



**HAL**  
open science

## Points de repères pour l'analyse de protocoles

François Conne

► **To cite this version:**

| François Conne. Points de repères pour l'analyse de protocoles. 1985. halshs-01525225

**HAL Id: halshs-01525225**

**<https://shs.hal.science/halshs-01525225>**

Preprint submitted on 10 Dec 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## POINTS DE REPERES POUR L'ANALYSE DE PROTOCOLES<sup>1</sup>

François Conne

1. Je donne une importance primordiale au rôle des problèmes dans l'enseignement des mathématiques. Je m'intéresse à ce qui est susceptible de faire problème, mathématiquement, authentiquement, pour un individu donné. Je ne privilégierai donc pas telle ou telle forme de problème, c'est-à-dire, dans le cas de l'enseignement, telle ou telle façon d'induire un problème chez un élève.
2. Ici, je me donne un angle d'analyse particulier qui est celui de l'échange verbal maître-élève (qui est partie de l'échange didactique lui-même). Laissons de côté aussi la question de la consigne ainsi que celle de la donnée qui jouent un rôle très spécifique d'amorce de l'échange. Je propose d'examiner dans les protocoles les **expressions** produites et les **termes** échangés lors des entretiens entre un expérimentateur et un élève.
3. A ce propos une explication. Un des multiples facteurs qui rend toute description de l'échange verbal complexe, tient à ce que les mots peuvent prendre, **pour l'observateur**, deux valeurs distinctes :
  - à titre d'**expressions de la pensée**, ils réfèrent aux traitements de celle-ci ;
  - à titre de **termes de l'échange**, ils sont eux-mêmes des objets traités par la pensée (et ceci même si ces objets sont aussi évanescents que des paroles !). Un type particulier de traitement consiste à intégrer (assimiler) les termes de notre interlocuteur à nos propres expressions. Un autre type de traitement est la recherche puis le choix des termes adéquats pour réorienter la pensée de notre interlocuteur et l'engager à des traitements particulièrement souhaités dans l'échange didactique.
4. L'échange maître-élève (expérimentateur-élève) prend place dans un processus donné, en évolution dans le temps. Il y a dédoublement et articulation de moments divers. Dans une première approche, l'analyse découpera des **séquences** et cherchera à situer les **transitions** entre celles-ci. Un critère possible est celui d'une unité de redondance dans les expressions et termes. Ceci signifie que dans une même séquence, les termes réfèrent à un même point de vue, ou encore à des mêmes règles d'actions ou nécessités mathématiques. Il y a seulement répétition de l'expression. Par contre, aux points de rupture, il y a changement de point de vue, les objets traités sont nouveaux, ou considérés sous un angle nouveau. A noter que le meneur de l'entretien (ici le maître ou l'expérimentateur) peut décider d'intervenir à l'un ou l'autre type de moment. Tantôt il essaiera de se faire expliciter (expliquer ou réexpliquer) le point de vue de l'élève. Peu importe qu'il y réussisse ou non, ici c'est l'intention didactique qui m'importe. Tantôt il essaiera de lui suggérer quelque chose pour lui faire changer de point de vue. Je répète que le meneur n'est jamais assuré du succès de son intervention, il induira un changement de perspective dans l'esprit de l'élève alors qu'il voulait seulement des précisions de sa part, ou au contraire, il échouera dans une de ses suggestions. Ceci peut même rendre momentanément le meneur mené !
5. En général, les échanges portent sur des mots chargés de sens et non pas sur le sens des mots. Ceci montre qu'il est primordial pour les partenaires de comprendre à quoi chacun se réfère lorsqu'il s'exprime. Ceci comporte une part interprétative, fortement intuitive, implicite, localement adaptée, sur la base de critères empiriques et le plus souvent peu pensés. Quoique fort subtile et souvent pertinente (ce qui en soi est plutôt étonnant), elle n'en est pas moins susceptible d'erreurs ! Tout autre est le travail d'interprétation qui essaye de rendre compte d'un entretien entre un maître et un élève,

---

<sup>1</sup> Texte d'une communication au Xème forum sur l'enseignement des mathématiques, organisé par la CDIP à Fribourg en 1985. Ce texte a été repris par la suite à l'occasion de l'écriture de l'article « Invitation à une réflexion sur le rôle du langage dans l'enseignement des mathématiques » paru dans la revue *Petit x*, en 1989 (n° 20, pp. 67-83).

pour dégager ce qui s'y passe ! C'est une chose de suivre au fur et à mesure un élève, c'en est une autre de pouvoir comprendre dans sa globalité le traitement d'un élève, les interactions de celui-ci avec ses interlocuteurs, et les problèmes mathématiques qu'il y traite. Au cours d'un tel travail, on se rend compte de deux choses :

- a) au travers de leurs expressions, l'activité des élèves (comme celle des maîtres) est plus grande que ne le laisse apparaître le simple examen de leurs réponses (respectivement : interventions). Cette activité **déborde toujours** celle requise par la résolution formelle des problèmes ! Il se peut aussi que ces activités ne se recouvrent que peu, c'est bien connu.
- b) les raisonnements des élèves (et ceux des maîtres) s'avèrent plus consistants, c'est-à-dire plus cohérents que ne le laisserait supposer une lecture empirique (i.e. qui n'analyse pas l'entretien, mais se contente d'en faire une lecture suivie).

**TOUS LES EXEMPLES QUI SUIVENT SONT EXTRAITS D'UN ARTICLE DE M. C. ESCARABAJAL (PARIS VIII) : COMPREHENSION : QUEL PROBLEME L'ENFANT RESOUT-IL ? LES PROTOCOLES PRÉSENTENT DES REPONSES D'ELEVES DE 9 -10 ANS , FRANCAIS ( CM1 CM2 ).**

### UN ENONCE DE PROBLEME.

A la récréation, Pierre a joué deux parties de billes.  
A la première partie, il a perdu 6 billes.  
A la fin des deux parties, il a 4 billes de plus qu'avant de jouer.  
Que s'est-il passé durant la deuxième partie ?

#### EXAMEN DE L'ENONCE

Une des bonnes façons de faire cet examen est de chercher des variantes du même énoncé.

### QUELOUES PROTOCOLES D'ELEVES.

#### EXEMPLE 1

Rappel de l'énoncé :

A la récréation, Pierre a joué deux parties de billes.  
A la première partie, il a perdu 6 billes.  
A la fin des deux parties, il a 4 billes de plus qu'avant de jouer.  
Que s'est-il passé durant la deuxième partie ?

ELEVE

EXPERIMENTATEUR

1 - Il a regagné seulement deux billes.

2- Oui, pourquoi ?

3- Pour rattraper ses 6 billes ...avant il

avait 4 billes ... pour rattraper ses 6 billes il a gagné 2 billes.

5- Non avant il avait 6 billes après il en a gagné 4 de plus et pour arriver à 6 il faut qu'il en gagne 2.

7- Ben 2 puisqu'il en a gagné 2.

9- .....

11- Un peu.

13- (poursuivant) ... il en gagne 4 ... il a 2 billes de plus.

15- De 4 pour aller à 6 ça fait 2.

4- Alors explique-moi comment ça s'est passé... avant il avait 4 billes ?

6- D'accord alors à la fin quand il s'en va il a combien de billes ?

8- Alors s'il a 2 billes à la fin est-ce que ça va avec ce qu'on te dit, est-ce que ça fait 4 de plus qu'avant de jouer ?

10- Tu comprends le problème ?

12- Il a des billes, il en perd 6, il joue une deuxième partie, ...

14- Il a 2 billes de plus à la fin ... comment as-tu trouvé qu'il a 2 billes de plus ?

## ANALYSE DE L'EXEMPLE 1 :

### 1. Expressions

*il a regagné - seulement - pour rattraper* (2 fois)

L'opposition gain / perte est couplée à : - une succession (perte - gain - regain)  
- une finalité (pour rattraper)

C'est sur cette finalité que vient s'apposer le calcul de l'élève : *de 4 pour aller à 6 ça fait 2* ; puis, *pour arriver à 6 il faut qu'il regagne*.

On note enfin que l'élève transforme la donnée "A la fin il a 4 billes de plus qu'avant de jouer " en : *Après il en a gagné 4 de plus*.

### 2. Termes

### 3. Ce qui se passe dans cet entretien

La restitution par l'élève du déroulement des parties reste partielle, vague, laissant implicites les points de repères temporels. L'expérimentateur tente de les faire expliciter, et par là, voir si le point de vue de l'élève va changer. Mais l'élève adapte son calcul, et surtout ce qu'il en dit (son raisonnement ?) aux objections présentées. Le schéma que l'élève conçoit semble se stabiliser sur :

6 ----- 0 ----- 4 ----- 6  
P.6      G.4      G.2

#### 4. Remarques

- Ayant observé de jeunes élèves pour les mêmes problèmes, j'ai déjà remarqué que ceux-ci comprennent les parties de manière isolée, de sorte que : " gagner 4 " = "avoir 4 de plus qu'avant de jouer". Or articuler ceci dans le problème présent, avec une perte préalable de 6 billes, c'est comprendre que cet "avant de jouer" englobe aussi la perte de 6 billes. C'est ce que l'expression "En tout il a gagné 4 billes" pourrait rendre à la place de "A la fin de la partie, il a 4 billes de plus qu'avant de jouer". Quoiqu'il en soit chacune de ces deux expressions comporte son ambiguïté propre !

- La question que j'aurais voulu poser à l'élève se situe au numéro 7 : - "Ben 2 puisqu'il en a gagné 2." Moi alors : "Comment 2, 6 puisqu'il les a regagnées !" Ainsi, j'aurais essayé d'entrer dans le raisonnement de l'élève.

#### EXEMPLE 2

Rappel de l'énoncé :

A la récréation, Pierre a joué deux parties de billes.

A la première partie, il a perdu 6 billes.

A la fin des deux parties, il a 4 billes de plus qu'avant de jouer.

Que s'est-il passé durant la deuxième partie ?

#### ELEVE

1- Il faut trouver ... faire l'opération pour savoir combien il avait de billes au démarrage ... il devait en avoir une dizaine ...

3- Parce que ... peut-être ...4... ah non ... il en a pas une dizaine ... attendez je peux faire un calcul (ici, l'élève pose par écrit :  $14 - 6 = 8$ ).

5- Parce que peut-être c'était 14 j'ai pensé... il en perd 6 ... ah c'est 10.

7- Parce que  $10 - 6$  ça fait 4.

9- Ben il en a gagné 4.

#### EXPERIMENTATEUR

2- Pourquoi une dizaine ?

4- Pourquoi tu as fait  $14 - 6$  ?

6- Pourquoi ?

8- D'accord, alors qu'est-ce qui s'est passé pendant la deuxième partie ?

## ANALYSE DE L'EXEMPLE 2 :

### 1. Expressions

1a) De l'élève :

*Il faut trouver ... faire l'opération pour savoir combien il avait de billes au démarrage... il devrait en avoir une dizaine.*

On note les expressions : "il faut", "pour savoir", "il devrait" qui indiquent quelque chose d'impérieux. L'élève cherche un avoir (état) initial, et il indique clairement qu'une **opération** doit lui permettre de le **trouver**. Est-ce son interprétation de sa situation d'élève-interrogé-sur-un-problème-d'arithmétique ? On peut supposer que cette "dizaine" a été déterminée par l'addition  $6 + 4$ . Même si un doute subsiste dans l'usage du mot "dizaine", veut-il indiquer qu'il évalue plus qu'il ne calcule ?

1b) De l'expérimentateur :

*D'accord alors qu'est-ce qui s'est passé durant la deuxième partie ?*

La réponse attendue à un problème d'arithmétique intègre un nombre et un texte (libellé de la réponse). Ceci doit être énoncé et le maître s'attend à l'entendre de la bouche de l'élève. Il arrive que le nombre soit énoncé sans libellé (moins souvent l'inverse). Ici, l'expérimentateur, comme un bon maître, donne un coup de pouce en reprenant le libellé et s'attend à ce que l'élève y associe le nombre précédemment fourni. (L'élève n'a plus qu'à remplir la case vide.) C'est ce que l'élève s'empresse de faire : "Ben il en a gagné 4". Ma relance serait alors : "Non il en a pas gagné 4, il lui en reste 4 !"

### 2. Termes

Revenons à *dizaine* qui dans cet échange est repris par l'expérimentateur. Ce dernier cherche à savoir comment l'élève l'a obtenue. Mais il le fait comme si l'élève avait dit "dix".

### 3. Ce qui se passe

Il semble que, suite à la demande de justification de l'expérimentateur, l'élève parte de son idée finale : une dizaine au démarrage, 4 de plus à la fin, donc 14. Puis une tentative numérique pour intégrer 14, 6, et 4, dans une relation plausible. Echec car on aboutit à 8 (pour lequel il ne trouve pas de statut). Finalement l'élève se ravise et retombe sur 10, qu'il peut aisément associer aux données 6 et 4 dans une addition.

## EXEMPLE 3

Énoncé

A la récréation, Pierre a joué deux parties de billes.

A la première partie, il a perdu 6 billes.

A la fin des deux parties, il a 4 billes de plus qu'avant de jouer.

Que s'est-il passé durant la deuxième partie ?

ELEVE

EXPERIMENTATEUR

1- Alors ...deux parties de billes ... à la première, il a perdu 6 billes ... à la fin des deux parties, il a 4 billes

de plus ... ben il a regagné ...enfin non  
... à la fin des deux parties, il a 4 billes  
de plus ... il a gagné des billes.

3- Oui .

5- Oui ... 4 billes de plus ... ah ... 6 billes  
... 10 ... il a gagné 10 billes.

7- C'est bizarre, je pense que la réponse  
c'est 10, et puis je pense que c'est impossible  
de résoudre ce problème.

9- Parce que je savais pas ... je sais pas au départ  
combien il avait de billes, c'est ça qui ne va pas.

11- Oui.

13- Ça correspondrait ... ça correspondrait qu'au  
départ, il avait 6 billes et puis après il en gagne 4.

2- Pendant la deuxième partie ?

4- Tu peux dire combien il a gagné ?

6- Oui pourquoi ?

8- Oui explique moi !

10- Donc tu penses pour ça que tu ne  
peux pas le résoudre ?

12- Tu penses que 10 ça correspondrait à  
quoi ?

## ANALYSE DE L'EXEMPLE 3 :

### 1. Expressions

1a) *Alors ...deux parties de billes ... à la première, il a perdu 6 billes ... à la fin des deux parties, il a 4 billes de plus ... ben il a regagné ...enfin non ... à la fin des deux parties, il a 4 billes de plus ... il a gagné des billes.*

Ici l'élève fixe les données dans sa tête, ou peut-être fixe ses idées. Il compare, puis en tire une **relation partielle** qui, selon le raisonnement qu'il tient, est effectivement facilement déductible : "il a gagné des billes". (cf. sur ce point l'exemple 1 où l'élève sait que "Pierre n'a pas perdu de billes", donc il cherche à rattraper les 6 billes perdues, cf. aussi l'exemple 5). On remarque alors l'hésitation qui fait faire marche arrière à l'élève, et qui se solde par la correction de "ben il a regagné" en "il a gagné". On joue en plein sur l'ambiguïté du français : "regagner = gagner une seconde fois" ou "regagner = gagner ce que l'on avait auparavant perdu".

1b) *C'est bizarre, je pense que la réponse c'est 10, et puis je pense que c'est impossible de résoudre ce problème.*

L'expression ne porte plus ici sur la partie de billes, ni sur le calcul, mais dénote l'incertitude de l'élève. On peut dire qu'il se trouve face à quelque chose qui fait problème pour lui.

### 2. Termes

Dans ses deux dernières interventions, l'expérimentateur reprend l'alternative exprimée par l'élève. Bien sûr quelle aubaine pour le psychologue ! Malheureusement cette "reprise" du sentiment de l'élève ferme complètement l'entretien !

### 3. Ce qui se passe

3a) L'élève donne une première déduction, partielle : "il a gagné". L'expérimentateur l'appelle alors à quantifier ce libellé. En se centrant sur les données numériques, l'élève répond : "il a gagné 10 billes". N'est-ce pas la réponse juste ? Mal en prend à l'élève d'exprimer ses doutes, et cette réponse s'évanouit pour lui. Il semble qu'ayant abouti successivement à : "gagné" puis à : "10", il les ait associés, sans pouvoir situer cette réponse dans la donnée.

3b) L'expérimentateur demande : "explique moi". La réaction de l'élève est intéressante, puisqu'il indique quel type d'information lui serait nécessaire pour lever l'ambiguïté perçue. On notera que l'élève poursuit sa pensée plutôt qu'il ne la reprend.

#### EXEMPLE 4

Enoncé :

A la récréation , Pierre a joué deux parties de billes.

A la première partie , il a perdu 6 billes.

A la fin des deux parties , il a 4 billes de plus qu'avant de jouer.

Que s'est il passé durant la deuxième partie ?

ELEVE

EXPERIMENTATEUR

1- Alors , il a joué 6 billes , c'est donc qu'il avait 6 billes au début ... et à la fin ... il joue deux parties il constate qu'il a 4 billes de plus qu'avant de jouer ... donc il avait 6 billes ...  $6 + 4$  ça fait 10.

3- Ben ... c'est le nombre qu'il a en tout et quand ... que ... que s'est il passé pendant la deuxième partie ... il s'est passé que il a ... il a gagné ... 10 billes.

5- Oui ... 6, 7 ... non , non ce n'est pas possible ... alors à la fin des deux parties il y a 4 billes de plus qu'avant de jouer eh bien c'est pas possible qu'il ait gagné 10 billes ... ah ben si ... non ...

2- D'accord... alors 10 c'est quoi ?

4- Il a gagné 10 billes ?



## ANALYSE DE L'EXEMPLE 4 :

### 1. Expressions

1a) On note : *Il a joué 6 billes* se substituant à : *Il a perdu 6 billes*.

1b) Au travers du début de cet entretien, on peut suivre pas à pas le raisonnement de l'élève. On le représentera ainsi, où les flèches représentent des déductions faites par l'élève :

6                      P6                      0                      G10                      10

### 2. Ce qui se passe

2a) Obtention de la bonne réponse : L'élève procède en deux temps. Il trouve 10 comme avoir final, et précisément comme : "4 de plus que l'avoir initial". L'expérimentateur pousse à l'explicitation : "Alors 10 c'est quoi ?" L'élève indique que 10, c'est l'avoir final, puis en le réintroduisant dans la donnée, selon la formulation de la question, il trouve la réponse attendue libellée correctement.

2b) Hésitation : L'élève résout le problème avec l'aide de l'expérimentateur, il trouve la bonne réponse, la perd, la retrouve, semble-t-il avec le même raisonnement, ce qui laisse intacte aussi l'hésitation. Celle-ci semble provenir du fait que "gain" et "10" ne sont pas obtenus par les mêmes relations. Ceci lui "pose problème", comment justifier l'association de ces deux résultats ? La représentation des parties en termes d'avoirs n'aide pas à y voir clair.

## 5 EXEMPLE

Enoncé :

A la récréation , Pierre a joué deux parties de billes.

A la première partie , il a perdu 6 billes.

A la fin des deux parties , il a 4 billes de plus qu'avant de jouer.

Que s'est il passé durant la deuxième partie ?

ELEVE

EXPERIMENTATEUR

- 1- Il a gagné ... parce que il avait 6 billes ...  
il a perdu 6 billes ... et ... il en a gagné 4  
de plus ... qu'il en avait avant.
- 2- Donc ça te fait dire qu'il a gagné.
- 3- Oui .
- 4- Tu peux essayer de dire combien il a  
gagné?
- 5- Je ne peux pas le dire .
- 6- Pourquoi ?
- 7- Parce que là je ne trouve pas...  
ils ont pas mis combien il avait de billes .
- 8- Oui ... ils ont pas mis combien il avait  
de billes.
- 9- Au départ .
- 10- Et ça t'empêche de dire ?
- 11- Oui on ne peut pas trouver parce qu'on  
sait pas combien il en avait .
- 12- On peut dire que peut-être il avait 15 billes  
au départ ... essaie de trouver en disant qu'il en  
avait 15 au départ.
- 13- 15 billes moins 6 ça fait 9 ... 9 plus 4 ça fait 13  
... il en a quand même ... il lui en manque 2 .
- 14- Et tu trouve qu'à la fin il lui en manque 2 ?
- 15- Oui ... ça ne va pas ... il en avait 15 au  
départ moins 6 ça fait 9... il lui en reste 9  
... à la fin de la deuxième partie il en a 4  
... avant de jouer ... plus 4 ça fait 13.
- 16- Tu dis qu'il en a 4 avant de jouer ?
- 17- Non il en a 9 ... à la fin des deux parties  
il a 4 billes de plus qu'avant de jouer .
- 18- Ca veut dire qu'il doit en avoir combien à la  
fin des deux ...
- 19- ... il aurait normalement il devrait en avoir 19 .
- 20- Oui alors est-ce que tu peux trouver  
maintenant ce qui s'est passé à la deuxième partie ?
- 21- Il a gagné 4 billes de plus qu'avant de jouer.

- 22- Il a gagné combien de billes alors ... ça fait combien 4 billes qu'avant de jouer ?
- 23- Ca fait 19.
- 24- Non 19 c'est ce qu'il a à la fin ... il en avait 15 au début et il en a 4 de plus à la fin donc il en a 19 ... ça fait qu'il en a gagné combien pendant la deuxième partie ?
- 25- Il en a gagné ... 6.
- 26- Oui . Comment tu trouves 6 ?
- 27- Parce que de 15 pour aller ... non du 13 de tout à l'heure pour aller à 19 il en faut 6 ... si il y avait 15.
- 28- S'il y avait 15 au début.
- 29- Oui.
- 30- Tu dis qu'il en gagne 6 pendant la deuxième partie ?
- 31- Oui.
- 32- Alors recommence il en avait 15 au début.
- 33- 15 au début il en perd 6 ça fait 13 non ... 9 ... 9 plus 4 ça fait 13 pour en avoir 4 de plus que 15 il en faut encore ... 6...
- 34- Quand est-ce qu'il les gagne ces 6 là ?
- 35- Il a fait une troisième partie.
- 36- On ne le dit pas ... on dit que c'est à la fin des deux
- 37- ...
- 38- Et s'il en gagnait 10 pendant la deuxième partie ?
- 39- Ca lui ferait 29.
- etc...

## ANALYSE DE L'EXEMPLE 5

### 1. Expressions et termes

Je laisse au lecteur le soin de faire pour l'exercice l'analyse des expressions de l'élève, ainsi que celle des termes échangés.

### 2. Ce qui se passe

L'élève dit : *Il a gagné ... parce qu'il avait 6 billes... il a perdu 6 billes ... et .... il en a gagné 4 de plus ... qu'il en avait avant.*

2a) Un raisonnement (non accessible dans ce protocole mais fréquent chez les élèves) amène cet élève à penser : "Il a gagné" (comme dans l'exemple 3), puis à examiner les éléments de la donnée. Il cherche manifestement une correspondance entre perte, gain et avoir. L'élève déclare : "il avait 6 billes", puis il se reprend : "il a perdu 6 billes". Puis il exprime la donnée : "*à la fin des deux parties il a 4 billes de plus qu'avant de jouer*" en disant : "il en a gagné 4 de plus ... qu'il en avait avant" (glissement de sens). Il y a transformation de "*à la fin il en a 4 de plus*" en "gain", mais **réexpression du "de plus"** qui appelle le second terme de la comparaison : "qu'il en avait avant". Cette phrase n'a en soi pas tellement de sens !

#### REMARQUES

- L'élève aurait pu alors enchaîner sur ce qu'il avait déclaré avant, et poursuivre ainsi : "Mais comme avant il avait 6 billes, il en a donc gagné 10". J'ai pu observer certains élèves tenir un tel raisonnement. Ici, il ne le fait pas, pourquoi ?

- On peut exprimer les informations de la donnée en une phrase : "Après la deuxième partie, il a 4 billes de plus qu'il avait avant de jouer la première partie, où il a perdu 6 billes." Cette phrase donne, outre les données quantitatives, deux informations :

a) une comparaison des avoirs de billes avant / après

b) la succession de 2 parties dont la première est connue. En comparaison, la phrase de l'élève restitue la comparaison, mais en l'associant au gain qu'il a déduit. Mais il ne fait par contre plus mention de la perte.

- On peut décrire le raisonnement qui mène à la solution comme consistant à **reporter** ce que l'on sait de la comparaison des avoirs avant / après sur la comparaison des parties ordonnées (1<sup>ère</sup>, 2<sup>ème</sup> parties). Puis la connaissance d'une des parties (1<sup>ère</sup> = P6) permet de déterminer l'autre. Les relations entre gain et perte, associés ainsi dans un enchaînement de deux parties, ne sont pas de relations de plus et de moins mais des **compensations**. Ainsi une expression du raisonnement pourrait être : "Il en a gagné 4 de plus que nécessaire pour annuler la perte initiale de 6 billes". C'est ainsi que l'on pourrait interpréter la phrase de l'élève et la faire sonner correctement. Mais ceci suppose le traitement direct des gains et des pertes, c'est-à-dire un niveau conceptuel déjà élevé.

2b) L'élève arrive donc à la réponse partielle : "il a gagné". Puis, au contraire de ce qui vient d'être envisagé ci-dessus, il cherche à reporter les informations relatives aux gains et pertes sur le plan des avoirs (glissement de sens). Il va donc à contre sens. Si ce report est aisé pour lui lorsqu'il pense isolément chacune de ces parties : "Il a perdu 6 billes ----- il avait 6 billes" et "il a 4 billes de plus --- ----- il a gagné 4 billes", il bute dès le moment où il s'agit de combiner les deux. Une hésitation se manifeste dans l'expression de l'élève (il dit : "Il a gagné ... parce qu'il avait 6 billes... il a perdu 6 billes ... et .... il en a gagné 4 de plus ... qu'il en avait avant"). Même si cette hésitation se traduit momentanément par l'impossibilité d'aboutir, elle n'est pas moins significative d'un niveau de réflexion non naïf, qui ramènerait tout à une combinaison de nombres pris "au hasard". L'élève pense alors qu'il lui manque une information pour continuer, l'avoir initial : "je ne peux pas le dire (...) parce que là je ne trouve pas ils ont pas mis combien il avait de billes".

2c) L'expérimentateur entre dans le point de vue de l'élève, et, croyant sans doute l'aider, lui propose un avoir initial. Alors on voit l'élève, si hésitant jusque là, enchaîner des calculs, tête baissée : " $15 - 6 = 9$  ,  $9 + 4 = 13$ , il manque 2 par rapport au début". Ceci montre que, jusque là, l'élève n'a pas réellement traité de **problème**. (A moins qu'on appelle problème une simple recherche de donnée manquante.) S'en suit, semble-t-il, une reprise qui me confirme dans l'interprétation voulant que l'élève pense ce "il a 4 de plus" comme "il a gagné 4".

2d) Vient alors une seconde intervention de l'expérimentateur qui, toujours dans le but d'aider l'élève, l'encourage à traiter directement : "il a 4 billes de plus qu'avant de jouer", pour trouver l'avoir final. L'élève calcule 19. Mais, oh! stupeur! il ne rejette pas pour autant l'ancien résultat calculé : 13, au contraire, il l'englobe dans ses relations pour déduire un gain de 6 billes! (comparaison de 13 et de 19.) Tout comme je le faisais remarquer dans l'expression de l'élève (Il y a transformation de "*à la fin il en a 4 de plus*" en "gain", mais réexpression du "de plus" qui appelle le second terme de la comparaison : "qu'il en avait avant".), il utilise deux fois l'information : "4 de plus". Puis lorsque, pour bien clarifier le déroulement du jeu, l'expérimentateur reconstitue l'enchaînement supposé, l'élève vient à proposer qu'une troisième partie ait eu lieu. Mais en montrant la contradiction de cette déduction avec la donnée, l'expérimentateur rompt l'entretien. La proposition d'un état initial, quand bien même elle aura permis que l'élève passe au calcul, s'avère un cul-de-sac.

#### REMARQUE

- Si l'élève arrivait à concevoir, à ce moment précis, la compensation des parties, il pourrait alors penser que ce gain de 6 (+6) annule la perte initiale, et ne pas concevoir celui-ci comme une 3<sup>ème</sup> partie, mais plutôt comme une composante de la 2<sup>ème</sup> partie. L'élève n'est pas si loin que l'on pourrait croire de la bonne réponse.

## CONCLUSIONS DE L'ANALYSE DES 5 EXEMPLES :

1. On retrouve dans ces protocoles un certain nombre d'éléments communs. Par exemple, la détermination du **signe** de la partie cherchée (gain / perte), ici gain. Puis **ensuite**, le calcul de son intensité. Si dans les exemples 3 et 4, l'élève essaye d'associer cette caractérisation (gain) avec le résultat numérique (10), dans aucun des cas, il ne semble très assuré. Dans l'exemple 5, l'élève tente vainement de réintroduire ce qu'il a trouvé dans les données, dans l'espoir, je suppose, de trouver l'indication d'un calcul à faire. Mais tous ses raisonnements sont orientés vers un traitement des avoirs et des relations avant / après. C'est dans l'exemple 1 que l'élève est le plus près de penser les rapports gain / perte en termes de compensation : "rattraper ses 6 billes".

2. Ceci n'est pas étonnant vu l'âge des élèves. Mais ne sous-estimons pas le rôle de l'expérimentateur. En préférant la tournure : "A la fin des deux parties, il a 4 billes de plus qu'avant de jouer", à celle de : "En tout , il a gagné 4 billes", il a induit ce type de représentation. Et cette induction reste constante au travers de toutes ses interventions. Mais ce n'est pas l'induction pour elle-même qui m'importe. C'est bien plus la rencontre qui s'opère sur terrain entre l'expérimentateur et l'élève qui nourrit l'échange (il y a effectivement relances). Pourtant cette rencontre ne permet pas pour autant d'aboutir : ni, pour l'élève, de trouver, ni, pour l'expérimentateur de le remettre sur la bonne voie.

3. C'est bien un effet d'écran que montre l'exemple 5, où la mise à disposition à l'élève d'un état initial le maintient, au contraire, sur une fausse route. Il se perd en calculs, en vient à essayer de combiner : 15 , 6 , 4 , 13 , 2 , 19 :  $15 - 6 = 9$  ;  $9 + 4 = 13$  ; de 13 à 15 manque 2 ;  $15 + 4 = 19$  ; de 13 à 19 , 6. Cependant, un traitement direct aurait permis de conclure : "Il perd 6 billes, les récupère, mais en gagne encore 4 de plus, il gagne donc 10 billes."

4. Comment se fait-il alors qu'une formule choisie délibérément pour sa clarté ne fasse pas son effet ? Tout d'abord notons que la formule de comparaison ("Il a 4 billes de plus...") préférée à la formule de bilan ("En tout il a gagné 4 billes") a semblé claire à l'expérimentateur pour son projet. Mais pour elle, ces représentations des avoirs viennent doubler une connaissance préalable du raisonnement correct et de sa réponse! Ensuite, comme prévu, il y a bien rencontre avec les représentations des élèves. Et les énoncés qu'ils ont construit le confirme (c.f. suite).

**Mais une telle rencontre ne peut être féconde qu'à condition de susciter chez l'élève un problème.** Ceci semble ne se passer que dans l'exemple 4.

5. Il y a donc un saut à faire faire à l'élève. Quelque chose de plus à lui apporter qu'une reconstitution aussi détaillée que possible du déroulement des parties. Le travail avec une notation algébrique pourrait l'aider à faire ce saut, mais cette histoire, j'ai commencé à la raconter ailleurs, dans l'article : "Calculs numériques et calculs relationnels dans la résolution de problèmes d'arithmétiques.", in Recherches en Didactique des Mathématiques., Grenoble, 1984 , n° 5.3

6. Finalement, l'analyse des termes, dans ces exemples, est encore trop succincte, il aurait fallu des protocoles plus long. Ce n'est que partie remise!

## REDACTION D'ENONCES

Chaque élève a reçu un cahier de deux pages, comprenant un énoncé par page. La consigne précisait : " ... Vous allez essayer d'inventer un problème différent, parce qu'il parle d'autre chose, mais qui lui ressemble parce qu'il faut faire le même raisonnement pour trouver la solution.

Les énoncés modèles sont :

A. Ce matin, Marc a compté ses économies. L'après-midi, son père lui donne 50 francs. Il va alors dans une librairie et achète un dictionnaire. En rentrant, il fait ses comptes et constate que ses économies ont baissé de 23 francs. Combien coûte un dictionnaire ?

B. A l'arrêt de l'autobus, 5 personnes montent. Quand l'autobus repart, il y a 3 personnes de moins qu'avant l'arrêt. Combien de personnes sont descendues à l'arrêt ?

Voici quelques exemples de rédactions d'élèves.

1. Ce matin, le père de Jil lui a donné 500 F.

Il va au printemps, et s'achète un jeu électronique à deux écrans, il lui reste que 358 F.

Combien coûte le jeu électronique ?

2. Mon frère a 50 F. dans sa poche. Il va s'acheter un puzzle à 35 F.

Après sa mère lui donne de l'argent. Il les ( sic ) compte et il voit qu'il a 30 F., il dit que son argent a augmenté. Combien sa mère lui a donné d'argent ? \*

3. La caisse dans un grand magasin reçoit 300F. d'achat. Elle avait déjà 500 F. Elle rend 70F. à quelqu'un. Combien a-t-elle d'argent en plus de ce qu'elle avait déjà ?

4. Ce matin, avant de partir à l'école, Jil compte ses billes. A la récréation, il en perd 13, et le soir en rentrant, il s'achète un paquet de 10 billes. Combien de billes manque-t-il pour qu'il ait le même nombre qu'au départ ? \*\*

5. Dans un gâteau, il y a 10 parts. A la fin du goûter il manque 7 parts. Quand les invités s'en vont, maman remet 5 parts en plus. Combien maman a-t-elle remis de parts ? \*\*\*

6. Jean a 23 petites voitures, il va au jardin. Il rentre chez lui et constate qu'il en reste 18. Combien en a-t-il perdu ? \*\*\*\*

7. Pierre a 19 billes. Il en gagne 6. Alors il rejoue et il en perd. A la fin de la partie, il compte ses billes. Il s'aperçoit qu'il lui manque 3 billes. Combien a-t-il de billes ? \*\*\*\*\*

8. J'ai 20 bonbons en arrivant à l'école, mon ami m'en donne 6 de plus, mais en rentrant de l'école, j'en fais tomber 2 dans le caniveau. Combien ai-je de bonbons en arrivant à la maison ?

9. Un enfant a 5 bonbons. Il en mange 3. Combien en reste-t-il ?

10. Pierre joue aux billes. Il joue 10 billes et il les perd et il lui en reste plus que 2. Combien avait-il de billes ?

11. Dans un magasin pendant la matinée 120 personnes entrent et 105 sortent. Combien de personnes reste-t-il ? \*\*\*\*\*

12. A l'arrêt du train 4 personnes descendent. Dans ces 4 personnes 3 personnes montent. Combien de personnes sont parties ? \*\*\*\*\*



## NOTES DE L'EXPERIMENTATEUR A PROPOS DES ENONCES D'ELEVES :

### - \* **Enoncé 2 :**

Dans le problème cible , on lit : " il constate que ses économies ont augmenté de 7 F. " L'élève déplace en la décomposant la relation " augmenté de 7 " en "il a 7 " et " ça a augmenté " . Il dissocie ainsi la quantité et le signe de la relation . Celle-ci n'a plus alors de sens que dans un registre sémantique , à la manière d'une comparaison qualitative .

### - \*\* **Enoncé 4 :**

On peut se demander quelle solution le sujet apporte à son problème : " je ne peux pas répondre car je n'ai pas le nombre de départ . " Cette réponse étonne car par la précision de la question, il semble que le sujet ait bien saisi la situation : Jil perd plus de billes qu'il n'en achète ... donc il lui en manque. C'est le calcul de ce " manque " que le sujet ne peut effectuer, sans passer par les états .

Personnellement, je rajouterai à cette remarque de l'expérimentateur la précision suivante :

s'il ne peut pas répondre , comment a-t-il pu savoir , dans sa question , qu'il allait **manquer** des billes ? Ce cas illustre très bien les deux positions du sujet face à l'expression . Et ceci tient au rôle qu'on fait jouer aux mots : " **pour qu'il ait le même nombre qu'au départ** " .

- Dans l'énoncé, l'élève part de l'idée qu'il y aura manque. **Mais pour exprimer cette relation**, il en vient à expliciter le terme de comparaison cité ci-dessus, une sorte de clause sémantique pour évoquer une relation anticipée.

- Dans la résolution, le schéma s'inverse et le sujet se centre sur ce nombre de départ ( survenu en cours de rédaction ) . Il ne comprend plus la fonction qu'il avait dans son expression .

### -\*\*\* **Enoncé 5 :**

La solution apportée par le sujet à ce problème est : " Maman a remis 5 parts , elle est donc compatible avec l'énoncé .

### - \*\*\*\* **Enoncé 6 :**

La réponse de l'élève est : " nombre de voitures perdues :  $23 - 18 = 5$  . "

### - \*\*\*\*\* **Enoncé 7 :**

La solution qu'apporte le sujet au problème 7 est : " il lui reste 22 billes " , les opérations effectuées étant :  $19 + 6 = 25$  ,  $25 - 3 = 22$  .

### - \*\*\*\*\* **Enoncé 11 :**

Le sujet résout néanmoins son problème : " il reste  $120 - 105 = 15$  personnes " .

F. Conne, Rolle , déc. 1985