

## Brèves remarques à propos du schématisme ensembliste lors de l'introduction de la soustraction \*

par Jean Brun et François Conne

### Introduction

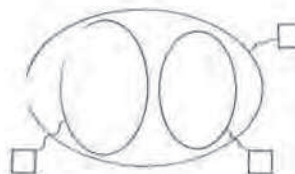
Pour l'élève qui résout un problème additif ou soustractif, la représentation des relations et opérations qu'il traite peut se situer à différents plans: les objets, les schémas, les énoncés, les équations. Un des problèmes didactiques est l'articulation de ces différents plans entre eux.

A propos de l'introduction de la soustraction en 1re année (cf *Méthodologie 1 P*, 1re édition, jeu OP 4), se pose plus particulièrement le problème de la correspondance entre le plan des activités exercées sur un matériel, ou opérations sur les objets, et le plan des schémas rendant compte des relations en jeu. En effet, si lorsque la notion est construite, les opérations sur les schémas renvoient à une classe de problèmes que l'on peut formellement identifier, il reste à savoir comment des représentations symboliques moins indépendantes des actions effectuées sur une situation-problème sont des étapes utiles à la construction des notions. La question est celle de la fonction didactique attribuée aux schémas: sont-ils une occasion pour l'élève de représenter ses procédures de résolution de problèmes, ou sont-ils des modèles censés montrer les relations en jeu dans le problème résolu ?

### Analyse

L'approche adoptée dans OP 4 se situe dans la ligne de la conception de DIENES, pour qui «le calcul de la propriété numérique de l'ensemble-différence de deux ensembles constitue l'opération de soustraction. De même, le calcul de la propriété numérique de l'ensemble formé par la réunion de deux ensembles constitue l'opération arithmétique que nous appelons addition.» (Z.P. Dienes, E.W. Golding: *les premiers pas en mathématique: Ensembles, Nombres et Puissances*. Paris, OCDL, 1969, p. 31).

Ayant préalablement travaillé la réunion d'ensembles disjoints pour s'approprier l'addition, les enfants abordent l'opération inverse en construisant «l'ensemble-différence», selon la terminologie de DIENES. Le schématisme utilisé reste le même dans les deux cas:



\* Ce travail s'inscrit dans le cadre du contrat No 1-706-0.78 du Fonds national de la Recherche scientifique (Perret-Clermont, Brun).

Il représente indifféremment des énoncés du type: — *J'ai cinq jetons rouges et quatre jetons bleus. Combien ai-je de jetons en tout ?* ou — *J'ai neuf animaux, quatre sont des chevaux. Combien ne sont pas des chevaux ?* Pour l'élève, il reste à opérer sur ce schéma.

Afin d'y parvenir, on passe par l'étape d'une activité où les élèves résolvent le problème au moyen d'objets concrets. Ainsi en est-il de OP 4 (\*). Notre analyse ne concerne pas ce jeu pour lui-même, ni l'option choisie pour aborder la soustraction, mais uniquement l'articulation entre les actions sur le matériel et le schématisation. Il s'agit là de deux plans différents de représentation des opérations en jeu dans le problème et leur trop grand décalage pourrait peut-être expliquer certaines difficultés rencontrées par les élèves de 6 à 7 ans.

### 1. ADDITION

Au plan de l'action, l'enfant peut réunir les objets et les dénombrer, ou réunir les ensembles puis sommer les cardinaux. Au plan du schéma ensembliste, il peut retrouver l'ordre de ses actions et, quelle que soit la procédure (comptage des objets, réunion d'ensembles, réunion des cardinaux), coder le résultat.

### 2. SOUSTRACTION

L'objectif est d'amener l'élève à concevoir «l'ensemble-différence». Au plan de l'action sur le matériel, OP 4 propose une manipulation qui montre bien la difficulté d'une telle opération, qui supposerait que l'on puisse opérer sur les ensembles indépendamment du temps correspondant à l'emboîtement des actions effectuées. Celles-ci s'ordonnent en effet dans le temps et pour respecter l'aspect «actif» du problème, on se voit contraint d'opérer un glissement par rapport à l'option initiale. Ceci se traduit fort logiquement à la fin de OP 4 par l'énoncé suivant, dont la formulation restitue le temps: *«Nous avions 9 animaux, nous en avons enlevé 4, et il en reste 5 sous le tissu»*.

Au plan du schématisation, il est difficile pour l'élève de l'utiliser en restant fidèle aux actions sur les objets. Si, par le schéma on cherche l'explication des procédures appliquées au matériel, on comprend les difficultés rencontrées par certains. Au plan du schéma prévu, le problème ne peut facilement être transformé en «soustraction-reste», comme cela a été nécessaire au plan des objets. Placer correctement les objets (ou les croix) dans le schéma suppose que l'on travaille d'emblée sur les relations entre ensembles, ou entre cardinaux, sans se référer au déroulement temporel, que l'on peut retrouver après-coup seulement.

---

\* N.d.l.r. Il s'agit toujours ici du «Jeu OP 4 - Soustraction» de la 1re édition de l'ouvrage «Mathématique 1 P». Cette activité ne figure plus dans la seconde édition, selon les demandes de l'évaluation. En 2 P également, le schéma en question a été rejeté au profit d'une présentation plus «dynamique» de la situation soustractive.



## Conclusion

En mettant en évidence le décalage entre les opérations requises par la solution du problème au plan des objets et celles nécessaires au plan du schéma, où le problème est en quelque sorte reformulé, nous ne voulons pas signifier que la nature du schématisme est seulement de décrire les actions effectuées. Nous essayons simplement de poser le problème didactique du rôle du symbolisme dans la construction même des concepts élémentaires en mathématique. Notre brève analyse consiste à susciter l'interrogation sur la manière d'actualiser la représentation des opérations, en suggérant que l'explication des procédures manifestées par les élèves dans la résolution de problèmes pourrait jouer un rôle dans la transformation de ses connaissances, plutôt que l'imposition d'un modèle schématique dont l'expression formelle ne reflète pas l'état réel des connaissances de l'enfant.

Pour conclure ces remarques, on peut se livrer à quelques essais hypothétiques sur la symbolisation des actions au moyen d'un schéma ensembliste, en sachant qu'il resterait à les confronter aux productions symboliques des élèves ! Il faut comprendre ces schémas comme l'explicitation d'actions sur les objets, et non comme des schémas à enseigner. La perspective est celle du comptage, ou dénombrement, et non du calcul sur les nombres.

### 1. ADDITION

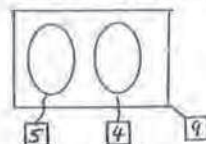
#### *Action sur les objets*

Mettre 4 jetons ensemble.  
Mettre 5 jetons ensemble.  
Compter combien il y a de jetons réunis

#### *Action-dessin*

Dessiner 4 croix  
Dessiner 5 croix  
Compter toutes les croix

#### Schéma des actions et de leurs emboîtements



#### *Remarques:*

- Dans la mesure où l'on travaille sur les croix et pas sur les chiffres, ce schéma respecte toutes les actions matérielles et fournit un codage des actions.
- A un autre niveau, ce schématisme traduit des relations ensemblistes, mais il n'est pas fatal que les élèves en fassent cette lecture !

### 2. «SOUSTRACTION-RESTE»

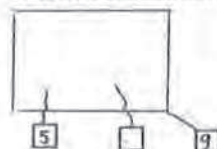
#### *Action*

Mettre 9 jetons ensemble.  
Enlever 5 jetons.  
(Peut-être un à un)  
Recompter le reste.

#### *Dessin*

Dessiner 9 croix.  
Effacer 5 croix.  
(Ou les biffer ou les entourer)  
Compter les croix restantes.

#### Schéma des actions



*Remarques:*

— On ne peut pas schématiser plus, dans la mesure où, si on veut suivre les actions (emboîtées) on ne peut pas entourer les 5 croix avant d'avoir dessiné les 9. On ne peut schématiser par avance les modalités de l'action.

— Ce schéma ne rendrait pas du tout compte des relations d'inclusion entre ensembles. Il schématise les actions sur les objets.

3. «*SOUSTRACTION-COMPLEMENT*»

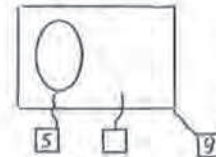
*Action*

Mettre 5 jetons ensemble  
En mettre jusqu'à un tout de 9.  
Compter combien il a fallu en mettre.

*Dessin*

Dessiner 5 croix.  
En redessiner jusqu'à 9 croix.  
Compter combien on en a ajouté.

*Schéma*



*Remarques:*

— Ceci se retrouve derrière le schéma d'enfants qui font  $||||$   $||||$

— Ajouter une deuxième petite corde reviendrait à nouveau à inverser l'ordre des actions.

4. *REMARQUE FINALE*

Cette façon d'envisager le schématisme suppose que le problème posé au plan de l'action sur les objets ne voie pas ses termes transformés au plan de la représentation des opérations effectuées. En arriver à un schéma généralisable à l'ensemble des problèmes additifs et soustractifs est certes un objet légitime, mais utiliser d'emblée un tel schéma, indépendamment des variétés de traitement que les élèves font des problèmes, semble peu rendre justice à leurs démarches constructives.

Le savoir numérique progresse (...) grâce à un aller et retour permanent entre l'action et son expression codée, verbale ou écrite. D'où les inconvénients évidents de séances qui portent exclusivement sur la manipulation en tant que telle ou sur une formalisation qui ne renvoie à aucune expérience réelle. Les unes et les autres sont peut-être plus fréquentes qu'on ne le croit.

Claire Meljac  
Décrire, agir, compter