



HAL
open science

Tâtonnement walrassien et marchandage parétien: une approche comparative

Emeric Lendjel

► **To cite this version:**

Emeric Lendjel. Tâtonnement walrassien et marchandage parétien: une approche comparative. Revue européenne des sciences sociales (Cahiers Vilfredo Pareto), 1999. halshs-03243912

HAL Id: halshs-03243912

<https://shs.hal.science/halshs-03243912>

Submitted on 28 Feb 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Tâtonnement walrassien et marchandage parétien: une approche comparative

Author(s): Emeric Lendjel

Source: *Revue européenne des sciences sociales*, T. 37, No. 116, L'équilibre Général Enter économie et Sociologie: Colloque du Center d'études interdisciplinaires Walras-Pareto de l'Université de Lausanne (1999), pp. 295-314

Published by: Librairie Droz

Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/40370404>

Accessed: 12-10-2017 11:32 UTC

JSTOR is a not-for-profit service that helps scholars, researchers, and students discover, use, and build upon a wide range of content in a trusted digital archive. We use information technology and tools to increase productivity and facilitate new forms of scholarship. For more information about JSTOR, please contact support@jstor.org.

Your use of the JSTOR archive indicates your acceptance of the Terms & Conditions of Use, available at <http://about.jstor.org/terms>



JSTOR

Librairie Droz is collaborating with JSTOR to digitize, preserve and extend access to *Revue européenne des sciences sociales*

Emeric LENDJEL

TÂTONNEMENT WALRASSIEN ET MARCHANDAGE PARÉTIEN: UNE APPROCHE COMPARATIVE

Cet article se propose de comparer la nature et le statut du concept de tâtonnement dans l'œuvre de Walras et de Pareto. Curieusement, ces auteurs en développent deux conceptions distinctes, alors même qu'il s'agit de l'un des segments essentiels de la théorie de l'équilibre général. Alors que Walras propose une conception formalisée de ce processus marchand, Pareto s'en éloigne en mettant l'accent sur ses dimensions organisationnelles et temporelles.

Plus précisément, alors que les contributions récentes de Walker ([1996], p. 184) tendent à nier la dimension mathématique du tâtonnement dans les écrits de Walras, nous défendrons ici la thèse opposée. En effet, Walras mobilise le tâtonnement pour démontrer que le mécanisme de la concurrence parvient « pratiquement » aux mêmes solutions d'équilibre que celles établies par le théoricien lors de la résolution du système d'équations. Il s'agit donc avant tout d'un procédé démonstratif, qui répond à une question que l'on ne se posait pas avant la formalisation de l'équilibre général: comment prouver que le mécanisme de la concurrence trouve les prix et quantités d'équilibre dont on a déterminé l'existence théorique? La réponse de Walras consiste à montrer que le mécanisme économique de la concurrence correspond, terme à terme, à une méthode itérative de résolution numérique des équations. Comme l'affirme Walras dans la préface des *Eléments*,

le mécanisme de la hausse et de la baisse des prix sur le marché [...] n'est rien autre chose qu'un *mode de résolution par tâtonnement des équations* (Walras [1889] in [1988], p. 16, nos italiques).

Nous empruntons, en cela, le chemin tracé par Goodwin ([1951], p. 5), Jaffé ([1981], p. 260) et Lotter ([1985], pp. 122-123). Mais cette thèse se heurte à une grande inconnue dans l'historiographie walrassienne. A quelle méthode mathématique peut-on identifier le tâtonnement walrassien? Si la méthode de Gauss-Seidel a été souvent évoquée (Uzawa [1960], p. 186, n. 1, Arrow et Hahn [1971], pp. 305-306, D'Autume [1982], pp. 115-118), elle a également été critiquée (Walker [1987], [1988]). Pour notre part, nous pensons pouvoir mettre un nom sur cette inconnue en proposant une méthode assez répandue au début du XIX^e siècle: la méthode de Lagrange. Nous montrerons que, grâce à cette méthode, Walras peut, à chacune des étapes de ses *Eléments d'Economie Politique Pure* (1874), se servir du tâtonnement comme un procédé démonstratif destiné à garantir que la résolution théorique des équations peut également se faire dans la « pratique », sur les marchés.

Successeur de Walras à la chaire de Lausanne, Pareto ne reprend pourtant ni les termes, ni les caractéristiques relatifs au tâtonnement walrassien. D'un côté,

Pareto semble avoir compris le statut qu'accorde Walras au tâtonnement, puisque le « marchandage » qu'il décrit doit permettre de retrouver, comme pour Walras, la solution théorique calculée par le théoricien; de l'autre, Pareto s'écarte de la représentation walrassienne de ce processus en introduisant une dimension temporelle (Allais [1968]) et organisationnelle. Le marchandage parétien hésite alors, comme l'a déjà souligné Bridel ([1990], p. 187), entre une cohérence formelle et une cohérence organisationnelle. En rompant le lien que Walras avait institué entre le tâtonnement et la méthode mathématique de Lagrange, Pareto fait ainsi surgir une ambivalence dans le statut théorique du tâtonnement.

Deux conceptions distinctes semblent donc marquer les premières formulations du tâtonnement. Cette bifurcation originelle explique sans doute en partie les différentes orientations contemporaines sur cette question. Pour mettre en relief cette bifurcation, nous exposerons d'abord la conception walrassienne du tâtonnement (1. Le tâtonnement walrassien), pour ensuite pointer les innovations introduites par Pareto (2. Le marchandage parétien).

1. LE TÂTONNEMENT WALRASSIEN

Si l'on souhaite mettre en lumière le caractère mathématique du tâtonnement walrassien, il faut aborder principalement deux points. 1/ Nous avons montré ailleurs (Lendjel [1998], pp. 30-40) que, pour Walras, l'application des mathématiques à l'économie passe par la mise en correspondance – terme à terme – de chaque objet mathématique avec un référent économique. Par conséquent, si le tâtonnement est une méthode mathématique, on doit pouvoir trouver, dans les *Eléments*, son référent économique. Nous allons voir que ce référent économique susceptible de correspondre à une méthode mathématique de résolution s'avère être le mécanisme de la concurrence. En effet, le tâtonnement est systématiquement associé, au moins dans les *Eléments*, au « mécanisme de la hausse et de la baisse », ou, en d'autres termes, à la libre concurrence. Il nous faut donc avant tout présenter ce mécanisme afin de voir comment Walras l'identifie à une méthode mathématique (1.1. La concurrence comme référent économique du tâtonnement). 2/ Après avoir décrit le référent économique mobilisé par Walras, il nous faut montrer qu'il connaît une méthode de résolution numérique d'équations susceptible d'être mis en correspondance avec ce référent et que son exposé du tâtonnement se conforme à cette méthode. C'est ce que nous tenterons d'établir dans un deuxième temps (1.2. Le tâtonnement et la méthode de Lagrange).

1.1. La concurrence comme référent économique du tâtonnement

La conception walrassienne de la concurrence s'enracine dans un apparent paradoxe entre la liberté ontologique des agents et le caractère mécanique de leurs actions économiques.

Pour Walras, les hommes, animés d'une « volonté libre et clairvoyante », cherchent à s'approprier les choses rares et échangeables. Cette appropriation donne lieu à un « fait humanitaire », pour Walras, au sens où

il a son origine dans l'exercice de la volonté et de l'activité humaine et non dans celui des forces de la nature (Walras [1874] in [1988], § 35, p. 61).

A partir de cette activité libre, les marchandises s'échangent en raison d'une valeur d'échange qui, par contre, est un « fait naturel » (*ibid.*, § 28, p. 50), c'est-à-dire résultant de « forces aveugles et fatales » (*ibid.*, § 17, p. 39). Dans la mesure où cette valeur d'échange provient de l'activité humaine, par définition libre et clairvoyante, comment peut-elle devenir « naturelle »? Le paradoxe est bien connu, mais il est nécessaire, pour notre propos, de rappeler comment Walras le résout.

En fait, la clef de ce paradoxe réside dans la conception que se donne Walras de la concurrence. Pour ce dernier, la concurrence provient de l'activité des hommes. Face à des marchandises rares, c'est-à-dire utiles et disponibles en quantité limitée, les hommes doivent se faire concurrence pour se les approprier. La concurrence est donc avant tout, pour Walras, un comportement qui se manifeste lors du marchandage préalable à l'échange. Puisque toutes les marchandises sont appropriées, tout échange suppose que « l'acheteur d'une chose est vendeur de celle qu'il donne en échange » (*ibid.*, § 41, p. 70). Pour s'approprier une marchandise, l'acheteur doit en céder une autre. Chaque agent effectue ainsi deux actes. Puisqu'un échange suppose deux agents,

tout échange de deux choses l'une contre l'autre se compose d'une double vente et d'un double achat (*ibid.*).

Cependant, pour que la transaction se réalise, il faut que les agents soient d'accord sur le rapport d'échange. Or, rien ne prédestine *a priori* qu'une marchandise s'échange dans un rapport déterminé contre une autre. Chaque agent doit donc proposer d'échanger sa marchandise dans une proportion donnée contre une autre. Encore une fois, rien n'indique *a priori* que la valeur d'échange proposée par le premier agent soit la même que celle proposée par le second. En effet, chaque agent présente, au départ, un taux d'échange qui lui est favorable. En raison de l'écart entre ces deux propositions, une négociation – un marchandage – doit s'instaurer. C'est dans la négociation d'un taux d'échange acceptable pour les deux parties que vont se manifester les comportements concurrentiels des agents.

Pour Walras, l'achat et la vente produisent deux types de comportement:

[c]omme acheteurs, les échangeurs demandent à l'enchère, comme vendeurs, ils offrent au rabais (*ibid.*).

Plus précisément, ces deux comportements ne se manifestent qu'en cas de refus de l'échange. Faute de vendeur (d'acheteur), l'acquéreur (vendeur) est obligé de proposer un rapport d'échange qui lui est moins favorable que celui qu'il propose initialement. Le vendeur, par exemple, offre de céder sa marchandise en échange d'une quantité moindre d'une autre. Inversement, l'acheteur propose de sacrifier une quantité plus importante de la marchandise qu'il détient pour obtenir la chose qu'il convoite. Les comportements d'enchère et de rabais de l'individu sont donc motivés par l'absence de « contrepartie », c'est-à-dire, d'un partenaire acceptant la transaction proposée. Ils n'agissent à l'enchère ou au rabais qu'en cas de refus de leur proposition. Or, qu'est-ce qui peut motiver un tel refus de la part de l'autre agent? De deux choses l'une, soit l'agent juge cette proposition trop différente de la sienne, ou trop injuste, soit l'agent trouve ailleurs, avec un autre échangiste, une proposition qui lui est plus avantageuse. Dans les deux cas, le

premier agent est obligé de modifier son offre s'il souhaite pouvoir trouver une contrepartie. Les agents ne vont à l'enchère ou au rabais que lorsqu'ils ne trouvent personne pour accepter leurs propositions, autrement dit, lorsqu'ils se trouvent « du côté long » (Rebeyrol [1994], p. 117). En ce sens, puisque les agents sont obligés d'aller à l'enchère ou au rabais s'ils souhaitent poursuivre la négociation, leurs réactions deviennent aussi mécaniques que s'ils étaient soumis aux forces aveugles et fatales de la nature (Berthoud [1988], p. 74). Ainsi, en examinant les comportements d'enchère et de rabais des agents, on constate que

leur concours amène ainsi une certaine valeur d'échange des marchandises tantôt ascendante, tantôt descendante et tantôt stationnaire (Walras [1874] *in* [1988], § 41, p. 70).

Il s'agit, aux dires de Walras, d'un mécanisme dont le résultat est d'imposer le caractère naturel de la valeur d'échange (*ibid.*).

Walras souligne à de nombreuses reprises que la concurrence s'apparente à un mécanisme, celui « de la hausse et de la baisse ». Si la concurrence est un « mécanisme », elle peut elle-même s'apparenter à un « fait naturel » qui s'impose aux volontés humaines, une fois que ces dernières ont organisé le marché. Et, de fait,

le mécanisme de la libre concurrence est, à certaines conditions et dans certaines limites, un mécanisme automoteur et autorégulateur (Walras [1889] *in* [1988], § 264, p. 425).

Ainsi, la hausse et la baisse, qui résultent des comportements concurrentiels des agents, constituent des phénomènes parfaitement réguliers et mécaniques, susceptibles d'être mis en correspondance avec un objet mathématique (Berthoud [1988], p. 74). Or, nous pensons que c'est précisément l'objet du tâtonnement. Selon Walras, comme nous le verrons par la suite, « une méthode de résolution par tâtonnement des équations d'égalité de l'offre et de la demande totales » peut être « fondée » sur le mécanisme de la concurrence (Walras [1874] *in* [1988], § 126, p. 188). En ce sens, le propos de Walras consiste, avec le tâtonnement, à démontrer que les comportements concurrentiels des agents peuvent déterminer « pratiquement » un prix d'équilibre – et donc simultanément des quantités échangées – qui aura les caractéristiques d'un fait naturel. Walras entend ainsi démontrer mathématiquement qu'à partir des comportements individuels, qui s'expriment à travers la hausse et la baisse, le marché résout par lui-même les équations de l'échange.

Il importe alors ici de retenir, dans l'immédiat, que la concurrence entre les individus produit des effets – la hausse et la baisse – qui sont observables sur n'importe quel marché. Partout, son mécanisme s'impose, que ce soit sur les « marchés aux fruits et légumes, à la volaille », dans

les rues d'une ville où se trouvent des magasins et des boutiques de boulangers, de bouchers, d'épiciers, de tailleurs, de bottiers, [qui] sont des marchés d'une organisation un peu plus défectueuse sous le rapport de la concurrence, mais où cependant elle se fait très suffisamment sentir (*ibid.*, § 41, pp. 70-71).

Si la concurrence s'impose partout, pourquoi faut-il qu'elle soit « organisée », pour Walras ? Pour ce dernier, la réponse est simple. Walras, imprégné des idéaux de la Révolution française de 1789, estime que les hommes sont libres et doivent agir librement (Lallement [1990]). Il faut donc faire en sorte que leur humanité puisse s'exprimer le plus parfaitement possible (Berthoud [1988], p. 72). Pour

cela, les comportements d'enchère et de rabais – l'expression de cette humanité – doivent pouvoir se manifester sans entraves. Or, cette libre expression des comportements concurrentiels ne va pas de soi. Ces comportements ne pourront librement s'exprimer si une tutelle est exercée sur les taux d'échange (Walras [1889] in [1988], § 373, p. 657), ou si un agent se trouve en situation de monopole (Walras [1874] in [1988] *ibid.* § 377, p. 660). Il faut donc « organiser » les marchés de manière à favoriser la pleine expression du mécanisme de la hausse et de la baisse¹. Ce faisant, la machine concurrentielle pourra fonctionner parfaitement, sans « frottement » (*ibid.*, § 41, p. 71).

L'essentiel de la description des marchés organisés « sous le rapport de la libre concurrence » figure dans les paragraphes 41 et 42 de la 5^e leçon des *Eléments*². Nous pouvons en dégager les principaux éléments nécessaires à l'expression du mécanisme de libre concurrence. Ce sont 1/ les comportements d'enchère et de rabais des agents qui se font lorsqu'ils se trouvent du « côté long »; 2/ l'unicité du prix d'un bien donné à tout instant de la procédure de détermination du prix d'équilibre; 3/ la centralisation des informations par des courtiers, crieurs et autres intermédiaires, pour chaque marché; 4/ le regroupement de tous les marchés en un seul endroit; 5/ le caractère aléatoire du premier prix crié sur le marché; 6/ la fin de la procédure en cas d'égalité des offres et des demandes au prix en vigueur sur tous les marchés; 7/ la suspension de tout échange effectif avant la fin de la procédure. Cette dernière clause est importante car elle implique d'une part, la réversibilité de tout engagement d'un agent en cas de nouveau prix et, d'autre part l'absence de délais de production. Il s'agit là d'un ensemble de règles, de procédures et de dispositifs organisationnels nécessaires au mécanisme de la libre concurrence.

Nous avons vu que Walras concevait la concurrence comme un comportement qui peut se ramener au simple mécanisme de la hausse et de la baisse. En d'autres termes, les agents ne réagissent que lorsqu'ils se situent « du côté long », en allant à l'enchère ou au rabais. Ce mécanisme s'exprime parfaitement sur des marchés organisés « sous le rapport de la concurrence ». Ces dispositifs organisationnels constituent des conditions nécessaires à l'expression pleine et entière de la liberté humaine. De notre point de vue, il ressort que, sous ces conditions, la concurrence s'apparente à une loi qui peut être mise en correspondance avec un objet mathématique qu'il s'agit dorénavant de préciser.

1.2. Le tâtonnement et la méthode de Lagrange

Pour démontrer que la mise en œuvre du mécanisme de la concurrence permet de retrouver « pratiquement » la solution d'équilibre déterminée théoriquement par l'intermédiaire des équations, Walras a mis en correspondance les phases de ce mécanisme – l'enchère et le rabais – avec une méthode mathématique de résolution d'équation. Ce faisant, les agents agissent comme s'ils résolvaient « par

¹ « L'enchère à la criée n'est pas absolument nécessaire, bien qu'elle constitue certainement le degré le plus parfait du mécanisme. La concurrence économique peut exister sans elle; elle existe sur le marché aux légumes, entre les boutiquiers d'une même rue, entre les avocats, médecins d'une même ville » (Walras [1871-1881], p. 456).

² Voir également Rebeyrol [1994], pp. 88-90.

tâtonnements» les équations d'équilibre. La méthode reprise par Walras est celle formulée à la fin du XVIII^e siècle par le mathématicien Joseph Louis Lagrange.

Le 26 mars 1795 (le 6 germinal de l'an III), Lagrange donnait à l'École Normale une leçon intitulée «résolution numérique des équations». Cette méthode permet de trouver les racines d'une équation à une inconnue. Elle regroupe les deux membres d'une l'équation (P et Q) afin d'obtenir une expression égale à zéro. Ce faisant, on peut faire varier l'inconnue (x) afin de trouver la valeur qui annule l'expression. Lagrange choisit ainsi deux valeurs numériques (p et q) de l'inconnue x de manière à ce que leur expression dans l'équation produise deux valeurs, l'une inférieure à zéro et l'autre supérieure à zéro. Lagrange montre qu'il existe une solution numérique qui se situe nécessairement entre ces deux bornes. Cette méthode mérite d'être rappelée ici pour notre propos:

[r]eprésentons en général l'équation proposée par $P - Q = 0$, P étant la somme de tous les termes qui ont le signe plus, et $-Q$, la somme de tous ceux qui ont le signe moins. Supposons d'abord que les deux nombres p et q soient positifs, et que q soit plus grand que p ; si, en $x = p$, on a $P - Q < 0$, et en faisant $x = q$ on a $P - Q > 0$: il est clair que, dans le premier cas, P sera $< Q$, et que, dans le second, P sera $> Q$. Or, par la forme des quantités P et Q, qui ne contiennent que des termes positifs et des puissances entières et positives, il est évident que ces quantités augmentent nécessairement à mesure que x augmente, et qu'en faisant augmenter x par tous les degrés insensibles, depuis p jusqu'à q , elles augmenteront aussi par des degrés insensibles, mais de manière que P augmentera plus que Q, puisque de plus petite qu'elle était, elle devient la plus grande. Donc il y aura nécessairement un terme entre les deux valeurs de p et q , où P égalera Q, comme deux mobiles qu'on suppose parcourir une même ligne dans le même sens, et qui, partant à la fois de deux points différents, arrivent en même temps à deux autres points, mais de manière que celui qui était d'abord en arrière se trouve ensuite plus avancé que l'autre, doivent nécessairement se rencontrer dans leur chemin. Cette valeur de x , qui rendra P égal à Q, sera donc une des racines de l'équation, et tombera entre les valeurs p et q (Lagrange, *résolution numérique des équations*, 3^e édition 1826, reproduit dans Rashed [1984], p. 69).

Lagrange inaugurerait ainsi une méthode permettant de résoudre numériquement, à défaut d'une résolution directe, des équations de degré multiple. On peut également se servir de cette méthode pour résoudre des équations du premier degré. Mais, du point de vue d'un mathématicien, il est inutile d'y avoir recours puisqu'il existe des méthodes qui résolvent directement ce type d'équation. La méthode de Lagrange tentait donc de contourner l'obstacle d'une résolution directe d'équations de degré quelconque (Dahan-Dalmedico et Peiffer [1982], p. 113).

Selon Lotter, ce type de méthode, qui permet la recherche des racines d'une équation par approximation successives, était qualifié en mathématiques de «méthode du tâtonnement» (Lotter [1985], p. 122). Elles revient à 1/ former une équation regroupant d'un côté les «termes positifs» de cette équation et, de l'autre, les «termes négatifs»; 2/ faire évoluer en sens inverse ces deux composantes de l'équation afin de démontrer qu'il existe une valeur prise par leur variable commune qui les égalise; 3/ parvenir, par une série de tâtonnements, à déterminer numériquement cette solution grâce au seul signe que prend la valeur réponse.

Walras s'inspire de cette méthode, comme nous allons le voir, pour montrer que le mécanisme de la hausse et de la baisse permet de résoudre «pratiquement» les équations d'offre et de demande.

La première référence aux tâtonnements décrits par les marchés pour parvenir à l'équilibre se fait dans la 12^e leçon³. Après avoir déterminé mathématiquement, dans la 11^e leçon, la solution du problème théorique de « l'échange de plusieurs marchandises entre elles », Walras soulève la question de savoir si cette solution théorique est également celle que l'on obtient « pratiquement » sur le marché.

Voilà comment les équations de demande étant données, les prix en résultent mathématiquement. Reste seulement à montrer, et c'est là le point essentiel, que ce même problème de l'échange dont nous venons de fournir la solution théorique est aussi celui qui se résout pratiquement sur le marché par le mécanisme de la libre concurrence (Walras [1889] in [1988], § 116, p. 173).

En d'autres termes, il s'agit de voir si le résultat des calculs théoriques effectués par Walras correspond à la solution que produit pratiquement le marché. Il s'agit donc de deux problèmes identiques, mais que l'on résout de deux manières différentes. Le premier peut être résolu par un théoricien, alors que le second se résout spontanément, par l'action des demandeurs et offreurs qui « se fait après réflexion, sans calcul, mais exactement comme cela se ferait par le calcul » (Walras [1874] in [1988], § 126, p. 188). Cette seconde méthode doit alors résoudre « pratiquement » un problème mathématique. Pour cela, Walras doit montrer que le mécanisme de la libre concurrence, ou « de la hausse et de la baisse », engendre des comportements qui correspondent aux phases d'une méthode mathématique de résolution du problème.

Que faut-il donc prouver pour établir que la solution théorique et la solution du marché sont identiques ? Tout simplement que la hausse et la baisse sont un *mode de résolution par tâtonnement du système des équations d'égalité de l'offre et de la demande* (Walras [1889] in [1988], § 125, p. 189, nos italiques).

Il nous faut donc montrer que le mécanisme économique de la concurrence correspond à une méthode mathématique de résolution de systèmes d'équations. En nous restreignant ici au seul cadre de l'échange, nous allons voir que la méthode retenue par Walras s'apparente à celle décrite par Lagrange. Nous présenterons les trois étapes suivies par Walras pour s'y conformer. Ce faisant, nous verrons comment ce dernier démontre que le système de prix trouvé par le théoricien est le même que celui qui se détermine empiriquement sur les marchés.

L'objectif de Walras consiste à démontrer que les tâtonnements décrits par le mécanisme de la concurrence déterminent « pratiquement » les prix et solutions d'équilibres. Pour cela, Walras va se conformer scrupuleusement à la méthode de Lagrange.

- Pour respecter la première phase de la méthode de Lagrange, Walras pose d'abord le problème dans son ensemble, pour lui donner ensuite une forme susceptible d'être résolue par cette méthode. Dans son ensemble, l'ensemble des marchés peut être appréhendé par l'équation

³ Pour une présentation chronologique de l'application de cette méthode par Walras, voir Lendjel [1998], p. 64 et suivantes.

$$X' + Y' p'_b + Z' p'_c + W' p'_d + \dots = 0$$

qui, en appelant $D'_a, D'_b, D'_c, D'_d \dots$ la somme des $x, y, z, w \dots$ positifs et $O'_a, O'_b, O'_c, O'_d \dots$ la somme des $x, y, z, w \dots$ négatifs pris positivement correspondant aux prix $p'_b, p'_c, p'_d \dots$.. peut être mise sous la forme

$$D'_a - O'_a + (D'_b - O'_b)p'_b + (D'_c - O'_c)p'_c + (D'_d - O'_d)p'_d + \dots = 0 \text{ (Walras [1889] in [1988], § 126, p. 191).}$$

Dans cette équation, Walras met en évidence que chaque bien considéré comporte des quantités demandées (qu'il exprime par un terme positif) et des quantités offertes (désignées par un terme négatif). Ces différences entre demande et offre sont exprimées en valeurs, puisque multipliées par leur prix. Ainsi tous les marchés considérés peuvent être analysés sous l'angle de ce partage. Il permet de voir que sur certains marchés, les quantités positives sont supérieures aux quantités négatives, et réciproquement sur d'autres. Ce déséquilibre justifie d'ailleurs l'examen de la procédure par laquelle les marchés parviennent à une situation d'équilibre.

Mais comment l'aborder? Walras est en présence d'un système d'équations à plusieurs inconnues alors que la méthode itérative proposée par Lagrange ne permet de déterminer numériquement qu'une seule équation à une inconnue. Pour se ramener à cette configuration, Walras se propose de distinguer des « phases partielles du tâtonnement général »:

la supposition de la fixité des prix des autres marchandises est une supposition essentiellement momentanée et provisoire qui n'intervient que pour une phase partielle du tâtonnement général et fait place à la supposition de la variation de ces prix dans les autres phases (Jaffé [1965], L. 1200 de Walras à Pareto du 8/01/1895).

Il s'agit, de son propre aveu, d'un découpage motivé par « les besoins de l'analyse », c'est-à-dire, par les contraintes de la seule méthode de résolution numérique que connaisse Walras.

Reprenez encore les tâtonnements que je vous présente ainsi successivement pour les besoins de l'analyse comme s'opérant simultanément sur le marché, n'avez-vous pas exactement dans son ensemble le fait de la détermination des prix de plusieurs marchandises sous l'empire de la libre concurrence? (Jaffé [1965], l. 913 de Walras à Pantaleoni du 02/09/1889).

La résolution par tâtonnement des équations du système économique doit donc se faire marché par marché, quitte à imaginer par la suite une résolution simultanée pour avoir une représentation exacte de la détermination des prix sous l'empire de la libre concurrence.

Grâce à ce procédé théorique, Walras peut exposer la première phase de la méthode de Lagrange consistant à regrouper d'un côté les termes positifs de la première équation et, de l'autre les termes négatifs. Implicitement, ce procédé est réutilisé pour chaque marché, même si Walras ne l'expose qu'une seule fois.

Maintenant prenons l'inégalité

$$F_b(p'_b, p'_c, p'_d \dots) \cong 0,$$

et mettons-la sous la forme

$$\Delta_b(p'_b, p'_c, p'_d \dots) \cong \Omega_b(p'_b, p'_c, p'_d \dots),$$

la fonction Δ_b représentant la somme des y positifs, soit D_b , et la fonction Ω_b la somme des y négatifs pris positivement, soit O_b . Faisons abstraction de $p_c, p_d \dots$ et cherchons, ces prix étant supposés déterminés, et p_b restant seul à déterminer, comment il faut faire varier p_b entre 0 et l'infini pour que la demande de (B) soit égale à l'offre (Walras [1889] *in* [1988], § 127, p. 191).

Ainsi, en faisant abstraction des prix $p_c, p_d \dots$, Walras ramène la demande nette du bien (B) à une équation ne comportant qu'une seule inconnue, le prix p_b (Walras [1889] *in* [1988], § 155, p. 241)⁴. Ce faisant, il peut isoler les termes « positifs » du bien (B) (la fonction de demande $D_b(p_b)$ ou « courbe d'achat ») de ses termes « négatifs pris positivement » (la fonction d'offre $O_b(p_b)$ ou « courbe de vente ») (*ibid.*). Il est donc en mesure d'aborder la deuxième étape de la méthode de Lagrange.

- La deuxième étape de cette méthode consiste à montrer que les deux composantes de la demande nette évoluent en sens inverse en fonction de la même variable⁵. De ce fait, elles se rencontrent nécessairement pour au moins une valeur prise par cette variable. Pour le montrer, Walras examine successivement le sens de variation de la demande du bien (B) en fonction de son prix p_b , puis celui de l'offre.

L'allure de la fonction de demande et de son sens de variation est déterminée par Walras en faisant varier le prix du bien (B) entre 0 et l'infini. La courbe qui en résulte dépend de l'appréciation que font les agents de ce bien. La demande du bien (B) s'avère alors « positive pour $p_b = 0$ » (Walras [1889] *in* [1988], § 128, p. 191). A ce prix, la demande totale de (B)

est égale à l'excédent de l'utilité totale extensive sur la quantité totale possédée, excédent positif si la marchandise (B) est rare et fait partie de la richesse sociale (*ibid.*, p. 193).

Lorsque p_b croît, la fonction est décroissante.

Alors, en effet, la marchandise (B) devient de plus en plus chère par rapport aux marchandises (A), (C), (D) ... ; or il est inadmissible que, dans cette hypothèse, et toutes choses restant égales d'ailleurs, sa demande augmente : elle ne peut que diminuer (*ibid.*).

Enfin, la valeur de p_b peut être supposée suffisamment grande pour que la demande de (B) soit nulle (*ibid.*).

Le traitement de la seconde composante de la demande nette est à l'avenant. Walras montre qu'en faisant varier le prix p_b , l'offre est successivement croissante et décroissante. Lorsque $p_b = 0$, ou même lorsque ce prix dépasse quelque peu ce niveau, l'offre reste nulle. Par la suite, lorsque p_b augmente, l'offre croît, au moins dans un premier temps, avant de baisser du fait du renchérissement des marchandises contre laquelle elle s'échange. Cet infléchissement de la courbe d'offre s'explique par la conception walrassienne de l'échange : l'offre est en effet nécessairement la contrepartie d'une demande. L'offre du bien (B) se fait en contrepartie de la demande de tous les autres biens. En raison des quantités limitées des mar-

⁴ Jaffé suggère que Walras ramène temporairement son étude à « un modèle d'équilibre partiel » (Jaffé [1981], p. 250).

⁵ Voir également Jaffé [1981], pp. 248 et suivantes.

chandises détenues par les agents, l'offre de (B) diminue au fur et à mesure que les demandes des autres biens sont progressivement satisfaites. Finalement, l'offre de B redevient nulle lorsque son prix tend vers l'infini.

Alors, en effet, les marchandises (A), (C), (D) ... deviennent de moins en moins chères par rapport à la marchandise (B), et les demandes de ces marchandises se produisent successivement en même temps que l'offre de (B) qui les accompagne. Mais cette offre n'augmente pas indéfiniment; elle passe par un maximum au moins, lequel ne peut être supérieur à la quantité totale possédée; puis elle diminue pour redevenir nulle si p_b devient infini, c'est-à-dire si (A), (C), (D) ... sont gratuites (Walras [1889] in [1988], § 128, p. 193).

Ainsi, Walras montre que la fonction d'offre part de zéro, puis s'avère successivement croissante et décroissante.

Au regard de l'évolution de ces deux composantes, Walras peut légitimement espérer qu'il existe une valeur de p_b permettant d'annuler la demande nette.

Dans ces conditions, et à moins que D_b ne devienne nul avant que O_b ait cessé de l'être, cas auquel il n'y a pas de solution, il existe une certaine valeur de p_b pour laquelle O_b et D_b sont égaux (*ibid.*, § 129, p. 193).

Cependant, du fait de l'allure de la courbe d'offre, la rencontre entre les deux composantes de la demande nette peut se faire en plusieurs endroits, voire même ne jamais survenir (*ibid.*, § 65, p. 97).

- La troisième étape consiste à montrer comment se détermine numériquement la valeur de p_b qui annule la demande nette. Cette méthode consiste à résoudre par tâtonnements une équation à une inconnue.

Pour trouver cette valeur, il faut augmenter p'_b , si, au prix p'_b , l'on a $Y' > 0$, soit $D'_b > O'_b$, et diminuer p'_b , si, au prix p'_b , l'on a $Y' < 0$, soit $O'_b > D'_b$ (*ibid.*, § 129, p. 193).

On a là, explicitement formulé en termes mathématiques, la règle de variation du prix en fonction du signe de la demande nette. Cette règle n'est que la transposée de celle figurant dans la méthode de Lagrange. En effet, lorsque la première composante de l'équation est supérieure à la seconde, il faut faire en sorte que la nouvelle valeur prise par la variable p_b induise une diminution de la première composante (la demande), et une augmentation de la seconde (l'offre). Or, on sait, grâce à la deuxième étape, comment faire varier p_b pour obtenir ce résultat. Il suffit de proposer une valeur p'_b du prix du bien (B) qui soit, dans cette configuration de la demande nette, supérieure à la précédente p_b . On retrouve alors ici les trois configurations possibles envisagées par Walras. – Si la demande nette s'annule pour le nouveau prix, alors le marché du bien considéré se trouve à l'équilibre. Il n'y a donc plus lieu de poursuivre les tâtonnements. – Si la demande nette reste toujours excédentaire à ce nouveau prix, il faut augmenter une fois encore le prix. – Si la demande nette devient déficitaire, sa deuxième composante (l'offre) excède alors la première composante (la demande). Il faut donc faire varier le prix du bien (B) de manière à diminuer l'offre et augmenter la demande. Grâce à la deuxième étape de la méthode de Lagrange, on sait qu'il suffit de proposer une valeur p''_b de cette variable qui soit inférieure à sa valeur précédente p'_b , mais tout en étant supérieure à la première tentative p_b . Et ainsi de suite jusqu'à ce que la demande nette s'annule pour une certaine valeur prise par la variable prix.

On obtient ainsi l'équation

$$F_b(p''_b, p'_c, p'_d \dots) = 0 \text{ (Walras [1889] in [1988], § 129, p. 193).}$$

La solution p''_b est donc trouvée par tâtonnement, en supposant que les autres prix restent constants durant cette phase. Les quantités échangées seront donc nécessairement égales pour le prix d'équilibre p''_b . La méthode détermine donc simultanément un prix et une quantité d'équilibre.

Walras applique ensuite cette méthode successivement à tous les autres marchés, en ne se servant explicitement que de la troisième étape⁶. Après le marché du bien (B), Walras passe à la résolution du marché (C), puis à celle du marché du bien (D), etc.

≅ Cette opération effectuée, la fonction $F_c(p'_b, p'_c, p'_d \dots) = 0$ est devenue $F_c(p''_b, p'_c, p'_d \dots) \cong 0$; mais on peut obtenir l'équation $F_c(p''_b, p''_c, p'_d \dots) = 0$, en augmentant ou diminuant p'_c suivant qu'au prix p'_c on a $Z' > 0$, soit $D'_c > O'_c$, ou $Z' < 0$, soit $O'_c > D'_c$. On obtient de même l'équation $F_d(p''_b, p''_c, p''_d \dots) = 0$; et ainsi de suite (Walras [1889] in [1988], § 129, p. 195).

La méthode est la même: il s'agit de faire varier le prix du bien considéré en fonction du signe de la demande nette, en essayant de restreindre progressivement la fourchette des possibles. Ce faisant, marché après marché, Walras démontre que le mécanisme de la hausse et de la baisse « détermine » par tâtonnement le prix d'équilibre lorsque tous les autres prix sont supposés constants.

Après avoir trouvé successivement les racines qui sont solution de chaque équation, Walras est contraint de les remettre en cause pour une raison simple: chaque racine était calculée en supposant les autres prix constants. Or, au terme de la première série de calculs – ou itération –, tous ces prix ont changé (Walras [1896] in [1988], appendice 1, § 3, p. 698). Walras est alors obligé de procéder à une seconde itération et, en fait, à bien d'autres encore (Jaffé [1981], p. 251). Car ces itérations ne s'interrompent que lorsque toutes les demandes nettes seront nulles avec le système de prix résultant de l'itération précédente. Par conséquent, Walras est contraint de supposer que chaque itération permettra de trouver un système de prix plus proche de l'équilibre que celui atteint lors de l'itération précédente. Après une démonstration plutôt « négligente et vague » (Jaffé [1967], p. 227, n. 16) reposant sur une analyse des effets directs et indirects produits par des variations de prix sur les demandes des biens, Walras conclut à la convergence « probable » des tâtonnements vers la solution d'équilibre (Walras [1889] in [1988], § 130, p. 195).

L'adjectif « probable » trahit en fait l'impuissance de Walras à démontrer mathématiquement son propos. Cette impuissance provient de la méthode même qu'il emploie. Cette méthode, valable pour déterminer la racine d'une équation à une inconnue, ne peut être transposée à un système d'équations. Walras, conscient de l'existence de cet obstacle, tente de le contourner à l'aide d'un argument *ad hoc*: le caractère probable de la convergence des tâtonnements vers l'équilibre général.

Ainsi, il semble clair que Walras s'est inspiré de la méthode de Lagrange pour montrer que les marchés pouvaient, en pratique, parvenir au système de prix d'équilibre, celui-là même calculé par le théoricien.

⁶ Voir également D'Autume [1982], p. 118.

[P]our démontrer que des prix de marchandises [...] résultent effectivement de telles données ou conditions, il est absolument indispensable à mon sens : 1° de formuler, d'après ces données ou conditions, un système d'équations, [...], et 2° d'établir que l'enchaînement des phénomènes de la réalité constitue bien la résolution empirique de ce système d'équations. C'est ce que j'ai fait en ce qui concernait successivement l'échange, la production et la capitalisation (Walras [1874] *in* [1988], § 370, p. 651).

Il s'agissait donc bien, dans son esprit, de trouver une méthode mathématique qu'il puisse mettre en correspondance avec le mécanisme de la concurrence.

On se souvient que la concurrence, pour Walras, s'enclenche entre les agents économiques qui se trouvent « du côté long ». De fait, lorsque la demande est supérieure à l'offre, une concurrence s'instaure entre les demandeurs pour acquérir ces biens rares. Cette concurrence les conduit, d'une manière ou d'une autre, à faire augmenter le prix du bien. Inversement, lorsque l'offre surpasse la demande, une concurrence s'installe entre les vendeurs qui les amène à baisser leur prix pour pouvoir écouler leurs marchandises. Ainsi, le mécanisme de la hausse et de la baisse peut être identifié à une règle : en cas de demande nette négative, le prix diminue, et inversement dans le cas d'une demande nette positive. Or, cette règle d'ajustement est précisément celle que l'on retrouve lorsque Walras utilise la méthode de Lagrange pour résoudre les équations. Lorsque la composante « positive » de l'équation à résoudre dépasse sa composante « négative », il faut modifier la variable de manière à induire simultanément une baisse de la composante positive et une hausse de la composante négative, et inversement. De ce fait, on peut parvenir par tâtonnements à trouver la racine qui est solution de l'équation. Walras fait ainsi correspondre les tâtonnements générés par le mécanisme de la hausse et de la baisse à la méthode de Lagrange.

Pour démontrer notre propos, nous avons établi que 1/ les caractéristiques essentielles que Walras retient de la concurrence sont la hausse et la baisse du prix en fonction du signe de la demande nette, et la suspension des échanges avant l'équilibre; 2/ ces caractéristiques permettent d'identifier le mécanisme de la concurrence à une méthode mathématique dite « par tâtonnement » de résolution numérique des équations; 3/ le point de jonction entre ces caractéristiques et la méthode de Lagrange réside dans la règle de la demande nette; 4/ grâce à ce point de contact, Walras peut démontrer mathématiquement que le mécanisme de la concurrence permet d'atteindre pratiquement la solution déterminée théoriquement. Nous allons maintenant voir que Pareto s'écarte de cette conception du tâtonnement.

2. LE MARCHANDAGE PARÉTIEN

Il existe une ambivalence dans l'interprétation parétienne du tâtonnement walrassien. D'un côté, Pareto semble avoir compris le statut qu'accorde Walras au tâtonnement; de l'autre, Pareto s'écarte de la représentation walrassienne de ce mécanisme. La place nous manque pour tenter de cerner les motifs qui peuvent expliquer cette ambivalence⁷. Il convient donc ici simplement d'en exposer les

⁷ Voir Lendjel [1998] p. 84 et suivantes.

termes dans un premier temps, pour, dans un second temps, mettre en relief ce qui fait l'originalité du marchandage parétien par rapport au tâtonnement walrassien.

2.1. Similitudes et divergences

Avant tout, il convient de s'arrêter sur le choix terminologique de Pareto. Il utilise le terme de « marchandage » et non pas celui de « tâtonnement » pour désigner la procédure qui s'établit avec la libre concurrence. Ce terme comporte le double avantage de traduire en un mot la périphrase walrassienne – « le mécanisme de la hausse et de la baisse » -, et de saisir le cœur du raisonnement de Walras. C'est en effet ce « marchandage » qui est identifié à la méthode de Lagrange.

Mr Walras a fait voir que le marchandage qui s'établit avec la libre concurrence est le moyen de résoudre par tentatives les équations de l'échange (Pareto [1896], § 59, p. 24).

La « résolution par tentative » des équations se fait ainsi par un « marchandage » coextensif à la « libre concurrence ». On a bien là les trois moments de la démonstration walrassienne, mais formulés dans des termes différents. On retrouve cette idée pour les équations de la production :

Mr Walras a fait voir que la concurrence des entrepreneurs et des échangeurs est un moyen de résoudre par tentatives les équations de l'équilibre de la production. Cette idée, en général, paraît être très féconde pour la science économique (*ibid.*, § 101, pp. 45-46).

Et Pareto d'insister sur le fait que ce mode de résolution des équations peut être remplacé par des calculs émanant des employés d'un Etat socialiste :

[I]a fonction sociale des spéculateurs, en tant qu'ils n'agissent pas directement sur les prix, est de résoudre, le plus promptement et le mieux possible, les équations de l'équilibre économique. Ce sont ces équations mêmes qu'auraient à résoudre les employés d'un Etat socialiste (Pareto [1897], § 901, p. 245).

Il semble donc que Pareto ait compris le propos de Walras : s'appuyer sur une méthode de résolution numérique par tâtonnement pour démontrer que le mécanisme de la libre concurrence engendre des prix qui sont solutions des systèmes d'équations.

Cependant, la représentation que propose Pareto du mécanisme de formation des prix s'écarte en de nombreux points de celle de Walras. En s'appropriant la démonstration walrassienne, Pareto en vient à insister davantage sur la dimension organisationnelle du tâtonnement. Après avoir évoqué le marchandage pour l'équilibre de l'échange, Pareto l'explique davantage lors de l'équilibre de la production :

[s]i, par le plus grand des hasards, ces prix étaient tels, que le coût de production (en numéraire), calculé avec les prix des services, se trouvât précisément égal aux prix de vente des marchandises, l'équilibre se trouverait établi du premier coup. Mais il n'en sera généralement pas ainsi. Certains prix de vente seront supérieurs aux coûts de production correspondants, et les entrepreneurs, encouragés par le bénéfice qu'ils obtiennent, développeront ces fabrications. D'autres prix de vente seront inférieurs aux coûts de fabrication, et les entrepreneurs restreindront ces fabrications. Les quantités offertes sur le marché seront donc changées, et, par là même, tout l'équilibre sera changé. Un nouvel équilibre d'échange s'établira, qui modifiera de nouveau les prix de vente et les coûts de production, et, ainsi de suite, jusqu'à ce que ces prix de vente et ces coûts de production soient égaux, et que l'équilibre soit atteint (*ibid.*, § 101, p. 47).

On constate à l'évidence que ce processus s'inspire de celui décrit par les entrepreneurs pour Walras. En effet, pour ce dernier, les entrepreneurs « affluent ou développent » ou « se détournent ou restreignent » leur production selon qu'ils font des bénéfices ou des pertes (Walras [1874] in [1988], § 188, p. 283). Mais, par delà ces similitudes, il existe un certain nombre de points de divergences qui écartent cette représentation de celle de Walras.

On peut ainsi lister en cinq points ces divergences.

1. Comme nous l'avons déjà mentionné, les termes choisis par Pareto ne sont pas ceux de Walras. Plutôt que de parler de « tâtonnement », Pareto se réfère à des « marchandages ». Ces marchandages se traduisent par des « tentatives » faites par les agents. En économie de production, l'entrepreneur walrassien devient un « producteur » pour Pareto, etc. Il s'agit là d'une caractéristique des écrits de Pareto lorsqu'il s'empare de la pensée d'un auteur⁸.

2. A la différence de Walras, Pareto définit la concurrence comme une situation dans laquelle les agents, en grand nombre, s'approprient les biens économiques sans chercher à s'entendre (Pareto [1896], § 88, p. 39; [1897], p. 400). S'il considère, comme Walras, que la concurrence renvoie à un comportement, il en retient un aspect différent. Ainsi, « sous ce régime »,

les producteurs se portent vers les industries qui donnent des bénéfices, et se retirent des industries d'où résultent des pertes (*ibid.*, § 87, p. 39).

Pareto ne met pas l'accent sur les comportements d'enchères et de rabais, comme le fait Walras, mais sur la mobilité des producteurs. Or, comme on l'a vu, la démonstration de Walras repose de manière cruciale sur les comportements d'enchère et de rabais. Si Walras décrivait la mobilité des entrepreneurs évoquée par Pareto, elle se ramenait à un mécanisme de hausse et de baisse, de manière à rendre possible leur identification avec la méthode de Lagrange. En ne réduisant pas la mobilité des entrepreneurs à la hausse et la baisse, Pareto déplace l'accent du comportement des entrepreneurs de sa dimension mathématique vers sa dimension organisationnelle.

3. Curieusement, Pareto ne semble pas distinguer un processus d'échange sur le marché des services d'un autre sur le marché des produits. En effet, Pareto fait rencontrer sur un même marché des consommateurs qui viennent

vendre les services de leurs capitaux et acheter des produits; les entrepreneurs y viennent vendre les marchandises qu'ils ont fabriquées et acheter des services pour en produire d'autres (*ibid.*, § 101, p. 46).

Le marché des services et des produits constitue ainsi un seul et même marché où se rencontrent consommateurs et entrepreneurs. On se souvient que Walras distinguait les tâtonnements sur chacun de ces marchés, résolvant successivement, marché par marché, l'équation de la demande nette grâce à la méthode de Lagrange. En fait, Pareto distingue le processus pour atteindre l'équilibre de

⁸ On retrouve cette démarche lorsqu'il aborde les thèses de Marx (Lendjel [1997b], p. 63 et suivantes).

l'échange de celui qui mène à l'équilibre de la production. Alors que Walras procédait selon une démarche architectonique, en intégrant progressivement sur une même base le phénomène de l'échange, de la production, de la capitalisation et de la monnaie, Pareto semble considérer que ces trois phénomènes se ramènent à des processus distincts ⁹:

[l]e marchandage produit les phénomènes décrits [pour la production], auxquels s'ajoutent ceux qui dépendent de la production des capitaux. Les échangeurs vont sur le marché et y portent certaines quantités de produits et de services. L'équilibre s'établit pour l'échange. Alors les entrepreneurs qui fabriquent des produits et ceux qui fabriquent des capitaux, augmentent ou restreignent leur production, en se rapprochant de l'égalité du coût de production au prix de vente. Cela dérange l'équilibre de l'échange ; il se rétablit. De nouveau la production s'adapte à ce nouvel équilibre de l'échange, et ainsi de suite, jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint (*ibid.*, § 135, p. 61).

On aurait ainsi d'un côté l'« équilibre de l'échange » et, de l'autre, « l'équilibre de la production », chacun s'ajustant d'une manière analogue à un marché et chacun perturbant par ses tentatives l'équilibre atteint par l'autre. Il en va de même pour l'équilibre du « capital monnaie » (*ibid.*, § 297, p. 184) qui perturbe les autres équilibres par ses tentatives. De la sorte, chaque équilibre correspond à une fonction économique précise : l'échange, la production, la capitalisation et la monnaie. A chacune de ces fonctions correspond un processus « d'essais » ou de « tentatives ». On retrouvera cette distinction fonctionnelle au sein du ministère de la production en économie socialiste.

4. Pareto ne mentionne pas la clause de suspension des échanges avant l'équilibre. De ce fait, chaque « tentative » se traduit par un échange effectif. Pour la production, cela suppose qu'en cas d'écart entre le prix de vente et le prix de production, le « producteur » modifie effectivement sa production¹⁰. Dans ce cas, le caractère irréversible de la production ne permet pas aux producteurs d'agir en toute liberté, contrairement à ce que suppose Walras. Ils ne peuvent plus se rétracter aussi facilement que dans le cas de l'échange puisqu'ils sont contraints par leurs décisions productives antérieures.

Ces erreurs d'adaptation sont aussi des erreurs de prévoyance. [...] Ces erreurs sont en général peu importantes pour l'échange. Si un homme a acheté aujourd'hui trop de vin pour son usage, il en achètera moins, le mois prochain ou l'année prochaine. Mais s'il a acheté des machines pour doubler sa production, alors que la consommation n'augmentait pas dans cette proportion, il ne se résignera pas à réduire sa production immédiatement, et la perturbation de l'équilibre économique sera plus profonde et plus longue (Pareto [1896], § 42, pp. 18-19).

De ce fait, le processus décrit par Pareto ne peut plus s'identifier avec une méthode mathématique de résolution des équations. Le tâtonnement de Pareto rompt alors définitivement avec la dimension mathématique que lui attribuait Walras.

⁹ Pareto avance un argument d'autorité pour soutenir que la démonstration de la convergence du mécanisme de formation des prix « sera trouvée facilement par les personnes connaissant la théorie générale des équations » (Pareto [1896], § 135, p. 61, n. 2).

¹⁰ On sait que Walras lui-même était ambigu sur la question comme en témoigne l'introduction tardive des « bons » dans le tâtonnement en économie de production.

5. Du fait du caractère « effectif » des tentatives, il est logique que le temps intervienne dans le processus décrit par Pareto (Bridel [1990], p. 187). Le temps empêche en effet l'économie d'atteindre l'équilibre :

[e]n réalité, il ne l'est jamais ; car, à mesure qu'on tâche de s'en rapprocher (41), il change continuellement, parce que les conditions techniques et économiques de la production changent. L'état réel est donc celui de continuelles oscillations autour d'un point central d'équilibre, qui lui-même se déplace (Pareto [1896], § 101, p. 47).

Ce processus marchand est donc caractérisé par des oscillations cycliques autour du point d'équilibre¹¹. On retrouve en quelque sorte les caractéristiques du « marché permanent » walrassien, mais intervenant ici avant la capitalisation et non, comme chez Walras, comme une sorte de « coda » (Jaffé [1981], p. 263). Cela signifie que, pour chaque équilibre, les données du problème changent avant le terme du processus de formation des prix.

Ainsi, au regard de ces cinq différences, le processus de formation des prix proposé par Pareto ne coïncide plus avec celui de Walras. Il ne s'agit donc plus d'un procédé démonstratif destiné à garantir l'égalité des solutions théoriques et pratiques. Pareto met au contraire l'accent sur les caractéristiques organisationnelles du processus marchand. Ce dernier est mis en œuvre pour répondre à des fonctions économiques spécifiques – l'échange, la production, la capitalisation – ; il prend en compte l'irréversibilité des décisions productives ; ses caractéristiques organisationnelles changent selon le système économique dans lequel il intervient (libre concurrence, monopole collectif, ...). Pareto s'attache donc à spécifier les institutions, les comportements, les procédures, en un mot les caractéristiques organisationnelles, du processus marchand. Du point de vue épistémologique, Pareto est davantage préoccupé par le « réalisme » du marchandage – au sens où ses caractéristiques renvoient à des phénomènes observables – que ne l'est Walras¹².

Ces préoccupations pour l'empirie conduisent Pareto à intégrer une dimension originale qui n'apparaît pas dans la conception walrassienne.

2.2. La prise en compte du temps

Du fait de ses préoccupations, Pareto ne pouvait se satisfaire du caractère atemporel du tâtonnement walrassien. La grande innovation de Pareto réside précisément dans l'intervention du temps et dans le caractère effectif des tentatives (Pareto [1906], V, §§ 43-47). Elle le conduit à expliciter ce que Walras laisse dans l'ombre : le processus par lequel les entrepreneurs choisissent la technique productive la plus efficace. Ce processus peut être caractérisé par deux représentations graphiques complémentaires¹³.

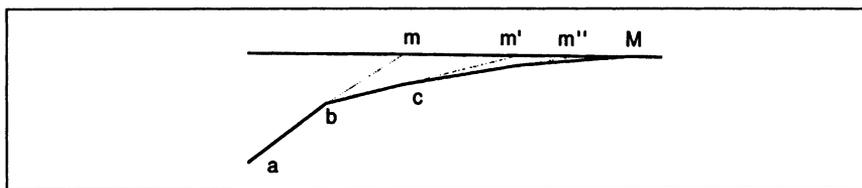
La première – la « courbe de poursuite » – décrit la suite d'actions menée par un producteur lorsqu'il poursuit l'objectif de maximiser son profit (*ibid.*, V, § 11, p. 289)¹⁴.

¹¹ Voir, sur ce point Lombardini [1989], pp. 203-204 et Bridel [1990], p. 188.

¹² En ce sens, Pareto adopte une lecture de Walras analogue à celle de Walker (Lendjel [1997a]).

¹³ Nous ne faisons ici qu'une présentation sommaire de ces deux courbes, puisqu'elles sont amplement commentées dans la contribution de Steiner à cet ouvrage.

¹⁴ La dimension dynamique de la courbe de poursuite chez Pareto a déjà été soulignée par Allais [1968].

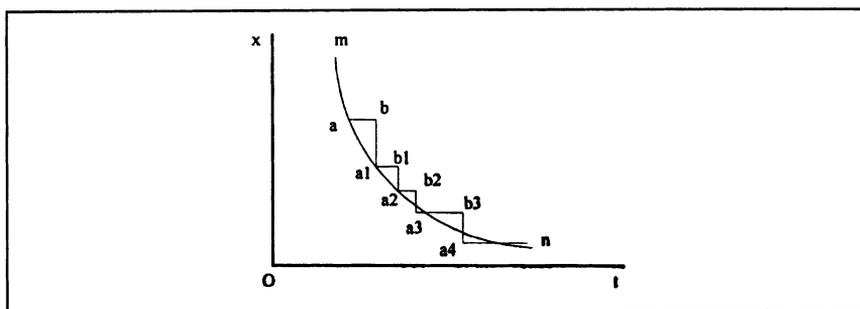


Selon Pareto, cette série d'actions résulte des effets indirects produits par la concurrence. En effet, lorsqu'une entreprise poursuit isolément son propre avantage (*ibid.*, V, § 74, p. 331), elle ne prend pas en compte les réactions des autres entreprises. Par conséquent, si toutes les entreprises réagissent de la même manière aux conditions momentanées de la demande, l'ensemble de leurs réactions influence en retour les conditions de l'échange. Ce faisant, ces nouvelles conditions modifient les prix en vigueur sur le marché. Les entreprises sont alors contraintes de réagir et de calculer de nouveaux coefficients de fabrication et un niveau de production optimaux (*ibid.*, V, § 72). Et ainsi de suite, jusqu'à trouver les conditions de production optimales. La courbe décrit donc une série d'opérations successives qu'effectue une entreprise pour parvenir à une situation d'équilibre.

La deuxième représentation graphique de Pareto propose de représenter cette série d'opérations dans le temps, toujours pour le cas d'un producteur sur un marché isolé.

L'axe Ot étant l'axe des temps, et l'axe Ox étant celui sur lequel on porte des sommes de monnaies, supposons que la ligne mn représente l'état de choses dans lequel l'entrepreneur ne fait ni gain ni perte (Pareto [1897], § 718, p. 86).

On obtient ainsi le graphique suivant (*ibid.*):



La « ligne » mn représente la courbe des prix qui, pour un entrepreneur donné, correspond à un bénéfice nul. Il s'agit d'une représentation graphique du processus dynamique qui conduit l'entrepreneur à fixer un prix de vente au niveau de son prix de revient. Pour expliciter ce graphique, Pareto commence par remarquer que la fixation du prix par l'entrepreneur est contrainte par la concurrence des autres producteurs puisque «[c]e n'est pas volontairement qu'il suit cette ligne» (*ibid.*). Cette concurrence le force à rabattre son prix de vente sur son prix de revient. Ainsi, lorsqu'il se situe en a , son prix de vente est égal au prix de revient. Insatis-

fait par cette situation, le producteur va chercher à diminuer ses coûts de production de manière à obtenir un bénéfice. Il trouve alors une combinaison productive plus efficace qui lui permet de réduire ses coûts de production et de s'octroyer un gain équivalent au segment ba_1 pendant une période ab . En effet, le producteur peut maintenir son prix de vente à son niveau antérieur jusqu'au moment où la concurrence le contraint à baisser son prix de vente au niveau de ses coûts de production. Le producteur est alors contraint de se situer en a_1 , l'incitant alors à réduire de nouveau ses coûts pour dégager un bénéfice. Il relance alors le processus d'ajustement en cherchant une nouvelle combinaison productive moins coûteuse. La décroissance du prix de vente dans le temps s'explique donc par un processus qui contraint les producteurs à choisir des combinaisons productives de plus en plus économes (Pareto [1906], V, § 73).

La conjonction de ces deux représentations graphiques met donc en évidence la dimension temporelle que Pareto intègre dans le processus de formation des prix. Ce faisant, Pareto introduit une irréversibilité dans ce processus en empêchant toute forme de calcul virtuel. En effet, le processus qui conduit les producteurs à choisir la combinaison productive la plus efficace ne peut se faire *a priori*, comme le souligne Barone à propos du calcul économique dans un système socialiste :

il est franchement *inconcevable* que la détermination *économique* des coefficients techniques puisse être faite *a priori*, de façon à satisfaire la condition de coût minimum de production qui est une condition essentielle à l'obtention de ce maximum auquel nous nous sommes référés. Cette variabilité *économique* est certainement négligée par les collectivistes : mais Pareto a déjà démontré, dans une de ses nombreuses et ingénieuses contributions à la science économique, qu'il s'agissait là d'un des aspects les plus importants de la question (Barone [1908], § 57, p. 295).

Elle empêche toute forme de tâtonnement virtuel ou même toute forme de calcul *a priori* pour trouver les techniques productives optimales.

On mesure ici la distance qui sépare le marchandage parétien du tâtonnement walrassien. L'introduction du temps constitue une rupture, puisqu'elle marque l'abandon par Pareto du caractère mathématique du tâtonnement au profit de caractéristiques empiriques.

CONCLUSION

Pour conclure, nous souhaitons formuler deux remarques. 1/ Cette approche comparative a permis de mettre en lumière une bifurcation entre deux approches du processus marchand. La première insiste sur la cohérence formelle du tâtonnement, puisque les comportements des agents sur les marchés doivent permettre de retrouver, d'une manière ou d'une autre, la solution désignée théoriquement par le système d'équation. Walras s'inscrit dans cette configuration en avançant une solution originale : faire en sorte que le comportement des marchés concurrentiels puisse correspondre à une méthode mathématique de résolution numérique d'équation. La deuxième approche met l'accent sur la cohérence organisationnelle du processus marchand. Cette approche tend à négliger la dimension mathématique du tâtonnement au profit d'une plus grande richesse descriptive. Pareto s'inscrit dans cette perspective en mettant en avant la dimension temporelle du

processus de sélection des choix des combinaisons productives par les entrepreneurs. Cette bifurcation originelle semble encore marquer les différentes approches que l'on propose actuellement du tâtonnement. La littérature sur le tâtonnement des années soixante a massivement opté pour la première voie de recherche. Avec les difficultés qu'elle rencontre actuellement, comme en témoigne le théorème de Sonnenschein, Mantel et Debreu, certains auteurs prêchent pour la seconde voie, comme Walker. 2/ Notre approche comparative permet de mettre en lumière la différence de statut des mathématiques au sein de l'économie pure pour ces deux auteurs. Pour Walras, l'économie pure devait constituer une nouvelle branche des mathématiques. Chaque concept économique s'articule donc à un concept mathématique, comme en témoigne la correspondance entre le tâtonnement et la méthode de Lagrange. Pour Pareto, l'économie pure ne se réduit pas à une économie mathématique. Si l'emploi des mathématiques se justifie, d'après lui, pour expliquer l'interdépendance des phénomènes économiques, il n'est jamais question de son emploi systématique au point de rejoindre le projet de Walras. Il existe un espace dévolu à l'organisationnel chez Pareto qui n'existe pas dans l'économie pure de Walras.

G. R. E. S. E.

Université de Paris I Panthéon-Sorbonne

BIBLIOGRAPHIE

- Allais M. [1968], « Pareto, Vilfredo. Contribution to Economics », in D. Sills (ed.) *International Encyclopedia of the Social Sciences*, vol. 11, MacMillan & Free Press, pp. 399-411.
- Arrow K.-J., Hahn F.-H. [1971], *General Competitive Analysis*, Amsterdam, North Holland.
- Barone E. [1908], « Il Ministro della Produzione nello Stato Collettivista », *Giornale degli Economisti*, sept.-oct. 1908, réédité en anglais Von Hayek F., *Collectivist Economic Planning*, London, Routledge, 1935, puis traduit en français in *L'économie dirigée en régime collectiviste*, Paris, De Médicis, 1939.
- Berthoud A. [1988], « Economie politique et morale chez Walras », *Economies et sociétés, Cahiers de l'ISMEA, série « Histoire de la pensée économique »*, PE, n. 9, t. XXII, n. 3, pp. 65-93.
- Bridel P. [1990], « Equilibre, statique comparée et analyse dynamique chez Vilfredo Pareto : remarques sur la contribution de Siro Lombardini », *Revue européenne des sciences sociales, Cahiers Vilfredo Pareto*, t. XXVIII, n. 88, pp. 183-191.
- Dahan-Dalmedico A., Peiffer J. [1982], *Une histoire des mathématiques : Routes et dédales*, Paris, Seuil, coll. Points-Sciences, 1986.
- D'Autume Antoine [1982], « L'introduction du temps dans la théorie de l'équilibre général », *Cahier d'Economie Politique*, n. 7, pp. 93-127.
- Goodwin R.M. [1951], « Iteration, Automatic Computers and Economic Dynamics », *Metroeconomica*, vol. 3, n. 1, p. 1-7, réédité dans *Essays in Economic Dynamics*, London, MacMillan, 1984.
- Jaffé W. [1965], *Correspondence of Léon Walras and Related Papers*, 3 vol., Amsterdam, North-Holland.
- Jaffé W. [1967], « Walras's Theory of Tâtonnement : a Critique of Recent Interpretations », *Journal of Political Economy*, vol. 79, n. 1, February, p. 1-19, in Walker [1983], chap. 13, pp. 221-243.
- Jaffé W. [1981], « Another Look at Walras's Theory of Tâtonnement », *History of Political Economy*, vol. 13, n. 2, pp. 313-336.

- Lallement J. [1990], « Walras et les idéaux de 1789 », in G. Faccarello et Ph. Steiner (ed.), *La pensée économique pendant la révolution française*, Grenoble, Presse Universitaire de Grenoble, pp. 609-618.
- Lendjel E. [1997a], « Le 'biais empiriste' dans l'interprétation de Walker du tâtonnement walrassien », *Economies et sociétés, Cahiers de l'ISMEA, série « Histoire de la pensée économique »*, PE, n. 26, t. XXXI, n. 10, pp. 47-84.
- Lendjel E. [1997b], « La critique parétienne des thèses de Marx : un contre-discours organisé autour du concept de spoliation », *Revue européenne des sciences sociales, Cahiers Vilfredo Pareto*, t. XXXV, n. 109, pp. 55-73.
- Lendjel E. [1998], *Les métamorphoses du tâtonnement : une histoire de ses formalisations de Walras à Samuelson*, thèse de doctorat, Université de Paris I Panthéon-Sorbonne.
- Lombardini S. [1989], « Equilibre et évolution dans la pensée de Vilfredo Pareto », *Revue Européenne des sciences sociales*, vol. XXVII, n. 85, pp. 193-209.
- Lotter F. [1985], « Léon Walras : de la mesure observée à la mesure imaginée », *Economies et sociétés, Cahiers de l'ISMEA, série « Histoire de la pensée économique »*, PE, n. 3, t. XIX, n. 3, pp. 109-145.
- Pareto V. [1896-1897], *Cours d'Economie Politique*, vol. I paru en 1896, vol. II en 1897, Lausanne, chez l'auteur, réédité par G.-H. Bousquet et G. Busino, Œuvres Complètes, tome I, Genève, Droz, 1964.
- Pareto V. [1906], *Manuale di economia politica*, 1^{re} éd. française 1909, réédité par G. Busino, Œuvres Complètes, tome VII, Genève, Droz, 1966.
- Rashed R. (ed.) [1984], *Essais d'histoire des mathématiques*, Paris, A. Blanchard.
- Rebeyrol A. [1994], *La genèse de la théorie de l'équilibre économique général : essai sur l'œuvre de Léon Walras*, Thèse de Doctorat, Université Paris X-Nanterre.
- Steiner P. [1999], « L'entrepreneur parétien et la théorie de l'action », *Revue européenne des sciences sociales*, t. XXXVII, n. 116, pp. 103-118.
- Uzawa H. [1960], « Walras' Tâtonnement in the Theory of Exchange », *Review of Economic Studies*, vol. 27, n. 74, pp. 182-194.
- Van Daal J., Jolink A., [1993], *The Equilibrium Economics of Léon Walras*, London, Routledge.
- Walker D.-A. [1987], « Walras's Theories of Tâtonnement », *Journal of Political Economy*, vol. 95, n. 4, pp. 758-774.
- Walker D.-A. [1988], « Iteration in Walras's theory of Tâtonnement », *De Economist*, vol. 136, n. 3, pp. 299-316.
- Walker D.-A. [1996], *Walras' Market Models*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Walras L. [1871-1881], *Cours d'économie politique appliquée*, in Walras [1996], p. 445-714.
- Walras L. [1988], *Éléments d'économie politique pure ou théorie de la richesse sociale*, Edition comparée des éditions de [1874], [1889], [1896], [1900] et [1926], Œuvres économiques complètes, vol. VIII, Paris, Economica, 1988.
- Walras L. [1996], *Cours*, Œuvres économiques complètes, vol. XII, Paris, Economica, 1996.