



HAL
open science

Identité des mots, identité des diagrammes : une approche kaplanienne ?

Sébastien Gandon, Gianluca Longa

► **To cite this version:**

Sébastien Gandon, Gianluca Longa. Identité des mots, identité des diagrammes : une approche kaplanienne?. Cahiers philosophiques, 2021, N°163, pp.61 - 80. 10.3917/caph1.163.0063. halshs-03405195

HAL Id: halshs-03405195

<https://shs.hal.science/halshs-03405195>

Submitted on 1 Dec 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



IDENTITÉ DES MOTS, IDENTITÉ DES DIAGRAMMES : UNE APPROCHE KAPLANIENNE ?

[Sébastien Gandon](#), [Gianluca Longa](#)

Vrin | « Cahiers philosophiques »

2020/4 N° 163 | pages 61 à 80

ISSN 0241-2799

ISBN 9782711660155

DOI 10.3917/caph1.163.0063

Article disponible en ligne à l'adresse :

<https://www.cairn.info/revue-cahiers-philosophiques-2020-4-page-61.htm>

Distribution électronique Cairn.info pour Vrin.

© Vrin. Tous droits réservés pour tous pays.

La reproduction ou représentation de cet article, notamment par photocopie, n'est autorisée que dans les limites des conditions générales d'utilisation du site ou, le cas échéant, des conditions générales de la licence souscrite par votre établissement. Toute autre reproduction ou représentation, en tout ou partie, sous quelque forme et de quelque manière que ce soit, est interdite sauf accord préalable et écrit de l'éditeur, en dehors des cas prévus par la législation en vigueur en France. Il est précisé que son stockage dans une base de données est également interdit.

Penser par diagrammes

IDENTITÉ DES MOTS, IDENTITÉ DES DIAGRAMMES : UNE APPROCHE KAPLANIENNE ?

Sébastien Gandon et Gianluca Longa

Les conditions d'identité jouent un rôle fondamental dans le débat sur le statut épistémologique des diagrammes. À cet égard, les détracteurs comme les partisans de leur utilisation en tant que moyens de preuve partagent un même présupposé, qui consiste à étendre aux diagrammes la distinction entre *type* et *token*, normalement appliquée aux mots. Dans cet article, nous entendons discuter ce présupposé. Dans la première partie, nous montrerons que la distinction entre *type* et *token*, en tant que critère d'identité des mots, ne fait pas consensus en philosophie du langage. Nous verrons, en particulier, comment David Kaplan a rejeté ce critère et proposé une approche alternative, inspirée de la conception de la monnaie courante développée par Kripke. Dans la deuxième partie, nous étudierons la possibilité d'étendre aux diagrammes l'approche kaplanienne, par moyen de quelques considérations de caractère historique concernant la transmission des textes mathématiques grecs.

En philosophie des mathématiques, le débat épistémologique sur les diagrammes tourne autour de la question de savoir si les diagrammes ne sont que des outils heuristiques et pédagogiques, qui n'ont pas d'autre fonction que de mettre l'esprit du mathématicien sur la voie de la démonstration, ou bien si les diagrammes ont aussi une valeur démonstrative, si on peut et doit les considérer comme des instruments de preuve. La réécriture par Hilbert des *Éléments* d'Euclide, où les démonstrations des théorèmes sont conduites dans un langage symbolique, sans l'aide d'aucune propriété diagrammatique, illustre la première option (celle des « amis des symboles »); les diverses

tentatives, qui depuis les travaux séminaux de Barwise et Etchemendy¹, ont tenté d'élaborer une formalisation de l'usage démonstratif des diagrammes (et de l'appliquer à différents contextes logico-mathématiques) relèvent de la seconde branche de l'alternative (celle des « amis des diagrammes »).

Dans cette dispute, les protagonistes s'accordent au moins sur une chose : l'hétérogénéité des symboles et des diagrammes. Une des façons de souligner cette différence est de comparer les critères d'identité des symboles et les critères d'identité des diagrammes. Prenons l'exemple de la lettre « a » : les traces suivantes, qui diffèrent par le format, « A », « A », « a », sont toutes identifiées comme étant des exemplaires d'un même symbole, la lettre « a ». Dans le langage, l'identification des différents signes, que l'on appelle *tokens*, se fait ainsi à l'aide des formes symboliques qu'ils exemplifient, que l'on appelle *types*, selon une terminologie héritée de Peirce. La question de l'identité des figures semble, en revanche, beaucoup plus complexe. Prenons un exemple. On trouve dans le premier livre des *Éléments*, à la quinzième proposition², le diagramme suivant :

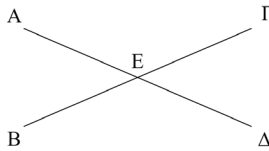


Figure 1

La même figure, nous entendons par là la même combinaison de deux droites, avec les mêmes lettres nommant les mêmes éléments, dans une orientation par rapport à la page identique, apparaît également dans les *Données* (proposition 25)³. Doit-on considérer qu'il s'agit ici et là du même diagramme ? Les contextes diffèrent : alors que dans les *Éléments*, ce sont les angles opposés par le sommet qui intéressent le mathématicien, c'est « l'être <donné> en position (θέσει) » du point d'intersection de deux droites, elles-mêmes données en position, qui est mis en avant dans le

- 1. J. Barwise et J. Etchemendy, « Information, Infons and Inference », in R. Cooper, K. Mukai, et J. Perry (dir.), *Situation Theory and its Applications I*, Stanford (CA), Center for the Study of Language and Information, vol. 1, 1990, p. 33-78.
- 2. « Si deux droites se coupent l'une l'autre, elles font les angles au sommet égaux l'un à l'autre (ἐὰν δύο εὐθεῖαι τέμνωσιν ἀλλήλας, τὰς κατὰ κορυφὴν γωνίας ἴσας ἀλλήλαις ποιοῦσιν) », in *Euclidis Elementa*, J. L. Heiberg (ed.), Leipzig, Teubner, vol. 1, 1883, p. 40.
- 3. « Si deux lignes données en position se coupent l'une l'autre, le point auquel elles se coupent (l'une l'autre) sera donné en position (ἐὰν δύο γραμμαὶ τῇ θέσει δεδομένα τέμνωσιν ἀλλήλας, δέδοται τὸ σημεῖον, καθ' ὃ τέμνουσιν ἀλλήλας, τῇ θέσει) », in *Euclidis Data, cum commentario Marini et scholiis antiquis*, H. Menge (ed.), Leipzig, Teubner, 1896, p. 46. Le phénomène d'un même diagramme utilisé pour différentes démonstrations, bien que jamais étudié de manière exhaustive (le seul article que nous connaissons est K. Saito, « One Diagram for Multiple Cases », *Hvmanistica : An International Journal of Early Renaissance Studies*, 7, 2012, p. 17-25) est diversement présent dans le corpus géométrique grec. À titre indicatif, on peut distinguer trois catégories : un même diagramme utilisé dans différentes propositions (*Él.* IV. 7-8, IV. 6-9, II. 4-XIII. 4, *Data* 65-66 etc.), un diagramme utilisé pour démontrer différents cas dans la même proposition (*Él.* III. 36, *Data* 44,68-75), et deux diagrammes identiques utilisés dans la même démonstration. Cette dernière catégorie, largement la moins représentée, est étroitement liée à la pratique de la méthode dite d'analyse et de synthèse (voir par exemple les propositions 3 et 5 du traité archimédien *Sur la Sphère et le Cylindre*).

second cas⁴. Dès lors, les deux occurrences diagrammatiques sont-elles des *tokens* d'un même *type*? Plus généralement, Shin a insisté sur le fait que, contrairement aux symboles, les diagrammes sont sujets à la *token fallacy* : dans le raisonnement diagrammatique, « nous nous basons parfois de façon erronée sur des propriétés spécifiques de *token* de figures pour tirer des inférences incorrectes sur un *type* de cas plus général »⁵. Les propriétés qui font qu'un *token* diagrammatique est le *token* d'un *type* déterminé ne sont jamais précisément définies, et il est toujours possible de faire intervenir dans le raisonnement sur les *types* des éléments qui tiennent à la particularité des *tokens* considérés. Même les « amis des diagrammes » comme Shin reconnaissent que les modalités d'individualisation des diagrammes sont, en première apparence, très différentes du modèle *type/token* qui gouverne les modalités d'individualisation des symboles.

Tous les protagonistes du débat autour des diagrammes mathématiques, ceux qui leur dénie comme ceux qui leur attribuent un rôle démonstratif, s'accordent ainsi sur le fait que le paradigme des *types* et des *tokens*, qui s'appliquent aux symboles linguistiques, ne s'étend pas de manière évidente aux diagrammes. L'idée que le modèle *type/token* gouverne l'individualisation des mots est ainsi un présupposé de toutes les analyses. Or cette dernière affirmation ne fait pas consensus en philosophie du langage. Certains philosophes (et non des moindres : Kripke et Kaplan) ont rejeté l'approche orthodoxe, dite « orthographique », des mots qui identifie les *tokens* symboliques à l'aide de leurs *types*, pour développer une conception alternative selon laquelle un mot est identifié par sa chaîne de transmission à l'intérieur d'une communauté linguistique. Quelles sont les conséquences, pour l'analyse des diagrammes, de l'adoption de cette approche hétérodoxe de l'individualité des symboles? Le premier but de cet article est de souligner que le débat concernant le rôle démonstratif des figures en mathématique a un présupposé non explicite : l'adhésion à une conception particulière de l'individualisation des symboles, à savoir la conception orthographique des mots. Son second objectif est d'explorer les conséquences de l'abandon de ce présupposé : au lieu de fonder l'analyse des diagrammes sur la conception orthographique des symboles (soit pour opposer symboles et diagrammes, soit pour contourner cette opposition en étendant le modèle *type/token* aux diagrammes), nous nous demanderons à quoi pourrait ressembler une analyse des diagrammes qui s'appuierait sur la conception kaplanienne de l'individualité des symboles.

La section 2 de l'article vise à établir que le modèle *type/token* est central dans la stratégie des « amis des diagrammes ». La section 3 est une présentation succincte de la critique que Kaplan a adressée à la conception orthographique des mots, et de l'approche alternative qu'il développe. La section 4 vise à décrire ce que pourrait être une conception kaplanienne des

■ 4. Dans la théorie euclidienne des données, un objet géométrique est « donné en position » lorsque son repérage dans le plan est univoque. Dans notre cas (voir le diagramme ci-dessus), la position du point E est univoquement déterminée par le fait que les droites $A\Delta$ et $B\Gamma$ sont fixées. Pour une introduction à la théorie des données, voir N. Sidoli, « The Concept of Given in Greek Mathematics », *Archive for History of Exact Sciences*, 72, 2018, p. 353–402.

■ 5. S.-J. Shin, « The Forgotten Individual : Diagrammatic Reasoning in Mathematics », *Synthese*, 186, 2012, p. 152.

diagrammes et les difficultés soulevées par une telle extension. La section 5 connecte l'approche kaplanienne avec les nouvelles études historiographiques qui prennent pour objet la transmission des diagrammes sur la longue durée.

Raisonnement diagrammatique et *token fallacy*

La littérature sur les diagrammes mathématiques, particulièrement celle visant à réhabiliter le rôle des diagrammes dans la pratique démonstrative, est large et diverse. Nous nous focaliserons ici sur la ligne inaugurée par les travaux de Barwise et d'Etchemendy, visant à élaborer des langues non symboliques pour formaliser les raisonnements diagrammatiques. Les auteurs s'inscrivant dans cette tradition appliquent leurs programmes à différents corpus et développent différents systèmes logiques. Nous ne pouvons, dans les limites de cet article, nous pencher en détail sur ce qui motive chacun de ces projets. Notre but sera ici de présenter la stratégie générale qui les sous-tend, et pour ce faire nous nous appuierons sur deux enquêtes particulièrement reconnues, les travaux de Shin sur les graphes existentiels de Peirce⁶, et l'interprétation de la géométrie plane euclidienne par Mumma⁷. Bien que ces deux analyses portent sur des objets extrêmement différents, c'est leur démarche commune que nous voudrions caractériser⁸.

Comme nous l'avons signalé en introduction, le fait que les diagrammes peuvent conduire à des erreurs lorsqu'ils sont utilisés pour justifier des inférences démonstratives est reconnu même par ceux qui envisagent de les réhabiliter comme instruments de preuve. Comment expliquer cette inaptitude des diagrammes ? Dans leurs diagnostics, tant Shin que Mumma⁹ reprennent Berkeley : la figure particulière (le *token*) qui intervient dans la démonstration « devient générale, quand on lui fait représenter ou tenir lieu de toutes les autres [figures] particulières de même sorte »¹⁰. Une démonstration portant sur un triangle quelconque faite à l'aide de la représentation d'un triangle singulier *ABC* sera valide généralement si toutes les propriétés de *ABC* utilisées dans la preuve sont des propriétés que tous les triangles quelconques possèdent. Autrement dit, il y a erreur lorsque le géomètre utilise une propriété particulière de la figure *ABC* (du *token ABC*) pour en conclure quelque chose de relatif à la catégorie générale sous laquelle elle tombe (le *type triangle*). Or, il n'est pas toujours évident de faire la distinction entre les propriétés qu'un *token* diagrammatique possède en vertu du fait qu'il est le *token* d'un *type* (propriétés qu'on a le droit d'utiliser dans la démonstration), et les propriétés surnuméraires qu'il possède en vertu du fait qu'il est un *token* particulier¹¹.

- 6. S.-J. Shin, *The Iconic Logic of Peirce's Graphs*, Cambridge (MA), The MIT Press, 2002, p. 37-58.
- 7. J. Mumma, « Proofs, Pictures, and Euclid », *Synthese*, 175 (2), 2010, p. 255-287.
- 8. Dans ce qui suit, « diagramme » s'applique par défaut tout autant aux diagrammes logiques qu'aux diagrammes géométriques euclidiens.
- 9. *Ibid.*, p. 257 ; S.-J. Shin, « The Forgotten Individual », *op. cit.*, p. 156.
- 10. G. Berkeley, *Principes, Introduction*, § 12, dans *Œuvres I*, Paris, P.U.F., p. 307.
- 11. En s'appuyant sur la distinction que Manders propose entre propriétés exactes et propriétés co-exactes d'un diagramme (voir K. Manders, « The Euclidean Diagram (1995) », in P. Mancosu (dir.), *Philosophy of Mathematical Practice*, Oxford, Clarendon Press, 2008, p. 80-133), la solution de Mumma consiste à élaborer un système formal (*Fu*) dans lequel seulement les deuxièmes peuvent intervenir dans les preuves (voir J. Mumma, *Intuition Formalized : Ancient and Modern Methods of Proof in Elementary Geometry*, PhD thesis, Carnegie Mellon University, 2006, P. 15-16). Cela implique que les propriétés exactes seraient

Pour reprendre l'exemple de la figure 1, on pourrait dire que deux lectures sont permises : le *token* peut être vu comme la représentation singulière du *type* « paires d'angles opposés par le sommet », ou comme la représentation singulière du *type* « point d'intersection de deux droites sécantes »¹². Malgré les apparences, les deux diagrammes de *Éléments* I. 15 et *Data* 25 ne seraient donc pas les mêmes : ils seraient des *tokens* de *types* différents.

Une telle ambivalence n'existe pas dans le mode de représentation symbolique : savoir utiliser un langage, c'est savoir reconduire immédiatement les *tokens* présentés sous leurs *types* respectifs de façon univoque. Comme nous l'avons dit, les *tokens* simples « A », « a », « a », etc. sont tous des instances du même *type* et n'interviennent dans les représentations symboliques qu'à ce titre. Il en va de même pour les *tokens* plus complexes comme « Gianluca », « *gianluca* », « **Gianluca** », etc. À part sur les ordonnances médicales et sur les copies de certains étudiants, le renvoi d'un *token* à son *type* est aisé.

Une fois le diagnostic établi, la question se pose de savoir si l'ambivalence des représentations diagrammatiques prohibe leur usage dans les contextes de démonstration. Le pari de Shin et de Mumma est qu'il n'en est rien. Une formalisation des raisonnements diagrammatiques est possible à partir du moment où l'ambivalence diagrammatique est cantonnée aux diagrammes complexes. Expliquons l'idée.

Dans les langages formels, on distingue les symboles simples et les formules bien formées, qui combinent les symboles simples selon des règles spécifiées. Au niveau des symboles simples, toute ambivalence est bannie : un *token* doit renvoyer de façon univoque à un *type*. Mais il n'en est pas forcément de même au niveau des symboles complexes. Par exemple, rien n'interdit de définir un langage plus pauvre que le langage L_p de la logique des propositions, en ce qu'il ne comporterait pas de parenthèses et que les règles pour les connecteurs binaires ne feraient en conséquence aucune référence à des parenthèses. Dans un tel langage (appelons-le L_p^-), au lieu d'écrire « $P \wedge (Q \vee R)$ » ou « $(P \wedge Q) \vee R$ » nous écririons « $P \wedge Q \vee R$ ». Ce dernier symbole pourrait donc être décomposé de deux manières en sous-formules : en « P » et « $Q \vee R$ », ou bien en « $P \wedge Q$ » et « R ». Le *token* serait ainsi ambivalent quant à son *type*. Il pourrait être considéré comme le *token* d'une conjonction (première branche de l'alternative) ou comme le *token* d'une disjonction (seconde branche). Bien entendu, dans le langage L_p , les parenthèses permettent de rétablir l'univocité *token* et *type* : le langage de la logique des propositions, comme la plupart des langues formelles, satisfait le théorème de lecture unique, qui stipule que toute formule ne se décompose que d'une seule manière en symboles simples. Lorsque ce théorème est satisfait, il n'y a aucune ambivalence ni des *tokens* simples, ni des *tokens* complexes : chaque *token* complexe correspond à un et un seul *type*.

propres seulement à un certain *token* particulier, tandis que les propriétés co-exactes seraient propres au *token* diagrammatique en tant que *token* d'un *type*. Le problème de cette conception est que la distinction entre propriétés exactes et co-exactes proposée par Manders soulève des perplexités (pour une discussion, cf. M. Panza, « The Twofold Role of Diagrams in Euclid's Plane Geometry », *Synthese*, 186, 2012, p. 78-79 et N. Miller, « On the Inconsistency of Mumma's Eu », *Notre Dame Journal of Formal Logic*, 53(1), 2012, p. 29).

■ 12. Ainsi, en tant que *token* du *type* « paires d'angles opposés par le sommet », le diagramme a comme propriété surnuméraire d'être un point d'intersection de deux droites sécantes.

On peut toutefois construire des langages formels dans lesquels les formules ne possèdent pas la propriété de *unique readability*, comme le montre l'exemple de Lp^- . Et Shin utilise précisément cette possibilité pour faire une place à la *token fallacy* au sein des langages formels. Plus précisément, si elle reconnaît qu'il y a certaines langues symboliques (généralement considérées comme peu intéressantes)¹³ qui ne satisfont pas la propriété de lecture unique, Shin maintient que tous les langages diagrammatiques formalisés violent ladite propriété : les diagrammes (ou plutôt les diagrammes complexes) peuvent tous être lus de multiples manières, et c'est ce qui les rend si singuliers par rapport aux formules symboliques. Ainsi¹⁴ :

les phénomènes de Gestalt se produisent plus souvent dans les représentations diagrammatiques que dans les représentations symboliques, principalement parce que les unes sont spatiales alors que les autres sont linéaires. Plus important encore, dans de nombreux cas, les systèmes symboliques doivent satisfaire une propriété de lecture unique pour bloquer l'ambiguïté. L'introduction d'un nouveau symbole ne présente pas de nouvelles configurations et, par conséquent, elle n'offre aucun stimulus, même si elle est essentielle dans le processus de preuve. Par contraste, les diagrammes sont spatiaux et les lectures multiples sont presque inévitables. Une nouvelle façon de découper le domaine [...] nous aide à voir plus facilement ce qui est sous-entendu dans nos prémisses.

Si les *tokens* d'éléments simples des diagrammes ne sont jamais ambigus quant à leurs *types*, les combinaisons complexes de *tokens* simples peuvent se décomposer de multiples manières, et sont ambivalentes. Mais cette ambivalence¹⁵, dans la mesure où elle est maîtrisée sur le plan formel, n'est plus un obstacle à la démonstration. Au contraire, à la rigueur démonstrative, les systèmes diagrammatiques conjuguent harmonieusement la vertu heuristique et pédagogique : les phénomènes de *Gestalt* permettent d'utiliser les diagrammes pour explorer, à même le diagramme, différentes pistes dans la démonstration d'un théorème – ce que ne permettent pas les formules symboliques (lorsque le langage satisfait le théorème de lecture unique). Shin montre ainsi de façon convaincante comment l'usage des diagrammes permet à Peirce de conjuguer sur une même figure ce qui dans le langage de la logique des propositions est représenté par différentes formules. Mais le point décisif est que cette souplesse heuristique et pédagogique ne s'obtient pas en sacrifiant la rigueur : les langues diagrammatiques peuvent servir de cadre à des systèmes de preuves.

La formalisation **Eu** proposée par Mumma¹⁶ reprend le schéma que nous venons d'exposer. Dans un diagramme euclidien, Mumma distingue les éléments de base de ceux qui en sont dépendants, c'est-à-dire qui sont

■ 13. Notons cependant que, selon certains commentateurs, l'idéographie frégréenne ne satisfait pas au théorème de lecture unique : une même formule peut, la plupart du temps, se décomposer de multiples façons. Sur l'importance de l'analyse multiple et ses liens avec la quantification chez Frege, voir le chapitre 2 (« Quantifiers ») de M. Dummett, *Frege : Philosophy of Language*, Londres, Duckworth, 1973.

■ 14. S.-J. Shin, « The Forgotten Individual », *op. cit.*, p. 164.

■ 15. Nous préférons parler d'ambivalence (plutôt que d'ambiguïté comme le fait Shin) pour souligner le fait que cette décomposition multiple n'est en rien un défaut qu'il faudrait corriger.

■ 16. J. Mumma, « Proofs, Pictures, and Euclid », *op. cit.*, p. 255-287.

introduits à la règle et au compas à partir de ces éléments. Le diagramme final est ainsi associé à un arbre de construction syntaxique, exactement comme une formule d'un langage formel. Mais comme le précise Mumma, si un diagramme est construit pour exprimer un ensemble donné de conditions positionnelles, « une fois construit, on voit dans le même diagramme que d'autres conditions positionnelles doivent être satisfaites »¹⁷. Autrement dit, à un même diagramme correspondent plusieurs arbres construits à partir de la même base¹⁸ ou d'une base différente¹⁹, et cette multiplicité de décomposition est à la source de la fécondité heuristique et pédagogique des diagrammes, de leur capacité à fournir ce que Mumma appelle (suivant en cela Shimojima) des *free rides*²⁰. Même si la distinction *type/token* n'est pas ici explicitement convoquée, on retrouve dans la formalisation des démonstrations euclidiennes proposée dans **Eu** les traits distinctifs de l'analyse que fait Shin des spécificités du raisonnement diagrammatique.

Ce genre d'approche, élégante et précise, qui a été utilisé pour rendre compte d'un ensemble varié de corpus dans lesquels des raisonnements diagrammatiques apparaissent, constitue une réponse puissante à ceux qui ne voient dans les diagrammes qu'un outil heuristique et pédagogique dépourvu de toute valeur démonstrative. Au centre de la démarche, se trouve la volonté de contourner la *token fallacy* en maintenant l'idée qu'un *token* de diagramme, comme un *token* de symbole, s'identifie par son *type*. De ce point de vue, il n'est pas inintéressant de remarquer que l'inventeur de la distinction *type/token*, Peirce, est en même temps le premier promoteur de la formalisation du raisonnement diagrammatique. L'ambivalence diagrammatique, consubstantielle à l'usage des diagrammes, est domestiquée par la suspension du théorème de lecture unique. C'est la distinction entre diagrammes simples (non ambivalents quant au *type*) et diagrammes complexes (ambivalents quant au *type*) qui permet d'appivoiser la *token fallacy* et de rendre compatible rigueur démonstrative et usage des diagrammes.

L'approche que nous venons de décrire repose entièrement sur l'idée qu'un mot ou un diagramme singulier est identifié par son *type*. Or cette idée va-t-elle réellement de soi ? C'est précisément ce que nous voudrions mettre en doute dans la section suivante.

■ 17. *Ibid.*, p. 278.

■ 18. Par exemple, si nous analysons le diagramme de la proposition I. 46 des *Éléments* (construction d'un carré dont le côté est donné), nous pouvons décrire différents arbres de construction qui réduisent le diagramme examiné à sa base (le côté donné) selon que nous considérons les segments qui composent le diagramme comme parallèles (choix euclidien) ou perpendiculaires.

■ 19. Comme dans le cas de *Él. IV. 6* et *Él. IV. 9*. Alors que dans la première proposition il est demandé d'inscrire un carré dans un cercle donné, dans la seconde il faut circonscrire un cercle autour d'un carré donné. Bien que les deux bases soient différentes (un cercle dans la première, un carré dans la seconde), nous obtenons le même diagramme final.

■ 20. Un *free ride* est une inférence directement encodée dans le diagramme. Un exemple permet de saisir le point. Si B est entre A et C (E(ABC)) et C est entre B et D (E(BCD)), alors, on peut, chez Hilbert par exemple, à l'aide de l'axiome $(\forall xyzw)(E(xyz) \ \& \ E(yzw)) \rightarrow E(xzw)$, déduire que C est entre A et D (E(ACD)). Lorsque l'on trace le diagramme correspondant aux deux conditions prémisses E(ABC) et E(BCD), la condition conclusion E(ACD) est nécessairement exprimée dans le diagramme et est obtenue « gratuitement », *for free*.

Transmission et individuation des mots

Dans « Words » paru en 1990, Kaplan, s'appuyant sur Kripke, explique qu'il souhaite « contraster deux théories de l'individuation [...] des mots : la théorie classique *type/token*, [appelée] la conception *orthographique* des mots, et une théorie alternative, [appelée] la conception de la *monnaie courante* »²¹. L'objet commun des deux théories est d'expliquer la distinction entre un mot et son inscription physique (visuelle ou sonore)²². L'approche la plus répandue, la conception orthographique, maintient que les mots sont les *types* dont les inscriptions visuelles ou sonores sont les *tokens*. Kaplan voit dans cette théorie une forme sécularisée de platonisme²³ :

Il me semble à bien des égards que [la conception orthographique] est une sorte de version actualisée de la notion platonicienne de formes abstraites. Les formes platoniciennes éternelles et immuables sont les *types*, et leurs incarnations physiques, qui reflètent ces formes abstraites, sont les *tokens*. Je pense que le modèle *type/token* n'est pas le bon modèle pour la distinction occurrences/mots (c'est-à-dire pour la distinction expressions vocales/mots ou inscriptions/mots).

S'opposant à cette approche, Kaplan met l'accent sur les relations qui existent entre les inscriptions elles-mêmes. Chaque mot que nous connaissons (si on laisse de côté les mots que nous inventons) est un mot qui nous a été transmis *via* une inscription (sonore, dans le cas de la parole, visuelle dans le cas de l'écriture) au sein de notre communauté linguistique et que nous transmettons à notre tour *via* de nouvelles inscriptions (sonores ou visuelles) lorsque nous le réutilisons. Se fondant sur cette analyse, Kaplan propose de considérer le mot comme l'ensemble de ces inscriptions liées entre elles par une chaîne effective de transmission à l'intérieur d'une communauté. Dans cette conception, le mot n'est pas un *type* abstrait que toutes les inscriptions *tokens*instancieraient ; le mot est conçu comme un phénomène temporel, un processus historique (Kaplan parle de *continuant*), qui a une date de naissance (son invention ou son émergence), parfois une date de fin (sa disparition éventuelle), et des phases successives qui correspondent aux séquences de transmission entre les locuteurs. C'est cette importance accordée aux chaînes de transmission qui explique pourquoi Kaplan appelle cette approche la conception des mots comme *monnaie courante*. Dans la conception naturaliste et nominaliste de Kaplan, les mots sont comme des pièces de monnaie, qui circulent de main en main, et dont la valeur ne dépend que de la poursuite de cette circulation dans le temps.

L'objectif de Kaplan n'est pas d'exposer de façon détaillée une nouvelle théorie des conditions d'individuation des symboles, mais de montrer que la conception orthographique n'est pas la seule possible, en brossant à grands

■ 21. D. Kaplan, « Words », *Aristotelian Society Supplementary Volume*, 64 (1), 1990, p. 95.

■ 22. « Un seul mot peut avoir, et aura généralement, de nombreuses expressions vocales et inscriptions. L'expression vocale et l'inscription, ou l'écriture, sont des actions par lesquelles nous produisons certains objets physiques concrets, non abstraits : expressions vocales (sons) et inscriptions » (*Ibid.* p. 96).

■ 23. *Ibid.*, p. 97-98.

traits ce que pourrait être une alternative. Kaplan distingue notamment deux étapes dans la transmission : une phase publique, interpersonnelle, dans laquelle un mot reçu par un locuteur est répété et retransmis par lui à d'autres locuteurs ; une phase (plus « mystérieuse ») privée et intra-personnelle, qui connecte deux inscriptions du même mot chez la même personne. L'analyse de cette seconde phase, celle de la répétition d'un mot entendu ou de la copie d'un mot vu, telle qu'elle est développée dans l'article de 1990, sera critiquée par différents auteurs, et fera l'objet d'une reprise dans l'article plus tardif de 2011²⁴. Le problème porte essentiellement sur la question de savoir comment définir ce qu'est une répétition d'un mot. La répétition se réduit-elle à une ressemblance physique, objectivable et statistiquement attestable, entre des émissions vocales ou visuelles ? Kaplan rejette, en 1990 comme en 2011, cette solution et souligne que la répétition d'un mot par une personne s'accompagne généralement d'une déformation, qui constitue une re-normalisation de l'inscription dans l'idiolecte du locuteur²⁵. Faut-il dès lors considérer la répétition comme un terme primitif, indéfinissable ? Ou faut-il voir dans un phénomène mental, une intention de répétition, la source du lien entre deux inscriptions d'un même mot ? Kaplan oscille entre différentes solutions. Mais une chose est claire : même si les phases intra-personnelles du processus de transmission se laissent difficilement décrire, c'est pour lui la chaîne de transmission qui est première, et c'est elle, non le *type* (l'orthographe), qui détermine l'identité du mot.

Cette position théorique a des conséquences pratiques. Ce qui, dans l'approche orthographique, est considéré comme deux mots différents est parfois, dans l'approche kaplanienne, identifié comme un seul et même mot. Ainsi, écrit Kaplan, « il y a un unique mot 'color', épelé d'une manière au Canada : 'c', 'o', 'l', 'o', 'u', 'r' – et d'une autre aux États-Unis, 'ç', 'o', 'l', 'o', 'r' »²⁶. Les deux inscriptions sont liées par une histoire de transmission commune, et malgré la variation orthographique, c'est bien le même mot qui est répété (copié) d'un côté et de l'autre de la frontière. Dans le processus d'identification du mot, l'ajout de la lettre « u » est aussi inessentiel que l'est la variation des formats dans les deux inscriptions « Sébastien », « *Sébastien* ». Ce point est important pour nous car il réintroduit la possibilité d'une forme d'ambivalence au niveau des symboles eux-mêmes. Dans la perspective kaplanienne, la distinction entre variations qui affectent les *types* (l'identité) et variations qui n'affectent que les *tokens* (les inscriptions) est, exactement comme elle l'est dans le cas des diagrammes, opaque : deux inscriptions orthographiquement différentes peuvent néanmoins appartenir à un même mot. Et l'inverse, aussi, est vrai : deux inscriptions, identiques sur le plan orthographique, peuvent correspondre à différents mots. Kaplan illustre ce cas en prenant l'exemple des noms propres, et soutient que le mot « David »

■ 24. Voir J. Hawthorne et E. Lepore, « On Words », *The Journal of Philosophy*, 108 (9), p. 447-485 et la réponse de Kaplan dans le même volume « Words on Words », art. cit, p. 504-529.

■ 25. « Lorsque nous répétons ce que quelqu'un a dit, nous ne cherchons pas à imiter la prononciation, mais à l'uniformiser (selon nos propres normes). Imaginez que l'on demande à une tierce personne de répéter ce qu'a dit un locuteur dont l'accent est inintelligible. Imiterait-il le locuteur ? » (D. Kaplan, « Words », art. cit., p. 104).

■ 26. *Ibid.*, p. 98.

appliqué à David Israël n'est pas le même mot que le mot « David » qui le désigne lui²⁷ : les deux mots ont été créés à différents moments, ils n'ont pas la même histoire de vie, aucun des deux n'est lié à l'autre par une chaîne causale de transmission. Dans l'approche orthographique, le mot « David » est à chaque fois le même, et il est considéré comme sémantiquement ambigu : le nom, l'unique nom, « David » a des références distinctes. Pour Kaplan au contraire, il n'y a pas une entité unique qui se projetterait sémantiquement de deux façons distinctes²⁸. Il y a deux processus de transmission différents et donc deux mots différents. Nous retrouvons une situation que nous avons déjà rencontrée en discutant des diagrammes : faut-il considérer que les deux figures des *Éléments* et des *Données* sont identiques, et ont des valeurs sémantiques différentes (elles illustrent des situations distinctes), ou que les deux inscriptions n'instancient pas les mêmes diagrammes ?

On ne trouve pas chez Kaplan d'argument décisif en faveur de la conception des mots en termes de monnaie courante. Le *Journal of Philosophy* a consacré en 2011 un numéro spécial sur la théorie de Kaplan et l'article, très documenté, de Hawthorne et Lepore fait un bilan plutôt contrasté de la réception de « Words » en philosophie du langage et en linguistique. Hawthorne et Lepore reconnaissent cependant à Kaplan le mérite d'avoir vu qu'une théorie philosophiquement satisfaisante des mots ne peut pas s'inscrire entièrement dans le paradigme orthographique. Ce point est décisif chez Kaplan, dont l'objectif affiché, nous l'avons vu, est de montrer, en esquissant une conception alternative, que le modèle *type/token* d'identification des mots, d'une part, ne va pas de soi et, d'autre part, n'est pas neutre philosophiquement. La séparation entre modalités d'individuation et modalités de transmission des mots au sein des communautés linguistiques rend en effet inévitable une forme de platonisme, dans lequel des *types* abstraits déterminent de l'extérieur ce qui compte comme une transmission correcte.

Avant d'en revenir aux diagrammes, précisons que la critique du paradigme *type/token* est chez Kaplan poussée jusqu'à son terme : le philosophe ne rejette pas purement et simplement le modèle, il le connecte à des formes particulières de transmission, qui, certes, existent, mais qu'on aurait tort de prendre pour paradigme de toutes les formes de transmission linguistique. Kaplan tisse ainsi un lien entre la conception orthographique, la syntaxe des langages artificiels et, de façon plus inattendue, l'émergence de l'imprimerie²⁹ :

■ 27. D. Kaplan, « Words », art. cit., p. 111-112.

■ 28. La théorie de Kaplan est en réalité plus complexe, puisqu'elle fait une place aux noms génériques dans la transmission des noms propres. C'est en l'honneur de David Hume, explique Kaplan, que ses parents l'ont appelé David, ce qui montre que le nom générique « David » possède bien un rôle causal. *Ibid.* p. 122 : « Mes parents n'ont pas inventé le nom « David », comme s'ils étaient assis là à essayer de trouver un nom pour le bébé, et ils ont soudain dit : « Duh, Duh, Day, Day, Dave, Dave, David, c'est ça ! David ! ». Ce n'est pas ce qui s'est passé. Il y avait un nom générique préexistant « David ». Mes parents le connaissaient et connaissaient nombre de ses associations, notamment le fait que le nom d'usage du grand philosophe David Hume devait en être tiré. C'est ainsi qu'ils ont pensé au nom générique. Ayant à l'esprit le nom d'usage de David Hume, et en l'honneur de son référent, ils ont décidé, comme c'est notre coutume, de nommer leur enfant avec un nom d'usage tiré du même nom générique. » Mais cette complication n'enlève rien au fait que les noms propres « David » appliqués à Kaplan et à Israël sont distincts, même s'ils sont tirés du même nom générique. Pour plus, sur cet aspect, voir D. Kaplan, « Words », art. cit., p. 110-117.

■ 29. *Ibid.*, p. 98.

Le modèle de *token/type* correspond le mieux à ce que j'appelle la conception orthographique d'un mot, la conception du typographe. Selon cette conception, les expressions de la langue sont constituées de séquences d'atomes appelées « lettres », certaines séquences formant des mots. Les lettres sont des entités abstraites dont les *tokens*, pour le typographe, sont des exemplaires individuels de *type* (Il est étrange que, selon cette conception, le *type* soit un *token*, mais cela semble en être le résultat). Vous connaissez sûrement très bien cette conception. Nous l'avons tous apprise lorsque nous avons étudié la syntaxe des langues formelles (sans parler de l'époque où nous avons participé à l'atelier imprimerie du lycée au lycée). Elle fait partie du thème formalisme, syntaxe formelle. Et son étude est l'étude d'une algèbre.

Le modèle *type/token* est d'abord celui qui gouverne les langages formels et de programmation (les tentatives de formalisation du raisonnement diagrammatique que nous avons décrites dans la section précédente ne font que confirmer cette analyse). La critique kaplanienne consiste à refuser l'alignement du langage ordinaire sur ces langages artificiels : les modes de transmission des symboles dans la langue vernaculaire n'ont rien à voir avec les conventions édictées pour ces formalismes, et les critères d'individuation des mots ne sont pas les mêmes dans les deux cas. Kaplan ajoute cependant qu'en plus du spécialiste des langues formelles, un autre personnage est enclin à étendre et généraliser excessivement le modèle *type/token* : le typographe. La conception orthographique est celle de l'imprimeur, qui utilise la même cassette de caractères pour composer tous les textes à imprimer : la fonte « A » dans la cassette est le *type* qui est répliqué dans tous les *tokens* imprimés³⁰. Ce mode mécanique de transmission de l'écrit, qui nous est aujourd'hui si naturel, est en réalité lui aussi une forme particulière qu'on aurait tort de prendre pour modèle et d'appliquer à l'ensemble des processus de circulation des mots. Kaplan suggère ici que c'est parce que le point de vue de l'imprimeur nous est si familier que l'on a tendance à étendre comme on le fait la conception orthographique à l'ensemble des productions symboliques. Comme nous le verrons bientôt, cette intuition d'un lien entre modèle *type/token* et imprimerie est particulièrement précieuse lorsqu'on se penche sur l'histoire des modalités de transmission et d'identification des diagrammes à travers le temps.

Concluons. Kaplan rejette la généralisation du modèle *type/token* à toute forme de symbolisme, et maintient que les critères d'individualisation des mots doivent être fondés sur les modalités concrètes de leur transmission. Cette thèse le conduit, dans un second temps, à relier le modèle *type/token* lui-même à des formes particulières de transmission – à celles des langues formelles artificielles et à la reproduction mécanique des écrits.

■ 30. Le caractère en fonte est un *token* concret, mais il joue le rôle du *type* qui norme la production des lettres imprimées. C'est pour cela que Kaplan explique, dans le passage cité, qu'il « est étrange que, selon cette conception, le *type* soit un *token* ».

Transmission et individuation des diagrammes

Dans la section 2, nous avons vu qu'une des façons les plus convaincantes de réhabiliter le rôle des diagrammes dans les démonstrations est de formaliser le raisonnement diagrammatique, c'est-à-dire d'individualiser les diagrammes comme on individualise les mots dans un langage formel, en reconduisant les *tokens* à leurs *types*. Cette stratégie étend aux diagrammes la conception orthographique des mots. Dans la section 3, nous avons vu que cette conception orthographique se heurte à certaines objections et qu'une approche alternative, dans laquelle les symboles sont individualisés *via* leur histoire, non *via* le *type* abstrait qu'ils exemplifient, existe. Parvenu à ce stade, une question émerge : plutôt que d'étendre la conception orthographique des mots aux diagrammes, ne pourrait-on pas leur appliquer l'alternative esquissée par Kaplan ?

Cette question est d'autant plus naturelle que, comme nous l'avons vu dans la section 2, les diagrammes, essentiellement ambivalents, ne se plient qu'avec réticence à la discipline que leur impose le modèle *type/token*. Même si l'idée de contourner la *token fallacy* en renonçant au théorème de lecture unique est élégante et féconde, il reste qu'on peut trouver étrange de vouloir appliquer au mode de représentation diagrammatique, caractérisé par son ambivalence, un modèle dans lequel tout est fait pour qu'aucune ambivalence ne surgisse ! Le prix à payer serait acceptable s'il était démontré que tout système de représentation, quel qu'il soit, obéit au modèle orthographique. Mais nous venons de voir que, même dans le cas obvie des langues symboliques, il y a des raisons de mettre en doute le modèle *type/token*. Pourquoi alors chercher à tout prix à étendre aux diagrammes un cadre conceptuel apparemment si mal ajusté à certains de leurs traits ? Pourquoi ne pas « profiter » de la remise à plat kaplanienne et tenter, au moins à titre exploratoire, d'étendre la conception en termes de monnaie courante aux figures mathématiques ? À notre connaissance, aucune tentative dans cette direction n'a jusqu'à présent été esquissée. À quoi ressemblerait une théorie des diagrammes qui prendrait pour base, non pas la conception orthographique, mais la conception kaplanienne naturaliste des mots ?

Il y a une difficulté. Dans l'approche kaplanienne, les mots sont individualisés en fonction de la façon dont ils sont transmis à l'intérieur d'une communauté linguistique donnée. L'idée fondamentale qu'on ne doit pas postuler d'entités anhistoriques, idéales et éternelles (les *types*), mais au contraire partir de la circulation des objets concrets (les *tokens*), nécessite que l'on puisse définir un cadre stable à l'intérieur duquel des transmissions s'opèrent. Les termes de « transmission » et de « communauté linguistique » sont corrélés, exactement comme en mécanique les termes de « mouvement » et de « repère » le sont : on ne peut pas parler de transmission si on ne fixe pas le repère au sein duquel elle s'évalue. Bien entendu, les langues changent, certaines disparaissent ; les communautés linguistiques ne restent pas identiques à elles-mêmes. Mais, par rapport à l'échelle de temps de la production verbale (écrite ou sonore), le rythme de leur évolution est tellement lent qu'elles constituent un repère fixe à partir duquel des variations et des identités sont attestables. Le problème,

dans le cas des diagrammes, est que la notion de communauté linguistique n'est pas pertinente, et qu'on ne voit pas quoi lui substituer.

Le point est évident : la transmission des diagrammes transcende les communautés linguistiques. Bien que les copistes et traducteurs arabes médiévaux aient introduit des changements dans la production des figures euclidiennes qui vont au-delà de l'adaptation du lettrage³¹, nul ne peut soutenir que les diagrammes grecs ont été traduits en arabe. L'individualité de la figure ne dépend évidemment pas des règles conventionnelles propres à une communauté linguistique. Mais si la communauté linguistique ne constitue pas un cadre pertinent pour appréhender la transmission des diagrammes, par quoi la remplacer ? Une réponse serait de substituer « communauté mathématique » à « communauté linguistique ». Les diagrammes euclidiens (pour se donner un cadre restreint) sont utilisés par les mathématiciens dans le cadre de leurs enseignements, de leurs recherches et, si l'on en croit les « amis des diagrammes », de leurs démonstrations. L'individuation des diagrammes s'effectuerait dans ces contextes : un *token* A de diagramme serait identique à un autre *token* B si et seulement si, au sein de cette communauté d'usage, les deux *tokens* étaient reconnus comme les mêmes, le second étant considéré comme une répétition du premier. Une telle caractérisation aurait l'avantage de rester fidèle à l'intuition kaplanienne selon laquelle l'identité de ce qui est transmis (en l'occurrence les diagrammes concrets) est liée aux modalités de leur transmission, et de nous déprendre ainsi de la fascination que peut exercer le modèle *type/token*. Cependant cette solution, outre qu'elle est circulaire, reste extrêmement vague. Comme le souligne Netz, on ne sait pas grand-chose sur l'usage que les mathématiciens grecs faisaient de leurs diagrammes³². On peut supposer que ceux-ci accompagnaient l'activité mathématique solitaire et sa communication dans la correspondance ou au sein de petites assemblées³³, mais aucun document, aucun témoignage ne permettent de préciser cette vague description, et des contraintes matérielles, aujourd'hui disparues, rendent délicate toute extrapolation³⁴. L'usage que faisaient les mathématiciens grecs des diagrammes euclidiens ne ressemblait peut-être pas à celui que nous faisons aujourd'hui, et, même si tel était le cas, l'existence de chaînes de transmission continues entre eux et nous n'est pas garantie.

**La transmission
des diagrammes
transcende les
communautés
linguistiques.**

■ 31. L'inversion de l'orientation des diagrammes (droite-gauche) et l'utilisation d'encre de couleurs différentes, notamment. Sur ce point, voir G. De Young, « Diagrams in the Arabic Euclidean Tradition : A Preliminary Assessment », *Historia Mathematica*, 32 (2), 2005, p. 166-167 ; « Mathematical Diagrams from Manuscript to Print : Examples from the Arabic Euclidean Transmission », *Synthese*, 186, 2012, p. 24-25.

■ 32. Cf. la déclaration liminaire de *The Shaping of Deduction* : « Ce chapitre fait un tour de passe-passe : je parle d'un vide, d'un objet absent, car les diagrammes de l'Antiquité n'existent pas, et les diagrammes médiévaux n'ont jamais été étudiés en tant que tels » (R. Netz, *The Shaping of Deduction in Greek Mathematics : A Study in Cognitive History*, Cambridge UP, 1999, p. 12).

■ 33. *Ibid.*, chap. 1.

■ 34. Par exemple, l'usage des tablettes de cire mais également les dessins sur le sable nécessitaient une préparation importante (le sable devait être préalablement mouillé et aplani). Des possibilités aussi simples que celle d'effacer ce qui a été tracé n'existent pas. Ces médias devaient d'autre part induire des formes d'exposition particulière (par exemple, l'horizontalité de la surface de sable limite drastiquement l'audience). Sur ces aspects, voir R. Netz, *op. cit.*, p. 14-17.

Une des façons radicales de contourner l'obstacle est de postuler l'existence d'un usage mathématique des diagrammes, qui serait pérenne dans l'histoire, accessible au lecteur contemporain d'Euclide, réactivable à chaque nouvelle lecture des *Éléments*. Ce serait cet objet, le diagramme-dans-son-usage-mathématique, invariable dans le temps, que l'épistémologue serait censé analyser. Puisque l'identité d'une certaine forme d'usage des diagrammes à travers le temps est postulée, une telle approche (sous-jacente aux tentatives de Shin et de Mumma) rompt avec l'idée kaplanienne selon laquelle l'individualité des mots ou des diagrammes doit être interrogée à partir de leurs modes effectifs de transmission. Mais comme la notion de transmission, appliquée aux diagrammes, est si évasive, si on ne sait pas déterminer au sein de quelle communauté une telle circulation est censée être observée, cette stratégie n'est-elle pas finalement une bonne option ?

Que l'absence d'un équivalent à la notion de communauté linguistique rende l'extension de la conception en termes de monnaie courante aux diagrammes délicate est une chose ; qu'il faille ne pas tenir compte des modalités de la circulation des figures et postuler l'existence d'un usage spécifiquement mathématique des diagrammes invariable dans le temps en est une autre. Des voies moins radicales peuvent en effet être explorées. Si nous ne savons pas grand-chose de la façon dont les mathématiciens grecs utilisaient leurs diagrammes, nous connaissons de plus en plus de choses sur la manière dont ceux-ci nous ont été transmis d'abord par les copistes au Moyen-Âge, puis par les imprimeurs à la renaissance. Plus précisément, alors qu'il existe une littérature abondante sur la transmission des textes mathématiques grecs³⁵, un nouveau champ d'étude a émergé depuis quelques années qui consiste à appliquer à l'étude de la transmission des objets non linguistiques que sont les diagrammes les techniques historiographiques qui ont fait leurs preuves sur l'histoire des textes³⁶. Plutôt que de continuer à réfléchir de façon abstraite sur les difficultés que pose l'extension de la perspective kaplanienne aux diagrammes, nous voudrions suggérer que ces nouveaux travaux illustrent en acte ce à quoi pourrait ressembler une approche des diagrammes en termes de monnaie courante.

- 35. Pour un exposé général, voir B. Vitrac, « Quand ? Comment ? Pourquoi les textes mathématiques grecs sont-ils parvenus en Occident ? » (dossier en ligne : <https://cnrs.academia.edu/BernardVitrac>, juin 2018) et F. Acerbi, Il silenzio delle sirene. *La matematica greca antica*, Rome, Carocci, 2010, p. 65-79 et p. 269-375.
- 36. Pour la tradition manuscrite voir D. H. Fowler, *The Mathematics of Plato's Academy : A new reconstruction*, Oxford, Clarendon Press, 1987 ; R. Netz, « Greek Mathematical Diagrams : Their Use and Their Meaning », *For the Learning of Mathematics* 18, 1998, p. 33-39 ; M. Decorps-Foulquier, « Sur les figures du traité des Coniques d'Apollonios de Pergé édité par Eutocius d'Ascalon », *Revue d'Histoire des Mathématiques*, 5, 2000, p. 73 ; K. Saito, « A Preliminary Study in the Critical Assessment of Diagrams in Greek Mathematical Works », *SCIAMVS* 7, 2006, p. 81-144 ; « Traditions of the Diagram, Tradition of the Text : A Case Study », *Synthese* 186 (1), 2012, p. 7-20 ; K. Saito et N. Sidoli, « Diagrams and Arguments in Ancient Greek Mathematics : Lessons Drawn from Comparisons of the Manuscript Diagrams with those in Modern Critical Editions », in K. Chemla (ed.), *The History of Mathematical Proof in Ancient Traditions*, Cambridge, Cambridge University Press, 2012, p. 135-62. Pour les premières éditions imprimées voir E. Lee, « Let the Diagram Speak : Compass Arcs and Visual Auxiliaries in Printed Diagrams of Euclid's Elements », *Endeavour*, 42 (2-3), 2018, p. 78-98 et A. Malet, « Euclid's Swan Song : Euclid's Elements in Early Modern Europe », in P. Olmos (dir.), *Greek Science in the Long Run : Essays on the Greek Scientific Tradition*, Newcastle, Cambridge Scholars Publishing, 2012, p. 205-34.

Diagrammes euclidiens, copistes et imprimeurs

Les données historiographiques récoltées sur la transmission des diagrammes montrent que l'invention de l'imprimerie a modifié en profondeur le statut et les critères d'individuation des diagrammes. Dans la tradition manuscrite médiévale, les textes étaient transcrits par un copiste en laissant des espaces vides pour les figures, dessinées plus tard³⁷. Ceux-ci étaient remplis par une autre personne, spécifiquement chargée de recopier les diagrammes à partir d'un manuscrit donné, qui n'avait aucune raison de vérifier que la figure était bien conforme au texte, et « le plus souvent aucune compétence pour pouvoir effectuer cette démarche »³⁸. Une telle division du travail conduisait à séparer et détacher le diagramme de son environnement textuel et démonstratif. Cette situation change avec l'avènement des premières éditions imprimées d'ouvrages mathématiques anciens³⁹ : la composition des textes et des figures n'est plus dissociée temporellement, et les diagrammes, au lieu d'être copiés à partir d'autres diagrammes, sont construits à partir des propositions euclidiennes qu'ils illustrent⁴⁰. Lee résume la mutation et ses conséquences ainsi⁴¹ :

L'observation des diagrammes dans les manuscrits montre clairement que les copistes médiévaux n'ont que rarement, voire jamais, tenté de les construire à la règle et au compas. Les diagrammes étaient plutôt copiés à vue (*eyeballing*), à partir des diagrammes approximatifs dessinés à la main sur des manuscrits antérieurs. [...] Puisque les manuscrits médiévaux présentaient les diagrammes comme des réalisations visuelles du texte, les lecteurs étaient censés se référer à la procédure de construction expliquée dans le texte. La transcription des diagrammes [leur copie à l'œil nu] a pris fin avec l'avènement de l'imprimerie, lorsque les typographes ont introduit un nouveau type de dessin, la construction des diagrammes à l'aide explicite d'outils tels que le compas et la règle. De façon concomitante, le caractère processuel des diagrammes a été mis au premier plan. Le nouveau type de diagrammatisation, en mettant l'accent sur le processus, produisait un effet similaire à celui d'une construction égrenant les étapes de façon séquentielle, comme par le biais d'une animation. En conséquence, les lecteurs ont commencé à lire les diagrammes d'une nouvelle manière. Le diagramme fournissait une sorte de construction virtuelle, et la séquence processuelle reflétée dans le diagramme pouvait jouer le rôle de substitut à la construction directe.

■ 37. G. De Young, « Mathematical Diagrams from Manuscript to Print », *op. cit.*, p. 22.

■ 38. F. Acerbi, *Il silenzio delle sirene*, *op. cit.*, p. 45.

■ 39. Les premiers diagrammes géométriques imprimés datent de 1482 et sont l'œuvre d'un imprimeur allemand, Erhard Ratdolt. On dénombre seize éditions imprimées des *Éléments* de 1482 à la fin du XVI^e siècle (cf. E. Lee, « Let the Diagram Speak », *op. cit.*, p. 78-79).

■ 40. Il n'est pas évident de déterminer si cette mutation est due aux opportunités et contraintes techniques, à un changement plus général dans l'appréhension du rôle des diagrammes, ou à un mixte des deux. Ainsi, Lee souligne que la diffusion plus importante des *Éléments* et le fait que l'ouvrage rencontre un public moins éduqué tendent à favoriser l'explication par les diagrammes au détriment des longues structures démonstratives (cf. E. Lee, « Let the Diagram Speak », *op. cit.*, p. 81). Nous ne connaissons pas d'études synthétiques sur la façon dont les techniques d'impression ont contraint et fourni de nouvelles opportunités pour la reproduction des diagrammes, ni sur la nature des collaborations entre imprimeurs et géomètres à la Renaissance.

■ 41. E. Lee, « Let the Diagram Speak », *op. cit.*, p. 79.

Illustrons le contraste décrit ici par un exemple, celui de la proposition IV. 16 des *Éléments*. Il s'agit d'inscrire dans un cercle donné $AB\Gamma\Delta$, un pentadécagone régulier⁴² :

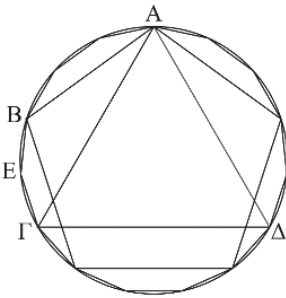


Figure 2

Que soit inscrit dans le cercle $AB\Gamma\Delta$ d'une part le côté d'un triangle équilatéral inscrit en lui, $A\Gamma$, d'autre part le côté d'un pentagone équilatéral, AB . Donc, des quinze segments égaux que compte le cercle $AB\Gamma\Delta$, d'une part la circonférence $AB\Gamma$, étant le tiers du cercle, en comptera cinq, d'autre part la circonférence AB , étant la cinquième du cercle, en comptera trois ; la circonférence restante, $B\Gamma$, comptera donc deux de ces segments égaux. Que $B\Gamma$ soit coupée en deux parties égales en E . Chacune des deux circonférences BE , $E\Gamma$ étant jointes, nous ajoutons continument dans le cercle $AB\Gamma\Delta$ {E} des droites qui leur sont égales, en lui un pentadécagone équilatéral et équiangle aura été inscrit. Ce qu'il fallait faire.

Pour réaliser le pentadécagone, Euclide emploie la construction d'un triangle équilatéral (*Él.* I. 1 et IV. 2) et d'un pentagone régulier (*Él.* IV. 11) inscrits dans $AB\Gamma\Delta$ à partir d'un point donné A . De cette façon, l'arc AB est la cinquième partie de la circonférence totale et l'arc $A\Gamma$ est la troisième ; l'arc $B\Gamma$ est donc égal à deux quinzièmes de la circonférence ; en le coupant en deux (*Él.* III. 30), on obtient les arcs BE et $E\Gamma$ qui sont chacun la quinzième partie de $AB\Gamma\Delta$ ⁴³. Joignant BE et $E\Gamma$ (*Post.* 1) on obtient deux côtés du pentadécagone ; on peut ensuite facilement compléter la figure demandée en traçant les côtés restants (*Él.* IV. 1).

Dans la tradition manuscrite grecque⁴⁴, l'on trouve les diagrammes suivants :

- 42. B. Vitrac, *Euclide. Les Éléments*, Paris, P.U.F., Vol. I, p. 498-99. Nous reproduisons ici le diagramme contenu dans l'édition canonique de Heiberg (*Euclidis Elementa, op. cit.*, p. 320). Toutes les éditions modernes présentent le même diagramme (cf. B. Vitrac, *Les Éléments, op. cit.*, p. 499 ; T. L. Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements*, New York, Dover Publications, 1956, Vol. II, p. 110 ; F. Acerbi, *Euclide. Tutte le opere*, Milan, Bompiani, 2007, p. 973).
- 43. L'angle sous-tendu par le côté du triangle équilatéral est de 120° (), tandis que celui du côté du pentagone est de 72° . En divisant leur différence en deux, on obtient la valeur de l'angle sous-tendu par le côté du pentadécagone.
- 44. Pour l'étude des différents *codices* voir K. Saito, « Traditions of the Diagram, Tradition of the Text », *op. cit.*, p. 12-13 ; B. Vitrac, « Quand ? Comment ? », *op. cit.*, p. 134-160.

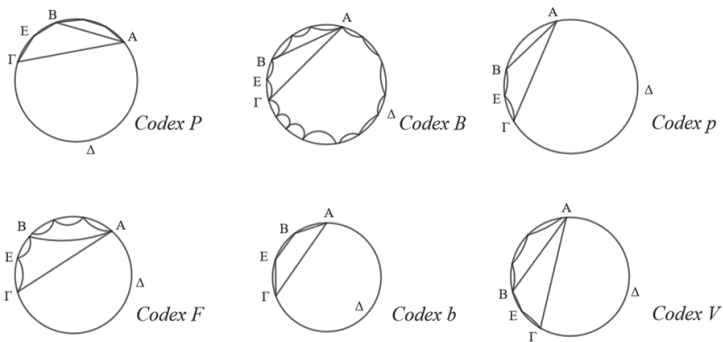


Figure 3⁴⁵

Reconnaître la construction du pentadécagone n'est pas aisé : le triangle et le pentagone inscrits ne sont pas tracés⁴⁶, et la figure recherchée n'est qu'esquissée. Surtout, le diagramme n'est pas construit à la règle et au compas : les propriétés métriques ne sont pas respectées⁴⁷, à tel point que E n'apparaît pas toujours comme milieu de l'arc GB (codex F), B n'apparaît pas plus distant de A qu'il n'est de G (codex b), et pour éviter que les côtés du polygone ne soient confondus avec les arcs sous-jacents, certains copistes (codex B, p, F, V) les représentent comme des arcs de concavité opposée à celle du cercle inscrit⁴⁸. Comme l'explique Lee, la figure ne donne pas accès à la construction à la règle et au compas dont elle est censée être le résultat, et il faut se reporter au texte pour en saisir la nature. Le diagramme est ici la copie, l'image d'un autre dessin avec lequel il a une similitude d'aspect. Le modèle *type/token* lui est inapplicable : il n'est pas le résultat d'une combinaison d'éléments simples à partir d'opérations spécifiées à l'avance.

Comme nous l'avons dit, l'imprimerie qui conduit à ne plus séparer la composition du texte et des diagrammes modifie la donne. Reproduisons les figures de *Él.* IV. 16 que l'on trouve dans deux versions imprimées datant de la Renaissance :

- 45. Les diagrammes sont repris de K. Saito, « The Diagrams of Book IV of the Elements » (*in* « Diagrams in Greek Mathematical Texts », dossier en ligne, https://www.greekmath.org/diagrams/Diagrams_in_Greek_Mathematical_Texts_Report_Ver_2_03_20110403.pdf, 2008, p. 171-2) et reproduits en utilisant le logiciel *Geogebra*. Par rapport aux diagrammes proposés par Saito, on ne reproduit pas les traces des lignes effacées par le copiste ou ajoutées puis supprimées dans les périodes ultérieures.
- 46. Dans le *codex P* on trouve les traces d'un triangle et d'un pentagone à l'intérieur du cercle. Selon Saito ces figures « ont probablement été ajoutées plus tard » et puis effacées par la suite (K. Saito, « The Diagrams of Book IV », *op. cit.*, p. 172).
- 47. Saito et Sidoli voient dans « l'indifférence à toute précision métrique » une des caractéristiques principales des manuscrits du moyen âge (voir K. Saito et N. Sidoli, « Diagrams and Arguments in Ancient Greek Mathematics », *op. cit.*, p. 143-145).
- 48. Le même type de solution se retrouve dans la tradition manuscrite du corpus d'Archimède : voir par exemple les propositions 21, 23, 24, 26, 28, 30, 32, 33, 37-42 du premier livre de *De la sphère et du cylindre* dans l'édition de R. Netz, *The Works of Archimedes*, Cambridge, Cambridge University Press, 2004, vol. I, p. 114-175.

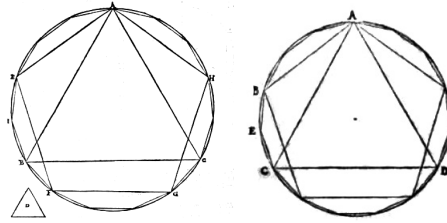


Figure 4 (i, ii)⁴⁹

Ces diagrammes ressemblent à la figure que nous trouvons dans les éditions modernes. On y trouve le triangle équilatéral, le pentagone régulier, ainsi que le pentadécagone inscrit. Les rapports métriques sont respectés, et les côtés du pentadécagone sont représentés par des lignes droites. Dans le diagramme de l'édition de Clavius (i), un triangle équilatéral D, figure auxiliaire dans la construction du triangle inscrit selon la procédure exposée dans *Él.* IV. 2, est même tracée. L'ensemble du processus menant à la figure finale est présent et peut être aisément reconstruit sous forme de la séquence animée suivante :

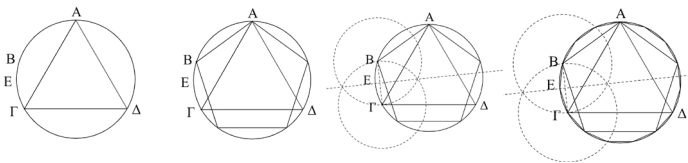


Figure 5 (a, b, c, d)

On ne trouve plus ici le hiatus qu'il y avait dans les manuscrits médiévaux entre textes et figures : le diagramme rend visible la règle qui préside à son propre engendrement.

Ce passage des « *resultant diagrams* » médiévaux aux « *processual diagrams* »⁵⁰ de la Renaissance, que nous avons illustré sur le cas de *Él.* IV. 16, est général. Dans son article, Lee explore d'autres aspects⁵¹ de cette mutation qui finissent progressivement par constituer un « nouveau vocabulaire visuel » spécifique⁵². Sans rentrer dans les détails de cette transformation,

■ 49. C. Clavius, *Euclidis Elementorum libri XV. Accessit XVI de solidorum regularium comparatione. Omnes perspicuis demonstrationibus, accuratis[ue] scholiis illustratii*, Rome, chez Vicentium Accoltum, 1574, p. 186 ; F. Commandino, *De gli elementi d'Euclide libri quindici. Con gli scholii antichi. Tradotti prima in lingua latina da M. Federico Commandino da Urbino, & con commentarij illustrati, et hora d'ordine dell'istesso trasportati nella nostra vulgare, & da lui riuueduti*, Urbin, chez D. Frisolino, 1575, p. 61r.

■ 50. E. Lee, « Let the Diagram Speak », *op. cit.*, p. 79.

■ 51. Lee montre ainsi que dans les éditions imprimées de la Renaissance, on trouve dans les diagrammes les traces de construction, par exemple des arcs marquant l'usage du compas pour construire un point ; on trouve également des marques de correspondance pour les angles dans les diagrammes lettrés (le lecteur peut ainsi suivre les étapes de la démonstration sans quitter des yeux la figure) ; des procédés particuliers pour le tracé des lignes auxiliaires (lignes en pointillés ou en couleur) sont utilisés ; enfin les représentations stéréoscopiques sont l'occasion de développer de véritables animations avec les merveilleux *pop-up diagrams* (cf. *Ibid.*, p. 81-90).

■ 52. Lee souligne aussi que l'émergence de cette nouvelle culture visuelle est très étroitement liée au développement de la géométrie pratique et à l'intensification sans précédent des liens entre géométrie, arpentage, cartographie, astronomie, architecture et peinture (cf. *Ibid.*, p. 90).

nous voudrions souligner qu'au XVI^e siècle la modification des modes de transmission affecte en profondeur la nature et l'usage des diagrammes. Avec l'avènement de l'imprimerie, les figures ne constituent plus de simples compléments au texte, des éléments supplémentaires introduits *a posteriori*. Au contraire, elles deviennent une partie intégrante et constitutive du texte, composée et reproduite au même moment que lui et avec les mêmes moyens⁵³. Les diagrammes sont essentiellement des résultats de procédures de construction (figures 4 et 5), non plus les produits d'une transcription à l'œil nu (figure 3). Ils ne sont plus des icônes, des images d'autres figures, mais des constructions qui peuvent être évaluées selon les critères proto-syntaxiques proches de ceux que formalise Mumma⁵⁴ : le modèle *type/token* peut leur être appliqué.

Nous l'avons vu à la fin du § 3, Kaplan ne rejette pas en bloc l'approche orthographique. Il la re-contextualise : le modèle *type/token* est lié selon lui à un mode particulier de transmission, celui des langues artificielles, mais aussi celui qui s'est développé dans le sillage des techniques d'imprimerie. Il est étonnant de constater que les données historiographiques collectées par les historiens qui étudient l'évolution des diagrammes dans les manuscrits mathématiques sur la longue période semblent conduire à la même conclusion. L'idée que les diagrammes euclidiens sont les résultats d'une procédure de construction réglée, d'une composition syntaxique de ce que l'on peut considérer comme des *types* complexes, loin d'aller de soi, émergerait à la Renaissance, lorsque l'ancienne division des tâches – copie du texte, puis copie des figures – disparaît pour laisser place à une perspective plus intégrative. Cette rencontre entre la critique d'un modèle abstrait de l'individuation des symboles et le résultat de recherches historiographiques est précisément ce sur quoi pariait Kaplan. Les chaînes de transmission ne sont pas descriptibles de façon *a priori* et ce n'est que l'étude patiente de leurs structures et caractéristiques qui peut permettre de dégager des critères partiels et transitoires d'identité. De ce point de vue, le modèle *type/token* n'est pas un mauvais modèle et pourrait même être étendu aux diagrammes. Encore faut-il pouvoir décrire les modalités concrètes de transmission auxquelles il a été, et reste, lié – ce que nous permet précisément de faire la nouvelle *philologie* des diagrammes.

Dans la section précédente, nous avons souligné que l'extension de la conception kaplanienne de l'individuation des symboles aux diagrammes était compromise par le fait que manque, dans le cas des diagrammes, un équivalent de la notion de communauté linguistique. Sans un tel concept, il est difficile de préciser ce que l'on entend par transmission. Alors que les diagrammes et leur évolution au fil de l'histoire a longtemps été un angle mort des études

■ 53. Cf. R. Baldasso, « Printing for the Doge : On the First Quire of the First Edition of the *Liber Elementorum Euclidis* », *La Bibliofilia*, 115 (3), 2013, p. 537.

■ 54. Voici ce qu'écrivit Mumma dans *Intuition Formalized : Ancient and Modern Methods of Proof in Elementary Geometry*, op. cit., p. 52 : « La dernière étape de la construction donne lieu à un diagramme [final] Σ , qui contient tous les objets à analyser lors de la démonstration. Cependant, ce n'est pas seulement Σ , mais toute l'histoire de la construction de Σ , qui détermine ce qui peut être déduit dans la démonstration. L'inférence dépend systématiquement de la façon dont le diagramme Σ a été construit. » Dans *Eu* les étapes qui amènent à la réalisation d'un diagramme Σ déterminent un ordre partiel qui engendre des dépendances entre les éléments composant Σ . Mais dans les diagrammes que l'on trouve dans la tradition médiévale, cet ordre partiel n'existe simplement pas.

sur la transmission des textes mathématiques anciens, l'historiographie a su récemment contourner l'obstacle et offrir un cadre d'analyse et des résultats qui permettent d'étudier l'individualisation des diagrammes à partir de leurs modalités de transmission. Le but de cette section a été simplement d'inviter les épistémologues à prendre la mesure et à tirer parti de ce qui se joue dans ce domaine, et qui nous paraît pouvoir être caractérisé par la mise en place d'une approche kaplanienne, en termes de monnaie courante, des diagrammes. Ce n'est pas parce que les figures mathématiques sont indépendantes des conventions linguistiques qu'elles n'ont pas d'histoire.

6. Conclusion

Le présent article vise d'abord à montrer qu'une partie de la littérature sur les diagrammes admet sans discuter la conception orthographique des mots. L'opposition entre représentations symboliques et représentations diagrammatiques la présuppose, et la stratégie de Shin et Mumma consiste explicitement à étendre le modèle *type/token* aux diagrammes. Le détour par Kaplan permet de reconnaître qu'une telle présupposition ne va pas de soi. Il y a une approche alternative, qui connecte l'individualité des symboles à la façon dont ils sont transmis. Et la possibilité de cette alternative manifeste, par contraste, à quel point la conception orthodoxe des symboles et des diagrammes est philosophiquement dangereuse, en ce qu'elle compromet toute approche naturaliste de leurs usages et de leurs transmissions.

Le second objectif, plus positif, mais aussi plus incertain, est d'explorer ce à quoi pourrait ressembler une approche des diagrammes qui s'enracinerait dans la conception de la monnaie courante esquissée par Kaplan. Dans une telle perspective, c'est évidemment à partir d'une histoire des diagrammes, de leurs usages et de leurs transmissions, qu'il faudrait penser leurs modes d'individualisation. Mais le problème, explicité dans le § 4, est que, selon le type d'usage et le type de communauté auquel on s'intéresse, cette histoire peut être contée de multiples façons. Dans le § 5, nous avons suggéré que cette difficulté n'était pas dirimante. L'historiographie récente qui étudie la transmission des diagrammes sur la longue durée nous donne les moyens de lier l'approche orthographique des diagrammes (celle de Shin et Mumma) à un mode de transmission particulier, qui s'est développé à la Renaissance après l'invention de l'imprimerie. Bien entendu, cette suggestion doit être étayée par d'autres enquêtes empiriques – mais la simple existence de telles enquêtes atteste de la possibilité de développer une approche des diagrammes en termes de monnaie courante.

Sébastien Gandon

PHIER, Université Clermont Auvergne

Gianluca Longa

PHIER, Université Clermont Auvergne