



**HAL**  
open science

# Classer des exercices de mathématiques pour la physique - une approche didactique orientée par la conception de ressources

Aude Caussarieu

## ► To cite this version:

Aude Caussarieu. Classer des exercices de mathématiques pour la physique - une approche didactique orientée par la conception de ressources. 11ème rencontres de l'ARDIST, Mar 2021, Bruxelles, Belgique. halshs-03756485

**HAL Id: halshs-03756485**

**<https://shs.hal.science/halshs-03756485v1>**

Submitted on 5 Sep 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **Classer des exercices de mathématiques pour la physique**

## une approche didactique orientée par la conception de ressources

*Aude Caussarieu*

**Résumé :** Les enseignant.e.s classent en général leurs exercices par chapitre, puis par difficulté ou complexité croissante sur un même thème, sans que les critères de classement ne soient vraiment explicités. Dans le cadre d'une recherche guidée par la conception de ressources – des questions à choix multiples de mathématiques pour les sciences – l'objectif de mutualisation des exercices a conduit au développement d'un modèle de classification des exercices. En utilisant la méthodologie de la théorie ancrée ainsi que des cadres théoriques didactiques et pédagogiques, l'équipe a développé un modèle de classification à quatre dimensions: type de tâche, discipline scolaire d'ancrage, type d'activité cognitive attendue, niveau de mobilisation du savoir attendu.

**Mots-clés :** Mathématiques pour la physique, interdisciplinarité, exercices, taxonomie.

# **Classification of mathematical exercises for physics' students**

## A design based research approach

*Aude Caussarieu*

**Abstract :** Teachers usually sort their teaching exercises in chapter and then by growing difficulty or by complexity without clearly setting out the criteria that have been used. When resources pooling is the aim, one needs to elucidate a categorization model which covers a broad range of pedagogical goals. We used the grounded based theory in conjunction with pedagogical and french didactical frameworks to develop a classification scheme based on four dimensions : type of task, anchoring school discipline, type of expected cognitive activity and depth of knowledge.

**Keywords :** Mathematics for physicists, interdisciplinarity, exercises, taxonomy

## INTRODUCTION

Pour accompagner les étudiant.e.s dans la transition lycée-université, de plus en plus d'enseignant.e.s du supérieur utilisent des tests en ligne. Ces tests sont utilisés pour repérer les difficultés des étudiant.e.s (positionnement), les aider à se remettre à niveau (remédiation) ou leur permettre de s'entraîner, par exemple au calcul (Gueudet and Vandebrouck 2019). Soit les enseignant.e.s construisent leurs propres questions, soit elles les cherchent dans une base comme UNISCIEL ou WIMS qui en contient déjà plusieurs centaines. L'un e des difficultés fréquemment rencontrées par les utilisatrices de ces plateformes est de trouver dans la base des questions ni trop difficiles, ni trop faciles, du par cœur ou au contraire des questions qui « font réfléchir ». Cette situation pose la question des critères pertinents pour indexer une ressource pédagogique qui a peu été étudiée en didactique : l'exercice à correction automatisée. C'est à cette question que la recherche présentée dans cette communication cherche à répondre.

### Contexte et méthodologie

Sur la période 2017-2019 j'ai accompagné une équipe d'enseignant.e.s de mathématiques et de physique-chimie, du secondaire et du supérieur, dans la construction d'une base d'exercices de mathématiques pour les sciences. Le fonctionnement de ce groupe a été financé en partie par UNISCIEL dont la plateforme mutualise un grand nombre d'exercices à correction automatisée. Les métadonnées pédagogiques des exercices actuellement présents dans la base d'UNISCIEL comportent une indication du niveau d'étude pour lequel est destiné l'exercice (L0, L1, L2, L3), une indication de la thématique (ex : Physique < Forces et mouvement, ou Physique < Mathématiques pour la physique) ainsi que 4 « niveaux de complexité » issu d'une réflexion avec la taxonomie de Bloom :

- 1 – Connaître
- 2 – Changement de langage
- 3 – Comprendre - appliquer
- 4 – Analyser

Ces « niveaux de complexité » ne sont pas satisfaisant ni d'un point de vue théorique (mélange entre la taxonomie de Bloom et la notion de complexité ou de difficulté) ni d'un point de vue pragmatique : plusieurs enseignant.e.s n'indexent pas de la même manière un même exercice. Le vocabulaire utilisé est trop vague et les représentations existantes des enseignants interfèrent avec l'arbre de décision proposé par UNISCIEL. L'objectif de la recherche était donc de répondre à la question : « **comment indexer des exercices de mathématiques pour la physique d'une manière qui permette effectivement aux enseignants de trouver les exercices qui correspondent à leur besoin pédagogique** ».

Pour répondre à cette question j'ai choisi de travailler en suivant la méthodologie des théories ancrées (Strauss & Corbin, 1998). Cette méthode permet de faire évoluer une théorie existante (ici deux dimensions de classification) en fonction des données obtenues lors de la recherche. Dans mon cas les données utilisées sont principalement les exercices produits par le groupe ainsi que leur classification par les enseignants. Je mobilise ainsi un dispositif de récolte de données de type « recherche orientée par la conception de ressources » tel que décrit par Sanchez & Monod-Ansaldi, (2015). La recherche est considérée comme aboutie lorsque les objets théoriques produits par la recherche sont opératoires au sein du groupe d'enseignants. Ces objets (dans notre cas la classification) facilite alors les échanges et permet de construire efficacement de nouvelles ressources. En pratique, je suis partie de la classification existante à UNISCIEL et de taxonomies déjà publiées (Bloom & collaborateurs, 1969; Webb, 1997) pour comparer les exercices existant de manière sys-

tématique et proposer une nouvelle classification et surtout expliciter les critères de classification. Sur la durée du dispositif, 800 questions à choix multiples de mathématiques pour la physique ont été construites.

## LE TYPE D'EXERCICE

Au sein du groupe de travail, nous avons la volonté de construire des exercices à correction automatique de positionnement et de remédiation centrés sur les mathématiques pour la physique. Ces exercices doivent permettre d'identifier les difficultés des élèves ou des étudiant.e.s et les aider à progresser. Nous avons commencé par étudier les exercices de physique afin de recenser les différents types de tâche de mathématiques pour la physique que les étudiant.e.s doivent savoir réaliser à l'entrée à l'université. À ces types de tâches sont associées des techniques ainsi que des connaissances qui les justifient. Cette démarche est illustrée sur un exemple à la figure 1. Nous avons ensuite construit des exercices autour de chacun de ces types de tâche qui puissent servir à différents objectifs pédagogiques (comme tester le niveau des élèves, les faire réfléchir sur un concept, ou leur permettre de s'entraîner). Cela nous a donc amené à construire différents types d'exercices que nous avons catégorisés.

### Différents types d'exercice pour un même type de tâche

La figure 1 présente un exemple d'exercice de physique de première année d'université<sup>1</sup>. Pour le résoudre les étudiant.e.s doivent mobiliser des savoirs de physique ainsi que plusieurs savoirs de mathématiques pour la physique. Si l'on peut dire qu'un.e étudiant.e qui trouve la bonne réponse à cet exercice a de grandes chances de maîtriser les savoirs de mathématiques pour la physique, la réciproque n'est pas vraie. Après avoir isolé une liste de « type de tâches de mathématiques pour la physique » telle qu'illustré sur la figure 1, nous avons construit des exercices qui permettent de tester spécifiquement le savoir associé à chacun de ces types de tâches.

Résolution enseignant de physique	<p>* Schéma:</p> <p>* Données:  <math>A'B' = 3AB</math>  <math>OA' = 5\text{m}</math></p> <p>* Physique: (1) <math>\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}</math> et <math>\frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}</math> (2)</p> <p>* Calcul littéral  (2) <math>\Rightarrow \frac{1}{OA} = \frac{A'B'}{AB} \cdot \frac{1}{OA'} = 3 \times \frac{1}{OA'}</math> (évalué)</p> <p>On injecte dans (1)</p> $\frac{1}{OA'} + 3 \cdot \frac{1}{OA'} = \frac{1}{f'}$ $\Rightarrow \frac{4}{OA'} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{OA'}{4}$ <p>* AN <math>f' = \frac{5\text{m}}{4} = 1,25\text{m}</math></p>	<p><b>Énoncé</b></p> <p>D'un objet réel AB placé en A, on veut obtenir une image A'B' 3 fois plus grande sur un écran placé en A' (à 5 m de O, centre de la lentille).  <b>Quelle est la distance focale f' de la lentille à utiliser ?</b></p>
		<p><b>Types de tâche</b> de mathématiques pour la physique rencontrées dans la résolution</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Modéliser une situation géométrique en utilisant la notation algébrique</li> <li>• Déterminer l'expression littérale d'une grandeur à partir de plusieurs relations entre grandeurs</li> <li>• Déterminer l'expression littérale d'une grandeur à partir d'une relation avec des fractions</li> <li>• Réaliser une application numérique</li> </ul>

Figure 1 : Illustration d'un exercice de physique, de sa résolution, et des types de tâches mathématiques qu'il mobilise pour sa résolution.

<sup>1</sup> Exercice issu d'un polycopié de TD d'une unité d'enseignement de physique pour la biologie en première année d'université.

Dans les paragraphes qui viennent, je vais illustrer les types d'exercices que nous avons construits pour le type de tâche : T = « Déterminer l'expression littérale d'une grandeur à partir d'une relation avec des fractions ». Les exercices présentés sont tous issus de notre base d'exercices.

Nous avons gardé dans la base quelques exercices qui demandent à l'étudiant.e de réaliser ce type de tâche dans un raisonnement qui mobilise d'autres types de tâche de mathématiques pour la physique (sans physique). Ces exercices permettent de tester le niveau de maîtrise attendu dans les prérequis par les enseignant.e.s du supérieur.

661). En optique on fait l'image d'un objet réel AB placé en A. Cette image A'B' est trois fois plus grande que l'objet et elle se situe à une distance de 5 mètre de la lentille qui est placée en O (OA'=5 m).

On connaît les relations suivantes :  $\frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$  et  $\frac{1}{OA'} + \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$

Que vaut la distance focale f' ?

Cependant, un.e étudiant.e qui réussit cet exercice maîtrise très probablement le savoir-faire visé, mais un.e étudiant.e qui échoue peut échouer pour de nombreuses raisons et cet exercice n'est donc pas un bon outil diagnostique. On va donc construire d'autres exercices qui ne portent que sur le type de tâche T. Le groupe va alors échanger sur les variables didactiques qui rendent ce type de tâche plus ou moins difficile pour les étudiant.e.s. Je vais pour ma part partager avec le groupe des éléments de bibliographie. Dans le cas de la tâche T trois variables didactiques sont identifiées :

- La présence d'un contexte à partir duquel il faut extraire des informations
- La structure de l'équation : situation de proportionnalité ( $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ), présence de somme de fractions, présence de quotient de fraction.
- Le nombre d'étapes de la résolution de l'exercice (notion de complexité).

Nous avons donc construit des exercices les plus simples possibles du point de vue des variables didactiques comme dans l'exercice n° 297-2.

**297-2)** La masse peut se calculer à partir de la masse volumique  $\rho$  et du volume occupé V à partir de l'expression :  $M = \rho \cdot V$   
Quelle est l'expression de V ?

Ainsi que des exercices qui demandent un niveau de maîtrise plus élevé comme l'exercice n° 597-1.

**597-1)** Une onde sonore se propage à la vitesse V dans un métal et à la vitesse v dans l'air sur une même distance L. On mesure la différence des durées de parcours de cette onde dans un métal et dans l'air :  $\Delta t = L \cdot \left( \frac{1}{v} - \frac{1}{V} \right)$   
Quelle est l'expression de la vitesse V du son dans le métal ?

Pour chaque type de tâche, nous nous sommes aussi demandé quelles mauvaises compréhensions conceptuelles pourraient expliquer des erreurs sur des exercices de la famille de l'exercice 4. L'analyse de la bibliographie sur les difficultés des élèves en mathématiques nous indique que l'une des erreurs fréquentes relative à l'addition de fractions consiste à sommer les termes au numérateur et les termes au dénominateur (Howard, 1991). Howard explique que cette erreur est en général liée au fait de voir une fraction comme deux nombres séparés d'un trait plutôt que comme l'expression d'un seul nombre. Une autre erreur fréquente relevée par les enseignants est le fait de simplifier  $\frac{c}{c}$  par zéro au lieu de un. Nous avons donc construit une série d'exercices qui visent particulièrement ces difficultés comme par exemple l'exercice 13-2.

13-2) Quelles écritures sont égales à  $\frac{a+b}{b}$  ?

a)  $\frac{a}{b} + \frac{b}{b}$  ; b)  $\frac{a}{b}$  ; c)  $\frac{a}{b} + 1$  ; d)  $(a + b) \times \frac{1}{b}$

Nous nous sommes ensuite demandé quels sont les raisonnements qui montreraient qu'un.e étudiant.e maîtrise les techniques de résolution de ce type de tâche. Les échanges avec les enseignant.e.s ont permis d'identifier comme marqueur le fait que l'étudiant.e repère quand il faut réorganiser une équation avec des fractions avant de sommer les fractions. Nous avons par exemple proposé l'exercice n° 662.

662). Dans laquelle (lesquelles) des situations suivantes est-il plus astucieux de réorganiser les fractions avant de calculer les sommes de fractions ?

- a) On cherche à exprimer  $O'A'$  à partir de la relation  $\frac{1}{O'A'} - \frac{1}{O'A} = \frac{1}{f'}$   
b) On cherche à exprimer  $f'$  à partir de la relation  $\frac{1}{O'A'} - \frac{1}{O'A} = \frac{1}{f'}$   
c) On cherche à exprimer  $v$  dans la relation  $\Delta t = L \cdot \left( \frac{1}{v} - \frac{1}{v'} \right)$   
d) On cherche à exprimer  $L$  dans la relation  $\Delta t = L \cdot \left( \frac{1}{v} - \frac{1}{v'} \right)$

Enfin, on peut se demander quelles sont connaissances factuelles dont un.e étudiant.e doit disposer pour pouvoir résoudre un exercice qui mobilise le savoir-faire visé. Dans le cas de ce savoir-faire, les enseignants ont décidé qu'il n'y avait rien à savoir par cœur qui soit spécifique à ce savoir-faire. Dans le cas d'un type de tâche comme « Trouver l'expression d'une longueur en utilisant la trigonométrie » on aurait construit un exercice qui demande de redonner la définition du sinus ou du cosinus d'un angle dans un triangle rectangle ou bien certaines valeurs particulières.

Pour catégoriser cette série d'exercices, nous utilisons un modèle à deux dimensions :

- **Le type d'activité cognitive attendue**, au sens de Bloom (1956) : nous différencions les exercices qui demandent de restituer une connaissance de ceux qui demandent d'appliquer une procédure ou ceux plus typiques des didactiques qui demandent de donner du sens à un concept ou à une situation.
- **Le niveau de mobilisation du savoir attendu** au sens de la profondeur du savoir de Webb (1997) : pour un même type de tâche, certaines questions demandent une maîtrise du savoir en plus grande profondeur que d'autres.

### Type d'activité cognitive visée

Dans la lignée des travaux de (Bloom, 1956), nous distinguons les exercices selon l'activité cognitive attendue de l'élève : (1) de restituer une connaissance présente à l'identique dans son cours ; (2) de donner du sens à la connaissance ; (3) d'appliquer la connaissance en manipulant les objets mathématiques (calcul littéral, calcul numérique, tracé, ...)

**Restituer une connaissance** demande à l'élève de faire le lien entre la question posée et un élément présent dans sa mémoire, et de rapatrier cet élément à l'identique. Une question de ce type n'est pas nécessairement une question facile. La difficulté de la question viendra de la typicité de la connaissance appelée.

**Donner du sens à la connaissance** demande à l'élève de comprendre le langage utilisé, de prendre du recul et d'analyser les relations entre des concepts, mais aussi, à un niveau de maîtrise du savoir plus avancé d'être capable d'analyser une situation en mobilisant des éléments théoriques (concepts, modèles) pour construire une représentation et/ou une problématisation de la situation.

**Appliquer une connaissance** demande à l'élève de manipuler des objets mathématiques pour produire un résultat qui n'est pas une simple reformulation de l'énoncé.

Nous ne postulons pas de hiérarchie ni de progressivité entre ces tâches de natures différentes. En effet, un élève peut utiliser son cours pour faire ses premières applications directes, se poser alors des questions sur le sens du langage qu'il manipule, ce qui l'aidera à retenir la formule à connaître. Mais d'autres scénarios sont tout aussi possibles.

### Niveau de maîtrise du savoir

La dimension « type de tâche » s'est révélée très utile pour distinguer les questions de cours et les exercices. Cependant ses limites sont rapidement apparues : certains exercices étaient plutôt adaptés aux débutant.e.s alors que d'autres demandaient une plus grande aisance. Nous avons donc choisi de nous situer dans la lignée des travaux de (Webb, 1997) et d'ajouter à notre modèle de classification une autre dimension : le niveau de maîtrise du savoir nécessaire pour répondre à la question posée. Nous distinguons ainsi des questions qui demandent juste à avoir un niveau de maîtrise de surface des connaissances (niveau A) de celles qui demandent un niveau intermédiaire de maîtrise (niveau B) de celles qui demandent une maîtrise en profondeur (niveau C). Et ce pour chaque type d'activité cognitive visée.

Cette catégorisation est illustrée sur le tableau 1.

	<b>Restituer une connaissance</b>	<b>Donner du sens</b>	<b>Appliquer</b>
Maîtrise en surface	Connaissance centrale dans le cours	Exercices visant des difficultés fréquentes <ul style="list-style-type: none"> <li>• Changement de registre sémiotique</li> <li>• Explicitation des règles ou du vocabulaire</li> <li>• Test de la représentation d'un concept</li> </ul> QUIZ 13-2	Appliquer une fois la technique visée dans une situation où les variables didactiques sont prises « au plus simple »  QUIZ 297-2
Maîtrise intermédiaire	Connaissance périphérique dans le cours	Raisonnement comme un.e expert.e <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conditions d'utilisation d'une technique</li> <li>• Repérer les situations où une astuce peut s'appliquer</li> </ul> QUIZ 662	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Exercices complexes : <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Appliquer la technique dans un raisonnement en plusieurs étapes.</li> <li>○ Extraire les informations pertinentes d'un énoncé</li> </ul> </li> <li>• Appliquer la technique avec des variables didactiques non triviales</li> </ul> QUIZ 597-1
Maîtrise en profondeur			Appliquer la technique au cours d'un raisonnement mobilisant une ou plusieurs autres techniques.  QUIZ 661

Tableau 1. Déclinaison en niveaux de maîtrise des types d'activité cognitive de Bloom

## CONCLUSION

Cette communication présente le résultat d'une recherche dont la méthode s'appuie sur la théorie ancrée dans un dispositif de productions de ressources pédagogiques. Les nombreux aller-retour entre la chercheuse et le groupe d'enseignant.e.s a permis de faire évoluer le modèle de classification des exercices en raffinant et en explicitant la notion de « type d'activité cognitive demandée dans l'exercice » et en ajoutant une nouvelle dimension de niveau de maîtrise du savoir nécessaire pour résoudre l'exercice.

**Limites.** Cette classification n'a pas été construite pour prendre en charge les activités de découverte et de construction des concepts comme les situations de type adidactique ou bien les situations problèmes ou déclenchante des scientifiques (physique chimie, SVT). Cette limite permet peut-être de tracer une délimitation entre des activités et les exercices. On peut se poser la question de leur articulation (quand, comment) avec les exercices tels qu'ils sont classés ici, lors du déroulement de l'enseignement.

**Perspectives.** Il serait intéressant de voir si cette classification des exercices se retrouve corrélée à la façon dont les enseignants expérimentés ou débutants utilisent ces exercices pour faire classe, ou pour comparer l'activité en classe dans l'enseignement secondaire et à l'université.

## BIBLIOGRAPHIE

- Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of Educational Objectives, Handbook I: The Cognitive Domain*. David McKay Co Inc.
- Bloom, B. S., & collaborateurs. (1969). *Taxonomie des objectifs pédagogiques, I. Domaine cognitif* (Education Nouvelle).
- Howard, A. C. (1991). Addition of Fractions—The Unrecognized Problem. *The Mathematics Teacher*, 84(9), 710-713.
- Sanchez, É., & Monod-Ansaldi, R. (2015). Recherche collaborative orientée par la conception : Un paradigme méthodologique pour prendre en compte la complexité des situations d'enseignement-apprentissage. *Éducation et didactique*, 9(2), 73-94. <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.2288>
- Strauss, A., & Corbin, J. M. (1998). *Basics of Qualitative Research : Techniques and Procedures for Developing Grounded Theory*. SAGE Publications.
- Webb, N. L. (1997). *Criteria for Alignment of Expectations and assessments in Mathematics and Science Education*.