



**HAL**  
open science

## Une tâche philosophique pour notre temps

David Rabouin

► **To cite this version:**

David Rabouin. Une tâche philosophique pour notre temps. *Annals of Mathematics and Philosophy*, 2022. halshs-03905180

**HAL Id: halshs-03905180**

**<https://shs.hal.science/halshs-03905180>**

Submitted on 30 Dec 2022

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## *Une tâche philosophique pour notre temps*

David Rabouin

(ERC Philiumm (AdG n°101020985) & Laboratoire SPHERE, CNRS – Université Paris Cité)

Mon titre grandiloquent n'aura d'autre excuse que d'être tiré d'un article de Ian Hacking sur l'idée de « style de raisonnement » scientifique<sup>1</sup>. Il lui semblait, en effet, que cette réflexion relevait d'un problème général qui débordait de beaucoup la philosophie des sciences et qu'il n'hésitait pas à désigner sous cette appellation de « tâche philosophique de notre temps ». Cette tâche consistait tout d'abord à faire droit à deux orientations apparemment incompatibles dans notre vision des savoirs scientifiques. La première est celle qui s'est dessinée, depuis les années 1960, avec le développement des *Science Studies* ou des approches apparentées. Elle fait la part belle aux événements micro-historiques, aux controverses, aux contextes locaux (sociologiques, politiques, institutionnels, etc.), aux auteurs « mineurs ». L'autre orientation, plus classique dans son approche, insiste au contraire sur l'aspect fortement cumulatif des savoirs scientifiques, dans un régime d'historicité que Hacking qualifiait de « Braudelien ». On s'y intéresse avant tout à la persistance, malgré les incessantes variations locales, de structures conceptuelles globales. L'une et l'autre combinées semblaient nécessiter, aux yeux de Hacking, un renouveau de rien moins que la « métaphysique – par où il entendait le regain d'intérêt pour cette discipline qui s'était produit dans la philosophie dite « analytique » après Quine, et notamment à partir des travaux de Putnam et Kripke. Pour le dire plus simplement, il s'agissait de faire se rencontrer de grandes questions sur le statut de la « vérité » et de la « réalité » avec les images de la science apparemment contradictoires qui émergent des deux orientations précédentes. Or la difficulté, soulignait Hacking, n'est pas qu'il faille choisir entre l'une ou l'autre orientation, comme certains l'ont cru et comme beaucoup le croient encore, mais plutôt qu'elles paraissent toutes deux justes alors même que nous ne disposons pas d'une théorie de la connaissance qui puisse les faire tenir ensemble. La référence à Putnam était alors naturelle puisque c'était précisément un des problèmes qu'il avait voulu soulever, au titre de la question de la stabilité de la référence – question qui émerge quand on constate à la fois le caractère cumulatif des savoirs scientifiques et les variations locales auxquelles leur expression est soumise.

Quoi qu'on pense du fait qu'il s'agisse d'une des tâches philosophiques de notre temps, on pourra accorder qu'il y a là un problème central qui se pose aujourd'hui dans notre image du monde. Il tient d'ailleurs une place importante dans le difficile dialogue entre histoire et philosophie des sciences<sup>2</sup>. Or cette question a pourtant peu atteint notre vision des mathématiques, où elle est pourtant particulièrement saillante. De fait, s'il est un savoir qui nous apparaît comme fortement cumulatif, c'est bien celui des mathématiciens. Quelle que soit la méfiance légitime qu'on puisse entretenir à l'égard de l'idée de « progrès », il paraît difficile de ne pas concéder que nous reconnaissons certains résultats trouvés dans Archimède, Li Zhi (Li Ye) ou Nilakantha Somayaji comme « vrais » (peut-être au prix de malentendus, peu

---

<sup>1</sup> I. Hacking, « Statistical language, statistical truth and statistical reason », dans E. McMullen (éd.), *Social Dimensions of Sciences*, University Notre-Dame Press, 1991, p. 130–157.

<sup>2</sup> Voyez les problèmes 7 et 8 (« Locality and globality ») avancé par Peter Galison dans son panorama : « Ten Problems in History and Philosophy of Science », *Isis* 99 (2008), p. 111-124.

Fichier auteur avant publication. Merci de citer d'après la version publiée : « Une tâche philosophique pour notre temps », *Annals of Mathematics and Philosophy*, vol. 1, (paru en ligne, 2022 : [https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_FR.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_FR.pdf))/“A Philosophical Task in our times”, english translation ([https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_EN.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_EN.pdf)).

importe). Nous pensons, par ailleurs, en savoir « plus » en mathématiques qu'ils n'en savaient. D'un autre côté, les approches « locales » des mathématiques ont pris un essor considérable ces dernières décennies. Même quand elles ne se reconnaissent pas dans l'image dégagée par les *Science studies*, même quand elles revendiquent avec force leur appartenance à l'histoire « conceptuelle », la plupart des études historiques se donnent désormais pour tâche de reconstituer la manière *spécifique* dont a pu se déployer la rationalité mathématique dans tel ou tel contexte. Or cette spécificité se donne souvent par différence, c'est-à-dire que nous voyons de plus en plus clairement qu'Euclide, Al-Haytham, Liu Hui, Baskhara I, Leibniz, Lagrange, Kronecker ou Banach, s'ils avançaient des vérités que nous reconnaissons comme nôtres, ne les pensaient pas exactement comme nous.

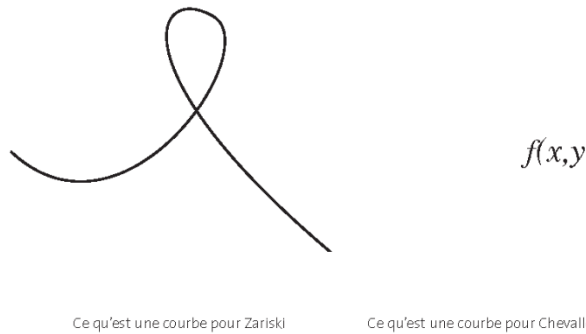
Mais il y a plus et c'est en ce point que la question devient plus que simplement méthodologique. En effet, la variabilité des contextes entraîne avec elle la variabilité des descriptions et ouvre une question pour l'histoire comme pour la philosophie : de quoi nous parlent les mathématiques dans la variabilité de leurs formes historiques et géographiques ? Puis-je me satisfaire du fait qu'Euclide et Grothendieck utilisent pour désigner les nombres entiers des termes comparables (traductibles l'un dans l'autre) pour conclure qu'ils font face au « même » objet ? C'est la question de la référence et plus précisément de sa stabilité à travers des expressions historiquement et culturellement situées. Or, tandis que la solution envisagée par Putnam et Kripke à ce problème consistait à fonder la référence *indépendamment des descriptions* (toujours révisables et variables) et à l'ancrer dans une réalité « extérieure », avec laquelle nous interagissons causalement (ce qu'on a appelé l'« externalisme sémantique »), cette solution paraît précisément interdite – ou, à tout le moins, très coûteuse – en mathématiques. À part dans quelques formes extrêmes de platonisme où l'intuition des objets idéaux est comparée à une forme de « perception », les philosophes s'accordent plutôt sur l'idée que les objets mathématiques ne sont pas avec nous dans des formes d'interactions *causales*. Mon but dans cet article sera de convaincre le lecteur qu'il y a là un problème central, bien que négligé, dans le dialogue entre philosophie et mathématiques, puis d'esquisser quelques pistes pour y répondre. Je me limiterai, faute de place, à une approche essentiellement programmatique.

## I. *Position du problème*

Afin de rendre sensible le problème dont je voudrais partir, je commencerai par un échange entre Claude Chevalley et Oscar Zariski que rapporte Serge Lang :

Chevalley et Zariski (un des princes, avec Weil, Serre et Grothendieck, du renouveau de la géométrie algébrique) avaient une discussion sur les courbes, et aucun des deux ne semblait comprendre l'autre. En désespoir de cause, Chevalley demande à Zariski : « Qu'est-ce que vous appelez une courbe ? » Ils étaient devant un tableau noir, Zariski dit : « Eh bien ! Pour moi, c'est ceci », et il dessina une courbe :

Fichier auteur avant publication. Merci de citer d'après la version publiée : « Une tâche philosophique pour notre temps », *Annals of Mathematics and Philosophy*, vol. 1, (paru en ligne, 2022 : [https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_FR.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_FR.pdf))/“A Philosophical Task in our times”, english translation ([https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_EN.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_EN.pdf)).



Et il continua : « Et pour vous, qu'est-ce que c'est qu'une courbe ? ». Chevalley répondit : « Ce n'est pas du tout cela pour moi, pour moi c'est  $f(x,y)=0$  !<sup>3</sup> »

Ce dialogue surprendra peut-être un observateur extérieur. Deux mathématiciens, qui eurent une influence majeure sur le développement de leur discipline, qui se lisaient et échangeaient volontiers, se rendent finalement compte qu'ils ne se comprennent pas. Plus intrigant peut-être, il ne s'agit pas d'une discussion sur un objet particulièrement complexe, on ne sait quel groupe d'homotopie supérieure vivant à la pointe de leur savoir, mais de l'idée apparemment la plus simple et la plus commune qui soit en géométrie, celle de courbe. Pourtant, les mathématiciens savent bien, eux, que cette situation est courante – même si leur régime de communication tend à la bannir des échanges publics. Il est vrai que c'est le genre de désaccord qu'on préfère ne pas porter sur le devant de la scène, surtout dans une science qui se veut au plus haut point empreinte de « certitude ». Ceci ne facilite d'ailleurs pas le dialogue avec les philosophes et les historiens : les mathématiciens semblent parfois atteints d'une curieuse schizophrénie lorsqu'ils se tournent vers l'extérieur et oublient soudainement tous les malentendus, les divergences de point de vue, les incompréhensions, qu'ils entretenaient dans les couloirs quelques instants auparavant. Cette situation n'a d'ailleurs rien de nouveau. Si nous ouvrons Euclide ou Archimède, nous sommes frappés de voir que leurs traités ne contiennent aucun élément ne serait-ce que de réflexion sur leurs objets et leurs méthodes, encore moins de polémiques. Or par des témoignages quasi contemporains, nous savons pourtant que les mathématiques étaient déjà emplies de controverses sur la nature des objets, la force de telle ou telle preuve, la légitimité de telle ou telle approche<sup>4</sup>. Ce phénomène est encore plus manifeste pour des époques et des contextes culturels, comme la Renaissance et l'âge classique européen, où le régime des controverses et des discussions a pu faire partie intégrante de la sociabilité savante.

Notons que les débats que rapportent Proclus et Eudème ne sont pas des querelles de philosophes ignorants des mathématiques. Ils font intervenir des acteurs aussi importants que Menelaüs et Geminus, Euclide et Apollonius. L'âge classique nous fournit, pour les raisons que j'évoquais, de multiples autres exemples depuis les querelles de Fermat et Descartes sur leurs méthodes respectives des tangentes à celles de Pelletier, Viète ou Clavius sur l'angle de contact en passant par la querelle sur les méthodes des « indivisibles », puis sur les infinitésimaux. Plus

---

<sup>3</sup> Marcel Berger, *Cinq siècles de mathématiques en France*, Paris, apdf, 2005, p. 179 (l'absence de parenthèse fermante dans la figure est dans l'original).

<sup>4</sup> On trouvera un répertoire intéressant d'une partie de ces controverses dans le commentaire par Proclus du premier livre des *Éléments* d'Euclide (*Procli Diadochi in primum Euclidis elementorum librum commentarii ex recognitione Godofredi Friedlein*, Leipzig, Teubner, 1873 [désormais *In Eucl.*]). Si Proclus vécut au 5<sup>ème</sup> siècle de notre ère, il dit dépendre, pour une partie de ses sources, d'Eudème de Rhodes, un disciple d'Aristote ayant vécu au 4<sup>ème</sup> siècle avant.

Fichier auteur avant publication. Merci de citer d'après la version publiée : « Une tâche philosophique pour notre temps », *Annals of Mathematics and Philosophy*, vol. 1, (paru en ligne, 2022 : [https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_FR.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_FR.pdf))/“A Philosophical Task in our times”, english translation ([https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_EN.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_EN.pdf)).

proche de nous, la controverse entre Kronecker et Jordan sur la réduction des formes bilinéaires, les moqueries de Weierstrass contre les « fantaisies géométriques » de Riemann, les anathèmes de Poincaré contre la topologie ensembliste, les disputes de Severi avec la jeune génération de géomètres algébristes, les invectives d'Arnold contre le style bourbakiste, pour ne rien dire des différentes querelles « fondationnelles » ou des débats en cours sur la validité de la « théorie de Teichmüller inter-universelle », etc., doivent nous rappeler que ces discussions sont, en fait, constantes.

Il s'agit d'un terrain qui a particulièrement intéressé l'histoire des mathématiques récente parce qu'il montre, s'il le fallait, que les mathématiques ne sont pas moins soumises aux malentendus et aux désaccords que les autres disciplines. Les cas que nous avons mentionnés se laissent d'ailleurs décrire, en première approche, par le fait que les acteurs appartiennent à des contextes différents (choisissez ici la catégorie qui vous sied le mieux : tradition, style, école, paradigme, configuration épistémique, etc.). Le phénomène qui se dégage en creux est alors, selon la première branche du problème soulevé par Hacking, que la connaissance dépend fortement du contexte, au point que des acteurs peuvent ne pas entendre la même chose par le même terme. C'est le pôle d'instabilité de la référence que semble manifester toute histoire des savoirs et à laquelle les mathématiques ne paraissent pas pouvoir échapper.

Notons qu'on aurait tort de réduire, pour autant, le phénomène en question à celui des seules controverses, qui n'en forment qu'un cas très particulier. Entre Chevalley et Zariski, par exemple, même si on peut les rapporter l'un et l'autre à des « styles » différentes, il n'y a nulle controverse. Plus généralement, il n'est guère difficile de trouver un équivalent de ce type d'échanges empreints d'incompréhension ou de désaccord chez des acteurs appartenant à une même école/tradition/configuration épistémique. La querelle entre Leibniz et Bernoulli sur les logarithmes des nombres négatifs en fournit un cas exemplaire – d'autant plus intéressant, souligna Euler, que les deux avaient des arguments parfaitement justes. J'en mentionnerai un autre, tiré du même contexte. Lorsque la querelle entre les partisans du calcul différentiel et les tenants du « vieux style » (comme les appelle Varignon) se déchaîna à l'Académie Royale des Sciences, les défenseurs du formalisme leibnizien se tournèrent naturellement vers leur maître pour obtenir son soutien. Or voici la manière dont ce dernier rapporte cet épisode :

Quand ils disputèrent en France avec l'Abbé Gallois, le Père Gouge [*sic*] et d'autres, je leur témoignai, que je ne croyais point qu'il y eut des grandeurs véritablement infinies ni véritablement infinitésimales, que ce n'étaient que des fictions, mais des fictions utiles pour abréger et pour parler universellement, comme les racines imaginaires dans l'Algèbre telles que  $\sqrt{-1}$  (...). Mais comme M. le Marquis De L'Hospital croyait que par là je trahissais la cause, ils me prièrent de n'en rien dire outre ce que j'en avais dit dans un endroit des Actes de Leipzig et il me fut aisé de déférer à leur prière (à Pierre Dancicourt 11 Septembre, 1716, Dutens III, 500–501)

Cette situation n'est pas du tout exceptionnelle. Pour reprendre des exemples que nous avons déjà croisés, Proclus, tout en avançant qu'Euclide avait formulé ses démonstrations de la meilleure manière qui soit, souligne que certaines preuves exprimeraient mieux les raisons du fait considéré si on les exprimait à l'aide de mouvements, une approche pourtant bannie du traité de son maître<sup>5</sup>. Van Schooten, le grand promoteur et éditeur des mathématiques de Descartes présenta la célèbre méthode des tangentes de son maître sur le même plan que celle

---

<sup>5</sup> *In Euclidem* 69. Voir Orna Harari (2008), « Proclus' account of explanatory demonstrations in mathematics and its context », *Archiv für Geschichte der Philosophie* 90 (2), p. 137-164.

Fichier auteur avant publication. Merci de citer d'après la version publiée : « Une tâche philosophique pour notre temps », *Annals of Mathematics and Philosophy*, vol. 1, (paru en ligne, 2022 : [https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_FR.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_FR.pdf))/“A Philosophical Task in our times”, english translation ([https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_EN.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_EN.pdf)).

de... Fermat!<sup>6</sup> Plus proche de nous, Hermann Weyl, tout en se revendiquant d'un héritage Riemannien en analyse complexe, n'a aucune difficulté à y intégrer l'approche de Weierstrass que Felix Klein avait pourtant présenté comme relevant d'un « style » irréductiblement différent<sup>7</sup>. Ce qui est évidemment troublant dans ces échanges est que les acteurs semblent parfois en désaccord non pas seulement sur de grandes valeurs épistémiques qu'on pourrait toujours prétendre extérieures à leur pratique, mais bien sur la caractérisation des objets et des méthodes pour les atteindre<sup>8</sup>.

## II. *La question de la référence*

Si ce problème est particulièrement important, c'est qu'il nous donne une vue synchronique sur un phénomène qui se déploie diachroniquement comme *le fait même de l'histoire des sciences*. Que les sciences puissent évoluer se marque en effet par le fait que les descriptions que l'on peut donner d'un même objet peuvent changer, qu'elles avancent, comme disait Cavallès, « par approfondissement et ratures »<sup>9</sup>. Lorsqu'il s'agit de proposer une description des objets plus précise ou mieux ajustée, cela ne pose pas vraiment de difficultés. Mais il n'en va pas de même lorsqu'il s'agit de corriger une description dans un sens qui ne soit pas de simple amélioration. Dans ce cas, en effet, une propriété qu'on croyait appartenir à un objet va se trouver niée (ou il n'y aura pas « correction ») et les deux descriptions, l'ancienne et la nouvelle, vont donc se trouver incompatibles.

C'est ce phénomène qu'avait pointé Putnam pour contester l'idée (d'origine russellienne) selon laquelle nous accédons aux objets par l'intermédiaire de descriptions définies, c'est-à-dire d'un ensemble d'énoncés que l'on pourrait formuler à l'aide d'une liste prédicats et qui, lorsque la description est complète, suffiraient à déterminer « ce dont on parle »<sup>10</sup>. Parmi les arguments qu'il mobilisait se trouvaient des cas célèbres d'évolution de nos concepts scientifiques, comme les différentes théories de l'électron qui se sont succédées de Rutherford à Schrödinger. On sait, en effet, que le modèle « planétaire » voit l'électron comme une particule douée d'une position et d'une vitesse déterminée à chaque instant, tandis que le modèle du « nuage » ne voit plus que des orbitales (des régions déterminées par une probabilité de présence de la particule) et nie que l'on puisse déterminer à la fois la vitesse et la position. Ces deux descriptions sont incompatibles : ou bien l'électron a une position déterminée ou bien il ne l'a pas. La seconde interprétation n'est pas simplement une manière de préciser la

---

<sup>6</sup> *Geometria à Renato Descartes anno 1637 Gallice edita [ . . . ]. Operâ atque Studio Francisci a Schooten*, Amsterdam, Elsevier, 1659, p. 252-253. Sur la méthode des normales de Descartes et sa querelle avec Fermat, voir V. Jullien, *Descartes. La 'Géométrie' de 1637*, Paris, PUF, 1996, p. 101 sq.

<sup>7</sup> Voir H. Weyl, *Die Idee der riemannschen Fläche*, Berlin, Teubner, 1913 et *Oeuvres mathématiques de Riemann*, trad. par L. Laugel ; avec une préf. de M. Hermite ; et un discours de M. F. Klein, Paris, Gauthier-Villars, 1898.

<sup>8</sup> À quelques exceptions sur lesquelles je reviendrai, il est très significatif que la philosophie dite « de la pratique mathématique » se soit portée massivement vers la question des valeurs : pureté, fécondité, caractère explicatif ou esthétique des preuves, voir Paolo Mancosu (ed.), *The Philosophy of Mathematical Practice*, Oxford, OUP, 2008.

<sup>9</sup> *Sur la logique et la théorie de la science*, Paris, Vrin, 1997, p. 78.

<sup>10</sup> La cible immédiate de Putnam est bien évidemment Quine et son slogan selon lequel « être, c'est être la valeur d'une variable ». Pour Quine, en effet, le philosophe doit évaluer l'engagement ontologique à partir des discours scientifiques dont on suppose qu'ils peuvent tous être reformulés dans la logique du premier ordre et dont les valeurs des variables constituent les entités auxquelles nous avons affaire dans tel ou tel domaine.

Fichier auteur avant publication. Merci de citer d'après la version publiée : « Une tâche philosophique pour notre temps », *Annals of Mathematics and Philosophy*, vol. 1, (paru en ligne, 2022 : [https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_FR.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_FR.pdf))/“A Philosophical Task in our times”, english translation ([https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_EN.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_EN.pdf)).

première. Mais à supposer qu'on l'accepte, comment expliquer qu'on visait « déjà » le même objet par une description *qui ne lui correspondait pas* ?<sup>11</sup>

Une solution naturelle, faisait remarquer Putnam, est d'accepter que nos manières de référer à des objets sont justement *indépendantes* des descriptions que nous en donnons. Elle s'ancre ultimement dans les interactions avec des échantillons ou paradigmes réels (qui peuvent être des perceptions directes ou indirectes, comme le sont des observations sur l'écran d'un tube cathodique), dont l'extension n'a d'ailleurs aucune raison d'être parfaitement fixe (notre description peut nous amener à rejeter finalement un exemplaire comme n'étant pas du même type que les autres). Mais cela ne signifie pas que nous avons pour autant à interagir nécessairement avec des observations scientifiques pour pouvoir parler d'électron. L'autre mécanisme crucial que Putnam pointait alors est la déférence aux experts : nous faisons confiance aux experts dans leur manière de se rapporter à différents objets avec lesquels nous n'avons aucune interaction (sinon par leur entremise). Dans l'un et l'autre cas, la référence n'est donc pas fixée par la seule signification des termes, mais par des mécanismes extérieurs aux descriptions.

Avant de proposer quelques exemples indiquant que les mathématiques n'ont aucune manière de déroger à ce constat, je voudrais faire deux remarques plus générales. Tout d'abord, même si les difficultés initiales proviennent ici d'une tradition qui considère que la porte d'entrée dans la philosophie est l'étude du langage, il ne faudrait pas croire qu'elles en dépendent. Dans la mesure où il s'agit de refuser que la signification puisse fixer la référence, elles s'étendent immédiatement à toutes les traditions, de provenance idéaliste ou phénoménologique, qui soutiendraient des thèses comparables mais en se plaçant à un niveau qui serait celui de la pensée (ou des « concepts ») ou de la conscience. C'est un point que Putnam avait d'ailleurs lui-même souligné en martelant que les significations ne sauraient être « dans la tête ». Par ailleurs, le mécanisme de déférence aux experts n'est pas le même que celui de l'accord intersubjectif sur lequel la phénoménologie a beaucoup insisté. Il ne s'agit pas de dire que mes conceptions doivent s'accorder avec celle d'autres sujets, mais bien que *je délègue* l'explicitation de la référence de certains termes.

Une seconde remarque est qu'on ne pourra pas se sortir d'affaire avec un relativisme modéré qui concéderait trop vite que nos acteurs ne parlent pas du même objet lorsqu'ils en fournissent des descriptions incompatibles. Contrairement aux cas qui ont été avancés par des auteurs comme Bachelard, Kuhn, Foucault, Lakatos, Kitcher, etc., nous ne sommes pas en train de dire que les sciences évoluent, de loin en loin, en changeant de grands cadres conceptuels (ce qui est vrai *aussi*). Il s'agit de pointer l'*ubiquité* du mécanisme de variabilité conceptuelle qui peut se situer à une échelle de temps très petite et parfois chez un seul et même individu. Nous en avons d'ailleurs déjà croisé un exemple avec Bohr qui fut un acteur important dans l'élaboration des *deux* conceptions incompatibles de l'électron que nous avons mentionnées. Nul besoin donc de plusieurs acteurs, le fait même de « comprendre mieux » un objet et que cette meilleure compréhension amène à réviser nos propres jugements (et donc éventuellement à nier certaines propriétés « essentielles ») suffit à ouvrir la question : comment nous rapportons-nous alors au « même » objet ? C'est pourquoi le problème soulevé par Putnam est, en un sens, bien plus grave que celui que soulevaient Kuhn et ses successeurs : il ne s'agit pas de dire que différents « paradigmes » ou « styles de pensées » engendrent des objets distincts et que l'incompréhension règne entre eux. Le phénomène du changement conceptuel règne à l'*intérieur* de tout cadre de pensée. Tenir que chaque conception produit ses propres objets, ce

---

<sup>11</sup> Voir, par exemple, en traduction française : H. Putnam, « Langage et réalité [1975] », dans *Textes clés de philosophie des sciences*, Vol. 2, dir. S. Laugier et P. Wagner, Paris, Vrin, 2004, p. 61-104.

Fichier auteur avant publication. Merci de citer d'après la version publiée : « Une tâche philosophique pour notre temps », *Annals of Mathematics and Philosophy*, vol. 1, (paru en ligne, 2022 : [https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_FR.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_FR.pdf))/“A Philosophical Task in our times”, english translation ([https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_EN.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_EN.pdf)).

serait alors soutenir un régime de malentendu généralisé, y compris avec nous-mêmes. Il n'y aurait, au final, qu'une poussière de significations et d'objets, dont les relations apparentes d'identité ne seraient jamais qu'illusoires (un peu à la manière dont le « moi » humien s'édifie comme simple nom pour un faisceau d'expériences). On trouvera assurément quelques formes de wittgensteinisme prêtes à accorder avec joie cette pulvérisation du sens en une myriade de jeux de langage, plus ou moins bien ajointés les uns aux autres (c'est la pente vers laquelle conduisait naturellement les *Sciences Studies* d'après David Bloor)<sup>12</sup>. Mais, comme le fait remarquer Putnam, on se demande bien *qui* peut alors avancer *cette* description de la signification (vraie, elle, de *tous* les contextes) ?<sup>13</sup> Le relativisme n'est ici, comme souvent, que la reproduction en creux du « point de vue divin » qu'il entendait contester en s'arrogeant, on ne sait trop comment, un point de vue sur toutes les significations.

Mais laissons là ces querelles métaphysiques et tournons-nous vers les mathématiques qui, je l'ai rappelé, sont restées relativement à l'écart de ces questionnements. Les phénomènes que nous venons de croiser y sont pourtant tout aussi présents et même bien plus problématiques puisque la description est notre mode d'accès privilégié aux objets mathématiques et qu'il ne semble pas que nous puissions interagir causalement avec un « exemplaire » d'objet mathématique. Portons-nous, par exemple, aux premières propositions de l'*Arithmétique* de Simon Stevin, un des lieux où s'invente l'algèbre symbolique renaissante<sup>14</sup>. Stevin y reproduit un dialogue (peut-être fictif) qu'il eut avec des « doctes » de son temps à propos de ce qu'est un nombre et s'insurge contre le fait que leurs définitions ne comprennent pas l'unité (dans la tradition issue d'Euclide, l'unité est « principe » des nombres définis comme « multiplicités d'unités »). Définissant le nombre par la mesure, il fait alors remarquer qu'il n'y a même pas de nécessité à concevoir le nombre comme une entité discrète (l'unité étant un nombre, il n'y a pas de problème à la diviser et à appeler nombres les rationnels ou « rompus », ainsi que les irrationnels ou « sourds »). Plus généralement, il introduit une notion de « nombre géométrique » et n'hésite pas à avancer, dans un passage resté célèbre, « qu'il n'y a aucun nombres absurdes, irrationnels, irréguliers, inexplicables ou sourds » (p. 33).

On pourrait se dire qu'il ne s'agit alors que d'*étendre* la notion euclidienne de manière conservative, mais ce n'est pas le cas : les entiers de Stevin ne sont pas ceux d'Euclide ne serait-ce que parce qu'ils doivent comprendre le *zéro* et le *un*. Or les conséquences de cette première extension, apparemment innocente, sont considérables. Comme le pointe Stevin avec force, elle autorise une « communauté » des nombres et des grandeurs qui était *interdite* pour un mathématicien grec antique (notamment en faisant correspondre le point géométrique et le zéro arithmétique). De fait, pour Euclide, le monde des nombres et celui des grandeurs se comportent de manière étanche et cela se manifeste par plusieurs traits tout à fait surprenants des *Éléments* comme le fait qu'aucune démonstration ne passe des livres géométriques aux livres arithmétiques ou qu'il se trouve avoir à formuler deux théories des proportions (l'une pour les nombres et l'autre pour les grandeurs). La question n'est donc pas d'ajouter ou non deux éléments à un ensemble, elle mobilise en profondeur des ententes différentes de ce qu'est un « nombre ». Mais en quoi Stevin et Euclide peuvent-ils être alors dit se rapporter au « même » objet « nombre entier » ? À supposer qu'on le défende, il faudra alors répondre à une seconde question, non moins embarrassante : comment sont-ils – et comment sommes-nous nous-

---

<sup>12</sup> David Bloor, « Wittgenstein and Mannheim on the sociology of mathematics », *Studies in the History and Philosophy of Science*, vol. 4, n 2, 1973, p. 173-191.

<sup>13</sup> H. Putnam, *Le réalisme à visage humain*, Paris, Gallimard, 2011, coll. Tel, chap. 1.

<sup>14</sup> S. Stevin, *L'Arithmétique*, Leyde, Plantin, 1585.



Fichier auteur avant publication. Merci de citer d'après la version publiée : « Une tâche philosophique pour notre temps », *Annals of Mathematics and Philosophy*, vol. 1, (paru en ligne, 2022 : [https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_FR.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_FR.pdf))/“A Philosophical Task in our times”, english translation ([https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_EN.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_EN.pdf)).

mêmes – censés avoir accès à cet objet *indépendamment* des descriptions (en partie incompatibles) qui viennent d'en être données ?

À ce stade, l'exemple est si élémentaire qu'on pourrait se dire qu'il est résoluble par quelque recours à une structure supposée universelle de notre esprit qui donnerait sa base « réelle » à toutes ces descriptions, disons « l'activité humaine de comptage » ou « l'intuition pure du temps comme succession ». Cette hypothèse n'est pas aisée à défendre étant donnée la très grande variabilité historique et culturelle que nous connaissons aujourd'hui dans les différents systèmes de numération. Mais nous n'avons même pas besoin de nous engager dans de telles discussions. Car le phénomène en question s'applique évidemment aussi à une multitude de concepts mathématiques créés de toute pièce à des périodes plus récentes. Prenons l'exemple du concept de « groupe » inventé par Galois. Les études historiques nous ont d'abord appris que ce concept n'est pas exactement le même que le nôtre, si bien que se pose déjà la question de savoir ce que nous voulons dire quand nous avançons que Galois a créé « le » concept de groupe. Mais il y a plus. Ce concept fut très vite repris dans des acceptions et des pratiques différentes chez des auteurs comme Cayley ou Dedekind<sup>15</sup>. Cette multiplicité de points de vue a nourri profondément « notre » concept de groupe, qui peut être présenté soit de manière « abstraite » (*à la* Dedekind), soit par « générateurs et relations » (*à la* Cayley). On pourrait alors être tenté de dire que de tels termes fonctionnent comme des noms propres qui se transmettent à la manière des « désignateurs rigides » kripkéens. Mais outre que ce point de vue laisse le problème en l'état (qu'est-ce qui nous fait croire qu'il s'agit de désigner rigidement « la même chose » *si* nous n'avons pas d'autres accès aux objets mathématiques que les descriptions ?), il n'est pas du tout confirmé par les études historiques. Galois n'utilise pas le mot « groupe » pour désigner ce que nous isolons dans son texte comme « groupe ». Bien plus, il n'est pas rare, en effet, que quelque chose qui nous apparaît à un moment comme un même objet ait reçu plusieurs noms de baptême (« différentielle »/« fluxion » ; « tableau »/« matrice », etc.). Symétriquement, un même nom peut être employé par différents acteurs pour désigner des choses différentes (« structure » pour les jeunes bourbakises/pour Glivenko et Ore ; « faisceau » au sens de la géométrie projective/au sens de Leray, etc.). D'une manière plus générale, la solution qui consisterait à fonder l'externalisme sémantique sur les mécanismes de transmissions historiques (c'était une voie que privilégiait Kripke pour la transmission des noms propres et qui a été généralisée par certains pour les termes théoriques<sup>16</sup>) se heurtera frontalement à tous les cas, aujourd'hui bien documentés, où aucune transmission n'est historiquement attestée. Pensons à la présence du « triangle arithmétique » dans les mathématiques chinoises ou à la manière dont s'y trouvent résolus des systèmes d'équations linéaires « par la méthode du pivot de Gauss », aux techniques de calcul sur les « séries » développés dans l'école du Kerala, à la « résolution d'équation quadratique » sur telle tablette babylonienne, etc. Finalement, comment ne pas évoquer plus généralement les cas où un fait mathématique est redécouvert ou ceux des découvertes indépendantes ?

### III. *Intermède sur la connaissance symbolique*

Comme souvent, une partie de la philosophie contemporaine qui pense que l'étude de son histoire n'est intéressante que pour les antiquaires ne fait que retrouver sous des formes

---

<sup>15</sup> Voir la présentation synthétique qu'en donne Caroline Ehrhardt : « Un concept mathématique, trois notions : Les groupes au XIX<sup>e</sup> siècle chez Galois, Cayley, Dedekind », *Images des Mathématiques*, CNRS, 2010, <http://images.math.cnrs.fr/Un-conceptmathematique-trois.html>.

<sup>16</sup> Voir, par exemple, P. Kitcher, “Theories, Theorists and Theoretical Change”, *The Philosophical Review*, Vol. 87, No. 4, 1978, p. 519-547.

Fichier auteur avant publication. Merci de citer d'après la version publiée : « Une tâche philosophique pour notre temps », *Annals of Mathematics and Philosophy*, vol. 1, (paru en ligne, 2022 : [https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_FR.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_FR.pdf))/“A Philosophical Task in our times”, english translation ([https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_EN.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_EN.pdf)).

déguisées un problème qui s'était posé auparavant. De fait, la question de savoir si une description peut fixer la référence d'un concept était déjà au cœur de la querelle des « idées » qui eut lieu au XVII<sup>ème</sup> siècle. Descartes, on s'en souvient, y avait proposé un critère de la vérité très différent de l'adéquation à la réalité, qui avait dominé jusque-là dans la tradition aristotélicienne : la certitude (censé non pas nous débarrasser de, mais garantir l'adéquation). Cette certitude, dont les mathématiques étaient exemplaires, devait s'évaluer, au fait de reposer sur des idées « claires et distinctes », elles-mêmes caractérisées par leur indubitabilité. Or cela ouvrait une question évidente qui déchira ses successeurs : fallait-il considérer qu'une idée qui n'est pas « claire et distincte » ne renvoie à « rien » ou qu'elle renvoie à quelque chose « improprement » ? Pour Malebranche, inspiré du platonisme augustinien, le mot « idée » devait être réservé à ce que vise la connaissance vraie. Pour Arnauld, on pouvait et on devait parler d'« idée » dans tous les cas sous peine de ne plus pouvoir parler d'idée « fausse ». Leibniz intervint dans ce débat, dans un texte célèbre, en faisant remarquer que les positions y étaient viciées de ne jamais produire de critère du « clair et distinct »<sup>17</sup>. Pour le reste, la question semblait purement terminologique. Il suffisait par exemple d'appeler « notion » les différentes conceptions que nous nous faisons et de réserver le terme « idée » au cas où il y aurait adéquation (mais ce n'est qu'un choix parmi d'autres).

Dans son argumentation, Leibniz fit, en lien avec les mathématiques, une remarque d'une importance capitale. Si nous caractérisons les notions « claires et distinctes » par le fait que nous sommes capables de fournir une liste de caractéristiques nécessaires et suffisantes pour les (re)connaître (une piste qui était proposée par certains cartésiens et qui anticipe clairement les descriptions définies complètes), alors ce critère va échouer à garantir la vérité du discours au sens de l'adéquation ou correspondance à une « réalité ». De fait, je peux donner une liste de critères pour identifier « clairement et distinctement » un objet comme le décaèdre régulier : c'est un polyèdre convexe à dix faces identiques, dont les sommets voient se rencontrer un même nombre d'arrêtes. Mais il n'y a pourtant rien de tel comme cela avait été démontré dès Euclide, de manière encore insatisfaisante, puis par Descartes au moyen de l'algèbre (une démonstration que connaît Leibniz pour l'avoir lue à Paris). Aussi le philosophe insiste-t-il sur le fait que nos connaissances peuvent être « claires et distinctes », mais renfermer pourtant des incompatibilités cachées.

Ceci définit un type de connaissance que Leibniz a appelé « aveugle » ou « symbolique ». Il repose sur le fait que nous employons dans nos raisonnements des « symboles », au sens le plus général du terme (comprenant notamment les mots du langage courant ou les diagrammes), dont nous supposons l'analyse effectuée. « Nous en faisons usage », avance-t-il, « dans l'algèbre et dans l'arithmétique, et presque en tout domaine »<sup>18</sup>. Remarquons au passage que le mécanisme de déférence n'est donc en rien limité à la délégation aux experts. Nous l'appliquons également à *nous-mêmes* en tant que nous pensons avoir élucidé certains concepts à tel ou tel moment de notre apprentissage (mais il arrive non moins souvent que nous nous rendions compte par la suite que « nous n'avions rien compris » à ce concept). Le point clef de l'argumentation est que, sauf dans des cas extrêmement rares où nous pourrions avoir une connaissance « intuitive » des objets visés, c'est-à-dire où nous pourrions mener l'analyse jusqu'à des notions connues d'elles-mêmes, les descriptions qui permettraient de délimiter des idées claires et distinctes, ne sauraient par elles-seules garantir un accès à la vérité. Elles devront donc être accompagnées de procédures attestant la possibilité des objets. Leibniz isole alors trois types d'attestation sur lesquels je reviendrai par la suite : l'analyse conceptuelle (la plupart

---

<sup>17</sup> *Meditationes de cognitione, veritate, et ideis, Acta Eruditorum*, Novembre 1684, trad. fr. P. Schrecker : G. W. Leibniz, *Opusculs philosophiques choisis*, Paris, Vrin, 2001, p. 12-29.

<sup>18</sup> *art. cit.*, p. 19.

Fichier auteur avant publication. Merci de citer d'après la version publiée : « Une tâche philosophique pour notre temps », *Annals of Mathematics and Philosophy*, vol. 1, (paru en ligne, 2022 : [https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_FR.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_FR.pdf))/“A Philosophical Task in our times”, english translation ([https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_EN.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_EN.pdf)).

du temps imparfaite), la construction de l'objet au moyen d'une caractérisation « génétique » ou « causale » et l'expérience.

#### IV. Le lien à la « pratique »

Si nous revenons au problème soulevé par Putnam, nous voyons tout de suite que la voie d'un externalisme sémantique paraît difficile à tenir en mathématiques. Parmi les trois stratégies évoquées par Leibniz, elle correspondrait à celle qui permet de stabiliser la référence par recours à une forme d'expérience (sous la forme d'une interaction causale avec des échantillons). Or un consensus assez largement partagé veut que les mathématiques ne soient pas empiriques au sens où nous n'en développons pas une connaissance *a posteriori* et où nous n'entretenons pas avec ses objets d'interactions causales. Même les auteurs qui accordent un rôle primitif à l'expérience en mathématiques, comme Brouwer et ses disciples, entendent généralement par là une expérience *dans la pensée*. Il existe certes des formes de « platonisme » (comme celle que semble avoir défendue Gödel), qui pose que nous interagissons avec des objets mathématiques qui sont là, au dehors, indépendamment de nous et que nous « percevons » d'une certaine manière. Mais cette position n'est pas moins difficile à tenir pour des raisons que Putnam a immédiatement rencontrées sur sa route dans le cas des objets sensibles eux-mêmes. De fait, même pour ces deniers, l'idée qu'ils puissent être « là, au dehors, indépendamment de nous » est empreinte de mystère. C'est le sens d'une longue suite d'arguments qu'il déploya alors contre le « réalisme métaphysique ».

Pourtant, la voie de l'externalisme sémantique ne nous est pas entièrement barrée si nous nous portons à un autre sens de l'expérience, celui qui est lié à nos pratiques – ce que Putnam a appelé un « réalisme pragmatique » ou « interne ». Il s'agit alors de faire remarquer que la stabilisation de la référence ne se fait pas indépendamment de certaines pratiques de justification, y compris au niveau de la perception, et que c'est ainsi que se maintient l'idée de choses avec lesquelles nous interagissons indépendamment des descriptions que nous en donnons<sup>19</sup>. Or même si une telle voie ne pourra pas porter sur la perception *stricto sensu* dans le cas des mathématiques, elle peut au moins s'appuyer sur l'ensemble des pratiques non-verbales qui la nourrissent. C'est la voie qu'a proposée de suivre Reviel Netz pour surmonter le fait que les mathématiciens grecs étaient, comme nous l'avons déjà souligné, dans un régime de désaccord permanent quant à la nature des objets et des méthodes qu'ils mobilisaient :

Ce qui unifie une communauté scientifique n'a pas à être un ensemble de  *croyances*. Les croyances partagées sont bien moins courantes que les pratiques partagées. Cela tendra à être le cas, d'une manière générale, parce que les croyances partagées nécessitent des pratiques partagées, mais pas vice et versa. Et ce doit être le cas dans un contexte culturel comme celui des Grecs, où la polémique est la règle et le consensus l'exception. Tout ce qui est un objet de croyance, tout ce qui est verbalisable, deviendra visible aux praticiens. Ce que vous croyez, vous devrez tôt ou tard le discuter ; et ce que vous discutez, surtout dans un contexte culturel semblable à celui des Grecs, vous devrez tôt ou tard en débattre. Ce qui reste vraiment hors du débat, et en un sens le hors-débat dans toute entreprise scientifique, ce sont ses pratiques non-verbales<sup>20</sup>.

Ce type de stratégie est au cœur du programme d'une philosophie de la pratique mathématique et reproduit, avec retard, un « tournant pratique » qui s'était déjà imposé, pour

---

<sup>19</sup> L'argument de Putnam est donc que ce n'est pas parce que nous n'accédons à la « réalité » qu'à travers des cadres conceptuels que nous ne pouvons pas ménager, *de l'intérieur de tel ou tel cadre*, l'idée d'entités indépendantes de nos descriptions.

<sup>20</sup> R. Netz, *The shaping of deduction in Greek mathematics*, Cambridge, CUP, 1999, p. 2 (ma traduction).

Fichier auteur avant publication. Merci de citer d'après la version publiée : « Une tâche philosophique pour notre temps », *Annals of Mathematics and Philosophy*, vol. 1, (paru en ligne, 2022 : [https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_FR.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_FR.pdf))/“A Philosophical Task in our times”, english translation ([https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_EN.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_EN.pdf)).

les mêmes raisons, dans l'étude des sciences expérimentales. Mais il faut remarquer que, d'un point de vue philosophique, cette solution ne sera qu'un saut sur place si elle n'est pas capable de préciser comment on délimite une « pratique ». Si l'analyse de la pratique conduit à dire que Rutherford et Bohr ne partagent pas la même pratique, le problème de savoir comment ils pourraient se rapporter aux mêmes objets restera entier. Si nous tenons à l'inverse qu'ils partagent la même pratique, le problème se posera de savoir où passent les frontières d'une telle « pratique » si elle englobe des vues incompatibles<sup>21</sup>.

Tout le problème est que « pratique » est ici une catégorie de l'observateur introduite pour les besoins de l'étude et qui se trouve, pour cette raison, avoir toutes allures d'une pure et simple convention. On trouvera donc nombre d'études historiques montrant la divergence de pratiques entre des acteurs se rapportant aux « mêmes » objets (au sens de Putnam). Cela concernera notamment tous les cas déjà mentionnés où l'on explique le désaccord conceptuel par une différence de contexte pratique. Pour revenir à l'exemple évoqué ci-dessus, il y a certainement un sens à dire qu'Euclide et Archimède partagent la même pratique (celle que Netz a entrepris de décrire), mais il n'y en a pas moins à dire, comme le soutenait Leibniz, qu'il y a là deux grandes pratiques de la géométrie : l'une qui, via Apollonius, conduit à la géométrie des courbes cartésienne et l'autre qui conduit à la géométrie infinitésimale sous ses différentes formes. Bien plus, on trouvera sans peine chez un même auteur différentes « pratiques » : ainsi les raisonnements par exhaustion qui soutiennent la pratique « infinitésimale » d'Archimède se retrouvent-ils à l'occasion chez Euclide lui-même<sup>22</sup>.

Mais le « réalisme pragmatique » est plus précis ici qu'un simple renvoi incantatoire à la « pratique ». Le point sur lequel insistait Putnam, en effet, était que les pratiques en question se caractérisent par des formes de *justification*. Si nous reprenons l'exemple de la géométrie grecque ancienne, la question n'est donc pas tant de décrire une certaine manière de raisonner avec des objets que d'isoler un type particulier de justification. C'est ce qu'a entrepris de faire Ken Manders dans une étude célèbre où il est parvenu à isoler un type d'inférence attachée aux diagrammes (par différence avec celle portée par le texte) dans le cadre de la géométrie plane des livres I à IV des *Éléments*<sup>23</sup>. On se trouve alors en mesure d'explicitier à la fois en quel sens Euclide et Archimède appartiennent à une même pratique – mais tout aussi bien pourquoi les raisonnements par exhaustion qui jouent un rôle central dans la géométrie archimédienne peuvent ouvrir une manière *différente* de se rapporter aux objets. Dans l'un et l'autre cas, l'important n'est pas la délimitation d'une « pratique », mais notre capacité à identifier des types d'inférences stables.

La tentation est alors grande de se dire que l'on peut complètement se passer de considérations sémantiques et caractériser les objets uniquement par leurs rôles dans les inférences. C'est la voie que suit très clairement Manders à propos des diagrammes<sup>24</sup>. Mais cela pose deux problèmes qui vont nous permettre de ne pas refermer trop vite notre questionnement initial. D'une part, il n'est pas du tout évident que l'on puisse se passer des descriptions pour

---

<sup>21</sup> Cette difficulté est soulignée par Ferreiros lorsqu'il étudie la proposition de Kitcher selon laquelle une « pratique » irait avec un « langage » vu comme cadre conceptuel (P. Kitcher, *The Nature of Mathematical Knowledge*, Oxford, OUP, 1983). Ainsi Kitcher, parce qu'il intègre Newton et Leibniz dans une même pratique (celle du calcul différentiel naissant), doit-il leur attribuer un « cadre conceptuel » commun, ce qui paraît pour le moins discutable (voir *Mathematical knowledge and the interplay of practices*, Princeton University Press, 2015, p. 35).

<sup>22</sup> L'idée que les mathématiciens travaillent au carrefour de multiples « pratiques » est un point sur lequel insiste Ferreiros (*op. cit.*).

<sup>23</sup> K. Manders, « The Euclidean diagram », dans P. Mancosu (ed.), *op. cit.*, p. 80-133.

<sup>24</sup> Voir Manders, *art. cit.*, section 4.1.2 et Ferreiros, *op. cit.*, p. 9.

Fichier auteur avant publication. Merci de citer d'après la version publiée : « Une tâche philosophique pour notre temps », *Annals of Mathematics and Philosophy*, vol. 1, (paru en ligne, 2022 : [https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_FR.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_FR.pdf))/“A Philosophical Task in our times”, english translation ([https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_EN.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_EN.pdf)).

*contrôler* les inférences, et notamment barrer la route à certaines inférences illégitimes. Dans ce cas, la pratique des définitions/descriptions interagit avec les pratiques inférentielles de manière *complémentaire* pour assurer, elles aussi, une forme de stabilisation<sup>25</sup>. D'autre part, le fait de cantonner les objets à leur rôle inférentiel ne rend que plus vif le problème de l'identité transthéorique, c'est-à-dire le fait que certains objets, disons le cercle euclidien, peuvent être réinterprétés dans d'autres pratiques inférentielles (à commencer, dans le cas euclidien, par celle d'Archimède, mais tout aussi bien la géométrie algébrique cartésienne, l'analyse complexe ou la topologie algébrique moderne). Si l'identité des objets se limite à leur rôle inférentiel dans une pratique déterminée, de tels phénomènes de réinterprétation n'auront tout simplement aucun sens. Finalement, nous devons remarquer que la stabilisation par la pratique en quelque sorte « matérielle » des différents systèmes symboliques sur laquelle insiste Manders ne nous sera d'aucun secours dans les cas où ces systèmes sont différents (typiquement dans le cas des systèmes notationnels). Or c'était précisément le cas dans les deux exemples que nous avons croisés (Stevin/Euclide et Cayley/Dedekind).

#### V. *En guise de conclusion : vers une étude des modes de stabilisation référentielle*

J'espère avoir indiqué dans ce qui précède que le problème général de la stabilisation de la référence gagnerait à être posé dans le cadre des mathématiques – ne serait-ce que parce qu'il pose des difficultés spécifiques dont une théorie générale de la connaissance devrait être capable de rendre compte. Il me semble que la voie la plus prometteuse pour sortir des difficultés soulevées est de reconnaître qu'il puisse exister plusieurs modalités de stabilisation. Sous ce point de vue, les suggestions de Leibniz paraissent particulièrement intéressantes, à la fois parce qu'elles entendent sauver une forme de réalisme scientifique dans un contexte général d'opacité épistémique (pour Leibniz, on l'a vu, la vaste majorité de nos connaissances est « aveugle »), mais aussi parce qu'elles proposent une approche pluraliste au problème de fixation de la référence. Elles ouvrent ainsi un programme de recherche pour la philosophie de la pratique mathématique, dont je voudrais esquisser les grandes lignes pour finir en revenant aux difficultés soulevées.

Reprenons donc l'exemple d'Euclide et de Stevin. Comme je l'ai signalé, nous ne pourrions fonder une éventuelle identité trans-théorique dans ce cas ni sur une définition, ni sur une pratique symbolique commune. Si nous associons « l'analyse conceptuelle » à la première option et un certain rapport à « l'expérience » à la seconde (je reviendrai sous peu sur ce point), deux des stratégies leibniziennes nous sont donc immédiatement barrées. Mais qu'en est-il de l'autre voie, celle qui s'appuyait sur une caractérisation « génétique » des objets ? Ici le désaccord s'estompe grandement. Autant Stevin s'écarte explicitement d'Euclide sur la définition du « nombre », autant il s'accorde avec lui sur le fait qu'un nombre se caractérise par certaines opérations et, en particulier, le fait qu'il y a un sens à chercher pour des nombres leur plus grand commun diviseur, à étudier leur décomposition en facteurs premiers, etc. Ces constructions sont au cœur de l'extension qu'il propose pour généraliser le concept de nombre à ce qu'il nomme des « nombres algébriques » (dans un sens différent de celui qu'on donne aujourd'hui à ce terme) et leur « arithmétique » (que nous appellerions une arithmétique des polynômes). Plus intéressant peut-être, l'approche « génétique » nous permet alors d'isoler une pratique sur le long terme, depuis la tradition « arithmétisante » de l'algèbre arabe jusqu'à la notion contemporaine d'anneau de polynômes (en l'occurrence d'anneau « euclidien »). Le

---

<sup>25</sup> Pour des exemples, je me permets de renvoyer à D. Rabouin, « Proclus' conception of geometric space and its actuality », in V. De Risi (ed.), *Mathematizing Space. The Objects of Geometry from Antiquity to the Early Modern Age*, Basel, Birkhäuser, 2015, p. 105-142.

Fichier auteur avant publication. Merci de citer d'après la version publiée : « Une tâche philosophique pour notre temps », *Annals of Mathematics and Philosophy*, vol. 1, (paru en ligne, 2022 : [https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_FR.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_FR.pdf))/“A Philosophical Task in our times”, english translation ([https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_EN.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_EN.pdf)).

point clef est que le désaccord sur les descriptions se résout ici dans un accord sur une autre forme de caractérisation des objets *par la manière dont on les engendre et les manipule*. Ceci nous permet alors de soutenir qu'en un sens, nos deux auteurs parlent du même objet et en un sens, non – et cette relativité ne verse pourtant jamais dans le relativisme précisément parce que nous sommes capables de *spécifier* les modes de justification (construction vs définition) qui autorisent de tels jugements – c'est la base du réalisme « interne », tel que le définit Putnam.

Prenons un autre exemple. On sait que Cantor et Dedekind, tout en partageant beaucoup des conceptions qui donnèrent corps à la théorie des ensembles naissante, furent néanmoins en désaccord sur la nature du continu. Dans *Fondement d'une théorie générale des ensembles* (1883), Cantor reproche à Dedekind d'avoir caractérisé la continuité par une propriété qui vaut de tout ensemble parfait. Il exhibe alors l'exemple célèbre d'un ensemble qui satisfait ce critère, mais que nous aimerions pourtant qualifier de « discontinu » (le fameux ensemble « triadique »). Cet ensemble est continu au sens de la cardinalité (« puissance du continu »), il est également parfait, au sens où il coïncide avec l'ensemble de ses points d'accumulation, mais tous ses points sont pourtant déconnectés les uns des autres (ses composantes connexes se réduisent à des singletons). Dans le dernier sens, nous aimerions donc l'appeler « discontinu » et non « continu ». Nous sommes ici dans un cas où les acteurs se situent dans une pratique symbolique homogène (disons, pour faire vite, la pratique « ensembliste » balbutiante) et s'accordent sur les opérations à mener avec leurs objets. Mais ils se séparent clairement à un niveau purement conceptuel/descriptif. C'est l'analyse conceptuelle, la première voie tracée par Leibniz, qui permet alors de fixer la référence en départageant des significations différentes du terme « continu ». Ainsi, après Cantor, pouvons-nous fixer la référence du terme « continu » non pas dans un seul objet ou une seule propriété, mais en distinguant *différentes significations* attachées autrefois au même mot « continu » (et que nous désignons éventuellement par d'autres termes aujourd'hui : complétude, connexité). Le fait que nous n'ayons pas nécessairement affaire aux mêmes entités sous le même terme dans des périodes antérieures n'est alors plus particulièrement gênant puisque nous sommes capables de *distinguer* des significations qui se trouvaient à tort mobilisées de manière équivalente. C'est un simple cas, relativement banal, d'équivocité : ce que les auteurs anciens désignaient d'un seul terme correspond en fait à des significations différentes, mais bien délimitées<sup>26</sup>.

Le dernier point sur lequel je voudrais insister est la question du recours à « l'expérience ». Comme je l'ai indiqué, il ne semble pas qu'on puisse s'y appuyer en mathématiques s'il s'agit d'accepter des modes de justification *a posteriori* (ce qui ne signifie absolument pas qu'il n'y a pas une dimension « expérimentale » dans les mathématiques). Sous ce point de vue, la troisième stratégie leibnizienne semble interdite. Mais Leibniz lui-même a souligné à plusieurs reprises que les mathématiques reposaient néanmoins sur un régime singulier d'expérience, celui des systèmes symboliques avec lesquels nous travaillons<sup>27</sup>. Nous avons vu, par ailleurs, que cette piste a été explorée de manière très féconde par des auteurs comme Netz ou Manders à propos des diagrammes euclidiens (ou des notations). Que ces systèmes aient une composante proprement « matérielle » est un point sur lequel insiste

---

<sup>26</sup> Ce phénomène a été remarquablement analysé par Kitcher (*art. cit.*), en réponse à l'externalisme de Putnam, pour faire valoir que les descriptions *pouvaient* fixer la référence dans certaines situations (du moins si l'on fait droit à la possibilité de coexistence de plusieurs descriptions qui nous paraissent rétrospectivement incompatibles chez un même acteur). C'est ce qu'il a nommé un « potentiel de référence ».

<sup>27</sup> « Il faut donc remarquer que les preuves ou expériences qu'on fait en mathématique pour se garantir d'un faux raisonnement (...) ne se font pas sur la chose même, mais sur les caractères que nous avons substitués à la place de la chose » (A VI, 4, 5). Le même texte qualifie ces raisonnements explicitement d'*a posteriori* (A VI, 4, 4).

Fichier auteur avant publication. Merci de citer d'après la version publiée : « Une tâche philosophique pour notre temps », *Annals of Mathematics and Philosophy*, vol. 1, (paru en ligne, 2022 : [https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_FR.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_FR.pdf))/“A Philosophical Task in our times”, english translation ([https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA\\_EN.pdf](https://mxphi.com/wp-content/uploads/2022/11/RA_EN.pdf)).

particulièrement Manders dans son étude des diagrammes euclidiens. Or l'anthropologue Ed Hutchins a justement fait remarquer que l'étude des raisonnements humains fait apparaître *deux* grandes stratégies de stabilisation de nos raisonnements : l'une qui repose sur la signification (c'était le cas des deux premières voies proposées par Leibniz), l'autre sur l'expérience et plus précisément sur ce qu'il a appelé « l'ancrage matériel » des raisonnements<sup>28</sup>. Dans ce cas, nous stabilisons la référence en déléguant une partie de nos inférences à des dispositifs matériels qui raisonnent en quelque sorte « pour nous ». Cette idée a été avancée également par certains logiciens comme permettant de rendre compte de raisonnements « par procuration » (*surrogative reasoning*), parfois en référence explicite à Leibniz dont on croit – à tort – qu'il s'agit pour lui du seul mode de connaissance « aveugle »<sup>29</sup>. Comme l'a défendu Shimojima, cela permet notamment de caractériser les raisonnements « diagrammatiques » comme reposant ultimement sur l'interaction avec des objets matériels dont nous exploitons certaines contraintes de structures pour porter nos inférences<sup>30</sup> – une description qui concorde remarquablement avec les analyses de Netz et Manders. Ce n'est pas le lieu d'entrer ici dans le détail de ces recherches passionnantes, mais je voulais les signaler pour finir afin d'indiquer à la fois la fécondité du diagnostic leibnizien et la manière dont pourrait s'y trouver fondées certaines formes aménagées d'externalisme sémantique compatibles avec la connaissance mathématique. Il y a là, me semble-t-il, tous les outils nécessaires pour relever le défi lancé par Hacking pour « la philosophie de notre temps ».

---

<sup>28</sup> E. Hutchins, « Material anchors for conceptual blends », *Journal of Pragmatics*, 37, 2005, p. 1555-1577.

<sup>29</sup> C. Swoyer, « Structural Representation and Surrogative Reasoning », *Synthese*, Vol. 87, No. 3, 1991, p. 449-508.

<sup>30</sup> A. Shimojima, « Reasoning with diagrams and geometrical constraints », *Logic, Language and Computation*, 1, 1996, p. 527-540.