



Sulla computabilità

Luca M Possati

► To cite this version:

| Luca M Possati. Sulla computabilità. 2017. halshs-01519411v1

HAL Id: halshs-01519411

<https://shs.hal.science/halshs-01519411v1>

Preprint submitted on 7 May 2017 (v1), last revised 21 Jun 2017 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

L'inconsistenza del numero

Ipotesi sulla natura della computabilità

Luca M. Possati

versione 1 – aprile 2017

Questo saggio formula una semplice domanda: *che cos'è la computazione?* La nozione di algoritmo, macchina di Turing, funzione ricorsiva e Tesi di Church rappresentano i fondamenti dell'informatica teorica, con applicazioni importanti nelle scienze cognitive, nelle grammatiche formali e in altri settori come il *DNA Computing* o il *Quantum Computing*. Lo scopo del saggio non è introdurre alla teoria della computabilità o descrivere le sue principali ramificazioni, bensì sviluppare una *fenomenologia della computabilità*, ossia un approccio alla computazione che non dipenda dalle nozioni di *effective procedure* o algoritmo. Il cuore della nostra argomentazione sarà una rielaborazione del celebre esperimento mentale di Black sulle due sfere identiche ma discernibili.

L'ipotesi proposta è duplice: *a)* l'atto del computare presuppone sempre un'interpretazione dell'identità – e ciò implica che l'identità sia qualcosa di *interpretabile*; *b)* tale interpretazione mette in discussione il principio della identità degli indiscernibili e dà luogo a una struttura logica di natura paraconsistente e dialethetica che chiameremo *iterazione*. Computabile è anzitutto un tipo di oggetto *inesistente e tecnico*, costruito sull'iterazione. Tale oggetto è il numero. Dunque, tutti i numeri sono per principio computabili, ma non di tutti i numeri possiamo *mostrare* questa fondamentale computabilità. Il numero ci apparirà allora come un fossile, un insieme di stratificazioni logiche diverse e intrecciate.

Ci proponiamo di raggiungere due risultati. Il primo: la re-interpretazione della nozione di funzione ricorsiva e quindi la distinzione di due sensi maggiori di computabilità. Il secondo: il chiarimento di uno dei concetti più usati ma meno compresi, l'iterazione. A guidarci, in questa impresa, è una duplice convinzione: da una parte, che nella computazione e nella ricorsività risiede la forma più elementare, embrionale (sebbene non l'unica) della razionalità (umana e non); dall'altra, che l'iterazione, procedura razionale sottovalutata, disprezzata o ignorata, è un propulsore essenziale del nostro pensiero e va considerata come una struttura logica.

§ 1. *Identità – lineamenti fondamentali*

L'identità è una relazione logica con proprietà specifiche. Tecnicamente, è un predicato a due posti. Il calcolo della deduzione naturale prevede due regole che ne governano l'uso: *l'eliminazione dell'identità* ($E =$) e *l'introduzione dell'identità* ($I =$). L'identità è una relazione riflessiva ($x = x$), simmetrica ($x = y \rightarrow y = x$) e transitiva ($x = y \wedge y = u \rightarrow x = u$)¹. Il senso di questa struttura logica si fonda su due principi. Il primo è il principio dell'indiscernibilità degli identici (se t è identico a s , allora ogni proprietà di t è anche una proprietà di s – congruenza degli identici rispetto alle proprietà). Il principio è un'affermazione sulle proprietà a partire dalla constatazione dell'identità pensata come fatto primitivo, elementare e inspiegabile². L'altro principio è l'inverso: l'indiscernibilità degli identici, cioè un'affermazione sull'identità a partire da una valutazione delle proprietà degli oggetti in questione, e l'identità è il risultato di tale valutazione.

Nei termini di una logica di secondo ordine, l'identità degli indiscernibili può essere formulata così:

$$\forall x \forall y \forall F [(Fx \leftrightarrow Fy) \rightarrow (x = y)]$$

È Leibniz a introdurre la questione cruciale: dal fatto che un oggetto x possiede tutte le qualità di un oggetto y , e vice versa, segue necessariamente che x e y sono identici, coincidono, che sono lo stesso oggetto? La risposta di Leibniz era positiva: se due oggetti hanno in comune tutte le qualità e le relazioni, allora essi sono lo stesso oggetto³. L'identità qualitativa è la condizione dell'identità numerica. Dio non ha alcuna ragione per creare due oggetti differenti *solo numero*. Ci deve sempre essere almeno una qualità o una relazione che singularizza quel determinato oggetto – anche soltanto la relazione più semplice: il fatto basilare per cui ciascun oggetto ha con se stesso

¹ Cfr. F. Berto, *Logica da zero a Gödel*, Roma-Bari, Laterza, 2011 (4 ed.), p. 135-140.

² Bisogna inoltre distinguere l'indiscernibilità degli identici dalla sua versione linguistica, detta sostitutività degli identici *salva veritate*, per cui se due termini denotano la stessa cosa sono sempre intercambiabili negli enunciati in cui compaiono lasciandone inalterato il valore di verità. Ci sono contesti in cui la sostitutività degli identici fallisce, mentre l'indiscernibilità degli identici resta valida. Cfr. R. Cartwright, "Identity and Substitutivity", in M. K. Munitz (dir.), *Identity and Individuation*, New York, New York University Press, 1971.

³ Cfr. G. W. Leibniz, *Monadologie*, § 9 (1714); *Nouveaux essais sur l'entendement humain*, livre II (1703); *Lettres à Clarke*, 2 juin 1716, mi-août 1716, in *Œuvres*, tome I, ed. par L. Prenant, Paris, Aubier-Montaigne, 1972, p. 422-435.

una relazione che altri non possono avere, l'auto-identità.

In un celebre saggio Black fornisce un contro-esempio paradigmatico del principio⁴: possiamo pensare senza contraddizione la possibilità di un universo composto da due sfere di ferro perfettamente identiche, immobili, con le stesse qualità e le stesse caratteristiche relazionali, ma distinte. Le sfere di Black sono identiche, ma due. Non vi è nulla di contraddittorio nella discernibilità degli identici. Il principio *is threatened if there is a situation in which objects of the relevant kind seem to be indiscernible in the relevant respect without being identical*⁵.

Tra i numerosi critici di Black, Della Rocca⁶ pone una questione fondamentale. L'esperimento mentale – dice Della Rocca – non dà alcuna spiegazione della non-identità delle sfere, che viene invece assunta come un fatto primitivo sulla base di una pretesa intuizione evidente. Negare il principio non basta; bisogna fornire anche una giustificazione della non-identità delle sfere in esame. La discernibilità è o non è una qualità? Se non è una qualità, che cos'è? In un universo simmetrico non c'è un criterio di individuazione, dunque come facciamo a parlare di due e non di cento sfere? Perché siamo costretti a riconoscere che quelle due sfere sono distinte? Non potremmo dire che sono la stessa sfera in due punti diversi dello spazio? Perché dobbiamo moltiplicare gli oggetti senza una ragione precisa? Black non sa rispondere se non ricorrendo all'intuizione. Se ne conclude che *if one allows for primitive individuation or a brute fact of non-identity in Black's two-spheres case, then one has no good way to avoid other cases of primitive individuation that are intuitively unacceptable*⁷. Per Della Rocca, Black ammette implicitamente un principio di individuazione basilare, quello dato dalla locazione, per cui le due sfere sono diverse in quanto occupano posizioni o spazi diversi, ma allora esse non sono qualitativamente identiche. Per questo Della Rocca rifiuta il contro-esempio e recupera il principio fino a considerarlo una verità

4 Cfr. M. Black, "The Identity of Indiscernibles", *Mind*, vol. 61, n. 242, 1952, p. 153-164. Impossibile qui dare un quadro esaustivo del dibattito sul tema. Mi limito a rinviare a R. Adams, "Primitive Thisness and Primitive Identity", *The Journal of Philosophy*, 76, 1979, p. 5-26; I. Hacking, "The Identity of Indiscernibles", *Journal of Philosophy*, 72 (9), 1975, p. 249-256; K. Hawley, "Identity and Indiscernibility", *Mind*, 118, 2009, p. 101-109.

5 K. Hawley, "Identity and Indiscernibility", cit., p. 101.

6 Cfr. M. Della Rocca, "Two Spheres, Twenty Spheres, and the Identity of Indiscernibles", *Pacific Philosophical Quarterly*, 86, 2005, p. 480-492.

7 Ivi, p. 485.

necessaria⁸.

Poniamoci ora una domanda: è possibile accettare il principio, in quanto “principio robusto e abbastanza generale” che “esprime una condizione necessaria di qualunque relazioni di identità”⁹, *pur limitandolo*? Nel prosieguo difenderò la tesi per cui in determinate situazioni siamo costretti ad ammettere trasgressioni del principio senza per questo dover abbandonare *in toto* il principio stesso. Per avvalorare questa tesi seguirò due strade: la prima (§ 2) riprende il contro-esempio di Black modificandolo con la considerazione di oggetti *inesistenti e tecnici* (cioè interamente progettati e creati dalla nostra mente); la seconda (§ 3) si concentra invece sul concetto di identità e sul suo funzionamento proponendo un diverso approccio generale alla questione, in particolare all'identità qualitativa e all'identità numerica. Entrambe le strade, sebbene autonome, s'influenzano. Insieme ci condurranno alla formulazione di un nuovo esperimento mentale sulla linea di Black (§ 4). Chiamerò “iterazione” una specifica trasgressione del principio e mostrerò che è possibile darne una modellizzazione logica su basi paraconsistenti (§ 5, 6, 7). Da tali premesse svilupperò l'analisi fenomenologica della computazione (§ 8, 9, 10).

§ 2. Per una critica dell'identità degli indiscernibili

Riprendiamo daccapo la questione dell'identità degli indiscernibili. Tutto dipende da che cosa intendiamo con “proprietà” o “qualità”. Se intendiamo con “proprietà” ogni possibile predicato attribuibile a *x*, quindi anche “essere identico a *x*” o “essere diverso da *y*”, il principio diventa un mero truismo ed è inattaccabile: ogni cosa si differenzia dal resto per il semplice fatto di essere identica a se stessa, ma questo non vuol dire niente. Se invece intendiamo con “proprietà” solo le qualità *interessanti*, cioè non triviali, quelle che determinano un certo modo di essere di *x* e di *y*, allora la critica di Black regge. E tuttavia, anche in questo caso si possono sollevare nuove

⁸ Cfr. Z. Garrett, “An Explanation of Complete Colocation of Indiscernibles”, *Res Cogitans*, 4, 2013, p. 18-26. L'autore risponde a Della Rocca offrendo una serie di casi in cui l'impossibilità della co-localizzazione di oggetti materiali è messa a dura prova se non apertamente smentita. Sempre sulla questione della co-localizzazione, cfr. R. Jeshion, “The Identity of Indiscernibles and the co-location problem”, *Pacific Philosophical Quarterly*, 87 (2006), p. 163-176.

⁹ A. Varzi, *Parole, oggetti, eventi e altri argomenti di metafisica*, Roma, Carocci, 2001, p. 65.

obiezioni, persino più pesanti, come l'ipotesi delle “qualità nascoste”: potrebbero esistere delle caratteristiche del ferro, ad esempio, che ancora non conosciamo e che una sfera possiede ma l'altra no. Inoltre: chi stabilisce l'*interesse* di una qualità? A chi il diritto di decidere quali proprietà o relazioni sono ammissibili e quali no? Il termine “qualità”¹⁰ sembra essere troppo vago. D'altronde, questo è l'argomento centrale delle critiche di Quine alla *second order logic*. L'esperimento di Black è destinato al fallimento.

Se vogliamo dare un colpo netto al principio, dobbiamo cambiare prospettiva, precisare i nostri termini e restringere il campo di azione. D'ora in avanti con “oggetto” o “cosa” intenderemo semplicemente: “portatore di proprietà”. Un “oggetto” *porta* certe proprietà, e in tal modo *soddisfa* certi predicati che designano tali proprietà. E tuttavia anche la proprietà è un oggetto e porta certe altre proprietà. Il rosso ha la proprietà di essere un colore, il colore a sua volta ne ha altre, e così via. L'importante non è il regresso all'infinito in sé, bensì l'insuperabilità dello schema oggetto / proprietà, soggetto / predicato. Va da sé che “oggetto” non è identico a “ente”, cioè un oggetto che *porta* la proprietà di esistere¹¹.

Fino a quando consideriamo *oggetti materiali*, come fanno Black e i suoi critici, la critica del principio è impossibile, quantomeno si espone a obiezioni sostanziali¹². Se proviamo invece a considerare *oggetti immateriali* e molto *semplici*, ovvero oggetti astratti con un *range* di qualità interessanti ristretto e stabilito fin dall'inizio, allora la critica riprende fiato. In altre parole: possiamo sconfiggere il principio producendo appositi oggetti costruiti “in laboratorio”, oggetti *tecnic* e *inesistenti*, che controlliamo totalmente – stabiliamo un insieme di proprietà fisse e uniche,

10 Abbiamo certe proprietà in virtù di quel che siamo (proprietà intrinseche) e altre in virtù dei rapporti che abbiamo col mondo e con gli altri enti che lo popolano (proprietà estrinseche). La distinzione è però altamente problematica. Che cos'è veramente intrinseco? La forma di un oggetto è intrinseca? Potremmo dire che la forma di qualcosa dipende sempre dalla curvatura dello spazio nel quale essa è collocata. La costituzione quantica è intrinseca o estrinseca? Chi stabilisce il confine? Anche qui il dibattito è amplissimo (cfr. B. Weatherston, D. Marshall, “Intrinsic vs. Extrinsic Properties”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2014 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/fall2014/entries/intrinsic-extrinsic/>). Mi limito a parlare di qualità *interessanti* in maniera molto generale, riferendomi a “qualità che ci dicono qualcosa dell'oggetto in questione”, il che mi basta per escludere non solo trivialità come “essere identico a se stesso” o “diverso da altro” dal novero delle proprietà, ma anche le proprietà modali e temporali, nonché le verità *de dicto*.

11 Cfr. F. Berto, *L'esistenza non è logica*, Roma-Bari, Laterza, 2010, p. X-XI.

12 Cfr. le obiezioni sollevate anche da G. Priest, *One*, cit., p. 22-24.

così viene meno la minaccia delle “qualità nascoste”. Si badi: diciamo oggetti *tecnici*. Parlando di oggetto inesistenti non sosteniamo alcun platonismo. Semplicemente affermiamo che con il potere della nostra mente possiamo costruire oggetti che non hanno alcuna collocazione spazio-temporale. La nostra concezione del numero, come vedremo, si differenzierà quindi tanto dal *platonism* (i numeri sono oggetti astratti esistenti e immutabili, separati dalla mente che li scopre) quanto dal *fictionalism* (i numeri non sono oggetti astratti esistenti, sono creazioni della mente e quindi ogni enunciato¹³ esistenziale in matematica è falsa). Il nostro è piuttosto un *technicism*, secondo cui i numeri sono oggetti astratti, inesistenti, costruiti dalla mente umana, ma ciò non significa affatto ch'essi siano arbitrari. Tuttavia, non è mia intenzione entrare qui in discussioni ontologiche¹⁴. Quel che mi interessa è l'architettura logica del numero e la computabilità.

Il riferimento a Meinong e alla sua *Gegenstandstheorie*¹⁵, nonché a una schiera di autori che ne hanno ripreso e ampliato le tesi anche in contesti filosofici diversi dalla fenomenologia (Mally, Parsons, Routley, Priest, Zalta, ecc.)¹⁶ ha qui un peso specifico essenziale. La tesi generale dei meinonghiani, che qui facciamo nostra, è al contempo semplice e disarmante: non tutto esiste, ci sono entità che non esistono, che vanno a comporre una sfera indifferente all'essere e al non essere. In altre parole, esistere è un predicato primitivo che alcuni oggetti possiedono, altri no. Di contro alla linea neoparmenidea di un Quine¹⁷, i meinonghiani affermano che esistere non è una costante

13 Ignoro qui la distinzione tra enunciato e proposizione.

14 Cfr. M. Plebani, *Introduzione alla filosofia della matematica*, Roma, Carocci, 2011, p. 13-81.

15 Cfr. A. Meinong, *Teoria dell'oggetto*, a cura di E. Coccia, Macerata, Quodlibet, 2003.

16 Cfr. G. Priest, *Towards Non-Being. The Logic and Metaphysics of Intentionality*, Oxford, Oxford University Press, 2005.

17 Cfr. W. V. O. Quine, “On What There Is”, in Id., *From a Logical Point of View*, Cambridge, Harvard University Press, 1961. Quine sostiene che l'affermazione “Non tutto esiste” è contraddittoria e quindi palesemente falsa. Alla domanda “che cosa esiste” bisogna semplicemente rispondere: “tutto”. Per Quine essere è “il valore di una variabile quantificata” (“Designation and Existence”, *Journal of Philosophy*, 1939, p. 708). Quine presuppone che il “riferirsi a” (pensare, rappresentare, nominare, parlare di) implichi l'esistenza e che essere ed esistere coincidano: non è possibile riferirsi a qualcosa che non esiste. Com'è stato dimostrato, tuttavia, questa concezione si autodistrugge. Quine e seguaci (ma anche i precursori: Hume e Kant, Frege e Russell) presuppongono l'identificazione tra esistenza e quantificazione (la proprietà di avere istanze, di essere esemplificati), e quindi una pesante e indebita riduzione logica dell'esistenza. Per questi autori, l'esistenza non è una proprietà autonoma, semmai è una proprietà di secondo livello, o proprietà di proprietà: la proprietà di un concetto di essere istanziato, è il contare. Cfr. F. Berto, *L'esistenza non è logica*, cit., p. 24-32. Uno sviluppo estremo della posizione parmenidea si trova in P. van Inwagen, *Ontology, Identity and Modality*, Cambridge, Cambridge University Press, 2001. In *L'esistenza non è logica* Berto mostra tutte le fallacie logiche cui va incontro questo approccio (p. 50-70) e propone una ridefinizione del problema: l'esistenza è un predicato che ha a che fare con l'avere dei poteri causali. Sulle possibili interpretazioni dei quantificatori al di là del loro uso quineano-esistenziale, cfr. M. Plebani, *Introduzione alla filosofia della matematica*, cit., p. 35-40.

logica predicabile universalmente di tutto e non è definibile nella logica elementare standard. Oggettività (“x è un oggetto”), identità (“x è x”) ed esistenza (“x esiste”) non sono nozioni necessariamente connesse. Possiamo allora parlare legittimamente di oggetti non esistenti nel senso di astratti, non fisici, privi di riferimenti spazio-temporali. La matematica è un mondo di oggetti inesistenti che spetta al matematico descrivere. E per trattare adeguatamente questi oggetti inesistenti una logica del primo ordine è insufficiente¹⁸.

Non possiamo esaminare nel dettaglio questo vastissimo campo di ricerche. Ci basti tenere aperta la possibilità: se spezziamo la connessione quineana tra oggetto, identità, esistenza e quantificazione (quindi apriamo anche a un diverso senso del quantificatore), possiamo parlare di oggetti inesistenti, non fisici e della loro identità. Dobbiamo iniziare a pensare che sotto quel che noi chiamiamo comunemente “oggetto” si nascondono tanti “oggetti” diversi stratificati, con diverse condizioni di identità.

§ 3. Clusterizzazione dell'identità

L'identità è una questione metafisica cruciale¹⁹. Il nostro obiettivo qui non è quello di affrontarla direttamente e in modo esaustivo, di stabilire se si tratti o meno di una relazione essenziale o contingente, a priori o a posteriori, o quale trattamento logico debba essa ricevere.

18 Cfr. S. Shapiro, *Foundations without Foundationalism. A Case for Second-Order Logic*, Oxford, Oxford University Press, 1991. Il programma fondazionale di Shapiro non esprime affatto un atteggiamento radicalmente anti-fondazionalista, bensì un fondazionalismo che si libera dal predominio della logica di primo ordine e dai suoi eccessi. È un fondazionalismo che parla di *fondazioni*, non di *fondazione*. Secondo Shapiro, *without question, the most widely acclaimed surviving fragment of the foundationalist programme is classical first-order logic*, logica che *is a central component of contemporary views on correct inference, as opposed to subjective certainty*. La connessione proposta porta poi direttamente al dubbio: *given the failure of the foundationalist programmes, one should not be overly confident that first-order logic is the only system worthy of our attention* (p. 35-37). Nel momento in cui dobbiamo descrivere la pratica matematica, la logica del primo ordine si rivela del tutto inadeguata: *first-order languages and semantics are inadequate models of mathematics* (p. 43). La descrizione di importanti aspetti della matematica richiede il passaggio a una logica di secondo ordine. La posizione di Shapiro è significativa poiché egli non attacca affatto i critici della logica di secondo ordine, Quine in primis, ma cerca invece di sfruttarne i suggerimenti, ampliandoli. Emerge così una prospettiva di relativismo logico molto aperta e dinamica, che supera l'*idolo* di una giustificazione ideale a priori, rigorosamente deduttiva – premessa indispensabile di una totale identificazione tra ragionamento e computazione. Criticare il fondazionalismo, in tutte le sue manifestazioni, significherà non solo smettere di porre un confine inamovibile tra logica e matematica, ma anche smentire l'equazione tra calcolo e ragionamento. Per Shapiro, in questo secondo caso, il problema centrale resta il rapporto tra linguaggio formale e linguaggio naturale.

19 Per un orientamento generale: H. Noonan and B. Curtis, “Identity”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (2014 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/sum2014/entries/identity/>.

Vogliamo soltanto proporre un *metodo* diverso per trattare la questione, partendo dalla banale osservazione per cui l'identità è *plurivoca*, è un nome sotto il quale si raccolgono strategie concettuali differenti, con regole eterogenee e che possono anche entrare in contrasto tra loro. È un fatto: il nostro linguaggio possiede termini vaghi, che presentano condizioni di applicazione non definite. Con le etichette “identità qualitativa”, “identità numerica”, “coincidenza spaziotemporale”, “identità generica”, “identità personale”, ecc. ci rifacciamo a strategie concettuali molto diverse, il cui equilibrio è raggiunto a fatica. Le critiche di Kripke alla quadridimensionalità come criterio di identità²⁰ e gli argomenti tratti dalla meccanica quantistica²¹ – indipendentemente dalle interpretazioni che di questa si possono dare – ci spingono in questa direzione.

Avanziamo una seconda osservazione banale: l'identità non si definisce mai da sola. L'identità non è un concetto bensì una *rete* concettuale, un *cluster* che raccoglie altri *cluster*, ciascuno dei quali si definisce non solo attraverso il riferimento ad altri concetti, ma anche attraverso il riferimento agli altri *cluster* identitari. Così l'identità strutturale si definisce mediante il concetto di isomorfismo o somiglianza, l'auto-identità mediante il concetto di riflessione o retro-versione, l'identità analogica tramite la proporzione, l'identità qualitativa tramite il concetto di qualità o proprietà, l'identità numerica tramite la coincidenza sul luogo e un sistema di coordinate fisso. Le forme di identità interagiscono, s'influenzano reciprocamente, e quando parliamo in generale di “identità di x” non facciamo altro che esprimere un equilibrio precario raggiunto tra diversi *cluster* a proposito di x. Ci saranno poi *cluster* più fluidi, in quanto maggiormente soggetti all'interpretazione e all'uso del linguaggio di riferimento, e *cluster* meno fluidi, per i quali i criteri sono più stretti, determinati²².

Focalizziamo quattro punti generali:

- Non esistono criteri d'identità fissi, intendendo con “criterio di identità” un enunciato che ci

20 Cfr. A. Borghini, C. Hughes, M. Santanbrogio, A. Varzi (a cura di), *Il genio compreso. La filosofia di Saul Kripke*, Roma, Carocci, 2010, p. 159-164.

21 Cfr. J. Ladyman, T. Bigaj, “The Principle of the Identity of Indiscernibles and Quantum Mechanics”, *Philosophy of Science*, 77 (January 2011), pp. 117-136.

22 Cfr. V. Descombes, *Les embarras de l'identité*, Paris, Gallimard, 2013; F. Remotti, *Contro l'identità*, Roma-Bari, Laterza, 2001.

dice a quali condizioni si può affermare che x e y siano identici (per Quine, ad esempio, l'occupare una stessa regione dello spazio-tempo, mentre per Davidson l'avere le stesse cause²³). Ogni *cluster* risponde a un criterio diverso.

- L'identità non funziona “da sola” perché implica *almeno* il riferimento a due *variabili*: l'oggetto e la proprietà. Non usciamo mai dallo schema greco soggetto / predicato, nome / aggettivo, ma perché dovremmo? L'unico modo che abbiamo per pensare l'oggetto è attraverso le sue proprietà. Possiamo allora rappresentare l'identità come una funzione che lega due elementi di due insiemi diversi (oggetti e proprietà) all'elemento di un altro insieme, l'insieme di tutti gli individui, il catalogo universale: $I(x, y) = i$. La parte destra rappresenta la struttura del *cluster*, mentre la seconda l'individuo, il risultato dell'identificazione. Ogni *cluster* è quindi un'interpretazione della relazione tra soggetto e predicato in rapporto a individui di un mondo (possibile o attuale). *Oggettivazione* (la definizione di x) e *identificazione* (la procedura completa appena descritta) sono sempre correlate, e ogni logica (l'interpretazione e l'uso di connettivi e quantificatori) dipende da tale correlazione.
- I *cluster* sono isolati tra loro, ma entrano in contatto, possono interagire o fondersi.
- Ogni enunciato identitario è sempre relativo alla relazione tra le varie forme di identità – per questo in alcuni casi uno stesso enunciato funziona, un altro no²⁴.

Consideriamo ora la relazione tra due *cluster*: l'identità qualitativa e l'identità numerica.

Nel caso dell'identità qualitativa, il *cluster* segue il criterio delle qualità, classificandole in

23 Cfr. D. Davidson, “The Individuation of Events”, in N. Rescher (dir.), *Essays in Honor of Carl G. Hempel*, Dordrecht, Reidel, 1969, p. 216-234.

24 I rappresentanti del relativismo – la tesi per cui l'identità è un concetto relativo – sono molti. Scontato il riferimento al relativismo sortale di Geach (*Reference and Generality*, Ithaca, Cornell University Press, 1962) o a quello concettuale di Putnam (*Reason, Truth and History*, Cambridge, Cambridge University Press, 1981). Non approfondisco queste posizioni. Mi limito a sottolineare che la concezione della relatività dei *cluster* qui proposta si rifà piuttosto al pluralismo radicale di Goodman nel celebre *Ways of Worldmaking*, la cui tesi è che non c'è un mondo, ma tanti mondi attuali, nessuno dei quali omnicomprensivo. Applicando questo discorso all'identità, diremo che non c'è “l'identità”, bensì diversi modi di identificare o costruire identità, modi che s'intrecciano e si stratificano. In tale stratificazione emergono strutture ricorrenti, spesso insuperabili, come la coppia soggetto / predicato, nome / aggettivo.

essenziali, accidentali, intrinseche, estrinseche, relazionali, ecc. La prospettiva è fenomenologica: l'oggetto è un grappolo di apparenze, un fascio di qualità senza alcun sostrato puro o collante ontologico sottostante²⁵. Possiamo darne due interpretazioni: monista o pluralista. Identifico Bruto, l'uomo che uccise Cesare, con un fascio di qualità diverso da quello del suo corpo, la massa di carne e ossa. La persona di Bruto ha una storia e delle caratteristiche personali diverse dal corpo di Bruto. Il monista parla di uno stesso oggetto (Bruto) descritto ora in un modo ora in un altro; si danno fasci diversi in base alle possibili diverse descrizioni, ma poi queste descrizioni si fanno corrispondere a un solo individuo. Per il monista: $I(x^l, q) = B$, $I(x^l, q') = B$, dove x^l indica un oggetto materiale esistente, q e q' due fasci di qualità, ma c'è sempre uno stesso individuo, B . Il pluralista parlerà invece di due oggetti diversi. A ogni fascio deve corrispondere un individuo, e quindi avremo: $I(x^l, q) = B$, $I(x^l, q') = C$. Lo schema di fondo non cambia. L'identità qualitativa parte dalla fissazione di un *range* di qualità per arrivare poi all'individuo. Il punto è che le qualità sono sempre *comuni*, cioè possono appartenere a più individui, e perciò non hanno bisogno a loro volta di individuazione.

L'identità numerica risponde invece al criterio dell'unità o coincidenza. In questo *cluster* essere identico vuol dire coincidere con un *locus* (fisico o teorico) determinato da un *frame* di coordinate fisse. Quella posizione, definita appunto dalle coordinate, la occupa soltanto quell'oggetto e non un altro, e questo gli permette di coincidere con se stesso ed essere unico. L'individuo è *singolo, uno*. Scriveremo allora: $I(x^l, p) = B$, dove p è appunto la locazione. Bruto è quell'individuo che coincide con una serie di coordinate spazio-temporali, e non può essere altro – è unico. Come sul piano cartesiano, possiamo identificare uno e un solo punto che corrisponde a quel dato. Identità numerica, coincidenza e *frame* di coordinate vanno di pari passo. Ovvio poi che le coordinate possono essere intese in modi diversi: il teorico delle sostanze parla di “universali”, di

25 Ci si può richiamare qui alla teoria dei fasci, classicamente espressa da Berkeley, Hume e Russell, e rielaborata in modi diversi da H. Hochberg, “Things and Qualities”, in W. Capitan, D. Merrill (dir.), *Metaphysics and Explanation*, Pittsburgh, University of Pittsburgh Press, 1964, p. 82-97; H. Castañeda, “Thinking and the Structure of the World”, *Philosophia*, 1974, p. 4-40; J. O'Leary-Hawthorne, J. Cover, “A World of Universals”, *Philosophical Studies*, 1998, p. 205-219. Non scendo nelle diverse obiezioni che si possono sollevare, *in primis* sulla questione della “compresenza” delle proprietà – e quindi sull'identità delle proprietà stesse – e sul cambiamento: cfr. A. Varzi, “La natura e l'identità degli oggetti materiali”, A. Coliva (dir.), *Filosofia analitica. Temi e problemi*, Roma, Carocci, 2007, p. 8.

“tipi” o “specie” o “sorte” quali criteri di identificazione²⁶. Il *locus* dell'oggetto è costituito dall'appartenenza generica e dalla costituzione materiale, la coordinata singolarizzante. Per Tommaso²⁷, fonte d'individuazione è la *materia signata*, ovvero la materia singolare, ostensibile, formata – la forma, o genere, è il limite del cambiamento – e percepibile. Locke²⁸ antepone invece la dipendenza sortale: ogni sostanza *di quel genere* ha un luogo e un tempo, quindi un'esistenza, da cui sono escluse tutte le altre del suo stesso genere. Il quadridimensionalismo di Quine²⁹ non si sposta da questa linea.

Una precisazione è d'obbligo, perché tocca un aspetto essenziale del funzionamento di questi due *cluster*. L'identità generica è una forma di identità numerica, non di identità qualitativa. Per capirlo ci viene in aiuto un suggerimento di Melandri, secondo cui occorre distinguere tra l'avere una qualità o proprietà e l'appartenere a una classe o insieme. “In logica la qualità viene immediatamente interpretata come proprietà comune a tutti gli elementi di una classe” ma “si perde di vista il fatto che 'avere-una-proprietà' non è lo stesso che 'essere-elemento-di-una-classe’” e questo poiché “l'avere-una-proprietà ammette una gradazione intensiva che l'essere-elemento-di-una-classe esclude invece per principio”³⁰.

Se diciamo: “Socrate è un uomo” possiamo interpretare “essere un uomo” in due modi: in un senso insiemistico-estensivo, per cui Socrate appartiene alla classe degli umani, oppure in un senso qualitativo-intensivo, per cui Socrate può essere più o meno umano, “cioè aver la proprietà in questione secondo tutte le gradazioni intermedie fra un massimo e un minimo”³¹. Nel primo caso, “Socrate è un uomo” verrà tradotto come “Un uomo si chiama Socrate”, dove è il nome il perno cruciale dell'enunciato perché è la coordinata che identifica Socrate nell'insieme. “Uomo” è il nome dell'insieme, della classe in cui Socrate rientra. Nel secondo caso è l'aggettivo a giocare un ruolo

26 Cfr. P. F. Strawson, *Individuals*, London, Methuen, 1959; E. J. Lowe, *Kinds of Being*, Oxford, Blackwell, 1989; P. van Inwagen, *Material Beings*, Ithaca, Cornell University Press, 1990.

27 Tommaso d'Aquino, *De ente et essentia* (1256), II, 1-4.

28 Cfr. J. Locke, *An Essay Concerning Human Understanding* (1694), libro II, cap. XXVII, 1-3.

29 Cfr. W. O. Quine, *Word and Object*, Boston, Mit Press, 1960.

30 E. Melandri, *La linea e il circolo. Studio logico-filosofico sull'analogia*, Macerata, Quodlibet, 2004 (I ed. 1968), p. 622.

31 Ivi, p. 623.

cruciale: “Socrate è umano” nel senso per cui Socrate si avvicina più o meno a quel modello. Si pone a questo punto il problema di una trattazione logica adeguata dell'intensione. La logica classica resta sempre ferma all'estensione, anche quando considera l'intensione, cioè le qualità, spostandosi dal calcolo del primo ordine a quello del secondo ordine. “Da un punto di vista linguistico, essa soddisfa al massimo a una sola condizione: quella di una semantica nominale puramente denotativa” ma “pretendere di costruire su questa base un linguaggio, per mezzo di un'algebra booleiana, è schietta follia”³². Solo una logica dell'analogia, fondata sul modello della contrarietà e della proporzione, può giustificare le grandezze intensive, e quindi un'identità qualitativa in senso proprio. La logica classica è ancora troppo legata all'identità elementare del principio di non contraddizione. L'intensione introduce invece una dimensione del tutto nuova: la possibilità della gradazione, il maggiore e minore, che supera il terzo escluso. “Fra il massimo di P ('umanissimo') e il massimo del suo complemento per contrarietà, che non è non-P, ma P^{-1} ('disumanissimo'), trovano posto tutti i gradi intermedi”³³. Interessante notare che il numero, a differenza di quanto si potrebbe pensare, non è affatto un oggetto puramente estensionale. La sua prima caratteristica essenziale è quella di essere maggiore o minore di-, cioè una qualità intensionale. Il numero è la forma dell'intensione.

Non analizzeremo nel dettaglio le difficoltà cui dà luogo – Melandri ne è ben conscio – la formalizzazione del comparativo e del superlativo. Ma partendo dalla distinzione tra avere-una-proprietà ed essere-elemento-di-una-classe, e seguendo sempre Melandri, ci vogliamo focalizzare su un altro aspetto più profondo, che sta alla base della distinzione tra identità qualitativa-intensionale e identità numerica-estensionale, ovvero la distinzione tra due forme complementari di astrazione: classificatoria e tipico-ideale.

La prima considera grandezze estensive: dati gli individui (entità, oggetti, cose individuali) si estraggono da essi le proprietà che hanno in comune per classificarli. Colta la proprietà comune,

³² Ivi, p. 620.

³³ Ivi, p. 623.

cioè la condizione di appartenenza, si dà l'insieme, la classe, la specie. L'individuazione non coincide con l'appartenenza all'insieme, ma è presupposta da essa. L'appartenenza la determina, non la costituisce. Il linguaggio di riferimento è fisicalistico o cosale, denotativo; in esso i nomi sono “indici tetradimensionali”³⁴. Il giudizio corrispondente procede dal singolo all'insieme: “Socrate è un uomo”. Presuppongo un singolo (Socrate) già individuato da una coordinata (il nome proprio) per poi classificarlo (è un uomo).

L'astrazione tipologica parte invece da grandezze intensive: “si considerano date le proprietà (gli attributi, le qualità, i dati sensibili o fenomenici), per poi ricostruire con esse i tipi individuali”³⁵. Gli individui compaiono come “descrizioni” o “caratterizzazioni” di un *tipo*. Questa astrazione si realizza nel meccanismo del cosiddetto giudizio tipologico nel quale mettiamo in relazione due individui: il tipo o modello (il protocollo di qualità) e un altro individuo definito per approssimazione al primo (gli si avvicina più o meno) che chiamiamo *istanziamento del tipo*. Il giudizio tipologico procede dal tipo all'istanziamento. Partendo dal protocollo, esaminiamo quanto un certo individuo risponde a esso, se gli è conforme o meno. Il linguaggio usato è fenomenico, connotativo e aggettivale. L'umano (un gruppo di qualità: il tipo umano) si ritrova in una certa misura in Socrate (l'istanziamento del tipo).

Abbiamo allora due movimenti inversi ma complementari: *a)* presupponiamo gli individui e costruiamo le qualità (identità numerica); *b)* presupponiamo le qualità e costruiamo gli individui (identità qualitativa).

In entrambi in casi – come sottolinea ancora Melandri – i processi di individuazione sono convenzionali, se non illusori. Nella tipologia il rapporto con la realtà è problematico: “O gli individui vengono presupposti all'operazione di astrazione, cioè individuati indipendentemente da essa, oppure bisogna riconoscere che la caratterizzazione non ha un diretto riferimento alla realtà”³⁶.

Il tipo, che non è l'insieme o la specie, non ha bisogno di un riferimento diretto alla realtà: astraendo

³⁴ Ivi, p. 639.

³⁵ Ivi, p. 636.

³⁶ Ivi, p. 638.

le proprietà e cercando l'individuo a partire da esse (l'istanziamento) non affermiamo affatto la realtà empirica di quest'ultimo né abbiamo bisogno di farlo. Ma l'istanziamento del tipo può ancora dirsi un individuo? E se sì, in che cosa? La classificazione, dal canto suo, s'illude che il suo sistema di coordinate, o le categorie che usa, sia necessario: "Che cosa ci induce a pensare che quattro parametri (spazio-temporali, ndr) siano necessari e sufficienti per l'individuazione di un punto-istante?"³⁷. La conclusione è che classificazione e tipologia, così come fisicalismo e fenomenismo, realismo e idealismo, sono prospettive complementari e non alternative: sussistono uno nell'altro, in gradi e forme diverse. Nell'impianto fisicalistico la denotazione prevale sulla connotazione, in quello fenomenistico l'inverso, la connotazione sulla denotazione. Nel primo domina la logica estensionale del nome, basata sull'identità secca della non-contraddizione, che è la logica classica. Nel secondo si assiste al passaggio a una logica diversa, analogico-proporzionale, che pensa l'identità come rapporto scalare. La preferenza per l'uno o per l'altro impianto è dettata da motivazioni psicologiche o culturali, non essenziali.

Per riassumere presenterò due schemi. Il primo, di cui daremo due versioni, descrive l'identità qualitativa e l'identità numerica separatamente. La prima versione è la più semplice:

Identità	Grandezze	Astrazione	Linguaggio	Giudizio	Individuo
numerica	estensive → framework coordinate	classificatoria	denotativo fisicalistico → nome	classificatorio "Socrate è un uomo" → appartenenza dal singolo all'insieme (il singolo è presupposto)	singolo
qualitativa	intensive → fascio di qualità o tipo	tipologica	connotativo fenomenistico → aggettivo	tipologico "Socrate è umano" → dal tipo all'individuo come istanziazione	istanziamento

In Melandri se può desumere una versione più complessa, che procede dalle tre principali forme di enunciazione (sostantivale, aggettivale e verbale, desunte da Snell) ai tre tipi di calcoli

³⁷ Ivi, p. 640.

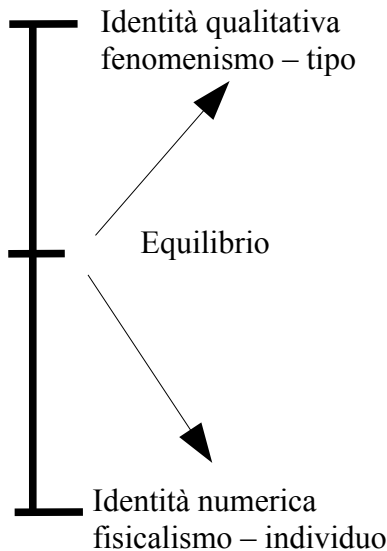
analizzati in *La linea e il circolo*: logico, analogico e dialettico³⁸.

Forma	Funzione	Interpretazione del riferimento	Principi dell'intelletto	Generi letterari	Metafore	Calcolo
Sostantivale	Informativa	Estensionale	Assiomi dell'intuizione "Tutte le intuizioni sono quantità estensive" (<i>KrV</i> , 148, 19-20)	Epica	Sineddoche	Calcolo per contraddittorietà – principio del terzo escluso
Aggettivale	Espressiva	Intensionale	Anticipazioni della percezione "In tutte le apparenze il reale, che è un oggetto della sensazione, possiede quantità intensiva, cioè un grado" (<i>KrV</i> , 151, 30-35)	Lirica	Metonimia	Calcolo per contrarietà – principio analogico del terzo incluso
Verbale	Direttiva	Pragmatica	Analogie dell'esperienza "L'esperienza è possibile solo mediante la rappresentazione di una connessione necessaria delle percezioni" (<i>KrV</i> , 158, 13-18)	Tragedia	Catacresi	Calcolo per complementarietà – dialettica

Il secondo schema mette in rilievo la connessione tra i due processi, considerandoli come i gradi di una scala. L'identità è come un termometro che applichiamo alle situazioni. E come il termometro, è uno strumento per interpretare e da interpretare. Identità qualitativa e identità numerica sono sempre connesse in quanto complementari. Nessuna delle due può fare a meno dell'altra, anche se considerata in maniera accessoria, marginale. Da un lato, l'identità qualitativa ha comunque sempre bisogno di un minimo di coordinate, anche molto blande, per parlare dei suoi individui, le istanziazioni del tipo. Dall'altro, l'identità numerica ha comunque sempre bisogno di un minimo riferimento alle qualità per costruire le sue classi. Il rapporto tra i due *cluster* è scalare. Potremo avere situazioni con un massimo grado di identità numerica e un minimo di identità

38 Cfr. E. Melandri, *La linea e il circolo*, cit., p. 624-638. La forma sostantivale (*a è b*) fissa i nomi degli oggetti interpretati come grandezze estensive, mentre la forma aggettivale (*a ha b*) esprime un contenuto descrittivo che ha quali oggetti grandezze intensionali. La forma verbale (*a produce b*) comprende le altre due, "benché nell'ordine logico venga dopo, in quello genetico precede nel tempo le altre due" (p. 635). Questo movimento di superamento dialettico è un tratto generale di tutti gli elementi del terzo livello della tabella rispetto ai precedenti. Così gli assiomi dell'intuizione e le anticipazioni della percezione sono ripresi e completati nelle analogie dell'esperienza con l'introduzione dei modi del tempo (permanenza, successione e simultaneità). Stessa cosa avviene sul piano dei generi letterari: al nome corrisponde l'epica, all'aggettivo la lirica e al verbo la tragedia. Ma c'è di più: "lo schematismo di Snell permette di comprendere in che modo i principi sintetici dell'intelletto siano connessi a certe metafore fondamentali, le quali risultano indispensabili per capire sia la struttura sia la funzione delle forme enunciative" (p. 635). Qui entra in gioco Foucault, che in *Les mots et les choses* distingue tre categorie di metafore: la sineddoche (parte-tutto, singolare-plurale: la sostituzione di un termine con un altro che ha col primo una relazione di tipo quantitativo), la metonimia (dove il rapporto tra i termini in gioco è qualitativo) e la catacresi (la pura estensione del significato di un termine oltre i limiti del suo significato proprio).

qualitativa, e viceversa, fino ai casi estremi di un tipo senza istanziazioni e un individuo senza qualità. Il punto centrale rappresenta l'equilibrio tra le due tendenze, fenomenista e fisicalista, vale a dire il nostro punto di vista abituale nel considerare le cose materiali che ci circondano.



§ 4. *Esperimento mentale: la discernibilità degli identici come contraddizione*

Come suggerisce Hawley, un buon contro-esempio del principio deve ottemperare a due condizioni. Esso deve mostrare che a) un certo *qualitative arrangement* è attuale o quantomeno possibile, e che b) due cose distinte sono responsabili di tale *arrangement*³⁹.

Ipotizziamo di considerare soltanto un oggetto *x* astratto, non fisico, dunque senza alcuna locazione spaziotemporale. A *x* attribuiamo una descrizione minima, due sole proprietà *interessanti e fisse*, diciamo: *b* ed *e*. Ora ipotizziamo di considerare un secondo oggetto, *y*, anch'esso astratto, inesistente, al quale attribuiamo le stesse proprietà: *b*, *e*. I nostri oggetti sono interamente formali, vuoti: non sono enti fisici o geometrici. Sono schemi di oggetti e insieme compongono uno schema di universo possibile.

Chiediamoci adesso che tipo di rapporto sussiste tra *x* e *y*. *De facto* una distanza c'è, non sono lo stesso oggetto: li chiamiamo con due nomi diversi. È un punto da non sottovalutare: i sostantivi

³⁹ K. Hawley, "Identity and Indiscernibility", cit., p. 102.

ci consentono di distinguere gli oggetti, realizzano una sorta di discretezza preanalitica del mondo. Dunque, una distanza c'è. Se ora, però, ci focalizziamo su questa distanza e la consideriamo come tale, ci accorgiamo ch'essa risulta problematica. I due oggetti x e y non sono oggetti fisici, quindi non hanno una locazione spaziotemporale; non c'è un *frame* di coordinate fisso – non sono nemmeno oggetti geometrici, come potevano essere le sfere di Black. E allora, *dove* si trovano? *In nessun luogo*. Non c'è locazione fissa, strutturata. Ciò nonostante, riusciamo a pensarli e possiamo addirittura formulare proposizioni sul loro conto. Diciamo che hanno le stesse qualità (b , e), eppure li chiamiamo con nomi diversi (x , y). Stesse qualità, ma l'identità numerica cade: non c'è singolarità né coincidenza sul luogo tra x e y . Abbiamo due istanziazioni di un tipo (fasci di qualità) che sono identiche. Possiamo distinguerle, tra di esse sussiste una discernibilità *debole*: x e y si distinguono unicamente per la loro posizione, un *locus* senza coordinate, blando, vago, che è il grado minimo di identità numerica, la discernibilità debole (cfr. secondo schema).

Il nostro è un buon contro-esempio? La prima condizione di Hawley è soddisfatta dalla concepibilità stessa della situazione, mentre la seconda dalla possibilità di nominare gli oggetti di cui parliamo con simboli diversi pur considerandoli identici. L'obiettore risponderà che i simboli usati (x , y) sono solo due nomi diversi per uno stesso oggetto. Ma non è affatto così, perché noi continuiamo a parlare di un universo con due oggetti e non uno. Se contiamo i nostri oggetti, la somma darà 2 non 1. Un minimo di identità numerica (differenza di posizione) sussiste.

Osserviamo la litografia di Escher “Su e giù” (1947). Essa ritrae una madre e un bambino che si guardano. La prima si affaccia a una finestra, mentre il secondo è seduto sulle scale proprio di fronte a lei. Questa scena viene ripetuta due volte, su e giù, grazie a una deformazione dello spazio: le due copie si ritrovano una sopra l'altra, si rispecchiano. Quel che distingue le due madri e i due bambini, nonché le due scale, le due finestre, ecc. è soltanto la posizione nell'immagine. Per il resto, sono del tutto identici. La sostituzione di uno spazio rigido con uno spazio fluido, dinamico, permette all'artista di raffigurare due istanziazioni identiche di un modello, la stessa scena.

L'identità qualitativa non è la condizione dell'identità numerica; può separarsi da quest'ultima e dare luogo a variazioni dell'identità.

Quel che ci interessa è mettere in rilievo che la possibilità di pensare la discernibilità degli identici è del tutto plausibile. La *distinctness* tra x e y è l'effetto del contrasto e della discrepanza tra due *cluster*: l'identità numerica e l'identità qualitativa. Possiamo pensare situazioni nelle quali queste due grammatiche concettuali entrano in corto-circuito e non si corrispondono più: una va in un senso, l'altra in un altro.

Presentiamo ancora un altro contro-esempio. Ipotizziamo – in una prospettiva di realismo modale⁴⁰ – l'esistenza di una pluralità di mondi indiscernibili o quantomeno molto simili tra loro. Esistono in essi individui perfettamente identici, che condividono tutte le proprietà, ma sono distinti, cioè presenti in mondi diversi. Questi individui non sono distinti dalla collocazione spazio-temporale né possono coincidere o sovrapporsi. I mondi sono isolati e tra di essi sussiste un rapporto che non è spazio-temporale – possono infatti esserci mondi che non hanno spazio-tempo o che non hanno uno spazio-tempo come il nostro. Abbiamo una certa discretezza, ma al contempo identità qualitativa.

C'è una topologia neutrale – pre-logica, di ordine metaforico – che non intacca l'identità qualitativa dei nostri oggetti (x , y) pur separandoli. È possibile pensare un'iterazione perfetta, l'identità moltiplicata, e questo non significa mettere in discussione il principio dell'identità degli

40 Cfr. D. Lewis, *Counterfactuals*, Oxford, Blackwell, 1973. Quello delle modalità aletiche è uno dei terreni più fertili per la riflessione filosofica. La semantica a mondi possibili è una teoria del significato delle espressioni modali in un linguaggio formale basato appunto sul concetto di mondo possibile. Si valuta la verità o la falsità di ogni enunciato modale attraverso un esame dei mondi possibili – una situazione è possibile vuole dire che c'è almeno un mondo possibile in cui quella situazione è vera; se è necessaria, sarà vera in tutti i mondi possibili. Il realista modale sostiene che la possibilità non è affatto l'esatto contrario dell'attualità. Al contrario, assimila le due cose: possibilità e attualità sono sullo stesso piano, il possibile è solo uno scenario diverso dal nostro mondo. Esistono allora moltissimi mondi, tutti concreti quanto il nostro, composti di persone, cose o altri enti che esistono nello stesso senso in cui diciamo che le persone, le cose o altri enti esistono nel nostro. Con l'assimilazione di possibilità e realtà – se qualcosa è possibile, esiste –, quest'ultima si amplifica a dismisura: tutto è reale perché ci sono infinite situazioni concrete alternative alla nostra. Non ci sono mondi possibili e mondi reali ma solo *mondi*. La possibilità è quel che esiste in un altro mondo, in un mondo diverso da quello in cui abitiamo. Il realismo modale differisce dall'ersatzismo, secondo cui i mondi possibili sono descrizioni alternative del nostro mondo, e dal combinatorialismo, secondo cui i mondi possibili sono ricombinazioni delle situazioni attuali. Per queste due posizioni, i mondi possibili non sono mondi concreti, esistenti, ma surrogati, derivati, versioni alternative del nostro mondo senza un'esistenza autonoma.

indiscernibili. Esistono situazioni in cui il principio può essere messo in discussione.

Consideriamo ora tre obiezioni.

1) Non sarebbe forse più semplice dire che x e y sono qualitativamente identici ma discernibili in virtù del fatto che hanno due distinti *sostrati*, nel senso che si tratta di due diverse entità portatrici di attributi identici? La nozione di “sostrato puro” è sospetta: se qualcosa come un “sostrato” dev'essere “puro”, cioè scevro di attributi, per essere “portatore” di attributi, allora già in partenza non è poi così “puro” come dovrebbe essere. Questo per non parlare di altri problemi più specifici come la questione del cambiamento e l'identità attraverso il tempo. Attenendoci in partenza ad oggetti inesistenti e tecnici, riconducibili a un range di proprietà chiuso e controllabile, abbiamo scelto di non entrare in queste discussioni.

2) La nostra è una soluzione *ad hoc*. Vero, l'esempio è costruito per attaccare il principio senza pietà. Ma c'è dell'altro: l'esempio mostra una situazione logica che chiarifica alcuni fatti matematici basilari.

3) Ammesso che si diano situazioni teoriche in cui l'identità degli indiscernibili è abolita, in tali situazioni emerge una struttura completamente contraddittoria:

- la relazione tra x e y è contraddittoria: l'enunciato “ x è y ” risulta al contempo vero e falso. I due, x e y , sono allo stesso tempo identici e diversi. Possiamo nominarli, certo, distinguendoli. Ma in realtà sono identici. Posto che identità e differenza sono l'una la negazione dell'altra, dunque contraddittori, il rapporto tra x e y è contraddittorio.
- Anche l'auto-identità di x e di y diventa contraddittoria: l'enunciato “ x è x ” risulta al contempo vero e falso, e lo stesso vale per y . Perciò x è se stesso, x , ma al contempo è diverso da sé perché distinto da y , posto che $x = y$.

L'obiettore ha ragione: x e y costituiscono un universo contraddittorio. E tuttavia, possiamo pensare x e y . La descrizione sopporta la contraddizione. La concepibilità non equivale alla possibilità: possiamo pensare l'impossibile.

Chiameremo *iterazione* la discrepanza tra le due grammatiche, identità qualitativa e identità numerica, che abbiamo descritto nel nostro esperimento mentale. Si tratta di una struttura logica precisa, che nega il principio di non contraddizione, ma non è triviale. Ha invece una natura paraconsistente e *dialethetica*.

§ 5. Paraconsistenza e dialetheismo

Da un punto di vista logico, un sistema formale S impiantato sul linguaggio L viene detto consistente o incontraddittorio se non consente mai di dimostrare e refutare allo stesso tempo una formula, ovvero di dimostrare sia una formula che la sua negazione: una contraddizione⁴¹. Se invece si dà questo caso, allora S è detto inconsistente o contraddittorio. Ed è detto *triviale* se e solo se consente di dimostrare tutte le formule di L . Nel caso in cui, poi, questo sistema prevede la negazione, esso è detto *banale*, perché dimostra tutto e il contrario di tutto: $a \wedge \neg a \rightarrow b$. Il nesso tra inconsistenza e trivialità è spiegato dalla legge dello pseudo Scoto: *ex contradictione quodlibet*, dalla contraddizione segue qualsiasi cosa. Tecnicamente, nel calcolo della deduzione naturale la legge dello pseudo Scoto si ottiene dalla regola della *eliminazione della negazione* ($E \neg$) con l'ulteriore passo della *introduzione del condizionale* ($I \rightarrow$). È la versione negativa del paradosso dell'implicazione materiale: il falso, l'assurdo implica qualsiasi cosa. La logica paraconsistente approfondisce e mette alla prova questa convinzione.

Il *trivialist* crede che tutte le contraddizioni siano vere, e perciò che tutto sia vero. Ciò equivale a dire, per esempio: “Se tutti i quadrati sono quadrati e non sono quadrati, allora vincerò al superenalotto”. La legge è detta anche “principio di esplosione” per rendere l'idea del potere

⁴¹ Definire che cos'è una contraddizione è un problema enorme. La contraddizione ci pone di fronte a una situazione netta, dicotomica: un enunciato e la sua controparte negativa. In termini tecnici, la contraddizione è la congiunzione di due enunciati, uno la negazione dell'altro. Si può anche dire, in una formulazione non collettiva ma distributiva, che la contraddizione è una coppia di enunciati, di cui uno nega l'altro: si elimina il riferimento alla congiunzione. In una prospettiva semantica, la contraddizione sarà la congiunzione (o la coppia) di enunciati che non potranno essere né entrambi veri (subcontrarietà) né entrambi falsi (contrarietà). In ambito metafisico, la contraddizione sarà invece una situazione in cui un oggetto al contempo gode e non gode di una certa proprietà. Di qui l'ipotesi di mondi contraddittori. Il principio di non contraddizione nega la possibilità delle contraddizioni a livello sintattico, semantico, ontologico e psicologico. “È impossibile essere e non essere a un tempo” (*Met.* 996b30). Cfr. J. Łukasiewicz, *Del principio di contraddizione in Aristotele*, Macerata, Quodlibet, 2003 (ed. or. 1910).

distruttivo di una contraddizione all'interno di un sistema formale. In ogni caso il motivo di fondo resta sempre lo stesso: se un sistema formale ammette anche una sola contraddizione, le conseguenze sono disastrose e il sistema diventa deduttivamente inutile⁴². Di questo è possibile dare una prova formale nel calcolo della deduzione naturale di Gentzen, come ha dimostrato Popper in un celebre articolo⁴³.

Una logica *paraconsistente* evita l'esplosione⁴⁴. Possiamo ammettere contraddizioni, senza per questo rendere triviale tutto il nostro pensiero. Già Nietzsche lo riconosceva: l'illogicità è essenziale alla vita e da essa nascono molte cose buone, e solo “gli uomini troppo ingenui” possono credere che tutto vada ricondotto alla coerenza⁴⁵.

42 Cfr. F. Berto, *Teorie dell'assurdo. I rivali del principio di non-contraddizione*, Roma, Carocci, 2006, p. 99-100.

43 Cfr. K. Popper, *Conjectures and Refutations*, London, Routledge & Kegan Paul, 1969, p. 540.

44 La paraconsistenza non è un argomento nuovo in filosofia. Già la sillogistica di Aristotele era un perfetto esempio di logica paraconsistente. Anche gli stoici non sembravano riconoscere la necessità dell'esplosività della contraddizione. Tale necessità è invece diventata cruciale nella logica classica. La riscoperta della paraconsistenza è avvenuta nella seconda metà del novecento a partire dalla logica discussiva di Jaśkowski (approccio non aggiuntivo), la strategia a frammentazione di David Lewis, le tesi di Rescher e Brandon (*The Logic of Inconsistency*, Oxford, Blackwell, 1980), i lavori di Newton da Costa, le logiche adattive, le logiche rilevanti e l'approccio di Priest. Da un punto di vista semantico, nella maggior parte delle logiche paraconsistenti, la validità di un argomento è definita nei termini della verità-secondo-una certa interpretazione. Si adottano quindi modelli semantici nei quali è possibile dare un'interpretazione dei termini usati in base alla quale a e $\neg a$ possono essere entrambe vere. Una strada è usare la logica a tre valori: “vero”, “falso” e “vero e falso”, la via seguita da Priest. Secondo questa logica, è possibile che a e $\neg a$ siano entrambi veri, posto che a sia “vero e falso”. Il paradosso del mentitore è appunto una proposizione al contempo vera e falsa. Nel suo articolo del 1979 “Logic of Paradox”, *Journal of Philosophical Logic*, 8, 1979, Priest dà una giustificazione di questo punto di vista partendo da un'analisi del primo teorema di incompletezza di Gödel. Se consideriamo S un sistema formale nel quale formalizziamo tutte le nostre procedure dimostrative in matematica, ebbene in S l'enunciato di Gödel è indimostrabile. Ciò nonostante, attraverso un semplice ragionamento semantico basato sul T-schema possiamo provare che l'enunciato indimostrabile di Gödel è vero. Il paradosso si scioglie se formalizziamo anche questo semplice ragionamento semantico e lo facciamo rientrare in S . L'enunciato gödeliano diventa dimostrabile. Ma a questo punto, ecco il nocciolo dell'argomento di Priest, S è diventato paraconsistente. L'enunciato è allo stesso tempo vero e falso. Tale modo di procedere, tuttavia, non è immune da critiche, soprattutto dal punto di vista tecnico: cfr. C. S. Chiara, “Priest, the Liar, and Gödel”, *Journal of Philosophical Logic*, 13, 1984, p. 117-124. Ma c'è un'altra ragione di fondo che si può avanzare contro il logico paraconsistente: perché dobbiamo accettare le contraddizioni? Dire che per il fatto che ragioniamo così, che questa è la realtà delle cose, appare una posizione piuttosto conservatrice e forse irrazionale: se non possiamo risolvere il paradosso, lo dobbiamo accettare. Priest risponde a questo genere di obiezioni in “What Is so Bad about Contradictions?”, *Journal of Philosophy*, 8, 1998, p. 410-426, il cui nocciolo è la tesi: se l'obiettivo di qualsiasi processo cognitivo è la verità, non è detto che la contraddizione debba sempre essere un ostacolo a essa, per cui coerenza e razionalità non sempre coincidono.

45 Cfr. F. Nietzsche, *Umano, troppo umano I*, a cura di G. Colli, M. Montinari, Milano, Adelphi, 1965, p. 38. Si noti che anche in Melandri c'è un'intuizione chiarissima di questa possibilità logica tant'è che potremmo considerare la sua logica analogica come una logica della paraconsistenza. Cfr. *La linea e il circolo*, cit., p. 231-232. Il tutto rientra in una precisa interpretazione dei rapporti tra logica e linguaggio che culmina nella valutazione della logica classica come “il risultato dell'assolutizzazione di un equilibrio contingente” (ivi, p. 628), quello tra sintassi linguistica e calcolo. Da sottolineare il fatto che la teoria linguistica melandriana dipende fortemente da quella di Snell e dalla distinzione tra le tre forme originarie: sostantivale (informativa ed estensionale), aggettivale (espressiva e intensionale) e verbale (pragmatica, dinamica, dialettica), che si ritrovano in ogni possibile proposizione. Cfr. B. Snell, *Der Aufbau der Sprache*, Hamburg, 1952. Melandri lega le tre forme di Snell a tre categorie di tropi: la sineddoche, la metonimia e la cataresi, che sono le “metafore fondamentali” distinte da Foucault in *Les mots et les*

Questo tipo di logiche deve però difendersi da un'altra critica radicale, quella di Quine: *change of logic, change of subject*, nel senso che le logiche non-classiche sono sospettate di modificare il significato dei simboli logici. Il logico “deviante” non cambia nulla, o meglio si limita a cambiare argomento. E quindi il simbolo della negazione per il logico tradizionale significa una cosa, mentre per il logico “deviante” un'altra. È uno scontro tra intuizioni e tra vocabolari logici, sul quale appare difficile poter dare soluzioni definitive. Una questione aperta resta ad esempio se l'unica interpretazione dei connettivi debba per forza essere quella verofunzionale. Ma indipendentemente da questo, le logiche paraconsistenti si identificano più con un certo uso dei simboli logici, con una filosofia di fondo: esistono motivazioni importanti che ci spingono ad accettare contraddizioni nei nostri sistemi formali, e quindi dobbiamo cambiare qualcosa rispetto alla logica classica.

Quali sono i requisiti metodologici che devono essere soddisfatti affinché una logica possa ammettere contraddizioni e farlo in modo proficuo? In una logica paraconsistente non sono validi il principio di non contraddizione e la legge dello pseudo Scoto. Ci sono contraddizioni, ma non sono esplosive. L'ammissione di contraddizioni non deve trivializzare il sistema in base a una qualche versione della legge dello pseudo Scoto, il che equivale a dire che dobbiamo poterci servire delle contraddizioni per formulare inferenze valide. Ma questo che cosa significa a livello formale? La maggior parte dei logici paraconsistenti cerca di disinnescare lo pseudo Scoto rinunciando a una o più regole di derivazione nel proprio apparato concettuale. È noto che, nel calcolo della deduzione naturale, la legge dello pseudo Scoto è dimostrata facendo ricorso a quattro regole: “Eliminazione della congiunzione”, “Introduzione della disgiunzione”, “Sillogismo disgiuntivo” e “Introduzione del condizionale”. A giocare un ruolo cruciale nella dimostrazione è la terza, detta anche *modus tollendo ponens* ($\alpha \vee \beta, \neg \alpha / \beta$), il cui comportamento diventa problematico quando si affrontano situazioni inconsistenti. Si è infatti constatato che questa regola, pur valida in sistemi e teorie

choses (Paris, Gallimard, 1966). E questo si connette ad altri due punti centrali di *La linea e il circolo*: a) la critica del logicismo inteso in un senso riduzionistico; b) l'idea per la quale la matematica è una razionalità autonoma, indipendente dalla logica, quantomeno dalla logica dell'identità elementare.

consistenti, risulta inappropriata come strumento di una logica paraconsistente perché non è in grado di preservare adeguatamente la verità in situazioni contraddittorie. Se supponiamo che α e $\neg \alpha$ siano entrambe vere, allora $\alpha \vee \beta$ sarà comunque vera, anche se β è falsa, in base alle tavole di verità. Di qui, applicando il *modus tollendo ponens*, si dà la possibilità per cui da premesse entrambe vere, $\alpha \vee \beta$, e $\neg \alpha$, possa derivare una conclusione falsa, β . E questo va contro il criterio fondamentale della correttezza logica: non può mai darsi il caso che le premesse siano tutte vere e la conclusione falsa. Anche il logico paraconsistente *deve* rispettare questo criterio.

Il crollo del sillogismo disgiuntivo ha altre gravi conseguenze. Data la definizione classica del condizionale materiale, il *modus tollendo ponens* risulta logicamente equivalente a un'altra regola, ancor più basilare, il *modus ponendo ponens* ($\alpha \rightarrow \beta$, α / β ; regola di separazione o eliminazione del condizionale). In effetti, il condizionale materiale, come connettivo verofunzionale, si definisce nei termini della disgiunzione tra la negazione dell'antecedente e il conseguente ($\neg \alpha \vee \beta$); di qui, l'equivalenza è evidente. Il logico paraconsistente deve rinunciare al *modus tollendo ponens* per disinnescare lo pseudo Scoto, ma non può rinunciare al *modus ponendo ponens*, che esprime una caratteristica inferenziale essenziale del condizionale stesso – un connettivo non conforme a questa regola non è affatto un condizionale. Il logico “deviante” deve sviluppare una semantica del condizionale autonoma dalla negazione e dalla disgiunzione in modo tale da evitare l'equivalenza con il *modus tollendo ponens*, che comporterebbe una ricaduta nel principio dello pseudo Scoto, e salvare l'irrinunciabile regola del *modus ponens*⁴⁶. È quel che in letteratura viene chiamato la “condizione del modus ponens”.

Il logico “deviante” si muove in bilico, riorientando ogni volta la propria interpretazione e il proprio uso dei connettivi e delle regole inferenziali. L'unico criterio di massima è quello di allontanarsi il meno possibile dalla logica classica. Una logica paraconsistente, essendo comunque un sotto-insieme della logica classica, deve cercare di salvare quantomeno quel che nella logica

46 Cfr. F. Berto e L. Bottai, *Che cos'è una contraddizione*, Roma, Carocci, 2015, p. 54-55; F. Berto, *Teorie dell'assurdo*, cit., p. 107-108.

standard funziona usandolo al meglio. I logici chiamano questa condizione la “condizione di danno minimo” – anche se tale prescrizione resta piuttosto ambigua⁴⁷ e l'obiezione di Quine sempre in agguato. Il logico paraconsistente non butta tutta la logica classica, non può farlo. Deve cercare di modificarne attentamente le strutture in modo da *a)* rendere innocue le contraddizioni sintattiche e semantiche (eliminando lo pseudo Scoto), *b)* riuscire a giustificare nel suo sistema i teoremi essenziali dell'approccio classico (è chiamata in letteratura *classical recapture*).

Ad esempio, nella logica di da Costa, detta *positive-plus*, si conserva pressoché intatta la parte positiva (senza negazioni) della logica classica, mentre, quando si incontrano contraddizioni, viene alterato il trattamento della negazione. Si fissa allora una base minimale, ovvero undici assiomi abbastanza tradizionali, e si introducono due operatori, uno per la consistenza e uno per l'inconsistenza. Se assumiamo *a* come consistente, allora vale il principio di non contraddizione e lo pseudo Scoto, e quindi non potrà mai darsi *a* e non *a*, pena l'esplosione. Con l'operatore dell'inconsistenza, diremo invece: se *a* è inconsistente, allora valgono sia *a* che non *a*. Da Costa e i suoi collaboratori hanno sviluppato tutta una serie di livelli logici diversi, sempre più potenti, mostrando come la consistenza e l'inconsistenza si diffondano dai componenti ai composti. È una logica molto fluida, che spiega situazioni di fronte alle quali la logica classica non funziona. La negazione è il punto cruciale: da Costa formula alcune clausole semantiche che ne governano il funzionamento e in base alle quali riesce – attenuandone molto il potere – a evitare l'esplosione dello pseudo Scoto e a ottenere la *classical recapture*⁴⁸.

Tracciato questo quadro generale, distingueremo due diversi gradi di paraconsistenza: debole e forte. A differenziare le due è l'ammissione della possibilità e della realtà di contraddizioni vere: la prima non lo fa, la seconda sì. Esistono teorie inconsistenti – la teoria ingenua degli insiemi, la semantica intuitiva, il calcolo infinitesimale di Leibniz, la teoria atomica di Bohr, i nostri sistemi di credenze quotidiani, ecc. – che sono utili, funzionano. La logica sottostante è una logica

47 Cfr. M. Bremer, *An Introduction to Paraconsistent Logic*, Frankfurt a. M., Peter Lang, 2005.

48 Cfr. N. C. A. Da Costa, “Sulla teoria dei sistemi formali contraddittori”, in D. Marconi (a cura di), *La formalizzazione della dialettica. Hegel, Marx e la logica contemporanea*, Torino, Rosenberg & Sellier, 1974.

paraconsistente. La paraconsistenza debole lo afferma, ma senza ammettere che questa logica faccia riferimento a un modello reale, che insomma esistano stati di cose contraddittori. La paraconsistenza forte, invece, supera questo confine, ammettendo contraddizioni “vere” in senso realista: si danno stati di cose che violano il principio di non contraddizione nella sua formulazione logico-semanticamente. Esistono *alcune* contraddizioni che sono dimostrabili e inevitabili perché reali, vere. Questa forma di paraconsistenza è il *dialetheism*.

Una *dialetheia* è una proposizione di cui tanto l'affermazione quanto la negazione⁴⁹ – assunte come operazioni inverse – risultano vere. Il *dialetheism* sostiene che esistono *dialetheia*, ovvero proposizioni vere dalla forma contraddittoria (A e non- A); *a dialetheia is any true statement of the form: α and it is not the case that α* , e quindi *our concepts, or some of them anyway, are inconsistent and produce dialetheias*⁵⁰. Esistono stati di cose e oggetti insieme contraddittori e necessari. Il *dialetheism* è una prospettiva metafisica: *the view that some contradictions are true: there are sentences (statements, propositions, or whatever one takes truth-bearers to be) α , such that both α and $\neg \alpha$ are true, that is, such that α is both true and false*⁵¹. Come scrive ancora Priest,

49 Di centrale importanza per il *dialetheism* è la discussione sul senso della negazione. Il *dialetheist* deve essere in grado di esprimere l'esclusione di due proprietà incompatibili senza per questo rinunciare a credere che esistono contraddizioni vere. Priest sottolinea la centralità del trattamento della negazione per il *dialetheism* e la delicatezza della questione, data anche la molteplicità di tipi diversi di negazione: la negazione booleana, quella intuizionista, le leggi di De Morgan, etc. ciascuna delle quali risponde a regole e modelli semantici propri. Si tratta allora di capire che cosa intendiamo con “negazione” e con “teoria della negazione” in rapporto alla scelta *dialethetica*. Ovviamente, la negazione logica è ben diversa dalla negazione linguistica: non basta inserire il “non” in una frase qualsiasi per avere, sul piano logico, una negazione. E quindi, *we have a grasp of negation that is independent of the way that 'not' functions, and can use this to determine when 'notting' negates* (G. Priest, *Doubt Truth to Be Liar*, Oxford, Clarendon Press, 2006, p. 77). La negazione di “Qualche uomo è mortale” non è “Qualche uomo non è mortale”, ma “Nessun uomo è mortale”. Il senso logico autentico della negazione è la contraddizione, non la contrarietà né la subcontrarietà. La negazione è *a contradictory-forming operator*. Ci sono allora tre fondamentali leggi della negazione: la legge del terzo escluso, la legge della non contraddizione e la legge della doppia negazione. La negazione del *dialetheist* esprime una contraddizione secca, che divide il mondo in due parti totalmente contrapposte, simmetriche; *a genuine contradictory-forming operator will be one that when applied to a sentence, α , covers all the cases in which α is not true*, e quindi *it is an operator, $\neg$, such that $\neg \alpha$ is true iff α is not true, i.e. is either false or neither true nor false* (p. 79). Abbiamo $[(\alpha \wedge \neg \alpha) \wedge \neg (\alpha \wedge \neg \alpha)]$, dunque non nega per niente il principio di non contraddizione, anzi lo amplifica. Per i particolari tecnici, cfr. soprattutto la discussione della negazione booleana in *Doubt Truth to Be Liar*, cit., p. 88-102. La questione generale della negazione supera i limiti di questo saggio. Per un approccio generale, cfr. il classico L. Horn, *A Natural History of Negation*, Chicago, Chicago University Press, 1989.

50 G. Priest, *In Contradiction. A Study of the Transconsistent*, Oxford, Clarendon Press, 2006 (second edition), p. 4. Cfr. anche G. Priest, F. Berto, “Dialetheism”, *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Summer 2013 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <<https://plato.stanford.edu/archives/sum2013/entries/dialetheism/>>; G. Priest, *An Introduction to Non-Classical Logic*, Cambridge, Cambridge University Press, 2008.

51 G. Priest, *Doubt truth to be a liar*, cit., p. 1.

dialetheism is a metaphysical view: that some contradictions are true, mentre *paraconsistency is a property of a relation of logical consequence*⁵². La seconda può sussistere benissimo senza il primo, ma non vice-versa. La prospettiva del *dialetheism* impone una radicale trasformazione del nostro modo di concepire la realtà e la razionalità: *rationality is also intimately connected with dialetheism*⁵³.

Per il *dialetheist*, i paradossi (semantici e insiemistici)⁵⁴ sono un banco di prova imprescindibile. In *In Contradiction* Priest parte dalla diagnosi per cui i paradossi non sono semplici errori accidentali né isolati, ma sono generati da una comune condizione teoretica, contraddistinta da due aspetti: l'autoriferimento, la circolarità. Esiste cioè una sola struttura essenziale dei paradossi⁵⁵. Possiamo dividere la totalità degli enunciati in due sotto-insiemi: l'insieme degli enunciati veri e il suo complemento (che non coincide necessariamente con l'insieme degli enunciati falsi). Il paradosso è un enunciato che si trova in entrambi i sotto-insiemi. Si produce una situazione bivalente, nel senso che l'enunciato paradossale, nel momento stesso della sua espressione, si apre a due prospettive, una in base alla quale è vero, l'altra in base alla quale è falso. Tale duplicità non si risolve semplicemente aumentando i valori di verità, cioè postulando enunciati “veri e falsi”, perché potremo sempre re-interpretare il complemento aggiungendo un quarto valore di verità che renderà possibile replicare il paradosso⁵⁶. In *In Contradiction* Priest distingue i paradossi in logici, semantici e insiemistici, dedicando poi un capitolo (il terzo della prima parte) ai

52 G. Priest, *One. Being an Investigation into the Unity of Reality and its Parts, including the Singular Object which is Nothingness*, Oxford, Oxford University Press, 2014, p. XVIII.

53 G. Priest, *Doubt truth to be a liar*, cit., p. 1.

54 Cfr. F. P. Ramsey, *I fondamenti della matematica e altri scritti di logica*, Milano, Feltrinelli, 1964 (ed. or. 1931).

55 Diremo che un paradosso è un argomento che partendo da premesse intuitivamente vere e attraverso deduzioni intuitivamente accettabili arriva a una contraddizione o a un enunciato altamente controintuitivo. In *Beyond the Limits of Thought* (Cambridge, Cambridge University Press, 1995, p. 2-10), Priest sottolinea che gli enunciati dai quali emergono i paradossi sono sempre enunciati che descrivono alcuni casi limite di quel che può essere concepito o espresso, e mette in rilievo che in tutti i paradossi ricorrono almeno due condizioni basilari: vi è una totalità (di tutte le cose esprimibili, descrivibili, ecc.) e un'operazione che genera un oggetto il quale è sia all'interno che all'esterno di questa totalità. Priest chiama queste due condizioni *chiusura* e *trascendenza*, cui aggiunge poi l'autoreferenzialità. Il punto è che un paradosso, pur essendo assurdo, non è affatto inconcepibile: possiamo infatti formularlo, siamo coscienti del suo carattere spiazzante. Importante la considerazione di Melandri: “L'obiezione della tartaruga ad Achille è che nessun sillogismo, se applicato a fatti concreti, può mai essere conclusivo. Infatti, se si vuol formulare esplicitamente l'interpretazione data nella fattispecie della premessa minore (la quale concerne l'accertamento del fatto), non ci salviamo da un regresso all'infinito” (*La linea e il circolo*, cit., p. 364).

56 Cfr. F. Berto, *Teorie dell'assurdo*, cit., p. 62.

teoremi di Gödel.

L'esempio più immediato è: “io sto mentendo”. Se è vero, sto mentendo, ma chi mente dice il falso, dunque non sto mentendo. Se invece l'affermazione è falsa, non sto mentendo: dunque dico il vero, e cioè mento. Qualsiasi strategia mettiamo in campo per sbrogliare questa situazione, avremo sempre lo stesso risultato: un rafforzamento del paradosso, la contraddizione mi si ripresenta rafforzata, posso cioè usare i concetti della presunta soluzione per costruire un *revenge liar*, e se cerco di rispondere nuovamente arriverò a un punto tale che la mia risposta si auto-distruggerà.

Il *dialetheist* non cerca di rispondere al paradosso, ma cambia del tutto paradigma: prende come punto di partenza i paradossi, le contraddizioni insuperabili, che accetta come fatti, e costruisce attorno a essi un nuovo punto di vista sulla logica. Egli sostiene dunque che una spiegazione dei paradossi è possibile, fornendo una nuova logica.

Nella linea *dialethetica* di Priest c'è un altro punto molto rilevante: esistono stati di cose contraddittori non solo veri, ma anche percepibili, *osservabili*. Esistono situazioni contraddittorie che possiamo percepire direttamente come contraddittorie: *we may have perceptual experiences the contents of which are contradictory*⁵⁷. Priest fa l'esempio delle impossibili figure di Escher e della scala di Penrose: l'immaginazione è in grado di costruire situazioni visive non semplicemente paradossali, bensì apertamente in contrasto con la nostra esperienza fisica e contraddittorie in se stesse. *There is an intrigue auditory analogue of the continuously ascending [Penrose's] staircase. It is possible to produce a collection of musical tones which appears to be continuously ascending in pitch whilst, at the same time, never getting any higher – again, a contradictory situation*⁵⁸. Ma Priest fa anche altri due esempi. Il primo è il cosiddetto *waterfall effect*: quando si è sotto l'effetto di droghe o di alcol, capita di vedere l'ambiente circostante muoversi, pur restando fermo – non sapremmo mai dire se quella stanza si sta davvero muovendo o se è solo una nostra illusione: possiamo fissare un punto, mantenerlo fermo, anche se tutto il resto continua a “girare”, è la

57 G. Priest, “Perceiving Contradictions”, *Australian Journal of Philosophy*, 77, 1999, p. 443.

58 Ivi, p. 441.

percezione di un movimento stazionario. Il secondo esempio riguarda invece i colori: *Now suppose a subject is shown a field, half of which is red and half of which is green, the two halves being separated by a black line. If the line is then removed, the brain fills in colours in the vacated space, and some observers report seeing that the boundary is now red and green*⁵⁹. E precisa, poche righe dopo: *It might be said that being red and green is not a contradiction. But it is: red and green are complementary colours. It is, hence, a conceptual impossibility for something to be both colours. A feature of complementary colours is that they cant go together. There is no reddy-green, in the same way, for example, that there is a reddy blue. Something that is red and green, is red and not red*⁶⁰.

Riassumiamo. Se *a)* la nostra critica all'identità è corretta, *b)* il nostro esperimento mentale sulla linea di Black è corretto e *c)* accettiamo la paraconsistenza e il *dialetheism*, allora non c'è nulla che impedisca di pensare la discernibilità degli identici. Formuliamolo chiaramente:

- (1) l'identità qualitativa non coincide necessariamente con l'identità numerica
- (2) possono esistere contraddizioni vere non esplosive

-
- (3) possono esistere oggetti perfettamente identici ma distinti.

Se ammettiamo la verità di (1) e (2), l'argomento è coerente. L'ipotesi (3) è accettabile.

§ 6. *L'iterazione come struttura logica paraconsistente*

Diciamo “iterazione” il tipo di trasgressione dell'identità degli indiscernibili che abbiamo descritto fin qui: la contraddizione tra l'identità qualitativa e l'identità numerica. In una struttura iterativa gli oggetti si distinguono soltanto in base alla loro posizione (discernibilità *debole*). La nostra tesi è che l'iterazione è la radice logica di un oggetto come il numero.

Possiamo modellizzare il nostro esperimento mentale (§ 4)? Chiameremo l'ambiente logico ipotizzato negli esempi “Universo Black”, o U^B . Distingueremo due principi chiave che lo regolano.

⁵⁹ Ivi, p. 442.

⁶⁰ Ibid.

Il primo è il *principio di iterazione*:

$$PI': \forall x \forall y \forall F [(Fx \leftrightarrow Fy), (x \neq y)]$$

Lo esprimiamo in una logica di secondo ordine. Dati due oggetti identici, essi *non sono* lo stesso oggetto, ma due. Più in generale: dati *n* oggetti identici, essi *non sono* lo stesso oggetto, ma *n*. Riformuliamolo così:

$$PI': \forall x [(x = x), (x \neq x)]$$

Dato un qualsiasi *x* – chiameremo *item* questo elemento-unità astratto – esso è se stesso e immediatamente diverso da sé, e quindi molteplice. L'item è il polo di una relazione, la relazione con la sua copia identica. L'insieme di tutti gli item è U^B . Nella formula abbiamo tre simboli principali: il quantificatore universale $\forall$, l'identità $=$ e la differenza $\neq$. C'è poi la virgola, che indica una lettura distributiva, non collettiva, della contraddizione. Facciamo così a meno della congiunzione: $[(x = x), (x \neq x)]$ è una coppia di enunciati di cui uno nega l'altro. Si badi: con ciò non stiamo formulando nessun sistema o teoria, né pretendiamo di costruire fondazioni definitive. Le critiche di Quine alla logica del secondo ordine restano valide, sebbene arginabili. Stiamo soltanto tracciando i contorni di un certo spazio logico nei limiti di un'ipotesi relativa al senso della computazione.

La contraddizione non è esplosiva, ma funzionale. In U^B due item qualsiasi sono identici e diversi. L'item ha una natura dinamica: è e non è tutti gli altri item, è continuo e discreto. Ha due facce: *a)* è molteplice ($x \neq x$) perché si moltiplica e quindi si sviluppa in una serie, differisce; *b)* è singolo ($x = x$) perché essendo simile a tutti gli altri item moltiplicandosi resta se stesso, resta uno nei suoi duplicati. L'item è *immediatamente* un insieme infinito poiché *immediatamente* si moltiplica all'infinito per PI' . Ma questo infinito è *immediatamente* anche un singolo individuo. Il peso di questo *immediatamente* va calibrato, perché qui sta l'essenza del numero e della computazione. Il nesso paraconsistente del principio impedisce non solo l'esplosione dell'item, ma anche la confusione tra il singolo item e U^B .

Il secondo principio è il principio di *contraddizione continua* per cui nessuna contraddizione blocca il sistema, bensì lo estende:

$$C^c: \forall x [(x = x), (x \neq x)] \cdot x, x$$

All'apparato simbolico usato in PI' aggiungiamo $\cdot$ che chiamiamo *funtore di combinazione*. È un connettivo molto semplice che procede per eliminazione: il passaggio dalla sinistra alla destra della formula implica la scomparsa di $=$ e $\neq$. Diverso il comportamento delle due virgole: la prima agisce normalmente, mentre la seconda assume una denotazione, indica la discernibilità neutrale. Come dicevamo, la contraddizione non distrugge il sistema, bensì lo preserva moltiplicando gli item. Il sistema non è triviale perché da $[(x = x), (x \neq x)]$ non segue qualsiasi cosa, ma sempre e solo la stessa cosa, x , moltiplicata. Si dirà che la nostra minilogica è banale perché monotona. Per la verità, come vedremo nella sezione successiva, la monotonia non è affatto banale. Anzi, può avere un valore costruttivo, euristico.

Il funtore di combinazione è un condizionale materiale modificato, nel senso che *a)* rispetta la condizione base del condizionale (non può mai darsi che l'antecedente sia vero e il conseguente falso), ma *b)* ne cambia l'interpretazione in base a una semantica non ordinaria. Il funtore esprime il distacco tra l'identità qualitativa e l'identità numerica.

Così formulata, l'iterazione può considerarsi la matrice comune di numerosi costrutti logici essenziali al nostro pensiero come:

- L'identità degli indiscernibili, che nasce dalla negazione del principio di iterazione;
- l'analogia, tanto nel senso tecnico di proporzionalità o identità di rapporto quanto in quello di somiglianza, che nasce da una limitazione del principio – si ripete una proprietà o un gruppo di proprietà e non altri;
- il sortale, che, come abbiamo detto, può instanziarsi in maniere molto diverse, e quindi dipende da un'interpretazione del principio – tra le istanze c'è un rapporto di perfetta identità più o meno.

§ 7. *Il numero come schema iterativo*

Il numero è uno schema iterativo, un modo di considerare e usare un insieme anomalo come U^B . Quando calcoliamo qualcosa (nuvole, capre, alberi, etc.) o anche semplicemente quando contiamo “a vuoto”, noi agiamo sull'identità (di quel qualcosa o in generale sullo schema della identità degli indiscernibili) operando variazioni immaginarie che producono lo sfasamento tra l'identità qualitativa e l'identità numerica. Il numero riflette un tale lavoro perché è *un modello con il quale pensiamo l'identità delle cose secondo l'iterazione*. Ogni numero è uno schema iterativo, un'applicazione del principio di iterazione.

Contare non è semplicemente ottenere una corrispondenza biunivoca tra un insieme di oggetti e l'insieme numerico. Dire questo spiega poco o nulla. In base a che cosa operiamo tale corrispondenza? Ogni numero è uno schema iterativo che offre una struttura in cui pensare oggetti. Contare le mele sul tavolo vorrà dire applicare PI^t e C^C alle mele attraverso il sistema numerico. Dunque sì, c'è una corrispondenza biunivoca tra le mele e i numeri, ma questa corrispondenza ha un senso preciso: i numeri fanno da mediazione tra le mele e U^B permettendoci di pensare le mele *come* U^B . I numeri sono uno schema, in un senso kantiano, cioè un metodo per iterare, per trasformare l'identità delle mele spezzando l'equilibrio abituale tra identità numerica e identità qualitativa.

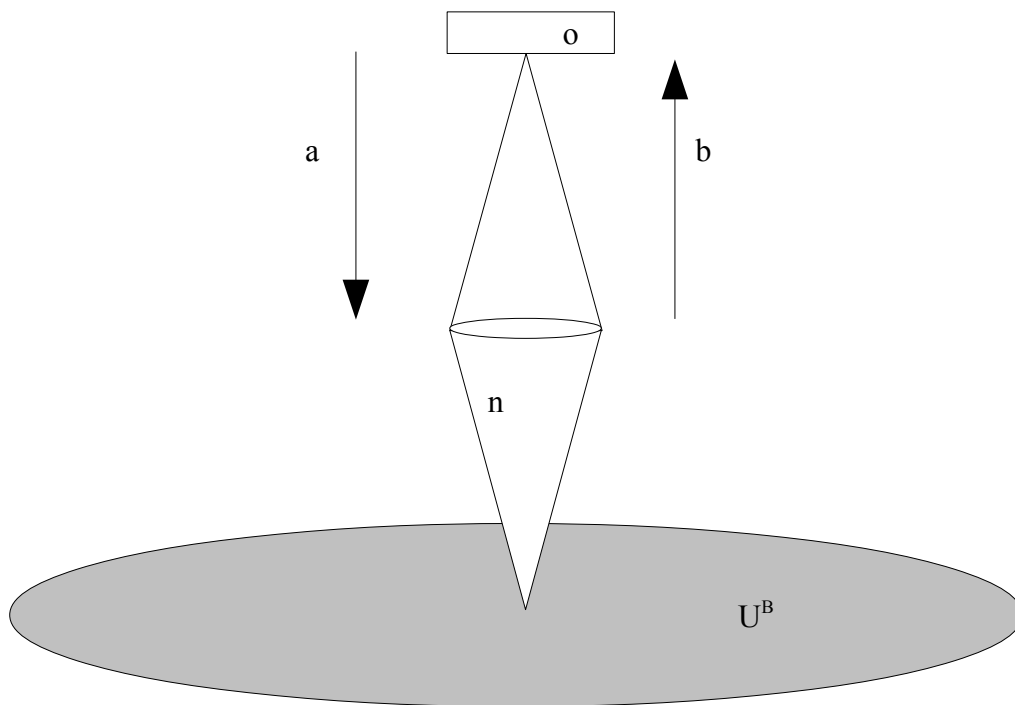
Quel che è essenziale in matematica non è tanto la natura degli enti che sono trattati quanto le relazioni tra questi enti. Questo insieme di relazioni costituisce una sorta di telaio che si applica agli oggetti. L'iterazione è la relazione più semplice.

Come avviene la mediazione? Come fa il numero a essere uno schema iterativo? Consideriamo l'esempio dei frattali. La curva di von Koch è un'immagine in movimento: ogni sua parte riproduce esattamente l'intero. Ciò nonostante, la *nostra visione* della curva è sempre imperfetta, parziale: noi vediamo soltanto una versione della curva, una prospettiva ristretta, da

dove questo rapporto di assoluta identità tra le parti e l'intero si perde. Dobbiamo muoverci *all'interno* della figura per capire la vera natura della figura stessa. Approfondendo la visione, spostandoci “avanti” o “indietro”, tutto cambia e quel che prima ci appariva come l'intero diventa a sua volta una parte; quel lato che ci sembrava più piccolo di quell'altro ora coincide con esso. In ogni punto della struttura possiamo sempre essere certi che l'identità tra l'intero e le parti verrà mantenuta. Nella sua dinamicità, la curva di von Koch è un processo continuo, infinito, nel quale man mano che scendo o che salgo nella costruzione della figura le parti di prima si sovrappongono a quelle di dopo – basta che salgo di scala e quelle parti che prima mi sembravano distinte ora sono perfettamente sovrapposte, e non si tratta soltanto di un effetto ottico.

Il sistema numerico si comporta esattamente così: un'immensa struttura iterativa nella quale ciò che cambia è soltanto la scala su cui collochiamo per descriverla. Le scale corrispondono ai singoli numeri e alle formule con cui li usiamo e descriviamo. Ogni numero è la scala necessaria dalla quale guardiamo all'intera struttura iterativa U^B . In tal senso è *un'immagine* di U^B . E proprio per il fatto che sussiste un tale rapporto tra U^B e il numero, quest'ultimo può fungere da schema iterativo per pensare gli oggetti.

L'identità dell'oggetto è proiettata nel numero (direzione a). Il numero (n) spezza l'equilibrio tra identità numerica e identità qualitativa dell'oggetto (o) – così ci dice come dobbiamo iterarlo. Facendo questo, il numero presenta, attraverso l'oggetto, un'immagine di U^B . Ma il numero può essere a sua volta un oggetto. In questo caso (direzione b), l'immagine ci serve per *costruire* un nuovo oggetto, il sistema numerico.



§ 8. *Fenomenologia della computazione – I*

Se consideriamo i postulati di Peano quale base di partenza per ogni buona descrizione fenomenologica del numero⁶¹, non possiamo non tener conto di tre aspetti essenziali, che la nostra descrizione dovrà giustificare:

- (1) Lo statuto dello zero, 0 – perché lo zero è un numero? Come fa l'assenza di quantità a generare un numero?
- (2) La profondità del numero, il fatto che in- e a partire da- ogni numero possiamo trovare infiniti altri numeri. E quindi, come si realizza l'operazione del successore? Perché da 0 passo a 1?
- (3) Il principio di induzione per cui *tutti* i numeri condividono *tutte* le proprietà dello zero e del successore, esiste una fondamentale continuità qualitativo-strutturale tra i numeri.

Ogni numero si costruisce a partire dallo zero, è una modulazione dello zero. Ma che cos'è zero? E perché diciamo che è un numero? E come facciamo a muoverci in U^B ? Consideriamo l'insieme *vuoto*. Ad esso applichiamo due operazioni base che sono PI': $\forall x[(x = x), (x \neq x)]$; C': $\forall x$

⁶¹ Cfr. E. Mendelson, *Introduzione alla logica matematica*, Torino, Bollati Boringhieri, 1972, p. 129-145.

$[(x = x), (x \neq x)] \cdot x, x$. La conseguenza è che l'insieme vuoto si moltiplica all'infinito come lo stesso – abbiamo U^B . Si noti che l'insieme in questione ha una sola qualità essenziale: è *vuoto*. Dall'applicazione di PI' e C^c nasce perciò una struttura iterativa esponenziale di insiemi *tutti vuoti allo stesso modo*. I numeri sorgono da una limitazione di questa struttura, ossia dall'applicazione di un limite a un'iterazione del tutto formale, vuota.

Ma che cosa vuole dire “applicare il limite”? Come fa il *dialetheist* a negare qualcosa, a escludere certe contraddizioni e non altre? Per fermare la catena iterativa bisogna infatti escludere certe contraddizioni e isolarne altre per considerare soltanto queste ultime. L'applicazione del limite è quindi un atto di negazione, una specifica negazione: un'incompatibilità materiale⁶², per cui il *dialetheist* esclude qualcosa e ferma il concatenarsi delle contraddizioni. Mediante tale operazione, il *dialetheist* può considerare l'insieme delle iterazioni che ha isolato come un unico, singolo oggetto (il 5, il 4, il 3, ecc.) senza per questo cancellarne la natura iterativa interna.

Possiamo allora distinguere tre passi che compongono la procedura logica alla radice di *ogni possibile numero*. Usiamo la sigla “NON” per indicare l'incompatibilità materiale.

- | | | |
|----|---|---------------------------|
| 1) | $\forall x[(x = x), (x \neq x)]$ | (iterazione) |
| 2) | $\forall x [(x = x), (x \neq x)] \cdot x, x$ | (contraddizione continua) |
| 3) | $NON\text{-}\forall x [(x = x), (x \neq x)] \cdot x, x$ | (limite) |

La paraconsistenza garantisce estrema fluidità. Proprio in virtù della sua natura paraconsistente il numero è un oggetto instabile e diventa uno mezzo estremamente versatile per descrivere situazioni molto diverse tra loro. L'assumere un punto di vista paraconsistente ci permette di dire che gli item sono al contempo identici e diversi, e quindi *uno e molti*. Il numero ha

⁶² Cfr. F. Berto e L. Bottai, *Che cos'è una contraddizione*, cit., p. 117-119. La forza dell'incompatibilità materiale proposta da Berto sta nel fatto che si tratta di una forma di negazione che non è definita facendo riferimento alla coppia vero-falso, ma al concetto di esclusione, “concetto implicato dalla nostra esperienza del mondo come agenti, che fronteggiano scelte fra compiere una certa azione o un'altra (qualcosa che riteniamo facciano anche animali non dotati di linguaggi articolati)” (p. 119); è il semplice gesto di esclusione. Questo permette al *dialetheist* di poter escludere certe contraddizioni come false, e quindi di non ricadere ancora nel trivialismo.

uno statuto dinamico che “rimbalza” perennemente tra molteplicità e sinteticità. Il limite NON ferma il rimbalzo e innesca un altro processo logico.

$$M \leftrightarrow S$$

Gli interi negativi (Z) nascono dall'iterazione dei numeri naturali (N), ma in un altro senso. Nel produrli, al principio di iterazione e alla contraddizione continua si legano le due operazioni della funzione di passaggio opposto [$-(n) = -n$; $-(-n) = n$] e il valore assoluto ($|x|$). Non c'è un limite prefissato per un singolo numero, o meglio il limite è costituito da queste due operazioni; semplicemente iteriamo *tutto* l'insieme dei numeri naturali, producendo due serie infinite che vanno in direzioni opposte. Diverso è il passaggio dagli interi ai razionali (Q). In questo caso abbiamo l'iterazione degli interi *negli interi stessi*. E infatti i razionali nascono dal rapporto *interno* tra gli interi. Banalmente: dire 14/11 vuol dire chiedersi “quante volte sta”, quanto si itera l'11 nel 14. Il risultato dell'iterazione dei numeri interi *nei numeri interi* è triplice: *a)* un numero naturale, quindi il numeratore è una perfetta iterazione del denominatore; *b)* un numero decimale finito, il numeratore è una perfetta iterazione del denominatore perché riusciamo a ridurre lo scarto a zero; *c)* un numero decimale periodico, per cui il rapporto tra numeratore e denominatore è sempre un'iterazione, ma non del denominatore nel numeratore, bensì di un certo gruppo di numeri, il periodo. I numeri decimali periodici aprono un scenario inedito: l'iterazione degli interi negli interi stessi produce una nuova iterazione, ancora più profonda, attualmente infinita. Il fatto che le cifre decimali, se sono infinite, debbano comunque iterarsi in modo ciclico è importante: il *loop* è l'unico elemento che distingue i numeri razionali da quelli irrazionali.

Se questo è vero, *che cos'è $\sqrt{2}$?* che tipo di densità dobbiamo immaginare per giustificare $\sqrt{2}$? Qualsiasi filosofia del numero che voglia dirsi adeguata deve rispondere a questa domanda. È noto che data una qualsiasi coppia di numeri reali (razionali o irrazionali) esistono infiniti numeri razionali compresi fra essi. Ciò significa che tra due numeri qualsiasi si ripete l'intero infinito insieme di numeri razionali. Un numero irrazionale è un numero che porta in sé l'intero infinito

insieme di numeri razionali, nel senso che l'intero infinito insieme di numeri razionali si ripete in esso. *Tutti i numeri in un solo numero*. Il suo limite c'è, ma è imprendibile. Paradossalmente, i numeri irrazionali sono i numeri più autentici, più originari, perché mostrano la presenza attuale di U^B . Anche i numeri irrazionali sono computabili.

La formazione di *tutti* i numeri gioca sulla “doppia faccia” degli item e la plasticità dell'insieme U^B . Non è altro che un processo di suddivisione e gerarchizzazione di U^B , come nel frattale. Atteniamoci per ora soltanto ai numeri naturali. Creiamo collezioni di item a partire da U^B , ma inseriamo un limite che “sospende” l'iterazione. L'1 sarà dunque un insieme formato soltanto dallo 0, l'insieme vuoto, considerato quale suo unico elemento, e da un limite all'iterazione di 0. Il 2 sarà invece un altro livello formato dall'insieme vuoto, dall'insieme 1 (0 + limite) e da un altro limite all'iterazione; così il 3 dallo 0, da 1 e da 2. Abbiamo una successione gerarchica basata sempre sugli stessi elementi (l'insieme vuoto che si moltiplica), che possiamo schematicamente descrivere seguendo la concezione iterativa degli insiemi di Boolos⁶³. Le parentesi denotano il limite dell'iterazione; a destra collochiamo la rappresentazione degli item (in questo caso la funzione limite è indicata da $\langle \rangle$):

$$\begin{array}{ll}
 0 = U^B & \leftarrow 0 \rightarrow \\
 1 = \{0\} & \langle 0 \rangle \\
 2 = \{0, \{0\}\} & \langle 0 \ 0 \rangle \\
 3 = \{0, \{0, \{0\}\}\} & \langle 0 \ 0 \ 0 \rangle
 \end{array}$$

63 Cfr. G. Boolos, “The Iterative Conception of Set” (1971); “Iteration Again” (1989), in G. Boolos, *Logic, Logic and Logic*, Cambridge, Harvard University Press, 1998, p. 13-29, 88-104. Boolos parte dall'idea che gli elementi di ogni insieme (individui concreti, non insiemi) debbano essere presenti prima che l'insieme si formi. A ogni insieme corrisponde quindi un livello e ogni insieme si trova a uno stadio successivo rispetto ai suoi elementi. Avremo quindi il livello zero, ovvero l'insieme vuoto, dopo di che il livello 1, sul quale si formano tutti gli insiemi che si possono formare a partire dagli insiemi formati al livello precedente – l'insieme vuoto – e un ulteriore individuo, cioè proprio il nuovo insieme formato a livello 1. Con il livello 2 si fa lo stesso. Su ogni livello si recuperano tutti i livelli precedenti iterandoli e considerando l'iterazione come un nuovo insieme che si aggiunge ai precedenti. Dopo tutti questi livelli avremo il livello Omega sul quale si recuperano tutti gli insiemi precedenti e si aggiunge un nuovo individuo, appunto Omega. Senza entrare troppo nei dettagli tecnici, Boolos dimostra che questa rappresentazione può essere tradotta in una logica del primo ordine con cui è possibile giustificare gli assiomi della teoria classica degli insiemi Zermelo-Fraenkel. Boolos dimostra che la teoria classica non è soltanto un espediente ad hoc per evitare i paradossi di Russell. Possiamo esporre gli assiomi Zermelo-Fraenkel a partire da una formalizzazione della teoria dei livelli insiemistici in cui l'iterazione gioca un ruolo chiave.

$$4 = \{0, \{0, \{0, \{0\}\}\}\} \quad < o o o o >$$

e così via. Questi insieme-tipo sono i numeri cardinali.

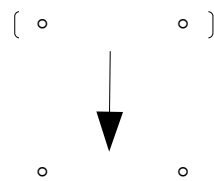
La nostra domanda è *fenomenologico-noematica*, non matematica ma meta-matematica: che rapporto sussiste tra gli 0 contenuti tra le parentesi? Sono perfettamente identici, specificamente identici o soltanto analoghi? E che cosa sono le parentesi? La nostra linea è che questi 0 siano sempre lo stesso oggetto iterato; ogni numero è formato da una serie di copie perfettamente identiche dello 0 che condividono tutte le stesse proprietà. E perché invece non diciamo che sono specificamente identici o analoghi? Per il fatto che entrambe queste forme di identità lascerebbero aperta la possibilità di variazioni dello 0, cioè del sussistere di differenze anche minime tra gli 0 e questo distruggerebbe non solo l'unità del numero, ma anche la certezza del procedimento matematico. Il matematico *deve iterare*. La testura interna al numero *deve essere* sempre la stessa: l'iterazione di un'iterazione, in sostanza U^B , cioè una *dialetheia*. E le differenze che sorgono tra un numero e un altro numero sono differenze di gerarchia, di parentesi: ovvero differenze tra numeri, e non differenze nella “materia” di cui sono fatti i numeri. Questo intendevo quando dicevo che il numero è un'immagine di U^B , un punto di vista su una struttura infinita; le differenze, gli scarti esistono tra i punti di vista, non in ciò che vediamo.

La rappresentazione iterativa dei numeri fondata sulla fluidità di U^B implica un quadruplice “salvataggio”. Essa infatti “salva” dapprima la profondità del numero perché in ogni numero ritroviamo l'item, e quindi infiniti altri item con i quali costruire, da- e in- quel numero, infiniti altri numeri con gerarchie diverse. “Salva” la natura ambigua del numero, che insieme è continuo e discreto. “Salva” poi l'induzione matematica perché garantisce la compattezza strutturale dei numeri, che non saranno altro che variazioni su un unico inesauribile tema. Infine, questa rappresentazione “salva” il fenomeno del *nesting* – i numeri sono “annidati” gli uni negli altri – che sta alla radice della ricorsione. Ovvio, ci sono buone ragioni per sostenere l'ipotesi di U^B , ma certo non si tratta di ragioni conclusive. Questa strada ci spiega in modo più chiaro e semplice la struttura

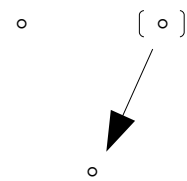
interna del numero, ovvero quel che la teoria degli insiemi presuppone. Il prezzo dell'ipotesi, tuttavia, è alto: il *dialetheism*. E non è detto che soluzioni migliori non possano essere ottenute a un costo minore.

Ponendoci in qualche modo “al di qua” delle proposizioni primitive di Peano, diremo che *ogni oggetto matematico* sarà composto da tre elementi: *a)* il principio di iterazione, che è insieme principio di scomposizione e di concatenazione infinita; *b)* la funzione parentesi, ossia il limite dell'iterazione; *c)* due orientamenti dell'iterazione: l'addizione e la moltiplicazione, le operazioni fondamentali dell'aritmetica, con tutte le loro proprietà (commutativa, associativa, distributiva). E infatti questi sono i due sviluppi naturali dell'iterazione:

Orientamento moltiplicativo



Orientamento additivo



Dati uno o più individui *qualsiasi*, essi immediatamente si iterano. Posto il limite, bloccato il processo iterativo generale, continuiamo a iterare. Il come dell'iterazione è dato dal primo orientamento generale, additivo o moltiplicativo, dal quale poi si ottiene il secondo orientamento generale, sottrattivo o divisorio. Tramite l'iterazione possiamo definire tutte le principali operazioni aritmetiche.

Chiariamo con uno schema. Abbiamo due simboli base: “o” indica l'item (l'insieme vuoto), < > la funzione limite. Abbiamo poi tre operazioni legate alla funzione limite: Z come “nessun limite”, C come “posizione e chiusura del limite”, A come “apertura del limite”. Abbiamo infine due simboli per indicare le due “facce” che l'item, in virtù della sua natura paraconsistente, può assumere: *Id* come “identico a se stesso” ($x = x$); *Dif* come “diverso da se stesso” ($x \neq x$). Il primo

livello è sempre U^B con i suoi assiomi.

Per l'orientamento additivo, procediamo in questo modo:

$\begin{array}{l} \text{PI}^t: \forall x[(x = x), (x \neq x)] \\ \text{C}^c: \forall x [(x = x), (x \neq x)] \bullet x, x \end{array}$	o	Z, Id, Dif	$(o = o), (o \neq o)$
	< o o >	C, Id	$(o = o)$
	o o	A, Dif	$(o \neq o)$
	< o o o >	C, Id	$[(o o) = (o o)]$
			

Per l'orientamento moltiplicativo, procediamo in questo modo:

$\begin{array}{l} \text{PI}^t: \forall x[(x = x), (x \neq x)] \\ \text{C}^c: \forall x [(x = x), (x \neq x)] \bullet x, x \end{array}$	o	Z, Id, Dif	$(o = o), (o \neq o)$
	< o o o >	C, Id	$[(o o o) = (o o o)]$
	o o o o	A, Dif	$[(o o) \neq (o o)]$
	< o o o o o >	C, Id	$[(o o o o) = (o o o o)]$
			

Come risulta da questo semplice schema, la funzione limite ha soltanto il ruolo di modulare e articolare le due facce dell'item, e quindi non annulla ma regola la paraconsistenza. Il vantaggio è che, da una parte, non cancelliamo affatto la logica classica e l'insiemistica booleana, che sussistono nello spazio definito dal limite – l'incompatibilità materiale “apre una porta” verso il loro recupero.

Dall'altra, possiamo sempre, pur mantenendo un limite chiuso (mettiamo ad esempio: $< o o o o >$), iterare in esso, ovvero considerare il singolo item, “aprirlo”, iterarlo e “chiuderlo”. Così da un singolo item possiamo formare infiniti nuovi limiti e limiti all'interno di altri limiti, e così via. Il numero è allora un “concatenamento macchinico”, ed esprime la complementarità di albero (il limite) e rizoma (U^B), di molare e molecolare, di individuazione e frammentazione dell'individuazione⁶⁴. Attorno a un nucleo inconscio si vengono così a stratificare livelli logici diversi, di primo e di secondo ordine, che talvolta si corrispondono talaltra no.

L'ipotesi di U^B risponde a una domanda cruciale: *come formiamo gli insiemi e in generale gli oggetti matematici?* Il punto è che per costruire un insieme partiamo da individui già dati. Dobbiamo capire come pensiamo questi individui e da cosa nascono i loro rapporti. L'insiemistica classica non si interessa a questo punto e presuppone troppo. L'ipotesi di U^B ha soltanto un presupposto: l'insieme vuoto.

Consideriamo dei semplici fatti. Come fa il matematico a sapere che nel momento in cui opera il successore [$s(x) = x + 1$], l'1 aggiunto è sempre lo stesso 1, la stessa quantità, e continuerà sempre a essere la stessa? Come fa a essere sicuro di aggiungere 1 e non, mettiamo, 1,001 o 2 o 3,5? Che cosa intende con quell'1? Se la moltiplicazione è un'addizione ripetuta, che cosa assicura la continuità dell'iterazione? Nel senso: se 5×4 non è altro che $5 + 5 + 5 + 5$, che tipo di relazione sussiste tra questi 5? Si dirà: i quattro 5 sono solo diversi nomi per indicare una stessa cosa, un referente unico, appunto il numero 5. Ma questa idea funziona davvero? I numeri possono essere considerati referenti stabili come le cose materiali per i nomi che usiamo nel linguaggio naturale? Posso moltiplicare un cane per 4? Che cosa denota l'espressione 5^2 ? Se diciamo che il referente è uno stesso 5 preso cinque volte, dobbiamo anche essere capaci di rispondere a due domande: *a)* come facciamo a essere certi che ogni volta prendiamo lo stesso 5? *b)* se prendiamo lo stesso 5 ogni

⁶⁴ Cfr. G. Deleuze, F. Guattari, *Mille plateaux. Capitalisme et schizophrénie*, Paris, De Minuit, 1980. Si obietterà che la citazione pare dimenticare tutta la teoria del desiderio e dell'inconscio che sottende l'*Anti-Edipo* nonché *Mille piani*. Ma perché siamo così restii al dare al numero una connotazione intensiva e desiderativa? Perché la matematica dev'essere il regno di strutture senza intensità né inconscio? “La scienza sarebbe completamente folle, se la si lasciasse fare, guardate la matematica, non è una scienza, ma un gergo prodigioso e nomadico” (G. Deleuze, F. Guattari, *Mille piani. Capitalismo e schizofrenia*, a cura di M. Carboni, Roma, Castelvecchi, 2010, p. 69).

volta, come facciamo ad avere 25 e non soltanto sempre quello *stesso* 5? Dove sta l'effetto cumulativo? Nella memoria? Ma il ragionamento matematico non si fonda sullo sforzo mnemonico. Siamo costretti a dire che 5^2 designa tanti diversi 5 perfettamente identici tra loro sintetizzati in un'espressione scritta. Sono sempre una stessa quantità, *ma diverse*. In che cosa diverse? Se diciamo che tra i 5 di 5^2 c'è un rapporto di isomorfismo, similarità o analogia, per cui essi condividerebbero solo certe proprietà e non altre, allora il matematico non potrà mai – in forza della vaghezza intrinseca alla nozione di analogia – essere certo del suo risultato e non potrà mai mettere con tanta sicurezza il segno = tra 5^2 e 25 o tra 5×4 e 20. In verità, 5^2 è uno schema iterativo: ci dice come e quanto dobbiamo iterare. Quei 5 *devono* condividere tutti le stesse proprietà: sono identici e discernibili. Il “ $5 + 5 + 5 + 5$ ” non è altro che un'immagine di U^B , cioè un modo di rappresentare (per limite e orientamento) U^B , dove U^B è una struttura i cui *item* – i nodi che la tengono insieme – non sono affatto numeri; li si chiami operazioni, oggetti o altro, non cambia nulla. Sono semplici rapporti regolati da PI^t e C^c . L'item (nel nostro schema lo zero) è un'iterazione pura regolata da principi logici, non matematici; un rapporto logico regolato da certi principi, e ci serviamo di esso per pensare il numero. È il non-numero che usiamo per costruire i numeri.

Che senso ha la nostra ipotesi? U^B non è un insieme ordinario, ma è economicamente vantaggioso. Il matematico considera *solo* U^B , ha a che fare con un solo oggetto, una struttura logica semplicissima ma non banale; in ogni suo punto il matematico sa perfettamente dove si trova, cioè sempre nello stesso punto, *eppure il matematico si muove in questa struttura*. Tale muoversi paradossale “sta sotto” l'operare del matematico, è silenzioso e paradossale. Diremo che U^B più che un insieme è un “ambiente” per insiemi, cioè un “luogo” in cui, grazie al limite e all'orientamento, possiamo costruire sempre nuovi insiemi diversi, perché giochiamo con una “pasta” paraconsistente dinamica, fluida, inesauribile.

§ 9. Fenomenologia della computazione – 2

AmMESSO ciò, *che cos'è la computazione?* È la riduzione di un numero alla sua base iterativa, a U^B . Nella nostra prospettiva fenomenologica, una funzione è ricorsiva se e solo se *esibisce* il rapporto tra l'immagine e quel che l'immagine descrive, ovvero tra il numero e U^B . Le funzioni ricorsive, così come gli insiemi, le proprietà e le relazioni ricorsive, non fanno altro che *mostrare* il rapporto tra U^B e l'apparato sintattico-semantico (procedure, formule, teoremi, dimostrazioni) di cui il matematico si serve nel suo lavoro.

La teoria della computabilità⁶⁵ è quel settore della logica matematica in cui vengono indagati concetti quali algoritmo e funzione computabile in modo algoritmico. Una funzione si dice calcolabile se esiste almeno un algoritmo che consente di calcolarne i valori per tutti gli argomenti. Un numero si dice computabile se può essere il valore di una funzione computabile per un certo argomento, ovvero se esiste un procedimento che a partire da una base, in un numero finito di passi, dà quel numero come *output*. I numeri computabili sono un piccolo insieme nell'universo numerico. In altri termini, una funzione (o un numero) è computabile *se e solo* se ad essa corrisponde una *effective procedure*. Questa forma di prova presenta quattro caratteristiche: 1) *executability*, è una procedura che consiste in un numero finito di istruzioni deterministiche (definiscono un solo passo alla volta nel processo), non ambigue e di numero finito; 2) *automaticity*, la procedura non richiede particolari intuizioni né doti creative; 3) *uniformity*, la procedura è sempre la stessa per qualsiasi argomento della funzione; 4) *reliability*, una volta conclusa la procedura genera il valore corretto della funzione per qualsiasi argomento dopo un numero finito di passi. La macchina di Turing, le funzioni ricorsive o il Lambda calcolo di Church sono solo modi diversi di esprimere formalmente il concetto di *effective procedure*⁶⁶.

Gli algoritmi sono *effective procedures*, metodi per la soluzione di problemi, elenchi di

65 Cfr. N. Immerman, "Computability and Complexity", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2011 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <<http://plato.stanford.edu/archives/fall2011/entries/computability/>>. Per un inquadramento storico: R. Adams, *An Early History of Recursive Functions and Computability. From Gödel to Turing*, Boston, Docent Press, 1983; B. J. Copeland, C. J. Posy, O. Shagrir (ed.), *Computability. Turing, Gödel, Church, and Beyond*, London-Cambridge, The Mit Press, 2013.

66 Cfr. G. Piccinini, *Physical Computation. A Mechanistic Account*, Oxford, Oxford University Press, 2015, p. 247.

istruzioni scritte in un certo linguaggio. Un problema si caratterizza «mediante i dati di cui si dispone all'inizio e i risultati che si vogliono ottenere. Risolvere un problema significa ottenere in uscita i risultati desiderati a partire da un certo insieme di dati presi in ingresso. I dati in ingresso vengono anche detti (valori in) input e i risultati in uscita (valori in) output»⁶⁷. Il problema può assumere una struttura funzionale posto che la funzione è in generale una relazione, «una corrispondenza tra due insiemi (D e C) che, a ogni elemento di D (detto dominio) preso come argomento, associa come valore uno e un solo elemento di C (detto co-dominio)». In matematica «si è quasi sempre interessati a funzioni in cui dominio e codominio sono insiemi di numeri e la corrispondenza φ è definita mediante operazioni numeriche»⁶⁸. In una funzione, i dati in ingresso corrispondono agli argomenti, mentre quelli in uscita ai valori.

Con le nozioni di algoritmo e di funzione si definiscono i principali concetti della teoria della computabilità: la calcolabilità delle funzioni e la decidibilità di proprietà, relazioni e insiemi. Uno dei risultati più notevoli della teoria della computabilità è che esistono funzioni non computabili, i cui valori non sono calcolabili mediante alcun algoritmo. Si dimostra infatti che l'insieme delle funzioni calcolabili, seppure infinito, è numerabile⁶⁹, mentre l'insieme delle funzioni aritmetiche è un insieme con la cardinalità del continuo. Il primo è “più piccolo” del secondo.

La teoria della ricorsività è il cuore della teoria della computabilità. Il suo obiettivo è dare una determinazione rigorosa del concetto di funzione calcolabile. A rigore funzione e algoritmo sono concetti distinti. Possono esserci infiniti algoritmi per una sola funzione. La funzione calcolabile non può quindi essere identificata con l'algoritmo che la calcola: ha bisogno di una caratterizzazione autonoma⁷⁰. La teoria della ricorsività vuole appunto caratterizzare la classe delle funzioni

67 M. Frixione, D. Palladino, *Funzioni, macchine, algoritmi. Introduzione alla teoria della computabilità*, Roma, Carocci, 2004, p. 19.

68 Ivi, p. 54-55.

69 Per la dimostrazione, cfr. M. Frixione, D. Palladino, *Funzioni, macchine, algoritmi*, cit., p. 103.

70 Cfr. M. Frixione, D. Palladino, *Funzioni, macchine, algoritmi*, cit., p. 67: “Dal fatto che una stessa funzione può essere calcolata da più algoritmi diversi segue immediatamente che una funzione calcolabile non può essere identificata con un algoritmo che la calcola. Una funzione infatti è definita in maniera del tutto indipendente rispetto ai metodi per computarla”. Se la funzione è calcolabile, ciò non dipende dal metodo che possiamo usare per risolverla. Il che vuol dire che esiste una computabilità intrinseca alla funzione.

calcolabili aritmetiche, a un argomento, relative al dominio $\mathbb{N}$ dei numeri naturali, $\varphi: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$.

L'idea centrale è che possiamo dare una caratterizzazione prettamente matematica di funzione calcolabile attraverso quel che si dice *una definizione ricorsiva o induttiva*. Le funzioni calcolabili sono funzioni ricorsive, ossia definibili a partire da alcune funzioni base, molto semplici, mediante operazioni che conservano la calcolabilità iniziale. Tali funzioni sono state introdotte negli anni Trenta da matematici e logici quali Gödel, Church, Kleene, Turing, Post e il loro studio si è enormemente sviluppato con l'avvento dei primi calcolatori e dei primi linguaggi di programmazione. Ma le applicazioni di questo concetto – e in realtà di tutta la teoria della computabilità – vanno ben oltre, interessando anche campi come la linguistica, il problema mente-corpo, le scienze cognitive e perfino la genetica.

Che cos'è propriamente una funzione ricorsiva? Una funzione ricorsiva è una funzione che porta “in se stessa” la procedura che la calcola. Possiamo dunque costruirla attraverso una serie di operazioni specifiche che, a partire da funzioni base molto semplici dette *funzioni base*, conservano la calcolabilità di tali funzioni. Le operazioni che conservano la calcolabilità, conducendo da funzioni calcolabili a funzioni calcolabili, sono due (almeno per la classe delle funzioni ricorsive primitive): la composizione e la ricorsione. La prima dice che, nel caso di funzioni a un argomento, date due funzioni φ e ψ di tipo $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ si compone la funzione χ ponendo $\chi(x) = \psi(\varphi(x))$. La seconda è un tipo di induzione matematica: per calcolare il valore di una funzione per un argomento n si può utilizzare il valore per l'argomento $n - 1$, e così a ritroso. La *definizione* induttiva, che è un modo di costruire (o ricostruire) una funzione a partire da certe funzioni base sfruttando funzioni già conosciute, andrà perciò distinta dalla *dimostrazione* induttiva che invece è un procedimento usato per dimostrare proposizioni della forma “Per ogni numero naturale n vale $P(n)$ ”, dove con $P(n)$ indichiamo una generica proprietà aritmetica.

Strutturalmente, la *definizione induttiva*⁷¹ di una funzione consta di tre clausole: *i) la base* – si

⁷¹ La definizione è detta anche “derivazione”. Possiamo derivare tutte le funzioni ricorsive dalle funzioni base tramite le operazioni di composizione e ricorsione. La derivazione vuole dire che possiamo ottenere, per ogni funzione ricorsiva primitiva, una lista di istruzioni che permette di calcolarne i valori. Cfr. M. Frixione, D. Palladino,

stabilisce il valore della funzione per l'argomento 0; ii) *il passo* – supponendo noto il valore che la funzione assume per un generico argomento n , si definisce il valore della funzione per il successivo di n affidandosi all'induzione; iii) *la conclusione o chiusura*, in cui si raggiunge la definizione ricercata⁷². Il fattoriale è l'esempio classico.

La teoria della ricorsività ci dice che possiamo usare il procedimento di definizione induttiva per definire l'intera classe delle funzioni ricorsive primitive.

Partiremo allora da alcune *funzioni base*, che sono tre:

(1) La funzione zero o z , per cui dato un qualsiasi numero naturale x come argomento, gli assegna sempre e solo lo zero come valore, e dunque avremo $Z(x) = 0$, $Z(0) = 0$, $Z(1) = 0$, ecc. Il decorso dei valori è monotono.

(2) La funzione successore o s , per cui dato un numero x come argomento gli assegna come valore il successore, e avremo una situazione di questo tipo: $s(x) = n + 1$; la successione dei valori sarà: $s(0) = 1$, $s(1) = 2$, $s(2) = 3$, $s(3) = 4$, ecc.

(3) Una serie di funzioni dette *di identità*, o *proiezione*, per cui dato un qualsiasi numero x come argomento, questa funzione gli assegna come valore sempre quello stesso numero: $p^1_1(x) = x$, e quindi $p^1_1(1) = 1$, $p^1_1(2) = 2$, $p^1_1(3) = 3$, e così via. Lo stesso meccanismo si dà con funzioni a più argomenti.

Tutte le funzioni ricorsive sono dedotte induttivamente da queste tre funzioni applicando un numero finito di volte la composizione e la ricorsione. Partendo dalle funzioni iniziali intuitivamente calcolabili e applicando le operazioni, possiamo ottenere nuove funzioni conservando la possibilità di derivare il valore delle funzioni. Le nuove funzioni ottenute sono sempre effettivamente calcolabili se le funzioni a cui vengono applicate le operazioni sono a loro volta effettivamente calcolabili. Se una funzione è ricorsiva, allora abbiamo un metodo sicuro,

Funzioni, macchine, algoritmi, cit., p. 174-175.

⁷² Cfr. G. Piccinini, *Physical Computation*, cit., p. 279-281; P. Odifreddi and S. Barry Cooper, "Recursive Functions", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Fall 2012 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <http://plato.stanford.edu/archives/fall2012/entries/recursive-functions/>. Opera di riferimento è P. G. Odifreddi, *Classical Recursion Theory*, vol. I-II, Amsterdam, North Holland, 1989-1999.

meccanico, per la sua calcolabilità⁷³.

Si noti che che la definizione induttiva non ha nulla in comune con il cosiddetto metodo assiomatico. Mentre quest'ultimo muove da assiomi (le formule di partenza delle dimostrazioni formali, assunte senza dimostrazione) verso i teoremi (tutte le formule deducibili dagli assiomi mediante regole di inferenza), la definizione induttiva non è affatto un sistema deduttivo, bensì una strategia fondata sulla natura dei numeri, sulle nostre intuizioni fondamentali a proposito dei numeri.

Si dice che le operazioni di composizione e di ricorsione "conservano" la calcolabilità naturale, immediata delle funzioni iniziali. Ma che cos'è questa "calcolabilità immediata"? Nella definizione induttiva, quel che viene conservato è l'insieme delle funzioni base. *La conservazione della calcolabilità è la conservazione della base iterativa, del loop delle funzioni base.* La funzione è calcolabile se e solo se può ridursi a una base iterativa. Il passaggio dalla ricorsione, e dall'induzione, alla base, è il passaggio dal numero alla semplice iterazione, dal numero a U^B . L'induzione matematica è infatti l'applicazione del principio di iterazione ai numeri; la prima predica qualcosa di tutti i numeri a partire dal secondo. Se non si presupponesse il principio di iterazione, il passaggio dall'affermazione $P(0)$, $P(n + 1)$ a $P(n)$ per cui P vale per ogni n , dove n sta per qualsiasi numero naturale, non avrebbe alcun fondamento.

Se questo è vero, avremo due sensi di computabilità. Il primo dice che tutti i numeri sono computabili in quanto schemi iterativi basati sul principio di iterazione e sul principio di contraddizione continua. In questo senso più generale, computabilità è sinonimo di iterabilità. Il numero è un oggetto computabile perché è perfettamente iterabile. Il secondo senso è più ristretto: se tutti i numeri sono computabili perché iterabili, non tutte le funzioni riescono a esibire la natura perfettamente iterabile del numero. Le funzioni che esibiscono (descrivono) l'iterabilità dei numeri

⁷³ La classe delle funzioni ricorsive primitive è numerabile in modo effettivo. Esso tuttavia non esaurisce la classe delle funzioni calcolabili in modo effettivo. Esistono funzioni calcolabili che non sono ricorsive primitive. Ad esempio la funzione Ackermann. Possiamo costruire una funzione calcolabile ma non ricorsiva primitiva con il procedimento diagonale di Cantor. In generale, parliamo di funzioni ricorsive generali come quelle funzioni ottenuti a partire dalle funzioni base applicando un numero finito di volte tre operazioni: composizione, ricorsione e minimalizzazione. Cfr. M. Frixione, D. Palladino, *Funzioni, macchine, algoritmi*, cit., p. 180-191.

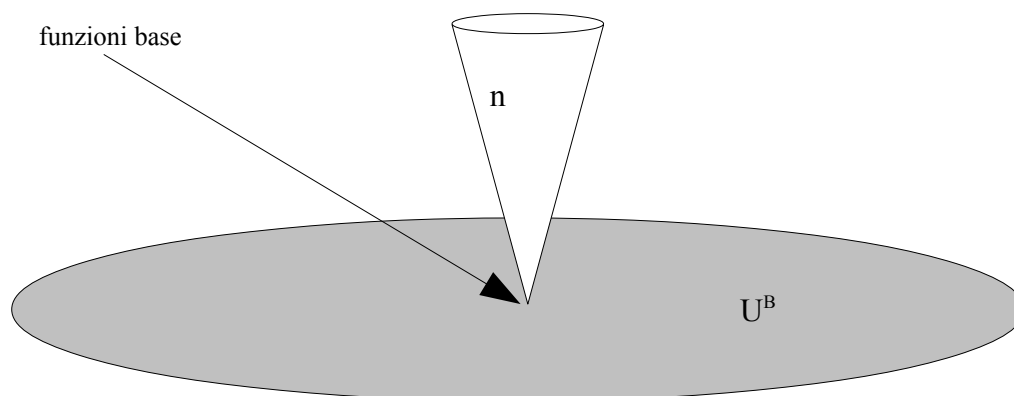
sono funzioni computabili e la definizione induttiva è il metodo che usiamo per dimostrare che esse – o una parte di esse – sono così. Le funzioni che non esibiscono l'iterabilità non sono computabili. Diciamo *esibire* per indicare il dato fenomenologico, non quello aritmetico. Al matematico non interessa l'iterabilità del numero, ma il risultato del calcolo. Al fenomenologo interessa quel che nell'enunciato matematico *appare*, non tanto quel che viene detto. Il fenomenologo si chiede: che cosa mostra l'enunciato? Non che cosa dice, ammesso che voglia dire qualcosa. Bensì che cosa *mostra* con i suoi simboli. Il fenomenologo assume una posizione *esterna* a qualsiasi simbolo.

In conclusione, la matematica è un insieme di proposizioni sui numeri che sono immagini di U^B . La nostra tesi (2) vuole proporsi come un corollario logico-fenomenologico alla tesi di Church-Turing (1). Formuleremo entrambe in questi termini:

(1) Una funzione è effettivamente calcolabile se e solo se è Turing-calcolabile, ossia ricorsiva generale⁷⁴.

(2) Una funzione è ricorsiva generale se e solo se mostra il rapporto tra un numero e l'ambiente logico U^B . Un numero (n) computabile è un numero cui corrisponde una funzione in grado di mostrare il rapporto tra questo numero e U^B .

⁷⁴ Un importante risultato dimostrato da Turing in diversi contributi è che le funzioni ricorsive generali sono computabili da una macchina di Turing. Church ha poi allargato questo risultato fino alla formulazione della tesi per cui una funzione è effettivamente calcolabile se e solo se è ricorsiva generale. Si identifica quindi il concetto di funzione calcolabile mediante un algoritmo con il concetto rigoroso di funzione ricorsiva generale. Ogni procedimento algoritmico è ricorsivo. Cfr. A. M. Turing, "On Computable Numbers, with an Application to the *Entscheidungsproblem*", *Proceedings of the London Mathematical Society*, 42, 1936/37, p. 230-265; A. Church, "An Unsolvable Problem of Elementary Number Theory", *American Journal of Mathematics*, 58, 1936, p. 345-363; G. Boolos, J. P. Burgess, R. C. Jeffrey, *Computability and Logic*, Cambridge, Cambridge University Press, 2007 (I ed. 1974), p. 71. Resta da sottolineare la problematicità della tesi di Church. Certo, a sostegno di Church va il fatto indiscutibile che tutti i tentativi elaborati per caratterizzare in modo rigoroso le funzioni effettivamente calcolabili si sono rivelati equivalenti. "Tale indipendenza dal sistema formale prescelto è ovviamente un forte elemento a favore della tesi di Church. Si può inoltre dimostrare che le funzioni ricorsive generali sono tutte e sole le funzioni rappresentabili in un sistema formale del primo ordine che comprenda gli assiomi di Peano per l'aritmetica" (M. Frixione, D. Palladino, *Funzioni, macchine, algoritmi*, cit., p. 224). Non è detto però che un giorno non si possa scoprire un procedimento algoritmico, ovvero una funzione calcolabile, che non sia formulabile in maniera ricorsiva. E questo sempre per il fatto "a monte" per cui algoritmo e funzione restano due concetti empirici, intuitivi, di cui si possono elencare soltanto alcune caratteristiche generali. Di qui la necessità di un approfondimento fenomenologico di queste nozioni, che possa dare alcuni parametri in più per capire di che cosa stiamo parlando e valutare meglio la tesi di Church.



§ 10. *Fenomenologia della computazione* – 3

Con l'informatica il segno cessa di essere qualcosa di puramente sintattico e astratto per diventare un'istanza reale, meccanica, che è non solo *manipolabile* dall'uomo, ma anche *manipolante* l'uomo. Con Gödel, Turing, Wiener, von Neumann, il segno assume una vita autonoma e *attiva*. La rivoluzione informatica è sì figlia della rivoluzione simbolica alla radice della scienza moderna (l'affermarsi del paradigma relazionale e la nascita dell'algebra a partire da Ockham, l'autonomizzazione del linguaggio matematico da Descartes in poi, e quindi la connessione tra logica e algebra nel Settecento)⁷⁵, *ma in verità la supera*.

Al di là di tutto ciò, resta un interrogativo abissale: come fa il segno a tradursi fisicamente e meccanicamente conservando tutte le sue qualità sintattiche e concettuali? Perché il segno possiede tale natura *anfibia*? Come si dà questa coincidenza tra la sintatticità e la manipolabilità? La nostra ipotesi è che all'apparato formale corrisponda sempre un sistema fisico computazionale che è un'immagine del primo. L'intero fatto della computazione si articola dunque come un gioco di specchi. In quanto schema iterativo, il numero è un'immagine di U^B , ma a sua volta il sistema fisico

⁷⁵ Cfr. L. Borzacchini, *Il computer di Kant. Struttura della matematica e della logica moderne*, Bari, Dedalo, 2015. Nell'Ottocento si realizza la completa autonomizzazione del linguaggio matematico dalla geometria, dalla meccanica e dalla fisica. Le teorie matematiche iniziano a presentarsi come complete strutture linguistiche, autonome. È il prevalere della sintassi, della descrizione formale logico-insiemistica. Da questo fenomeno nascerà poi la cosiddetta “crisi dei fondamenti” di cui la teoria della computabilità è figlia. Se non c'erano più la fisica né la geometria ad assicurare la base della matematica, occorre trovare un'altra base, ossia “le teorie intese come strutture sintattiche di proprietà ben definite e deduzioni rigorose” (p. 376).

in cui la computazione si realizza si presenta come un'immagine di questa prima immagine: presenta un'analogia del rapporto tra il numero e U^B .

a) Per sondare meglio il nostro corollario logico-fenomenologico della tesi di Church occorre approfondire una questione essenziale: la computazione non è solo un sistema formale, un insieme di parametri logico-matematici, ma anche un apparato fisico con caratteristiche peculiari, diverse da qualsiasi altro sistema fisico, e che ha una relazione specifica con quelle strutture astratte.

Teniamo presenti questi due aspetti. Sul piano fisico, un sistema computazionale si distingue da qualsiasi altro perché è un sistema in grado di trasformare certi dati di partenza (*input*) e di dare un certo risultato (*output*). È questa una definizione molto generale, ma fondamentale. Un sistema computazionale rende questa trasformazione. Un calcolatrice trasforma *input* in *output*, una finestra no. Un'altra questione sta nel capire la peculiarità di tale trasformazione. Anche il motore di una macchina trasforma *input* (la benzina) in *output* (il movimento delle ruote): possiamo metterlo sullo stesso piano di un *computer*? Il rapporto tra *input* e *output* in un motore a benzina è lo stesso che troviamo nei processi di un *computer*? C'è sempre una computazione?

Un notevole aiuto per approfondire tale linea di indagine ci è offerto da Piccinini con quel ch'egli chiama *the mechanistic account of computation*. Da un punto di vista metodologico, l'approccio meccanicista⁷⁶ considera entità fisiche complesse, costituite da parti componenti, cioè da ulteriori entità intese sia funzionalmente (in base agli effetti della loro azione sugli altri componenti e sul tutto) che strutturalmente (in base alle loro connessioni con le altre parti del tutto). L'azione delle parti connesse tra loro definisce il tutto: un insieme di sub-azioni rende l'azione complessiva. Entità fisiche complesse di questo tipo sono dette appunto “meccanismi”. Così *mechanistic explanation is the explanation of the capacities (functions, behaviors, activities) of a system as a whole in terms of some of its components, their properties and capacities (including their functions, behaviors, or activities), and the way they are organized together. Components have both functional*

76 Cfr. S. Glennan, “Rethinking Mechanistic Explanation”, *Philosophy of Science*, 2002, 69, p. 342–53.

*properties—their activities or manifestations of their causal powers, dispositions, or capacities—and structural properties—including their location, shape, orientation, and the organization of their sub-components. Both functional and structural properties of components are aspects of mechanistic explanation*⁷⁷.

La tesi centrale di Piccinini è che i sistemi computazionali sono meccanismi, entità fisiche che richiedono una spiegazione meccanicista. Più precisamente, i sistemi computazionali sono *functional mechanisms*, meccanismi dotati di uno scopo preciso: computare. Il sistema digerente è un meccanismo con certe funzioni e uno scopo preciso: digerire il cibo. Meccanismi biologici e artefatti, cioè oggetti tecnici, sono tutti meccanismi con funzioni teleologiche, cioè indirizzate verso uno o più obiettivi. Il concetto di funzione pone tuttavia alcuni problemi. Piccinini rifiuta una spiegazione eziologica – storico-evolutiva – delle funzioni per ragioni epistemologiche e metafisiche⁷⁸. Sostiene invece una rifondazione del *goal-contribution account* per il quale le funzioni sono legate e contribuiscono a un sistema indirizzato verso un obiettivo finale. Nel fare questo, egli rifiuta tre idee: *a)* un sistema ha funzioni solo se possiede un obiettivo, *b)* un sistema è orientato a un obiettivo solo se possiede un *feedback-control* e *c)* può rappresentare il suo obiettivo. Di qui la necessità di proporre una nuova prospettiva ontologica: *I assume an ontology of particulars (entities) and their properties understood as causal powers. I remain neutral on whether properties are universals or modes (tropes). A similar account could be formulated in terms of an ontology of properties alone, with entities being bundles thereof, or in terms of processes*⁷⁹.

Questa ontologia⁸⁰ si fonda su un'affermazione chiave: le attività sono manifestazioni di proprietà, ovvero di certi poteri causali. È dal principio scartata l'idea per cui ci sarebbe una differenza sostanziale tra le attività, che sono manifeste e si possono osservare, e i poteri, le

⁷⁷ G. Piccinini, *Physical Computation*, cit., p. 84.

⁷⁸ Ivi, p. 102-103.

⁷⁹ Ivi, p. 105.

⁸⁰ Per questo tipo di ontologia, si veda J. Heil, *From an Ontological Point of View*, Oxford, Clarendon Press, 2003. Cfr. anche J. Heil, *The Universe as We Find It*. Oxford, Oxford University Press, 2012; C. B. Martin, *The Mind in Nature*. Oxford, Oxford University Press, 2007.

capacità, che invece non si possono osservare. Un'attività è sempre la manifestazione di una proprietà-potenzialità. Un sistema è un'entità complessa, composta da più sub-entità connesse in diversi modi, e possiede proprietà specifiche, poteri causali che *a)* dipendono dai poteri causali dei subsistemi e *b)* a loro volta possono modificare questi ultimi. L'esempio dell'atomo è significativo: *when atoms chemically bond to one another, they form molecules with properties constituted by those of the individual atoms, including properties of individual atoms that have changed because they are so bonded*⁸¹. Tanto la causalità delle parti quanto la causalità dell'insieme presentano più livelli intrecciati, che interagiscono tra loro. Ogni livello è sostituito dalle entità e dalle proprietà del precedente in maniera non ridondante. *Mechanisms have components, which are themselves mechanisms, which themselves have components, etc. Mechanisms and their components have functions, and the functions of components contribute to the functions of their containing mechanisms. Thus, a contribution to an objective goal may be made by the organism itself (via a behavior), or by one its components, or by one of its components' components, and so on*⁸². In questo genere di entità complesse rientrano appunto i meccanismi con funzioni teleologiche come i sistemi biologici, gli organismi. E così anche gli artefatti, i prodotti della tecnica (umana e non).

Che cos'è allora una funzione teleologica? Piccinini scrive: *A teleological function in an organism is a stable contribution by a trait (or component, activity, property) of organisms belonging to a biological population to an objective goal of those organisms*⁸³. La funzione teleologica dà un contributo positivo al conseguimento di un fine condiviso da un tipo di organismi – ad esempio, la sopravvivenza della specie – e lo fa in maniera regolare nel tempo, ed entrambi questi aspetti dipendono dall'interazione tra il meccanismo e il contesto in cui si trova. La funzione teleologica accresce le probabilità di conseguire quell'obiettivo nel tempo. Il meccanismo funziona se e solo se realizza la sua funzione teleologica. Stessa cosa si può dire per gli artefatti: *artifacts in this general sense have teleological functions too. And those teleological functions are typically*

81 G. Piccinini, *Physical Computation*, cit., p. 105.

82 Ivi, p. 110.

83 Ivi, p. 108.

*contributions to the survival or inclusive fitness of the organisms that create the artifacts*⁸⁴. E infatti diremo che *a teleological function of an artifact is a stable contribution by an artifact to an objective goal of the organism(s) that created the artifact*⁸⁵. Tutto questo è detto tralasciando intenzionalmente le questioni derivanti da un possibile contrasto tra obiettivi della specie e obiettivi soggettivi dei suoi componenti, o dalle implicazioni morali degli obiettivi stessi per i componenti della specie.

A partire da questi elementi, possiamo definire i sistemi computazionali (computer, processori, memorie, ecc.) come un certo tipo di meccanismi con funzioni teleologiche. Abbiamo entità complesse dotate di certe funzioni, costituite da componenti a loro volta complessi e dotati di certe altre funzioni. Questo modo di vedere le cose presenta un vantaggio enorme: non presuppone una semantica. *Computation does not presuppose representation*⁸⁶.

Schematizziamo il concetto di meccanismo con funzioni teleologiche. Diremo che il meccanismo con funzioni teleologiche X è un sistema fisico che presenta tre elementi: *a*) un insieme di componenti fisici, dotati quindi di collocazione spazio-temporale, *b*) un insieme di proprietà (poteri causali indirizzati a un scopo), *c*) un insieme di possibili organizzazioni, o modi di coesistere, dei componenti e delle loro proprietà (X possiede specifiche capacità perché le sue parti sono organizzate in un certo modo). Che cosa rende X un meccanismo in grado di compiere computazioni? Che cosa lo rende computazionale? Chiameremo *vehicles* le possibili organizzazioni dei componenti del meccanismo, che sono i diversi stati o modi di essere del meccanismo stesso. A ogni *vehicles* corrispondono certe proprietà. Avremo poi le *rules*: in una descrizione formale non sono altro che le funzioni che descrivono il comportamento della macchina, cioè il passaggio da argomento a valore, da input a output. Da un punto di vista meccanicista, la *rule* è semplicemente il nesso tra due o più *vehicles*, una concatenazione di stati della macchina. Non è necessario che la regola sia rappresentata in un algoritmo o in una lista di istruzioni o in programmi. La regola è una

84 Ivi, p. 111.

85 Ibid.

86 Ivi, p. 118.

prestabilita connessione tra stati della macchina, come nel corpo umano alla masticazione corrisponde poi la salivazione, la deglutizione e quindi la digestione con l'ingresso del bolo nello stomaco. Questi stati si potranno realizzare o meno, la macchina potrà agire in un modo o in un altro, funzionare o non funzionare. La principale attività della macchina sta nel *manipulating*, ossia nel trasformare i *vehicles* seguendo i percorsi tracciati dalle *rules*.

Perché diciamo che tale *manipulating* è una computazione? Qui Piccinini tocca un punto decisivo: *A physical system can be described at different levels of abstraction*⁸⁷. Quando abbiamo descritto X l'abbiamo fatto senza basarci sulle caratteristiche fisiche dei suoi componenti, bensì guardando soltanto sulle differenze tra i *vehicles*. Ciò fa sì che X sia *medium-independent* e dotato di *multiple realizability*. X si distingue da qualsiasi altro sistema fisico *input-output*, come il motore a benzina, che invece non è affatto *medium-independent* e ha una sola funzione.

Le *rules* che innervano X riguardano soltanto le differenze tra i *vehicles*, non le caratteristiche fisiche dei *vehicles* (colore, temperatura, forma, ecc). Un sistema fisico come un forno, ad esempio, si comporta in maniera del tutto diversa, perché il suo agire, e quindi le regole che lo definiscono, riguarda determinate caratteristiche fisiche (il calore) che mira ad alterare (in questo caso ad aumentare). In altre parole: in un sistema fisico computazionale quel che conta è soltanto *la posizione dei componenti*, che definisce tanto le regole quanto gli stati della macchina, quindi le funzioni. La posizione ha un valore tanto strutturale quanto funzionale. *Forma, struttura e funzione fanno un tutt'uno*: questa è la prima – e forse la più fondamentale – caratteristica di un sistema fisico computazionale. Se consideriamo la macchina di Turing, vediamo che essa è descrivibile esattamente in questi termini. Sul piano concreto, ogni lettera si traduce in un ente fisico, il *digit*, che *denote the specific state of a variable – e.g., a switch in the off position, a memory cell storing a '1'*⁸⁸. Le relazioni tra *digits* riflettono le relazioni tra le strutture matematiche astratte: *just as a mathematically defined algorithm is sensitive to the position of a letter within a string of letters, a*

87 Ivi, p. 122.

88 Ivi, p. 127.

*concrete digital computing mechanism – via the functional relations between its components—is sensitive to the position of a digit within a string of digits*⁸⁹.

La computazione fisica è un processo *medium-independent* che manipola componenti fisici e organizzazioni di componenti fisici secondo regole che concernono soltanto le differenze di posizione tra questi componenti. Sulla base di questa tesi generale, Piccinini indaga le proprietà funzionali e strutturali dei diversi meccanismi computazionali, primitivi (*computing*⁹⁰ e *non-computing*) e complessi (*computing* e *non-computing*⁹¹), tutte in una prospettiva digitale (*digital computing mechanisms*). Quest'indagine viene realizzata per mostrare non solo l'utilità della spiegazione meccanicista della computazione in rapporto ad altre possibili, ma anche il vantaggio teoretico di un tale approccio specialmente nell'analisi dei *digital computers*⁹² e di altri sistemi computazionali come le *neural networks* fino alla riformulazione fisica della tesi di Church-Turing.

b) Possiamo descrivere la macchina di Turing⁹³ come un sistema S-R-C. Con S intendiamo la

89 Ivi, p. 132.

90 Si tratta degli elementi più basilari della computazione concreta, cioè alla manipolazione dei *digits* in una dinamica *input-output behaviour*. “The primitive computing components of most contemporary computers are logic gates. Logic gates are devices with two or three extremities. During any relevant time interval, a logic gate receives one or two input digits through one or two of its extremities and produces one output digit through another extremity. Logic gates’ input and output digits belong to one of two types, usually called ‘1’ and ‘0’. Digits of these types are normally called binary digits or *bits*. In analyzing and designing logic gates, ‘1’ and ‘0’ are respectively interpreted as truth and falsehood, so that functional operations on them can be interpreted as logical functions applied to truth values. Under the standard interpretation of logic gates’ digits, the type of a logic gate’s output digit corresponds to what would be generated by applying a logical connective, such as conjunction, disjunction, or negation, to the types of the input digit(s). This is why these devices are called *logic gates*. Accordingly, the input-output behavior of logic gates can be represented by truth tables or, equivalently, by logic equations written in Boolean algebra” (G. Piccinini, *Physical Computation*, cit., p. 154).

91 Gli elementi *computing* sono i processori, ossia le unità logico-aritmetiche, mentre quelli *non-computing* sono, ad esempio, le unità di memoria. I processori fondamentali eseguono istruzioni sui dati. Le istruzioni sono *strings of digits that have an internal semantics* (G. Piccinini, *Physical Computation*, cit., p. 162), vale a dire una semantica rivolta ai rapporti tra i componenti del meccanismo e non a cose esterne e alle loro proprietà.

92 Per l'analisi dei *computers* analogici (e sulle loro differenze da quelli digitali, che sono propriamente *computers*), cfr. G. Piccinini, *Physical Computation*, cit., p. 198-205.

93 Cfr. A. M. Turing, “On Computable Numbers”, cit., p. 230: “We may compare a man in the process of computing a real number to a machine which is only capable of a finite number of conditions $q_1, q_2, \dots, q_R$ which will be called ‘m-configurations’. The machine is supplied with a ‘tape’ (the analogue of paper) running through it, and divided into sections (called ‘squares’) each capable of bearing a ‘symbol’. At any moment *there is just one square*, say the r -th, bearing the symbol $G(r)$ which is ‘in the machine’. We may call this square the ‘scanned square’. The symbol on the scanned may be called the ‘scanned symbol’. The ‘scanned symbol’ is the only one of which the machine is, so to speak, ‘directly aware’. However, *by altering its m-configuration the machine can effectively remember some of the symbols which it has ‘seen’ (scanned) previously*”. Sulla macchina di Turing e il suo rapporto con i *computers*, cfr. G. Piccinini, *Physical Computation*, cit., p. 191-193.

stringa di lettere, che corrispondono a stati diversi della macchina. Ogni stato della macchina è la posizione della puntina mobile da una stringa di lettere a un'altra. S presuppone un insieme di lettere o caratteri che sono le sue parti componenti. Le lettere non sono simboli: non hanno necessariamente una dimensione semantica. Ma che cos'è una lettera per la macchina di Turing? È un tipo di entità considerata non tanto per le sue caratteristiche fisiche concrete, bensì per la posizione e l'iterazione. Una lettera è una qualsiasi entità di cui sono rilevanti soltanto la posizione nella stringa e la possibilità di iterarla, di cancellarla e riscriverla in un'altra casella del nastro *come la stessa*. Se in una casella scrivo 1 e poi in un'altra riscrivo 1, nonostante l'evidente differenza materiale tra questi due 1, essi sono comunque due *token* dello stesso *type*. Questo mi permette di avere un alfabeto finito, dominabile. La posizione è una caratteristica strutturale, l'iterazione è funzionale – definisce il modo in cui uso la lettera.

Con R abbiamo un insieme di regole. Sono le quintuple che definiscono formalmente la macchina. Tali regole esprimono connessioni tra le stringhe, dicono come la puntina deve muoversi (destra, sinistra) e agire (cancellare, scrivere) a seconda dello stato di partenza. In breve, una regola mi spiega come la macchina passa da una stringa a un'altra, e questo senza fare riferimento alle caratteristiche fisiche della macchina o dei caratteri (l'inchiostro, la forma, il colore, etc.). È *medium independent*.

Il terzo elemento della macchina è invece C, ossia il corpo fisico della macchina, l'apparato tecnico che ne permette la realizzazione fisica. Stando alle indicazioni di Turing, avremo quindi una puntina mobile, un nastro e il supporto del nastro.

S-R-C non è altro che una semplice macchina da scrivere. Anche una macchina da scrivere agisce in questo modo: compone stringhe di lettere mediante un apparato tecnico (la tastiera, il rullo e il foglio) e un corpus di regole ben definito (la sintassi nella mente dello scrivente). Come hanno dimostrato gli studi di Goody e di Bachimont, la scrittura non è affatto un sistema neutrale, puramente strumentale. Scrivere implica un insieme di specifiche strutture cognitive, un tipo di

ragione autonomo che Goody chiama *graphical reason*. In *The Domination of the Savage Mind*⁹⁴ Goody individua tre principali strutture cognitive implicate dalla scrittura: la lista, il quadro e la formula. La lista permette la memorizzazione e la classificazione, il quadro una visione sinottica degli elementi e la formula l'uso della pura forma (segni staccati da significati) per ragionare. La scrittura trasforma così il nostro modo di pensare fornendogli una tecnologia che lo potenzia. Bachimont sviluppa questo punto di vista in un senso kantiano – la scrittura è una sintesi spaziotemporale, *une synthèse synoptique de l'écriture* – fino a mostrare che la computazione dipende dalla scrittura ed è un'evoluzione delle sue strutture. A partire dalle tesi di Stiegler sulla tecnica, Bachimont traccia un'analogia: la lista è per la scrittura quel che il programma è per la computazione (definisce un percorso sistematico), il quadro è per la scrittura quel che il *reseau*, il *net* è per la computazione (connessione tra programmi, programmi che controllano programmi), la formula infine è per la scrittura quel che l'hardware è per la computazione⁹⁵. La scrittura è la condizione *a priori* della macchina di Turing. O meglio: la macchina di Turing porta alle sue estreme conseguenze una dinamica già presente nel semplice gesto di scrivere.

C'è però un aspetto che né Goody né Bachimont mettono adeguatamente in rilievo. La lista, il quadro, la formula, il programma ecc. sono configurazioni che riguardano soltanto R, non S. Esse presuppongono S, cioè un insieme di stringhe di lettere già composte. E qui invece sta un punto chiave. Se vogliamo capire a fondo il processo scritturale dobbiamo tenere conto anche dell'iterazione e della posizione delle lettere. Solo grazie al fatto che le lettere possono iterarsi come le stesse noi possiamo fare liste o imparare regole da memorizzare. Solo grazie al fatto che le lettere si differenziano per posizione noi possiamo parlare di un uso puramente formale dei segni. L'iterazione e la posizione delle lettere è il fondo su cui si costruisce qualsiasi scrittura. Da esso parte e a esso ritorna ogni atto di scrivere. Se devo riconoscere ed esaminare una stringa di lettere, il primo passo sarà il riferimento alle regole della sintassi, ma il passo ancor più elementare e

94 Cfr. J. Goody, *The Domestication of the Savage Mind*, Cambridge, Cambridge University Press, 1977.

95 Cfr. B. Bachimont, *Le sens de la technique: le numérique et le calcul*, Paris, Les Belles Lettres, 2010, p. 168-170.

definitivo sarà l'esame delle lettere di cui è composta la stringa.

Nel definire il concetto di *effective procedure* in un senso fisico Piccinini scrive: *An executable physical process is one that a finite observer can set in motion to generate the values of a desired function until it generates a readable result. This requires that the observer can discover which function is being computed, that the process's inputs and outputs be readable by the observer, and that the finite observer be able to construct the system that exhibits the process. An executable physical process is also a process that, like an effective procedure, in principle can be repeated if a finite observer wishes to run it again*⁹⁶. Questa *executability* è illustrata con cinque condizioni: 1) leggibilità degli *input* e degli *output*; 2) indipendenza dalla conoscenza delle regole con cui risolvere il problema; 3) ripetibilità, cioè la procedura deve essere ripetibile da chiunque e sempre, in ogni condizione; 4) organizzazione e ri-organizzazione, la capacità di ri-settarsi in base a nuove situazioni affrontate (nuovi *input*)⁹⁷; 5) può essere costruito. A ciò si aggiunge una sesta condizione: la *reliability* della macchina sarà assicurata da un sistema composto da parti affidabili, *the system's design must be such that noise and other external disturbances are generally insufficient to interfere with the results*⁹⁸. Le sei condizioni appena descritte sono perfettamente applicabili anche al nostro S-R-C.

Ora, su che cosa si fondano l'iterazione e la posizione delle lettere, e dunque l'organizzazione interna della macchina? Su un fatto evidente attinente a qualsiasi segno in quanto tale: *l'unico modo che un segno ha di parlare di se stesso è iterandosi*. Chiamiamolo il principio dell'identità simbolica, controparte fisica del principio di iterazione descritto in precedenza. Il segno non possiede riflessione o coscienza: la sua auto-identità è per forza “esterna” e può essere soltanto

⁹⁶ Ivi, p. 251.

⁹⁷ Piccinini parla di *settability* in *Physical Computation*, cit., p. 253: “An ordinary computing system is something that, within its limits, can compute any value of one or more functions. Universal computers can compute any value of any Turing-computable function until they run out of memory or time. For this to be the case, normally a user sets the system to its initial state and feeds it different arguments of the function being computed. When a new computation is needed, the system is *reset* to its initial state, where it may be given either the same or a different input. If the system is given the same input, it should yield—barring malfunctions—the same output. Thus, resettability plus repeatability of the input entails repeatability of the output. But resettability is not required for computation; settability is enough for present purposes. If a system is not even settable, so that a user cannot choose which value of the function is going to be generated in a given case, then that system does not count as computing”.

⁹⁸ Ivi, p. 255.

esibita. La costruzione di qualsiasi possibile stringa di segni – l'iterazione da una stringa all'altra, o in una stessa stringa, nonché la posizione del segno e della stringa tra altre stringhe e di insiemi di stringhe tra altri insiemi di stringhe, ecc. – si basa su questo fatto elementare. Non potremmo “controllare” la scrittura né le stringhe se non avessimo l'implicito costante riferimento all'iterabilità del segno, la sua identità “esterna”. E possiamo applicare questo stesso discorso anche al *digit*.

Qui cogliamo l'analogia: così come lo scrivere “si scioglie” nell'iterabilità delle lettere, anche la funzione ricorsiva “si scioglie” nella base iterativa del *loop* delle funzioni base. Ogni stringa, se ben formata, conserva una calcolabilità di base che sta appunto nel riferimento all'iterabilità delle lettere. Una stessa dinamica è all'opera nella funzione ricorsiva e nella scrittura: *la regressione all'iterazione*. Certo, l'attività di un computer digitale non è iterazione, va ben oltre. Tuttavia, in quanto computazionale, ogni attività di un computer digitale è riducibile a un fondo iterativo.

Abbiamo detto in precedenza che il numero è uno schema iterativo che agisce come un limite in U^B . Il numero è un modello con il quale pensiamo l'identità delle cose secondo l'iterazione. Il limite è fluido, nel senso che posso sempre riaprirlo e continuare a iterare per ottenere nuovi numeri secondo altri limiti. Otteniamo i numeri mediante creative e progressive limitazioni in U^B . La lettera funziona in un modo molto simile: usare una lettera nella scrittura significa farla passare da una posizione all'altra, in una stessa stringa o in stringhe differenti, ma farla passare da una posizione all'altra vuol dire iterarla (e la stessa cosa può dirsi per le stringhe prese in sé, o anche per *strings of digits*). *La lettera si sposta iterandosi*. Usare una lettera vuol dire iterarla ogni volta e quindi porre un limite alle iterazioni di questa lettera, gestire queste iterazioni. Diamo per scontato che in “mum” la seconda “m” sia uguale alla prima, nonostante le evidenti differenze spazio-temporali – sono due oggetti materiali diversi: ma questo non ci interessa quando scriviamo quelle lettere. C'è un fondo iterativo anche della scrittura, che riposa sotto tutti gli altri livelli sintattici, semantici, ecc.

In conclusione, la macchina di Turing è un sistema fisico *computazionale* perché 1) è un meccanismo con funzioni teleologiche, nel quale 2) forma, struttura e funzione fanno un tutt'uno; 3)

è scrittura e quindi dispiega certe struttura cognitive; 4) in quanto scrittura è *analoga* al movimento della funzione ricorsiva e quindi mostra indirettamente il rapporto tra il numero e U^B .

Luca M. Possati

lupossati@gmail.com

Aprile 2017