



**HAL**  
open science

## Didactique et évaluation : un nouveau regard sur le PISA 2012.

Eric Roditi

► **To cite this version:**

Eric Roditi. Didactique et évaluation : un nouveau regard sur le PISA 2012.. Espace Mathématique Francophone EMF 2015, Oct 2015, Alger, Algérie. pp.1042-1051. halshs-01327113

**HAL Id: halshs-01327113**

**<https://shs.hal.science/halshs-01327113>**

Submitted on 19 Dec 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Pluralités culturelles et universalité des mathématiques :  
enjeux et perspectives pour leur enseignement  
et leur apprentissage

espace mathématique francophone  
Alger : 10-14 Octobre 2015



## DIDACTIQUE ET ÉVALUATION : UN NOUVEAU REGARD SUR LE PISA 2012

Eric RODITI\*

**Résumé** – Les enquêtes du PISA visent à mettre au jour les acquis des élèves de 15 ans. Ce que le PISA nous apprend dépend strictement de ce qui est mesuré. En mathématiques, un éventail de compétences diverses est évalué, mais les critères ne tiennent pas compte du degré d’initiative demandée à l’élève. Une catégorisation des items est proposée dans cette communication, elle distingue les compétences en fonction de différents niveaux de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques. Elle conduit à un nouveau regard sur le test PISA ainsi que sur les résultats de la France.

**Mots-clefs** : Didactique des mathématiques, Évaluation, PISA, ANR.

**Abstract** – The inquiries of the PISA aim at indicating the knowledge of the 15-year-old pupils. What the PISA teaches us depends strictly on what is measured. Different mathematical skills are assessed, but the criteria do not take into account the level of initiative attempt from the pupil. A new categorization of items is proposed in this lecture, it distinguishes the skills according to various levels of using mathematical knowledge. It leads to a new comprehension on the test PISA as well as on the results of France.

**Keywords**: Mathematics education, Assessment, PISA, ANR

Les enquêtes du PISA (Programme International de Suivi des Acquis des élèves) visent à mettre au jour les acquis des élèves de 15 ans – c’est-à-dire ce qu’ils sont capable de faire avec ce qu’ils ont appris –, avec quelles différences suivant les pays comme au sein de chacun d’eux. Ces enquêtes conduisent à un classement international, mais aussi à rendre compte du niveau des élèves les plus performants comme de celui des plus faibles, à pointer les inégalités entre les filles et les garçons ou selon les catégories professionnelles et sociales. Les connaissances produites par le PISA dépendent strictement de ce qui est mesuré. En mathématiques, par exemple, on ne demande pas aux élèves de restituer leur connaissance des définitions ou des règles. On évalue leur compétence, c’est-à-dire ce qu’ils mobilisent pour comprendre et résoudre un problème. Les organisateurs du PISA cherchent à évaluer un éventail de compétences diverses : les questions ont différents niveaux de difficulté, elles font appel à différents processus psycho-cognitifs, elles correspondent à plusieurs domaines mathématiques et elles sont posées dans des contextes diversifiés de la vie réelle. Néanmoins, même s’il apparaît clairement que les questions posées tiennent compte, en amont, du degré d’initiative nécessaire, les grilles de codages – et donc les analyses qui en résultent en aval – ne

---

\* Sorbonne Paris-Cité, Université Paris Descartes, Laboratoire EDA – France – eric.roditi@paris5.sorbonne.fr

différencient pas, par exemple, les questions qui nécessitent l'application directe d'une règle mathématique de celles qui exigent une prise d'initiative de la part de l'élève<sup>1</sup>.

Une nouvelle catégorisation des items est proposée dans cette communication ; elle distingue les compétences en fonction de différents niveaux concernant les activités mathématiques requises. Sur deux items, des informations présentées dans le rapport de l'OCDE et des analyses auxquelles conduit cette nouvelle catégorisation sont mises en regard. Puis une étude des données concernant la France conduira à une réinterprétation des connaissances apportées par le PISA quant aux difficultés en mathématiques, aux inégalités filles-garçons, à l'effet des différences sociales ou du retard scolaire sur les acquis en mathématiques. Cette recherche s'intègre dans un projet plus large soutenu par l'ANR<sup>2</sup>

## I. DESCRIPTION DES COMPÉTENCES MATHÉMATIQUES : OUTILS DE L'OCDE ET CLASSIFICATION ISSUE DE LA DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

Piloté par l'OCDE (Organisation pour la Coopération et le Développement Économique), le PISA fait référence quant à l'évaluation des acquis des élèves à la fin de la scolarité obligatoire. En 2012, comme pour la dernière fois en 2003, le domaine majeur de l'évaluation PISA fut la culture mathématique. Mais qu'évalue vraiment le PISA en mathématiques ? Qu'est-ce que la culture mathématique et comment est-elle représentée dans les items du test ?

### 1. Cadre défini par l'OCDE pour l'évaluation de la culture mathématique

Le cadre d'évaluation de la culture mathématique est fondé sur une approche psychologique de l'activité mathématique des élèves répondant aux items du test. Il a été élaboré pour l'OCDE conjointement par l'*Australian Council for Educational Research (ACER)* et par une organisation de recherche pédagogique basée aux États-Unis, *Achieve Inc.* (OCDE, 2013). Indiquons-en les éléments essentiels à partir de quelques extraits de cette documentation.

L'enquête PISA se fonde sur une conception de l'évaluation des connaissances, des compétences et des attitudes qui reflète l'évolution des programmes d'enseignement : elle va au-delà des acquis purement scolaires et se concentre sur la mise en œuvre des savoirs et savoir-faire dans des tâches et des défis quotidiens, que ce soit en famille ou dans le monde du travail. [...]. L'enquête PISA cible des activités que les élèves âgés de 15 ans auront à accomplir dans l'avenir et cherche à identifier ce qu'ils sont capables de faire avec ce qu'ils ont appris [...]. Les épreuves sont conçues à la lumière du dénominateur commun des programmes scolaires des pays participants, sans toutefois s'y cantonner. Elles servent à évaluer les connaissances des élèves, certes, mais aussi leur faculté de réflexion et leur capacité à appliquer leurs connaissances et leurs expériences dans des situations qui s'inspirent du monde réel. (OCDE, 2013, p. 13)

La culture mathématique est l'aptitude d'un individu à formuler, employer et interpréter des mathématiques dans un éventail de contextes, c'est-à-dire à raisonner en termes mathématiques et à utiliser des concepts, procédures, faits et outils mathématiques pour décrire, expliquer et prévoir des phénomènes. Elle aide les individus à comprendre le rôle que les mathématiques jouent dans le monde et à se comporter en citoyens constructifs, engagés et réfléchis, c'est-à-dire à poser des jugements et à prendre des décisions en toute connaissance de cause. (OCDE, 2013, p. 27)

Afin de mesurer les acquis des élèves en mathématiques, retenons que l'OCDE catégorise les items suivant quatre grands domaines mathématiques (quantité, incertitude et données,

<sup>1</sup> Le document <http://research.acer.edu.au/cgi/viewcontent.cgi?article=1003&context=pisa>, rend bien compte du fait que, selon le PISA, la question de la prise d'initiative est présente dans chacune des compétence et constitue de surcroît une compétence à part entière : « *devising strategies* ». Elle apparaît dans la construction des items, dans leur choix et se traduit dans la prédiction de difficulté de chacun des items (<http://research.acer.edu.au/cgi/viewcontent.cgi?article=1006&context=pisa>).

<sup>2</sup> L'ANR (Agence Nationale de la Recherche) soutient le projet NEOPRAEVAL sur les nouveaux outils et les nouvelles pratiques d'évaluation en mathématiques.

variations et relations, espace et formes), suivant quatre types de contextes (personnel, sociétal, professionnel, scientifique) et suivant trois processus psycho-cognitifs : formuler (mathématiser les situations de vie réelle), employer (travailler au sein du modèle mathématique) et interpréter/évaluer (mettre un résultat mathématique à l'épreuve d'une situation réelle). Les experts s'accordent pour penser qu'il ne serait pas pertinent de construire un dispositif d'évaluation portant, pour toutes les questions de ce dispositif, sur chacun des processus psycho-cognitif. Il est ainsi fréquent, dans les items de l'enquête PISA, que plusieurs d'entre eux soient déjà pris en charge dans l'énoncé et que l'élève qui cherche à résoudre le problème n'en ait qu'un ou deux à mettre en œuvre (OCDE, 2013, p. 28).

Ainsi, bien que tous les problèmes soient posés dans un contexte de vie réelle, ce dernier n'a pas toujours d'influence effective sur l'activité de l'élève traitant l'un des items liés à un problème. En outre, même lorsque l'élève doit *formuler* en langage mathématique la situation issue de ce contexte de la vie réelle et/ou *interpréter/évaluer* les résultats obtenus par rapport à ce contexte, il reste toujours une partie de l'activité de résolution qui consiste à *employer* des connaissances mathématiques. C'est donc la subdivision des étapes de la résolution du problème en différents items qui permet aux experts du PISA de classer chaque item dans une et une seule de ces trois catégories ; et ce classement témoigne, non pas d'une seule activité, mais plutôt de l'activité dominante. Il reste que tous les items ne sont pas équivalents quant au niveau de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques, et qu'ils ne reflètent donc pas le même niveau d'acquisition. C'est justement pour se donner les moyens de distinguer ces niveaux qu'une étude a été menée en 2013. D'autres études complémentaires avaient d'ailleurs déjà été menées, en France, après le PISA 2003, pour étudier la correspondance entre les items du questionnaire et les pratiques usuelles d'enseignement en fonction des programmes scolaires en vigueur dans notre pays (Bodin, 2009).

## 2. *Différents niveaux de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques dans les items de mathématiques du PISA 2012*

L'étude complémentaire dont il est question a été réalisée par un groupe d'experts de la DEPP, c'est elle en effet qui, en France, administre le test PISA. Le groupe était composé d'enseignants, de formateurs, d'inspecteurs et d'un professeur des universités, didacticien des mathématiques et auteur de cette communication.

Les analyses produites se fondent sur des apports de la recherche en didactique des mathématiques et conduisent à des interprétations nouvelles des résultats du PISA. La nouvelle classification s'applique à tous les items du questionnaire, elle repose sur une analyse de l'énoncé visant à déterminer la nature de la mise en fonctionnement de connaissances mathématiques nécessaire pour répondre à la question posée dans l'item<sup>3</sup>. Elle est par conséquent indépendante des passations préalables qui permettent de déterminer la difficulté relative des items et leur pouvoir discriminant, en référence à la théorie de la réponse à l'item utilisée par les experts du PISA.

Les didacticiens se sont encore peu consacrés aux questions d'évaluation hormis pour l'analyse des productions d'élèves en situations scolaires afin de comprendre les conceptions

---

<sup>3</sup> L'étude porte donc sur tous les items de toutes les questions « papier-crayon » du PISA 2012. Le travail ne peut être montré que partiellement, faute de place et pour des raisons de confidentialité, ce qui biaise parfois peut-être le regard que peut porter le lecteur sur les analyses produites des items analysés dans ce texte. Des analyses complémentaires figurent dans une publication liée à cette recherche (Roditi & Salles, 2015). En outre, d'autres questions ont été soumises à des élèves, le travail s'effectuant par ordinateur cette fois. Leur analyse n'a pas été menée dans le cadre de cette recherche, le lecteur pourra toutefois en consulter une analyse effectuée par Bardini (2015).

que produit l'enseignement quant aux notions dont les recherches sont l'objet (Roditi, 2012). Il est intéressant toutefois de tirer profit des travaux produits en didactique pour l'analyse de situations d'enseignement afin d'étudier des questions d'évaluation. Les items du PISA peuvent ainsi être différenciés selon deux premières catégories de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques : ceux pour lesquels la réponse repose uniquement sur la compréhension qualitative de contenus – concepts, théorèmes, etc. –, sans mise en fonctionnement de la part de l'élève, et ceux qui nécessitent la mise en œuvre d'une procédure reposant sur des contenus mathématiques. Les questions posées dans le PISA émergent toujours de situations liées à la vie réelle. Les items de la première catégorie évaluent ainsi la compréhension d'un savoir mathématique en contexte, mais seulement en tant qu'objet, les élèves n'ayant pas à l'utiliser. Les items de la seconde catégorie évaluent, en revanche, l'acquisition de ces savoirs en tant qu'outils, c'est-à-dire la capacité à les mettre en œuvre pour résoudre un problème. Cette distinction entre les caractères objet et outil des savoirs mathématiques avait été effectuée par Douady (1986), didacticienne, pour rendre compte de la dynamique à l'œuvre lors de la construction de nouvelles connaissances mathématiques, ces deux caractères entretenant une relation dialectique au cours de l'activité.

Ainsi, certaines questions d'évaluation portent sur des contenus mathématiques pour attester de leur compréhension pour eux-mêmes, elles visent le caractère objet de ces contenus. C'est le cas des exercices classiques d'entraînement de calcul numérique ou algébrique où les élèves attestent de leur capacité à effectuer une opération sans même que soit interrogée l'opportunité de poser cette opération dans un problème. Comme cela a déjà été expliqué, il n'y a pas d'items de la sorte dans le PISA. Il y a, en revanche, des items qui portent sur le caractère objet d'un concept, et où les élèves doivent témoigner d'une compréhension de ce concept sans avoir à le mettre en œuvre, ce que certains auteurs appellent une compréhension conceptuelle (Kilpatrick et al., 2001). Ce serait le cas, par exemple, d'un item demandant si un enfant qui jette un dé qui est tombé sur 6 la première fois, possède plus ou moins de chance d'obtenir 6 la deuxième fois. Il s'agirait seulement d'exprimer par une réponse sa compréhension de l'indépendance des événements aléatoires. Les savoirs ainsi évalués dans le PISA concernent souvent la probabilité, la notion de moyenne, les fonctions et les grandeurs. Nous avons réuni ces items dans une même catégorie appelée *Compréhension qualitative de concepts* ou plus simplement *Concept*.

D'autres questions évaluent le caractère outil des savoirs, l'élève doit alors mettre une connaissance mathématique en fonctionnement après s'être assuré de la pertinence de cette connaissance pour traiter la question posée dans le contexte indiqué. Nous distinguons ces mises en fonctionnement suivant qu'elles sont plus ou moins suggérées par l'énoncé, suivant aussi le degré d'initiative demandée à l'élève. Cela correspond en effet, selon nous, à différents niveaux d'acquisition des connaissances. En nous inspirant de travaux déjà effectués sur ce sujet en didactique (Robert, 1998), nous considérons trois niveaux de mise en fonctionnement des contenus mathématiques.

Le premier d'entre eux est celui où l'élève effectue une tâche courante et obtient directement le résultat attendu par la mise en œuvre d'une procédure, souvent unique, qui est indiquée ou suggérée par l'énoncé, et dont les programmes scolaires permettent de penser qu'elle est automatisée pour les élèves. Dans les items du PISA, de tels items conduisent généralement à l'application d'une propriété géométrique, d'une règle de calcul, d'une lecture graphique directe, etc. Les items correspondant à ce premier niveau de mise en fonctionnement sont regroupés dans une catégorie appelée *Mise en fonctionnement directe d'une procédure* ou plus simplement *Directe*.

Les items qui relèvent du second niveau nécessitent que l'élève adapte ou transforme l'énoncé – les données ou la question posée – avant d'appliquer ses connaissances. La transformation peut prendre la forme d'une transformation d'information : convertir, par

exemple, une donnée dans une autre unité de mesure. Il peut s'agir d'un changement de point de vue sur des objets mathématiques ou sur une relation entre des objets : isoler, par exemple, une figure plane d'une figure de l'espace ; ou, ayant à établir que trois points sont alignés, considérer la droite qui passe par les deux premiers et montrer que le troisième appartient à cette droite. L'élève peut aussi avoir à changer de cadre (Douady, 1986) ou de registre de représentation (Duval, 1995) : passer, par exemple, dans le cadre graphique pour résoudre un problème numérique ; convertir une procédure indiquée dans le registre langagier en un calcul appartenant au registre numérique ou algébrique. Tous ces items ont été regroupés dans une catégorie appelée *Mise en fonctionnement d'une procédure avec adaptation de l'énoncé* ou plus simplement *Adaptation*.

Dans les items du troisième niveau, la mise en fonctionnement des contenus nécessite que l'élève, de manière autonome, introduise un ou plusieurs intermédiaires. Ils peuvent concerner le processus de résolution lui-même : décomposer une question en plusieurs étapes ; introduire une notation pour traiter le problème, par exemple en attribuant une lettre à différentes variables ; etc. Il peut s'agir également d'intermédiaires ajoutés aux données : considérer une nouvelle variable combinant, par exemple, deux variables déjà explicitées dans un problème numérique ; utiliser un nouvel objet géométrique pour résoudre un problème, par exemple en considérant une droite ou un cercle qui n'apparaît pas dans l'énoncé ; introduire une fonction là où deux variables étaient indiquées avec une relation numérique les reliant ; etc. Parce qu'il s'agit d'un intermédiaire qui n'est pas suggéré par l'énoncé, l'introduction correspond à une initiative de la part de l'élève, elle est totalement à sa charge. Les items de ce type sont regroupés dans une catégorie appelée *Mise en fonctionnement d'une procédure avec introduction d'intermédiaires* ou plus simplement *Intermédiaires*.

La distinction de ces quatre catégories de mises en fonctionnement des connaissances mathématiques, qui portent sur leur dimension objet comme sur leur dimension outil, conduit à poser un nouveau regard sur les items du PISA ainsi que sur les résultats produits par ce programme. Le fait que les items du PISA ne soient pas tous libérés nous interdit d'en montrer l'analyse exhaustive à l'aide de cette nouvelle classification. Deux exemples sont néanmoins proposés qui montrent son intérêt pour apprécier un item. Puis nous développerons ce qu'apporte ce nouveau regard sur les résultats du PISA 2012 en mathématiques.

## II. APPORTS DE LA NOUVELLE CLASSIFICATION À L'ANALYSE D'UN ITEM DE MATHÉMATIQUES DU PISA 2012

Illustrons l'intérêt de cette nouvelle classification pour l'étude de deux items du questionnaire de culture mathématique du PISA 2012. Comme tous les items du PISA, ces deux items sont liés à des contextes de la vie réelle, néanmoins, comme nous l'avons déjà signalé, ce contexte n'a pas toujours d'influence sur l'activité de l'élève. Les deux items analysés sont regroupés dans la catégorie « employer » selon le cadre du PISA. C'est bien le cas dans l'exemple ci-dessous (figure 1) où l'étude d'une roue de manège est proposée mais où l'activité de l'élève porte essentiellement sur la figure géométrique représentée dans l'illustration figurant dans l'énoncé.

Une grande roue est installée sur les rives d'un fleuve.  
En voici un dessin et un schéma :

Le diamètre externe de la grande roue est de 140 mètres et son point le plus élevé se situe à 150 mètres au-dessus du lit du fleuve. Elle tourne dans le sens indiqué par les flèches.

---

**Question : LA GRANDE ROUE**

La lettre  $M$  dans le diagramme indique le centre de la roue.

À combien de mètres (m) au-dessus du lit du fleuve se trouve le point  $M$  ?

Réponse : .....m

*Figure 1 – Item libéré du PISA 2012*

Dans cet item en effet, l'élève peut appliquer les propriétés du diamètre et du rayon d'un cercle à une figure où les mesures sont de simples nombres entiers puis tenir compte de la longueur séparant le bas de la roue avec le lit du fleuve. La figure proposée rend possible une utilisation implicite de ces connaissances puisque le point  $M$ , défini comme le centre du cercle, est placé au milieu du segment  $[PR]$  qui en est un diamètre. Différentes procédures directes et équivalentes sont envisageables : 1°) calculer la moitié de 140 et ajouter 10 ; 2°) enlever la moitié de 140 à 150 ; etc. Ce qui est important ici, c'est de noter que l'activité de l'élève porte seulement sur la figure géométrique donnée dans l'énoncé, c'est pourquoi l'item est associé au processus psycho-cognitif *employer* et au domaine mathématique *espace et formes*. C'est de remarquer ensuite que la résolution de l'exercice nécessite une application *directe* des connaissances mathématiques.

Examinons maintenant un autre item (figure 2) portant lui aussi sur une situation du champ géométrique et ne demandant pas non plus à l'élève d'utiliser le contexte dans son activité de résolution du problème posé.

Voici le plan du magasin de glaces de Marie, qu'elle est en train de rénover.

La zone de service est entourée d'un comptoir.

Remarque : Chaque carré de la grille représente 0,5 mètre sur 0,5 mètre.

---

**Question 1 : CHEZ LE GLACIER**

Marie veut installer une nouvelle bordure le long de la paroi extérieure du comptoir. Quelle est la longueur totale de bordure dont elle a besoin ? Montrez votre travail.

Figure 2 – Item libéré du PISA 2012

Après lecture de l'énoncé et identification de la paroi extérieure du comptoir sur le plan, plusieurs méthodes de résolution sont possibles pour un élève en fin de scolarité obligatoire en France. Par exemple une méthode par mesure et application d'échelle est possible : déterminer l'échelle en mesurant à la règle graduée la longueur de deux carreaux sur le dessin qui représentent un mètre dans la réalité ; mesurer la longueur sur le plan de la paroi extérieure ; appliquer enfin l'échelle précédemment déterminée pour calculer la longueur réelle recherchée. Il est à noter qu'une valeur approchée de la réponse sera acceptée par le correcteur, les consignes de correction internationales étant appliquées. L'élève peut également travailler tout autrement et mener un raisonnement géométrique fondé sur le théorème de Pythagore après avoir introduit sur le plan un triangle rectangle dont l'hypoténuse est la partie oblique du comptoir. Le contexte du magasin de glace n'intervenant pas sur l'activité permettant de trouver la bonne réponse, cet item est, comme le précédent, associé au processus psycho-cognitif *employer* et au domaine de connaissances mathématiques *espace et formes*. La résolution de l'exercice, quelle que soit la méthode, nécessite l'introduction d'intermédiaires et cette introduction est laissée à l'initiative des élèves.

Dans les deux items que nous venons d'examiner, on ne peut être certain de la connaissance mathématique mobilisée pour répondre aux questions posées. Le PISA ne cherche pas à connaître précisément les connaissances mathématiques acquises par les élèves, mais seulement



leur domaine parmi les quatre qui sont distingués pour cette discipline. Il ne vise pas non plus à rendre compte des différentes modalités d'expression des connaissances mathématiques acquises par les élèves. Les deux items se retrouvent en effet classés dans les mêmes catégories *employer* et *espace et formes* par les experts du PISA, ils requièrent pourtant des modalités d'expression des connaissances mathématiques très différentes. Dans le premier, l'élève effectue un calcul explicitement demandé dans la consigne, ce calcul portant sur deux longueurs clairement indiquées sur une figure elle-même fournie dans l'énoncé. Dans le second, l'emploi d'un calcul d'échelle ou d'un raisonnement basé sur le théorème de Pythagore nécessite des étapes qui, n'étant absolument pas induites par l'énoncé, sont entièrement à la charge de l'élève. Ces deux items évaluent donc bien la capacité à *employer* des connaissances dans des situations géométriques déjà mathématisées, mais ils ne sont absolument pas équivalents quant au niveau de mise en fonctionnement de ces connaissances. L'échec ou la réussite à ces deux items ne témoigne donc pas du même niveau d'acquisition. C'est ce dont la classification que nous proposons permet de justement rendre compte.

La classification des items à partir d'une analyse de la mise en fonctionnement des savoirs mathématiques requise (Concept, Directe, Adaptation ou Intermédiaires) a en effet abouti à une étude systématique de l'ensemble du questionnaire afin de mieux connaître les questions posées aux élèves et de mieux comprendre les résultats de l'enquête du PISA 2012.

### III. ANALYSES COMPLÉMENTAIRES DU QUESTIONNAIRE DE CULTURE MATHÉMATIQUE ET DES RÉSULTATS DU PISA 2012

#### 1. Analyse complémentaire du questionnaire du PISA 2012 à l'aide de la classification des items selon les niveaux requis de mise en fonctionnement

La répartition des 85 items de mathématiques du PISA 2012 selon le niveau requis de mise en fonctionnement des connaissances confirme que l'OCDE vise essentiellement l'évaluation de la capacité à utiliser ses acquis en tant qu'outil dans des situations issues de la vie réelle plutôt que l'acquisition de notions pour elles-mêmes en tant qu'objet d'étude. Seulement 7 items concernent en effet la compréhension qualitative d'un concept. Les 78 autres se répartissent assez équitablement selon les trois niveaux de mise en fonctionnement : on en dénombre 29 de la catégorie regroupant les items nécessitant la mise en œuvre directe d'une procédure connue, 27 exigeant une adaptation de l'énoncé et 22 nécessitant de prendre l'initiative d'introduire des intermédiaires.

Nous avons ensuite mené une analyse croisée de la répartition des items suivant, d'une part, la nouvelle catégorisation didactique et, d'autre part, une catégorie de l'OCDE : le domaine mathématique d'abord, et le processus psycho-cognitif ensuite. Le croisement avec le domaine mathématique conduit au tableau n°1 où figurent, dans chaque case, l'effectif des items, à gauche, et le pourcentage-ligne, entre parenthèses à droite.

Classifications		Didactique				
		Concept	Directe	Adaptation	Intermédiaires	Total
PISA	Espace et formes	0 (0%)	2 (10%)	7 (33%)	12 (57%)	21 (100%)
	Incertitude et données	5 (24%)	7 (33%)	7 (33%)	2 (10%)	21 (100%)
	Quantité	0 (0%)	15 (68%)	4 (18%)	3 (14%)	22 (100%)
	Variations et relations	2 (9%)	5 (24%)	9 (43%)	5 (24%)	21 (100%)
Total		7 (8%)	29 (34%)	27 (32%)	22 (26%)	85 (100%)

*Tableau 1 - Domaines mathématiques et niveaux de mise en fonctionnement*

La dernière colonne du tableau montre la volonté des experts du PISA 2012 de répartir les questions mathématiques de manière équivalente suivant chacun des quatre domaines (21 ou 22 items par domaine, soit un quart des 85 items du test complet). Alors que le niveau de mise en fonctionnement des connaissances se détermine indépendamment des contenus mathématiques, les écarts qui apparaissent dans le tableau ci-dessus révèlent que ces différents niveaux ne sont pas évalués indépendamment des champs mathématiques. Inversement, notre nouvelle classification révèle que les savoirs en jeu dans les items PISA ne sont pas évalués de manière équivalente puisque les items ne conduisent pas à les mettre tous en fonctionnement aux mêmes niveaux. Par exemple, ceux du champ *quantité* sont essentiellement évalués par des tâches nécessitant la mise en œuvre directe d'une procédure connue (68% des items) alors que ceux du champ *espace et formes* le sont plus souvent par des problèmes nécessitant l'introduction d'intermédiaires (57% des items).

Une étude analogue a été menée concernant l'évaluation des processus psycho-cognitifs et des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques (tableau n°2).

Classifications		Didactique				
		Concept	Directe	Adaptation	Intermédiaires	Total
PISA	Employer	1 (3%)	16 (43%)	10 (27%)	10 (27%)	37 (100%)
	Formuler	2 (7%)	6 (22%)	8 (30%)	11 (41%)	27 (100%)
	Interpréter	4 (19%)	7 (33%)	9 (43%)	1 (5%)	21 (100%)
Total		7 (8%)	29 (34%)	27 (32%)	22 (26%)	85 (100%)

**Tableau 2 - Processus psycho-cognitifs et niveaux de mise en fonctionnement**

Quelques écarts apparaissent qui témoignent du fait que le niveau de mise en fonctionnement des connaissances n'est pas évalué indépendamment des processus psycho-cognitifs et inversement. Ainsi, par exemple, la capacité à prendre l'initiative d'introduire des intermédiaires est davantage testée dans les items où le processus attendu est « formuler » et pratiquement jamais dans ceux où l'élève doit *interpréter*. De même, la capacité à « employer » des connaissances mathématiques est surtout évaluée par des items où c'est une mise en fonctionnement directe de procédure qui est requise.

## 2. Nouveau regard sur les résultats du PISA 2012 apporté par la prise en compte des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances

La classification des items selon le niveau requis de mise en fonctionnement des connaissances s'effectue indépendamment de toute mesure de difficulté. Les trois niveaux concernant les items qui portent sur le caractère outil des savoirs différencient ces items selon une activité mathématique de plus en plus riche et autonome. Néanmoins, nous avons observé que le niveau de mise en fonctionnement à lui seul ne pouvait expliquer la difficulté d'un item : de nombreux autres facteurs interviennent comme la connaissance en jeu, la familiarité avec le contexte du problème, la lisibilité de l'énoncé, etc. Ainsi, les items de chaque niveau de mise en fonctionnement se répartissent dans presque tous les niveaux de difficulté – tels qu'ils sont définis par PISA. L'étude complète du questionnaire permet de croiser le niveau croissant de mise en fonctionnement des connaissances avec le niveau croissant de difficulté des items. L'analyse révèle, d'une part, une dispersion relativement importante de la difficulté des items de chaque niveau de mise en fonctionnement, ce qui confirme que ce critère n'est pas suffisant pour prévoir la difficulté d'un item. Elle montre aussi, d'autre part, qu'en moyenne, les niveaux *directe*, *adaptation* et *intermédiaires*, qui correspondent à une exigence croissante de l'activité mathématique, correspondent également à une difficulté croissante pour les élèves. Les items

de ces trois niveaux sont en effet réussis en moyenne par respectivement 59,3%, 46,8% et 33,9% des élèves scolarisés en France et, de manière comparable, par 59,8%, 45,1% et 34,8% des élèves scolarisés dans les pays de l'OCDE. Signalons enfin que le cas des items de la catégorie *concept* n'est pas examiné car leur effectif dans le questionnaire PISA est trop faible pour permettre des interprétations.

Cette étude globale a été complétée par une étude des sous-groupes respectivement définis selon le sexe, la catégorie socio-professionnelle et le retard scolaire des élèves de 15 ans scolarisés en France.

La publication du PISA sur les réussites aux items de culture mathématique révèle notamment que les filles scolarisées en France, en moyenne, réussissent moins bien que les garçons : la différence de réussite est de 2,5 pp (points de pourcentage) à l'avantage des garçons). L'étude des niveaux de mise en fonctionnement des connaissances apporte quelques informations supplémentaires. L'écart de performance à la faveur des garçons est de 1,5 pp pour les items qui requièrent la mise en œuvre directe d'une procédure connue et de 3,3 pp pour ceux qui nécessitent l'introduction d'un intermédiaire. Autrement dit, les filles sont d'autant plus en difficulté par rapport aux garçons que le niveau requis de mise en fonctionnement des connaissances est un niveau exigeant.

Une étude analogue a été menée concernant le lien entre les catégories socioprofessionnelles (CSP) des élèves et leur réussite. Un des constats majeurs de l'étude PISA 2012 pour la France est que notre système éducatif est fortement différenciateur : les élèves issus de milieux défavorisés obtiennent une performance moyenne de 39,4% de réussite contre 57,4% pour ceux de milieux favorisés, soit un écart de 18 pp. En outre, un tel écart de réussite est constaté pour tous les items, sa valeur allant de 1,9 pp pour le plus faible à 31,9 pp pour le plus élevé. L'étude complémentaire menée par la DEPP montre, contrairement à ce qui a été constaté concernant les différences entre filles et garçons, que les différences de réussite selon les CSP restent stables lorsque le niveau requis de mise en fonctionnement des connaissances augmente. Autrement dit, les élèves de milieu défavorisé n'apparaissent pas plus désavantagés que ceux de milieu favorisé par l'exigence d'autonomie mathématique requise dans les items.

Le dernier aspect étudié ici est celui du retard scolaire. L'étude du PISA révèle que les élèves ayant redoublé au moins une fois dans leur scolarité obtiennent une réussite moyenne de 28,9% aux 85 items de mathématiques, alors qu'elle est de 56,0% pour les autres, soit un écart moyen de 27,2 pp. Pour tous les items, les élèves à l'heure réussissent mieux que les élèves en retard, la différence de réussite allant de 3,1 pp pour la plus faible à 46,7 pp pour la plus élevée. L'étude menée par la DEPP met en lumière le fait que la différence de réussite entre les élèves scolairement en retard et les élèves à l'heure n'est pas constante lorsque varie le niveau requis de mise en fonctionnement des connaissances. Ainsi, et peut-être contre l'idée qu'on pourrait avoir *a priori*, l'écart de performance est d'autant plus faible que le niveau de mise en fonctionnement est élevé : il est de 22,3 pp pour les tâches nécessitant l'introduction d'un intermédiaire et de 30,6 pp pour celles qui se réalisent par la mise en œuvre directe d'une procédure connue. Autrement dit, les élèves en retard sont plus souvent mis en difficulté par des tâches routinières que par celles qui nécessitent davantage d'initiative. Ici encore, ces résultats invitent à s'interroger sur le système éducatif français et les pratiques des enseignants, en particulier sur les activités proposées aux élèves ayant rencontré des difficultés qui ont conduit à un redoublement au cours de leur scolarité.

#### IV. CONCLUSION

Les enquêtes du PISA visent donc un suivi des acquis scolaires des élèves de 15 ans. En ce qui concerne ceux de la culture mathématique, le choix de l'OCDE est d'évaluer des compétences, c'est-à-dire des capacités à mobiliser ses connaissances pour résoudre un problème en lien avec une situation de la vie réelle. Un regard didactique porté sur l'évaluation de 2012 ne peut manquer de pointer que l'OCDE ne se donne les moyens ni de recenser précisément les connaissances acquises des élèves ni d'estimer le niveau d'acquisition de ces connaissances. Inversement, les didacticiens qui ont concentré leurs recherches sur les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage des savoirs n'ont pas suffisamment développé d'outils théoriques et pratiques pour étudier la question de l'évaluation des connaissances des élèves.

Une classification des items issue de la recherche en didactique permet de les distinguer suivant différents niveaux de mise en fonctionnement des connaissances mathématiques et donc, d'une certaine manière, d'évaluer le niveau d'acquisition de ces connaissances. Cette nouvelle classification permet de différencier des items que les catégories définies par les experts de l'OCDE ne permettent pas de distinguer, qui requièrent pourtant des niveaux différents de mise en fonctionnement des connaissances évaluées et qui conduisent à des scores de réussite significativement différents.

Une étude complète de l'ensemble des items du PISA 2012 a été menée à l'aune de cette nouvelle classification. Elle montre d'une part que l'OCDE évalue peu la compréhension qualitative des concepts mathématiques. Elle montre également que les trois autres niveaux de mise en fonctionnement des connaissances, qui correspondent à une exigence croissante de richesse et d'autonomie de l'activité, correspondent également, en moyenne, à un niveau de difficulté croissant pour les élèves. Une attention particulière a ensuite été portée sur le cas de la France, et notamment les inégalités de performances selon le sexe, l'origine sociale ou le retard scolaire. L'OCDE, dans son rapport, indique une meilleure réussite des garçons ; l'analyse, en s'appuyant sur la classification didactique, montre en outre que les filles sont d'autant plus pénalisées que les tâches demandent de l'initiative. Concernant les élèves de milieux populaires comme les élèves en retard scolaire, l'étude s'appuyant sur cette même classification révèle enfin que ces élèves ne sont pas mis davantage en difficulté lorsque les activités attendues d'eux sont plus exigeantes.

Cette étude, réalisée à partir de quelques outils issus de la didactique des mathématiques, apporte des résultats qui permettent de poser un regard nouveau sur le PISA et ses conclusions. Ce croisement d'approche – didactique et évaluative – sur les apprentissages scolaires s'avère fructueux. Certains chercheurs tentent depuis quelques années d'approfondir une telle démarche (Vantourout & Goasdoué, 2011 ; Sayac, 2012 ; Chesné, 2014 ; Sayac & Grapin, 2015), gageons qu'ils ouvriront de nouvelles perspectives, pour l'enseignement des mathématiques comme pour la recherche en didactique.

#### REFERENCES

- Bardini, C. (2015). Computer-based assessment of Mathematics in PISA 2012. In Stacey, K. & Turner, R. (Eds.). *Assessing Mathematical Literacy – The PISA Experience*. Springer.
- Bodin, A. (2009). L'étude PISA pour les mathématiques. Résultats français et réactions. *Gazette de la SMF*, 120, 53-67.
- Chesné, J.-F. (2014). *D'une évaluation à l'autre : des acquis des élèves sur les nombres en sixième à l'élaboration et à l'analyse d'une formation d'enseignants centrée sur le calcul mental*. Thèse de doctorat de l'Université Paris Diderot.

- Douady, R. (1986). Jeux de cadre et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, 7(2), 5-31.
- Duval, R. (1995). *Semiosis et pensée humaine: registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findel, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*, Washington: National Academy Press, 115-135.
- OCDE, 2013, *Cadre d'évaluation et d'analyse du cycle PISA 2012*. Paris : OCDE.
- OCDE, 2014, *Résultats du PISA 2012 : savoirs et savoir-faire des élèves : Performance des élèves en mathématiques, en compréhension de l'écrit et en sciences (Volume I)*, PISA, Editions OCDE.
- OCDE, 2014, *PISA 2012 Results: Ready to Learn: Students' Engagement, Drive and Self-Beliefs (Volume III)*, PISA, Editions OCDE, 98-106.
- Robert, A. (1998) Outil d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université. *Recherches en didactique des mathématiques*, 18(2), 139-190.
- Roditi, E. (2012). Un point de vue didactique sur les questions d'évaluation en éducation. In M. Lattuati, J. Penninckx & A. Robert (Dir.). *Une caméra au fond de la classe de mathématiques* (pp. 275-289). Besançon : Presses universitaires de Franche-Comté.
- Roditi, E., & Salles, F. (2015). Nouvelles analyses de l'enquête PISA 2012 en mathématiques. *Éducation et formations*, 86-87, 236-267.
- Sayac, N. (2012). Évaluations nationales ou internationales : limites et perspectives. *Actes en ligne du colloque Sociologie et Didactiques*, Lausanne (Suisse).
- Sayac, N., & Grapin, N. (2015). Évaluation externe et didactique des mathématiques : un regard croisé nécessaire et constructif. *Recherches en didactique des mathématiques*, 35(1), 1°1-126.
- Vantourout, M. & Goasdoué, R. (2011). Correction de dissertations en SES. *Idées*, 63, 71-78.