa petite pierre à sa théorisation. Elle a montré que le discours sur le monde porté par Théo était incohérent. Je dirai donc que *Le monde (mathématique) de Umberto est un"modèle" du discours porté sur le monde écologique par Théo.*

Mais pourquoi Théo a-t-il accepté aussi facilement que son discours soit considéré comme incohérent ? Après tout le lecteur d'un roman n'est pas forcément d'accord avec ce que le narrateur fait faire à son héros. N'a-t-on pas repoché au Guillaume du Nom de la Rose d'être resté bien froid devant le sort réservé à la pauvre paysanne qu'avait aimé Adso ? Eco s'en est défendu... Le lecteur d'un roman qui a accepté le monde sous-jacent de l'auteur n'accepte pas forcément ses déductions. Mais il se trouve que le roman que Umberto nous propose est écrit dans la langue mathématique et que *dans le monde de la science rien n'est considéré comme plus solide qu'une déduction mathématique*.

En mathématiques, s'il peut y avoir des doutes sur la "vérité" d'un énoncé, quel que soit le sens que l'on donne au mot "vérité", puisque la démonstration de cet énoncé dépend des axiomes choisis (du monde sous-jacent), il n'y a en revanche *"jamais" de doute sur ce qu'est une démonstration correcte* [6]. Dans le monde savant jamais on ne contestera une démonstration mathématique. On peut se demander ce qui donne cette force de conviction aux preuves mathématiques. C'est grand mystère et un vaste sujet que je n'aborderai pas. Constatons simplement que c'est un fait et revenons aux mathématiques comme roman dans la science écologique.

Rien ne nous empêche d'écrire une suite au roman de Umberto. Toujours dans le même monde sous-jacent on peut s'amuser à développer d'autres consé-

[6] Bien sur jamais est entre guillemets. L'accord sur ce qu'est une démonstration mathématiquement rigoureuse est provisoire et toujours remis en question. Mais les désaccords ne concernent que des régions très périphériques, philosophiques diraient certains, et l'évolution est très lente.

quences que celle que j'ai décrite. Quelques dizaines de spécialistes des équations de Lotka-Volterra s'appliquent à le faire dans le monde. Travaillent-ils bien comme Théo et Umberto ? En fait, pour les besoins de la démonstration de ma thèse j'ai simplifié à l'extrème le roman mathématique de Umberto mais dans un vrai travail de recherche, sans être forcément très sophistiqué mathématiquement, le roman mathématique a une certaine ampleur qui le rend un peu obscur à Théo. Ils sont donc obligés de dialoguer longuement, sans trop se comprendre et parfois avec pugnacité avant qu'un petit progrès théorique se produise. De plus on commence à voir des théoriciens qui maitrisent suffisamment les mathématiques pour pouvoir se passer de Umberto et écrire eux même leurs romans mathématiques.

Je ne voudrai pas donner l'impression que je crois que cette façon de faire du roman n'est qu'une maladie de jeunesse des sciences nouvelles et que dans les sciences adultes tout rentre dans l'ordre. Dans le petit essai [3] qui m'a beaucoup influencé, J. Harthong (voir annexe 3) explique comment, selon lui, dans les sciences s'opposent, ou plutot dialoguent, *l'objectivité* et le *sens*, *l'objectivité* étant le discours qui colle aux faits observés, aux phénomènes et permet de les prédire en partie *mais qui n'explique rien*, le *sens* étant l'explication que nous donnons aux phénomènes, l'existence du sens passant par la création d'une *ontologie* comme, par exemple, voir un gaz comme des petites billes très dures qui se choquent entre elles ou, comme dans l'exemple bien connu de equations de Maxwell, voir un champ electromagnétique comme un réseau des ressorts reliés entre eux et obéissant à la mécanique classique. Il me semble que cette fabrication de romans que nous observons actuellement dans la théorie écologique participe de cette volonté de création d'une "ontologie".

Image ou simulacre, métaphore ou singerie ?

En écologie théorique on utilise des "modèles", on pratique la "modélisation". Cette dernière expression recouvre des activités très différentes. Parfois il s'agit clairement d'une activité du même type que celle que j'ai décrite à propos de modèles de ressorts dans les sciences de l'ingénieur et d'autres fois on retrouve l'activité romanesque de Umberto. La plupart du temps il s'agit d'un mélange de ces deux activités où les théoriciens arrivent plus ou moins à se retrouver. C'est pourquoi il n'est pas inutile de bien clarifier le rôle de Umberto dans son travail avec Théo. Pour commencer comment allons nous le qualifier ?

Platon aurait-il dit qu'il s'agit d'une image, ou d'un simulacre ? Je laisse aux spécialistes de Platon le soin de répondre à cette question. C'est pourquoi je vais discuter plutôt l'alternative métaphore/singerie qui me met à l'abri de toute cri-

tique sur une éventuelle mauvaise lecture du sage à la barbe fleurie.

Je vais défendre que "singerie" est la bonne option pour qualifier l'activité de Umberto. Notons tout de suite qu'un tel choix ne serait pas forcément celui de Théo. Voici un extrait d'un livre [1] récent de deux représentants contemporains de tout premier plan de la science écologique dont j'apprécie le travail et qui m'on servi de modèle pour Théo. Ils sont les tenants d'une position théorique : *La ratio-dépendance*, qui a suscité pas mal de discussions ces trois dernières décennies et qui a fini par s'imposer.

> Newton's law of inertia in physics as been used [dans ce livre, la citation est extraite de la conclusion de l'ouvrage] as a metaphor for the Malthus law of population growth. In the same way than Newton's law say how bodies move in the absence of external forces, the Maltus law says how populations grow in the absence of external constraints.(...). Extending this metaphor to include interacting species requires a ratio-dependent description of the interactions. In the language of the metaphor, the standard view is like saying that only a single body can move uniformly in space, but two cannot.

On voit toute l'importance que ces deux auteurs attachent à la métaphore. Tout le livre est consacré à la démonstration de la plus grande pertinence d'une formulation mathématique faisant intervenir le quotient :

$$s/x$$

de la quantité de ressource par celle de consommateur - *la ratio dépendance* - pour exprimer le taux de capture de la ressource ; de plus l'ouvrage fait une large part à l'argumentation mathématique. Il ne fait pas de doute qu'ils auraient choisi d'appeler le monde construit par Umberto une "image" ou une "métaphore mathématique".

Sans entrer ici dans une discussion sur le platonisme de Galilée on peut rappeler quelle importance ce dernier accordait à une formulation précise, rigoureuse, pour tout dire mathématique des concepts[7] Alors pourquoi refuser aux mathématiques, concernant la science écologique, un rôle positif dans la création de mondes virtuels où tester la cohérence des discours et traiter ces derniers de "simulacres" avec toute la charge négative de cette expression ou pire de "singeries" ?

[7]Gallilé a pu dire que le livre de la Nature était écrit dans la langue mathématique. Pour une analyse fouillée de cette position de Gallilée et de l'usage des langues plus ou moins naturelles en physique je renvoie à [**?**].

C'est que chaque époque a ses bonnes et ses mauvaises causes. Du temps de Galilée il était nécessaire de se battre contre les discours confus des aristotéliciens et de promouvoir les vertus de la langue mathématique pour décrire la nature, voire d'affirmer que « le livre de la nature ….». De nos jours il en va peut être autrement.

En effet, il est un domaine où l'usage des mathématiques s'est imposé de façon massive au cours du dernier demi-siècle. De "politique" qu'elle était - on disait "économie politique"- l'économie est devenue, grace à la mathématisation, "science économique". Disons ici quelques mots du créateur d'un syle romanesque qui eut beaucoup de succès, je veux parler du Français Gérard Debreu. Debreu a été l'inventeur de la "méthode axiomatique" en économie, qu'il a exposée dans son livre fondateur de 1959 :

Théorie de la Valeur

Analyse axiomatique de l'équilibre économique

Une économie de propriété $\mathcal{E}$ *est définie par une économie* $((X_i, \underset{i}{\precsim}), (Y_j), \omega)$; *pour chaque* i, *un point* ω_i *de* R^l *tel que :* $\sum_{i=1}^{m} \omega_i = \omega$; *pour chaque couple* (i, j), *un nombre réel non négatif* θ_{ij} *tel que* $\sum_{i=1}^{m} \theta_{ij} = 1$ *pour tout* j.

Un équilibre de l'économie de propriété privée $\mathcal{E}$ *est un* $(m+n+l)$*-tuple* $((x_i^*), (y_j^*), p^*)$ *de points de* R^l *tels que :*

(α) x_i^* *est un plus grand élément de*

$$\{ x_i \in X_i \mid p^* . x_i \leqq p^* . \omega_i + \sum_{j=1}^{n} \theta_{ij}\, p^* . y_j^* \}$$

pour $\underset{i}{\precsim}$, *quel que soit* i,

(β) y_j^* *maximise le profit relatif à* p^* *sur* Y_j, *pour tout* j,

(γ) $x^* - y^* = \omega$.

FIG. 6 – G. Debreu, *Théorie de la Valeur*, Dunod 2001, p 86

dont Google Books nous dit :

> Seul ouvrage du prix Nobel 1983, *Théorie de la valeur* propose une démonstration rigoureuse de l'existence d'un équilibre concurrentiel qui est toujours aujourd'hui le fondement de nombreuses études d'économie théorique et appliquée. Spécialiste de la théorie pure de l'équilibre général, Gérard Debreu est unanimement considéré comme l'auteur de référence dans ce domaine. Salué par les jurés du prix Nobel

5.7 Equilibre.

Il est maintenant possible de répondre à la question posée à la fin de 5.5.

(1) *L'économie de propriété privée*

$$\mathcal{E} = ((X_i, \underset{i}{\precsim}), (Y_j), (\omega_i), (\theta_{ij}))$$

possède un équilibre si :

pour tout i (*a*) *X_i est fermé, convexe, et a un minorant pour $\leqq$,*

(*b*.1) *Il n'existe pas de consommation de saturation dans X_i,*

(*b*.2) *pour tout x_i' dans X_i, les ensembles*

$$\{ x_i \in X_i \mid x_i \underset{i}{\succsim} x_i' \} \quad \text{et} \quad \{ x_i \in X_i \mid x_i \underset{i}{\precsim} x_i' \}$$

sont fermés dans X_i,

(*b*.3) *si x_i^1 et x_i^2 sont deux points de X_i et si t est un nombre réel de $]0, 1[$, alors $x_i^2 \underset{i}{\succ} x_i^1$ implique*

$$tx_i^2 + (1-t)\, x_i^1 \underset{i}{\succ} x_i^1 ,$$

(*c*) *il y a un x_i^0 dans X_i tel que $x_i^0 << \omega_i$,*

pour tout j (*d*.1) $0 \in Y_j$,

(*d*.2) *Y est fermé et convexe,*

(*d*.3) $Y \cap (-Y) \subset \{0\}$,

(*d*.4) $Y \supset (-\Omega)$.

FIG. 7 – G. Debreu, *Théorie de la Valeur*, Dunod 2001, pp. 90-91

> pour sa " clarté, sa rigueur analytique, sa valeur générale et l'élégance de sa présentation ", ce livre est l'un de ceux qui ont le plus influencé la théorie économique fondamentale dans les quarante dernières années. (...)

Je cite quelques passages de la préface de Théorie de la valeur.

> Les deux problèmes centraux de la théorie présentée dans cette monographie sont (1) l'explication de la valeur des biens et des services résultant de l'interaction par l'intermédiaire des marchés, des agents d'une économie de propriété privée, (2) l'explication du rôle des prix dans un état optimal d'une économie donnée.

Il s'agit donc, à priori, d'une tentative d'explication de certains aspects de la réalité.

> Les premières solutions des deux problèmes précédents ont été données respectivement pas L. Walras et V. Pareto, mais ni les maîtres

> de l'école de Lausanne, ni leurs disciples n'ont fait un exposé très rigoureux de leurs idées pendant plusieurs décades. (...)

Ensuite G. Debreu cite quelques penseurs qui l'ont inspiré. Puis :

> La théorie de la valeur est traitée ici sur le modèle de la rigueur de l'école formaliste contemporaine de mathématiques. L'effort vers la rigueur substitue des raisonnements et des résultats corrects à ceux qui ne l'étaient pas (...)
>
> (...) La fidélité à la rigueur dicte la forme axiomatique de l'analyse où la théorie, au sens strict, est logiquement complètement disjointe de ses interprétations.

Puis l'ouvrage s'ouvre ensuite par un chapitre de trente pages intitulé "Mathématiques". Il s'agit d'un résumé dans le plus pur style bourbachique du cours de "topologie générale" enseigné alors dans toutes les licences de mathématiques. Ensuite une cinquantaine de pages sont consacrées à attacher à divers concepts économiques des objets mathématiques précis : des espaces vectoriels, des relations de préordre, des produits scalaires etc... pour aboutir à la définition d'une "économie de propriété" que je reproduits Fig. 6 pour bien montrer son extrême sophistication formelle. Je reproduis, également un théorème important (Fig. 7) dont la démonstration occupe de nombreuses pages et fait appel à des arguments raffinés de topologie appelés théorèmes de "point fixe".

Je me garderai bien de critiquer sur le fond cette démarche qui est exactement celle de Umberto qui, comme on l'aura sans doute deviné m'est très proche et très sympathique. Walras et Pareto jouent le rôle de Théo et Debreu propose un roman mathématique, une histoire bâtie sur un monde mathématique sous-jacent dont il essaye de nous convaincre qu'il pourrait être un monde virtuel acceptable pour y faire fonctionner les concepts de Walras et Pareto et que dans ce monde il est établi ce qui est dit Fig. 7, à savoir que, sous quelques hypothèses supplémentaires, *une économie de propriété privée possède un équilibre*. Maintenant savoir si cette histoire apporte effectivement quelque chose à la clarification des concepts de l'économie est une autre affaire qui ressort de la compétence des théoriciens de l'économie. C'est pourquoi je n'irai pas aussi loin que Sussmann cité par I. Ekeland (Le Calcul, l'imprévu, Seuil 1984 p. 123) (mais c'était à propos de la théorie des catastrophes de R. Thom).

> En mathématiques les noms sont arbitraires. Libre à chacun d'appeler un opérateur auto-adjoint un «éléphant» et une décomposition spectrale une «trompe». On peut alors démontrer un théorème suivant lequel «tout éléphant a une trompe» . Mais on n'a pas le droit de laisser

> croire que ce résultat a quelque chose à voir avec de gros animaux gris. »

et je suis prêt à accepter que les travaux de G. Debreu aient pu aider au développement de la réflexion économique. Mais tels qu'ils sont exposés dans l'ouvrage de 1959 ils ne sont pas plus qu'un roman et en aucun cas une théorie scientifique comme le laisse entendre son titre. A moins que je n'ai pas compris et que "théorie" ne soit pas pris au sens de "théorie scientifique" mais au sens du langage courant :« C'est théorique » où le terme « théorie » est synonyme d'un ensemble de spéculations sans véritable fondement.

Péché véniel me direz vous. N'appelle-t-on pas "théorie" toutes sortes d'opinions plus ou moins bien argumentées et, comme nous dit le langage courant :« C'est théorique », le terme « théorie » est souvent synonyme un ensemble de spéculations sans véritable fondement, à l'inverse du sens admis par les scientifiques.

Conclusion

Le romancier construit des mondes imaginaires pour mieux explorer la réalité des choses. Son cadre a le droit d'être tout à fait fantasmagorique mais son récit doit se dérouler de façon logique. De la même manière et pour le même objectif, dans certaines sciences, il arrive que l'on écrive des romans mathématiques et cette pratique a son utilité. En particulier les mathématiques aident à s'assurer de la cohérence interne d'un discours porté sur la réalité. Un tel usage des mathématiques est donc tout à fait légitime. Le danger est évidemment que, pour toutes sortes de raisons qui n'ont pas été discutées ici, on en vienne à prendre le "modèle mathématique" pour la réalité elle même ainsi qu'il en a été le cas en économie où la soi disant "théorie économique" mathématisée est utilisée pour sortir du champ politique ce qui devrait y rester.

En raison de l'impact de plus en plus évident de l'espèce humaine sur l'évolution de la planète, la "science écologique", plus jeune et peut être moins assurée encore que sa grande soeur économique, est à son tour de plus en plus souvent utilisée à mauvais escient, parfois pour défendre de mauvaises causes. Le risque est de plus en plus grand de voir des "théories écologiques mathématisées", qui se pareraient des vertus de la science physique, servir d'argument d'autorité dans des discussions importantes. C'est pourquoi je plaide pour l'usage de "singerie mathématique" plutôt que "métaphore" pour désigner ces romans mathématiques dont j'espère en revanche avoir démontré l'existence et l'importance dans l'élaboration de la théorie écologique.

Annexe 1 : Vitesse instantannée

Voyons ce que nous dit R. Feynman à ce sujet[8]. Dans son cours de physique il introduit la notion de vitesse (Mecanique chapitre 8) ainsi. Après avoir glosé sur la notion de distance parcourue en fonction du temps il continue :

> « *(...) Nous pouvons voir à partir de cet exemple qu'il y a en fait certaines subtilités à raisonner sur la vitesse.*
>
> *Afin d'introduire ces subtilités d'une manière plus claire, nous allons vous rappeler une plaisanterie que vous avez déjà sûrement entendue. A l'endroit où la femme dans la voiture est arrêtée par un agent, l'agent vient à elle et dit « Madame, vous rouliez à 100 km à l'heure !» Elle dit : « C'est impossible, Monsieur, je roule depuis 7 minutes. C'est ridicule − comment puis-je faire 100 kilomètres en une heure, alors que je n'ai pas roulé pendant une heure ?* »

Dans cette courte citation une jeune femme semble jouer le rôle d'une idiote. Mais attendons la suite pour décider s'il faut classer Feynmann parmi les immondes phallocrates. Ensuite Feynman nous explique que l'agent veut parler de "vitesse instantanée", celle qui est indiquée par le compteur de vitesse, mais que nous ne pouvons nous contenter de définir la vitesse par ce qu'indique le compteur car la dame pourrait dire *mon compteur de vitesse est cassé. Il n'indiquait rien du tout.* Alors l'agent doit élaborer :

> « *(...) si vous rouliez pendant une seconde vous auriez parcouru 28 mètres (....)» Elle dit «Oui, mais il n'y a pas de loi interdisant d'aller à 28 mètres par seconde ! Il y a une loi contre les vitesses de 100 kilomètres à l'heure.* »

après quelques considération supplémentaires Feynman en arrive à dire :

> « *En d'autres termes on peut trouver la vitesse de la manière suivante : Nous demandons de combien nous nous déplaçons pendant un temps très court ? Nous divisons cette distance par le temps et ceci donne la vitesse. Mais le temps doit être rendu aussi court que possible, le plus court sera le mieux, car des changements peuvent avoir lieu pendant ce temps.(...)*
>
> *La définition précédente comporte une nouvelle idée, une idée que les Grecs ne possédaient pas sous sa forme générale. Cette idée était*

[8] R. Feynman(1918-1998), prix Nobel de Physique est célèbre pour son cours de physique de base : les *Feynman Lectures on physics*.

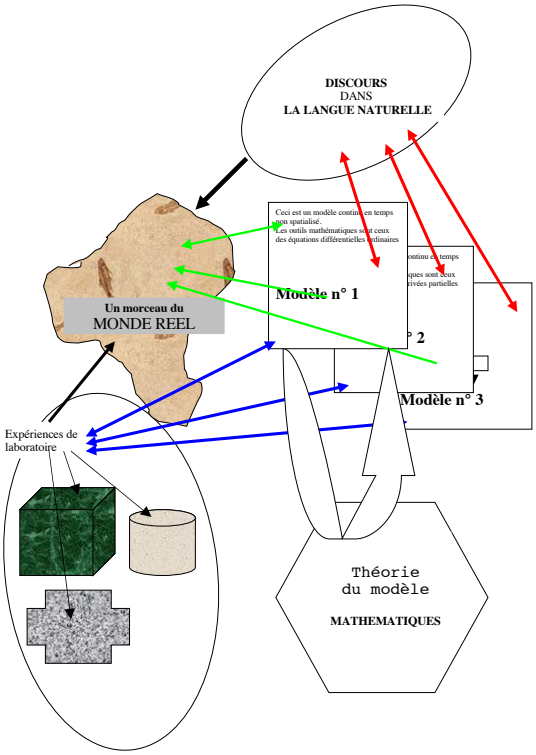

FIG. 8 – Différents aspects de la modélisation.

de prendre une distance infinitésimale *et le* temps infinitésimal *correspondant et de former le rapport, et de regarder ce qui arrive à ce rapport lorsque le temps que nous utilisons devient de plus en plus petit.(...) Cette idée fut inventée par Newton et Leibnitz, indépendamment, et fut à l'origine d'une nouvelle branche des mathématiques appelée* calcul infinitésimal. »

Annexe 2 : Schéma "modélisation"

Le schéma de la Fig. 8 essaye de rassembler en une seule image tout ce que contient le concept de "modélisation".

- Il y a 3 modèles. En effet un modèle est établi en fonction d'un objectif. On ne modélise pas de la même façon un territoire selon que l'on souhaite le parcourir (cartes routières) ou comprendre sa morphologie (cartes géologiques).
- Les observations sur le réel sont exprimées dans une langue naturelle plus ou moins spécialisée. La langue "parle" du monde de façon plus ou moins innocente.
- Les expériences de laboratoire essayent de repoduire de façon contrôlée ce qui se passe dans la nature. Ce sont, par exemple, les expériences *in vitro* qui précèdent les expériences *in vivo*.
- Dans les sciences dites "dures" l'activité de laboratoire est associée à une activité mathématique. De nombreuses théories associent des équations mathématiques décrivent les phénomènes observés avec une très grande précision. Dans les sciences de la vie l'activité de laboratoire est importante mais encore peu mathématisée. En sciences humaines et sociales l'activité de laboratoire est tout juste naissante.
- Lorsqu'ils ont une forme mathématique (y compris sous la forme d'un programme d'ordinateur) les modèles sont analysés mathématiquement pour que l'on "comprenne comment ils marchent". Ce qui ne veut pas dire que la réalité "marche" comme ça, mais il ne sert pas à grand chose d'avoir un modèle qui représente correctement la réalité mais dont on ne comprend pas comment il fonctionne. C'est ce que j'appelle "faire une théorie du modèle".
- Les modèles peuvent être reliés à reliés à la réalité via le laboratoire, via les flèches noires et bleues ; par exemple les modèles d'ingénieurs. La flèche rouge représente le cas ou un lien direct est établi entre le discours sur la réalité et une représentation mathématique. C'est ce dont il est question dans le présent article. C'est ce que j'appelle "faire un modèle d'un discours".

Souvent tous ces aspects sont mélangés de façon plus ou moins claire au sein d'un même modèle.

Annexe 3

Jacques Harthong (1948-2005) a fait toute sa carrière d'eneignant chercheur à l'Université de Strasbourg. Les lignes qui suivent sont extraites la présentation qui a été faite de lui lors de deux journées dédiées à sa mémoire les 11 et 13 mars 2006.

Jacques Harthong (1948-2005) a été mathématicien et physicien. De-

puis 1972, l'année de son recrutement, il est resté à l'Université Louis Pasteur de Strasbourg jusqu'à ce que sa maladie l'emporte, c'est-à-dire jusqu'en 2005.

Agrégé de Mathématiques en 1971, puis docteur d'Etat en 1981, Jacques Harthong avait le souci de faire des « mathématiques qui servent » ; l'exemple du moiré dans son hommage à Georges Reeb témoigne de cette volonté : doivent être résolus les problèmes qui se posent et pas seulement les problèmes que l'on se pose.

Ces problèmes qui se posent, Jacques Harthong est allé les chercher en Physique (il s'agit de la Physique au sens large : la Mécanique Quantique, la Physique Statistique, l'Optique, l'Infographie, etc.), ce qui traduit un certain esprit d'ouverture, esprit qu'il a gardé jusqu'à sa disparition. Lorsque quelqu'un (qui pouvait être un étudiant) venait lui poser une question sur tel ou tel sujet, il avait tout de suite la réponse ou alors, il disait qu'il ne savait pas mais qu'il allait y réfléchir. Il revenait souvent avec la bonne réponse et un commentaire sur la pertinence de la question posée. Cette curiosité scientifique agrémentée d'une réflexion approfondie est une clé pour comprendre l'homme qui a appliqué le concept d'idée intérieure (emprunté à Caspar David Friedrich : die Stimme seines Innern) et que l'on pourrait comprendre comme suit : « il s'agit d'un sentiment strictement personnel, qui permet au mathématicien de juger, de manière absolument subjective, ce qui est intéressant pour lui, ce qui est "sa voie" » (sic).

Cette philosophie personnelle – ce code de conduite – explique certainement la profondeur des réflexions scientifiques de Jacques Harthong. Il s'est démarqué des autres scientifiques mais avec un revers de la médaille sans doute inévitable : la marginalité. Le « sentiment strictement personnel » s'est trouvé incompatible avec le corporatisme, l'appartenance à un courant scientifique et la contrainte administrative du nombre.(...)

Je viens de constater que le site de J. Harthong http ://moire4.u-strasbg.fr/ *est toujours visible. Presque tous ses travaux y sont accessibles.*

Références

[1] Arditi R. and L. R. Ginzburg *How species interact*. Oxford University Press 2012.

[2] Ginzburg R.L. and Mark Colyvan *Ecological Orbits : How Planets Move and Populations Grow*. Oxford University Press 2004.

[3] Harthong J. *La dialectique de l'objectivité et du sens.* (publié dans **De la science à la philosophie, hommage à Jean Largeault**, ouvrage collectif édité chez l'Harmattan, Paris, 2002, sous la direction de Miguel Espinoza, collection "Ouverture philosophique". ISBN : 2-7475-1876-0)

[4] Lévy-Leblond J-M. *Physique et mathématiques.* dans **Penser les mathématiques**, Seuil 1982

[5] Lévy-Leblond J-M. *La nature prise à la lettre.* dans **La vitesse de l'ombre : aux limites de la science**, Seuil 2006