



HAL
open science

ANALYSE DES INTERACTIONS DIDACTIQUES DANS UNE PERSPECTIVE D’EVALUATION FORMATIVE

Maud Chanudet, Sylvie Coppé, Michèle Marie Renée Gandit, Marianne
Moulin

► **To cite this version:**

Maud Chanudet, Sylvie Coppé, Michèle Marie Renée Gandit, Marianne Moulin. ANALYSE DES INTERACTIONS DIDACTIQUES DANS UNE PERSPECTIVE D’EVALUATION FORMATIVE. 19^{ème} école d’été de didactique des mathématiques, Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques, Aug 2017, Paris, France. halshs-02021853

HAL Id: halshs-02021853

<https://shs.hal.science/halshs-02021853v1>

Submitted on 16 Feb 2019

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L’archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d’enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ANALYSE DES INTERACTIONS DIDACTIQUES DANS UNE PERSPECTIVE D'ÉVALUATION FORMATIVE

Maud Chanudet*, Sylvie Coppé**, Michèle Gandit***, Marianne Moulin****

RESUME

Nous nous intéressons dans ce TD à la fonction formative de l'évaluation en utilisant des outils issus des recherches sur l'évaluation et de la didactique des mathématiques. Nous étudions le caractère formatif des interactions entre un.e enseignant.e et des élèves lors de la résolution d'un problème de mathématiques. Nous étudions trois phases d'enseignement : une phase de mise en commun à la suite de la résolution, une phase de recherche pendant la résolution, et une phase d'évaluation entre pairs avec un débat à la suite de la résolution. Dans ces phases d'enseignement, l'évaluation se situe au cœur des interactions soit par un dispositif en lui-même, soit de façon informelle. Nous analysons tout d'abord les interactions entre élèves et enseignant dans une perspective didactique, d'une part pour caractériser l'activité de l'enseignant lors des discussions évaluatives, d'autre part pour questionner leurs effets sur le travail et les apprentissages des élèves lors des mises en commun. L'analyse d'un dispositif d'évaluation entre pairs nous amène par ailleurs à (re)considérer les notions de milieu, contrat et régulation.

Mots clefs : évaluation formative, interaction, feedback, évaluation entre pairs, résolution de problèmes

ABSTRACT

In this workshop, we focus on the formative function of assessment using both tools from researches of the field of assessment and of didactics of mathematics. We study the formative aspect of interactions between a teacher and his/her students when they are solving a mathematics problem. We deal with three phases of teaching: a pooling phase following the resolution, a research phase during the resolution, and a peer review phase with a debate after the resolution. In these phases of teaching, assessment is at the heart of interactions either by a device itself or informally. We first analyze the interactions between students and the teacher in a didactic perspective, on the one hand to characterize the activity of the teacher during the assessment discussions, on the other hand to question their effects on the work and learning of the students during pooling. The analysis of an assessment system between peers also leads us to (re)consider the notions of *milieu*, *contrat* and regulation.

Key words: formative assessment, interaction, feedback, peer assessment, problem solving

INTRODUCTION

Nous nous intéressons à la fonction formative de l'évaluation et nous utilisons des outils issus de recherches sur l'évaluation et de la didactique des mathématiques. C'est pour nous l'occasion de discuter en quoi des questions liées à l'évaluation formative peuvent prendre une place dans les analyses didactiques et comment elles peuvent renouveler certains questionnements didactiques. Dans les trois parties de ce texte, il s'agit d'étudier le caractère formatif des interactions, soit entre un enseignant¹ et des élèves, soit entre élèves, lors de la résolution d'un problème de mathématiques dans des classes ordinaires ou bien travaillant de façon collaborative avec un chercheur. Nous avons choisi trois phases d'enseignement : une phase de recherche pendant la résolution, une phase de mise en commun à la suite de la résolution, une phase d'évaluation entre pairs.

Black et Wiliam (2009) définissent l'évaluation en classe comme formative :

« dès lors qu'une preuve des apprentissages des élèves est mise en évidence, interprétée et utilisée par les enseignants, les apprenants ou leurs pairs pour prendre des décisions concernant les futures étapes de l'enseignement et que ces décisions sont meilleures ou mieux fondées que celles qui seraient prises sans ces preuves » (p. 9, notre traduction).

* Université de Genève

** Université de Genève

*** Université Grenoble Alpes

**** Laboratoire de Mathématiques de Lens, Université d'Artois

¹ Dans tout ce texte, le masculin est pris au sens universel et désigne tant les hommes que les femmes, pour les élèves et les enseignants.

L'évaluation formative est donc une évaluation au service des apprentissages des élèves. Cinq stratégies clés permettant de conceptualiser l'évaluation formative et de concevoir sa mise en œuvre dans les classes, ont émergé des recherches anglophones sur le sujet (Black & Wiliam, 2009 ; Wiliam & Thompson, 2008). Elles sont distinguées notamment en fonction de la place que prennent les différents acteurs (élèves, enseignant, pairs) dans ce processus et visent à s'interroger sur trois points : Où les élèves en sont-ils dans leurs apprentissages ? Où les élèves vont-ils ? Comment, et par quelles étapes, peuvent-ils atteindre les buts visés ?

Dans les phases d'enseignement que nous étudions, l'évaluation se situe au cœur des interactions soit par un dispositif en lui-même, soit de façon informelle. Ce dernier type d'évaluation est étudié par Ruiz-Primo et Furtak (2007) dans les moments d'enseignement qu'elles nomment les « assessment conversations » et qui peuvent être l'occasion de saisir des informations sur les conceptions, les difficultés et les compétences des élèves. Nous adaptions l'outil qu'elles proposent pour analyser les interactions dans une perspective didactique, d'une part, pour caractériser l'activité de l'enseignant lors des discussions évaluatives (partie 1), d'autre part pour questionner leurs effets sur le travail et les apprentissages des élèves lors des mises en commun (partie 2).

Dans une perspective élargie, les recherches francophones considèrent l'évaluation formative comme intégrée à chaque activité d'enseignement /apprentissage et se centrent quant à elles sur la notion de régulation qui met l'accent sur les feedback et sur les adaptations qui s'ensuivent (Allal, 2007). En didactique des mathématiques, Brousseau (1995) introduit également l'idée de régulation et de différents contrats didactiques. Nous reprenons ces notions ainsi que celle de milieu qui a également évolué ces dernières années (Amade-Escot & Venturini, 2009 ; Perrin Gloriant & Hersant, 2003) pour analyser un dispositif d'évaluation entre pairs (partie 3).

ÉTUDE DES INTERACTIONS ÉLÈVES-ENSEIGNANT LORS D'UNE SÉANCE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Nous présentons ici un outil d'analyse des interactions verbales entre élèves et enseignant dans le but de caractériser l'activité de l'enseignant lors des discussions évaluatives en classe. Le développement de cet outil d'analyse s'intègre dans une recherche doctorale au sein de laquelle nous nous intéressons aux pratiques évaluatives des enseignants dans le cadre d'un enseignement centré sur la résolution de problèmes (Chanudet, 2015, 2016).

1. Présentation de la recherche

Nous présentons ici une partie de notre recherche qui consiste en une étude clinique des pratiques d'évaluation, en particulier formative, de trois enseignants. La question étudiée ici est la suivante : quelles pratiques d'évaluation formative informelle sont mises en œuvre par les enseignants dans le contexte d'un enseignement centré sur la résolution de problèmes ? Nous souhaitons étudier des pratiques informelles, or il n'est pas possible pour nous chercheuses, d'observer tout ce qui dans les pratiques de l'enseignant, relève de l'évaluation formative. En effet, comme le rappellent Pilet et Horoks (2015), il est difficile pour le chercheur d'accéder aux prises d'informations des enseignants et à leur exploitation. Dans le cas où l'enseignant pose une question à l'élève, que ce dernier répond et que l'enseignant utilise cette information pour aider l'élève à se situer par rapport à ce qui est attendu, cela est alors accessible à l'observateur extérieur. Cela n'est cependant pas le cas lorsque l'enseignant écoute des discussions entre élèves et qu'il utilise ensuite, en différé, l'information recueillie pour adapter son enseignement. En tant que chercheuses, nous pouvons donc difficilement saisir d'autres indices des pratiques d'évaluation formative informelle des enseignants que ceux qui apparaissent lors des échanges verbaux avec les élèves. C'est pourquoi nous avons

choisi de nous centrer sur l'analyse des interactions verbales entre élèves et enseignant pour saisir une partie des pratiques d'évaluation formative informelle des enseignants.

2. Outil d'analyse

Pour développer cet outil d'analyse, nous nous sommes appuyées sur divers travaux. Des travaux francophones sur l'évaluation tout d'abord, qui se sont développés ces dernières années autour de l'évaluation formative, avec une prise en compte de l'objet de savoir pour penser ces questions d'évaluation. Haspekian, Kiwan et Roditi (2016) ont élaboré un outil d'analyse des interactions verbales en classe de mathématiques prenant en compte les résultats de recherche du champ de l'évaluation et de didactique des mathématiques. Ils s'intéressent aux régulations interactives et identifient dans chaque interaction élève-enseignant, le couple information recueillie-action/feedback de l'enseignant, en considérant trois catégories sur lesquelles peuvent porter ces éléments : la procédure, le résultat ou les connaissances des élèves. Nous intégrons à notre outil d'analyse cet intérêt porté aux informations recueillies et à leur utilisation, ainsi que la prise en compte de ce sur quoi portent ces informations et ces feedbacks. Dans leur recherche sur les pratiques enseignantes d'évaluation des apprentissages des collégiens en algèbre, Horoks et Pilet (2015) ont défini des indicateurs d'évaluation potentielle et des moments où l'élève peut se situer par rapport à ses apprentissages. Ces indicateurs sont les modalités de recherche, les modalités de mise en commun des travaux des élèves, le bilan fait par l'enseignant et les initiatives laissées aux élèves dans ces phases. Nous intégrons à notre outil d'analyse cette question du partage de responsabilité entre enseignant et élèves.

Il nous semble cependant important de prendre en compte la spécificité de l'objet de savoir en jeu dans l'évaluation. Les travaux précédemment cités se centrent sur l'enseignement et l'apprentissage de l'algèbre. Nous avons choisi pour notre part de nous intéresser aux pratiques d'évaluation lorsque l'objet de savoir est la résolution de problèmes. C'est pourquoi nous nous tournons vers des travaux anglophones qui s'intéressent à l'évaluation formative dans le cadre d'un enseignement basé sur les démarches d'investigation. Nous nous inspirons des travaux de Ruiz-Primo et Furtak (2007), qui les ont amenées à la constitution d'un modèle permettant de caractériser des actions de l'enseignant selon des cycles ESRU. Selon ce modèle, lors de travaux en classe autour de la démarche d'investigation, l'enseignant se saisit de moments de discussion avec les élèves pour obtenir des informations sur leurs apprentissages, leurs difficultés, leurs conceptions. Ce que ces chercheuses désignent par « *assessment conversation* », et nous par « discussions évaluatives », peuvent être selon elles caractérisées en quatre étapes :

- **Eliciting** : l'enseignant recueille des informations en questionnant les élèves sur leur compréhension du problème ;
- **Students' response** : l'élève répond à la question ;
- **Recognizing** : l'enseignant réagit sur le moment en reconnaissant la réponse de l'élève et en la comparant aux savoirs de référence ;
- **Using** : l'enseignant utilise cette information pour amener l'élève à progresser.

Elles décrivent ainsi les pratiques d'évaluation formative informelle comme des cycles ESRU et s'intéressent aux stratégies mises en œuvre par les enseignants dans chacune de ces phases. Nous nous inspirons des stratégies identifiées pour chaque phase (E, S, R et U) pour construire notre grille d'analyse. Nous nous sommes aussi appuyées sur le travail de Lepareur (2016) sur l'évaluation dans les enseignements scientifiques fondés sur l'investigation et les effets de différentes modalités d'évaluation formative sur l'autorégulation des apprentissages. Elle s'est en particulier appropriée les stratégies d'évaluation formative développées dans des recherches anglophones (Black & Wiliam, 2009; Wiliam & Thompson, 2008) en les

confrontant à d'autres modèles théoriques, notamment celui de l'autorégulation, pour définir des indicateurs de pratiques d'évaluation formative identifiables en situation. Nous reprenons certains de ces indicateurs dans notre grille d'analyse.

Les spécificités de l'objet de savoir « résolution de problèmes » nous semblait cependant toujours trop faiblement pris en compte dans ces deux modèles, et nous avons choisi d'intégrer les actions scientifiques de l'élève dans notre grille d'analyse. Nous nous appuyons sur le modèle EMI (enseignement de mathématiques fondé sur l'investigation des élèves) développé notamment par Gandit (2015), qui permet de caractériser la pratique scientifique de l'élève en logiques d'action. Dans ce modèle, les catégories d'actions qui caractérisent cette pratique scientifique sont les suivantes.

Catégorie d'action	Description de l'action
Expérimenter	Choisir des cas particuliers, ni trop simples, ni trop complexes pour comprendre le problème, observer ces exemples au regard du problème, formuler des conjectures concernant ces cas particuliers, valider ou invalider ces conjectures, reconnaître les résultats établis concernant ces cas particuliers. Sur des conjectures dans des cas particuliers : preuve d'une existence par un exemple, invalidation par un contre-exemple
Généraliser	Dégager le généralisable du particulier en formulant une conjecture de portée générale, la prouver ou l'invalider par un contre-exemple, définir des objets nouveaux utiles à l'étude. Sur des conjectures dans des cas généraux : preuve d'une existence par un exemple, invalidation par un contre-exemple Dégager une méthode pour étudier un problème.
Questionner	Poser et se poser des questions, dégager un questionnement dans une situation donnée, proposer de nouveaux problèmes ou questions, induits par les actions précédentes.
Communiquer	Argumenter, débattre scientifiquement de ses résultats, de ses conjectures, donner (par écrit ou oralement) une preuve acceptable par la communauté à laquelle elle s'adresse, expliciter sa démarche de recherche et sa démarche de preuve, présenter un problème et les résultats obtenus sur celui-ci. CA : donner son avis sur un résultat mathématique. CP : donner un argument, un résultat, une méthode de portée générale, pertinents. CF : donner un argument, un résultat, une méthode de portée générale, faux ou non pertinents. Reconnaître son ignorance ou son erreur. Identifier ce qu'on a appris.

Tableau 1 – Les actions scientifiques potentielles dans le modèle EMI

Nous intégrons ces quatre catégories d'actions comme indicateurs des notions, savoirs mathématiques en jeu dans les discussions évaluatives. Ces différents résultats de recherches nous ont amenée à définir quatre grandes questions guidant notre analyse des interactions verbales entre élèves et enseignants dans le but de caractériser ce qui, dans la pratique de l'enseignant, soutient la dimension formative de l'évaluation dans le cas d'un enseignement centré sur la résolution de problèmes :

- Comment l'enseignant recueille-t-il des informations ?
- Sur quels aspects portent les informations recueillies (connaissances, procédures mises en œuvre, etc.) ?
- Comment l'enseignant utilise-t-il ces informations ?
- Quelles notions, savoirs mathématiques sont en jeu dans les discussions évaluatives ?

Ces questions, qui guident notre analyse des séances de classe observées, permettent de prendre en compte l'objet de savoir en jeu, de caractériser la nature de l'information recueillie et son utilisation et d'interroger le partage des responsabilités entre élèves et enseignant, notamment en ce qui concerne la validation des réponses proposées. Nous déclinons ensuite

ces quatre axes en indicateurs identifiables en situation. Nous présentons en annexe 1 la grille d'analyse à laquelle nous avons abouti.

3. Contexte

Nous nous plaçons dans le contexte d'un cours dispensé, dans le canton de Genève en Suisse, à des élèves de 10^e (élèves de 13-14 ans) et appelé cours de « démarches mathématiques et scientifiques ». Ce cours, donné à raison d'une période de 45 minutes par semaine, vise exclusivement le développement des compétences des élèves en résolution de problèmes. Il fait de plus l'objet d'une évaluation certificative indépendante du cours de mathématiques ordinaire, reposant principalement sur le dispositif de la narration de recherche (Bonafé, 1993; Sauter, 1998). Nous nous référons à l'outil d'analyse présenté plus haut pour caractériser l'activité d'enseignants lors des discussions évaluatives en classe dans le cadre d'un enseignement centré sur la résolution de problèmes.

4. Recueil des données et mise en œuvre de l'outil d'analyse proposé

Nous avons filmé dans une même classe, cinq séances de cours sur le problème dit « des portes de prison » dont l'énoncé est donné en annexe 2. Nous étudions ici les deux premières séances, consacrées à la phase de recherche du problème. La troisième séance étant dédiée à la rédaction de la narration de recherche, elle s'avère moins riche en interactions verbales entre élèves et enseignant. Notons que l'enseignant a déjà proposé ce problème quelques années auparavant et qu'au moment où se termine la deuxième séance, il n'a pas encore défini les critères d'évaluation qu'il va utiliser. Concernant l'organisation du travail, les quinze élèves de la classe sont répartis en cinq groupes de trois élèves. Dès la première séance, ils savent qu'ils devront rédiger une narration de recherche commune par groupe, qui sera ensuite évaluée et à laquelle sera attribuée une note chiffrée.

Notre étude est centrée sur l'analyse des discussions évaluatives entre l'enseignant et un groupe de trois élèves au cours des deux séances consacrées à la recherche de ce problème. Nous avons fait ce choix afin d'avoir une vision globale des occasions données ou non à un groupe d'élèves de mesurer l'écart entre ce qu'ils ont fait et ce qui est attendu, et de réduire cet écart. Un autre choix aurait pu être de suivre l'ensemble des discussions entre l'enseignant et tous les groupes d'élèves sur une plus courte durée, ce qui nous aurait peut-être permis d'observer des différences dans la pratique d'un même enseignant en fonction de divers profils d'élèves.

Nous avons transcrit l'intégralité des échanges qui se sont déroulés lors des deux premières séances entre l'enseignant et le groupe d'élèves considéré. Nous avons découpé ces échanges en « phases ». Nous considérons qu'une phase commence lorsque l'enseignant vient discuter avec le groupe d'élèves concerné et qu'elle se termine lorsque l'enseignant quitte le groupe d'élèves. Chaque phase est ensuite découpée en discussions évaluatives caractérisées par l'objet de la discussion. Ainsi une même phase peut être constituée de plusieurs discussions, chaque nouvelle discussion commençant lorsqu'un nouvel objet de discussion apparaît. Nous donnons ci-dessous deux extraits de telles discussions évaluatives. Nous utilisons E pour désigner l'enseignant, Nassim, Adrien et Enzo pour désigner les trois élèves du groupe.

E vient voir le groupe. La recherche a débuté depuis 1 minute et 30 secondes. Les élèves discutent et ne semblent pas être d'accord sur le fait que la porte numéro 2 soit ouverte ou fermée.

E : elle est ouverte ou fermée la 2^e ?

Nassim : non la 2^e elle est fermée.

Adrien : ben s'il commence à la 2^e ...

Nassim : non la 2^e elle est fermée, ça c'est sûr. Et la 1^{re} elle est ouverte.

E (à Enzo) : pourquoi Nassim dit qu'elle est fermée et l'autre ouverte ?

Enzo : parce qu'on commence depuis la 2^e. Enfin on commence ...

Nassim : au début on les ouvre toutes et après on commence à la 2^e donc la 1^{re} elle est ouverte. Et la 2^e, vu que ça commence à la 2^e, on la ferme. Et ensuite on commence à la 3^e donc c'est plus la 2^e.

E (à Adrien) : tu es d'accord avec ce que Nassim vient de dire ? (...)

Dans l'extrait ci-dessus, l'utilisation de la grille d'analyse (annexe 1) nous permet de mettre en évidence que l'enseignant initie la discussion, qu'il incite les élèves à se positionner quant à la réponse, aux stratégies mises en œuvre par un autre élève et que cela lui permet de s'assurer que chaque élève s'est bien approprié le problème. Voici un deuxième extrait de discussion évaluative.

E s'arrête vers le groupe lorsque Nassim lui dit que les élèves du groupe croient avoir trouvé une réponse. La recherche a débuté depuis 19 minutes.

Nassim : c'est les nombres impairs qui sont ouverts. Parce que chaque cellule

E (*coupe Nassim*) : donc ça s'appelle une conjecture ou une hypothèse de travail. Tu peux la nommer quelque part. Tu peux mettre idée ou hypothèse ou le mot que tu veux ...

Nassim (*coupe E*) : parce que chaque cellule a eu son même numéro de cellule en demi-tours.

E : oui.

Nassim : donc si c'est un nombre impair, comme 3, et ben il a eu 3 demi-tours, du coup ça revient au même, c'est ouvert.

E : alors tu peux noter ça. Parce que dans la rédaction c'est ça qui nous intéresse, c'est quelles sont les idées que vous avez. Après qu'elles soient justes ou fausses c'est pas grave, c'est comment vous allez relater ça. Donc il y en a un des trois qui doit écrire cette idée. Soit c'est Nassim parce que c'est lui qui me l'a dite, mais il faut noter. (...)

Ici, c'est l'élève qui initie la discussion en posant indirectement à l'enseignant la question de la validité de son raisonnement et de la justesse de son résultat intermédiaire. L'enseignant identifie et met en mots ce que l'élève a fait. Il met l'accent sur la notion de conjecture et donc sur l'action de généraliser en tant qu'action scientifique de l'élève. L'enseignant met ensuite en avant certains critères d'évaluation, en particulier la non prise en compte du fait que l'élève ait trouvé ou non une solution au problème, et l'importance du caractère complet de la narration.

5. Quelques résultats

À l'issue de l'analyse de ces deux séances, nous donnons quelques éléments de réponse relatifs à nos quatre grandes questions. Concernant le recueil d'informations, les élèves sont, tout autant que l'enseignant, à l'origine des discussions évaluatives. Les informations recueillies ne portent cependant pas sur les mêmes aspects : lorsque les élèves initient une discussion, leurs questions visent essentiellement à s'assurer de leur bonne compréhension du problème ou de la justesse de leurs résultats, tandis que lorsque l'enseignant initie la discussion, il cherche à connaître les stratégies, les procédures mises en œuvre par les élèves, ou à les amener à expliciter, à mettre en mots leurs stratégies, pour eux-mêmes ou leurs pairs. L'enseignant s'appuie très souvent sur des discussions en cours entre élèves pour initier une discussion. Il répond très rarement directement aux questions posées, sauf si celles-ci concernent des éléments ponctuels de compréhension du problème. Il veille cependant à ce que chacun ait compris les stratégies proposées par les autres et amène très souvent un élève à être une ressource pour ses pairs ou lui-même (il renvoie par exemple la question posée à un autre élève, ou encore il demande à l'élève de se positionner quant à la validité de la réponse ou de la stratégie proposée par un autre élève). Concernant les savoirs, les notions mathématiques en jeu dans ces discussions, nous notons qu'il n'y a que peu d'éléments de résolution de problèmes mis en avant. Lorsqu'il y en a, ceux-ci sont en lien avec le choix de la représentation du problème, les notions de conjecture et de preuve, et l'aspect narratif.

6. Conclusion

La mise en œuvre de la grille d'analyse présentée ici nous donne des informations quant aux pratiques d'évaluation formative informelle de l'enseignant observé. Nous relevons en particulier que les informations recueillies directement par l'enseignant (c'est-à-dire lorsqu'il est à l'origine de la discussion) sont relatives aux stratégies, aux procédures mises en œuvre par les élèves tandis qu'il recueille indirectement (lorsque les élèves initient la discussion) des informations quant à leur compréhension du problème et à leurs résultats. De plus il ressort que cet enseignant accorde une responsabilité importante à l'élève dans la validation des résultats, des stratégies mises en œuvre par ses pairs ou lui-même. Il fait de l'élève une ressource pour lui-même et ses pairs, ce qui est un des éléments qui favorise la dimension formative de l'évaluation. Nous avons par la suite analysé les discussions évaluatives entre l'enseignant et les autres groupes d'élèves. Les résultats tendent à confirmer ceux que l'on vient d'énoncer. L'utilisation d'une telle grille semble pouvoir donner des pistes pour améliorer notre connaissance des pratiques d'évaluation formative informelle des enseignants.

ETUDE DES INTERACTIONS LORS DES MISES EN COMMUN DANS LE CADRE D'UN ENSEIGNEMENT DE MATHÉMATIQUES FONDE SUR L'INVESTIGATION DES ÉLÈVES

1. La problématique

Cette étude s'inscrit dans le projet de recherche européen ASSIST-ME (*Assess Inquiry in Science, Technology & Mathematics Education*), qui porte sur les méthodes d'évaluation qui permettent de soutenir les enseignements fondés sur l'investigation des élèves. En France (Académie de Grenoble), ce projet est adossé à un lieu d'éducation associé – le LéA EvaCoDICE (Évaluation par compétences dans les démarches d'investigation au collège et à l'école) – qui permet une recherche collaborative entre enseignants de quatre écoles primaires et deux collèges et une équipe de recherche pluridisciplinaire, constituée de chercheurs (et formateurs) de l'École Supérieure du Professorat et de l'Éducation, en sciences de l'éducation et en didactique des disciplines scientifiques. La suite du texte se centre sur la recherche au sein de l'équipe de mathématiques. Elle comporte une formatrice-chercheuse en didactique des mathématiques, deux enseignants du premier degré (élèves de 9-10 ans) et quatre du second degré (élèves de 11 ans).

Le projet de cette équipe est de concevoir un enseignement de mathématiques fondé sur l'investigation des élèves (désigné par EMI) (Gandit, 2015; Lepareur, Gandit, & Grangeat, 2017). Au niveau macroscopique, du côté professeur, un EMI se définit suivant quatre variables (non indépendantes). La première, la problématisation des savoirs, renvoie à la question suivante : dans quelle mesure, donnée par des indicateurs relatifs au type de tâche et au contrat didactique, le questionnement proposé à la classe est-il épistémologiquement pertinent par rapport aux savoirs visés et place-t-il chaque élève dans une posture d'incertitude ? La deuxième variable est la richesse du milieu de l'élève, particulièrement au sens de *contexte cognitif de l'action scientifique*, défini par Sensevy et Mercier (2007, p. 23) : dans quelle mesure le milieu de chaque élève contient-il des connaissances, qui peuvent lui permettre d'agir scientifiquement ? Mais aussi dans quelle mesure ce milieu s'enrichit-il ? La responsabilité scientifique, dévolue à l'élève, constitue la troisième variable. Elle est relative à la question suivante : dans quelle mesure, donnée par des indicateurs relatifs au contrat didactique, le professeur permet-il à chaque élève d'exprimer librement ses idées scientifiques, fait-il la dévolution à la classe d'une responsabilité scientifique, instaure-t-il un climat favorable au débat scientifique ? Enfin la quatrième variable est l'explicitation des apprentissages visés. En référence aux différents ordres de connaissances introduits par

Sackur *et al.* (2005), nous distinguons ainsi les connaissances d'ordre I que sont les définitions, les théorèmes, les propriétés des objets mathématiques, des connaissances d'ordre II que constituent les méthodes de travail sur les objets mathématiques, leurs représentations, les raisonnements. De plus, un EMI doit permettre des actions scientifiques potentielles de la part des élèves, comme elles sont décrites en quatre catégories dans le tableau 1 (voir partie précédente).

Comme au niveau pluridisciplinaire dans le projet ASSIST-ME, le levier envisagé pour soutenir les enseignants de mathématiques dans la mise en œuvre d'un EMI est l'évaluation formative.

Inquiry teaching requires the formative use for assessment; both aim to develop learning with understanding and understanding of learning. A key component of [professional development] experiences is, then, to enable teachers to use assessment to support active learning, ensure progress in learning and encourage students to take responsibility for identifying what they need to do to achieve the goals of their activities. (Harlen, 2013, p. 24)

Différents outils d'évaluation formative ont ainsi été élaborés et expérimentés au cours du projet (Gandit & Lepareur, 2016). Tout d'abord un *tableau de progression* : il permet, d'une part, au professeur d'explicitier des connaissances d'ordre II, d'autre part, à chaque élève, de se situer, à différents moments, par rapport à ce qui est attendu et aussi de se voir progresser. Nous présentons comme deuxième outil d'évaluation formative la *mise en œuvre d'un débat scientifique* (Legrand, 1990). Ce type de débat permet en effet, à l'enseignant, de suivre l'avancement du savoir dans la classe et à chaque élève, potentiellement, de se situer par rapport à la question traitée. Afin d'aider le professeur dans cette mise en œuvre du débat – qui n'est pas simplement un jeu de questions-réponses entre l'enseignant et quelques élèves – nous introduisons comme troisième outil d'évaluation formative, une *fiche d'aide au démarrage du débat* : elle est distribuée aux élèves lors de la séance qui précède la séance de débat, après la recherche du problème de départ et la communication à toute la classe de la liste des réponses qui émergent de l'investigation. Dans cette fiche, pour au moins deux ou trois réponses, chaque élève donne son avis et le justifie. Les fiches sont relevées et annotées par le professeur, sur le plan de l'engagement de l'élève dans l'argumentation, et non pas sur la justesse des arguments : des encouragements sont notifiés à l'élève afin de le pousser à proposer son argument lors du débat, même si celui-ci est faux, mais intéressant pour le débat. Le professeur peut ainsi mieux anticiper les arguments et se rendre compte du niveau d'argumentation des élèves. Chaque élève pourra ensuite, après le débat, se référer à cette fiche pour évaluer son argumentation. Enfin ce que nous présentons comme quatrième outil d'évaluation formative, c'est la construction, avec les élèves, d'une *institutionnalisation en deux temps et de deux ordres* (ordres I et II) : le premier temps correspond à la clôture de chaque phase de l'ingénierie (institutionnalisation locale), le second temps à la synthèse finale (institutionnalisation globale). Ainsi les moments de mise en commun que nous étudions dans ce texte correspondent aux deuxième et quatrième outils : le débat scientifique sur les réponses au problème *du Parc* et les phases d'institutionnalisation.

Nous étudions ainsi, au niveau microscopique du déroulement de la séance, dans quelle mesure les interactions didactiques dans la classe, dans le cadre d'un enseignement de mathématiques fondé sur l'investigation, étayé par des outils d'évaluation formative, révèlent des actions scientifiques de la part des élèves et des apprentissages dans les moments de débat et d'institutionnalisation.

2. La méthodologie

L'analyse proposée ici porte sur plusieurs phases issues des diverses expérimentations en classe (une vingtaine sur deux années dans des sites différents, élèves de 9 à 12 ans), d'une ingénierie didactique relevant d'un EMI, du nom du problème sur laquelle elle débute, *Le Parc* (http://webcom.upmf-grenoble.fr/sciedu/evacodice/page7_Maths.html).

À partir d'un problème de mesure de l'aire d'une surface, il s'agit, d'une part, de faire comprendre aux élèves la multiplicité des écritures d'un nombre (écriture fractionnaire, écriture décimale, somme d'un nombre entier et d'une fraction, différence d'un nombre entier et d'une fraction, multiplicité des écritures sous la forme de fractions... connaissances d'ordres I et II). D'autre part, les modalités d'enseignement doivent permettre aux élèves de s'engager dans des investigations et déboucher sur une institutionnalisation leur permettant d'accéder à des connaissances relatives aux méthodes de recherche et de validation en mathématiques (essentiellement des connaissances d'ordre II). Dans ce problème, les connaissances d'ordre I en jeu portent aussi sur les aires. L'objet du problème est en effet la mesure de l'aire d'une surface quadrillée en carreaux tous identiques (figure 1) et comportant des trous (la surface comporte 118 carreaux). Les parties du quadrillage plus sombres (figure 1) seront utilisées au cours de la séquence pour des questions de réinvestissement. La mesure de l'aire doit être donnée avec une unité de 12 carreaux (ces carreaux sont identiques à ceux du quadrillage), disposés comme sur la figure 1.

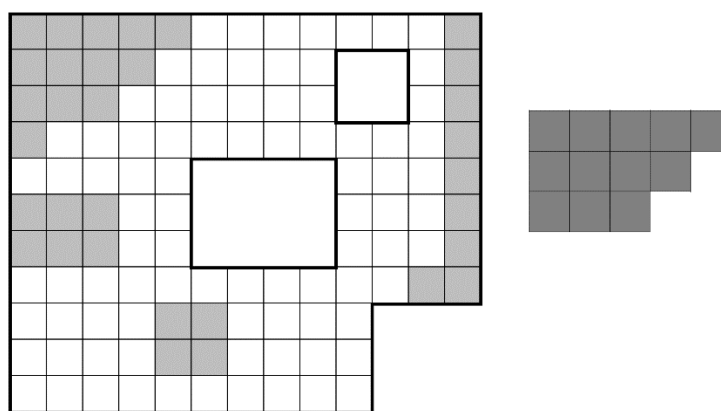


Figure 1 – La surface quadrillée et le gabarit qui donne l'unité d'aire à utiliser

La question telle qu'elle est posée aux élèves est la suivante : « La grille représente un parc, avec des massifs de fleurs, dans lequel se trouvent des bâtiments. Les massifs de fleurs sont représentés en gris clair. Les trous dans la grille représentent les bâtiments. On veut mesurer l'aire du parc (sans les bâtiments) avec une certaine unité d'aire. Cette unité d'aire est l'aire de la surface gris foncé qui se trouve à la figure 1 ».

La figure 2 résume les stratégies envisagées de la part des élèves, qu'on peut décrire en deux classes – même si celles-ci ne sont pas disjointes – chacune d'elles reposant sur une représentation (Julo, 2002) différente du problème de mesure de l'aire de la surface quadrillée. On peut en effet saisir immédiatement que la forme du gabarit, qui donne l'unité d'aire, n'a pas d'influence sur la résolution du problème et qu'il s'agit seulement d'un problème de dénombrement de carreaux, le carreau étant alors considéré, soit comme une unité d'aire intermédiaire, soit comme une unité d'aire finale (cette deuxième possibilité ne correspondant cependant pas à la question telle qu'elle est posée). Mais on peut aussi considérer qu'il s'agit d'un problème de pavage d'une surface à l'aide d'un gabarit, celui-ci étant vu comme un tout indivisible ou bien comme pouvant être découpé. Les connaissances en jeu dans ces différentes représentations ne sont pas les mêmes ; elles sont désignées dans la figure 2, qui montre également les diverses réponses qu'on peut obtenir dans une classe. Par exemple, il est prévisible qu'un élève qui donne la réponse « 118 carreaux » aura un certain chemin cognitif à parcourir pour être en mesure de comprendre la réponse « $9 + 10 / 12$ unités ». Il faudra s'attendre, au cours du débat prévu sur toutes ces réponses à des résistances de la part des élèves à entrer dans la pensée des autres, dès lors que la représentation du problème n'est pas la même que la leur.

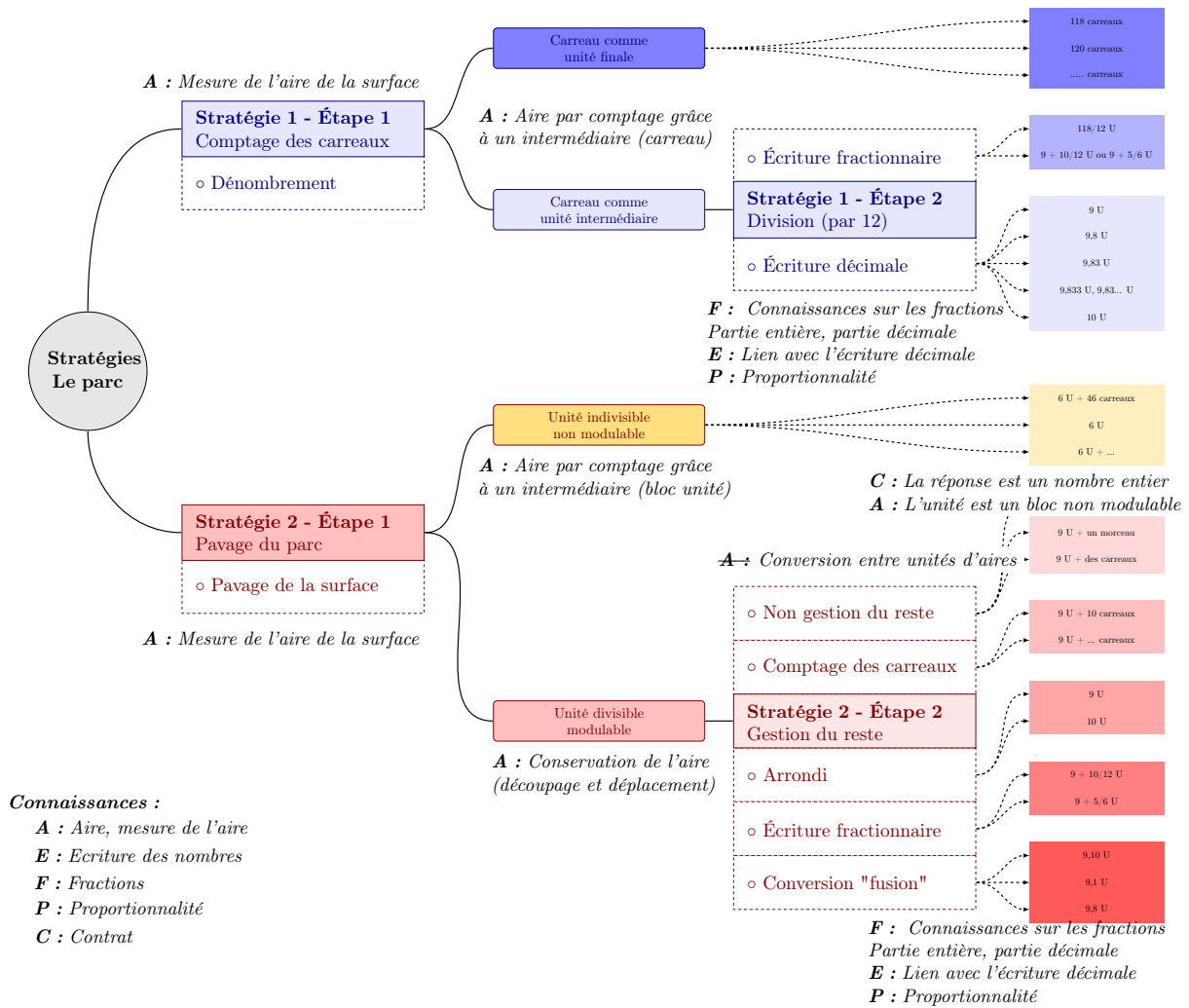


Figure 2 – Analyse a priori du problème

Outre les stratégies envisageables, la figure 2 pointe les connaissances en jeu. D'autres connaissances, plus spécifiquement d'ordre II, sont en jeu dans l'investigation sur ce problème, comme les principes qui régissent l'argumentation en mathématiques, l'utilisation du contre-exemple, l'utilisation de la transitivité de l'égalité, les changements de registres...

L'ingénierie *du Parc* se décrit en plusieurs phases (une phase ne correspond pas à une séance), de la manière suivante (en tout sept séances d'environ une heure) : 1) La recherche du problème, par binômes d'élèves, et le recueil au tableau des réponses ; cette phase se clôt sur l'utilisation par les élèves de la *fiche d'aide au démarrage du débat*. 2) La *mise en œuvre d'un débat scientifique* sur les réponses obtenues dans la classe à laquelle on ajoute des réponses indispensables telles que « $9 + 10/12$ unités » ou « $118/12$ unités », si celles-ci n'apparaissent pas spontanément dans la classe ; cette phase se termine par une institutionnalisation courte sur les connaissances d'ordre I, mais aussi d'ordre II, avec l'aide du *tableau de progression*, celui-ci pouvant être utilisé à deux reprises au cours de cette phase. 3) Le réinvestissement des connaissances dans un travail de groupe, avec production d'affiches, portant sur la mesure de l'aire des massifs de fleurs, représentés par les parties du quadrillage en gris (figure 1). Le *tableau de progression* est à nouveau utilisé dans cette phase, à l'issue du débat sur les productions des affiches. 4) Une *phase d'institutionnalisation* et de préparation au contrôle des connaissances, qui doit avoir lieu plus tard (après le début d'une autre séquence), à cause du décalage incontournable entre le temps d'enseignement et le temps d'apprentissage. C'est ainsi au cours des phases 2) et 4) que sont prises les données

concernant les interactions didactiques. Les séances concernant *le Parc* sont filmées – une caméra sur l'enseignant et sur la classe, une autre caméra sur un groupe d'élèves – et retranscrites.

Pour analyser, au niveau microscopique, les transcriptions et les vidéos, est utilisée une grille (annexe 3) construite à partir des propositions de Ruiz-Primo et Furtak (2007, p. 61) et de la description de l'activité scientifique de l'élève (Gandit, 2015) déjà présentées dans la première partie de ce texte. Dans ce texte, l'analyse est centrée essentiellement sur l'activité mathématique des élèves qu'on peut saisir au travers de leurs échanges verbaux (tableau 3).

S – L'élève (désigné par E) agit → STUDENT	
E propose une réponse très courte.	S1
E justifie, précise, reformule un raisonnement, donne une raison, une méthode ou un argument.	S2
E donne un exemple, un contre-exemple.	S3
E explique comment il ou elle a obtenu une conjecture, une idée.	S4
E questionne (un autre élève ou la classe) concernant le sujet en discussion.	S5
E questionne le professeur concernant le sujet en discussion.	S6
E donne son avis sur le sujet en question, exprime son accord ou désaccord.	S7
E exprime son indécision, son ignorance.	S8
E exprime ce qu'il ou elle a compris ou appris.	S9
E intervient de manière spontanée, sur le sujet en cours, sans répondre directement au professeur.	S10

Tableau 3 – Grille d'analyse de l'activité verbale des élèves

Les codes visibles dans le tableau 3 ne traduisent pas tous une action scientifique de la part d'un élève. Si c'est le cas pour les codes S2, S3, S4, ce peut ne pas l'être nécessairement pour les autres codes. Par exemple, le code S1 peut être lié à un *effet Topaze* au sens de Brousseau, mais peut aussi indiquer une réponse qui émane d'un raisonnement correct ; de même S8 peut traduire une indécision à la suite d'une réflexion ou être le résultat d'un refus de travail. Les codes S7, S9, S10 correspondent à la manifestation d'un intérêt pour la question mathématique étudiée dans la classe et peuvent être considérés comme des indices d'action scientifique. Les codes S5 et S6 peuvent indiquer un questionnement scientifique ou non. Ainsi ces codes indiquent une partie de ce qu'on peut saisir de l'attitude visible des élèves, l'essentiel de leur activité restant cachée.

Les deux extraits analysés dans la suite sont issus des expérimentations en classes de sixième (élèves âgés de 11 ans) menées par deux enseignants que nous désignons par Thibaut et Myriam. Le premier extrait correspond à une phase de débat, dans la classe de Thibaut, le second extrait correspond à la séance d'institutionnalisation finale, dans la classe de Myriam. Les transcriptions de ces extraits sont décomposées en lignes, chaque ligne correspondant à une réplique de la part du professeur ou d'un élève. À chacune de ces lignes, nous associons un ou plusieurs codes, suivant le contenu de la réplique, comme le montre le tableau 3. La mise en œuvre de la méthodologie est seulement explicitée pour le premier extrait. On présente ensuite quelques résultats sur cet extrait. Concernant le second extrait, on rend seulement compte des résultats obtenus suivant cette même méthodologie.

3. Des résultats particuliers concernant les interactions didactiques lors d'une phase de débat

Le premier extrait correspond à une *scène* (au sens de Sensevy & Mercier, (2007, p. 26)) que l'on désigne par « le débat sur la réponse 118 /12 unités d'aire (notée u) », prévue dans l'analyse *a priori*. Dans la classe de Thibaut, cette réponse n'ayant pas été proposée par un élève de la classe, elle est introduite comme venant d'une autre classe.

On décrit cette scène en six moments (le tableau 4 montre les deux premiers moments), chacun d'eux correspondant à des cycles de codes particuliers. Nous rappelons que l'étude est centrée ici sur les élèves, donc sur les codes de type S.

Un extrait de la séance du 6 janvier 2015, classe de Thibaut, débat sur la réponse 118/12 unités d'aire.		codage				moments	
1	P La réponse suivante qui venait d'une autre classe, du coup, c'est 118 douzièmes d'unité d'aire. Alors là, j'aimerais que vous y réfléchissiez bien [P l'écrit au tableau] et que vous vous positionniez par rapport à ça. 118 unités d'aire, hein ? 118 douzièmes, pardon, d'unités d'aire... 118 douzièmes d'unités d'aire, qui pense que c'est une bonne réponse ?	E10				Succession de 3 cycles ESR	1) Les premiers votes sur la réponse 118/12 u.a.
2	Un élève (Thomas) lève la main, on entend un élève qui dit que c'est faux.	S7					
3	P Un élève pense que c'est une bonne réponse [P le note au tableau]. Qui pense que c'est une mauvaise réponse ?	R7	E10				
4	Dix élèves lèvent la main.	S7					
5	P Donc on en a deux, trois, quatre, six, huit, neuf, dix [P le marque au tableau]. Et qui ne sait pas ?	R7	E10				
6	Dix élèves lèvent la main.	S9					
7	P En principe on en a 10. Deux, quatre, six. Dix, c'est ça. [P l'écrit au tableau]. Allez, Thomas, on t'écoute.	R7	E3			Succession de cycles SR : interventions spontanées des élèves et reformulation du professeur	2) Etude d'un argument (celui de Thomas) favorable à la réponse 118/12 u.a.
8	Thomas 118 douzièmes, c'est... c'est, en fait, ce qu'il faut faire pour trouver le nombre d'unités d'aire. Donc c'est un peu une bonne réponse.	S2					
9	P C'est un peu une bonne réponse ou c'est une bonne réponse ?	R1	R5				
10	Thomas Euh... Plutôt une bonne réponse.	S7					
11	P Plutôt une bonne réponse, et pourquoi ?	R1	R5				
12	Thomas Parce que en fait ça t'aide à... à trouver la bonne réponse... entièrement.	S2					
13	P Entièrement ?	R1					
14	E Oui, mais c'est pas la réponse...	S10	S7				
15	E' C'est un début...	S10	S7				
16	E' C'est un début de la réponse, mais c'est pas toute la réponse.	S10	S7				
17	E Parce que là, il l'a proposé comme une... une réponse, il l'a pas proposé pour quelque chose qui va ramener..., qui va nous aider.	S10	S7				
18	E' Oui.	S10	S7				
19	E' Donc cette personne, elle croit que c'est la bonne réponse.	S10	S7				
20	P C'est un début de réponse. Pourquoi tu dis que c'est un début de réponse ?	R1	R5				
21	Thomas Parce que, en fait, euh..., c'est... euh... un nombre décimal, c'est pas...	S2					
22	P Qu'est-ce qui est un nombre décimal ?	R5					
23	Thomas Euh... 118 douzièmes.	S1					
24	P C'est un nombre décimal ? Pourquoi tu dis que c'est un nombre décimal ?	R1	R5				
25	Thomas Ah, non, je suis en train de me tromper.	S7					
26	P T'es en train de te tromper ? Sur, sur le terme "nombre décimal" ? C'est ça ? T'en es pas sûr que c'est un nombre décimal ? Non ? Mais c'est quoi comme nombre, 118 douzièmes ?	R5	E9				
27	E1 [inaudible]	S2					
28	P Comment ? Parce que... après... tu dis que c'est une bonne idée, c'est que t'as... tu penses savoir comment l'élève a trouvé ça, non ? Il aurait trouvé ça comment ?	R5					
29	Thomas Ben... il aurait compté le nombre de carreaux et ensuite il aurait divisé par 12, pour... euh... pour trouver le... le nombre d'unités d'aire.	S4					
30	Sagida Oui, mais est-ce que c'est la réponse ?	S10	S5				
31	P Donc toi ton idée... mais... Sagida... Je vous rappelle qu'ici, on vous demande pas juste votre réponse. On vous demande de réfléchir à toutes les réponses, hein ? Donc là y a une réponse qu'on n'a pas... que Thomas découvre et il essaie de se dire si cette réponse, elle est possible ou pas ? Donc l'argument de Thomas, c'est de dire qu'y a, c'est vrai car il y a 118 carreaux [P écrit en même temps au tableau] en tout... et... dans une unité d'aire, il y a... 12 carreaux. Alors ...	U2	U9	R3			
32	On voit un élève lever la main.						
33	P Voilà, c'était pas évident pour Thomas qui était le seul dans les bonnes réponses, hein... donc il fallait trouver l'argument. Un argument pour dire que c'est pas une bonne réponse... que c'est une mauvaise réponse ?	U9	E3				

Tableau 4 – Codage de deux moments de la scène du débat sur la réponse 118/12 u.

1) *Les premiers votes sur la réponse 118/12 u* : un élève (Thomas) considère que la réponse 118/12 est une bonne réponse, dix élèves pensent qu'il s'agit d'une mauvaise réponse et dix élèves ne savent pas trancher ; ce premier moment correspond à une succession de trois cycles « ESR », montrant que les élèves donnent leur avis, expriment leur accord ou leur désaccord avec ce qui se dit dans la classe (interventions de type S7 et S9, visibles dans le tableau 4).

2) *Etude d'un argument favorable à la réponse 118/12 u* : « 118 douzièmes, c'est... c'est, en fait, ce qu'il faut faire pour trouver le nombre d'unités d'aire. Donc, c'est un peu une bonne réponse » (ligne 8 dans le tableau 4) ; on relève dans cet argument, donné par Thomas, l'idée que 118/12 traduirait davantage une opération qu'une réponse aboutie, ce qui explique le « un peu » qui précède « une bonne réponse » ; ce deuxième moment se décrit en une succession de cycles de type « SR », qui traduisent des interventions spontanées des élèves et

une activité de reformulation du professeur, suivie d'un cycle de type « ESRU », l'enseignant encourageant Thomas à argumenter et commentant cette démarche d'argumentation.

3) *Emergence d'un argument défavorable à la réponse 118/12 u* : il consiste à dire que « ça fait trop » ; cet argument montre que les élèves ne voient que le numérateur de la fraction et ne tiennent pas du tout compte, ni du fait qu'il s'agit d'une fraction, ni du dénominateur ; le fait qu'une partie des réponses soit inaudible rend difficile le codage de ce troisième moment (à peu près un cycle de type « ESR »).

4) *Arrivée d'un second argument défavorable à la réponse 118/12 u* : « une fraction n'est pas un nombre » ; le codage fait apparaître un cycle de type « ESRU », suivi de multiples interventions spontanées de la part des élèves (S10, S1, S7), sans que le professeur n'intervienne, ainsi que trois interventions de type S2, ce qui note une entrée dans l'argumentation mathématique.

5) *Les seconds votes sur la réponse 118/12 u* : cinq élèves considèrent à ce moment-là que la réponse 118/12 est une bonne réponse, neuf élèves pensent qu'il s'agit d'une mauvaise réponse et sept élèves ne savent pas trancher ; ce cinquième moment se code suivant cinq cycles « ESR », on retrouve la même structure que celle du premier moment.

6) *La conclusion sur une question sans réponse* : le professeur ne valide pas 118/12 u, il laisse la question ouverte, parce qu'à peine un quart de la classe reconnaît cette réponse comme correcte.

Ainsi, si la progression de la compréhension de la réponse 118/12 u (et plus largement de la notion de fraction) reste lente au cours de cette phase de débat, on peut tout de même déceler des indices d'actions scientifiques de la part des élèves ou au moins d'attitude favorable à une action scientifique. Nous retenons en effet, dans cette scène de débat sur la réponse 118/12 u, 67 codes correspondant à des interventions d'élèves (de type S, tableau 3), avec cette restriction que chaque réponse collective n'est codée que par un seul code (par exemple, pour six élèves qui donnent leur avis, on ne compte qu'une seule fois S7). Parmi ces 67 codes, 16 % relèvent d'une argumentation scientifique, 3 % marquent un questionnement, environ 39 % indiquent que les élèves donnent leur avis et 31 % correspondent à des interventions spontanées de la part des élèves.

4. Des résultats particuliers concernant les interactions didactiques lors de la phase d'institutionnalisation finale du Parc

Le second extrait couvre toute une séance, bien que l'enseignante Myriam ait annoncé que cette synthèse ne durerait pas « toute l'heure ». Elle peut se décrire en cinq scènes :

- 1) L'annonce de la synthèse et des modalités pratiques.
- 2) Le retour sur l'affirmation selon laquelle une fraction est toujours plus petite que un.
- 3) La représentation de fractions et la comparaison de $\frac{3}{4}$ et $\frac{2}{3}$.
- 4) L'écriture décimale des fractions.
- 5) Les différentes écritures du nombre « un demi » et la somme de deux fractions.

Le codage de chaque scène fait apparaître une structuration différente des interactions entre la professeure et les élèves. L'enseignante fait des interventions de type « U », qui amènent à des cycles de type « ESR ». Les interactions entre élèves ne sont pas favorisées, il s'agit d'un « cours dialogué ». On note un mélange de synthèse de ce qui a été vu dans la séquence et d'exercices pour favoriser l'appropriation des résultats. Chaque scène débute par une recontextualisation de la part de l'enseignante : elle rappelle un contexte vécu par la classe au cours de la séance pour aboutir à un élément de la synthèse. Par exemple, la scène 4) débute par :

« Eh ben, c'est pas le moment. Passer de l'écriture décimale à l'écriture fractionnaire. Alors là... Je suis sûre que vous avez appris plein de choses... si je vous donne un virgule deux... À un

moment... euh... euh... c'était Hugo, je crois, ... non, c'était Gabriel encore... qui nous avait proposé que un demi, c'est la même chose que un virgule deux. Comment on peut l'écrire un virgule deux autrement ? Est-ce que c'est un nombre un virgule deux ? »

L'institutionnalisation porte essentiellement sur des connaissances d'ordre I. Seul le discours sur la représentation, à l'aide d'un diagramme circulaire, d'une fraction plus petite que l'unité relève d'une institutionnalisation sur une connaissance d'ordre II. Bien d'autres connaissances d'ordre II cependant auraient pu être institutionnalisées au cours de cette séance. Celle-ci a en effet comporté des actions scientifiques de la part d'élèves, dont la plupart d'entre elles ne sont pas relevées par l'enseignante : la preuve par un exemple d'une possibilité (une fraction peut être plus petite que un) ; l'invalidation par un contre-exemple d'une affirmation (une fraction est toujours plus petite que un) ; la preuve que deux fractions, inférieures à un, ne sont pas égales par le fait que leurs compléments à un ne sont pas égaux ; deux preuves de l'égalité des deux fractions $6/12$ et $5/10$, l'une reposant sur un raisonnement de proportionnalité, l'autre sur la transitivité de l'égalité ($6/12 = 1/2$ et $5/10 = 1/2$) ; enfin l'explicitation d'une *règle en acte* selon laquelle la somme de deux fractions est égale à la fraction dont le numérateur est la somme des deux numérateurs et le dénominateur la somme des deux dénominateurs et son invalidation par un contre-exemple.

5. Des résultats plus généraux

Cette institutionnalisation finale (modalité d'évaluation formative très nouvelle pour les enseignants), telle qu'elle est proposée par Myriam, montre davantage des actions scientifiques de la part des élèves que le débat, tel qu'il est animé par Thibaut.

Pour cette phase d'institutionnalisation, les mises en œuvre des différents enseignants de l'équipe sont très variées. La plupart d'entre eux insistent davantage sur les connaissances d'ordre I que sur les connaissances d'ordre II. Ces mises en œuvre comportent néanmoins deux points communs : une recontextualisation débute chacune des scènes et les élèves interviennent.

Les enseignants découvrent véritablement, au cours de cette séance d'institutionnalisation, que c'est un outil pertinent d'évaluation, qui va au-delà de ce qu'ils pensaient au départ. Enfin la mise en place de débats et de ces institutionnalisations à deux niveaux et de deux ordres sont des moyens d'enrichir le milieu de l'élève sur le plan de l'action scientifique.

ÉVALUATIONS ENTRE PAIRS EN MATHÉMATIQUES DANS LE CADRE D'UN PROBLÈME COMPLEXE : ANALYSE DE L'ÉVOLUTION DE RÉPONSES D'ÉLÈVES

1. Introduction et éléments théoriques

Toujours dans le cadre du projet ASSIST-ME, le problème du Parc (figure 1) a également été l'occasion de tester un dispositif d'évaluation entre pairs portant sur les réponses produites lors de la première partie de la résolution (détermination de l'aire du parc avec l'unité d'aire proposée). À la suite de Allal (1999), nous soulignons l'importance pour les élèves de développer des compétences leur permettant d'évaluer leur propre travail et nous pensons que l'évaluation entre pairs participe au développement de ce type de compétences.

En s'autoévaluant, l'élève est amené à expliciter ses représentations, à réfléchir sur ses stratégies, à confronter ses démarches avec celles d'autres élèves, à intégrer des critères externes dans ses cadres de références, à gérer activement les relations entre les différentes tâches à accomplir. (p. 43)

En effet, l'évaluation par les pairs est selon nous un moyen d'entrer dans les questions de validation de réponses. Elle conduit l'élève à mobiliser ses connaissances non plus pour résoudre mais pour valider. Enfin il nous semble qu'il est plus facile pour un élève, dans un premier temps, d'avoir un regard critique sur les productions de ses pairs que sur sa propre

production. Black et al. (2004) précisent que différentes organisations sont possibles, le principe étant que les élèves soient placés en position de réfléchir sur la validité de la production (orale ou écrite) d'au moins un de leurs camarades. Cependant quelle que soit la forme choisie, introduire l'évaluation par les pairs (de même que l'auto évaluation) dans l'enseignement ne va pas de soi car cela nécessite un changement des responsabilités des élèves et du professeur pour la validation. Ainsi le professeur doit accepter de ne pas en être le seul responsable et l'élève doit non seulement produire une réponse mais être capable de trouver des arguments, qu'on espère mathématiques, pour la défendre. Nous faisons l'hypothèse que mettre en discussion d'autres réponses que celle produite par un élève donné pourrait avoir un effet sur les connaissances mobilisées. Comme précisent Amade-Escot et Venturini (2009) nous pensons qu'il y a ainsi co-construction d'un milieu didactique pour la validation qui devrait amener à des apprentissages.

Ainsi on voit que les questions liées à l'évaluation entre pairs peuvent être analysées en termes de contrat (l'élève doit non seulement résoudre le problème mais aussi se prononcer sur la validité des réponses des autres) et de milieu (qui est alors enrichi par l'introduction d'autres réponses). Or, comme le souligne Perrin Glorian (1999), il ne suffit pas d'introduire de nouveaux objets dans le milieu pour que les rétroactions soient pertinentes et qu'elles puissent avoir un effet sur les connaissances des élèves. Autrement dit, comme montré par Schubauer-Leoni et al. (2007), il se peut que le milieu ne fasse pas milieu.

Si le rapport personnel de certains élèves n'est pas idoine au rapport institutionnel, ces objets de savoir placés dans le milieu de la situation didactique risquent de ne pas pouvoir apporter les rétroactions attendues aux actions de l'élève. Pour ces élèves, la situation didactique ne permettra pas l'apprentissage prévu : la dévolution ne peut se faire convenablement du fait de l'absence dans les connaissances disponibles de l'élève d'éléments supposés dans le milieu (...) Dans ce cas le milieu avec lequel agit l'élève n'est pas le milieu construit par l'enseignant. (Perrin Glorian, 1999, p. 294)

L'étude que nous avons menée (Coppé & Moulin, à paraître) vise à analyser les apports de ce type de dispositif en interrogeant notamment la capacité des élèves à se positionner sur la validité ou l'invalidité de réponses qu'ils n'ont pas produites. En nous appuyant sur une double analyse *a priori* et une caractérisation des arguments que les élèves peuvent produire lors de l'évaluation par les pairs, nous avons étudié le positionnement des élèves sur les réponses de leurs camarades en nous intéressant plus particulièrement à l'évolution de ce positionnement suite à un débat collectif qui a eu lieu dans la classe. Nous avons tout d'abord noté que les types d'arguments utilisés par les élèves évoluaient positivement. Ainsi, avant le débat, nous avons relevé une grande quantité d'arguments reposant sur une comparaison entre la réponse à évaluer et la réponse produite initialement par l'élève : « c'est vrai parce que j'ai trouvé la même chose » ou, à l'inverse, le rejet lorsque la réponse était différente (ce que nous analysons comme un effet de contrat « il ne peut pas avoir plusieurs réponses »). Après le débat, les arguments produits étaient, à défaut d'être toujours valides, plus en lien avec le problème faisant ressortir une analyse plus approfondie de ces réponses.

Pour ce qui est des réponses particulières les évolutions ne sont pas aussi nettes

Nos analyses *a posteriori* montrent que la possibilité pour un élève d'entrer dans l'évaluation des réponses des autres ou dans le débat dépend de sa stratégie initiale et de la possibilité qu'elle lui offre de se projeter dans les autres réponses et stratégies. On peut noter que le milieu matériel a permis la validation des réponses sur le nombre de carreaux ou sur les pavages grâce au recomptage. Pour les réponses comme « 118/12 U » ou des réponses décimales, la validation ne pouvant être qu'intellectuelle, nous avons pu constater que le milieu n'a pas pu remplir sa fonction. En effet, lors de la phase de validation, certains élèves ne parviennent pas à mobiliser des connaissances sur les aires ou sur les écritures fractionnaires autres que celles déjà utilisées pour résoudre le problème. Par conséquent, ils ne peuvent pas se prononcer sur les autres réponses, la validation nécessitant, comme nous l'avons indiqué dans nos analyses, des connaissances supplémentaires par rapport à la résolution. (Coppé & Moulin, à paraître)

Les difficultés des élèves à se positionner et l'évolution très limitée (et parfois même la mauvaise évolution) de ce positionnement malgré des échanges riches lors du débat nous conduisent à nous interroger à présent sur la nature des connaissances mobilisées par les élèves durant les différents temps de la séquence (résolution du problème, évaluation par les pairs, débat). La question que nous posons ici est donc la suivante : quels sont les liens entre les connaissances mise en jeu dans l'activité (résolution du problème) et les connaissances nécessaires à l'évaluation et à la confrontation de sa démarche avec celle des autres ?

Nous décrivons dans le point suivant le dispositif expérimental proposé à 4 classes de 6^e (10-11 ans) de la région lyonnaise (France) en 2014 et 2015 (2 collèges REP² et 2 collèges hors zone REP), puis en nous appuyant sur la double analyse *a priori* de la situation nous montrons en quoi certaines réponses peuvent être difficiles à évaluer pour certains élèves, ce qui explique que les positionnements évoluent peu.

2. Le dispositif expérimental et la méthodologie

Le tableau 5 présente le dispositif proposé aux enseignants (et donc aux élèves). Il s'inspire de dispositifs classiques utilisés dans les classes lors de résolution de problèmes à savoir une recherche individuelle puis en groupes et une mise en commun des réponses. Nous avons ajouté deux phases d'évaluation par les pairs consistant en un positionnement écrit avant et après la mise en commun ainsi qu'un vote à main levée pendant le débat.

Phase	Description
Recherche	Recherche individuelle, puis par petits groupes (environ quatre élèves) de l'aire du parc
Evaluation par les pairs	Recueil des réponses par l'enseignant (collectif). Les élèves se positionnent (individuellement, à l'écrit) sur les réponses de la classe (« vrai » / « faux » / « ne sait pas ») et justifient avec un argument à l'écrit.
Débat collectif	Vote collectif (à main levée) sur la validité de chaque réponse. Débat argumenté sur cette même réponse (ou sur un groupe de réponses), suivi d'un nouveau vote à main levée.
Evaluation par les pairs³	Les élèves se positionnent à nouveau (individuellement, à l'écrit) sur les réponses de la classe (« vrai » / « faux » / « ne sait pas ») et justifient leur avis avec un argument.

Tableau 5 – Le dispositif expérimental

Le corpus recueilli et analysé est constitué des réponses des élèves lors de la résolution du problème et des fiches d'évaluation sur lesquelles les élèves se sont positionnés sur chaque réponse. De plus, afin de suivre les interventions lors des travaux de groupes et de moments collectifs, les séquences ont été filmées avec deux caméras (une pointée sur le tableau et sur le professeur et une sur la classe) et tous les groupes d'élèves ont été enregistrés. Comme on peut le voir dans le tableau 6⁴, un grand nombre de réponses différentes apparaissent, ce qui fait la richesse de la situation mais qui a rendu les débats sur les réponses très longs.

Si l'on reprend l'analyse *a priori* présentée précédemment (fig. 2), nous avons identifié deux grands types de stratégies : celle basée sur le pavage du parc avec l'unité d'aire donnée (utilisée telle quelle ou modifiée) et l'autre, basée sur le comptage des carreaux. Nous notons que certaines réponses (vraies ou fausses) ne peuvent apparaître que pour une seule stratégie et d'autres avec les deux. On constate ainsi qu'il risque d'être difficile pour un élève de se prononcer sur une réponse qu'il n'a pas produite si celle-ci est trop éloignée de ce qu'il a fait ou compris. Les résultats obtenus lors de nos premières analyses (Coppé & Moulin, à

² REP Réseau d'Education Prioritaire

³ Cette phase ne faisait pas partie de la séquence originale, nous l'avons ajoutée pour pouvoir analyser l'évolution du positionnement des élèves à la suite du débat collectif.

⁴ Il avait été précisé aux enseignants qu'ils pouvaient introduire d'autres réponses si elles n'étaient pas apparues lors de la résolution (notamment 118/12). Dans la classe 3 nous avons donné un énoncé légèrement différent au niveau du contexte (achat de dalles de pelouse), ce qui explique les unités en dalles (d) et non en unités (u).

paraître), ont confirmé cette difficulté et nous nous intéressons donc ici à la possibilité pour un élève (qui a obtenu une réponse en s'inscrivant dans l'une ou l'autre des stratégies) d'entrer dans l'analyse de la réponse d'un de ses pairs et d'évaluer sa pertinence par rapport au problème posé.

	Classe 1	Classe 2	Classe 3	Classe 4
Réponses proposées par les élèves	118 c 120 c 108 c 133 c 719 m 9,8 u	9 u + 9 c 10 u 9u 118 c 118 : 12 = 9,83 9 u + 10 c 9 u et il reste des carreaux	9 dalles et 10 c 9 d et 10/12 11 dalles 9 d et 10 morceaux 9 d et 10/12	118 c 9 u 9 u et 10 c 10 u 9.38 u (118 : 12) 6 u et 46 /12 u 5 u et 8/12 u 3 u 63 / 12 u 54 c et 10/12 u
Réponses ajoutées par l'enseignant(e) avant le débat	118/12 9 + 10/12 u		118/12 d 9,8 dalles	
Réponses ajoutées pendant le débat		118/12 9 u et 83% u		9 u et 10/12 9,83 u (correction de 9,38) 9,10 u

Tableau 6 – Les réponses produites et celles discutées

Pour étudier les validations possibles, nous avons utilisé la typologie des processus de vérification de Coppé (1997) qui distingue :

- les processus de vérification interne (VI) mettant en jeu des savoirs ou des savoir-faire typiquement mathématiques, ne dépendant pas nécessairement de la situation dans laquelle on les utilise ;
- les processus de vérification externe (VE) qui utilisent des connaissances portant sur d'autres savoirs ou savoir-faire moins mathématiques (notamment ceux qui n'utilisent pas seulement la logique du problème mais qui dépendent davantage du contrat) seront appelés des vérifications de type externe.

Nous nous sommes également intéressées à l'adéquation (ou non) des connaissances (mathématiques) mises en jeu durant les deux temps de l'activité (résolution du problème et évaluation par les pairs). Au vu des résultats précédemment obtenus et de notre analyse *a priori* de la situation, nous faisons l'hypothèse que les difficultés des élèves à se positionner peuvent s'expliquer (du moins en partie) par un écart entre les connaissances à mobiliser pendant ces deux temps.

3. Étude de quelques réponses

Pour illustrer notre propos, nous présentons ci-dessous l'analyse de quelques exemples, sans étudier tous les cas, ce qui rendrait la lecture fastidieuse.

Un élève ayant produit la réponse 118 carreaux, pourra facilement invalider les autres réponses en carreaux en recomptant (VI) et sûrement aussi la réponse 719 m soit en disant que ce n'est pas la bonne unité (VE) ou pas le bon nombre (VI). On peut faire l'hypothèse que la réponse 118 : 12 peut induire un doute sur le fait que l'élève n'a pas utilisé l'unité d'aire donnée et dans ce cas, l'enrichissement du milieu peut provoquer une remise en cause de la réponse trouvée mais aussi de la stratégie (prendre en compte l'unité). En poursuivant son

calcul, l'élève pourra valider 9,83 et invalider 9,10 (VI). En revanche il sera certainement plus difficile de se prononcer sur les autres réponses données seules (du type 9,83 ; 9u et 10c ; 9u + 10/12 ou 118/12 qui seront donc invalidées) car elles proviennent d'une stratégie trop éloignée de la stratégie initiale de l'élève.

Un élève qui a produit la réponse $6u + 46/12$ u pourra invalider les réponses en carreaux (VE, ce n'est pas l'unité demandée ou VI, il faut utiliser l'unité d'aire). La réponse $9u + 10/12$ pourra soit être invalidée (VE, je n'ai pas trouvé pareil) soit permettre une remise en cause de la réponse initiale en réalisant que l'on peut encore paver par découpage et recombinaison de l'unité. Enfin suivant ses connaissances sur fraction et division, l'élève pourra avoir une valeur approchée de 10/12, valider 9,83 (VI) et rejeter 9,10 (VI). En revanche, nous pensons que l'élève aura des difficultés à se prononcer sur 118/12 qui est obtenue par une autre stratégie sauf en transformant l'écriture $9 + 10/12$ en 118/12.

Prenons enfin le cas de l'élève qui a trouvé 9,10 qui provient la transformation de 9u et 10 carreaux ou 9,8 qui provient de « il manque 2 carreaux pour avoir 10 unités ». Cet élève validera 9u + 10c voire $9u + 10/12$ (VI), invalidera les réponses en carreaux et les autres réponses sous forme décimale. Pour 118/12 ce sera comme le cas précédent.

À travers ces exemples, nous avons voulu souligner le potentiel didactique de ce moment d'évaluation entre pairs en montrant comment le milieu peut être enrichi par les réponses des élèves et comment, selon les réponses produites et celles à valider, le milieu peut avoir un effet sur l'évolution des réponses voire des stratégies et peut-être amener la mobilisation d'autres connaissances que celles utilisées pour produire la réponse. Cependant, ce n'est pas parce que des réponses sont ajoutées dans le milieu de l'élève que celui-ci s'en trouve nécessairement immédiatement enrichi. En effet, les analyses menées montrent que la possibilité pour un élève d'entrer dans l'évaluation ou dans le débat peut être limitée par sa stratégie initiale. Nous constatons également que les réponses ajoutées par l'enseignant (pour enrichir le débat) s'insèrent difficilement dans le milieu des élèves sans doute car elles sont trop éloignées des réponses et des stratégies proposées par ces derniers. Or certaines réponses sont produites a minima avec ce seul enjeu sans se soucier de la sa validité. Il convient donc, lors de l'élaboration ou du choix d'une situation permettant la mise en place d'un moment d'évaluation par les pairs, d'analyser finement les stratégies permettant d'aboutir aux différentes réponses. Il sera en particulier nécessaire de vérifier que les connaissances mobilisées dans chaque stratégie et les connaissances nécessaires à l'évaluation des autres réponses peuvent interagir afin que l'enrichissement du milieu soit effectif et permette l'évolution des connaissances de l'élève.

4. Résultats plus généraux

La situation proposée a bien permis aux élèves de confronter leur démarche avec celles des autres élèves, de discuter des critères de validité des réponses proposées et de la manière de justifier une démarche ou un résultat. Comme nous le souhaitions, en écho avec les travaux d'Allal (1999), il nous semble que la forme d'évaluation proposée permet aux élèves de mobiliser les compétences leur permettant de se positionner sur le travail dans un but de régulation. La mise en place de l'évaluation par les pairs et du débat a conduit à une réflexion sur l'argumentation, sur la manière dont un résultat ou une méthode se justifie. Le changement de responsabilité dans la validation des réponses (faite par les élèves et non par l'enseignant) peut conduire à une renégociation du contrat didactique de la classe.

Cependant, malgré ces aspects positifs, en particulier dans l'évolution de la qualité des arguments et l'analyse des réponses, nos résultats montrent également qu'il est nécessaire de s'interroger sur les modalités lors de l'élaboration de tels dispositifs. L'évolution positive dans la qualité des arguments des élèves, ne reflète pas la richesse mathématique perçue lors des débats. Nous avons notamment pu remarquer que les élèves ont eu du mal à abandonner

leur propre réponse et cela même lorsque le débat les a mises en défaut. Il semble que les arguments portant sur l'adéquation de la valeur de la réponse proposée avec l'aire du parc ont été plus pris en compte que les arguments portant sur l'unité d'aire choisie. Les procédures de vérification de la valeur, par comptage au tableau, visant par exemple à éliminer des réponses du type $8u + 11c$ ont conduit les élèves à valider la réponse $8u + 10c$. Enfin, les élèves initialement sans arguments ont eu tendance à reprendre mot pour mot des arguments proposés à l'oral durant le débat. Cela ne nous semble pas complètement satisfaisant et nous questionne sur la possibilité d'un réinvestissement des compétences mobilisées pendant cette séance. Il nous semble qu'un travail nécessaire à conduire à présent est une analyse fine des débats ayant eu lieu dans les classes en questionnant notamment la manière dont les arguments se créent et évoluent au cours du débat et en s'interrogeant sur les possibilités pour les élèves de les réinvestir immédiatement ou à plus long terme.

CONCLUSION

Ce travail fait sur l'évaluation dans deux cadres nous a permis de susciter de nouvelles questions didactiques en remettant les élèves au centre des réflexions. Notamment, il nous semble intéressant de questionner d'une part, l'articulation entre évaluation formative et processus de régulation mis en place dans les classes, et d'autre part, les effets potentiellement différenciateurs des interactions sur les apprentissages des élèves.

Dans les deux recherches présentées ici, nous avons travaillé sur des problèmes complexes. Nous pensons que l'introduction dans les classes de la résolution de problèmes ou d'activités de démarches d'investigation va de pair avec la mise en place de régulations. En effet, puisque les tâches sont plus ouvertes, moins guidées que lors d'un enseignement plus traditionnel, il devient nécessaire de soutenir l'avancée du travail des élèves, de leur donner des indications sur ce qu'ils font ou apprennent. Les enseignants doivent avoir des outils pour prendre de l'information.

Nous soutenons par ailleurs la thèse selon laquelle il est important pour les élèves de développer des compétences leur permettant de se positionner par rapport à leur travail ou par rapport aux réponses des autres puisque cela peut leur permettre de mobiliser d'autres connaissances (Allal, 1999).

Ce travail nous a amené à la nécessité de croiser différents cadres et outils théoriques, en particulier les notions de contrat et milieu avec des cadres issus de l'évaluation. De même, sur l'étude des interactions, nous pensons qu'il est nécessaire de croiser des analyses de type micro (avec une analyse fine de quelques interactions) et macro (à l'échelle d'une séance ou d'une séquence, en identifiant des intentions de l'enseignant).

Il reste cependant des questions encore non résolues : comment décrire et caractériser les interactions enseignant-élèves pour analyser leurs effets sur les apprentissages ? Peut-on dégager des invariants pour un même enseignant ? Suivant les moments de l'étude ? Peut-on repérer des effets différenciateurs sur les élèves ? Ce travail peut-il déboucher sur des outils de formation des enseignants ?

REFERENCES

- ALLAL L. (1999). Impliquer l'apprenant dans le processus d'évaluation : promesses et pièges de l'autoévaluation. In C. Depover & B. Noël (Éd.), *L'évaluation des compétences et des processus cognitifs, modèles, pratiques et contextes* (p. 35-56). Bruxelles: De Boeck.
- ALLAL L. (2007). Régulations des apprentissages : Orientations conceptuelles pour la recherche et la pratique en éducation. In L. Allal & L. Mottier Lopez (Éd.), *Régulation des apprentissages en situation scolaire et en formation* (pp. 7-23). Bruxelles: De Boeck.
- AMADE-ESCOT C., & VENTURINI P. (2009). Le milieu didactique : d'une étude empirique en contexte difficile à une réflexion sur le concept. *Education et didactique*, 3(1), 7-43.

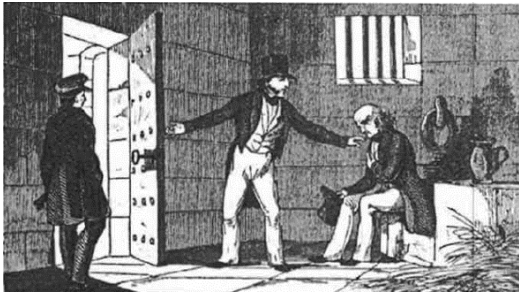
- BLACK P., HARRISON C., LEE C., MARSHALL B., & WILIAM D. (2004). Working inside the Black Box: Assessment for Learning in the Classroom. *Phi Delta Kappan*, 86(1), 8-21.
- BLACK P., & WILIAM D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(5), 5-31. <https://doi.org/10.1007/s11092-008-9068-5>
- BONAFÉ F. (1993). Les narrations de recherche, un outil pour apprendre à démontrer. *Repères IREM*, 12, 5-14.
- BROUSSEAU G. (1995). L'enseignant dans la théorie des situations didactiques : 1. Structure et fonctionnement du système didactique. In R. Noirfalise & M.-J. Perrin Glorian (Éd.) (pp. 3-46). Présenté à VIII^e Ecole d'été de didactique des mathématiques, St-Sauves d'Auvergne, Clermont-Ferrand: IREM de Clermont-Ferrand.
- CHANUDET M. (2015). Questions posées par l'évaluation d'activités de résolution de problèmes : le cas particulier du cours de « développements en mathématiques » au cycle d'orientation à Genève. In L. Theis (Éd.), Pluralités culturelles et universalité des mathématiques: enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage. Actes du colloque EMF 2015 (pp. 837-846). Alger.
- CHANUDET M. (2016). Évaluation des apprentissages de et par la résolution de problèmes en mathématiques : étude des pratiques et des discours d'enseignants genevois autour de l'évaluation formative. In C. Cavaco, N. Alves, N. Guimaraes, P. Dierendonck, P. Alves, A. Machado, ... C. Paulos (Éd.), Actes du 28^e colloque de l'ADMEE-Europe. Évaluations et apprentissages (pp. 744-752). Lisbonne.
- COPPE S. (1997). Etude des processus de vérification mis en œuvre par les élèves de 1^{ère} S. *Bulletin de l'association des professeurs de mathématiques de l'enseignement public*, 411, 471-484.
- COPPE S., & MOULIN M. (à paraître). Évaluation entre pairs et débat argumenté dans le cadre d'un problème complexe en mathématiques. *Canadian journal of sciences, mathematics and technology education*.
- GANDIT M. (2015). L'évaluation au cours de séances d'investigation en mathématiques. *Recherches en éducation*, 25, 67-80.
- GANDIT M., & LEPAREUR C. (2016). Effets de différentes modalités d'évaluation formative sur l'évolution du milieu de l'élève. In *Actes du 28^e colloque de l'ADMEE Europe - Evaluations et apprentissages* (p. 752-758). Lisbonne.
- HARLEN W. (2013). *Assessment & Inquiry-Based Science Education: Issues in Policy and Practice*. Trieste, Italy: Global Network of Science Academies (IAP) Science Education Programme (SEP).
- JULO J. (2002). Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ? *Grand N*, 69, 31-52.
- LEGRAND M. (1990). Rationalité et démonstration mathématiques, le rapport de la classe à une communauté scientifique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 365-406.
- LEPAREUR C. (2016). *L'évaluation dans les enseignements scientifiques fondés sur l'investigation : Effets de différentes modalités d'évaluation formative sur l'autorégulation des apprentissages* (Sciences de l'éducation). Université Grenoble Alpes.
- LEPAREUR C., GANDIT M., & GRANGEAT M. (2017). Evaluation formative et démarche d'investigation en mathématiques : une étude de cas. *Education et didactique*.
- PERRIN GLORIAN M.-J. (1999). Problèmes d'articulation de cadres théoriques ; l'exemple du concept de milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(3), 279-321.
- PERRIN GLORIAN M.-J., & HERSANT M. (2003). Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(2), 217-276.
- PILET J., & HOROKS J. (2015). Une recherche en cours sur les pratiques enseignantes d'évaluation des apprentissages des collégiens en algèbre. In Actes du séminaire national de l'ARDM (pp. 89-98).
- RODITI E., HASPEKIAN M., & KIWAN M. (2016, novembre). L'évaluation formative dans les interactions en classe de mathématiques : une approche didactique. Communication présentée à Evaluation en mathématiques : dispositifs, validités & pratiques, Paris.
- RUIZ-PRIMO M. A., & FURTAK E. M. (2007). Exploring Teachers' Informal Formative Assessment Practices and Students' Understanding in the Context of Scientific Inquiry. *Journal of Research in Science Teaching*, 44(1), 57-84.
- SACKUR C., ASSUDE T., MAUREL M., DROUHARD J.-P., & PAQUELIER Y. (2005). L'expérience de la nécessité épistémique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 25(1), 57-90.
- SAUTER M. (1998). Narration de recherche : une nouvelle pratique pédagogique. *Repères IREM*, 30, 9-21.
- SCHUBAUER- LEONI M. L., LEUTENEGGER F., LIGOZAT F., & FLUCKIGER A. (2007). Un modèle de l'action conjointe professeur-élèves : les phénomènes didactiques qu'il peut/doit traiter. In G. Sensevy & A. Mercier (Éd.), *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves* (pp. 51-91). Rennes: PUR.
- SENSEVY G., & MERCIER A. (2007). *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Rennes: Presses Universitaires de France.
- WILIAM D., & THOMPSON M. (2008). Integrating assessment with instruction: What will it take to make it work? In C. A. Dwyer (Éd.), *The future of assessment: Shaping teaching and learning* (Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, p. 53-82). NJ.

ANNEXE 1

Grille d'analyse des interactions élèves-enseignant dans le cadre d'un enseignement centré sur la résolution de problème

		Discussion				
Comment l'enseignant recueille des informations ?	L'élève initie la discussion (il pose une question à l'enseignant, il présente un résultat, ...)					
	L'enseignant initie la discussion (il pose une question à un élève, il intervient dans une discussion entre élèves, etc.)					
Sur quoi porte l'information recueillie par l'enseignant ?	Sur les connaissances préalables des élèves					
	Sur les stratégies mises en œuvre / que l'élève veut mettre en œuvre					
	Sur l'avancée des élèves dans la tâche					
	Sur les résultats obtenus					
	Sur la compréhension par les élèves de ce qui est demandé, du problème					
Comment l'enseignant utilise cette information ?	Il explique les buts de l'activité					
	Il explicite les critères d'évaluation					
	Il met en mots, identifie ou explicite ce que l'élève a fait					
	Il relance la question posée par l'élève à d'autres élèves, à la classe, ou à l'élève lui-même					
	Il incite l'élève à se positionner quant à la réponse/ la stratégie d'un autre élève					
	Il incite l'élève à continuer sa recherche, à poursuivre, à approfondir					
	Sous la responsabilité de, l'enseignant l'élève, les élèves	Identifier comment faire pour avancer dans la tâche				
		Identifier ce qu'il reste à faire dans la progression des élèves dans la tâche				
		Comparer la stratégie de l'élève, ses résultats avec ceux attendus				
		Comparer la stratégie de l'élève, ses résultats avec ceux d'autres élèves				
		Valider / invalider	la stratégie			
	le résultat					
la compréhension du problème						
Quelles notions, compétences savoirs, sont en jeu ?	Des éléments en lien avec la résolution de problèmes	Expérimenter (modélisation du problème, choix des cas particuliers, organisation des essais)				
		Généraliser (conjecture, preuve, validation, invalidation)				
		Questionner (nouveaux problèmes)				
		Communiquer (définition des nouveaux objets et codes utilisés, présentation exhaustive de la recherche)				
	Des éléments spécifiques à des domaines mathématiques (algèbre, géométrie, etc.)					
Des éléments en lien avec le travail de groupe (partage d'idées, écoute, collaboration)						

ANNEXE 2

1. Énoncé du problème des portes de prison

Dans la prison centrale de Champ-Dolon, il y a 250 cellules numérotées 1, 2, 3, ..., 250, toutes occupées. Les portes des cellules peuvent être dans deux états : ouvertes ou fermées. On peut passer d'un état à l'autre en faisant faire un demi-tour au bouton de la porte. Au moment où commence l'histoire, toutes les portes sont fermées. Pour fêter le vingtième anniversaire de la république de Genève, le président décide d'une amnistie. Il donne au directeur de la prison les ordres suivants : « Tournez

successivement d'un demi-tour les boutons : de toutes les portes, puis d'une porte sur deux, à partir de la deuxième, puis d'une porte sur trois, à partir de la troisième, puis d'une porte sur quatre, à partir de la quatrième. Continuez ainsi jusqu'à la dernière cellule. Libérez les prisonniers dont la porte de la cellule est ouverte. »

Pour des raisons de sécurité, le directeur de la prison vous demande de lui fournir un rapport dans lequel figurera :

- le nombre de prisonniers qui seront libérés,
- la liste des cellules qu'ils occupent et
- la description la plus claire possible de votre méthode afin qu'il puisse vérifier votre liste !

2. Solutions du problème

- Il y aura 15 cellules ouvertes (et donc *a priori* 15 prisonniers libérés).
- Les cellules qui vont être ouvertes sont 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144, 169, 196, 225.

3. Stratégies possibles

Il est possible de raisonner par étape :

- On traite la première étape (on tourne tous les boutons) pour toutes les cellules, puis la deuxième (on tourne les boutons d'une porte sur 2 à partir de la deuxième) pour toutes les cellules, etc., et on fait ensuite le bilan des cellules qui sont ouvertes ou fermées. Notons que cette procédure est longue.
- Ou bien on traite la première étape pour un certain nombre de cellules (jusqu'à 20 cellules par exemple), puis la deuxième pour le même nombre de cellules, etc., et on fait le bilan à la fin des cellules qui sont ouvertes/fermées pour les cellules étudiées. On cherche ensuite une régularité sur les numéros des cellules qui sont ouvertes/fermées :
 - On remarque une suite logique. Par exemple que le nombre de cellules fermées entre deux cellules ouvertes successives est toujours égal au nombre de cellules fermées précédent, augmenté de 2 : il y a 2 cellules fermées entre les deux premières cellules ouvertes (1 et 4), puis 4 cellules fermées entre la deuxième et la troisième cellules ouvertes (4 et 9), puis 6 cellules fermées entre la troisième et la quatrième cellules ouvertes (9 et 16), etc.
 - On peut aussi remarquer que le numéro des cellules qui sont ouvertes correspond aux nombres qui ont une racine carrée entière (et alors chercher à comprendre pourquoi ces nombres sont solutions).

Il est aussi possible de raisonner par cellule et de se poser la question : quand est-ce que l'on change la position du bouton de la cellule ? Il s'agit de prendre en compte les diviseurs d'un nombre (par exemple : je change la position du bouton de la cellule 20 quand je suis à l'étape 1, 2, 4, 5, 10, et 20). On peut alors :

- Raisonner ainsi pour toutes les cellules et faire le bilan à la fin des cellules qui sont ouvertes ou fermées.
- Ou bien raisonner ainsi pour un nombre donné de cellules et chercher une régularité sur les numéros des cellules qui sont finalement ouvertes/fermées : soit en procédant comme précédemment, soit en observant que la cellule est ouverte si on a changé un nombre impair de fois la position du bouton, et fermée si on a changé un nombre pair de fois la position du bouton. On peut alors raisonner sur la parité du nombre de fois où l'on change de position le bouton, donc sur la parité du nombre de diviseurs d'un nombre : un nombre a un nombre impair de diviseurs si et seulement si c'est un nombre qui a une racine carrée.

Remarque : Différentes représentations de ce problème sont possibles et peuvent influencer la stratégie adoptée.

ANNEXE 3

Grille d'analyse, au niveau microscopique, des interactions didactiques lors de mises en commun dans le cadre d'un enseignement de mathématiques fondé sur l'investigation des élèves

E – Le-a professeur-e (désigné par P) fait sortir un questionnement, ce que pensent les élèves → ELICIT	
P demande de faire une conjecture, pose une question ouverte.	E1
P demande de fournir une preuve de ce qui est déclaré, d'argumenter, d'expliquer.	E2
P donne la parole à un élève, qui l'a demandée.	E3
P demande de répéter, préciser, clarifier.	E4
P propose une réponse fausse, une idée, une relation... fausses.	E5
P demande quelles méthodes connues on peut utiliser.	E6
P demande de comparer une idée à une autre.	E7
P demande d'évaluer la qualité d'une preuve.	E8
P demande de définir un concept.	E9
P demande de voter pour « vrai », « faux » ou « autre réponse », demande l'avis des élèves.	E10
S – L'élève (désigné par E) agit → STUDENT	
E propose une réponse très courte.	S1
E justifie, précise, reformule un raisonnement, donne une raison, une méthode ou un argument.	S2
E donne un exemple, un contre-exemple.	S3
E explique comment il ou elle a obtenu une conjecture, une idée.	S4
E questionne (un autre élève ou la classe) concernant le sujet en discussion.	S5
E questionne P concernant le sujet en discussion.	S6
E donne son avis sur le sujet en question, exprime son accord ou désaccord.	S7
E exprime son indécision, son ignorance.	S8
E exprime ce qu'il ou elle a compris ou appris.	S9
E intervient de manière spontanée, sur le sujet en cours, sans répondre directement à P.	S10
R – P rebondit sur une idée d'élève → RECOGNIZE	
P répète ou paraphrase une contribution d'élève.	R1
P reprend, mais de manière différente, une idée d'élève.	R2
P reprend et écrit une contribution d'élève.	R3
P clarifie ou élabore une réponse sur la base des réponses fournies par des élèves.	R4
P explore une idée d'élève, encourage un élève à poursuivre dans son idée.	R5
P incorpore un commentaire, une réponse d'élève dans les échanges en cours.	R6
P relève les votes sur une conjecture, une idée d'élève.	R7
P répond directement à une question en donnant une réponse correcte, donne une explication.	R8
P répond directement par « oui / non », « tu as juste /faux ».	R9
P, en cas d'absence de réponse, d'hésitation d'élève, donne la parole à un ou une autre élève.	R10
P porte un jugement de valeur sur une réponse d'élève, fait un commentaire personnel.	R11
P donne une tâche précise, pose une question très précise à un élève.	R12
P coupe la parole à un élève et fait un commentaire.	R13
U – P prend en compte pour agir pour toute la classe, sur le plan de la démarche ou des apprentissages → USE	
P propose une aide (tâche, réponse, question) aux élèves sur un point particulier.	U1
P encourage l'argumentation sur des réponses diverses, met en œuvre un débat.	U2
P explicite sur quelle conclusion se clôt le débat.	U3
P engage les élèves à chercher, à approfondir un raisonnement, une explication, en donnant du temps.	U4
P attire l'attention des élèves sur un point qui peut permettre d'avancer sur la question : exprimer son opinion, étudier des exemples, chercher des données...	U5
P fait noter une connaissance (conception) qui ressort des réponses des élèves.	U6
P explicite les savoirs, savoir-faire mis en œuvre dans les actions des élèves, avec des indicateurs ou pas.	U7
P explicite le but à atteindre.	U8
P commente la démarche d'un élève, une démarche (demandée ou déjà mise en œuvre...).	U9
P laisse en suspens une réponse sur laquelle il n'y a pas consensus.	U10
P engage les élèves dans une pratique d'auto-évaluation.	U11
P fait un bilan, questionne sur les connaissances acquises.	U12
P donne au moins une stratégie pour permettre d'atteindre le but fixé.	U13