



**HAL**  
open science

# Lectures mathématiques : sédimentation, réactivation ou partage ?

Lucien Vinciguerra

► **To cite this version:**

Lucien Vinciguerra. Lectures mathématiques : sédimentation, réactivation ou partage ?. *Methodos : savoirs et textes*, 2020, 20, 10.4000/methodos.7065 . halshs-04362880

**HAL Id: halshs-04362880**

**<https://shs.hal.science/halshs-04362880>**

Submitted on 23 Dec 2023

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

---

## Lectures mathématiques : sédimentation, réactivation ou partage ?

*What happens when we read a mathematical text? Reactivation or delimitation?*

Lucien Vinciguerra

---



### Édition électronique

URL : <https://journals.openedition.org/methodos/7065>  
DOI : 10.4000/methodos.7065  
ISSN : 1769-7379

### Éditeur

Savoirs textes langage - UMR 8163

Ce document vous est offert par Université de Lille



### Référence électronique

Lucien Vinciguerra, « Lectures mathématiques : sédimentation, réactivation ou partage ? », *Methodos* [En ligne], 20 | 2020, mis en ligne le 18 février 2020, consulté le 23 décembre 2023. URL : <http://journals.openedition.org/methodos/7065> ; DOI : <https://doi.org/10.4000/methodos.7065>

---

Ce document a été généré automatiquement le 16 février 2023.



Le texte seul est utilisable sous licence CC BY-NC-ND 4.0. Les autres éléments (illustrations, fichiers annexes importés) sont « Tous droits réservés », sauf mention contraire.

---

# Lectures mathématiques : sédimentation, réactivation ou partage ?

*What happens when we read a mathematical text? Reactivation or delimitation?*

Lucien Vinciguerra

---

- 1 Les mathématiques ont connu des bouleversements et des refontes. Elles ne pensent plus leur rationalité comme le faisaient les contemporains d'Euclide. Elles n'ont cessé de discuter et reconstruire leurs fondements et ce qui fait la nature et la rationalité de leurs objets. Mais elles n'ont jamais vécu ces grands effondrements qu'a connus la physique. La physique galiléenne a beau devoir une part de ses concepts et de ses problèmes à la science médiévale, elle n'en a pas moins détruit les principes de la science du cosmos et du mouvement qui régnait avant elle. Depuis Einstein, la physique de Newton est devenue fautive, n'ayant plus de validité qu'approximative. L'histoire des sciences expérimentales est faite de rectifications, de réfutations et d'abandons. La très grande part des mathématiques anciennes demeure en revanche toujours vraie pour nous. Nous apprenons encore les théorèmes de Pythagore et de Thalès comme une part de notre propre savoir. Ainsi, les théories mathématiques durent. Lire un texte mathématique du passé, c'est rencontrer d'abord une permanence : les théories qu'on y découvre trouvent encore place dans notre savoir. Les mathématiques sont relues, réinterprétées, étendues. Mais elles ne sont pas détruites ou supprimées.
- 2 Sans doute arrive-t-il que, localement, des séquences du savoir du passé soient devenues fausses ou mortes pour nous. Les articles des mathématiciens comportent souvent des fautes, que le développement ultérieur de la recherche corrige. Parfois, des méthodes et des principes mal justifiés conduisent à des erreurs formant système : ainsi, Leonardt Euler avait tort, au milieu du XVIII<sup>e</sup> siècle, de penser qu'un principe pour lui fondamental et que nous avons rejeté, la « loi de généralité de l'algèbre » devait nous conduire à admettre, contre l'évidence, que  $-1=1+2+4+8+16+\dots$ <sup>1</sup>. Mais ces erreurs et ces abandons n'existent que sur fond de vérité, des vérités nées un jour et demeurées pour leur très grande part valides jusqu'à nous. Les théories mathématiques durent, et elles durent

longtemps. C'est de cette permanence que Husserl s'étonnait dans *L'origine de la géométrie* :

« Notre préoccupation doit aller en retour sur le sens le plus originaire selon lequel la géométrie est née un jour et dès lors est restée présente comme tradition millénaire, le reste encore pour nous et se tient dans le vif d'une élaboration incessante<sup>2</sup> ».

- 3 Le geste mythique du premier géomètre inventant, à partir des pratiques de l'arpentage, l'idéalité de la figure, dure jusque dans la géométrie d'aujourd'hui qui le reconnaît encore au sein de son savoir.
- 4 Et pourtant, cette permanence va contre une expérience qui s'impose à l'historien des sciences. En lisant les textes anciens, ce dernier découvre qu'ils ne parlent pas des mêmes objets que ceux qui nous sont familiers. Si la plupart des énoncés de la théorie des grandeurs de la science antique peuvent encore être tenus pour vrais, la notion même de grandeur a été abandonnée avec l'arithmétisation de l'Analyse au XIX<sup>e</sup> siècle. Les indivisibles de Cavalieri n'ont plus droit de cité dans un texte mathématique d'aujourd'hui, quand bien même nombre d'énoncés du savant italien pourraient être conservés comme relevant du calcul intégral. Et les théorèmes de Thalès et de Pythagore ont perdu leur généralité dans la géométrie contemporaine, liés à des axiomatiques particulières. L'historien qui se penche sur le texte de la *Géométrie* de Descartes y trouve des objets qui ne sont pas ceux de notre moderne géométrie algébrique. Dans une équation en  $x$  et en  $y$  au deuxième livre de la *Géométrie*, comme cette équation de l'hyperbole qui est la première que Descartes construise :
 
$$yy=cy-(cx/b)y+ay-ac$$
- 5 nous retrouvons un objet familier dans la mesure où nous pensons l'équation prendre ses valeurs dans des ensembles de nombres réels, et où nous nous représentons une correspondance entre les points du plan et les couples de nombres réels. Or, dans le texte cartésien, les lettres de constantes et de variables ne désignent pas des nombres, mais des droites de longueurs finies. L'addition et la multiplication sont des opérations qui portent sur des lignes et non des nombres. Son équation n'est donc pas la nôtre. Autre exemple : le logarithme dont Leibniz fait la théorie dans sa polémique avec Jean Bernoulli au début du XVIII<sup>e</sup> siècle n'est pas la fonction que nous appelons de ce nom. Il n'est pas une fonction, mais un objet harmonique, correspondance de deux séries, qui s'éclaire à partir de la théorie de l'harmonie dans sa philosophie<sup>3</sup>. À porter attention aux détails des textes et des arguments, l'historien découvre que les protagonistes de l'histoire des sciences ne parlent pas des mêmes objets là même où ils reprennent leurs prédécesseurs, et parfois même lorsqu'ils conversent entre eux : le logarithme de Bernoulli n'est pas celui de Leibniz, qui discute pourtant avec lui.
- 6 Du point de vue du regard du mathématicien jeté sur son propre passé dont il ressaisit l'unité et l'universalité, il y a bien permanence. Mais du point de vue de l'historien attentif aux détails, à tous les événements qui ont lieu dans un texte, et à ce qui rattache le savoir mathématique à la pensée de son auteur, les mathématiques apparaissent comme une multiplicité de récits divergents, et cette permanence se dissipe.
- 7 Il faut donc interroger ce double regard. Car en vérité, le savoir mathématique du passé ne nous est pas donné d'emblée sur le mode de concepts, de vérités et de théories. Nous lisons des textes. C'est par le truchement de signes et des traces marquées sur leurs pages, et qui agissent sur nous, que nous accédons aux vérités et aux erreurs du passé. Entre elles et nous il y a donc fondamentalement un acte de lecture, et c'est cet acte de lecture

qui nous permet d'entrer, en quelque sorte, dans le monde d'une théorie. Que doit être alors cet acte pour qu'il soit en même temps possible de retrouver tout aussi bien permanence et divergence ? Quelle propriété de ce regard nous permet-elle de ressaisir le théorème de Pythagore dans notre savoir, et en même temps la différence qui nous sépare de ce qu'il a été au moment de sa découverte ? Quel rapport la lecture que nous faisons des textes du passé entretient-elle avec celle que les savants de ce passé faisaient les uns des autres ?

- 8 Revenons désormais sur l'interrogation de Husserl dans *L'origine de la géométrie*. Pour le philosophe, la permanence énigmatique de la géométrie depuis ses origines, le fait que sa vérité a duré jusqu'à nous, s'éclaire dans une interrogation sur la lecture et sur le rapport du savoir aux écritures en lesquelles il a été déposé sous une forme pour nous réactivable.

« Comment, une science telle que la géométrie est-elle possible ? Comment peut-elle, en tant qu'édifications d'idéalités étagées, édification systématique et s'accroissant indéfiniment, maintenir sa vertu signifiante originaire dans une réactivabilité vivante, alors que sa pensée connaissante doit produire le neuf sans pouvoir réactiver, jusqu'au plus bas, les étages passés de la connaissance ?<sup>4</sup> »

- 9 Cette possibilité a pour condition une chaîne historique de transmission de sens qui constitue une tradition. Mais la tradition et la transmission propre aux mathématiques ne passe pas par la simple réception d'un message, à la manière de l'élucidation passive qui s'opère en nous dans la lecture ordinaire :

« Si nous réfléchissons par exemple à la façon dont nous comprenons au cours d'une lecture superficielle de journaux, et dont nous recevons simplement les « nouvelles », nous voyons qu'il y a là une assomption passive de la valeur d'être, par laquelle ce qui est lu vient au devant de l'opinion.<sup>5</sup> »

- 10 La lecture comme simple instrument de transmission d'information n'est que la réception d'un sens donné passivement au lecteur. La lecture du texte mathématique enveloppe tout autrement le regard du mathématicien. Car l'enchaînement historique de la géométrie est en même temps enchaînement logique de déductions dans lequel le présent est impliqué logiquement par le passé, et processus continu d'élucidation du sens premier de l'idéalité géométrique, faisant cette fois du passé ce qui est impliqué dans et par le présent. Les mathématiques, explique Husserl, se donnent comme l'élucidation et la clarification rationnelle de leur passé en même temps qu'elles trouvent dans ce passé leur raison : « le problème de l'explicitation historique authentique coïncide dans les sciences avec celui de la fondation ou de l'élucidation épistémologique<sup>6</sup> ». Une connaissance soucieuse de sa fondation et de sa clarté garantit alors une histoire « qui soit à tout jamais et pour toute génération à venir re-compréhensible et donc transmissible, reproductible avec son sens intersubjectif identique<sup>7</sup> », puisque son élucidation se confond avec la saisie de son origine. Une fois que l'idéalité a été déposée dans une écriture, elle est indéfiniment réactivable :

« Ainsi s'accomplit donc, grâce à la notation écrite, une conversion du mode d'être originaire de formation de sens, par exemple dans la sphère géométrique, de l'évidence de la forme géométrique venant à énonciation. Elle se sédimente, pour ainsi dire. Mais le lecteur peut la rendre à nouveau évidente, il peut réactiver l'évidence<sup>8</sup> ».

- 11 Cette réactivation n'est plus alors la simple réception d'un sens familier, puisqu'elle doit avoir une univocité suffisante pour que chaque lecteur savant puisse réeffectuer lui-même la succession des gestes permettant d'atteindre son sens :

« Conformément à l'essence de la science, il revient donc au rôle de ses fonctionnaires d'exiger en permanence ou d'avoir la certitude personnelle que tout ce qui est porté par eux à l'énonciation scientifique soit dit « une fois pour toutes », que cela soit « établi » indéfiniment reproductible dans son identité, utilisable dans l'évidence et à des fins théoriques et pratiques ultérieures, en tant qu'indubitablement réactivable dans l'identité de son sens authentique<sup>9</sup> ».

- 12 Ainsi, par-là, les théories mathématiques ne meurent pas. Le savoir qui s'est à un moment, selon l'expression de Husserl, sédimenté dans un signe, demeure à notre disposition. Notre regard sur les textes et les écritures anciennes peut les réveiller et les faire revivre dans notre savoir.
- 13 Prenons désormais un exemple dans une histoire particulière, celle de l'algèbre, dont on sait qu'elle était pour Husserl l'histoire d'une perte de sens par rapport à la géométrie des formes idéales de l'Antiquité<sup>10</sup>, mais où il est facile de lire une semblable permanence. Il est bien vrai que nous retrouvons aujourd'hui nos propres évidences, notre propre savoir de la géométrie algébrique et de l'Analyse dans, par exemple, le texte de la *Géométrie* de Descartes. Entre nous et cette dernière ont cependant eu lieu une série de transformations. Pour Descartes, seules étaient recevables dans la géométrie les courbes constructibles en un nombre fini d'étapes. Cette limite ensuite est transgressée et l'infini trouve son lieu dans les mathématiques : les courbes transcendantes prennent place dans le savoir du géomètre, tandis que le calcul infinitésimal étend le domaine du calcul symbolique. À la suite finie d'expressions algébriques mise en œuvre dans le nouveau symbolisme cartésien font suite les développements infinis des séries de fonction au XVIII<sup>e</sup> siècle. Mais tout cela ne supprime pas les vérités cartésiennes : le savoir qui les suit en est le développement qui les maintient vivantes en lui. Or cette continuité se lit dans les deux sens. D'abord, nous pouvons penser l'algèbre et l'Analyse des XIX<sup>e</sup> et XX<sup>e</sup> siècles comme la conséquence des problèmes et des méthodes nouvelles inventés par Descartes. Entre les deux, il y a à la fois une transformation historique et une succession d'enchaînements rationnels. À partir de Descartes, des problèmes se posent qui appellent une solution d'où naissent de nouveaux problèmes jusqu'à la refondation de l'Analyse à partir du XIX<sup>e</sup> siècle (l'arithmétisation de l'Analyse, et l'abandon du concept de grandeur). Par-là, la *Géométrie* s'insère dans les mathématiques des siècles ultérieurs qui l'étendent et la généralisent. Elle les éclaire comme la première raison depuis laquelle elles ont enchaîné toutes les autres. Mais inversement, nous pouvons trouver dans la géométrie algébrique et l'Analyse qui se sont développées après elle la raison d'une partie des impasses et des difficultés du savoir cartésien. Comme l'écrivait Cavailles, l'« après explique l'avant ». C'est à partir de ce que nous savons depuis et après Descartes que nous pouvons comprendre ce que Descartes pouvait et ne pouvait pas faire. Nous retrouvons non seulement notre passé dans le présent, mais aussi notre présent agissant dans les textes du passé, et cette possibilité est essentielle pour que nous reconnaissons ceux-là comme mathématiques et que nous les réactivions dans notre savoir.
- 14 Mais s'il est vrai qu'un regard historien est au contraire amené à découvrir dans le texte du passé d'autres objets que les nôtres, si pour lui cette conscience d'identité et de permanence se dissipe, s'il est donc possible de lire autrement qu'en cet aller et retour des raisons entre le passé et le présent, il faut peut-être penser autrement la lecture du texte mathématique. Husserl nous a montré que la réflexion sur l'histoire des mathématiques ne pouvait d'emblée se tenir sur le terrain des concepts et des théories, et qu'elle engageait, comme sa condition, une théorie de la lecture. Mais n'avait-il pas tort d'appuyer cette lecture sur une identité ? Notre reconnaissance ne s'appuie peut-

être pas sur un contenu demeuré identique depuis son dépôt dans une écriture, et ce que notre regard accomplit en ce texte n'est peut-être pas le réveil d'un semblable contenu.

- 15 Il faut donc davantage interroger ce qui rend possible ce double regard, du savant qui retrouve l'unité et la solidarité de son histoire, et de l'historien qui y découvre toujours une forme de divergence et de désaccord. Que doit être ce regard, pour qu'une semblable équivocité des textes soit possible ? Ne faut-il pas qu'il y ait dans notre regard rétrospectif, ce regard porté depuis le présent vers le passé pour le reconnaître comme science, une invention plutôt qu'une réactivation ? Si nous retrouvons dans le savoir passé notre propre savoir, c'est sans doute par un acte de lecture qui fait de notre savoir d'aujourd'hui le métalangage du texte du passé, et par là interprète le texte en lui donnant des objets qui sont les nôtres. Il faut peut-être alors substituer à la métaphore husserlienne du réveil et de la réactivation des signes dans la lecture celle du miroir : nous retrouvons dans le texte du passé le visage en miroir de nos propres objets parce que nous faisons alors de ce texte le miroir de notre savoir d'aujourd'hui, et parce que le texte porte en lui cette possibilité, et non parce que nous accédons par là à une essence présente dès l'origine, que nous aurions la possibilité de réactiver. Et à cette autre métaphore husserlienne de la sédimentation géologique, déposant le contenu du savoir passé dans un signe que le présent saurait réveiller, ne faut-il pas encore substituer une autre sédimentation, celle qu'opère le chimiste et qui consiste à faire apparaître dans un matériau un partage, qui dépend essentiellement d'un geste qui est le sien ?
- 16 Ainsi, dans la mesure où, à ce regard retrouvant son présent dans le passé, s'oppose l'autre regard de l'historien, ne faut-il pas imaginer l'acte de lecture comme une opération de partage, plutôt que de révélation d'une origine ? Le regard en arrière du savant retrouve son propre savoir parce qu'il trace dans le texte des lignes de partage qui ne sont pas celles de l'historien. On pourrait alors distinguer de ce point de vue au moins trois grands partages, conditions de la lecture d'un texte mathématique :

## 1. Partage entre le vrai et le faux

- 17 La tradition française de l'histoire des sciences nous a appris qu'il n'y avait pas de lecture du texte scientifique sans un acte de jugement et de position de valeur, qui est l'acte de partage du vrai et du faux. Nous ne pouvons mettre en évidence le sens des problèmes d'un texte scientifique sans distinguer en lui ce que Bachelard appelait le passé sanctionné, celui qui a reçu la sanction du présent le tenant aujourd'hui encore pour vrai, et le passé périmé, rejeté dans le monde de l'erreur et de l'errance scientifique. C'est à partir de ce premier partage que nous pouvons comprendre les difficultés que rencontrait l'auteur pour mettre en place et construire son savoir, les obstacles épistémologiques auxquels il se heurtait sans le savoir, les détours par lesquels il lui a fallu passer, par des chemins de traverses qui parfois ont été des erreurs nécessaires, pour atteindre une vérité. Si la science n'est pas un simple phénomène de culture, et ne doit pas être considérée seulement comme tel par l'historien, c'est parce qu'elle implique ce partage qu'elle trace elle-même en permanence dans son passé et dont l'historien doit tenir compte. Son regard sur le texte s'appuie sur ce partage, et ne peut donc jamais tout à fait faire abstraction de ce que son présent tient pour vrai.
- 18 Par-là, l'histoire des sciences accompagne la science présente et demande à être réécrite en partie lorsque la science se transforme. En cette opération, toutes sortes de renversements sont possibles. Au XVIII<sup>e</sup> siècle, le marquis de l'Hôpital croyait découvrir

dans le calcul infinitésimal un nouveau monde de nombres, le monde de l'infiniment petit. Il affirmait l'existence, en sus des grandeurs ordinaires, de grandeurs infiniment petites. Au XIX<sup>e</sup>, Cauchy et Weierstrass effacent d'un coup cette fantasmagorie, en construisant rigoureusement le concept de convergence d'une fonction. Les dérivées de fonctions n'impliquent pas l'existence d'infiniment petits. Elles sont définies comme limites de rapports, sans supposer l'existence de quantités évanouissantes. Les énoncés du marquis de l'Hôpital apparaissent alors comme des erreurs ou des naïvetés. Mais au milieu du XX<sup>e</sup> siècle, à partir d'une réflexion sur la théorie des modèles de Tarski, Abraham Robinson invente une nouvelle discipline, l'analyse non standard, qui redonne droit d'existence aux nombres infinitésimaux<sup>11</sup>. À ce moment-là se partagent autrement, pour l'historien le vrai et le faux dans les textes du XVIII<sup>e</sup> siècle. Il serait bien sûr naïf de trouver dans le texte du marquis de l'Hôpital des nombres non standard : la récurrence du regard mathématique n'est jamais la simple découverte dans le texte passé des objets du présent, et dans son auteur un simple précurseur, concept dont on connaît la faiblesse. Mais l'invention de Robinson oblige à relire le passé et à analyser autrement en lui les obstacles et les conditions de l'émergence du vrai.

- 19 Or, ce nouveau partage du vrai et du faux n'est pas la réattribution d'une valeur de vérité à des énoncés dont la signification demeurerait inchangée. En redistribuant ces valeurs, l'historien transforme en même temps les significations qu'il déchiffre dans les textes. La philosophie du langage du XX<sup>e</sup> siècle, et celles de Quine et Davidson en particulier, nous a appris l'impossibilité de séparer dans le discours la question des croyances et celle des significations. Nous attribuons aux mots et aux phrases d'un interlocuteur un sens qui est toujours déterminé par ce que nous tenons pour vrai dans son discours. Face à une phrase de ce discours, nous avons le choix de décider qu'elle parle de telle ou telle chose en disant vrai ou qu'elle dit faux d'une autre. Il y a donc une indétermination irréductible, qu'une expérience de traduction radicale manifeste, mais que nous rencontrons en vérité dans la conversation la plus familière. Dans la traduction radicale, je me tiens face à un discours dans une langue dont je ne sais rien. Pour l'interpréter, je dois décider de ce qui dans le discours de l'autre doit être tenu pour vrai, afin de relier ses paroles au contexte qui les entoure. Mais cette décision n'est pas univoque. Je dois faire des choix, et de ces choix découlent les significations que je prête à ces mots. Si bien que deux explorateurs traducteurs essayant de comprendre, chacun de son côté, le langage d'une peuplade isolée, pourront parvenir à deux manuels de traduction donnant des sens radicalement différents aux phrases des indigènes, sans que rien ne puisse jamais permettre de trancher entre ces deux manuels<sup>12</sup>.
- 20 Or, cette indétermination que l'on peut mettre en scène dans la fiction d'une traduction radicale d'une langue absolument inconnue est au cœur de notre propre langue. Nous avons nous aussi le choix, face aux propos de l'autre, de décider qu'ils disent vrai d'une chose ou faux d'une autre :

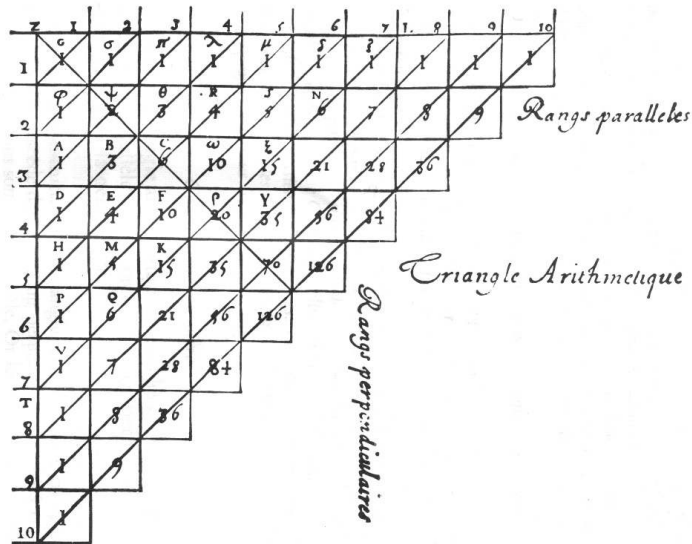
« Supposons que quelqu'un dise : « il y a un hippopotame dans le réfrigérateur » ; ai-je nécessairement raison en rapportant qu'il a dit qu'il y a un hippopotame dans le réfrigérateur ? Peut-être, mais si la personne ajoute : « c'est rond, cela a une peau ridée, cela se laisse toucher. Ça a un goût agréable, au moins le jus (...) ». Après un certain nombre d'échanges de ce type, nous en venons à penser qu'il n'est plus plausible de penser ou même possible de dire correctement qu'il y avait un hippopotame dans le réfrigérateur, car il devient clair qu'il voulait dire par ces mots autre chose que ce que je veux dire moi-même. (...) Mon mot « orange » ferait mieux l'affaire<sup>13</sup> ».



- 21 De sorte que, ajoute Davidson, « au-delà d'un certain seuil, on ne peut pas décider, même en principe, entre l'affirmation que l'autre a utilisé les mots comme nous, mais a des croyances bizarres, et l'affirmation que nous n'avons pas bien traduit ses dires<sup>14</sup> ».
- 22 Cette expérience de l'orange-hippopotame est au cœur de notre lecture de la science passée. Le regard historien porté vers le texte du passé est sans cesse amené à faire des choix. Si tel terme, telle expression signifiait tel ou tel concept, alors il faut admettre que telle phrase dans le texte est fautive, et telle autre véridique. Mais s'il s'agit d'un autre concept, alors s'inversent le vrai et le faux. Ces choix ne sont pas arbitraires. Si je veux comprendre ce texte passé, je suis obligé de le tenir en grande partie pour vrai. Selon la formulation davidsonienne, je dois maximiser l'accord<sup>15</sup>. Mais il y a plusieurs manières de le faire. D'où une équivocité du texte ancien, suivant que je maximise ses vérités par rapports à celles de la science d'aujourd'hui, faisant passer d'une certaine manière le vrai et le faux et, par-là, faisant apparaître certaines significations plutôt que d'autres, ou suivant que je choisis de relier ses phrases à celles de ses contemporains, ou aux autres phrases de son auteur. Dans un cas je découvre l'unité de la science en la séparant de la culture qui lui est contemporaine, et avec elle je déchiffre mes propres significations dans le texte ; dans l'autre je donne à lire sa dispersion et son hétérogénéité.

## 2. Partage entre image et langage

- 23 Mais l'acte de lecture du texte passé ne peut s'épuiser dans une opération d'interprétation, qui concerne aussi bien le discours oral que l'écrit et n'est pas spécifique au discours scientifique. La nature écrite du savoir mathématique introduit de nouvelles incertitudes. Devant le texte, l'œil ne se tient pas face à un ensemble de signes qui lui seraient donnés comme des objets positifs dont il pourrait tenir le registre. Il doit lui-même tracer le partage, et c'est là le deuxième partage, entre ce qui est linguistique et ce qui est image, entre ce qui est signe et ce qui est partie de signe, entre une différence qui dans ce signe représente et une autre qui n'est que variation insignifiante, entre ce qu'il voit et ce qu'il lit. Or, là encore demeurent toutes sortes d'indéterminations. Ouvrons par exemple les petits traités pascaliens sur le triangle arithmétique<sup>16</sup>. Nous y trouvons un ensemble de lignes se croisant à angle droit, délimitant des carrés que Pascal nomme cellules. À l'intérieur de chaque cellule, un nombre.

Fig. 1.- Pascal, *Traité du triangle arithmétique*.

Pascal, *Traité du triangle arithmétique*, dans *Œuvres complètes*, tome 2, Desclée de Brouwer, 1970, p. 1289.

- 24 Quel type d'objet s'offre à notre lecture ? Une figure, à la manière de celle des géomètres antiques, à laquelle Pascal aurait adjoint une série de grandes frises de nombres, chacun en sa cellule comme une statuette en son cadre de pierre ? Ou bien une multiplicité d'énoncés dont la représentation graphique n'est que l'abrégé, puisqu'au fond chaque ligne du triangle peut se lire comme un énoncé arithmétique. Lu depuis ce que nous avons appris, Pascal y découvre ce que nous appelons les coefficients binomiaux. Mais à prendre garde à l'organisation discursive de ces traités, la figure géométrique semble jouer chez lui un rôle plus important que celui d'une présentation synoptique. Pascal décrit d'abord le triangle comme une véritable figure, dont il produit la construction dans un traité à part. D'autres traités à la suite proposent des usages de cette construction arithmético-géométrique. Où est le langage et où est l'image ? L'incertitude demeure, et les choix opérés par notre regard inséreront différemment les traités pascaliens dans l'histoire des mathématiques, ou dans celle de l'œuvre du philosophe savant.
- 25 Autre exemple, pris cette fois dans l'histoire des notations algébriques. On sait que l'*Ars magna* de Jérôme Cardan, en 1543<sup>17</sup>, développe ses procédés de résolutions de problèmes sans faire usage de notations symboliques. Dans la tradition française qui suit la publication de l'ouvrage, à la Renaissance et au début de l'âge classique, on peut mettre en évidence la progression d'un usage des symboles. Jacques Peletier du Mans, en 1554, introduit la lettre R pour désigner l'inconnue, la *res* de l'*Ars magna*, mais toutes les autres grandeurs d'un problème de géométrie ou d'arithmétique demeurent encore nommées discursivement<sup>18</sup>. Un peu plus tard, François Viète, dans *l'Isagoge*, utilise des lettres différentes pour les inconnues et les données du problème, et parvient à de véritables équations symboliques, au prix de tout un travail préparatoire rendu nécessaire par sa difficulté à penser la multiplication des grandeurs. Enfin, Descartes utilise pour les inconnues le symbolisme qui est le nôtre aujourd'hui, et simplifie les notations. Mais la

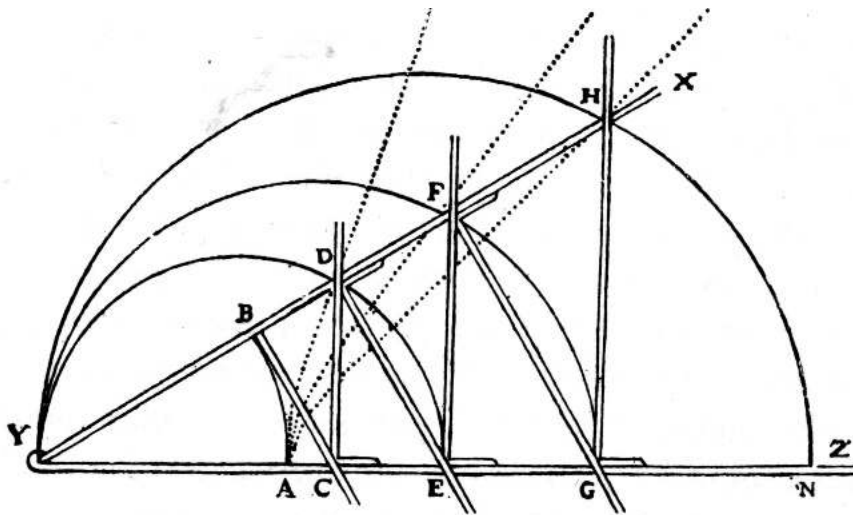
lettre  $R$  de Jacques Peletier est-elle vraiment pour lui une lettre désignant un objet. Lisons plutôt ce qu'il en écrit :

« Donc pour le nombre inconnu je mets  $R$ , c'est-à-dire je mets  $R$  être égal au nombre inconnu. Puis je raisonne ainsi. La tierce partie de  $R$  est  $1/3R$ , et la quarte partie de  $R$  est  $1/4R$  ; lesquelles parties ôtées de  $R$  laissent  $5/12R$ . Mais comme  $R$  est égal à tout le nombre inconnu,  $1/3R$  est égal à  $1/3$  d'icelui, et  $1/4R$  à  $1/4$ . Ainsi, après avoir ôté  $1/3R$  et  $1/4R$  de  $R$ , et semblablement  $1/3$  et  $1/4$  du nombre à trouver, comme veut la question, les deux demeurant sont égaux. Or  $1/4R$  et  $1/3R$  ôtés de  $R$  laissent  $5/12R$ , et  $1/4$  et  $1/3$  ôtés du nombre que je cherche laissent  $10$ . Il faut donc que  $10$  soit égal à  $5/12R$ . Voilà notre équation trouvée<sup>19</sup> ».

- 26 Le calcul est singulièrement dédoublé. Pour une part il parle du  $R$ . Mais chaque énoncé faisant intervenir ce  $R$  se répète en un autre énoncé portant sur le nombre inconnu, nommé « le nombre à trouver » ou « le nombre que je cherche ». À bien y prendre garde,  $R$  n'est peut-être pas un nom pour Jacques Peletier. Sinon, on ne saurait donner aucun sens à ce dédoublement. « Pour le nombre inconnu, je mets  $R$  » veut peut-être dire pour lui que  $R$  est dans son calcul à la place du nombre inconnu. Il est ainsi un autre objet, que l'on substitue à l'objet inconnu pour avoir devant soi quelque chose de familier avec quoi on puisse calculer. Et ainsi l'algèbre de Peletier garde une proximité essentielle avec l'ancienne géométrie. Elle a besoin que son objet se tienne devant le lecteur, et ne sait donner aucun sens à un calcul sur un objet absent et hors d'atteinte. Sans nul doute, faire du  $R$  une lettre, terme d'un langage à interpréter, réinscrit le travail de Peletier dans l'histoire universelle de l'algèbre. Mais en faire un objet à la place d'un autre, plus proche alors d'une figure que du langage, ouvre sur une histoire bien différente.

### 3. Partage entre texte et théorie

- 27 Enfin, le texte mathématique n'est jamais de part en part mathématique. Le lecteur doit encore savoir partager, dans le texte qu'il tient sous son regard ce qui est véritablement savoir mathématique et théorie et ce qui doit être rejeté dans la marge. Texte et théorie sont toujours dans un excès réciproque. Une théorie n'est jamais contenue dans un texte particulier. Elle le déborde nécessairement vers d'autres textes réels ou possibles, vers des énoncés que je peux déduire de ceux du texte que je tiens sous mon regard, vers des constructions que je peux ajouter à celles qui sont figurées en lui, vers d'autres objets que ceux dont le texte me parle. Mais à l'inverse, un texte n'est jamais de part en part théorie. À côté du travail de la preuve, des concepts et des objets qui définissent ce qu'on a envie d'appeler le contenu théorique d'un texte, il y a des remarques qui accompagnent le lecteur, des préliminaires, des digressions, et parfois des annotations historiques ou biographiques. Mais il y a surtout des énoncés, des termes et des objets dont il n'est pas évident de savoir s'ils sont bien des éléments de la théorie que construit le texte. La *Géométrie* de Descartes est un texte où nous pouvons lire une théorie des équations qui est une nouvelle manière de résoudre des problèmes de géométrie plane ou solide. Elle parle de courbes et de droites. On peut, suivant le regard qu'on porte sur elle, insister sur sa place dans l'histoire de l'algèbre ou sur son insertion dans la tradition géométrique. Mais des petits procédés mécaniques par lesquels le philosophe construit concrètement ses courbes, au livre II, au moyen de petites équerres glissant ou pivotant les unes par rapport aux autres, que faut-il faire ?

Fig. 2.- Descartes, *La géométrie*, livre II.

Descartes, *La géométrie*, livre II, AT, VI, 317.

- 28 Ces équerres, autres objets de son discours, appartiennent-elles à la théorie cartésienne ? Sont-elles nécessaires à la connaissance des lignes courbes de la géométrie, en définissant le « mouvement régulier » qui permet qu'elles soient « reçues en la géométrie<sup>20</sup> » ? Sont-elles elles-mêmes des objets théoriques ? Ou seulement des procédés annexes qu'il est permis d'effacer ? Notre savoir d'aujourd'hui ne leur donne plus de place, et insérer en lui le savoir cartésien nous conduit raisonnablement à les négliger... Mais est-ce légitime, et en quel sens ?
- 29 Il faut donc, dans un troisième partage opéré par notre regard, séparer dans le texte un noyau ou un cœur théorique et une écorce impure dont il faut le dégager. D'une certaine manière, les mathématiques ne cessent dans leur histoire de séparer dans leur passé le pur et l'impur, ce qui en elles étaient vraiment mathématique et ce qui ne l'était pas. Dans cette opération ont lieu parfois des renversements radicaux. Quand Descartes rejetait de la géométrie les courbes dites mécaniques, produites par des mouvements incommensurables l'un avec l'autre, il faisait de la théorie des proportions le critère d'un accès à un objet véritablement mathématique, que la succession des équerres ci-dessus figurait<sup>21</sup>. Ce qui définissait pour lui la pureté mathématique n'était plus, comme dans la géométrie antique, la figure objet de contemplation, figure idéale à distinguer des figures concrètes et impures tracées dans le sable ou sur les pages, mais la succession finie des actes de l'esprit enchaînant des rapports bien réglés. Sa géométrie opérait ainsi dans celle du passé un nouveau partage entre ce qui en elle était mathématique et ce qui n'était pas.
- 30 Au début du XX<sup>e</sup> siècle se transformera à nouveau le partage du pur et de l'impur. Inventant la conception moderne de l'axiomatique, David Hilbert refusera tout sens mathématique aux termes désignant des objets. Les mathématiques ne sont plus ce discours qui parle de ces objets idéaux que sont droites et triangles, nombres, intégrales et fonctions dérivables. Dans l'axiomatique hilbertienne, il n'y a plus à proprement parler de définitions d'objets. Les axiomes mathématiques portent sur des objets quelconques, qui tirent des axiomes toutes leurs propriétés mathématiques. Il n'y a donc pas d'objet mathématique, mais des structures mathématiques susceptibles de s'appliquer à n'importe quelle classe d'objets pourvu qu'ils vérifient les axiomes de la

structure. Mais alors, dans toute la masse des textes de l'histoire écrits par les mathématiciens, les noms qui jusque là parlaient de ces objets ne désignent plus rien de déterminé. Leurs références ne font plus partie de ce qui fait la vérité du savoir mathématique. Au lieu d'employer les noms de points, de droites et de plans, on pourrait aussi bien parler de chaises, tables et chopes de bière, plaiser un jour le mathématicien de Göttingen. La pureté des mathématiques est dans les axiomes, et non dans les définitions. Et voilà à nouveau tracé autrement le partage du pur et de l'impur<sup>22</sup>. Tout en reprenant et réactivant leur passé, les mathématiques dessinent ainsi en lui toujours différemment ce partage.

- 31 Cette possibilité, ouverte dans le savoir mathématique, de ressaisir l'origine s'appuie donc sur un regard traçant tous ces partages. C'est parce que, dans le texte du passé, il a partagé le vrai et le faux et, en opérant ce partage, maximisé la vérité, qu'il s'est donné dans ce texte une sémantique dont les référents sont les objets mêmes de son savoir d'aujourd'hui. C'est parce qu'il a identifié sur la page, dans les expressions et les images, ce qui est signe et ce qui est figure, c'est parce qu'enfin il a dégagé dans le texte du passé un noyau irréductible d'essence, que le regard du mathématicien peut retrouver dans le passé son origine. Si le mathématicien d'aujourd'hui peut faire apparaître les fragments de son propre savoir dans les textes du passé, ce n'est donc pas qu'ils y étaient déposés dès l'origine. Ce n'est pas qu'ils constituent un noyau de sens présent depuis toujours dans le texte, dégagé et purifié par le présent dans le passé.

#### 4. Comment lire la *Géométrie* de Descartes ?

- 32 Terminons désormais sur un exemple déjà croisé plusieurs fois, et qu'il faut désormais examiner de plus près : celui de la conception cartésienne de l'équation. L'équation du texte de la *Géométrie* de 1637, on l'a vu, ne parle pas des mêmes objets que celle de notre géométrie algébrique, et pourtant, il est possible de lire en elle nos propres objets. Comment cette opération est-elle possible ? Comment le texte peut-il être si équivoque sous notre regard ? Que se passe-t-il dans la lecture d'une équation ?
- 33 Depuis la fin du XIX<sup>e</sup> siècle, une équation algébrique à deux inconnues  $x$  et  $y$  est une expression, un ensemble de symboles combinés entre eux selon des règles et dont les deux inconnues prennent leurs valeurs dans l'ensemble  $\mathbf{R}$  des nombres réels. Suivant les valeurs de  $x$  et de  $y$ , l'expression sera vraie ou fausse. L'expression peut ainsi être considérée comme la représentation du procédé de calcul d'une fonction, dont l'ensemble de départ est  $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$ , ensemble des couples de nombres réels et l'ensemble d'arrivée est la paire {vrai, faux}. Résoudre l'équation revient donc à trouver les éléments de l'ensemble de départ qui sont envoyés sur « vrai ». Une équation pourra alors représenter une courbe en associant à chaque couple de nombres vérifiant l'équation un point du plan ayant pour coordonnées ce couple de points dans un repère donné. L'équation  $x^2+y^2=a^2$  est vérifiée par les couples de nombres  $(x,y)$  tels que  $M(x,y)$  est sur le cercle centré en  $O$  et de rayon  $a$ . Elle est donc l'équation de ce cercle.
- 34 Dans cette conception, l'équation est fondamentalement liée au concept ensembliste de fonction, et à la construction des nombres réels développée au XIX<sup>e</sup> siècle. Elle est une phrase qui parle de nombres, qu'elle désigne par les chiffres qui sont en elles, et par des lettres qui sont des paramètres,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , etc. Mais elle est une phrase incomplète, comportant des places vides ( $x$  et  $y$ ), et c'est ce caractère lacunaire ou, dans le vocabulaire de Frege<sup>23</sup>, insaturé, qui fait d'elle l'expression d'une fonction. Ainsi, dans la

mesure où l'objectif du calcul est la résolution de l'équation, qui consiste à trouver les objets qui la rendent vraies, le regard que le mathématicien porte sur elle est en réalité double. En tant que phrase incomplète, elle a une signification, et me raconte l'étape d'un calcul : une expression comme  $2x = y$  nous apprend par exemple que « y est le double de x », et elle a donc le même statut linguistique que cette dernière phrase entre guillemet. En la lisant, j'accède à un certain contenu de pensée. Mais elle est aussi un objet, l'objet d'un discours qui est vis à vis d'elle en position de métalangage, et qui discute et interroge sa vérité en la reliant à l'ensemble des nombres qui existe avant elle et doit être construit et posé indépendamment de ce qu'elle me raconte : «  $(2x = y)$  est vrai pour (1,2) et faux pour (5,7). C'est pourquoi l'équation algébrique suppose la construction préalable de son monde d'objets, et un regard qui devant le texte de sa résolution doit aller et venir de l'expression comme objet au monde des objets qui la rendent vraie ou fausse.

- 35 Or, ouvrons la *Géométrie* de Descartes. Par quoi commence le texte ? Ni par la définition de ses objets, nombres, lignes ou figures, ni par la construction d'un nouveau langage, ni par des axiomes ou principes, mais par la définition d'opérations sur les lignes droites : addition, soustraction, multiplication et racine, opérations géométriques et non arithmétiques, mais nommées par les symboles traditionnels des mêmes opérations arithmétiques. Une fois construites ces opérations, Descartes nomme les lignes par des lettres, qu'elles soient données ou encore à rechercher, en réservant à ces dernières les dernières lettres de l'alphabet :

« Ainsi, voulant résoudre quelque problème, on doit d'abord le considérer comme déjà fait, et donner des noms à toutes les lignes qui semblent nécessaires pour le construire, aussi bien à celles qui sont inconnues qu'aux autres.<sup>24</sup> »

- 36 À partir de là, l'équation n'apparaît jamais dans le discours cartésien comme un langage fait objet, et dont il faut trouver les conditions de vérité. Sa résolution n'est pas la recherche d'un monde d'objets sous un ensemble d'écritures et de chiffres qui apparaîtrait lui-même comme un autre objet. Elle est pensée comme une opération de mise en ordre, mise en ordre d'un ensemble de rapports entre lignes qui sont donnés d'emblée en elle dans l'expression qu'elle constitue, mais sous une forme d'abord embrouillée, et donc à démêler et ordonner :

« Puis, sans considérer aucune différence entre ces lignes connues et inconnues, on doit parcourir la difficulté selon l'ordre qui montre le plus naturellement de tous en quelle sorte elles dépendent mutuellement les unes des autres, jusqu'à ce qu'on ait trouvé moyen d'exprimer une même quantité en deux façons : ce qui se nomme une équation.<sup>25</sup> »

- 37 Descartes caractérise un peu plus loin une opération de division comme « demeslant ces équations<sup>26</sup> ».

- 38 Si on prend au sérieux tout ce vocabulaire de la confusion et de l'emmêlement, on découvre que l'équation cartésienne n'existe pas sur la page du texte de la *Géométrie* comme elle existe sur celle de nos manuels. Pour Descartes, l'opération de résolution n'est pas la mise en correspondance d'une expression, objet linguistique, avec un autre type d'objet, qui serait par exemple le nombre. L'équation est pleinement discours. Les lettres, a, b, c, x, y, sont des noms de lignes ou de segments de lignes, et les symboles du calcul désignent des opérations sur ces lignes. En écrivant que

$$z^2 = az + bb$$

- 39 je dis le rapport d'une ligne z à deux autres lignes a et b que je connais. La ligne est déterminée, totalement ou partiellement, par ces rapports. Et en mettant en ordre ces

rappports entre lignes, j'atteins la ligne z, et je la connais distinctement : je peux désormais la déterminer en la distinguant des autres, conformément à la théorie cartésienne de l'idée distincte, « tellement précise et différente de toutes les autres qu'elle ne comprend en soi que ce qui paraît manifestement à celui qui la considère comme il faut<sup>27</sup> ». Résoudre, ce n'est donc pas donner à une expression les objets qui la rendent vraie. C'est tout simplement mettre en ordre. Cette mise en ordre n'est pas celle des signes de l'équation pensés comme des objets matériels. L'équation est un discours qui existe sur les pages du texte de la *Géométrie* exactement comme existent les autres phrases qui l'entourent, et qui disent comment tracer des lignes, les ajouter l'une à l'extrémité de l'autre, joindre des points, etc : un discours qui parle du monde d'objets de la géométrie, sans qu'il soit jamais porté attention à la matérialité de ses signes. La seule singularité de l'équation est de parler de ces objets avec des lettres et des symboles à la place des mots. Dans le texte cartésien, l'équation n'est donc rien d'autre que discours : elle n'est jamais un objet à mettre en rapport avec d'autres. Et sa résolution est la mise en ordre de cet ensemble d'abord embrouillé de rapports entre choses connues et inconnues.

40 Qu'est-ce qui justifie que je puisse lire ainsi ? En vérité il est possible de reconstituer le regard cartésien. Les textes où Descartes analyse comment se fait, dans l'écoute, la lecture ou l'écriture la compréhension du langage nous permettent de clarifier cette question.

41 Dans un passage souvent commenté, au début du *Traité du monde*, la dissemblance du signe linguistique et de la chose qu'il signifie apparaît comme le modèle de celle de la sensation – ou de l'idée – et de la chose qui la cause :

« Car encore que chacun se persuade communément que les idées que nous avons en notre pensée sont entièrement semblables aux objets dont elles procèdent, je ne vois point de raison toutefois qui nous assure que cela soit ; mais je remarque au contraire plusieurs expériences qui nous en doivent faire douter. »

« Vous savez bien que les paroles, n'ayant aucune ressemblance avec les choses qu'elles signifient, ne laissent pas de nous les faire concevoir, et souvent même sans que nous prenions garde au son des mots, ni à leurs syllabes ; en sorte qu'il peut arriver qu'après avoir ouï un discours dont nous aurons fort bien compris le sens, nous ne pourrions pas dire en quelle langue il aura été prononcé. Or, si des mots, qui ne signifient rien que par l'institution des hommes, suffisent pour nous faire concevoir des choses avec lesquelles ils n'ont aucune ressemblance, pourquoi la Nature ne pourra-t-elle pas aussi avoir établi certain signe, qui nous fasse avoir le sentiment de la lumière, bien que ce signe n'ait en soi rien qui soit semblable à ce sentiment ?<sup>28</sup> »

42 Les idées sensibles ne ressemblent pas aux choses. L'expérience de l'écoute de la parole est un meilleur modèle de leur relation que celui de la ressemblance des images. Descartes fait valoir une analogie dont il convient de ne pas inverser l'ordre dans le texte : ce que le signe corporel qui cause la sensation est à l'idée ou la sensation, la parole l'est à la « chose signifiée », c'est-à-dire à la signification de cette parole. Mais cette expérience de l'écoute est pour Descartes, de manière surprenante, l'événement d'un discours dont aurait disparu la langue même : non pas une parole que j'entends comme un objet, dans sa matérialité sonore, en même temps que je lui associe sa signification, mais des mots et des phrases qui me font concevoir un sens dans la mesure même où ils s'effacent en tant que tels de ma représentation, de sorte que je ne sais même pas en quelle langue ils ont été proférés. Une telle expérience renvoie sans doute pour Descartes à une situation que sa maîtrise des langues étrangères l'a conduit à vivre de nombreuses



fois : la communication linguistique est un échange en lequel la pensée d'un esprit peut se communiquer à un autre par le truchement du discours, qui est quant à lui un objet matériel, sans pour autant que ce dernier n'ait besoin pour accomplir son office de devenir lui-même objet de représentation et de pensée. J'entends la signification des paroles sans penser aux mots ni à la langue, et je peux parler ou écrire de la même manière. Bien plus tard, dans une lettre à Clerselier du 23 avril 1649, Descartes fait état de sa propre manière d'écrire :

« Excusez-moi si j'ai entrelardé cette lettre de latin ; le peu de loisir que j'ai eu en l'écrivant ne me permet pas de penser aux paroles ».

43 Porter attention non pas aux idées mais aux mots exige une particulière contention d'esprit. Distract, soucieux ou fatigué, nous n'y prenons plus garde, et cela ne nous empêche ni de parler ni de comprendre. Il faut donc en conclure que ce n'est pas parce que nous percevons le son des mots que nous avons leur sens. Les deux processus sont, d'une certaine manière, autonomes.

44 C'est encore à une telle expérience, portant cette fois aussi sur l'écriture, que renvoie Descartes dans la quatrième partie des *Principes*, cherchant à nouveau un modèle de l'action du corps sur l'esprit :

« Nous voyons que les paroles, soit proférées de la voix, soit écrites sur du papier, lui font concevoir toutes les choses qu'elles signifient et lui donnent ensuite diverses passions. Sur un même papier, avec la même plume et la même encre, en remuant tant soit peu le bout de la plume en certaine façon, vous tracez des lettres qui font imaginer des combats, des tempêtes ou des furies, à ceux qui les lisent, et qui les rendent indignés ou tristes ; au lieu que si vous remuez la plume d'une autre façon presque semblable, la seule différence qui sera en ce peu de mouvement leur peut donner des pensées toutes contraires, de paix, de repos et de douceur, et exciter en eux des passions d'amour ou de joie<sup>29</sup> ».

45 Le signe linguistique est un corps matériel. Lorsqu'il s'agit de penser ses effets, nous sommes dans le champ de la causalité et du faire : il « fait imaginer », il « fait concevoir », il « donne des pensées ». Ce sur quoi le signe-corps agit est l'esprit qui, modifié par cette action, a alors une pensée. L'esprit, à ce moment-là, se représente : il se représente des combats ou la paix, il éprouve des passions de tristesse ou d'amour, et imagine ou perçoit les objets de ces passions. L'écriture est pensée dans le cadre de l'union de l'âme et du corps dont elle est en même temps le modèle<sup>30</sup>. Elle n'est pas intelligible sans elle. Mais alors, le signe n'est pas objet d'interprétation ou de déchiffrement, ce qui impliquerait qu'il soit, à un moment donné, un objet de représentation, auquel l'esprit associerait un autre objet qui serait une autre pensée. Le rapport du signe à ce qu'il représente n'est pas une association dans l'esprit d'une représentation à une autre. La signification n'est pas une propriété ou une capacité de l'esprit<sup>31</sup>. Elle s'éclaire entièrement dans l'action d'un corps sur un esprit.

46 Comment le signe peut-il opérer ainsi ? En vérité, il relève de ces corps qu'explore Descartes dans sa physiologie et son optique, et dont on peut dire qu'ils agissent sur l'âme ou l'esprit parce qu'ils appartiennent au processus mécanique qui fait percevoir, processus qu'il faut penser comme un mouvement matériel : les traces et impressions dans le cerveau, les filets nerveux, l'image sur la rétine, les ébranlements lumineux. Tout cela est signe pour Descartes. Or ces signes n'excitent l'âme à percevoir et à se représenter, du fait de l'institution de nature, que dans la mesure où ils ne sont pas vus<sup>32</sup>. L'impression cérébrale, la lumière, ne font percevoir que pour celui qui ne les voit pas. Ils s'effacent pour celui qui perçoit, et ne sont visibles que pour un tiers, un physicien



figurant la lumière sous forme de lignes droites dans un traité d'optique, un anatomiste représentant sur la page un œil et un cerveau qui ne sont pas les siens. Si on les voyait en effet, comme le remarquera Malebranche, il deviendrait impossible de voir la représentation qu'ils excitent.

- 47 Il faut imaginer que le signe linguistique, bien qu'il relève de l'institution des hommes tire son efficace du même processus. C'est parce que Descartes pense le signe linguistique sur le modèle de cette trace non perçue que constitue le signe en général, qu'il renvoie, lorsqu'il analyse le langage, à l'expérience d'un discours dont nous percevons le sens sans percevoir la réalité matérielle.
- 48 Mais à ce moment-là, n'y a-t-il rien de commun entre ce signe et la représentation qu'il me donne ? Revenons au texte ci-dessus de la quatrième partie des *Principes*. Il est question d'une plume qui remue de diverses manières. Et les différences de son mouvement excitent des « pensées toutes contraires ». De la même façon, dans l'article suivant, Descartes évoque « les divers mouvements de quelques corps [qui] suffisent pour lui faire avoir tous les divers sentiments qu'elle a<sup>33</sup> ». Entre le signe et ce qu'il signifie pour l'âme, il n'y a pas de ressemblance, mais il y a correspondance de différences. Dans l'article 71 de la première partie des *Principes*, Descartes parle du rapport de la couleur aux mouvements corporels qui en sont les signes en évoquant les « sentiments tels que sont ceux qu'on nomme goût, odeur, son, chaleur, froid, lumière, couleur et autres semblables, qui véritablement ne nous représentent rien qui existe hors de notre pensée, mais qui sont divers selon les diversités qui se rencontrent dans les mouvements qui passent de tous les endroits de notre corps jusqu'à l'endroit du cerveau auquel elle est étroitement jointe et unie ». Et dans la *Dioptrique*, lorsque Descartes, pour expliquer là encore à la fois la dissemblance des sensations et des corps qui les causent et la possibilité pour les unes de représenter les autres, fait intervenir le personnage d'un aveugle touchant les différentes choses avec un bâton, il écrit :
- « Il est certain que ces corps n'envoient autre chose jusqu'à lui, sinon que faisant mouvoir diversement son bâton selon les diverses qualités qui sont en eux, ils meuvent par même moyen les nerfs de sa main, et ensuite les endroits de son cerveau d'où viennent ces nerfs ; ce qui donne occasion à son âme de sentir tout autant de diverses qualités en ces corps qu'il se trouve de variété dans les mouvements qui sont causés par eux en son cerveau.<sup>34</sup> »
- 49 Les différences des corps se retrouvent dans celles du mouvement du bâton, puis dans celle des qualités senties par l'âme. Là encore, il y a, entre le signe corporel et son contenu les mêmes différences et les mêmes rapports. Entre le signe et son contenu, il n'y a pas de ressemblance, mais il y a bien quelque chose qui demeure de l'un à l'autre dans l'effacement de l'un pour faire voir l'autre : ce sont les mêmes différences.
- 50 Désormais, on comprend mieux pourquoi Descartes ne pouvait pas faire de son équation l'objet véritable d'un regard<sup>35</sup>. Ses signes doivent s'effacer sous le regard du géomètre lisant le traité de la *Géométrie*, comme s'effacent toutes les traces qui le font voir<sup>36</sup>. Ce qui lui est alors donné des signes de l'expression algébrique, ce sont bien des rapports, ces rapports entre lignes connues et inconnues qui lui sont immédiatement connus dans l'équation, et qu'il lui faut mettre en ordre pour connaître ce dont ils sont les rapports. On comprend aussitôt qu'il n'est pas possible, dans le savoir cartésien, de voir dans l'expression algébrique un ensemble de signes matériels présents sur la page du texte, et auxquels il faut faire parcourir un domaine d'objets pour examiner leurs conditions de vérité. Il n'y a pas, à proprement parler, d'ensemble d'objets à associer à l'équation. Cette dernière n'est pas une fonction à valeurs dans un ensemble, de nombres ou de quoi que ce

soit d'autre. Je suis devant l'équation face à une diversité qui peut, lorsqu'elle ne me donne pas immédiatement la solution, être porteuse de confusion, de même que, dans la perception la couleur me met devant une confusion inhérente au contenu de ma représentation. C'est dans la mise en ordre de cette confusion partielle que consiste la résolution de l'équation de géométrie. Et c'est ce dispositif de lecture, profondément solidaire de sa philosophie, qui nous permet de retrouver les objets de la *Géométrie*.

- 51 Il est donc possible, en retraçant le mécanisme de la lecture à l'œuvre dans la pensée cartésienne, de retrouver une manière de lire la *Géométrie* plus proche de celle selon laquelle Descartes lisait lui-même le texte de mathématiques qu'il était en train d'écrire, et sans doute aussi tous les autres. Et par là, nous comprenons autrement quels sont les objets de son savoir. Et nous découvrons alors que ses mathématiques ne sont pas les nôtres : il ne parle pas de la même chose que nous quand il fait des calculs que nous pouvons pourtant reconnaître comme les nôtres. Mais pour atteindre ce régime du savoir mathématique cartésien, il faut que notre regard trace autrement les partages dans le texte, qu'il interprète autrement ses signes, qu'il identifie autrement ce qui, dans les écritures de l'équation, est pour lui un objet. Faut-il alors en conclure que la science n'a rien d'universel, qu'elle n'est qu'une multiplicité de savoirs privés, qui ont chacun leurs propres objets ? Comment peut-il y avoir dans ce cas une communauté scientifique ? En vérité, en chaque point du processus historique de la science, le regard qu'elle jette en arrière vers son passé rétablit l'unité. Cette dispersion ne nous est apparue qu'en arrachant le savoir cartésien à son avenir, et en reliant ses phrases à d'autres que nous ne pouvons plus reconnaître comme appartenant aux mathématiques. Depuis notre science, une fois rétablis nos partages, ce sont bien nos objets que nous pouvons lire en lui, et cette possibilité est tout aussi essentielle.

---

## BIBLIOGRAPHIE

- Arnauld, Antoine & Nicole, Pierre (1970), *La logique ou L'art de pensée*, Paris, Flammarion.
- Bachelard, Suzanne (1967), *La représentation géométrique des quantités imaginaires au début du XIX<sup>e</sup> siècle*, Paris, Palais de la Découverte, D 113.
- Davidson, Donald (1984), *Enquêtes sur la vérité et l'interprétation*, Jacqueline Chambon.
- Cardan, Gerolamo (2006), *Le grand art soit des règles algébriques*, Bordeaux, France.
- Descartes, René (1996), *Œuvres publiées par Charles Adam et Paul Tannery*, Paris, Vrin.
- Frege, Gottlob (1971), *Écrits logiques et philosophiques*, Paris, Seuil.
- Husserl, Edmund (1974), *L'origine de la géométrie*, trad. J. Derrida, Paris, PUF.
- Husserl, Edmund (1977), *La crise des sciences européennes et la phénoménologie transcendantale*, trad. G. Granel, Paris, Gallimard.
- Pascal, Blaise (1970), *Œuvres complètes*, Paris, Desclée de Brouwer.
- Peletier, Jacques (1554), *L'Algèbre... departie en deux livres*, Lion, France, J. de Tournes.

Quine, Willard van Orman (1999), *Le mot et la chose*, Paris, Flammarion.

Salanskis, Jean-Michel (1999), *Le constructivisme non standard*, Villeneuve d'Ascq, Presses universitaires du Septentrion.

Serres, Michel (1969), *La communication*, Paris, Seuil.

Vinciguerra, Lucien (1999), *Langage, visibilité, différence*, Vrin.

## NOTES

1. Léonard Euler, *Mémoire sur la controverse des logarithmes de nombres négatifs*, Académie des sciences de Berlin, 1749 (1751). Le texte est repris dans les *Opera omnia*, XVII, série 1. Euler

obtient ce résultat en donnant à  $x$  la valeur  $-2$  dans la série  $\frac{1}{1+x} = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \dots$  dont la validité, démontrée formellement, est pour lui nécessairement universelle.

2. Edmund Husserl (1974), *L'origine de la géométrie*, trad. J. Derrida, Paris, PUF, p. 175.

3. Sur ces deux points, voir Lucien Vinciguerra (1999), *Langage, visibilité, différence*, Paris, Vrin, p. 67-106.

4. Edmund Husserl (1974), *L'origine de la géométrie*, p. 190.

5. Edmund Husserl (1974), *L'origine de la géométrie*, p. 191.

6. Edmund Husserl (1974), *L'origine de la géométrie*, p. 206.

7. Edmund Husserl (1974), *L'origine de la géométrie*, p. 212.

8. Edmund Husserl (1974), *L'origine de la géométrie*, p. 187.

9. Edmund Husserl (1974), *L'origine de la géométrie*, p. 189.

10. Voir Edmund Husserl (1976), *La crise des sciences européennes et la phénoménologie transcendantale*, trad. G. Granel, Paris, Gallimard, p. 51-56 en particulier. Husserl y analyse comment « cette arithmétisation de la géométrie conduit en particulier à l'exténuation de son sens » (p. 52).

11. Sur cette question, je renvoie à Jean-Michel Salanskis (1999), *Le constructivisme non standard*, Villeneuve d'Ascq, Presses universitaires du Septentrion, qui présente les conceptions de Robinson dans le chapitre 2 tout en discutant la question de la récurrence historique dans l'introduction.

12. Là-dessus, on se rapportera à W. V. Quine (1999), *Le mot et la chose*, Paris, Flammarion.

13. Donald Davidson (1984), *Enquêtes sur la vérité et l'interprétation*, Jacqueline Chambon, (« Dire que »), p. 154.

14. Donald Davidson (1984), *Enquêtes sur la vérité et l'interprétation*, p. 155. Dans « L'interprétation radicale », Davidson évoque « les marchandages que nous effectuons entre les croyances que nous attribuons à un locuteur et les interprétations que nous donnons à ses mots. » (*ibid.*, p. 207)

15. Sur le rapport de ces analyses générales sur les croyances et les significations aux problèmes de l'histoire des sciences, voir Donald Davidson (1984), « Sur l'idée même de schème conceptuel », in *Enquêtes sur la vérité et l'interprétation*, Jacqueline Chambon.

16. Blaise Pascal (1970), *Œuvres complètes*, tome 2, Paris, Desclée de Brouwer, p. 1166-1332.

17. Gerolamo Cardano (2006), *Le grand art soit des règles algébriques*, Bordeaux, France.

18. Jacques Peletier (1554), *L'Algèbre... departie en deus livres*, Lion, France, J. de Tournes.

19. Jacques Peletier (1554), *L'Algèbre... departie en deus livres*, p. 24.

20. Descartes, René (1996), *Œuvres publiées par Charles Adam et Paul Tannery*, Paris, Vrin [désormais cité AT], VI, 442.

21. « Mais je crois que ces deux mouvements sont tellement incommensurables qu'ils ne peuvent être réglés exactement l'un par l'autre ; et ainsi que cette ligne est du nombre de celles que j'ai

rejetées de ma géométrie comme n'étant que mécaniques », écrit Descartes de la courbe du logarithme dans sa lettre à Florimond de Beaune du 20 février 1639 (AT, II,517).

22. « La mathématique va vers sa pureté autant et plus qu'elle n'en vient », écrit Michel Serres dans « La querelle des anciens et des modernes », *Critique*, 1963, repris dans *La communication*, Seuil, 1969, p. 73. Suzanne Bachelard commente cette phrase en ces termes : « La mathématique ne cesse d'aller vers sa pureté. Le principe de pureté reste en effet toujours un principe régulateur. Le principe de pureté est un principe natif de la mathématique. Le reconnaître n'empêche pas de reconnaître aussi que les conceptions impures, quand elles sont nées chez les grands mathématicien, peuvent être des ferments. » (Suzanne Bachelard (1966), *La représentation géométrique des quantités imaginaires au début du XIX<sup>e</sup> siècle*, Palais de la Découverte, D 113).

23. Voir Gottlob Frege (1971), « Fonction et concept » in *Écrits logiques et philosophiques*, Paris, Seuil, p. 80-101.

24. René Descartes, AT, VI, 372.

25. René Descartes, AT, VI, 372.

26. René Descartes, AT, VI, 374.

27. René Descartes, *Principes*, I, 45.

28. René Descartes, AT, XI, 4.

29. René Descartes, *Principes*, IV, 197.

30. On peut bien sûr renvoyer aussi sur ce point au quatrième discours de la *Dioptrique* (AT, VI, 112).

31. De ce point de vue, la position de Descartes se distingue clairement de celle d'Arnauld et Nicole dans la *Logique* de Port-Royal, pour qui « quand on ne regarde un certain objet que comme en représentant un autre, l'idée qu'on en a est une idée de signe, et ce premier objet s'appelle signe » (Antoine Arnauld et Pierre Nicole (1970), *La Logique ou l'Art de penser*, Flammarion, I-4, p. 80). Pour la *Logique*, il n'y a signe que par l'intermédiaire d'une idée qui me le représente selon une certaine modalité et une certaine attitude de l'esprit.

32. Dans le quatrième discours de la *Dioptrique*, c'est bien ce qui est envoyé « au dedans de notre cerveau », comme les ébranlements des filets nerveux ou l'image sur le fond de l'œil, qui reçoit le qualificatif de signe susceptible d'exciter en l'âme des pensées, « comme par exemple les signes et les paroles, qui ne ressemblent en aucune façon aux choses qu'ils signifient » (René Descartes, AT, VI, 112).

33. René Descartes, *Principes*, IV, 198.

34. *Dioptrique*, discours quatrième, AT, VI, 114.

35. Dans la X<sup>e</sup> règle des *Règles pour la direction de l'esprit*, Descartes examine un cas de figure plus radical que celui de la lecture d'une équation : l'hypothèse d'une écriture inconnue à déchiffrer : « par exemple, si nous voulons lire une écriture déguisée sous des caractères inconnus ». Dans cette exemple, l'indétermination est bien plus forte que celle donnée dans une équation : une équation nous donne des objets connus et des rapports connus de ces objets à un ou plusieurs objets inconnus alors que dans un code à déchiffrer, aucun des signes présents ne nous donne accès d'emblée à des objets. Descartes décrit de la manière suivante le processus de déchiffrement : « Nous ne voyons aucun ordre se manifester clairement, mais nous en forgeons un pourtant, tant pour examiner les présomptions que l'on peut faire sur chaque signe, chaque mot ou chaque phrase que pour ordonner ces présomptions de manière à connaître par énumération tout ce que l'on en peut déduire ». Dans ce cas, il faut bien passer par l'examen des signes qui sont nécessairement vus comme les objets de présomption. Mais même dans ce cas, l'interprétation est pensée comme mise en ordre, ordre qui se construit comme la correction d'un ordre d'abord fictif et arbitraire.

36. On dira que la *Géométrie* ne pose pas ainsi le problème et qu'elle n'évoque jamais la théorie du signe du *Monde* ou de la *Dioptrique*. Mais il faut rappeler que la *Géométrie* n'est que le quatrième

essai d'un ouvrage qui commence par le *Discours de la méthode* et la *Dioptrique*. Et que Descartes fait précéder à la fin de l'ouvrage sa table des matières de l'avertissement suivant, dont la pertinence demeure toujours actuelle : « Ceux qui ne visitent les tables des livres qu'afin d'y choisir les matières qu'ils veulent voir, et de s'exempter de la peine de lire le reste, ne tireront aucune satisfaction de celle-ci : car l'explication des questions qui y sont marquées dépend quasi toujours si expressément de ce qui les précède, et souvent aussi de ce qui les suit, qu'on ne la saurait entendre parfaitement si on ne lit avec attention tout le livre ».

---

## RÉSUMÉS

L'histoire des mathématiques présente une singularité qui a souvent été remarquée par les historiens : contrairement à la physique, cette histoire ne procède pas essentiellement par conjectures et réfutations, mais par une succession d'enchaînements intégrant le passé dans le présent en le réinterprétant. Cette opération implique un acte de lecture du passé par le présent. En partant des thèses de Husserl dans *L'origine de la géométrie* sur le rôle de l'écriture dans l'historicité des mathématiques, l'article analyse les conditions de possibilité de cette lecture, liées à la nature du texte mathématique : cette dernière doit être pensée à partir de trois partages opérés par le regard du lecteur : entre le vrai et le faux, entre l'écriture et l'image, entre ce qui est mathématique et ce qui n'en relève pas.

L'article prend pour exemple le statut de l'équation dans la *Géométrie* de Descartes. Il montre la solidarité profonde entre cette dernière et les idées que développe le philosophe sur la lecture et la nature du signe. Et il met en évidence comment il est possible à partir de ces idées de reconstituer la manière dont Descartes pouvait lire un texte mathématique, et de comprendre en quoi cela a déterminé en partie ses conceptions dans sa *Géométrie*, mais aussi en quoi d'autres lectures de la *Géométrie* peuvent l'insérer dans les mathématiques des siècles ultérieurs.

Historians of mathematics have often noticed a singularity of their discipline: unlike physics, the history of mathematics does not proceed essentially by conjectures and refutations, but by a succession of reinterpretations of the past in order to include it into the actual state of knowledge. This operation involves an act of reading. Taking as its starting point Husserl's theses in *The Origin of Geometry* on the role of writing in the historicity of mathematics, the article aims to analyze the conditions of possibility of this reading, related to the nature of the mathematical text : this reading involves three delimitations performed by the reader's eye: between true and false, between writing and image, between what is mathematical and what does not.

The article illustrates this thesis by examining the status of the equation in the cartesian's book of *Geometry*. It shows the links between the latter and the ideas that the philosopher develops on reading and on the nature of the sign. On this basis, it is possible to understand how Descartes could read a mathematical text, how this partly explains some points in his *Geometry*, but also how other readings of this *Geometry* can include it into the mathematics of later centuries.

## INDEX

**Keywords** : history of mathematics, Husserl, Peletier du Man Jacques, Descartes, Bachelard, Quine, Davidson, mathematical sign

**Mots-clés** : histoire des mathématiques, récurrence historique, Husserl, Peletier du Man Jacques, Descartes, Bachelard, Quine, Davidson, signe mathématique

## AUTEUR

**LUCIEN VINCIGUERRA**

UMR 8163 « Savoirs, textes, langage », CNRS, Université de Lille