



HAL
open science

Que peut apporter aux problématiques de la didactique une étude historique comme celle de O. Keller : Aux origines de la géométrie et Une archéologie de la géométrie. ?

François Conne, André Rouchier

► To cite this version:

François Conne, André Rouchier. Que peut apporter aux problématiques de la didactique une étude historique comme celle de O. Keller : Aux origines de la géométrie et Une archéologie de la géométrie. ?. Bloch I., Conne F. (éds) Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques. , CDrom, La pensée sauvage, 2009, 978 2 85919 256 3. halshs-01536090

HAL Id: halshs-01536090

<https://shs.hal.science/halshs-01536090>

Submitted on 10 Jun 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

FRANÇOIS CONNE, ANDRE ROUCHIER

**QUE PEUT APPORTER AUX PROBLEMATIQUES DE LA
DIDACTIQUE UN ETUDE HISTORIQUE COMME CELLE DE O.
KELLER : AUX ORIGINES DE LA GEOMETRIE ET UNE
ARCHEOLOGIE DE LA GEOMETRIE. ?**

Atelier animé par F. Conne, DiMaGe (ssed, fpse, unige) et ddmes (ssrdm) avec l'assistance de A. Rouchier.

1. MOTIVATIONS PERSONNELLES A PROPOSER CET ATELIER.

En amont de la présentation de cet atelier voici très succinctement mes propres motivations à étudier ces livres, puis celles que j'y ai vues pour l'école d'été et le thème 1. Je dégagerai trois motivations.

Ma première motivation était de partager avec des didacticiens des informations concernant la géométrie avant celle qui nous sert de référence, la géométrie euclidienne (qui n'est pas exactement celle des *Éléments* d'Euclide). On sait qu'un philosophe comme E. Husserl a placé l'origine de la géométrie à la civilisation grecque et ce point de vue est critiqué bien sûr par O. Keller (cf. par exemple chap. 1, t. 1, *La difficulté de penser une gestation des mathématiques*, pp. 37-47). On sait aussi combien les pratiques de la géométrie à l'école se réclament de la géométrie grecque, tant en ce qui concerne les constructions géométriques à l'aide de la règle et du compas qu'en ce qui concerne l'organisation déductive de l'exposé de ce savoir. Bien entendu, cela ne préjuge pas grand-chose ni des pratiques des grecs eux-mêmes (cf chap. 10, t. 2), ni des pratiques ultérieures qui ont peu s'en réclamer (cf. J-L Gardiès *Du mode d'existence des objets mathématiques*, Vrin 2004), ni de la différence des pratiques didactiques actuelles dans différentes sphères culturelles, par exemple anglo-saxonnes vs française, ou à bien plus petite échelle, dans les différents cantons de Suisse romande. Notre approche contemporaine des problèmes qui se posent en classe bénéficie d'un accès aux pratiques ainsi qu'à leurs interprétations culturelles. Ceci présente l'avantage de synthétiser les différents aspects ou facettes des contextes dans lesquels se développent de telles pratiques. Cela nous procure une vision à la fois familière et inconsciente de ses implicites de leur réalité.

Je vois un triple intérêt des livres de O. Keller à ce propos.

- Le premier est qu'étant donné les indications dont dispose tant le préhistorien que l'ethnologue, on ne peut quasiment rien savoir de détaillées sur les pratiques présidant à la production des documents disponibles. Ceci nous indique a contrario ce que nous gagnons et négligeons à avoir accès aux pratiques. Nous pouvons nous faire ainsi une idée du type de travail et d'analyse propice à prendre une meilleure mesure de nos propres pratiques, et, partant, de la manière dont nous pourrions les ouvrir. En particulier cela peut nous aider à considérer d'autres fonctionnalités que celles sous les quelles nous sommes accoutumés à penser de telles pratiques. On est loin du berger qui sort ses cailloux pour compter ses moutons ou qui profite de ses longues soirées étoilées, ou sa contemplation des clairs de lune pour spéculer sur l'espace.

- Le second est que l'auteur doit alors recourir au croisement et recoupements de données diverses afin de développer son étude. Ici l'enjeu de l'auteur étant de dégager une histoire, la manière dont il s'y prend pour faire parler ses données est particulièrement instructive. L'auteur nous montre quelques étapes par lesquelles petit à petit une géométrie autonome s'est dégagée. Nous enseignons la géométrie comme un telle science autonome, partant d'un statut qui a mis long à se dégager et qui, encore ne s'est pas fait partout de la même manière. Mais une telle autonomie peut-elle vraiment résister à une pratique uniforme telle que faite en classe ?
- Le troisième est que nous n'avons pas affaire à une histoire des mathématiques que l'on pourrait rapporter à un mathématicien, ni même à une confrérie particulière de savants ou de scientifiques. Certes les historiens, en particulier ceux qui se sont inspirés de Foucault, comme par exemple G. Simon (*Kepler astronome astrologue*, Gallimard 1979) et ses études de Kepler et de l'histoire de l'optique, on recherché à resituer ces penseurs dans le contexte intellectuel de leur temps, par exemple pour Kepler dans un contexte où l'astrologie jouait un très grand rôle, dans une époque sise entre néopythagorisme et cartésianisme. Et F. Gonseth, aussi, s'y est essayé, mais en philosophe épistémologue et non pas en historien (*La géométrie et le problème de l'espace*, fasc. VI, *Le problème de l'espace*, Neuchâtel Le Griffon, 1955). Ce qui change n'est donc pas tant le fait que l'on croise différentes facettes, mais que ce qui en fait le nœud n'est pas un savant, pas plus que plus haut il était une pratique.

Ma seconde motivation concernait la question des signes et de la sémiotisation des milieux sur lesquelles les pratiques géométriques se développent. Cet aspect de l'enseignement de la géométrie est particulièrement sensible pour l'enseignement élémentaire. Le sujet est passablement investi par les psychologues et cognitivistes, sans que pour le moment j'aie su y trouver grand chose de directement utilisable pour l'enseignement si ce n'est l'indication qu'il y a là, pour le chercheur, un champ d'investigations didactiques très ouvert et passionnant à explorer.

Ma troisième motivation était sans doute la plus facile à partager. Travailler les livres de O. Keller est en soi une expérience intellectuelle au cours de laquelle nos propres savoirs seront mis à l'épreuve de choses largement méconnues. Nous sommes confrontés à des significations inhabituelles de nos savoirs et au travail que cela nécessite. En fait cela dépasse largement les savoirs et atteint nos propres conceptualisations et les catégories selon lesquelles nous organisons ce que nous savons et/ou voulons faire apprendre. Ceci nous fait apprendre des configurations non familières d'objets et/ou de milieux propices à la pratique de la géométrie qui sont pourtant à la portée de notre savoir.

2. MOTIVATIONS CONCERNANT LE THEME 1 DE EE14.

À ces motivations toutes personnelles, il faut ajouter trois motivations concernant l'école d'été et le thème 1.

La première était de contribuer à un élargissement des problématiques concernant la didactique de la géométrie, et en particulier de sortir de l'ornière enseignement primaire propédeutique à l'enseignement secondaire et aux seules questions qui concernent une bonne articulation entre ces deux facettes de l'enseignement obligatoire. Très schématiquement dit,

cet élargissement considère aussi la géométrie comme une science tout autant graphique que spatiale.

La seconde, partagée avec un autre atelier du thème 1, était de chercher un dispositif à l'école d'été qui encourage la mise en commun d'un travail sur documents. Je me proposais comme guide pour la lecture de ces ouvrages.

La troisième était d'encourager les jeunes chercheurs à ouvrir de nouveaux champs d'investigation didactique et d'y contribuer par un travail sis en amont des recherches proprement dites, un travail orienté sur la suggestion et l'inspiration.

3. CELA ETANT FIXE, JE REPRODUIS ICI LE RESUME ANNONCE DE CET ATELIER.

Que peut apporter aux problématiques de la didactique un étude historique comme celle de O. Keller : Aux origines de la géométrie et Une archéologie de la géométrie. ? (Vuibert, 2004 et 2006).

L'atelier sera animé par A. Rouchier et F. Conne. La présentation suivante est donnée à titre indicatif, elle est encore susceptible d'évolution. Elle donne une idée du concept de cet atelier.

Organisation de l'atelier :

Il se déroulera en deux temps, un premier atelier sur 2 séances, puis sur 3 séances. Les personnes intéressées pourront soit suivre l'entier des séances, soit l'une ou l'autre des deux parties. Dans son premier moment l'atelier sera consacré au travail de problématisation. Ce travail sera mené par l'ensemble des participants. Le second moment de l'atelier sera consacré à l'étude de points plus spécifiques sur la base d'un cadre problématique défini par les animateurs de l'atelier et ce, indépendamment du travail engagé dans le premier moment de l'atelier. De cette manière nous entendons à la fois permettre plus d'ouverture et de liberté au travail de problématisation de la première partie et de permettre aux nouveaux venus de s'engager sans prérequis dans le travail de la seconde phase. Dans la seconde phase de travail en atelier, nous commencerons donc par mettre entre parenthèses les considérations auxquelles nous aurons menés les travaux de la première phase. Nous prévoyons de consacrer un petit moment en clôture de l'atelier pour confronter les résultats de ces deux approches.

Les animateurs de l'atelier conseillent vivement aux personnes intéressées de se procurer les dits ouvrages, ils seront assurés de ne pas avoir fait de mauvaise acquisition. Les animateurs tiennent à souligner qu'ils ne retirent aucun bénéfice à faire une telle publicité.

Objets de chacun des moments de cet atelier :

Nous voyons trois raisons principales à proposer un tel atelier dans une école d'été.

- La première nous est donnée par O. Keller lui-même, je cite (o. Keller, 2004, p. 6) :

Il n'existe aucune étude d'ensemble de la préhistoire des mathématiques, mais nous disposons d'une quantité de monographies ou d'études partielles

incluses dans des ouvrages plus généraux, où d'ailleurs l'arithmétique se taille la part du lion au détriment de la géométrie.

Le travail de O. Keller ouvre donc de nouvelles perspectives, tant par l'objet de son l'étude, la géométrie, que par le fait qu'il réunit des données disparates qu'il a organisé d'une manière qui ne peut que nous questionner. De ce point de vue, cet atelier entend introduire de tels travaux comme de nouvelles références pour le travail du chercheur en didactique. Nous ne ferons pas œuvre d'historien ni ne prétendons nous en faire des spécialistes. Dans cet atelier nous ne nous donnerons pas les moyens de questionner la sélection des données et les choix qui président aux thèses de l'auteur, pas plus que nous nous donnerons les moyens de situer ces thèses parmi d'autres concurrentes voire contradictoires. Un tel travail sera laissé aux personnes qui voudraient poursuivre l'étude de ces questions. Nous suspendrons donc notre jugement sur la vérité de ces thèses pour nous interroger sur la pertinence qu'elles pourraient prendre pour les questions qui occupent la recherche en didactique des mathématiques. C'est donc à des développements interprétatifs que nous invitons les participants à cet atelier, et telle est notre visée formatrice.

- La seconde raison d'introduire un tel atelier a trait à la question d'imaginer un dialogue entre des chercheurs comme O. Keller et des chercheurs didacticiens. Dans son examen des sources à utiliser pour son étude O. Keller en discute trois : les sources archéologiques, les sources ethnographiques et ce qu'il appelle les sources didactiques et qui se réduisent finalement à une discussion des apports éventuels provenant de l'épistémologie génétique. La conclusion de l'auteur est qu'il ne peut en l'état rien tirer des sources qu'il appelle didactiques et qu'il se cantonnera donc aux deux autres sources citées. Il y a donc là un résultat négatif qui méritera toute notre attention. Est-ce que l'on pourrait envisager des échanges plus intéressants entre son étude et des études didactiques, mais cette fois au sens où nous didacticiens l'entendons ? Le problème qui se trouve ici posé et mal traité par l'auteur est celui de la place de l'épistémologie au cœur d'approches didactiques, psychologiques et philosophiques. Cet examen est indissociable de la seconde partie de l'introduction où l'auteur discute et se démarque de positions philosophiques classiques en épistémologie qui bien entendu imprègnent aussi les travaux des didacticiens. Les propositions de O. Keller sont intéressantes et nous nous demanderons dans quelle mesure son étude répond à ce qu'il annonce. C'est à ce travail que sera consacré la première partie de cet atelier.

- La troisième raison de proposer un tel atelier est de profiter du travail du chercheur historien pour nous questionner sur la manière dont nous traitons de la réalité didactique. Il ne s'agit pas d'un travail comparatif à proprement parler qui selon nous reste trop en surface des choses. C'est ce qui occupera le second moment de cet atelier. Trois pistes au moins seront suivies :

- La première a trait à la question de la contextualisation des données à fin d'analyse et tire prétexte de la situation dans laquelle se trouve le chercheur de la préhistoire. O. Keller indique la manière dont il va analyser les documents disponibles étant entendu que ces productions préhistoriques nous sont données sans contexte et qu'il est totalement vain, inutile, illusoire et trompeur d'essayer de s'imaginer de tels contextes. O. Keller propose des réponses aux problèmes posés de l'absence de contexte, nous travaillerons à en dégager les principaux aspects et nous nous demanderons si il y aurait là matière à nous en

inspirer. Nous nous demanderons en quoi une étude menée dans de telles conditions peut contribuer à nos propres questions d'interprétations des productions culturelles scolaires.

- La seconde piste est plus conceptuelle. Il s'agit de catégorisations (ou alors serait-il plus pertinent de parler de champs conceptuels ?) en amont des concepts géométriques à proprement parler. O. Keller propose quelques notions, tantôt pour décrire sa méthode d'analyse – comme celle d'espace de travail – tantôt pour décrire les progrès de la pensée – comme la ligne, l'importance de la projection sur une surface, les translations ou symétries. Ces concepts, fonctionnant dans le cadre de questions très spécifiques sont elles à même de renouveler notre regard sur ce dont l'enseignement de la géométrie procure comme expérience aux élèves.

- La troisième piste a trait à une question que l'un de nous a constamment à l'esprit dans toutes ses recherches, à savoir le jeu entre proximité et distance. Nus regarderons comment O. Keller joue d'une telle dialectique. D'un côté il examine des périodes fort reculées des temps préhistoriques, à cette distance temporelle s'ajoute celle qui résulte des documents extrêmement fragmentaires dont il dispose. L'auteur croise les analyses historiques avec des résultats ethnologiques, qui ont pour fonction essentielles de marquer de manière moins indifférenciée le distant et le proximal. Par ailleurs toutes ses analyses sont considérées relativement à des savoirs forts généraux de type historique et anthropologique d'une part, de type mathématique et technique de l'autre. Ce sont là de véritables assimilations à nos savoirs même si l'auteur ne tombe jamais dans une illusion d'identification. Cette double référence assimilatrice permet, là encore et autrement, un jeu entre distant et proximal étant donné que les disciplines de références ne catégorisent pas du tout le monde de la même manière.

Au terme de ces ateliers nous devrions avoir quelques éléments de réponses à donner à la question des apports réciproques d'une étude du historico-épistémologique comme celle de O. Keller et de nos propres études didactico-épistémologiques. Nous devrions même voir s'esquisser quelques pistes intéressantes pour le développement d'une telle problématique.

Référence :

Olivier Keller, Aux origines de la géométrie.

- Le paléolithique. Le mode des chasseurs cueilleurs, Vuibert, 2004, 230p.

- La figure et le monde. Une archéologie de la géométrie. Peuples paysans sans écriture et premières civilisations, Vuibert, 2006, 318p.

4-. DOCUMENTATION A DISPOSITION POUR L'ATELIER.

J'ai préparé les documents suivants :

Pour la première session

Doc 1. Tome 1, Avant Propos & Épilogue ; tome 2, Avant Propos & Conclusion générale. Puis Préfaces des tomes 1 et 2.

Doc 2. Tome 1, Chapitre 1 : Problèmes et méthodes, pp 37-46, 47-52. Je pense les étudier les parties après avoir examiné le Doc 1.

Doc 3. Tome 1 & 2 Tables des matières afin de faire un repérage et se questionner sur quelques expressions. Discussion aussi des titres des deux ouvrages.

Pour la suite de la première session, je tiens à problématiser avec ddm et soit revenir sur d'autres parties du Doc 2, soit parler des chapitres des ouvrages comme pièces versées à la thèse de l'auteur.

Pour la seconde session.

Selon les participants et leurs désirs, soit nous étudierons tous les mêmes documents, soit différentes équipes étudieront différents documents et les présenteront. La lecture sera sans doute comprise dans le temps de l'atelier qui serait coupé en trois moments, chacun de 30 minutes environ, ou alors 15 minutes, 45 minutes, 30 minutes, ou selon.

Je donnerai en tous les cas le Doc 3. Il se peut aussi que je donne la Préface du tome 2 (in Doc 1).

Doc 4. Extraits du chapitre 1 du tome 2 : Le Paléolithique et le monde des chasseurs cueilleurs, pp. 4-6, 10-19. Survol du tome 1.

Doc 5. Extraits du chapitre 9 du tome 1, La logique du graphisme dans le mode de pensée chasseur-cueilleur : l'exemple des aborigènes australiens, pp. 201-214. Pour l'exposé la thèse de la polysémie et de la polysignalisation.

Doc 6. Extraits des chapitre 2 du tome 2, La renaissance néolithique : faits et idéologie, pp. 26-33, 37-41.

Doc 7. Extraits du chapitre 3 du tome 2. La renaissance néolithique : les nouvelles figures dans l'architecture, dans l'art, au Proche-Orient et en Europe, pp. 44-50, 53-55, 61, 67-68, 71. Ils me semblent assez importants à travailler.

Doc 8. Extraits du chapitre 6 : La géométrie du sacrifice dans les sulbasutras de l'Inde védique, pp. 125-127, 139-150, 160-166.

C'est selon moi un chapitre clé et important aussi parce que sans doute peu connu. Je pense seulement survoler la partie mathématique, dire deux ou trois choses, ainsi que parler du lien avec les Éléments.

Nous n'avons pas abordé les chapitres du tome 2 sur les peintures sèches des Navajos ou sur les spéculations des Dogons et Bambaras. Nous n'avons pas non plus examiné les 4 derniers chapitres du tome 2 dédiés aux ouvrages didactiques en Mésopotamie, Égypte et Chine, puis aux philosophes grecs.

5. VOYONS MAINTENANT CE QUI A ETE EFFECTIVEMENT TRAVAILLE LORS DE CES ATELIERS.

Auparavant une remarque concernant la participation à ces deux ateliers. Le dispositif a fonctionné en ce sens que certains ont pu se satisfaire du premier atelier alors que d'autres ont pu rejoindre le groupe seulement pour le second atelier et que cela n'a posé aucun problème de coordination. Deux exemplaires des livres étaient mis en consultation à la bibliothèque de l'école d'été.

5.1 Premier atelier.

Le premier constat pour cet atelier est qu'il est resté en deçà du projet annoncé et a été essentiellement consacré à une lecture et quelques échanges et commentaires sur cette lecture. En ce sens ce fut un *slow workshop*, propice à des lectures et réflexions approfondies plus qu'à la construction de problématiques. Les participants ont eu le temps de lire et surtout de lire ensemble et parler, moi je me suis contenté d'interventions ponctuelles, parfois importantes, afin de relancer et d'avancer dans les lectures. Je me suis surtout attelé à présenter quelques raisonnements propices au travail de problématisation. Un regret et une erreur de ma part : lors de la première séance ma présentation a pris une heure ce qui m'a semblé bien trop long, mais il fallait aussi que je prenne mon élan.

Lors des discussions nous avons su contourner un certain nombre d'écueils comme :

1° La dispersion vers des considérations marginales relativement au projet : par exemple, discussion au sujet des approches ethno-mathématiques ou encore discussion sur la question des archétypes culturels, voire universels. Certes ils ont été évoqués, cela était inévitable, mais en les associant aux raisonnements de l'atelier ces évocations auront été l'occasion de rappeler la perspective de notre travail : trouver des pistes didactiques d'interprétation - pas au sens d'explication mais d'utilisation.

2° Inversement, le surinvestissement mathématique des techniques géométriques pour comprendre les constructions proposées, comme celle des 4 points cardinaux, fin chap. 2 du second tome, ou la construction des autels védiques (chap. 6 t. 2), ce qui reviendrait à faire des maths amusantes mais comment ne pas en rester là, et surtout comment ne pas gauchir les données fournies par l'étude de O. Keller ?

Le second constat est que les deux ateliers auront été assez différents. Dans le premier nous avons passé beaucoup de temps, trop même, au premier chapitre (introductif) du tome 1 où l'auteur justifie le choix de ses sources. Pourtant nous nous sommes concentrés seulement sur deux de ses paragraphes : l'un qui mène l'auteur à la conclusion que ce qu'il appelle *les sources didactiques* ne lui seront d'aucune utilité dans son projet, et l'autre où l'auteur définit la portée philosophique et épistémologique de son étude en soulignant la difficulté de penser une genèse des mathématiques. Dans le premier de ces paragraphes, l'auteur donne au terme *didactique* une signification qui pour nous est non pertinente. Il y discute en effet essentiellement les propositions piagétienne faisant de ce dernier un didacticien, ce qu'il n'a jamais été, lui qui, déjà, se défendait vivement d'être qualifié de pédagogue. Par contre Piaget a fondé une discipline qu'il a appelé *épistémologie génétique* se proposant d'apporter des réponses scientifiques à quelques questions philosophiques. O. Keller aurait donc été mieux inspiré si il avait inclus sa critique de la position piagétienne dans son paragraphe dédié aux

questions philosophiques, étant entendu qu'on ne saurait réserver les questions philosophiques à la seule philosophie. Par ailleurs on peut montrer que certaines positions de O. Keller ne sont pas si éloignées des propositions piagésiennes qu'il pourrait paraître, ce que, si il avait eu l'occasion de le lire, Piaget n'aurait pas manqué de lui faire remarquer. Mon observation n'est pas anodine puisqu'elle réfère à des points que notre auteur juge comme fondamentaux, comme cette idée que l'homme se transforme lui-même et évolue par le fait de son travail et de ses productions, qu'en agissant sur le monde l'homme agit corrélativement sur lui-même et son esprit. Tout cela semble avoir échappé tant à O. Keller qu'à ses lecteurs.

Pour ses analyses O. Keller va s'appuyer résolument sur des données ethnographiques, l'exemple du dernier chapitre (chap. 9, t. 1 : *La logique du graphisme dans le mode de pensée chasseurs-cueilleurs : l'exemple des aborigènes australiens*, pp. 189-214) est à ce propos exemplaire surtout qu'il prépare le premier chapitre important du tome 2, et le recours explicite à un mythe d'Apaches Jicarillas (*Une nouvelle « genèse »*, pp. 26-28 t. 2). O. Keller nous explique ce recours dans le contexte de l'évolution des études préhistoriques. Il cite des auteurs comme A. Leroi-Gourhan, F. Boas, et aussi Cl. Lévi-Strauss et bien d'autres. Il me semble que ces auteurs sont postérieurs aux philosophes auxquels O. Keller se réfère dans sa discussion introductive : *La difficulté de penser une gestation des mathématiques* (chap. 1, t. 1, pp. 27-46) et tout particulièrement par le fait que certains d'entre eux ont joué un rôle de tout premier plan dans le mouvement dit *structuraliste*. Or, et c'est là où je voulais en venir, J. Piaget s'est lui-même réclamé de ce mouvement. Il m'a alors semblé que O. Keller discutait d'auteur de deux générations précédant la sienne en sautant la génération qui le précédait immédiatement. Or, s'il est clair que les thèses de O. Keller ne s'inscrivent pas dans la perspective structuraliste, il est tout aussi clair qu'elles en ont tiré quelques enseignements, ne serait-ce que par l'usage qu'il fait de relations d'opposition.

Si je tenais à accorder autant d'attention à ce qui, tout comptes faits, n'est de loin pas la partie la plus intéressante de son étude, c'était pour bien faire comprendre aux participants qu'il y avait là des questions à reprendre et une opportunité faite aux didacticiens pour faire entendre leur point de vue et montrer la richesse de nos apports. On ne peut pas reprocher à O. Keller de manquer d'imagination didactique, car celle-ci n'est pas son affaire. Il s'agissait pour moi d'inviter les jeunes chercheurs à une perspective intéressante de problématisation, à mon avis bien plus prometteuse que la piste des ethno-mathématiques.

A posteriori, je me suis rendu compte que cela avait été prématuré de le faire en introduction et qu'il aurait bien mieux valu laisser cela à la conclusion. En fait dans ma préparation, je me suis trouvé prisonnier du cadre de la présentation de l'atelier : ayant mis en avant le travail de problématisation comme préliminaire, comme objet du premier atelier j'ai en quelque sorte mis la charrue avant les bœufs.

Toutefois la seconde séance de ce premier atelier a quitté ces questions épistémologiques pour entrer de plain pied dans l'étude de O. Keller. Nous avons commencé par examiner les tables des matières et la formulation des titres des chapitres et des paragraphes, auxquels l'auteur a porté un soin tout particulier. Ainsi nous pouvions assez rapidement nous faire une idée de la fresque à laquelle l'auteur nous convie. Je mets ici ces tables des matières à titre de document en mettant en gras et en souligné quelques points choisis pour me sembler cruciaux (non exhaustif, et sans aborder les quatre derniers chapitres du tome 2).

Aux Origines de la géométrie
La Paléolithique
&
le monde des chasseurs-cueilleurs

Table des matières

| | | |
|--|-----------------------|----|
| Préface | | 1 |
| | | |
| Avant-propos | | 3 |
| | | |
| Chapitre 1. | Problèmes et méthodes | |
| | | 5 |
| Le début des mathématiques | | 5 |
| Les travaux antérieurs | | 6 |
| Les sources | | 8 |
| Les sources archéologiques, 9 – les sources ethnographiques, 20 – Les sources didactiques, 28 | | |
| La difficulté de penser une gestation des mathématiques | | 37 |
| Dégénérescence, ou éloignement progressif du vrai, 39 – La fixité, 43 – Finalisme, ou dévoilement progressif du vrai, 44 | | |
| Méthode et plan | | 47 |
| Unité humaine, 47 – La pensée au travail, 50 – Laissez les vivre ! , 51 – Plan, 51 | | |
| Chapitre 2. La lignée humaine, et sa corrélation avec la lignée de l'industrie lithique | | 53 |
| Chapitre 3. Premiers tranchants, industrie oldowalyenne | | 65 |
| Chapitre 4. Façonnage bifacial, industrie acheuléenne | | 75 |
| Les objets | | 75 |
| La classification de François Bordes | | 77 |
| Caractéristiques générales | | 82 |
| Évolution au cours du temps | | 85 |
| Le mystère des bifaces | | 87 |

| | |
|--|-----|
| <u>La géométrie sous-jacente</u> | 92 |
| Chapitre 5. Débitage systématique. Industrie moustériennes et laminaires | |
| 99 | |
| Le débitage Levallois | 100 |
| Débitage laminaire | 106 |
| Retouches d'éclats et de lames. <u>Microlithes géométriques</u> | 109 |
| <u>Géométrie sous-jacente</u> | 117 |
| Tableau récapitulatif du génie lithique de la préhistoire | 120 |
| Chapitre 6. L'art pariétal et mobilier du Paléolithique supérieur : | |
| Temps, lieux, techniques | 123 |
| Temps et lieux de l'art pariétal mobilier | 123 |
| Objets et techniques | 128 |
| Chapitre 7. L'art pariétal et mobilier du Paléolithique supérieur : | |
| le contenu et son ordre | |
| 131 | |
| Contenu reconnaissable : les figurations | 132 |
| Contenu non reconnaissable : les signes | 135 |
| Le désordre de la paroi | 138 |
| L'ordre des signes et du décor mobilier | 142 |
| Chapitre 8. <u>Géométrie du graphisme pariétal et mobilier :</u> | |
| <u>pensée sous-jacente, inventions et découvertes</u> | 155 |
| L'émergence de la pensée primitive : l'invention des deux mondes | 155 |
| Lieu de travail : l'origine de la surface de représentation | 161 |
| Lieu de travail : la surface de représentation et son évolution | 167 |
| Structuration locale de la paroi de représentation | 174 |
| Structuration globale de l'objet décoré : la surface rythmée | 178 |
| Production de nouveaux objets : les figures et leurs éléments | 183 |
| Chapitre 9 <u>La logique du graphisme dans le mode de pensée chasseur-</u> <u>cueilleur :</u> | |
| l'exemple des aborigènes australiens | 189 |
| Le Temps du rêve | 195 |
| La puissance efficace du graphisme et la « raison généalogique », | |

| | |
|---|-----|
| obstacles au développement d'une géométrie indépendante | 201 |
| Protection du secret par la géométrisation des motifs, <u>polysémie des signes et polysignalisation des réalités</u> : | |
| éléments favorables à une géométrie indépendante | 208 |
| Conclusion : la logique du graphisme chasseur-cueilleur | 213 |
| Épilogue | |
| 215 | |
| Références bibliographiques | |
| 219 | |
| Index | |
| 231 | |

La figure et le monde

Une archéologie de la géométrie

Peuples paysans sans écriture et premières civilisations

Table des matières

| | |
|--|----------------|
| Avant-propos | 1 |
| Chapitre I Le Paléolithique et le monde des chasseurs-cueilleurs | 3 |
| I-1 La taille lithique, du Paléolithique archaïque au Mésolithique..... | 4 |
| I-2 Le graphisme symbolique du Paléolithique supérieur et des chasseurs-cueilleurs | 11 |
| I-2-1 Invention de la surface de représentation | 11 |
| I-2-2 Invention de la figure, de la ligne et du point | 13 |
| I-2-3 Invention de la structuration de la surface de représentation dans le décor | mobilier 16 |
| Chapitre II La Renaissance néolithique : faits et idéologie | |
| 21 | |
| II-1 Les évènements | 22 |
| II-2 <u>Une nouvelle "genèse"</u> | 26 |

| | |
|---|-----|
| II-3 <u>De nouvelles structures du temps et de l'espace</u> | 28 |
| II-4 <u>Ruptures et médiations : nouvel essor de la spéculation</u> | 35 |
| II-5 Les causes..... | 37 |
| II-6 <u>Hypothèse sur la construction des points cardinaux</u> | 39 |
| Chapitre III La Renaissance néolithique : les nouvelles figures dans l'architecture | |
| et dans l'art, au Proche-Orient et en Europe | 45 |
| III-1 L'architecture..... | 46 |
| III-2 L'art | 69 |
| III-3 Le sens | 76 |
| Chapitre IV Aborigènes d'Amérique du Nord. | |
| Les peintures sèches des Navajos | 82 |
| IV-1 L'intérêt des peintures sèches | 83 |
| IV-2 Théorie et pratique des peintures sèches | 85 |
| IV-3 La géométrie dans les peintures sèches et dans les figures de l'univers | 91 |
| IV-3-1 Éléments traditionnels des peintures sèches : rabattements, polysémie des figures, polysignification des réalités, symétries spontanées..... | 92 |
| IV-3-2 Éléments nouveaux des peintures sèches : la nouvelle figure "solaire" et son caractère totalitaire, figures en dimension 3, apparition de la numérologie | 94 |
| IV-4 Limites des "mathématiques" navajos : l'obstacle de la dialectique spontanée | 103 |
| Chapitre V Spéculations arithmético-géométriques des peuples Dogon et Bambara | |
| V-1 Les mythes bambara et dogon de création | 114 |
| V-2 Le symbolisme spéculatif en général | 123 |
| V-3 Spéculations arithmético-géométriques et leurs limites | 125 |
| V-3-1 L'espace | 125 |
| V-3-2 La figure..... | 126 |
| V-3-3 Le nombre | 129 |
| Annexe 1 Numérologie bambara | 135 |
| Annexe 2 Numérologie dogon | 137 |
| Chapitre VI La géométrie du sacrifice dans les <i>sulbasutras</i> de l'Inde védique .. | |
| VI-1 La mesure et l'écrit | 138 |
| VI-2 Le védisme | 141 |

| | |
|--|-----|
| VI-3 Le sacrifice | 146 |
| VI-4 <u>La géométrisation du sacrifice</u> | 154 |
| VI-4-1 Unités | 154 |
| VI-4-2 Instruments | 156 |
| VI-4-3 Constructions | 156 |
| VI-4-4 Extensions | 161 |
| VI-5 <u>Les “fondamentaux” de la géométrie védique</u> | 164 |
| VI-5-1 Orientation | 164 |
| VI-5-2 Construction d’un carré | 165 |
| VI-5-3 Le théorème de la diagonale du rectangle | 167 |
| VI-5-4 Additionner deux carrés, soustraire deux carrés | 172 |
| VI-5-5 Transformer un rectangle en un carré de même aire, et inversement | 173 |
| VI-5-6 Transformer un carré en un cercle de même aire, et inversement..... | 177 |
| VI-6 <u>Analogie avec certains problèmes des <i>Éléments</i> d’Euclide</u> | 179 |
| VI-7 Conclusion : un embryon de corpus de géométrie | 185 |

Chapitre VII Les premiers manuels de mathématiques :

| | |
|--|-----|
| le cas de l’Égypte antique | 189 |
| VII-1 La géométrie en Égypte antique, d’après les sources non mathématiques | 196 |
| VII-2 L’Un et le Multiple | 201 |
| VII-3 Les sources mathématiques | 205 |
| VII-3-1 Les quantités | 206 |
| VII-3-2 La méthode. Le calcul figuré | 209 |
| VII-3-3 Les applications. Les figures calculées | 219 |
| VII-4 Conclusion | 225 |

Chapitre VIII Les premiers manuels de mathématiques :

| | |
|---|-----|
| le cas de l’ancien âge babylonien | 228 |
| VIII-1 Le contexte | 228 |
| VIII-2 La méthode. Le calcul figuré | 235 |
| VIII-3 Preuves de la figuration du calcul. Le calcul figuré est-il de l’algèbre ? | 250 |
| VIII-4 Figures calculées | 253 |

Chapitre IX Les premiers manuels de mathématiques :

| | |
|---|-----|
| le cas de la Chine des Han | 263 |
| IX-1 Le contexte | 263 |
| IX-2 La voie du changement et des transformations | 265 |
| IX-3 La voie des transformations en mathématiques | 273 |
| IX-4 Le calcul de position | 279 |
| IX-5 Le calcul figuré | 285 |
| IX-6 Figures calculées | 294 |

Chapitre X Le passage du mythe à la philosophie et la naissance des *Éléments*

305

| | |
|---|-----|
| IX-1 Le pythagorisme et les philosophes de la nature | 307 |
| IX-1-1 Principe et déduction..... | 307 |
| IX-1-2 Principes pythagoriciens : la dialectique du nombre..... | 311 |
| IX-1-3 Échec du pythagorisme | 317 |
| IX-2 Le platonisme | 320 |
| IX-3 Anaxagore et les atomistes | 327 |
| IX-4 Les sophistes et Aristote | 332 |
| IX-5 Conclusion | 341 |

Conclusion générale

344

Références bibliographiques

350

Puis nous nous sommes penchés sur les chapitres concernant l'industrie de la pierre taillée, l'art pariétal et les décors sur mobilier, ce qui nous a bien plus intéressés, et tout particulièrement ce qui concerne le syncrétisme dans lequel y apparaissent la ligne, le plan, la surface et le volume. Nous avons pu aussi prendre connaissance du diagramme très intéressant que O. Keller propose pour les analyses de tout ce tome 1, à savoir d'analyser la géométrie sous-jacente à son matériau d'un triple point de vue qu'il appelle : *lieu de travail, plan de travail et produit du travail*. Non seulement O. Keller le fait pour présenter l'évolution de l'art de la pierre taillée au paléolithique inférieur et moyen (et, ce, sur une très longue période qui prend presque 2 million d'années), mais il le fait aussi pour l'étude comparative de l'art pariétal et du décor mobilier au paléolithique supérieur. Un tel diagramme lui permet donc de dégager des éléments relatifs à la gestation de la géométrie, d'une part dans l'évolution des techniques de fabrication d'outils et de l'autre dans le développement du graphisme. Il conforte ses analyses en les reprenant dans le cas des cultures des aborigènes d'Australie pour des pratiques comparables rapportées par les ethnologues. Mais il y a bien plus, puisque la géométrie sous-jacente n'est plus recherchée dans les seuls produits mais elle l'est aussi dans la planification, donc dans l'anticipation et l'intention du producteur, mais encore, elle est rapportée au milieu de la production elle-même. C'est selon cette articulation qu'il va interroger les données ethnographiques, en les reliant par les mythes à des significations, nous permettant par là de nous faire une idée de celles qui ont pu prévaloir aux temps préhistoriques. C'est aussi selon cette articulation que O. Keller va penser la très progressive autonome que va prendre le géométrique, par le truchement de celles des productions auxquelles il est associé et des significations tant rituelles que mythiques dont elles sont investies et auxquelles l'aspect formel et mathématique apporte une contribution essentielle. L'exemple des aborigènes est à ce propos très éclairant. (*Protection du secret par la « géométrisation » des motifs, polysémie des signes et polysignification de la réalité : éléments favorables à une géométrie indépendante*, pp. 208-213, Chap. 9 t. 1.)

Nous avons aussi bien retenu la correspondance que O. Keller établit dans le paragraphe conclusif du chap. 8 t. 1. *Production de nouveaux objets : les figures et leurs éléments* (pp. 183-187) où l'auteur argumente « *en faveur de l'idée que les surfaces, lignes et points du graphisme paléolithique sont de vraies surfaces, lignes et points : non pas tant parce qu'ils ont été définis au sein d'un corpus, mais parce qu'ils fonctionnent comme tel et que les définitions euclidiennes ne font que paraphraser un tel fonctionnement.* » (p. 185 t. 1). Et qu'il se demande ce qu'il en est des figures pour conclure finalement : « *Avec le graphisme, els embryons de géométrie se sont donc multipliés et affermis : nouveau lieu de travail (plan), nouveaux plans de travail (structuration de la surface par les symétries, ordre métrique et topologique), nouveaux objets créés : des vrais points, des vrais segments de droites, de vrais rectangles, de vrais cercles, des vraies figures. Si les traces laissées par les chasseurs-cueilleurs du Paléolithique nous ont permis d'affirmer la réalité des nouveaux objets, nous ne pouvons rien en inférer quant à un éventuel système de ces objets, quant à leur place dans la pensée consciente et leurs possibilités d'évolution. Pour en avoir le cœur net, nous allons enquêter chez des chasseurs-cueilleurs contemporains, les aborigènes australiens.* » (p.187 t.1)

Dans cet atelier, nous n'avons pas dépassé de telles considérations pour aller plus en détails sur les thèses de O. Keller, ni n'avons examiné ce chapitre pivot de son ouvrage qui est intitulé : *Géométrie du graphisme pariétal et mobilier : pensée sous-jacente, inventions et découvertes* (chap. 8 t. 1 pp. 155-187).

5.2 *Second atelier*

Dans cet atelier, nous avons poursuivi notre lecture en la consacrant essentiellement aux chapitres 1 à 6 du tome 2 de O. Keller.

Actuellement, je considère qu'il y a trois parties distinctes dans son étude.

La première partie recouvre l'entier du tome 1, consacré aux chasseurs-cueilleurs, et qui se subdivise en deux parties l'un consacrée à la confection de pierres taillées au Paléolithique, et l'autre aux graphismes de la fin de cette période. Cela permet à O. Keller de monter la géométrie sous-jacente à la confection d'objets, les données concernant l'aménagement de l'espace de vie étant à ce jour par trop partielles pour en tirer quoi que ce soit de tangible ; puis de montrer ce qui advient avec le développement du graphisme et la nécessité qu'il y a à associer ce dernier à des mythes et des rites, dans l'hypothèse que leur caractère symbolique ne se réduit pas à ce qui serait la nature du symbolisme mais doit être rapporté aussi à son mode d'action et de transformation du monde.

La seconde partie de l'étude de O. Keller porte sur le néolithique et les éleveurs cultivateurs sans écriture : néolithique au Proche orient et en Europe, Navajos, Bambaras.

La troisième partie porte sur les premières civilisations et les premiers manuels de mathématiques : Égypte, Babylone, Chine des Han, et enfin Grèce antique. Le chapitre 6, La géométrie du sacrifice dans les *sulbasutras* de l'Inde védique, (pp.125-168), représente la charnière de ces deux parties et joue selon moi un rôle de pivot analogue à celui du chapitre 8 du tome 1 déjà mentionné. O. Keller y présente une géométrie mesurée (et ici il s'agira d'étendre des figures selon des moyens rigoureux) ainsi que ce qu'il appelle un *embryon de corpus de géométrie*.

Nous n'avons quasiment pas abordé cette dernière partie. Je n'ai pu qu'indiquer, en conclusion de l'atelier, deux choses qui me semblaient importantes à relever. D'une part les analyses en parallèle de deux formes d'associations entre numérique et géométrique avec ce que O. Keller appelle *calcul figuré* d'une part et *figures calculées* de l'autre – qui est le diagramme qu'il propose pour l'analyse des manuels des civilisations d'Égypte, de Babylone et de la Chine des Han. Le second aspect réside entièrement dans le dernier chapitre (chap. 10 t. 2 pp. 269-302) intitulé : *Le passage du mythe à la philosophie et la naissance des Éléments.*) qui parachève sa fresque de la gestation de la géométrie.

Nos avons donc consacré l'essentiel de notre atelier à la seconde partie de cet ouvrage, qui elle-même se subdivise en deux. Ce qui ressort de cette période est que la géométrie du monde ne se contente plus seulement d'être celle de la forme données à des objets manufacturés, ou de celles de graphismes et décors, mais comporte des figures associées au monde. O. Keller décrit l'apparition de cette association par la présentation d'un mythe Apache Jicarillas, et de l'autre par celle de procédés de construction des points cardinaux. Apparaît une nouvelle structuration de l'espace avec le plan horizontal et la verticale. Cette introduction par le mythe permet de lier nouveautés géométriques et ouvertures à de *nouvelles spéculations* (je dirais tout aussi bien, signification, interprétations). Puis O. Keller dresse un inventaire des figures qui apparaissent au Néolithique au Proche-Orient et en Europe les examine dans leur associations à diverses activités : architecture, art, et sens. Puis, de manière symétrique à ce qu'il a fait au tome 1 en rapportant à ses hypothèses l'exemple des aborigènes il examine sur des données ethnographique et historiques l'association de ces figures à des mythes et des pratiques rituelles diverses. Chez les Navajos dans leurs peintures sèches, chez

les Bambaras et leur spéculation arithmético-géométriques et enfin dans les rituels de sacrifices dans les sulbasutras de l'Inde védique.

Lors de l'atelier, et afin de bien marquer la méthode suivie par O. Keller, nous avons commencé par étudier ce qu'il rapporte au mythe de la genèse selon les Apaches Jicarillas. Nous avons complété cet aspect mythique par un premier aspect rituel dans l'examen de la construction des points cardinaux. Puis nous avons examiné l'inventaire des figures apparaissant au néolithique car il nous semblait que cela intéressait tout particulièrement l'enseignement élémentaire en ce sens que les figures y sont données associées les unes aux autres, et tout particulièrement le carré (voire rectangle), la (les) croix et le cercle et enfin la pyramide. Enfin, nous avons examiné quelques constructions de l'Inde védique pour les analogies qu'elles présentent avec certains problèmes des *Éléments* d'Euclide d'une part, et d'autre part pour le travail que nous devons faire pour interpréter ces données selon la géométrie que nous avons apprise. Au passage nous avons remarqué que les analogies mises en évidence mettent en réalité en relation trois géométries : celle que nous savons, celle des *Éléments*, et celle des auteurs védiques.

6. CONCLUSIONS DIDACTIQUES.

6.1 Sur les moyens mathématiques engagés dans l'étude et O. Keller. Parallélisme avec ceux du chercheur en didactique des mathématiques.

Comme dans toute approche historique, nous avons été confrontés aux problèmes liés à l'attribution de ce qui résulte des assimilations que nous faisons des données pour les comprendre. Je résumerais ceci en disant que nous avons été confrontés à nos propres préjugés. Il faut néanmoins noter que si l'assimilation est indispensable, elle s'accompagne aussi d'une accommodation et donc que l'assimilation ne déforme pas seulement les données intégrées que les connaissances intégrantes. Pour moi c'est un point essentiel, en ce sens que le savoir ne recouvre pas toutes les expériences qu'il peut éclairer et donc qu'il est ouvert.

Ainsi la question de l'interprétation des propriétés de forme des bifaces (paléolithique, chap. 4 t.1), par exemple, ou encore celle de la manière de construire les points cardinaux (renaissance néolithique, chap. 2 t. 2), ou encore celle de procéder à la construction pas à pas, unité par unité, à l'agrandissement d'un autel de forme donnée (Inde védique, chap. 6 t. 2) sont saisies dans nos connaissances et savoirs, tout en les confrontant à des problèmes pour nous inédits, en particulier par les contraintes tant conceptuelles que techniques que ce que nous pouvons supposer de ces civilisations imposent à ces résolutions.

Ce sont des problèmes qui se présentent à tout un chacun dès lors qu'il étudie de telles mathématiques et auxquels il apporte ses réponses. Nous avons examiné celles que propose O. Keller, dont le but est justement de modifier les idées que nous nous faisons de la géométrie en la confrontant à ses origines les plus lointaines.

Comme dit plus haut, la question n'est pas tant la saisie compréhensive, pour nous, de ces données, que celle de savoir ce qui de cette compréhension peut être attribué, tant aux documents eux-mêmes qu'à leurs producteurs. L'étude de O. Keller nous aide bien puisqu'elle est inscrite dans une perspective critique et qu'elle puise et confronte des sources interprétatives variées.

Les premières compréhension (assimilations) que nous pouvons avoir de ces données ne nous livrent pas les résultats de leur interprétations, mais ne font que nous y introduire, et poser le problème. La multitude de données partielles nous y oblige et s'oppose au caractère synthétique du savoir mathématique. La complexité des analyses de O. Keller provient aussi de ce que notre compréhension mathématique est sollicitée sur au moins deux plans fort distincts (ce à quoi les analyses didactiques nous ont habitué). Notre savoir mathématique est sollicité à la description des matériaux recueillis : la représentation et la compréhension des données présentées : propriétés des formes des pierres taillées, propriétés des productions graphiques pariétales ou de décors mobiliers, procédés de construction et procédures rituelles, propriétés mathématiques sur lesquelles se fondent des divinations etc. Ici notre savoir est sollicité sur deux (sous) aspects distincts : d'une part, celui de l'analyse et la compréhension des situations et tâches que cela recouvre, correspondant à nos analyses a priori, et celui de ce qui caractérise les savoirs requis pour leur solutions. Notre savoir mathématique est sollicité à un troisième niveau tout différent encore : la représentation du savoir mathématique lui-même. Ainsi comme mentionné plus haut O. Keller nous invite à établir une correspondance entre les figures et leurs éléments et leur formulation dans les *Éléments* d'Euclide (chap. 8 t. 1, p. 183-187.), puis une correspondance entre quelques problèmes des *Éléments* d'Euclide et du rituel védique (chap. 6 t. 2, p. 160-168). L'approche mathématique est donc d'emblée multiple et intégrée.

De ce point de vue nous pouvons établir un parallélisme certain entre ce que requiert les analyses de O. Keller et celles en didactiques ainsi les pièges qui guettent de telles entreprises.

6.2 Ouverture de nouvelles questions suite aux analyses présentées dans ces ouvrages.

a) Ce n'est qu'en fin de compte que les figures deviennent formelles.

Le premier point qui ressort de cette lecture est celui de reconsidérer les productions de type géométriques, entre objets manufacturés (pour nous bricolages, voire maquettes) et productions graphiques, puis entre graphismes, mondes et figures. Le graphisme est autant inscription, contremarques apposées au réel, que modèle de ce dernier. Et surtout qu'avant de devenir modèle, les éléments graphiques doivent prendre leur autonomie et se voir attribuer des pouvoirs propres. Cela requiert trois étapes au moins : le graphisme, production de l'homme, élément de la *nature aménagée*, voit ses rapports avec la *nature brute* réglés par son assimilation progressive et diverse à des mythes et des rites où ils se constituent en (autour) de figures. Détachement des mythes et des rites de ce corpus de figures et des savoirs développés autour d'elles en association à une philosophie et enfin constitution d'une science géométrique en tant que telle. Les figures acquièrent un statut objectif per se (representamen), éléments du monde, avant que d'être formelles (icônes).

b) Les dimensions rite/mythe.

Ce second point concerne la distinction anthropologique rites et mythes. Tout d'abord nous n'avons pu nous empêcher de penser aux livres de O. Keller comme nous racontant une fort belle histoire, et constituant, sinon un nouveau mythe, vu les exigences scientifiques auxquelles est soumise sa fresque, mais comme comportant en elle-même des éléments fonctionnels de chacun des mythes rapportés, ne serait-ce que ce discours sur les origines et l'évocation d'époques révolues et par conséquent des ruptures qui se sont opérées.

Il reste fort intéressant de considérer alors les pratiques enseignantes sous l'angle de ce qui distingue mythes et rites comme relevant de deux dimensions anthropologiques nécessaires et par conséquent encore tout à fait présentes dans l'enseignement des mathématiques. Cela ouvre de nouvelles perspectives aux analyses didactiques.

c1) Ce que je retire de la fresque proposée par O. Keller est ceci.

Il est important de noter qu'au départ il y a transformation de la nature brute. Mais rien ne permet de penser que cela s'accompagne de mots pour parler cela. Il semble que tout est en acte, et se fait sans commentaires, par monstration. Il semble aussi que parler ne valorise directement en rien ce qui n'a qu'à être reproduit.

Puis il y aurait association de ces "gestes" à des histoires – voire des chants – qui donnent des significations à ces productions (tant les gestes que les produits), qui, sans ne parler directement de ce qui est produit ni de comment on les produit, relie ces gestes à toute autre chose et par là les valorise et les interprète. Ici on constate ce que j'appelle un découplage entre règles et logiques. Ceci devient mythe/rite comme si et les gestes et les histoires associées prenaient leur forme et leur relative indépendance. Du point de vue du représentant on a la constitution de milieu (aménagement de milieu) tandis que du point de vue des interprètes on a constitution de mondes. Les figures sont leur interface, elle sont des inscriptions du (dans) le monde.

Puis vient la conceptualisation des procédures, qui apparaissent du coup comme telles, ce qui en quelque sorte ramène à l'action, recentre les choses sur ce qu'elles étaient au départ, mais pour elles-mêmes et plus ou ce qu'elles produisaient (aménagement de la nature en milieu), puis permettaient (pouvoir sur le monde). Les figures deviennent des icônes de formes (et leurs objets sont des formes).

c2) Je cherche alors à formuler les spéculations didactiques que cela m'inspire.

Je me demande si dans l'enseignement élémentaire on ne va pas trop vite en besogne et si ce que l'enseignement croit proposer comme conceptualisation ne joue pas tout simplement comme histoire associée voire même mythe. Ainsi ce qu'on appellerait les savoirs de base, ou les bases joueraient essentiellement le rôle de rites et les explications celui de mythes avec ceci de peu clair que ces rites et mythes entourent les savoirs à enseigner ce qui entretient illusion et confusions. La question que je me pose alors est si les rituels (tâches, algorithmes, trucs etc.) accompagnés de mythes (histoires de vulgarisation) n'auraient pas une fonction à jouer pour favoriser la conceptualisation. Ceci voudrait dire que ces fonctions seraient une médiation vers les savoirs savants (organisation des savoirs). Je me demande si on peut vraiment court-circuiter ce passage, comme on pense le faire actuellement.

c) Modélisation ou graphisme ?

L'enseignement de la géométrie au primaire ne s'est-il pas focalisé trop fortement sur la modélisation de l'espace, ou des connaissances spatiales au détriment de la transformation de choses matérielles donc tout autant spatiales ?

Dans l'étude de O. Keller la géométrie se manifeste tout d'abord dans la manufacture d'objets à partir d'éléments de la *nature brute*, puis, suite au foisonnement de l'aménagement de son milieu, survient un premier « retournement » de leur rapports par la pensée des

relations entre *nature aménagée* et *nature brute* : le monde des esprits a conféré aux hommes le pouvoir d'aménager la nature brute, les productions humaines et en particulier graphiques, sont les médiateurs de telles attribution de pouvoirs. Les productions sont donc bien la manifestation de ces phénomènes.

On ne peut qu'être frappé par le fait que dans l'enseignement c'est aussi à leurs productions que l'on attribue aux élèves leur acquisition de savoirs et que si, dans le jargon pédagogique actuel, on préfère appeler *performances* les produits et *compétences* les pouvoirs, rien n'est bien nouveau sous le soleil. Mais cela n'est qu'anecdotique au regard d'un autre enseignement que je tire de la lecture de ces livres. C'est ce qui se joue entre le sujet, son action transformatrice d'éléments de son milieu (monde) et le jeu de prises et de pertes de contrôle dans lequel il se trouve vis à vis du monde qui se constitue ainsi (ambivalence de ces pouvoirs qui s'explique par l'intervention des esprits). De ce point de vue, il me semble qu'axer la question de l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire sur l'idée de modèle est sans doute prématurée. Certes le modèle a pour lui l'efficace, puisque l'action dans le modèle permet au sujet de savoir indirectement ce qui en est de l'espace ainsi modélisé, mais il reste la question la constitution des éléments de ces modèles et de ce qui les régit, qui, me semble-t-il, ne se fait qu'à l'occasion de leur efficacité à transformer directement le monde. Ainsi donc il doit bien y avoir un pouvoir graphique pour qu'un modèle géométrique puisse être constitué.

La question reste donc posée de quelque chose de plus général que les modèles, et je ne vois pour ma part pas d'autre candidat pour cela que les signes qui sont ces « esprits » qui confèrent aux modèles leur « pouvoir ».

7. PROLONGEMENTS DE L'ATELIER :

Les suites à cet atelier auront été deux la commande de conférences.

7.1 La première conférence

Elle sera donnée dans le cadre du congrès de la Copirelem, Bombannes 2-4 juin 2008, sous la forme d'une conférence conjointe avec O. Keller. En voici le titre et l'annonce.

Que sait-on de la géométrie à ses origines ? Comment y donner des interprétations didactiques ?

Olivier Keller : Peut-on repérer une origine et un développement historiques des objets courants de la géométrie élémentaire (points, lignes, surfaces, figures ...) avant qu'ils ne deviennent objets de science ? Et si oui, cette connaissance est-elle de quelque utilité au pédagogue ? Telle est la question redoutable à l'origine de cette conférence à deux, imagée par François Conne, à charge pour moi de présenter une vision historique.

Par le travail et par la pensée, l'homme a imposé à son environnement formes, structures, ordre spatial et temporel, bien avant de créer une science de la géométrie : il a taillé des galets pour en faire des outils, il a dessiné et gravé sur la roche pour communiquer avec l'« autre monde » tapi derrière la paroi, il a décoré ses objets familiers en frises rigoureuses, il a schématisé le monde et ses composants au moyen

d'une seule figure totalitaire issue de l'observation des mouvements apparents du soleil etc.

Quelques exemples issus de la documentation archéologique et ethnographique nous feront voir comment ces pratiques spécifiquement humaines ont donné naissance à un monde des figures, monde de symboles puissants, intermédiaires obligés du rituel, bien avant de changer de nature pour devenir un monde acceptant la discipline de la mesure, et, plus tard encore, un monde lourdement corseté dans un système hypothético-déductif.

La géométrie au sens actuel, née en Grèce antique, apparaît ainsi comme le fruit de plus de deux millions d'années de gestation au sein de la société humaine ; tel est le thème central de cet exposé.

François Conne : Depuis une vingtaine d'années maintenant, mes recherches portent sur le terrain de l'enseignement spécialisé pour ce qu'il peut apprendre à la didactique des mathématiques. La question qui est au cœur de ces recherches est celle du recours didactique à l'expérience. Une citation de Mme L. Félix, expose assez bien une conception commune¹ : « *Je crois que la bonne méthode ne consiste pas à ignorer le contenu intuitif de la pensée de nos élèves, ni à faire semblant de l'ignorer pour ne pas en tenir compte, ni à leur interdire d'y faire allusion. Au contraire la franchise doit régner, et puisque au stade logique il faudra bâtir une construction déductive sur cette base intuitive, il faut assurer la solidité de celle-ci.* » À ce moment de son exposé, l'auteure ne nous dit pas quel est ce *contenu intuitif de la pensée des élèves*, ni s'il nous faudrait le connaître précisément. Elle ne décrit pas non plus comment il viendra se manifester à nous. Cela va de soi, me dira-t-on, étant entendu qu'on n'a aucun accès direct à la pensée d'autrui.

Les piagétiens nous ont appris comment on pouvait aller à la recherche de tels contenus, et tout particulièrement nous ont convaincu de délaisser les simples interviews pour proposer de petites expériences aux enfants afin d'observer comment s'y actualisaient et se développaient leurs connaissances. Dans cet ordre d'idées liant expérience à connaissances, l'évidence et le constat dans l'expérience me sont apparus comme deux aspects bien distincts. Les hiatus entre ce qui nous paraissait évident (interprétation anticipatrice) et ce que nous constatons par expérience (faits) occasionnent des surprises sur lesquelles l'enseignement peut jouer².

Dans les études en histoire des mathématiques et mille fois plus encore lorsqu'il s'agit de préhistoire, cette voie d'accès indirect à la pensée qu'est le recours à l'expérience est fermée. Dans son étude³ Olivier Keller considère que les évidences géométriques sont le fruit d'une élaboration et il tente d'en identifier quelques étapes. Ses conclusions ne sont pas directement utilisables pour l'enseignement, ne serait-ce que pour deux raisons : 1° dans sa recherche, le matériau sur lequel il travaille n'est jamais une production individuelle, ou, dit autrement, il ne trace pas la pensée d'individus, mais celle de sociétés humaines ; 2° dans notre recherche, les élèves sont directement plongés dans un milieu de choses et de signes qui porte déjà en lui toute la géométrisation dont O. Keller nous esquisse la gestation. Pourtant il nous montre bien

¹ Félix L., *Le premier enseignement de la géométrie*, Cieam 1951, in *Réflexions d'une agrégée de mathématiques au XXème siècle*, p. 166, L'Harmattan, 2005

² Conne F., *La didactique des mathématiques comme didactique d'une science étonnante*, Paru dans le numéro spécial de l'Éducateur, *La recherche en Education*, 31 mars 2006, pp. 21-26. Il se trouve sur le site . http://educmath.inrp.fr/Educmath/lectures/article_mois/archives/.

³ Keller O., *Aux origines de la géométrie.- Le paléolithique.* - Le mode des chasseurs cueilleurs, Vuibert, 2004, 230p. & *La figure et le monde.* - *Une archéologie de la géométrie.*- Peuples paysans sans écriture et premières civilisations, Vuibert, 2006, 318p.

le degré de géométrisation du milieu dans lequel nos élèves sont installés avant même d'apprendre quoi que ce soit de géométrie et cela nous rappelle que l'enseignement élémentaire consiste tout autant à faire identifier aux élèves quelques éléments de cette géométrisation qu'à leur permettre d'en faire usage dans des explorations et modélisations diverses. Je trouve par conséquent très instructif de comprendre comment O. Keller s'y est pris pour tracer une genèse historique des évidences géométriques par lesquelles commencent les *Éléments* d'Euclide.

Les études piagésiennes qui, suivant une autre voie, cherchaient à répondre à des questions analogues ont mis en évidence une question fort délicate : celle de *la différenciation des connaissances*. Piaget a même utilisé l'adjectif *synchrétique* pour qualifier le fait que des notions pour nous distinctes, semblaient être chez les enfants, sinon confondues du moins amalgamées. Pensons par exemple à la notion de *milieu d'une figure* qui est amalgamée à celle de *centre*. Les piagésiens ont tenté de modéliser la logique d'une telle pensée en parlant de *prédicats amalgamés*. À une toute autre échelle, l'étude de O. Keller rencontre la même question, par exemple au fil des étapes par lesquelles la géométrie a pris son autonomie. Et sur ce point précis la thèse de O. Keller me semble renouveler la très délicate question des rapports du graphique et de l'espace dans l'enseignement de la géométrie.

J'examinerai donc dans mon exposé la question de l'évidence et des constats dans l'expérience et je tenterai d'esquisser quelques idées concernant la différenciation des amalgames de connaissance au cours d'expérience de géométrie.

7.2 La seconde conférence

Ce sera un exposé au séminaire national de didactiques des mathématiques, à Paris. En voici le titre et l'annonce :

Savoir pour imaginer Un exemple : Les livres de Olivier Keller consacrés aux origines de la géométrie.

Lorsque j'ai commencé à m'intéresser aux questions de didactique des mathématiques, j'étais encore étudiant, je suis parti d'une intrigue que m'avait laissée mon expérience et que l'on désignait à l'époque par une expression parlante : « blocage en mathématiques ». Les progrès en mathématiques des élèves dans une même volée ne sont pas synchrones, et ceci donne l'idée que les élèves sont sujets à des dynamiques diverses, et pour certaines à peines comparables. Lorsque je dis que l'expression était parlante, je veux dire qu'elle semblait référer à quelque chose que j'identifiais bien. Mais il m'avait été aussi donné d'assister en tant qu'élève bon en maths à quelques événements concernant certains camarades ou moi-même, qui faisaient penser à des déblocages, « phénomène » qui non seulement apportait rétrospectivement sa caution à l'expression elle-même : « blocage en mathématiques », mais qui encore laissait entendre que de tels obstacles seraient susceptibles d'être levés, dans certaines circonstances et par la grâce de quelques moyens encore inconnus. Cette thématique devint pour moi une entrée dans le domaine et un premier prétexte à des investigations dont il n'est pas sorti grand-chose si ce n'est la conviction que je n'arrivais pas à développer une telle conception beaucoup plus loin que le bout de mon nez. Considérons deux choses dans cet exemple. Tout d'abord ce fait que l'idée de blocage n'a de valeur que pour autant qu'on soit persuadé qu'il puisse être levé ; cette idée pragmatique que l'explication

d'un état de fait ne vaut que pour autant qu'elle nous indique des moyens à son dépassement. Ensuite que cela dit, je restai en plan faute de trouver les moyens d'imaginer des formes à de tels dépassements, et en particulier faute de me faire une idée un tant soit peu tangible de ce qui caractériserait une dynamique non bloquée. Ainsi donc, si la conception des blocages en mathématiques semblait ouvrir une perspective, elle restait néanmoins enfermée dans les préjugés qu'elle portait en elle ; par exemple, cette idée qu'on pourrait décrire les phénomènes d'enseignement et d'apprentissage en leur attribuant de vagues qualités de dynamique ; ou encore l'idée que cette dynamique serait avant tout celle du sujet, alors que l'on aurait fort bien pu décrire le phénomène autrement et dire que ce qui était bloqué était plutôt la possibilité pour le professeur d'avancer dans son programme. Préjugés qui avaient fait que je ne m'étonnais nullement de cette étrange attribution du blocage à l'élève, puisqu'il reviendrait au même de déclarer devant un engrenage en panne que c'est cause de la présence d'un grain de sable bloqué dans les rouages, alors que ce grain de sable n'y serait pas tant bloqué que coincé.

La morale que je voudrais tirer de cette fable est celle-ci. J'ai abordé les questions d'enseignement des mathématiques dans l'esprit d'aller chercher au-delà de ce qui me semblait insatisfaisant dans la situation actuelle, et avais pour cela besoin d'élaborer des conceptions qui puissent m'indiquer qu'un tel au-delà existait. Cela étant, ces perspectives étant ouvertes, mon regard s'étant un tant soit peu levé vers l'horizon, la question d'imaginer des formes possibles de cet au-delà était restée entière. Si l'indication des perspectives est une question qui relève de la didactique des mathématiques et d'elle seulement, par contre l'imagination et les formes sous lesquelles penser ces perspectives est une toute autre affaire, qui nous engage bien plus loin, et pour laquelle nous n'aurons jamais assez de toute notre curiosité.

Où donc puiser les ingrédients de notre imagination ? Les sources ne manquent pas : ce peut être l'observation de l'enseignement tel qu'il se tient, ce peut-être l'étude de la psychologie de l'apprentissage, ce peut-être l'étude des processus d'enseignement, ce peut-être l'étude des progrès du savoir, etc. Aucune de ces sources ne peut se substituer aux autres, toutes requièrent leurs moyens propres, dans aucune il est possible, du jour au lendemain, de s'y improviser chercheur et encore moins savant.

Trois choses sont communes à toutes ces quêtes. La première est le caractère actuel de ces démarches, il s'agit de notre imagination hic et nunc, celle dont nous sommes présentement capables. La seconde est que nous tentons d'inspirer notre *imagination d'un au-delà indéfini* en examinant l'effort d'imagination requis à notre *intelligibilité d'un en deçà déterminé* mais dont la détermination et les formes qu'elle a prise ne nous sont que (très) partiellement connues, et dont les accès requièrent leur lot d'études et de recherches. L'ordre selon lequel cet en deçà sera défini – relativement au processus d'apprentissage, relativement au développement cognitif, voire à une genèse conceptuelle, relativement au cours de l'histoire, etc. - sera des plus varié, d'autant de manières qu'il est possible de mettre en ordre le divers empirique. Et ce sont ces agencements qui distinguent les sources d'inspiration qui se présentent à nous. La troisième chose commune à ces démarches est que dans chacun des cas le savoir y est remis en question et que notre point de référence, notre origine qui, dans cette conception que j'expose est toute autre chose que nos sources, est un savoir organisé, ce que j'ai appelé un savoir-savant (Conne 92).

Ces recherches m'ont toujours passionnées, et tout particulièrement lorsque j'étais étudiant en mathématiques les recherches piagétienes en épistémologie génétique. Actuellement, je travaille sur différents fronts à la fois, dont principalement avec des élèves de classes spécialisées, qui en quelque sorte offrent, elles aussi, un terrain en deçà (et, ce, de manière non univoque). Mais c'est sur un tout autre sujet que j'interviendrai au séminaire national. Pourtant le lien que je fais entre ces différentes études est clair, et on trouve un exposé de mon argumentation dans les actes de la 9^{ème} école d'été qui s'est tenue à Houlgate en 1997 (Conne 98) et dont je reproduis ici un extrait afin de bien faire voir au lecteur la portée didactique de mon travail.

Diffusion des connaissances.

Je citerai un passage de l'allocution que G. Brousseau a faite lors de la cérémonie où il s'est vu décerné le grade de docteur honoris causa de l'Université de Montréal : « L'étude de la diffusion des mathématiques, la description de ses modalités et la découverte de ses lois, s'il en existe, constitue aujourd'hui un champ scientifique naturellement ouvert à des chercheurs d'origines très diverses : psychologues, linguistes, pédagogues, sociologues, etc. Mais en l'absence d'un moyen d'intégration de leurs travaux, l'accumulation des injonctions et des contraintes qui en résultent pour les enseignants ne permet pas à ceux-ci d'en faire bon usage. Un moyen d'intégration est indispensable : ce moyen est une science de la diffusion des connaissances mathématiques : la didactique des mathématiques. » Depuis au moins son travail de thèse, A. Rouchier défend la même idée en faisant remarquer qu'une telle définition de la didactique n'a rien d'anodin. Elle indique en effet que les approches épistémologiques classiques centrées surtout sur la production de connaissances nouvelles sont insuffisantes pour traiter de certaines questions dont les questions d'enseignement. Je me permettrai à mon tour de me saisir de cette idée, et revenir sur la distinction connaissance / savoir, sur le fait que cette distinction dépasse les rapports entre psychologie et didactique et qu'elle suit logiquement la prise en compte de la transposition didactique comme phénomène.

Considérons donc avec l'expérience que nous avons du monde, la connaissance. Prenons ce terme dans une acceptation très large sans connotation particulière. L'expérience est multiple et nous pouvons parler de domaines de connaissance. Appelons savoirs des connaissances qui portent sur les relations entre connaissances et expériences. On peut dire aussi que ce sont des connaissances utiles étant entendu qu'il y a autant d'utilités qu'il y a de sortes d'expériences. On dira par exemple que les connaissances scientifiques sont accompagnées de savoirs (scientifiques) qui dictent des normes et des critères de validité des connaissances ainsi que des moyens de produire des connaissances valides. Il y a bien sûr différentes sciences selon les domaines de connaissance considérés. Les savoirs scientifiques disent aussi comment interroger le monde, c'est-à-dire quelles expériences faire pour produire, reproduire ou pérenniser de nouvelles connaissances valides. Évidemment, les connaissances d'un domaine ne se réduisent pas aux connaissances valides (validées scientifiquement) et on ne peut par conséquent pas identifier entièrement la science d'un domaine à connaissance de ce dernier. La visée de

toute science est avant tout la production et la reproduction de connaissances. Cela a des conséquences sur la diffusion de ces connaissances, mais ici ce point vient en second et reste lié à la production. On peut dire aussi que la visée de toute science est l'accès au monde, par l'entremise de l'expérience, et que cela est producteur de connaissances.

Certes on peut accéder à la connaissance d'un domaine en questionnant directement le monde et en la redécouvrant en en faisant pour soi-même l'expérience. Mais on peut aussi avoir un accès à la connaissance de ce domaine par l'intermédiaire des savoirs. Cet accès permet de faire l'économie d'une part très importante des expériences qu'il y aurait à faire pour reproduire cette connaissance. Mais en même temps il n'est que très partiel et ne saurait se substituer entièrement à une expérience du domaine de la connaissance en cause. En particulier il y aura déperdition de sens, car les savoirs ne sauraient restituer sans altération tout le sens d'une connaissance. Le savoir a donc aussi l'utilité (et la fonction) de procurer des accès à la connaissance d'un domaine (accès au sens de fenêtre sur ..., d'entrée dans...). Le savoir est constitué d'éléments de connaissance, partiels mais organisés. Les savoirs d'un même domaine se distinguent les uns des autres par leur ampleur, les relations internes de leurs constituants, en particulier leurs voisinages respectifs, et entretiennent entre eux des rapports transpositifs. Ainsi à un même domaine de connaissance, scientifique ou non, correspondent différents savoirs, différentes versions abrégées de la connaissance du domaine.

La science d'un domaine peut se prononcer sur cette connaissance et toutes les questions qui la concernent : légitimité, pertinence, validité, accroissement, reproduction, pérennisation, diffusion etc. Mais la science d'un domaine n'a pas l'exclusivité de ces questions car avec les savoirs, des sciences externes disposent d'accès à cette connaissance. Elles peuvent en effet se prononcer sur ces savoirs et par là dire quelque chose du domaine de connaissance qu'ils désignent. Bien entendu ce que produisent ces regards externes ce sont des connaissances elles aussi externes au domaine considéré. Une science ne peut en effet produire des connaissances valides que de son propre domaine. Remarquons en outre que ces connaissances ne sont pas produites par une expérience propre au domaine étudié, mais qu'elles tiennent au choix d'accès spécifiques, de certaines versions de savoir, et donc qu'elles relèvent d'un travail transpositif. Par exemple, voulant mieux (plus) connaître la psychologie individuelle, ou telle culture, ou encore tel moment de l'histoire de notre civilisation, on peut très bien examiner comment les individus, ou cette culture, ou encore les documents de cette période connaissent le monde, ce qu'ils en savent, ou encore quelle en est leur expérience. Il suffira pour le faire de disposer d'une connaissance du monde ou d'un savoir de référence (d'une norme). Mais inversement, rien n'empêche de s'informer du monde en examinant la façon dont il se laisse connaître par les individus, ou par telle culture etc. On peut donc aussi interroger les savoirs pour connaître le monde. Si de telles démarches sont légitimes et peuvent être pertinentes, il n'en reste pas moins qu'elles sont indirectes, et procèdent toutes à partir de la diffusion des connaissances vers ces sciences externes.

Une des principales questions que pose la didactique est de comprendre quelles expériences promouvoir pour diffuser telle ou telle connaissance. Dans les recherches didactiques, des phénomènes spécifiques à la diffusion des

connaissances ont été identifiés. De nombreux faits que l'on peut observer sur le terrain scolaire renvoient à l'un de ceux-ci : la transposition des savoirs. Pourtant les considérations qui précèdent ont une portée qui dépasse l'enseignement et indiquent que la didactique ne concerne pas seulement les questions d'information, de transmission ou d'enseignement d'une connaissance, mais encore tous les rapports qu'entretiennent les discours internes et externes portés sur ce domaine de connaissance. L'école est un lieu où de tels discours se font entendre. On ne s'étonnera donc pas que les débats portant sur des questions de transposition didactique soient âpres.

La transposition didactique est un phénomène spécifique de la diffusion des connaissances. C'est une alternative à l'ignorance dans l'explication des questions qui touchent la diffusion des connaissances. En effet qui aborde les questions d'enseignement du point de vue classique de la production et de la reproduction des connaissances (en considérant donc les questions de diffusion comme secondes), ne peut alors que constater le degré plus ou moins acceptable des dérives transpositives. Il ne peut guère proposer autre chose que des changements ou des ajustements de savoirs, des versions estimées a priori plus fidèles à la connaissance visée. Quant à l'explication de ces dérives, une telle perspective ne peut s'en prendre qu'à l'ignorance, ignorance du système éducatif ou de certains de ses agents : concepteurs de programmes, auteurs de manuels, enseignants, voire élèves. Cela ne fait alors que reporter son ignorance sur le système d'enseignement. En prenant directement en compte la diffusion des connaissances, la didactique permet d'ouvrir cette ignorance à la recherche. La transposition didactique n'est plus alors un état de certains savoirs scolaires qualifiés de bons, de passables ou d'exécrables, mais un processus qu'il s'agit de connaître et de contrôler. En particulier, la prise en compte de la transposition permet d'articuler les points de vues externes et internes sur la discipline à enseigner et cela est une aide précieuse comprendre les questions d'enseignement ou de transmission des connaissances. Trois remarques encore.

1. *Dans tout ce qui précède j'ai tenu à prendre les termes expérience, connaissance, savoir, sans connotation particulière : ni psychologiques, ni sociales, ni autres. Il me paraissait très important de montrer que la distinction connaissance / savoir ne recouvrait pas une distinction psychologique / social ou autre. Par contre dans mes écrits antérieurs, je m'étais attaché à examiner ces questions très générales d'un point de vue plus particulier, me cantonnant aux domaines de mes compétences et de celles de mes plus proches collaborateurs. J'ai donc privilégié la question des rapports entre des discours épistémologiques, psychologiques et mathématiques portants sur la connaissance mathématique. Cela suivait le cours de mes propres recherches car c'est bien par l'examen des mathématiques enseignées à l'école élémentaire que j'ai débouché sur la transposition didactique et de là à la distinction connaissance / savoir. Dans cette conférence, je reviens à cette illustration plus spécifique en prolongeant les distinctions à cette autre que je fais entre activité et pratique.*
2. *La distinction savoir / connaissance découle directement de l'étude de la transposition didactique et de son élargissement à la transposition des savoirs. Elle est appelée par les distinctions entre expérience et connaissance.*

3. *Ces propos concernent aussi la collaboration entre enseignants et chercheurs en didactique. La recherche consiste essentiellement en une mise en question et une mise à distance des savoirs. C'est ainsi que le retour à l'expérience s'avère nécessaire et que de nouvelles connaissances plus valides que les anciennes peuvent être produites. C'est ce que j'entends par l'expression : ouvrir l'ignorance à la recherche. Dans son interaction avec ses élèves, et son enseignement, l'enseignant se doit lui aussi d'ouvrir l'ignorance de ses élèves. Cette ouverture s'opère par une autre mise à distance des ses propres connaissances et savoirs lors de ses interactions avec eux. Il y a là une analogie et une rencontre possibles entre l'enseignant et le chercheur en didactique. Telle est l'idée qui me guide dans mes interventions de formation des maîtres. C'est elle que je désigne par l'expression : regarder ce que ça donne.*

Olivier Keller a publié deux livres enquêtant sur le développement historique de la géométrie en deçà de la géométrie euclidienne. Ce travail illustre parfaitement mes propos à ee9, en particulier ceux-ci : « *Mais la science d'un domaine n'a pas l'exclusivité de ces questions car avec les savoirs, des sciences externes disposent d'accès à cette connaissance. Elles peuvent en effet se prononcer sur ces savoirs et par là dire quelque chose du domaine de connaissance qu'ils désignent.* » C'est sur cet exemple que je ferai la promotion de telles recherches comme source d'inspiration à l'imagination didactique. J'ai déjà eu l'occasion de le faire lors de deux ateliers de 2 et 3 séances à la dernière école d'été (ee14). Même s'il semble qu'à Ste Livrade, sur scène, j'aie réussi à tenir mon pari, je ne suis pas certain d'y réussir à nouveau à Paris sur Seine (Apollinaire, 1917).

BIBLIOGRAPHIE

Apollinaire G., 1917, Les Mamelles de Tirésias, Ouvres complètes, I et II, La Pléiade, Gallimard, 1965.

Conne François, 2009 à paraître : Que sait-on de la géométrie à ses origines ? Comment donner des interprétations didactiques ? Actes du congrès de la Copirelem 2008, livre et Cd-rom, Bombannes.

Conne François, 2009, Savoir pour imaginer. Un exemple : Les livres de Olivier Keller consacrés aux origines de la géométrie. Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, ARDM, 2009, pp. 227-245.

Conne François, 1992, Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique, Recherches en didactique des mathématiques, 1992, n° 12 / 2-3, pp. 221-270.

Conne F., 1998, L'activité dans le couple enseignant / enseigné. Actes de la IX^e école d'été de Didactique des Mathématiques, sept. 97, Houlgate, ARDM ed.

Keller O., 2004, Aux origines de la géométrie. Le paléolithique. Le mode des chasseurs cueilleurs. Vuibert 230p.

Keller O., 2006, La figure et le monde. Une archéologie de la géométrie. Peuples paysans sans écriture et premières civilisations. Vuibert, 318p.

7.3 Un séminaire.

Dans le cadre de la Société Suisse pour la Recherche en Didactique des mathématiques (Ssrdm), j'ai le projet d'animer un séminaire de 10 séances consacrées à ces ouvrages. En voici l'annonce :

Sur la fin de l'année 2008-2009, je propose d'organiser un séminaire de lecture autour des livres de O. Keller, j'envisage d'y consacrer environ 10 séances de 1h30. Il serait organisé à Lausanne, je pense dans les locaux de la HEP. Les deux dernières séances seraient consacrées à esquisser des ponts dans quatre directions : comparaison avec des éléments d'histoire des maths, je pense surtout ici aux livres de Gérard Simon sur Kepler et l'optique géométrique, éthnomaths et embodied maths (Lakoff / Nuñez), évidences constats et expériences premières, je pense ici à des développements didactiques. Le séminaire se tiendra si 5 personnes au moins s'y inscrivent. À terme nous pourrions faire venir O. Keller pour une conférence publique.