

Commencements et origines en mathématiques; des rituels pour conjurer l'abime?

Agathe Keller

▶ To cite this version:

Agathe Keller. Commencements et origines en mathématiques; des rituels pour conjurer l'abime? . Esquisse(s), 2015, Commencements, pp.63-72. halshs-01484795

HAL Id: halshs-01484795 https://shs.hal.science/halshs-01484795v1

Submitted on 13 Mar 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Commencements et origines en mathématiques; des rituels pour conjurer l'abime?¹
A. Keller
ERC-SAW
UMR 7219
kellera@univ-paris-diderot.fr

En 1976, un flamboyant grammairien du Sanskrit, Frits Staal (1930-2012), fait un terrain anthropologique dans le sud de l'Inde, au Kerala. Il y observe des rituels védiques, exécutés selon des règles que l'on trouve dans des textes anciens et qui constituent les sources de la tradition religieuse et savante de l'hindouisme. L'excitation est grande chez les indianistes: aurait on ainsi des témoignages de pratiques ancestrales, préservées et vivantes dans le sous-continent d'aujourd'hui? Ce terrain a aussi un retentissement pour les historiens des mathématiques anciennes. En effet, l'idée que les mathématiques ont pour origine le rituel a déjà une longue histoire. L'un des collègues de Frits Staal à Berkeley, le mathématicien Abraham Seidenberg (1916-1988), a déja publié des professions de foi à ce sujet, et notamment en 1960 un explicite 'The Ritual Origin of Geometry'². Frits Staal, l'engage à commenter les parties mathématiques de ces rituels. 'The Origins of Mathematics' fameux et polémique fait remonter l'origine des mathématiques à une tradition rituelle plus ancienne que les premiers textes mésopotamiens ou grecs, dans un texte similaire aux textes mathématiques des rituels védiques, mais ayant une origine moyen-orientale. Le succès et la houle soulevée par ce texte, utilisé parfois pour dénier au sous-continent indien une tradition propre, et parfois au contraire utilisée pour affirmer que l'Inde est le berceau des mathématiques mondiales, montre du doigt un noeud où rituel et origine des mathématiques sont associées.

En effet, les premiers textes mathématiques qui nous sont parvenus du sous-continent indien sont liés au rite. Les *śulba-sūtras* ('aphorismes de la corde') appartiennent à des écoles d'exécutions rituelle. Il s'agit de textes d'auteurs divers, le plus ancien est attribué à Baudhāyana et date du 6ème siècle avant notre ère environ. Les textes évoquent des algorithmes pour délimiter des surfaces sacrificielles à l'aide de cordes et de piquets avec des formes spécifiques (rectangles, triangles, trapèzes, ...). On y apprend aussi à transformer ces formes en d'autres, tout en conservant la même aire. Il s'agit là d'actes à réaliser pendant un sacrifice. La construction d'autels, comme la *syena-citi* en forme d'aigle aux ailes déployées, à l'aide d'un nombre fixé de briques de taille prédéterminé y sont aussi décrites. Les *śulba-sūtras* ne sont pas pour autant dénués de considérations générales. Ils énoncent tous le Théorème de Pythagore que d'aucuns débaptiseraient bien, Théorème de Baudhāyana, ou de Baudhāyana-Pythagore. S'il faut reconnaitre un bénéfice aux analyses à présent bien vieillies de Seidenberg, c'est de ne pas faire des 'aphorismes de la corde' un traité d'ingénierie pratique mais bien de leur reconnaître un cadre plus large, théorique et symbolique. Les *śulba-sūtras* sont les premiers textes mathématiques qui nous sont parvenus du sous-continent indien mais je ne crois pas que ces textes nous informent sur l'origine des pratiques qui y sont décrites, bien plus anciennes. Ces textes témoignent avant tout d'un cadre savant particulier où certaines activités que nous reconnaissons comme mathématiques étaient pratiquées. Les 'aphorismes de la corde' ne montrent qu'un fragment des activités mathématiques de leur époque. Son cadre religieux, rituel, explique sans doute pourquoi il a été mieux préservé que d'autres témoignages de telles activités.

¹ Acknowledgment. The research leading to these results has received funding from the European Research Council under the European Union's Seventh Framework Programme (FP7/2007-2013)/ERC Grant Agreement No. 269804.

² Seidenberg, A. "The Ritual Origin of Geometry." Archive for History of Exact Sciences I (February 1960): 488–527.

En mathématique, l'origine est nécessaire pour définir un système de coordonnées. L'origine d'un repère permet de situer le début d'un cheminement, mais n'en est pas forcément le commencement. L'origine du repère, est le point zéro du système de coordonnées. Dans les spéculations liant les mathématiques au religieux, on rencontre souvent des pages lyriques sur le zéro, *śunya* en sanskrit, dont le sens premier est 'vide'. Conceptualisé dans le bouddhisme, il possède en mathématique une acception technique. Zéro est à la fois une quantité sur lequel on peut opérer (avec des règles spéciales) et un espace vide dans la notation des nombres au moyen de la numération positionnelle décimale. Tout comme c'est le cas pour nous aujourd'hui: dans 1085, le zéro montre une place vide indiquant qu'il n'y a pas de centaines dans ce nombre. C'est aussi une quantité sur lequel on peut opérer. Mais ce zéro n'est pas pensé comme l'origine de quoi que ce soit dans les textes mathématiques en sanskrit. Surtout, il s'agit d'un objet qui n'apparaît pas dans la tradition des mathématiques du rituel védique, mais dans une autre, plus tardive, plus florissante aussi.

Les 'aphorismes de la corde' nous indiquent donc un début des mathématiques savantes dans le

Les 'aphorismes de la corde' nous indiquent donc un début des mathématiques savantes dans le sous-continent indien, mais ne peuvent être pensés comme l'origine de celles-ci. Car loin d'être centraux, le point focal d'un repère, ces textes ne constituent qu'un développement mineur d'une tradition féconde.

L'histoire des mathématiques en langue sanskrite, ce sont des histoires de recommencements. Il n'y a pas un cheminement simple, depuis un point A jusqu'à un point B. Il faut imaginer un arbre foisonnant qui parfois, comme le Banyan, s'accroche à d'autres disciplines, parfois le phagocyte, dont les branches parfois redeviennent des racines. Les śulba-sūtras nous sont parvenus parce qu'ils ont été commentés tardivement, puis réinvestis au XXème siècle, par des communautés brahmaniques orthodoxes (et des historiens des mathématiques). Ils ont été transmis, ravivés, mais dans un cadre marginal, à coté d'une autre tradition mathématique plus large, fleurissante, qui nait après. Le tronc principal de la tradition savante sanskrite en mathématique prend essor plus tard, et nous transmet des textes (eux mêmes des re-formulations synthétiques de textes passés) à partir du Vème siècle de notre ère. Ce socle est lui même scindé en deux parties parfois fondues, des textes de mathématique 'pour le monde' (loka-vyavahāra) et des mathématiques pour les sciences astrales (jyotisa). On sait peu du contexte dans lequel les mathématiques ont été pratiquées dans le sous-continent indien. De même, on ignore dans quel cadre les textes mathématiques ont été composés. En effet, la volonté d'universalité de la tradition savante sanskrite efface les traces anecdotiques, le lieu, le contexte. On peut penser que cette discipline est secondaire dans la culture du Brahmane, comparée à d'autres disciplines plus connues et plus prestigieuses, comme la grammaire ou la littérature savante. Elle semble devenir, pour une part, une discipline faite pour briller dans des cours, comme la poésie. Mais les manuscrits des sciences astrales (textes mathématiques inclus) abondent. D. Pingree de 1955 à 2005 (date de sa mort) a consacré sa vie à tenter de les répertorier; il n'a pu tout faire: il y en a des centaines de milliers. C'est à partir du Vème siècle que la discipline est dotée d'un nom, ganita, qui signifie à la fois calcul et algorithme. Pour Seidenberg, et toute une histoire des mathématiques dont il est l'aboutissement, l'origine des mathématiques, les mathématiques vraies, profondes, sont forcement géométriques. Géométriques, parce qu'on les veux aristotéliciennes et euclidiennes, ancrées dans des axiomes, architecture formelle et logique sans faille. Or la tradition savante du sous-continent indien est algorithmique. Les théories qu'elle déploie pensent les procédures, comment les prouver, les généraliser, les faciliter. Les objets qui y sont employés peuvent être des figures géométriques, donc appartenir à la géométrie (ksetra-ganita), que des quantités determinées (vyakta-gaņita), c'est à dire concerner l'arithmétique, ou des quantitiés indéterminées (avyakta-gaṇita), relevant de l'algèbre. Ainsi, profondément, la tradition du sous-continent indien n'est pas construite selon la même architectonique théorique que les mathématiques de la tradition euclidienne qui sert d'étalon à Seidenberg.

Les textes mathématiques en sanskrit possèdent la forme standard du texte savant, structure qui a perduré pendant près de deux millénaires. Le traité est composés de *sūtras*, un aphorisme qui devient versifié à l'époque médiéval. Le traité est commenté dans des textes mêlant prose et vers. Les deux genres sont également prestigieux. Pour ce qui est des procédures, le texte qui les évoque se doit d'être à la fois facile et court (*laghu*). Une élégance à laquelle s'ajoute allitérations et jeux de mots qui donnent aux *sūtras* des propriétés mnémotechniques. Le *sūtra* contient en son coeur toutes les interprétations qui pourraient en germer- à condition qu'il s'agisse d'interprétations correctes bien sures. Ainsi Bhāskara au 7ème siècle qualifie-t-il les règles de l'auteur qu'il commente, Āryabhaṭa, de graines (*bīja*): les *sūtras* de l'*Āryabhaṭiya* y sont conçues comme étant à l'origine de l'ensemble de la discipline; polémiques comprises.

Comme d'autres textes de la tradition savante sanskrite, traités et commentaires mathématiques sont inaugurés par un mangalācarana, un poème propitiatoire. C'est une prière d'élève qui rend hommage à ses maîtres, une prière de dévot qui s'incline devant son dieu, une prière d'écrivain, que le texte entrepris puisse trouver sa fin, une prière de chercheur que l'entreprise difficile et ambitieuse soit atteinte. Le *maṅgalācarana* nous donne des indices de contexte car il dit l'auteur. A chacun son style, plus ou moins élaboré. Parfois, c'est l'occasion de donner le nom d'un guru ou d'un père, d'un lieu d'étude. Le mangalācarana ancre le texte savant, un peu, dans son humanité, son contexte. Ce rituel du commencement du texte contient les germes d'une histoire. Parfois ce poème évoque les origines de la discipline: pour les mathématiques (ganita) et les sciences astrales (jyotişa), celle-ci est divine. Les mathématiques, les sciences astrales sont un système de savoirs vu, intuité (drs) par un dieu est transmis à des voyants (rsi) puis à des lignées de grands maîtres. L'origine de la discipline est aussi l'origine du texte: traité et discipline sont désignés par un même mot, *śāstra*. Le texte parvenu est ainsi l'aboutissement d'une intuition peu à peu verbalisée suivi d'une suite de reformulations synthétiques. En histoire la question des origines est un abime, une question sans réponse. Le mangalācarana, ce rituel pour commencer un texte me semble nous indiquer la fonction du rite pour cette quête des origines: agissant parfois comme un masque lorsqu'on le prend à tort pour l'ignorance qu'il camoufle, le rite poétique est une manière comme une autre de conjurer l'abime, de suspendre les questions afin de pouvoir commencer.