



HAL
open science

Édition Numérique Collaborative et CRitique de l'Encyclopédie : article PROPOSITION, en mathématiques

Alain Bernard

► **To cite this version:**

Alain Bernard. Édition Numérique Collaborative et CRitique de l'Encyclopédie : article PROPOSITION, en mathématiques. Enccre, 2022. halshs-03990305

HAL Id: halshs-03990305

<https://shs.hal.science/halshs-03990305>

Submitted on 15 Feb 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain

Ce document est interne au projet Enccre - Ne pas diffuser

Article **PROPOSITION**, *en Mathématiques*, vol. **XIII (1765)**, p. 484b

Transcription

- PROPOSITION**¹, *en Mathématiques*², c'est un discours par lequel on énonce une vérité à démontrer, ou une question à résoudre³. Dans le premier cas on l'appelle *théorème* ; par exemple, *les trois angles d'un triangle sont égaux à deux angles droits*⁴, est un théorème. **Voyez** **THÉORÈME**.
- On l'appelle *problème*, quand la *proposition* énonce une question à résoudre⁵ ; comme *trouver une proportionnelle à deux quantités données*⁶. **Voyez** **PROBLÈME**.
- A la rigueur⁷ la *proposition* n'est simplement que l'énoncé du théorème ou du problème⁸ ; & dans ce sens on la distingue de la *solution*, qui recherche ce qu'il faut faire pour effectuer ce que l'on demande, & de la *démonstration*, qui prouve la vérité de ce qu'on a avancé :⁹ dans la *solution* on a fait ce qu'exigeoit la question proposée. **Voyez** **SOLUTION**¹⁰. **(E)**¹¹

est signifiée par le mot de *triangle*; c'est-là une vérité réelle, qui emporte une connoissance réelle & instructive.

Comme nous n'avons que peu ou point de connoissance des combinaisons d'idées simples qui coexistent dans les substances, que par le moyen de nos sens, nous ne saurions faire sur leur sujet aucunes propositions universelles qui soient certaines, au-delà du terme où leurs essences nominales nous conduisent; & comme ces essences nominales ne s'étendent qu'à un petit nombre de vérités très-peu importantes, eu égard à celles qui dépendent de leurs constitutions réelles; il arrive de-là que les propositions générales qu'on forme sur les substances, sont pour la plupart triviales, si elles sont certaines; & que, si elles sont instructives, elles sont incertaines, quelque secours que puissent nous fournir de constantes observations & l'analogie pour former des conjectures; d'où il arrive qu'on peut souvent rencontrer des discours fort clairs & fort suivis qui se réduisent pourtant à rien; car il est visible que les noms des substances étant considérés dans toute l'étendue de la signification relative qui leur est assignée, peuvent être joints avec beaucoup de vérité, par des propositions affirmatives & négatives, selon que leurs définitions respectives les rendent propres à être unis ensemble, & que les propositions composées de ces sortes de termes, peuvent être déduites l'une de l'autre avec autant de clarté, que celles qui fournissent à l'esprit les vérités les plus réelles; & tout cela sans que nous ayons aucune connoissance de la nature ou de la réalité des choses existantes hors de nous. Selon cette méthode, l'on peut faire en paroles des démonstrations & des propositions indubitables, sans pourtant avancer par-là le moins du monde dans la connoissance de la vérité des choses. Chacun peut voir une infinité de propositions, de raisonnemens & de conclusions de cette sorte dans des livres de métaphysique, de théologie scholastique, & d'une certaine espèce de physique, dont la lecture ne lui apprendra rien de plus de Dieu, des esprits & des corps, que ce qu'il en savoit avant d'avoir parcouru ces livres. Voyez l'article VÉRITÉ.

Mais pour conclure, voici les marques auxquelles on peut connoître les propositions purement verbales.

2°. Toutes les propositions, où deux termes abstraits sont affirmés l'un de l'autre, ne concernent que la signification des sons; car nulle idée abstraite ne pouvant être la même avec une autre qu'avec elle-même, lorsque son nom abstrait est affirmé d'un autre terme abstrait, il ne peut signifier autre chose, si ce n'est que cette idée peut ou doit être appelée de ce nom, ou que ces deux noms signifient la même idée. Ainsi qu'un homme dise, que l'épargne est la frugalité; que la gratitude est la reconnaissance, quelque spécieuses que ces propositions & autres semblables paroissent du premier coup d'œil, cependant, si l'on vient à en presser la signification, on trouvera que tout cela n'emporte autre chose que la signification de ces termes.

3°. Toutes les propositions, où une partie de l'idée complexe qu'un certain terme signifie, est affirmée de ce terme, sont purement verbales. Et ainsi toute proposition, où les mots de la plus grande étendue, qu'on appelle genres, sont affirmés de ceux qui leur sont subordonnés, ou qui ont moins d'étendue, qu'on nomme espèces ou individus, est purement verbale.

En un mot, je crois pouvoir poser pour une règle infaillible, que par-tout où l'idée qu'un mot signifie, n'est pas suffisamment connue & présente à l'esprit, & où quelque chose qui n'est pas déjà contenu dans cette idée, n'est pas affirmé ou nié, dans ce cas là

nos pensées sont uniquement attachées à des sons, & n'enferment ni vérité ni fausseté réelle: ce qui, si l'on y prenoit bien garde, pourroit peut-être épargner bien de vains amusemens & des disputes, & abrégé extrêmement les tours & les détours que nous faisons pour parvenir à une connoissance réelle & véritable. *Essai sur l'enseignement humain de M. Locke.*

PROPOSITION, en Mathématiques, c'est un discours par lequel on énonce une vérité à démontrer, ou une question à résoudre. Dans le premier cas on l'appelle *théorème*; par exemple, les trois angles d'un triangle sont égaux à deux angles droits, est un théorème. Voyez THÉORÈME.

On l'appelle *problème*, quand la proposition énonce une question à résoudre; comme trouver une propositionnable à deux quantités données. Voyez PROBLÈME.

A la figure la proposition n'est simplement que l'énoncé du théorème ou du problème; & dans ce cas on la distingue de la *solution*, qui recherche ce qu'il faut faire pour effectuer ce que l'on demande, & de la *démonstration*, qui prouve la vérité de ce qu'on a avancé: dans la solution on a fait ce qu'exigeait la question proposée. Voyez SOLUTION. (E)

PROPOSITION, en Poésie, c'est la première partie & comme l'exorde du poème, où l'auteur propose brièvement & en général ce qu'il doit dire dans le corps de son ouvrage. On l'appelle autrement *début*. Voyez POÈME ÉPIQUE, &c.

La proposition, comme l'observe le P. le Bossu, doit seulement contenir la matière du poème, c'est-à-dire l'action & les personnes qui l'exécutent, soit humaines soit divines; ce qui doit apparemment s'entendre des principaux personnages, car on courroit risque d'allonger extrêmement la proposition si elle devoit faire mention de tous ceux qui ont part à l'action du poème.

On trouve tout cela dans les débuts de l'Iliade, de l'Odyssée & de l'Énéide. L'action qu'Homère propose dans l'Iliade est la colère d'Achille; dans l'Odyssée, le retour d'Ulysse; & dans l'Énéide, Virgile a pour objet de montrer que l'empire de Troie a été transporté en Italie par Énée.

Le même auteur remarque que les divinités qui s'intéressent au sort des héros de ces trois poèmes sont nommés dans leur proposition. Homère dit que tout ce qui arrive dans l'Iliade se fait par la volonté de Jupiter, & qu'Apollon fut cause de la division qui s'éleva entre Agamemnon & Achille. Le même poète dit dans l'Odyssée que ce fut Apollon qui empêcha le retour des compagnons d'Ulysse, & Virgile fait mention des destins, de la volonté des dieux & de la haine implacable de Junon qui met obstacle à toutes les entreprises d'Énée. Mais ces poètes s'arrêtent principalement à la personne du héros; il semble que lui seul soit plus la matière du poème que tout le reste. Voyez HEROS.

Il y a cependant en ceci quelque différence dans les trois poèmes; Homère nomme Achille par son nom, & même il lui joint Agamemnon; dans l'Odyssée & dans l'Énéide, Ulysse & Énée ne sont point nommés, mais seulement désignés sous le nom générique de *virum*, héros; de sorte qu'on ne les connoitroit pas si l'on ne savoit déjà d'ailleurs qui ils sont.

En suivant le sentiment du P. le Bossu sur la construction de l'épopée, cette dernière pratique avoit du rapport à la première intention du poète, qui doit d'abord feindre son action sans noms, & qui ne raconte point l'action d'Alcibiade, comme dit Arilote, ni par conséquent celle d'Achille, d'Ulysse, d'Énée ou d'un autre particulier, mais d'une personne universelle, générale & allégorique; mais n'est-ce pas s'attacher trop servilement aux mots? *Die miti, me-*

Notes

(1) :

Note sur la vedette d'entrée « Proposition »

Cette vedette d'entrée dépendant de la vedette d'adresse (PROPOSITION (t. XIII, 1765, p. 471b–476b)) est une vedette d'adresse dans la *Cyclopædia* de Chambers. Voir le dossier critique pour l'analyse de cette différence.

par Alain Bernard, le 12 avr. 2022 à 18:40:58

(2) :

Note sur le désignant « en Mathématiques »

Forme explicitée : Mathématiques

Domaine : Mathématiques

par Collectif projet ENCCRE, le 16 mai 2016

(3) Note ponctuelle sur « un discours ... résoudre »

Cette définition diffère significativement de celle de Chambers, qui définit dans sa cinquième édition le sens mathématique ainsi : « *either some truth advanced, and shown to be such by demonstration; or some operation proposed, and its solution shown* » [soit comme une vérité qu'on avance, et qu'on montre être telle par démonstration ; soit comme une opération qu'on propose, et dont on montre la solution]. La Chapelle introduit ici une expression qui ressort du lexique employé dans ses *Institutions de géométrie*, même si par ailleurs la définition que La Chapelle donne de ce terme dans le même ouvrage est plus restrictive (pour lui comme pour D'Alembert. il est synonyme de « théorème »). Voir le dossier critique pour une analyse détaillée de ce changement et ce qui peut l'expliquer.

par Alain Bernard, le 27 mai 2022 à 18:34:26

(4) Note ponctuelle sur « les trois ... droits »

Si l'article correspondant dans Chambers distingue bien les deux genres de proposition que sont le *théorème* et le *problème*, l'exemple de théorème donné ici n'est pas celui qu'on trouve chez Chambers. La Chapelle cite la dernière partie de l'énoncé de la 32^e proposition du 1^{er} livre des *Eléments* d'Euclide, dans une formulation ici très proche, à l'omission près de l'adjectif « rectiligne » devant « triangle », de la version du père Dechalles (*Les Elémens d'Euclide du P. Dechalles, édités par J. Ozanam*). Il correspond surtout à l'exemple discuté dans l'article précédent (PROPOSITION, (*Logique.*) (t. XIII, 1765, p. 476b–484b)) sous différentes formes dont la dernière est exactement la même que celle qu'on trouve ici. Dans le contexte de cet article sur le sens logique, l'exemple est introduit à un endroit où on discute des propositions composées de deux parties, et où il s'agit de déterminer un critère pour savoir si on peut en trouver une converse (une réciproque, dans notre vocabulaire). Ces deux paragraphes (64 et 65) sont intéressants car on retrouve mot pour mot les mêmes phrases dans un commentaire du tome II des *Institutions de géométrie* (p. 24-25), où on discute également du moyen de reconnaître l'existence d'une proposition converse en géométrie. Cette rencontre, qui traduit probablement un emprunt, est discutée dans le dossier critique.

Chambers cite quant à lui comme exemple la proposition I.41 d'Euclide, dans une formulation légèrement différente de la formulation classique : « *A parallelogram is double of a triangle, standing on the same base, and of the same altitude* » [un parallélogramme est double du triangle, construit sur la même base et ayant même hauteur]. C'est le même exemple que celui qui est introduit, avec plus de détails, dans l'article « THEOREM » (ainsi que dans THÉORÈME, *en Mathématique* (t. XVI, 1765, p. 252b) qui en est largement traduit) et dans des termes très voisins de ceux qu'emploie Christian Wolff dans ses *Elementa matheseos universae* en le donnant comme l'exemple paradigmatique de théorème. Nous proposons une interprétation possible de cette substitution dans le dossier critique.

Quel que soit le choix du théorème, la formulation adoptée suggère qu'il y a confusion entre la « proposition » mathématique, et son énoncé. Or en toute rigueur et comme le suggère l'introduction très claire de l'article THÉORÈME, *en Mathématique* (t. XVI, 1765, p. 252b), ce dernier est défini comme (nous soulignons), c'est-à-dire va au-delà d'un simple énoncé. Pour une interprétation de ce hiatus, voir à nouveau le dossier critique.

par Alain Bernard, le 28 mai 2022 à 13:10:35

(5) Note ponctuelle sur « quand la ... résoudre »

Comme dans le cas de la définition du « théorème », la version française est significativement différente de la version anglaise de la *Cyclopædia* qui énonce que la proposition est un problème, quand elle est « déduite d'une pratique ou d'une série d'opérations », ou encore quand on a « proposé une opération, et montré sa solution ». Il n'y a donc pas chez Chambers, ici non plus, d'insistance sur la notion d'énoncé, qui n'est discutée qu'ensuite à titre de sens restrictif et dérivé. La Chapelle au contraire réduit le « problème » à un énoncé de type particulier, en conformité avec son lexique habituel, et au risque d'induire une confusion avec la phrase suivante (voir note afférente et le dossier critique).

par Alain Bernard, le 27 mai 2022 à 18:37:12

(6) Note ponctuelle sur « trouver ... données »

Une proportion, en termes euclidiens, est une relation à quatre termes, de sorte que « trouver une proportionnelle » s'entend habituellement de la recherche d'une *quatrième* proportionnelle d à *trois* quantités a, b, c (de sorte que d soit à c comme b est à a). Si les termes moyens b et c sont égaux, c'est alors qu'on peut parler de recherche d'une *troisième* proportionnelle d à deux quantités a et b (de sorte que d soit à b comme b est à a), ou bien de la recherche d'une *moyenne* proportionnelle, si a et d sont données et qu'on cherche le moyen terme b (pour le traitement classique des proportions voir la notice de Bernard Vitrac dans *Les Eléments*, vol.II, p. 507-538).

La formulation adoptée ici est donc curieuse puisqu'on ne peut décider si le problème est la recherche d'une moyenne ou d'une troisième proportionnelle. La *Cyclopædia* donne le même exemple mais sous une forme à la fois moins ambiguë et plus habituelle: « *to find a third proportionnal to two given quantities* » [trouver une **troisième** proportionnelle à deux quantités données]. Sans l'adjectif, on peut hésiter, comme on l'a vu ci-dessus, avec l'autre problème classique de la recherche d'une *moyenne* proportionnelle à deux quantités données. Il s'agit donc probablement d'une omission due au traducteur ou à La Chapelle lui-même.

Le terme *quantité* est visiblement repris de Chambers, mais il étonne un peu car le problème ressemble au problème VI.11 d'Euclide qui l'énonce pour des *lignes* seulement, et c'est bien ainsi qu'il apparaît dans l'article PROPORTIONNEL, (*Math.*) (t. XIII, 1765, p. 471a) à titre d'exemple. Mais dans la *Cyclopædia* comme dans *l'Encyclopédie*, l'expression « proportionnal quantities » [**quantités** proportionnelles] est générique et peut désigner des quantités « soit linéaires, soit numériques ». Notons que si le problème de trouver une troisième proportionnelle a un sens traditionnel bien clair en géométrie et pour des lignes, ce n'est pas le cas pour la recherche d'une troisième proportionnelle en arithmétique, qui n'est pas traditionnel et n'a pas non plus de solution dans tous les cas si on comprend l'arithmétique dans son sens euclidien classique, c'est-à-dire en nombres entiers. Néanmoins l'article PROPORTIONNEL, (*Math.*) (t. XIII, 1765, p. 471a), dont La Chapelle est l'auteur et qui est de nouveau repris de Chambers, introduit comme premier exemple une proportion continue (à trois termes) entre trois nombres 3, 6 et 12 ($3:6 :: 6:12$).

par Alain Bernard, le 27 mai 2022 à 18:38:00

(7) Note ponctuelle sur « A la rigueur »

L'expression est utilisée ici dans le sens précis de « rigoureusement, en toute rigueur », et non au sens de « à la limite de l'acceptable » qui se rencontre aussi au XVIII^e siècle mais de manière plus marginale (ni *l'Encyclopédie*, ni le *Trévoux* ne connaissent ce sens). La Chapelle emploie l'expression sans ambiguïté dans le premier sens dans d'autres articles, par exemple QUARRER, (*Mathém.*) (t. XIII, 1765, p. 665a), qui n'est pas directement une traduction de Chambers, où il explique que « Jusqu'à présent on n'a pu encore quarrer le cercle **à la rigueur** » (nous soulignons).

De même, dans l'article INDIVISIBLE, (*Géométrie.*) (t. VIII, 1765, p. 684b–686a), qui inclut une critique très personnelle (donc là aussi excluant une traduction) des méthodes des « indivisibilistes », il écrit

on est absolument obligé de recourir à la méthode d'exhaustion pour démontrer **à la rigueur** les principes des Indivisibilistes (*nous soulignons*)

Dans l'article RIGUEUR, (*Gram.*) (t. XIV, 1765, p. 290b) attribué à Diderot, l'expression est employée dans le même sens « Il faut prendre ce texte à la rigueur », en conformité à la définition « conformité sévère & inflexible à quelque loi donnée. » Tout ceci est cohérent avec l'expression de Chambers qui est « in strictness ».

par Alain Bernard, le 27 mai 2022 à 18:38:40

(8) Note ponctuelle sur « la proposition ... problème »

Cette remarque se comprend mal si les termes *théorème* et *problème* désignent eux-mêmes des énoncés, ce qu'impliquent bien les deux premiers paragraphes. Pour que le paragraphe fasse sens, le plus simple est de comprendre ici les deux termes dans un sens étendu qui comprend une démonstration et éventuellement une solution (pour le problème). Autrement dit il faut comprendre : « A la rigueur la *proposition* n'est simplement que l'énoncé du théorème **démontré** ou du problème **résolu et démontré** ; & dans ce sens etc. »

Voir le dossier critique pour une discussion plus détaillée.

par Alain Bernard, le 27 mai 2022 à 18:38:57

(9) Note ponctuelle sur « on la distingue ... avancé : »

La Chapelle semble reprendre ici, mais de manière condensée, les explications assez claires et plus détaillées de la *Cyclopædia*, qui discutent les cas du théorème et du problème dans deux paragraphes différents (voir le dossier critique). Dans le premier, et si on comprend la « proposition » comme le simple énoncé du théorème il n'y a que deux aspects, la proposition en tant qu'énoncé, et la démonstration ; dans le cas du problème on peut distinguer trois aspects : son énoncé (ou « proposition » au sens strict), sa solution et sa démonstration. La Chapelle semble reprendre cette dernière caractérisation, qui ne vaut dans la version de Chambers (reprenant les distinctions de C. Wolff) que pour le problème, et la généralise en quelque sorte

à la proposition au sens strict (un énoncé) en général, ce qui donne un résultat plutôt complexe et qui pourrait prêter à confusion en raison des ambiguïtés de la dernière clause. On pourrait résumer l'argument ainsi :

La *proposition* au sens strict est un énoncé d'un théorème (T), ou d'un problème (P), et il faut alors la distinguer de :

- la *solution* dans le cas d'un énoncé de type P seulement ;
- la *démonstration* qui prouve la *vérité* de ce qu'on a avancé (sous-entendu, dans le cas d'un énoncé de type T) ;
- ou bien, qui prouve que dans le cas de la solution on a bien fait ce que demandait l'énoncé de type P (caractérisé comme *question*) : il s'agit alors de montrer la validité de la procédure de « réponse », au regard des conditions de l'énoncé.

Autrement dit, la phrase devient un peu plus claire si on la précise ainsi : « & de la démonstration, qui prouve la vérité de ce qu'on a avancé ; ou, dans la solution, qu'on a bien fait ce qu'exigeait la question proposée. » Dans la forme proposée, on pourrait croire que la clause finale est une simple paraphrase de ce qu'est la solution, ce qui n'aurait pas de sens, tout problème ayant une démonstration.

Il est remarquable enfin qu'il n'y ait plus ici, comme dans la *Cyclopædia*, de renvoi vers l'article DEMONSTRATION, que Chambers introduit d'abord au sujet des parties du théorème, alors qu'il y en a un vers l'article SOLUTION, en *Mathématique* (t. XV, 1765, p. 328a). Il s'agit peut-être d'une conséquence de la « condensation » globale des formulations de Chambers, mais on peut aussi formuler d'autres hypothèses en lien à la conception même que les Encyclopédistes se font de la démonstration (voir le dossier critique pour une discussion plus détaillée).

par Alain Bernard, le 27 mai 2022 à 18:40:14

(10) :

Note sur le renvoi à « Solution »

Dans la *Cyclopædia* le renvoi est vers l'article RESOLUTION et non SOLUTION. Mais, dans ce dernier cas comme dans *l'Encyclopédie*, l'article SOLUTION renvoie immédiatement vers les articles RESOLUTION et PROBLEME / PROBLEM.

par Alain Bernard, le 7 mai 2022 à 16:19:33

(11) :

Note sur la signature « (E) »

La marque (E) est celle de La Chapelle. Cette correspondance est explicitée dans :

- Avertissement – (vol. I) [🔗](#)
- Noms des auteurs, avec la marque de leurs articles – (vol. II) [🔗](#)
- Marque des Auteurs – (vol. III) [🔗](#)
- Nom des Auteurs – (vol. VI) [🔗](#)
- Marque des Auteurs – (vol. VII) [🔗](#)

par Collectif projet ENCCRE, le 16 mai 2016

Dossier critique

Cet article signé de Vieillot, dit La Chapelle, s'inspire à la fois de l'article éponyme et plus complet de la *Cyclopædia* de Chambers, du lexique géométrique employé par La Chapelle dans ses *Institutions de géométrie* et des idées qu'il partage avec D'Alembert sur la nature et la fonction de la démonstration mathématique. Il ne s'agit donc pas d'une simple traduction de Chambers mais plutôt d'une adaptation à la fois de la longueur et du sens. La version de La Chapelle est nettement condensée et simplifiée, au risque d'entraîner des ambiguïtés possibles. L'adaptation pourrait aussi être en partie due à un travail d'harmonisation éditoriale liée à la prédominance de l'aspect grammatical dans le jeu de vedettes liées au terme « proposition ». Dans tous les cas, il s'agit donc d'un cas particulièrement intéressant d'adaptation rédactionnelle et peut-être éditoriale.

Attribution et datation de l'article

L'article est signé La Chapelle, quoiqu'il ne rentre pas à strictement parler dans la catégorie étroite des articles de « géométrie et d'arithmétique élémentaire » dont parle le *Discours préliminaire*. Toutefois les deux exemples donnés en relèvent bien et la catégorie de « proposition » avec ses deux variantes du « théorème » et du « problème » est un terme caractéristique des traités élémentaires de géométrie, comme on rappellera plus bas. Le fait de condenser et éventuellement d'adapter à la marge des articles de Chambers, sans ajout majeur (à quelques exceptions près, mais minoritaires), est une pratique régulière du contributeur La Chapelle.

Les indications données par Alain Cernuschi au sujet des « contributeurs réguliers » et de la répartition des articles de certains d'entre eux, invitent à penser que La Chapelle, comme Rousseau et peut-être Louis ou Leblond, a livré ses contributions en une fois et au début de l'entreprise. Un autre argument plaide fortement en faveur de cette hypothèse : si les *Institutions de Géométrie* publiées la première fois par La Chapelle en 1746 font en effet l'objet d'autocitations dans quelques articles remarquables, ce n'est plus du tout le cas de son *Traité des sections coniques* publié en 1750, alors qu'il y avait mille opportunités de citer et commenter l'ouvrage. Or il ne fait que l'objet d'une mention rapide par D'Alembert à l'article générique CONIQUE, (*Géom.*) (t. III, 1753, p. 875a–879a) (paragraphe 70 puis 79) et simplement au titre d'un des nombreux ouvrages recommandables qu'on pouvait lire sur le sujet. De même, La Chapelle ne fait pas la moindre allusion à l'*Encyclopédie* au fil des rééditions pourtant nombreuses de ses *Institutions de Géométrie* à laquelle il attachait un grand prix, et qui comportent de nombreuses notes explicatives (voir plus bas les échos dans l'œuvre de l'auteur). Tout se passe comme si son travail d'encyclopédiste avait été ponctuel et sans lendemain, ce qui n'exclut pas cependant qu'il y ait eu un réel dialogue avec D'Alembert pendant la durée de ce travail, notamment sur les célèbres questions de fondement du calcul infinitésimal (voir notamment l'article LIMITE, (*Mathémat.*) (t. IX, 1765, p. 542a–b)). Tout porte donc à penser que la rédaction des articles de La Chapelle et notamment de celui-ci, doit être datée entre 1746 et 1750 au plus tard, soit quinze à vingt ans avant sa parution effective. Tout ceci demande bien sûr à être confirmé par une étude d'ensemble de sa production.

Enjeux de l'article : une condensation de Chambers introduisant un nouveau lexique et un changement sémantique

La notion de proposition a le sens d'une vérité ou d'une opération chez Chambers, comprenant son énoncé et l'ensemble des solutions et déductions qui l'accompagne. Il n'introduit pas comme le fait La Chapelle de notion de « discours par lequel on énonce », mais envisage directement la notion en lien à des opérations ou à des déductions logiques. Cet important glissement de sens peut être compris en consultant les notes et en comparant cette version avec le texte de Chambers (dans la cinquième édition, 1741-43) :

PROPOSITION, in mathematics, is either some truth advanced, and shewn to be such by demonstration; or some operation proposed, and its solution shewn.

If the *proposition* be deduced from several theoretical definitions compared together, as this; A parallelogram is double of a triangle, standing on the same base, and of the same altitude: it is called a *theorem*. See THEOREM.

If it be deduced from a praxis of series of operations, it is called a *problem*: as, to find a third proportional to two given quantities. See PROBLEM.

Indeed, in strictness, the *proposition* is only part of a theorem, *viz.* that which shews what agrees to such a thing under such conditions, and what not: in which sense it is distinguished from the *demonstration*, which shows the reasons why the understanding conceives that to agree to it. See DEMONSTRATION.

Again, strictly speaking, the *proposition* is only a member of a problem, *viz.* that which shews what is required to be done: in which sense it is distinguished from the *solution*, which rehearses the several things to be done in order to effect what is required; and from the *demonstration*, which proves, that by doing the things enjoined in the solution, the thing required in the *proposition* is truly done. See RESOLUTION.

Chambers définit donc clairement la *proposition* comme ayant un sens global de nature cognitive et logique, celui d'une vérité ou d'une opération et qui inclut donc ce qui est « avancé » ou « proposé », sa solution (dans le cas d'une opération) et la démonstration correspondante (de la vérité dans le cas d'un théorème, de la validité de la solution dans le cas d'un problème). Puisque la proposition renvoie pour lui à une globalité cognitive ou logique, il peut ensuite introduire un sens restrictif, où la « proposition » au sens restreint n'est qu'une partie de la « proposition » au sens le plus englobant d'abord introduit, à savoir son énoncé : énoncé d'une vérité dans le cas d'un théorème (qui comprend aussi une autre partie, la démonstration), énoncé d'une opération à faire dans le cas d'un problème (qui comprend deux autres parties,

solution et démonstration). Cela explique aussi que Chambers renvoie à deux autres articles, qui déclinent le sens des termes « theorem » et « problem », ainsi qu'aux articles DEMONSTRATION et RESOLUTION (dont le contenu est très proche de celui de l'article SOLUTION, qui y renvoie). On remarque par ailleurs que le terme « énonciation », qui est pourtant défini par Chambers précisément comme un synonyme de la « proposition » au sens restrictif, n'est pas employé ici et ne fait pas par conséquent l'objet d'un renvoi.

L'adaptation française reprend à l'évidence la structure globale de l'article de Chambers, mais introduit des innovations lexicales et sémantiques. Elle définit en premier lieu la « proposition » plutôt comme un « discours par lequel on énonce » soit une vérité, soit une « question à résoudre » (au sens d'un problème). Cette formule semble donc restreindre d'emblée la notion à celle d'un énoncé, comme le confirment immédiatement les deux exemples proposés, qui sont bien les énoncés d'un théorème et d'un problème. Mais cela rend alors relativement incompréhensible la restriction présentée dans le dernier paragraphe, de la proposition à son simple énoncé. Nous examinerons plus bas comment on peut à la fois clarifier et corriger cette relative incohérence.

L'autre innovation importante de la rédaction française porte sur le troisième paragraphe et consiste en ne pas avoir introduit de *distinguo* entre les deux parties du théorème puis les trois du problème, comme chez Chambers. Mais le rédacteur semble reprendre la *solution* et la *démonstration* de la caractérisation du problème seul, pour la généraliser aux deux types de proposition. Ce qui est alors minoré est la notion de *démonstration*, pour laquelle La Chapelle n'ajoute pas la référence à l'article correspondant, et une nouvelle possibilité de confusion est introduite au sujet de la place de la démonstration dans le cas d'un problème (voir la note afférente pour les explications détaillées).

De manière plus générale, la rédaction française est donc globalement caractérisée par un effet global de « condensation » et par l'introduction d'un nouveau lexique dans sa première partie. Plus profondément, c'est en fait tout le détail de la discussion détaillée par Chambers sur ce qui relève d'une structure déductive, menant des conditions ou raisons, à la conclusion, qui est éliminée ou minorée dans la version de la Chapelle, avec perte de la référence à l'article DEMONSTRATION, très en évidence chez Chambers.

Du point de vue sémantique, la rédaction française se comprend bien (ou mieux) si on interprète le troisième paragraphe comme traitant du sens à donner en toute rigueur (c'est le sens à donner à l'expression « à la rigueur », voir note afférente), non pas au terme de proposition, qui a déjà été défini comme un énoncé, mais bien à celui du théorème ou du problème: ces derniers ne peuvent en effet être compris, dans cette partie, comme des globalités incluant démonstration et éventuellement construction, au-delà de leurs énoncés. C'est bien ce que semble avoir compris le rédacteur non identifié de l'article THÉORÈME, en *Mathématique* (t. XVI, 1765, p. 252b), qui a remplacé le paragraphe introductif de Chambers par la simple formule « une proposition qui énonce & **démontre** une vérité » (nous soulignons), qui englobe bien dans le théorème la démonstration qui répond à son énoncé. Autrement dit, le texte français devient cohérent si on le précise un peu dans sa dernière partie (changements en gras) :

A la rigueur la *proposition* n'est simplement que l'énoncé du théorème **démontré** ou du problème **résolu et démontré** ; & dans ce sens on la distingue de la *solution*, (...) & de la *démonstration*, etc.

En acceptant de corriger ainsi *a minima* les imprécisions du texte français, on peut alors parler d'un véritable renversement de sens par rapport à Chambers. Ce dernier suit en effet Wolff de très près et appréhende l'ensemble d'une proposition comme un tout logique et cognitif, dans laquelle la déduction « issue de définitions » ou bien assurant la « vérité » d'une opération tient une place centrale, et particularise ensuite le terme pour la description énonciative de la tâche. La Chapelle se cantonne quant à lui pour la définition principale au seul sens « énonciatif strict » (énoncé d'une vérité ou d'une question, qui sont des tâches dans les deux cas). Il propose ensuite une nouvelle version plus rigoureuse où théorème et problème ne doivent plus être conçus comme des types d'énoncés mais comme des ensembles comprenant énoncé, construction (pour le problème) et démonstration : dans cette optique, on identifie alors plus clairement et rigoureusement la « proposition » comme désignant le seul énoncé. Par ailleurs, il exclut tout détail sur la nature des démonstrations sous-jacentes, les aspects logiques et déductifs sont laissés de côté.

Comment interpréter alors à la fois le changement de lexique et des exemples, le renversement global du sens de l'article ainsi que les ambiguïtés de la version française ? Ces questions ne sont pas faciles car elles impliquent un examen serré de la place de cet article dans le réseau des vedettes, des articles auxquels il est lié par des renvois ou des liens sémantiques, enfin du lexique courant des Encyclopédistes, aussi bien celui de La Chapelle que de D'Alembert. Les différentes hypothèses que nous allons maintenant présenter sont une synthèse des arguments qu'on trouvera développés plus en détail dans les rubriques suivantes.

Une première hypothèse revient soit à accuser la négligence de La Chapelle, qui aurait adapté sans souci de cohérence le texte de Chambers, soit à soupçonner une traduction de départ problématique et qu'il aura simplifié au mieux sans grand souci de rétablir le sens originel. L'omission curieuse de l'adjectif « troisième » dans l'exemple proposé pour le problème (voir note afférente), ou bien les formulations relevées plus haut, tellement laconiques qu'elles en induisent des confusions, iraient dans le sens de ce genre d'hypothèse. Tout ceci n'est pas impossible au regard de la rapidité avec laquelle La Chapelle a dû accomplir un travail de rédaction dans un temps probablement limité et sans grands enjeux pour lui (voir ci-dessus la question de la datation de l'article).

Une seconde hypothèse, qui n'est pas incompatible avec la première mais s'avère plus plausible, est à la fois que La Chapelle s'est tout simplement conformé à son lexique habituel ainsi qu'à un parti-pris épistémologique plus profond visant à tenir à l'écart la notion de « démonstration » qui transparait de l'article correspondant. En effet et concernant tout d'abord le lexique adopté, on verra plus loin que les formules utilisées par La Chapelle dans son propre ouvrage de géométrie élémentaire pour définir les termes

employés, proposent pour « proposition » le sens de « discours par lequel on énonce une vérité démontrée, ou que l'on se propose de démontrer » et pour « problème » le sens de « question à résoudre », et dans un contexte où c'est bien à chaque fois une forme d'énonciation qui est visée. La formule de l'article, très proche des deux, doit alors probablement être regardée comme une sorte de combinaison des deux formules en une, offrant une définition commode de la « proposition » en général, plus simple, claire et directe que celle de Chambers.

Concernant maintenant la mise de côté des aspects « cognitifs et logiques » de l'approche de Chambers, l'examen des articles directement connexes à celui-ci indique qu'ils ont en commun d'avoir supprimé le renvoi à l'article DÉMONSTRATION, (*Philos.*) (t. IV, 1754, p. 822b–823a) et plus généralement de remplacer les explications typiques de Wolff sur la réduction des premières propositions à des définitions premières. Or pour ces explications, l'exemple du théorème figurant dans Chambers (les parallélogrammes sont doubles des triangles de même base et de même hauteur) sert de paradigme. Dans cette hypothèse, l'élimination de ces aspects, de l'exemple en question puis du renvoi à « DÉMONSTRATION », ne serait pas le fait d'une négligence mais bien d'une volonté délibérée de mettre à l'écart une conception de la déduction mathématique problématique aux yeux de La Chapelle et D'Alembert. Ce point sera étayé plus finement ci-dessous, à partir de l'examen des renvois.

On peut faire une autre hypothèse qui part de deux autres observations, à savoir la présence du premier exemple de proposition dans l'article précédent (PROPOSITION, (*Logique.*) (t. XIII, 1765, p. 476b–484b)) et l'évolution du jeu des vedettes de la *Cyclopædia* à l'*Encyclopédie*. L'innovation principale de cette dernière est en effet de fédérer l'ensemble des vedettes d'entrée du terme « PROPOSITION » sous une seule adresse initiale, qui correspond au sens grammatical. Cette dernière n'existe en effet, ni dans Chambers, ni dans le *Dictionnaire de Trévoux* (5^e éd, t.VI, p.395) qui subordonne le sens géométrique au sens logique. Ces changements seront là aussi présentés de manière plus détaillée ci-dessous. Le point important est que cette décision d'ordre éditorial a pu conduire à homogénéiser les articles correspondant au sens grammatical, logique puis mathématique. Or les deux premiers sens s'appliquent prioritairement à des jugements exprimés en *phrases* liant généralement un sujet à un attribut plutôt qu'en *discours* entiers. L'exigence de cohérence éditoriale aura pu conduire, autrement dit, à trouver un compromis acceptable entre les sens précédents et le sens mathématique qui oscille inévitablement, comme on l'a vu, entre une compréhension extensive faisant de la proposition, du problème ou du théorème un ensemble comprenant énoncé, construction, démonstration, et conclusion, et une autre plus « rigoureuse » et restrictive limitant le sens au seul énoncé. La question du remplacement de l'exemple de théorème par un énoncé strictement identique à l'exemple pris dans l'article précédent, au sens logique (voir note afférente) soulève par ailleurs des problèmes d'interprétation qui sont discutés plus bas ; l'analyse montre *a minima* que les deux rédacteurs (celui de l'article PROPOSITION, (*Logique.*) (t. XIII, 1765, p. 476b–484b) et La Chapelle) ont puisé à la même source, et renforce par ailleurs l'idée qu'il y a eu des échanges entre contributeurs (et peut-être avec les éditeurs) aboutissant à une certaine harmonisation des articles.

On peut enfin ajouter une autre hypothèse qui se situe en quelque sorte à la croisée des deux dernières : car une contrainte d'ordre plus logique et épistémologique a pu jouer en faveur d'un sens restrictif, à savoir que le terme « proposition » compris comme genre sert aussi à catégoriser les notions de « demande » et « d'axiome », qui sont les équivalents du « problème » et du « théorème » au niveau des « propositions premières ». Nous reviendrons sur cette hypothèse plus bas en évoquant l'intéressant article [Demande, terme de Mathématique](#) (t. IV, 1754, p. 803b).

On voit donc que cet article est non seulement un bon observatoire de la manufacture éditoriale des articles du domaine mathématique apparentés à « proposition », mais aussi que sa rédaction révèle d'intéressants partis-pris épistémologiques qui s'opposent en partie à ceux de Chambers. Tout ceci sera étayé plus en détail dans la suite de ce dossier.

Lexique technique et philosophique de l'article

Les termes de *proposition*, *problème* et *théorème* sont en eux-mêmes des termes techniques étroitement attachés aux éditions et traductions imprimées des *Eléments* d'Euclide depuis le XVI^e siècle. Dans ce contexte référentiel majeur, les propositions sont les unités textuelles du texte euclidien, qui alterne problèmes et théorèmes selon un format rigide et très codifié. Dans ce dernier, les deux énonciations des propositions (générale et instanciée) sont clairement distinguées d'autres parties comme la construction, la démonstration ou la conclusion (voir l'introduction générale de M. Caveing à *Les Eléments*, plus précisément *Les éditions et traductions depuis la Renaissance*, p. 74-83 et *La forme euclidienne*, p. 114-148). Il n'est donc pas étonnant qu'on retrouve dans ce type d'articles cette tripartition illustrée par des exemples tirés d'Euclide, ni qu'on distingue ce qui relève d'une énonciation, de l'ensemble de la proposition considérée comme un tout. On s'explique aussi par cet effet de tradition, qu'il y ait une oscillation permanente, dans un texte aussi codifié et structuré, entre le sens restrictif qui regarde comme « proposition » la seule πρότασις (l'énoncé) et le sens d'une unité textuelle entière qui inclut la partie la plus remarquable et saillante des propositions euclidiennes : leurs démonstrations.

À côté du sens strictement textuel et référentiel sous-jacent à ce type d'article, il existe depuis l'antiquité (notamment chez Proclus) une tradition de commentaire philosophique de ces notions, qui interprétait les problèmes comme une forme d'activité et d'opération, et les théorèmes comme la contemplation d'une vérité (voir dans le texte précité de Caveing, *théorèmes et problèmes*, p. 133-136). Ces interprétations, généralement reproduites dans les commentaires contenus dans les éditions et traductions d'Euclide, expliquent la tonalité philosophique et logique traditionnellement attachée à ces notions. Au tournant des XVII^e et XVIII^e siècles, ces questions sont fortement renouvelées par les progrès simultanés des mathématiques (notamment par l'invention de la géométrie analytique puis du calcul infinitésimal) et de la philosophie des mathématiques désormais associée au développement de la mécanique et de la physique

moderne. La floraison de manuels et de traités élémentaires alors publiés s'en ressent fortement, comme en témoigne notamment le travail monumental de Christian Wolff, qui suit à la fois la méthode d'analyse philosophique de Leibnitz mais aussi le point de vue newtonien (Dunlop, 2013). Il publie dès 1710 d'influents manuels en allemand ou en latin à vocation encyclopédique proposant une vue globale des sciences mathématiques, où la méthode mathématique est pensée comme un paradigme universel.

Ce sont ces traités, et notamment ses influents *Elementa matheseos universae*, auxquels puise Chambers, comme ce dernier l'explique à la fois dans sa préface et dans de nombreux articles où il est explicitement pris pour référence. Il reprend également Wolff dans de nombreux articles de mathématiques au sens large, notamment ceux qui sont connexes à l'article « PROPOSITION ». Pour ces derniers, la source la plus probable est l'important « *brevis commentatio de methodo mathematica* » [bref commentaire sur la méthode mathématique] qui sert de préliminaire aux *Elementa* sur seize pages. Tous les termes du type *problème*, *théorème*, *définition*, *axiome* etc. y sont discutés très en détail et dans la perspective philosophique analytique qui est celle de Wolff.

De plus, Chambers suit de très près le point de vue de Wolff dans l'article « DEMONSTRATION ». C'est aussi en partie le cas de la rédaction de D'Alembert, qui suit de relativement près le texte, à l'exception notable de la notion de « démonstration *a posteriori* » où il exprime son propre point de vue. Cette addition révèle qu'il ne partage pas du tout les mêmes options épistémologiques que Wolff, ce dont témoignent plusieurs autres articles outre celui qu'on vient de nommer, notamment DÉDUCTION, (*Philosophie.*) (t. IV, 1754, p. 729b–730a) ou DEMANDE, *terme de Mathématique* (t. IV, 1754, p. 803b), ce dernier co-signé avec La Chapelle. On reviendra plus loin sur le sort réservé à l'article « DEMONSTRATION » que les Encyclopédistes ont visiblement ostracisé du système des renvois. Il en va de même pour le lexique philosophique de Wolff-Chambers, qui fait lui aussi l'objet de simplifications ou d'élimination drastiques, comme on l'a vu plus haut dans le cas de notre article.

Pour revenir au lexique technique de l'article qui nous intéresse, les deux exemples de théorème puis de problème choisis dans l'article renvoient à des propositions euclidiennes classiques (I.32 et VI.11) dans une version que l'on trouve dans d'autres articles de *l'Encyclopédie*. L'exemple qui a été « éliminé » par La Chapelle au profit de I.32 (peut-être sur le conseil de D'Alembert) porte fortement la marque de la philosophie de Wolff, c'est aussi celui qu'on retrouve dans l'article THÉORÈME, *en Mathématique* (t. XVI, 1765, p. 252b), qui est nettement moins modifié que « PROPOSITION ». La notion de proportionnalité est une des notions fondamentales des différentes théories des proportions élaborées dès l'antiquité : nous renvoyons à la note sur l'exemple de problème pour davantage d'explications et les références adéquates.

Si l'article joue, comme on l'a vu plus haut, sur un *distinguo* fondamental entre la proposition comme le « tout » d'un ensemble qui comprend notamment une démonstration, et la proposition « au sens strict » du seul énoncé, d'autres sens circulent à la même époque qui n'impliquent pas les complexités induites par la discussion de Chambers, s'inspirant de Wolff.

Chez de nombreux auteurs, dont la Chapelle fait partie, la *proposition* est en effet synonyme de *théorème* (voir plus bas les échos dans l'œuvre de l'auteur). C'est aussi ainsi que D'Alembert l'entend, comme l'indique ce passage de l'article GÉOMÉTRIE, (*Ordre encycl. Entend. Rais. Philosoph. ou Science, Science de la Nat. Mathémath. Mathémath. pures, Géométrie.*) (t. VII, 1757, p. 629a–638a) où il critique l'usage de termes inutilement complexes comme « théorème », justement : « Il seroit donc à souhaiter qu'on abolît ces termes scientifiques & pour ainsi dire barbares, qui ne servent qu'à en imposer ; qu'en Géométrie, par exemple, on dit simplement *proposition* au lieu de *théorème*, *conséquence* au lieu de *corollaire*, *remarque* au lieu de *scholie*, & ainsi des autres ». D'Alembert utilise par ailleurs le terme proposition dans un sens nettement plus philosophique et général, qui traverse notamment l'article ELEMENS DES SCIENCES, (*Philosophie.*) (t. V, 1755, p. 491a–497b), où les « propositions » sont ces contenus enchaînés les uns aux autres dans une architecture idéale, parmi lesquels on trouve des « éléments » fondamentaux dont toutes les autres propositions dépendent.

Un autre article révélateur, signé de D'Alembert, éclaire d'un autre jour le *distinguo* possible entre une *proposition*, au sens logique, et son *énoncé* : il s'agit précisément de l'article ENONCÉ, (*Logique & Géométrie.*) (t. V, 1755, p. 695a) qui correspond mais sans le traduire, à l'article « ENUNCIATION » de Chambers (pour lequel le terme est strictement synonyme de « proposition », au sens restrictif). D'Alembert y distingue « les termes dans lesquels [les propositions] sont présentées », des propositions elles-mêmes. Cela laisse planer une ambiguïté sur la notion de proposition elle-même : est-ce un tout qui dépasse l'énoncé, comme le suggère le texte de Chambers ? Ou bien veut-il dire que le contenu logique de la « proposition » doit être distingué de son expression ? Cette deuxième possibilité est plus probable au regard du sens courant qu'y attache D'Alembert.

Le lexique de cet article est donc en partie décalé au regard de l'usage courant des contemporains, qui offre bien des variantes et tend à moins de sophistication que le vocabulaire philosophique de Wolff. Il est du reste remarquable que même ce dernier, contrairement à Chambers qui s'en inspire pourtant lourdement, ne s'est pas risqué à proposer une définition générale pour le terme « *propositio* » (ou « Satz »). On pourrait multiplier les exemples d'emplois possibles suivant les auteurs. Il s'agit en général d'un terme polysémique et dont les usages pouvaient varier suivant le contexte référentiel : en lien direct à la lecture d'Euclide et comme genre commun aux catégories de problème et théorème, ou bien par référence soit à des discussions logiques et grammaticales sur des modes d'énonciation, ou à des problèmes épistémologiques plus généraux. C'est probablement ce caractère glissant et protéiforme, qui explique en partie les transformations repérées plus haut : elles étaient rendues possibles par la flexibilité du terme qui pouvait s'entendre à plusieurs niveaux.

Les correspondances internes à *l'Encyclopédie*

Place de l'article parmi les autres vedettes de la notion de « proposition »

L'adaptation que fait La Chapelle de l'article de Chambers peut encore s'expliquer, comme on l'a vu, au regard du fait que la « proposition » au sens mathématique est rangée ici, contrairement à ce que fait la *Cyclopædia*, comme vedette d'entrée et non d'adresse. Plus précisément, elle entre dans une série de six articles dont le premier porte sur le sens grammatical, les trois suivants sur les sens logique, mathématique et poétique (suivant le même ordre que dans la *Cyclopædia*), et les deux derniers sur les sens théologique et juridique :

Dans la *Cyclopædia* de Chambers

PROPOSITION, PROPOSITIO, in logic
{suivent 26 vedettes d'entrées décrivant les
espèces de la proposition logique : }
PROPOSITION de primo adjacente ...
PROPOSITION de secundo adjacente ...
{etc.}...

PROPOSITION, in mathematics, ... {suit le
texte reproduit ci-dessus}

PROPOSITION, in poetry, ...

Dans l'*Encyclopédie*

PROPOSITION, subst. fém.

{Beauzée ajoute à ce qu'en dit M. du Marsais
dans l'article CONSTRUCTION « quelques
observations » qu'il croit « nécessaires sur cet
objet », d'ordre grammatical.}

PROPOSITION, (Logique.)

PROPOSITION, en Mathématiques, {suit
l'article signé de La Chapelle, ici commenté}

PROPOSITION, en Poésie, c'est la première
partie & comme l'exorde du poème, où
l'auteur propose brièvement & en général ce
qu'il doit dire dans le corps de son ouvrage. On
l'appelle autrement *début*.(...)

PROPOSITION, PAINS DE, (Théolog.)

PROPOSITION D'ERREUR, (Jurisprud.)

Vedettes du terme PROPOSITION

La présence d'une vedette d'entrée pour le sens mathématique, dans la *Cyclopædia*, suivie d'une vedette d'adresse pour le sens poétique, peut s'expliquer par le fait que la « proposition » mathématique, en tant qu'énoncé, partage avec le sens poétique de « proposition » le fait que l'énoncé apparaît comme une sorte d'exorde pour le tout, une proposition entière d'un côté, un poème de l'autre. Il faut d'ailleurs noter que la vedette d'entrée au sens poétique, est traitée comme vedette d'adresse dans l'édition de 1728.

L'*Encyclopédie* suit visiblement une autre logique en fédérant l'ensemble des vedettes d'entrée sous une seule adresse, qui correspond au sens grammatical - adresse qui n'existe, ni dans Chambers, ni dans le *Dictionnaire de Trévoux* (5^e éd, t. VI, p. 395) qui subordonne le sens géométrique au sens logique. On a vu plus haut que cette décision éditoriale peut être une des hypothèses explicatives des transformations importantes qu'on a fait subir à la première partie de l'article de Chambers.

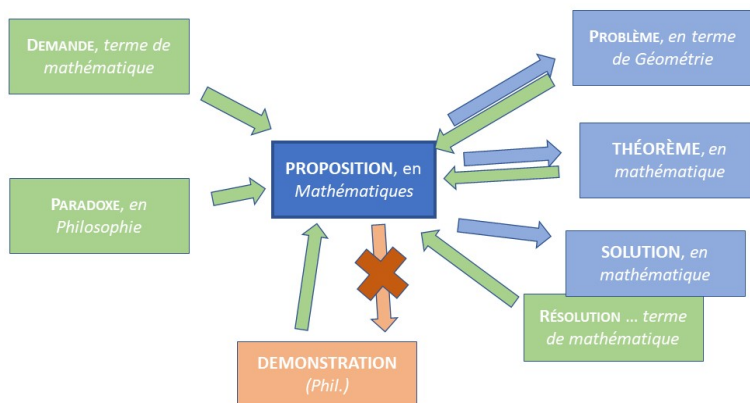
La question révélatrice des renvois et des articles connexes

L'article ne comporte que trois renvois, vers **PROBLÈME**, en terme de *Géométrie* (t. XIII, 1765, p. 401b–402a), **THÉORÈME**, en *Mathématique* (t. XVI, 1765, p. 252b) et **SOLUTION**, en *Mathématique* (t. XV, 1765, p. 328a), ce dernier renvoi « cachant » par ricochet une référence à **RÉSOLUTION**, & plus communément **SOLUTION**, terme de *Mathématique* (t. XIV, 1765, p. 179b–180a). Il n'en a pas, de manière surprenante au regard de l'importance de la notion, vers l'article **DÉMONSTRATION**, (*Philos.*) (t. IV, 1754, p. 822b–823a). Cette omission se retrouve dans les articles relatifs au *problème* et au *théorème*, comme on le verra plus loin. Il est à cet égard remarquable que la notion de démonstration au sens *mathématique* ne fait pas l'objet d'un article dédié, mais c'est déjà le cas dans Chambers et les Encyclopédistes n'y ont rien changé. A la rigueur, c'est plutôt dans l'article **DÉDUCTION**, (*Philosophie.*) (t. IV, 1754, p. 729b–730a) qui est entièrement original et signé de D'Alembert, qu'on trouve un reflet fidèle de ses options, notamment en matière de ce que sont (ou devraient être) de « bonnes » démonstrations en mathématiques.

Dans l'article **DEMONSTRATION** par Chambers, qui suit de très près les explications de Wolff dans sa *brevis commentatio* sur la méthode mathématique, on discute de l'homologie entre la démonstration des logiciens et celles des mathématiciens, qui emploient une forme de raisonnement par enthymèmes (raisonnement dont une des prémisses est laissée implicite), qui pourrait être réduite à la rigueur en syllogismes complets. La notion de démonstration au sens strictement mathématique n'est discutée que comme partie d'un problème (à côté de la *proposition* au sens d'énoncé, et de la *résolution*) ou en lien avec le théorème qu'on peut tirer de tout problème démontré (en transformant la résolution en hypothèse). Si D'Alembert suit de près le texte dans la rédaction française, il est probable qu'il n'en partageait pas le contenu. Dans tous les articles contenant « démonstration » en vedette en effet, il ne s'exprime longuement et en première personne, qu'au sujet de la **DÉMONSTRATION à posteriori** (t. IV, 1754, p. 823b). Dans ce dernier article, comme dans « **DEDUCTION** » qu'on a mentionné plus haut, il aborde de nouveau la question des particularités de la démonstration mathématique et d'une manière qui semble en effet bien plus conforme à ses options épistémologiques, sur lesquelles on reviendra ci-dessous au sujet du rapport entre démonstration et algèbre. On peut donc faire l'hypothèse que l'omission soit volontaire car l'article **DEMONSTRATION** de Chambers ne ciblait pas suffisamment les problèmes spécifiques à la place et à la nature des déductions dans la conception que se faisaient D'Alembert (et sans doute La Chapelle avec lui) des traités de mathématiques.

Cette hypothèse est corroborée par les renvois à l'article **PROPOSITION**. Les articles suivants renvoient au sens spécifiquement mathématique : **DÉMONSTRATION**, (*Philos.*) (t. IV, 1754, p. 822b–823a), **PARADOXE**, en *Philosophie* (t. XI, 1765, p. 894b–895a), **PROBLÈME**, en terme de *Géométrie* (t. XIII, 1765,

p. 401b–402a), DEMANDE, *terme de Mathématique* (t. IV, 1754, p. 803b), THÉORÈME, *en Mathématique* (t. XVI, 1765, p. 252b) et RÉSOLUTION, & plus communément SOLUTION, *terme de Mathématique* (t. XIV, 1765, p. 179b–180a). On peut du même coup représenter l'ensemble des renvois vers ou depuis « PROPOSITION, *en Mathématiques* » par le schéma suivant :



Le jeu des renvois explicites depuis ou vers l'article

Il n'est pas question ici de discuter en détail de l'ensemble de ces articles, dont chacun demanderait une discussion approfondie. Nous ne pointons ici que les quatre articles touchant aux notions de *demande*, *problème*, *résolution* et *théorème* dont le contenu original (dans le cas du premier) ou les inflexions, dans le cas des trois autres, sont susceptibles d'éclairer ou de renforcer les remarques ou hypothèses faites plus haut.

L'article **PROBLÈME** est probablement dû à La Chapelle car il signe le suivant, sur le **PROBLÈME PLAN**, *en Géométrie* (t. XIII, 1765, p. 402a). Il suit *grosso modo* le texte de Chambers, sauf sur un point fondamental qui est la place de la démonstration, en lien à la suppression de la transition entre deux types de problèmes chez Chambers (géométrique d'un côté, algébrique de l'autre). A la place en effet de cette transition est insérée la phrase suivante : « L'Algebre est la plus merveilleuse méthode que l'esprit de l'homme ait découverte pour la résolution des problèmes », suivie de deux renvois vers les articles **ALGÈBRE**, (*Ordre Encyclopédique : Entendement, Raison, Science de la Nature, Science des êtres réels, des êtres abstraits, de la quantité ou Mathématiques, Mathématiques pures, Arithmétique, Arithmétique numérique & Algebre.*) (t. I, 1751, p. 259a–262b) et **ANALYSE**, (*Ordre encyclop. Entend. Raison. Philosoph. ou Science, Science de la Nature, Mathématiques pures, Arithmétique littérale, ou Algebre, Analyse.*) (t. I, 1751, p. 400b–401a). Ces deux articles fondamentaux de D'Alembert, renvoient eux-mêmes à l'article **ARITHMÉTIQUE UNIVERSELLE** (t. I, 1751, p. 675b–678b) qui résume en bonne partie sa doctrine de la place centrale de l'analyse « algébrisée » en mathématiques en général, et en géométrie en particulier, ainsi qu'à la série des articles contenant « application » en vedette, dont notamment **APPLICATION de l'Algebre ou de l'Analyse à la Géométrie** (t. I, 1751, p. 550b–551b) où D'Alembert discute en toute clarté et avec nuance, des réticences de Newton à admettre l'analyse algébrisée comme un discours pleinement démonstratif.

L'article **DEMANDE**, au sens mathématique, est intéressant pour deux raisons. La première est qu'il s'agit d'un des articles cosignés par La Chapelle et D'Alembert et qui sont donc à verser au dossier de ce qui faisait leur communauté d'esprit sur un certain nombre de questions. La seconde tient au fait plus subtil que la *demande*, qui traduit la notion de « postulat » chez Chambers (article **POSTULATE**) comme l'explique D'Alembert dans sa partie, y est précisément comprise comme une « proposition évidente, par laquelle l'on affirme qu'une chose peut ou ne peut pas être faite », à côté de cette autre sorte de proposition évidente qu'est l'*axiome*. Or la nature d'une demande, du moins aux yeux de D'Alembert qui comprend sous ce terme un équivalent de l'hypothèse, au sens d'une « proposition première » en toutes sciences, est précisément de n'être pas démontrée. Ce n'est pas tout à fait le cas pour Chambers reprenant Wolff, lequel fait *dériver* axiomes et postulats des *définitions*, comme l'indique l'exemple paradigmatique du cercle. Cela renvoie à une notion de définition « réelle » (real definition) défendue par Wolff et reprise par Chambers dans l'article afférent (**DEFINITION**), qui est à son tour très différent de l'adaptation qu'en a faite D'Alembert. La distinction entre définition nominale et définition de chose est en outre critiquée par ce dernier dans l'article **ELEMENS DES SCIENCES, (Philosophie.)** (t. V, 1755, p. 491a–497b), où le statut des définitions est longuement discuté. On peut donc supputer que le recours à une définition simplifiée de la notion de « proposition », sous un concept subsumant tous les cas de propositions (problèmes et théorèmes déduits, et hypothèses) ait pu être un moyen de résoudre la difficulté causée par le fait que toutes les propositions, au sens de D'Alembert, n'étaient pas toutes pourvues « d'antécédents logiques ».

L'article **RÉSOLUTION**, signé de La Chapelle, est intéressant en raison de son mode de composition et de son contenu, les deux sujets étant à nouveau corrélés. Car Chambers fait trois articles consécutifs, « résolution, or solution, in mathematics », puis « resolution, in algebra, or algebraical », enfin « to Resolve a geometrical problem algebraically », chaque article se rattachant directement au précédent. Mais La Chapelle simplifie tout par deux phrases introductives « Voici en général la maniere dont on s'y prend pour résoudre un problème. La résolution algébrique est de deux especes ; l'une s'exerce sur les problèmes numériques, & l'autre sur ceux de géométrie. » Elles suggèrent (comme chez Chambers, mais d'une manière encore plus claire) que la résolution d'un problème est par excellence algébrique. Il n'y a pas d'ailleurs d'explication complémentaire qui traiterai particulièrement de la démonstration, suggérant que la résolution (algébrique) porte en elle une forme de démonstration. Cette ellipse, à rapprocher des explications toujours très rapides et simplifiées sur ce qu'est une démonstration dans les articles commentés plus haut, sont à

rapprocher de la discussion que D'Alembert fait de ce point dans l'important article *APPLICATION de l'Algèbre ou de l'Analyse à la Géométrie* (t. I, 1751, p. 550b–551b), où il discute et critique les réticences de Newton à admettre, comme le suggérait Descartes, l'algèbre comme un mode de raisonnement et pas seulement comme un moyen de découverte.

L'article **THÉORÈME**, enfin, est intéressant car on y voit, comme dans résolution et proposition, le même processus de « condensation » de l'argument de Chambers à l'œuvre. Le premier paragraphe de Chambers est entièrement éliminé, et on a mentionné plus haut le fait qu'il est remplacé par la phrase suivante, non présente dans l'encyclopédie anglaise « c'est une proposition qui énonce et démontre une propriété ». Cette définition est cohérente avec la compréhension « étendue » d'un théorème comme un discours énonçant *et démontrant* une vérité. La référence à l'article DÉMONSTRATION est à nouveau éliminée, et la caractérisation de la notion correspondante est simplifiée. L'article est peut-être de La Chapelle mais ce point reste à vérifier par un examen plus détaillé.

Ce petit dossier documentaire semble confirmer, en résumé, que les adaptations pratiquées par La Chapelle sont cohérentes avec un positionnement épistémologique global qu'il pourrait avoir partagé avec D'Alembert sur le statut des propositions fondamentales en géométrie. Cette remarque est corroborée par la critique très particulière que fait La Chapelle des *Eléments de Géométrie* de Clairaut à la fin de l'article *ELEMENS DES SCIENCES, (Philosophie.)* (t. V, 1755, p. 491a–497b) : malgré toutes les bonnes qualités de l'ouvrage qu'il reconnaît, La Chapelle y dénonce le défaut fondamental de n'être qu'un *assemblage* de propositions, et non un *édifice*, autrement dit d'obéir à une architecture déductive convaincante. Or c'est précisément cette continuité des déductions, soutenues par un petit nombre d'hypothèses bien choisies, dont D'Alembert défend la pertinence aussi bien dans cet article que dans l'article *GÉOMÉTRIE, (Ordre encycl. Entend. Rais. Philosoph. ou Science, Science de la Nat. Mathém. Mathém. pures, Géométrie.)* (t. VII, 1757, p. 629a–638a). La transformation décisive et spectaculaire de l'article *PROBLÈME*, introduisant une référence directe et emphatique vers les articles *ANALYSE* et *ALGÈBRE* de D'Alembert, va dans le même sens et semble indiquer le rôle fondamental que les deux hommes accordaient à la place de l'algèbre non seulement dans l'art de résoudre des problèmes, mais peut-être aussi comme moyen de repenser la démonstration. Tout ceci renvoie à l'intéressante question des rapports précis qu'entretenaient les deux hommes et à l'idée générale qu'il y avait entre eux plus qu'une collaboration fortuite mais réellement un accord d'idées. Mais l'exploration de ces questions demanderait un examen plus global de l'ensemble des articles sur lesquels ils ont l'occasion soit de collaborer ou bien dans lesquels La Chapelle a pu exprimer un point de vue plus personnel.

Une coïncidence intrigante avec l'article précédent (PROPOSITION, au sens logique)

L'article *PROPOSITION, en Mathématiques* (t. XIII, 1765, p. 484b) rédigé par La Chapelle, comme on l'a vu plus haut, prend pour exemple de théorème un énoncé qui n'est pas celui de Chambers (ou de Wolff avant lui) mais un exemple littéralement identique à celui qui est introduit dans l'article précédent, qui traite du sens logique de la proposition (défini alors comme un jugement). Il est intéressant à cet égard de constater que tout le passage en question, qui traite d'une forme de propositions dites « converses » (où le sujet devient attribut, et l'attribut sujet) se trouve presque mot pour mot dans une note à l'article 177 du tome II des *Institutions de géométrie*, p. 24-25.

Dans la note, il s'agit pour la Chapelle de discuter d'un point qu'il avait promis très en amont, au tome I (p. 315), en conclusion de l'article qui introduit la proposition fondamentale sur la somme des trois angles intérieurs à un triangle (qui est donc précisément l'exemple de théorème donné ici). Il est alors remarqué que cette proposition n'a pas de converse (de réciproque), et il est promis une note ultérieure, à l'article 76, sur le point de savoir « pourquoi certaines propositions ont des converses, pourquoi d'autres n'en ont pas, et ce qu'on doit faire pour découvrir les converses qui sont vraies, et celles qui sont fausses. » L'explication en question n'est donnée qu'à l'article 177 comme on l'a vu. La note consiste à expliquer que la conversion suppose l'identification de deux parties à la proposition, l'hypothèse, et la conséquence. Ce premier point est expliqué sur un exemple qui est très voisin des articles commentés au tome II, un équivalent de la proposition I.34 d'Euclide, qui est un cas où la converse est fautive. La définition des deux termes « hypothèse » et « conséquence » vient à la fin et précède la deuxième partie où on expose le critère logique qui permet de reconnaître si la converse est vraie ou non (à savoir que c'est le cas, si l'hypothèse peut être déduite de la conséquence). Une remarque complémentaire introduit l'idée que d'autres propositions, comme la proposition sur les trois angles du triangle, ne sont pas convertibles car cela n'aurait pas de sens de les exprimer sous forme hypothèse-conséquence, comme « si l'on a un triangle, les trois angles sont nécessairement égaux à deux droits ». C'est pourquoi il conclut que l'énoncé ne doit pas être conditionnel mais sous la forme « les trois angles d'un triangle sont égaux à deux droits » qui est précisément celle qu'on trouve reprise dans l'article *PROPOSITION, en Mathématiques* (t. XIII, 1765, p. 484b).

Dans l'article *PROPOSITION* au sens logique, l'explication sur le critère de reconnaissance de propositions « composées de deux parties, dont l'une est la conséquence de l'autre », est donné en premier, ce qui est cohérent avec ce qui précède, qui traite des propositions converses d'une manière qui reprend quasiment mot pour mot les chapitres correspondants dans la *La Logique ou l'art de penser* d'Arnaud et Nicole. Le texte est très proche de celui de La Chapelle à quelques nuances importantes près, notamment lors de la définition de « l'hypothèse », qui n'est pas complété par une définition de la « conséquence » ; à la place on introduit un nouvel exemple de proposition - non géométrique - n'ayant point de converse, exemple qui ne se trouve pas chez La Chapelle.

Malgré la proximité de ces passages, il est extrêmement douteux que La Chapelle soit l'auteur de l'article *PROPOSITION, (Logique.)* (t. XIII, 1765, p. 476b–484b). Ce dernier est visiblement une compilation de la *Logique* de Port Royal, de l'*Essai sur l'entendement humain* de Locke et d'autres sources puisées à des philosophes d'école très lus à l'époque comme Guillaume Dagoumer (dont la *Logique* est évoquée dans

l'article UNIVERSEL, (*Logique*) (t. XVII, 1765, p. 405a–406b)), qui est cité explicitement. La tonalité de l'article et le luxe des distinctions de toutes sortes, qui rappelle à l'évidence un exposé pédagogique du reste assez engagé et critique, désigne visiblement un professeur de philosophie qui donnait lui-même un cours dans un des collèges universitaires, et qui s'engageait par ailleurs dans les disputes de l'époque sur les propositions « dignes d'intérêt ». La Chapelle a de nombreuses digressions philosophiques dans ses traités de mathématiques, qui sont certes « engagées » elles aussi, mais qui sont d'une nature toute différente : elles n'entrent pas dans les détails techniques exposés en longueur dans cet article et qui n'intéressaient que les philosophes d'école. Du reste une remarque incidente qu'on trouve à la troisième édition de ses *Institutions de géométrie* (1757, t. I), indique que La Chapelle ne se considérait pas lui-même comme professeur de Philosophie en titre. Pour des raisons voisines, il est très douteux que D'Alembert puisse en être l'auteur. Pour l'auteur de l'article au sens logique, la digression sur les exemples géométriques est visiblement une des sources de sa compilation, d'ailleurs introduite avec un souci limité de cohérence puisqu'il est question plus loin aussi bien de propositions composées que de déductions ayant un antécédent et un conséquent, sans qu'un rapport soit fait entre les deux. L'extrait qui nous intéresse semble donc un ajout un peu artificiel, peut-être à la demande d'un des éditeurs de l'Encyclopédie.

Que déduire de tout cela et comment expliquer cette remarquable coïncidence ? L'hypothèse la plus plausible est tout d'abord que les deux auteurs ont puisé à la même source quoique pour des raisons légèrement différentes, La Chapelle dans le cadre d'une réflexion plutôt pratique sur les converses géométriques et la nécessité d'apprendre à reconnaître si elles existent et, si oui, si elles sont vraies ou fausses ; le « philosophe scolaire » qui rédige l'article précédent, parce qu'il devait compléter sa compilation éclectique sur le sous-sujet précis des propositions converses et de leur vérité, dont la matière a été empruntée pour l'essentiel à Arnaud et Nicole (sauf pour cet *addendum* géométrique). Dans le long article INVERSE, ou CONVERSE, (*Logique & Mathématiques*) (t. VIII, 1765, p. 849b–852a) qui traite de manière sophistiquée et innovante du sujet des propositions converses, Le Sage remarque qu'« on a élevé dans plusieurs livres élémentaires de mathématiques, différentes questions sur les *converses*, suivies de décisions, souvent opposées, & appuyées de part & d'autre sur des exemples mal développés. » Cette remarque incidente indique assez que La Chapelle en 1746 était loin d'être le seul à introduire dans son traité des discussions de ce type, il est donc possible qu'il l'ait emprunté à un des textes alors en circulation.

On peut bien imaginer aussi qu'il y ait eu des échanges concrets entre contributeurs, ce qui renforcerait l'argument, développé plus haut, d'une mise en cohérence éditoriale. Que D'Alembert ait eu un rôle dans ce travail de mise en cohérence n'est pas exclu car il signe lui-même plusieurs articles sur les différentes notions mathématiques attachées à cette de « conversion », notamment CONVERSE, en *Géométrie*. (t. IV, 1754, p. 166a), CONVERSION DES PROPOSITIONS, (*Log.*) (t. IV, 1754, p. 166a), CONVERSION, en *Aritmétique* (t. IV, 1754, p. 166a) et CONVERSION DES EQUATIONS, en *Algebre* (t. IV, 1754, p. 166a) ce qui indique assez son intérêt, largement partagé avec La Chapelle, pour cette matière. Il est d'ailleurs remarquable que le deuxième article de cette liste, qui relève du domaine de la logique, se réduise à un laconique renvoi à l'article PROPOSITION, vraisemblablement au sens logique. On peut donc bien faire l'hypothèse qu'il ait eu un rôle dans la mise en cohérence éditoriale ou qu'il ait pris part aux discussions entre contributeurs qui ont peut-être conduit à un « partage d'exemples ».

On ne peut exclure enfin, l'hypothèse que le philosophe qui a rédigé l'article au sens logique, ait directement emprunté à La Chapelle l'exemple en question, sur sa recommandation directe ou par le truchement d'un éditeur. Tous ces points seront repris dans le dossier critique associé à l'article HYPOTHESE, en *Mathématiques* (t. VIII, 1765, p. 418a), à la fois signé de la La Chapelle et sans équivalent chez Chambers, et où on retrouve le vocabulaire de l'extrait qui a été ici discuté.

Les sources compilées et la rédaction

Malgré les différences notables qui ont été analysées précédemment, il n'y a pas de raison sérieuse de douter du fait que la source majeure de La Chapelle est le texte de Chambers, qui n'a par ailleurs pas varié entre la 2^e et la 5^e édition. Le texte français en conserve en effet la structure globale, construite autour des deux sens possibles de *théorème* et de *problème*. La place de la vedette est également analogue à celle qu'a la vedette chez Chambers (mais il s'agit alors d'une vedette d'entrée, non d'adresse comme on l'a vu plus haut) : elle est placée directement avec la vedette correspondant à un sens logique.

Le *Dictionnaire de Trévoux* (éd. 1752, t. VI, p. 395) n'a quant à lui qu'une définition très courte de la « proposition » et seulement dans le sens d'une vérité prouvée en géométrie et par démonstration, sans allusion à la possibilité que la démonstration puisse porter sur le résultat d'une construction. De même la vedette au sens géométrique ne succède pas directement au sens logique, ne fait aucune référence à un seul exemple géométrique et emploie un lexique et des jugements de valeurs très différents de la rédaction de l'*Encyclopédie*, il est donc clair qu'il n'a pas servi de source :

Proposition, en termes de Géométrie, est l'allégation d'une vérité prouvée par démonstration. *Propositio demonstrativa*. Toutes les *propositions* d'Euclide sont claires, certaines et inébranlables. Les *propositions* se divisent en théorèmes et en problèmes.

Les seuls emprunts au *Trévoux*, dans la série de vedettes répertoriée plus haut, semblent être constitués par la mention des deux sens théologique et juridique, qui n'apparaissent pas dans Chambers.

Concernant l'article mathématique, ce que montre encore l'analyse proposée ci-dessus est que les négligences ou contradictions apparentes de la rédaction sont probablement dues à une volonté d'adaptation aux deux articles précédents, développant le sens grammatical puis logique. Ce changement pourrait

signaler une intervention éditoriale par D'Alembert ou quelqu'un d'autre, peut-être Diderot. Le souci de mettre en cohérence certaines notions afférentes à celle de « proposition » peut aussi avoir joué, comme on l'a vu.

La réception et les suites

L'article « proposition » ainsi rédigé est consciencieusement repris par le *Grand Vocabulaire français* (t. XXIII, p. 387), par l'*Encyclopédie, édition de Lucques* (t. XIII, p. 391), l'*Encyclopédie, édition de Livourne* (t. XIII, p. 451), l'*Encyclopédie d'Yverdon* (t. XXXV, p. 416), l'*Encyclopédie méthodique. Mathématiques* (t. 2, 1785, p. 680), sans différence notable avec l'original sinon la classique disparition de la marque d'auteur dans le dernier cas. Il est particulièrement remarquable que personne ne relève ni ne corrige les ambiguïtés, *a priori* évidentes pour un lecteur mathématicien ou philosophe, pesant sur l'énoncé de l'exemple de « problème » (omission de l'adjectif « troisième », voir note afférente) ou sur les notions extensives de théorème et de problème dans le 3^e paragraphe, ou encore l'absence de toute référence à l'article DÉMONSTRATION. C'est même le cas pour les deux derniers ouvrages, où un grand nombre d'articles ont été en principe corrigés ou révisés. Quant à la *Table du pasteur Mouchon*, si elle comporte une référence exacte aux articles DÉDUCTION, (*Philosophie.*) (t. IV, 1754, p. 729b–730a) (de D'Alembert) et HYPOTHESE, en *Mathématiques* (t. VIII, 1765, p. 418a) (de La Chapelle), il renvoie également à la notion de « proposition discrète ou disjointe », à l'article DISCRETE, (*Géom. & Phys.*) (t. IV, 1754, p. 1034a–b), qui est évidemment une méprise pour la notion de « proportion discrète », dont le pasteur n'avait probablement pas de réelle compréhension. Elle manque également le renvoi à « PROPOSITION » dans l'article DEMANDE, *terme de Mathématique* (t. IV, 1754, p. 803b), qui aurait été nettement plus pertinent.

Une interprétation plausible de cette négligence à corriger l'article de La Chapelle est que ce type de différence, classique pour les lecteurs d'Euclide, n'intéressait probablement plus vraiment les lecteurs, y compris spécialistes. Déjà La Chapelle relève à juste titre, dans la conclusion de l'article ELEMENS DES SCIENCES, (*Philosophie.*) (t. V, 1755, p. 491a–497b), que les auteurs des plus récents ouvrages *d'éléments de mathématiques* (Arnaud, Pardiès, Lamy, Polinière, Rivard, Clairaut) s'étaient largement affranchis du modèle euclidien, en publiant « le fond de la doctrine d'Euclide, suivant une nouvelle méthode particulière à chacun d'eux » (p. 497a). La Chapelle lui-même, s'inspirant d'eux tous pour rédiger une nouvelle sorte de manuel, ne faisait pas exception : comme on l'a dit et comme on le verra plus bas, il emploie en effet lui-même le terme de *proposition*, comme D'Alembert, comme simple synonyme de *théorème*. À cet égard, l'article PROPOSITION, en *Mathématiques* (t. XIII, 1765, p. 484b) apparaît donc comme une sorte de fossile dans un monde nouveau auquel La Chapelle appartient déjà : on y avait fait éclater de longue date le modèle d'exposition euclidien.

L'édition du *Dictionnaire de Trévoux* de 1771, quant à elle, fait un savoureux compromis entre la rédaction ancienne de l'article concernant le sens mathématique de « proposition » et celle qu'avait introduite La Chapelle. L'ordre des vedettes de l'édition du même dictionnaire en 1752 (sens logique, sens d'une sentence publique, sens géométrique, commercial, sens utilisé par les « prétendus Réformés », juridique, théologique) est repris à peu près dans cet ordre mais avec quelques changements : sens logico-grammatical (t. VII, p. 18a), expression publique d'un jugement, sens « mathématique et géométrique », sens rhétorique, poétique, commercial, au sens des Réformés, juridique et théologique. Les principales innovations sont sur le sens logico-grammatical, article très court mais qui emprunte aux explications détaillées de l'*Encyclopédie*, le sens poétique (absent des éditions précédentes du *Trévoux* et qui est une condensation de l'article de l'*Encyclopédie*) enfin le sens mathématique et plus seulement géométrique :

PROPOSITION, en termes de Mathématiques, de Géométrie. C'est un discours par lequel on énonce une vérité à démontrer, ou une question à résoudre. Ainsi l'on dit démontrer, résoudre une *proposition*. Si la *proposition* énonce une vérité à démontrer, elle s'appelle *théorème*. Si c'est une question à résoudre, *problème*. Voyez ces deux mots. La *proposition* est donc proprement l'énoncé d'un théorème ou d'un problème.

Cette rédaction reprend de l'*Encyclopédie* la phraséologie du « discours qui énonce » ou de la « question à résoudre », caractéristique de La Chapelle. Mais elle supprime entièrement la distinction entre la proposition et le tout d'un problème ou d'un théorème démontré : la conclusion ne fait plus en effet allusion à leurs éléments constitutifs au-delà de l'énoncé : la solution ou la démonstration. Elle a donc poussé à l'extrême la logique déjà suivie par la rédaction de La Chapelle, et ne garde que le sens énonciatif. Il est intéressant de la comparer à la condensation que fait subir, en Grande-Bretagne, la première édition de l'*Encyclopedia Britannica* publiée la même année (1771) à la définition de Chambers : « PROPOSITION, in mathematics, is either some truth advanced and shewn to be such by demonstration; or some operation proposed, and its solution shewn. » [une PROPOSITION, en mathématiques, est soit une vérité qu'on avance et qu'on montre être telle par démonstration; ou quelque opération qu'on propose, et dont on montre la solution]. Cette version est là aussi un abrégé de la *Cyclopaedia* de Chambers et en respecte rigoureusement l'esprit.

Concernant l'ordre et la nature des vedettes se référant à la notion de *proposition*, les encyclopédies de Lucques, Livourne et Yverdon sont fidèles à leur modèle parisien, à ceci près que dans celle d'Yverdon les deux premiers articles sont revus et clarifiés par Mignard et que le sens juridique n'est pas traité. Le *Grand Vocabulaire français* quant à lui semble faire un compromis entre la version du *Trévoux* et celle de l'*Encyclopédie* : la série des vedettes, comme dans le *Trévoux*, est ouverte par un court article sur le sens grammatical et logique, le sens d'une proposition publique offerte à la délibération; elle se poursuit par le sens poétique, puis mathématique, enfin par les deux sens théologique et juridique.

Aujourd'hui la notion de « proposition » au sens classique où il est encore entendu dans cet article, a complètement disparu des encyclopédies modernes, très probablement parce que le modèle euclidien n'est plus le modèle d'exposition mathématique de référence : le travail des logiciens-mathématiciens de la fin du

XIX^e siècle est passé par là, auquel ont succédé des méthodes d'exposition nouvelles.

Les échos dans l'œuvre du rédacteur

Comme La Chapelle l'explique lui-même dans la partie finale de l'article ELEMENS DES SCIENCES, (*Philosophie*) (t. V, 1755, p. 491a–497b) concernant les *Eléments de géométrie*, il faisait grand cas de ses *Institutions de géométrie*. Ce traité est à la fois un manuel de mathématiques à destination des débutants, une encyclopédie mathématique (il contient deux parties introductives d'arithmétique et d'algèbre, suivie d'une géométrie dans un sens très large, incluant ses domaines d'application), et un manuel de philosophie de la connaissance et de l'enseignement. Rédigé en deux tomes, il est précédé d'un long discours sur l'étude des mathématiques (dont la première version avait été publiée en 1743) et a été réédité trois fois (1751, 1757, 1765) avec des ajouts et des précisions à chaque version.

Le caractère à la fois encyclopédique et didactique de l'ouvrage est marqué par la présence de longues et nombreuses annotations de contenus variés, mais contenant une définition systématique de chaque terme introduit, y compris quand il est (apparemment) très simple. On peut donc comparer les premières occurrences (et définitions, en note) des termes *proposition*, *problème* et *théorème*, *solution*, *démonstration*, ici définis ou servant à la caractérisation (les renvois paginés ci-dessous sont à la troisième édition, de 1757).

Le terme structurant le déroulement des *Institutions* n'est pas, comme dans un traité classique d'éléments, le terme *proposition* (décliné soit en *problème*, soit en *théorème*) mais très clairement celui de problème, qui gouverne très largement les trois traités d'arithmétique (t. I, p. 59-160), d'algèbre (t. I, p. 160-310) et les deux traités de géométrie (de l'enfance, t. I, p. 310 - t. II, p. 96 et de l'adolescence, t. II, p. 96 et seq.) qui composent les *Institutions*. Il est défini (p. 64, au début de l'Arithmétique) comme « une question à résoudre », expression qu'on retrouve dans notre article, comme on l'a vu. En particulier, les premiers problèmes (d'arithmétique) comportent une démonstration, définie (p. 68) comme « un discours par lequel on produit une preuve convaincante que l'on a dû trouver ce qui était cherché », expression qui a des ressemblances marquées avec la formule « discours par lequel on énonce... ». Cette prévalence de la notion de problème est probablement un emprunt (quoique laissé largement implicite) aux *Eléments de Géométrie* de Clairaut (1741), dont La Chapelle salue l'innovation dans la conclusion de l'article ELEMENS DES SCIENCES, (*Philosophie*) (t. V, 1755, p. 491a–497b).

Le terme de *Proposition* ne se rencontre chez La Chapelle que bien plus loin, dans la première partie du texte de géométrie (t. I, p. 347) et dans un sens restreint qui correspondrait à ce qui est appelé dans l'article un *théorème* : « *Proposition*. C'est un discours par lequel on énonce une vérité démontrée, ou que l'on se propose de démontrer. » On l'a vu plus haut, on retrouve donc bien le vocabulaire de l'article, mais pas le sens qui est chez La Chapelle plus restrictif. La plupart des propositions/théorèmes de La Chapelle, dans le livre I de la partie géométrique, concernent les propriétés élémentaires faisant intervenir des angles et sont nettement minoritaires par rapport aux problèmes. Sa première introduction est visiblement l'occasion pour La Chapelle de discuter de la notion logique de proposition *converse*, dont il a été question plus haut au sujet d'une des nombreuses notes qu'il consacre à ce type de propositions.

Le terme *théorème* n'apparaît quant à lui que très peu, seulement au livre III du traité de géométrie, dit « géométrie de l'adolescence » et où est introduite la théorie des proportions, à partir d'un unique « théorème » fondamental (t. II, p. 104). La définition suivante est alors proposée en note et se distingue mal de celle de la « proposition » (ci-dessus) : « *Théorème*. Proposition où il s'agit de démontrer une vérité découverte. » D'emploi unique (pour ce seul théorème fondamental, à savoir que « dans une proportion Géométrique, le produit des extrêmes est toujours égal au produit des moyens », le terme n'a ici aucune généralité et ne se distingue à la rigueur de la *proposition*, élément d'une chaîne logique pour La Chapelle, que par son caractère premier et fondateur de la théorie. Le terme *solution* n'est presque jamais employé par La Chapelle, qui lui préfère systématiquement le mot *résolution*, avec le même sens.

Le théorème classique sur les trois angles d'un triangle invoqué ici, apparaît dans les *Institutions* comme la proposition IX du premier traité de géométrie, sous la forme « Les trois angles *a*, *b*, *c* d'un triangle quelconque EFO, pris ensemble, valent précisément la somme de deux angles droits », formulation peu classique et déjà instanciée en référence à une figure. Quant au problème de la recherche d'une troisième proportionnelle, il apparaît au tome II, p. 208, sous la forme là aussi instanciée « trouver une troisième proportionnelle aux deux lignes AB, BC », donc sans référence à des quantités mais seulement à des lignes.

En tout et pour tout, et malgré les rencontres que nous avons déjà relevées, la correspondance sémantique est assez mauvaise entre l'usage, assez original et revendiqué comme tel (voir par exemple tome I, p. 393, note (a)), et le sens mis en valeur dans Chambers. Ce dernier reste plus proche d'une tradition classique comme celle que suit le traité de Dechalles revu par Ozanam (*Les Eléments d'Euclide du P. Dechalles, édités par J. Ozanam*) qui fait autorité au début du XVIII^e siècle. Les rencontres sont néanmoins suffisantes, pour qu'on y voie une source de la rédaction au niveau du vocabulaire voire de la notion même (dans le cas du *problème*).

On remarque par ailleurs que La Chapelle n'a pas saisi ici l'occasion d'exprimer ses idées sur le vocabulaire propre aux géométries élémentaires, alors qu'il le fait ailleurs, par exemple aux articles ELEMENS DES SCIENCES, (*Philosophie*) (t. V, 1755, p. 491a–497b) ou encore dans INDIVISIBLE, (*Géométrie*) (t. VIII, 1765, p. 684b–686a) ou POINT, en *Géométrie* (t. XII, 1765, p. 871a–b). C'est plutôt D'Alembert qui le fait, par exemple dans son long commentaire spirituel de la notion de Corollaire COROLLAIRE, en *Géométrie* (t. IV, 1754, p. 259b) où il revendique l'emploi de termes qui soient simples (comme « conséquence ») et non savants. Mais cet idéal de simplicité et de clarté était sans nul doute partagé par La Chapelle, et sa façon de rédiger en cherchant la simplification en témoigne.

Bibliographie

Maurice Caveing, « Introduction générale » dans Bernard Vitrac et Maurice Caveing (éd.), *Les Eléments - vol. I, introduction générale, livres I-IV : géométrie plane. Traduction et commentaires par B. Vitrac.*, Presses Universitaires de France, Paris, 1990, p. 13-148.

Katherine Laura Dunlop, « Mathematical Method and Newtonian Science in the Philosophy of Christian Wolff », *Studies in History and Philosophy of Science*, 44/ (2013), p. 457-469 [consulter].

Bernard Vitrac, « Sur les théories des proportions », dans *Les Eléments*, vol. II, Presses Universitaires de France, Paris, 1994, p. 507-538.

par Alain Bernard, le 28 mai 2022 à 15:06:59