



**HAL**  
open science

## Modèle dynamique de transport basé sur les activités

Tai-Yu Ma

► **To cite this version:**

Tai-Yu Ma. Modèle dynamique de transport basé sur les activités. Sciences de l'Homme et Société. Ecole des Ponts ParisTech, 2007. Français. NNT: . pastel-00003309

**HAL Id: pastel-00003309**

**<https://pastel.hal.science/pastel-00003309>**

Submitted on 17 Jan 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## Thèse

# Modèle dynamique de transport basé sur les activités

Présenté à

**ECOLE NATIONALE DES PONTS ET CHAUSSEES**

Pour obtenir

Le diplôme de docteur

Ecole doctorale ville et environnement (EDVE)

Spécialité : **Transport**

Par

**Tai-Yu MA**

Soutenance : le 20 décembre 2007

Devant le jury composé de :

M.	Marcos PAPAGEORGIOU	Professeur, Université Technique de Crète, Grèce	Rapporteur
M.	Saïd MAMMAR	Professeur, Université d'Evry Val d'Essonne	Rapporteur
M.	Fabien LEURENT	Directeur de Recherche, LVMT	Examineur
Mme.	Cécile APPERT-ROLLAND	Chargée de recherche, LPT-Orsay/CNRS	Examineur
M.	Vincent AGUILERA	Chargé de Recherche, LVMT	Examineur
M.	Habib HAJ-SALEM	Directeur de Recherche, HDR, INRETS	Directeur de thèse
M.	Jean-Patrick LEBACQUE	Ingénieur Général des Ponts et Chaussées	Directeur de thèse



# REMERCIEMENTS

*Je tiens tout particulièrement à remercier très chaleureusement Monsieur Jean-Patrick Lebacque, Ingénieur Général des Ponts et Chaussées, qui a assuré la direction de cette thèse. Sa gentillesse, la pertinence de ses idées et ses encouragements m'ont grandement aidé à avancer dans mes travaux de recherche et aussi à approfondir mes connaissances scientifiques.*

*Que Monsieur Habib Haj-Salem, directeur de Recherche à l'Institut National de Recherche sur les Transports et leur Sécurité (INRETS), trouve ici ma plus profonde reconnaissance pour ses précieux conseils et son dynamisme de recherche qui m'ont accompagné dans une ambiance très chaleureuse.*

*Je tiens à exprimer mon vif remerciement à M. Markos Papageorgiou, professeur à l'Université Technique de Crète, et à M. Saïd Mammar, professeur à l'Université d'Evry Val d'Essonne pour avoir accepté de rapporter ce mémoire.*

*Mes remerciements vont également aux différents membres du jury qui ont apporté leurs lucides conseils et ont consacré leur temps pour enrichir mon étude scientifique :*

*M. Fabien Laurent, directeur de Recherche au LVMT*

*Mme. Cécile Appert-Rolland, chargée de recherche à l'LPT-Orsay/CNRS*

*M. Vincent Aguilera, chargé de Recherche au LVMT*

*Je remercie également à vous, les membres du laboratoire de Génie des Réseaux de Transport et Informatique Avancée (GRETIA) de l'INRETS pour votre accueil très chaleureux et la bonne ambiance qui m'ont fait passer une période formidable. Merci également à vous, les thésards du bureau, Salim, Fabien, Mahdi pour votre bonne humeur et conseils. Un merci particulier à Fabien, Maya et Keo pour la lourde charge de correction de mon mémoire et à Kirach pour ses conseils et encouragements.*

*Mes derniers remerciements vont à ma femme pour son soutien durant ces années de thèse. Et notamment à notre fille Angèle qui m'a apporté toutes les joies et les moments de bonheur.*



# Table des matières

## Tables des illustrations

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1 L'état de l'art</b>	<b>4</b>
1 Introduction	4
2 Analyses de la demande basée sur les activités	5
2.1 Théories de base	6
2.2 Programmation des activités et des déplacements	8
2.3 Méthodes de modélisation	10
2.4 Méthodes de recueil de données	13
3 Méthodes basées sur les Systèmes Multi-Agents	14
3.1 Caractéristiques des SMA	14
3.2 Représentation interne des agents réactifs	15
3.3 Plates-formes et sémantique des SMAs	17
4 Méthodes d'agrégation du système complexe	19
4.1 Les propriétés du phénomène d'auto-organisation	20
4.2 Théorie synergétique	21
4.3 Schéma d'agrégation de Muncaster	22
5 L'affectation du trafic	23
5.1 Le principe d'affectation et la description générale du problème	23
5.2 L'affectation statique déterministe du trafic	25
5.3 L'affectation dynamique du trafic	27
6 Modélisation de systèmes de transports multimodaux	29
6.1 Modélisation statique des systèmes de transports multimodaux	30
6.2 Modélisation dynamique des systèmes de transports multimodaux	32
7 Conclusion	33

<b>Chapitre 2</b>	<b>Affectation statique du trafic basée sur les activités</b>	<b>34</b>
1	Introduction	34
2	Modèle d'affectation statique basée sur les activités	35
2.1	Modèle d'Accessibilité aux Activités Vacantes	35
2.2	Formation mathématique du modèle d'activités	38
3	Méthodes de résolution	42
3.1	Méthode des plans sécants	42
3.2	Méthode de colonies de fourmis	44
3.3	Algorithme proposé basé sur l'approche d'ACO	47
4	Etude numérique	50
4.1	Résolution basée sur la méthode de plans sécants	51
4.2	Résolution basée sur la méthode de colonies de fourmis	51
5.	Conclusion	57
<b>Chapitre 3</b>	<b>Affectation dynamique du trafic basée sur les activités</b>	<b>58</b>
1	Introduction	58
2	Modèle proposé	59
2.1	Modèle d'écoulement de trafic	60
2.2	La mesure de la valeur nette d'activités	63
2.3	Condition d'équilibre usagers	64
3	Méthodes de résolutions	66
3.1	Algorithme de colonies de fourmis	66
3.2	Algorithme basé sur la méthode d'Entropie Relative	79
4	Etudes comparatives avec l'approche du système dynamique	98
4.1	L'approche du système dynamique	98
4.2	Etudes numériques	101
5	Conclusion	109
<b>Chapitre 4</b>	<b>Modèle macroscopique du trafic basé sur la discrétisation Lagrangienne</b>	<b>110</b>
1	Introduction	110
2	Modèle macroscopique du trafic du premier ordre	110
3	Le modèle LWR en coordonnées Lagrangiennes	114

3.1 L'équation de conservation en coordonnées Lagrangiennes	114
3.2 Modèle de LWR basé sur les paquets	116
3.3 La condition CFL	119
3.4 Modélisation de l'intersection	120
4 Etudes numériques	125
4.1 Etude sur un tronçon hétérogène	126
5 Conclusion	128
<b>Chapitre 5 Modèle dynamique de transports multimodaux basé sur les activités</b>	<b>129</b>
1 Introduction	129
2 Modèle d'affectation dynamique basée sur les activités	130
2.1 Modèle d'activités	130
2.2 Modélisation dynamique de systèmes de transport multimodaux	136
2.3 Méthode SMA pour la simulation de systèmes de transports multimodaux	144
3 L'équilibre des usagers basé sur les activités	145
4 Méthode de résolution	146
5 Conclusion	149
<b>Chapitre 6 Conclusion et perspectives</b>	<b>150</b>
<b>Bibliographie</b>	





# Tables des illustrations

## Figures

Fig. 1-1	Architecture réactive de subsomption	16
Fig. 1-2	Architecture InteRRaP	17
Fig. 1-3	La représentation d'un réseau multimodal statique	31
Fig. 1-4	La transformation du réseau du TC de la figure 1-3 en graphe augmenté dans le temps	32
Fig. 1-5	La représentation schématique d'un itinéraire multimodal	33
Fig. 2-1	La fonction de répartition cumulée de valeur d'activités $v$	36
Fig. 2-2	La représentation du surplus brut total d'activités $GS_d$	37
Fig. 2-3	Représentation du réseau	50
Fig. 2-4	La valeur de l'opposé de la fonction objectif $-f(x)$ (à gauche) et la valeur du critère $f(x)-t$ (à droite)	51
Fig. 2-5	La représentation du réseau avec les noeuds et les arcs artificiels	53
Fig. 2-6	Influence de $\alpha, \beta$ sur les valeurs de la fonction objectif	54
Fig. 2-7	Influence du tirage aléatoire sur les valeurs de la fonction objectif	54
Fig. 2-8	Influence de la valeur $Q$ sur les valeurs de la fonction objective	55
Fig. 2-9	Influence du $\rho$ sur les valeurs de la fonction objectif	55
Fig. 2-10	Influence du $\omega$ sur les valeurs de la fonction objectif	55
Fig. 2-11	Influence du $\mu$ sur les valeurs de la fonction objectif	56
Fig. 2-12	Influence du $\zeta$ sur les valeurs de la fonction objectif	56
Fig. 2-13	Evolution de la quantité de phéromones de type $O_1$	56
Fig. 2-14	Evolution de la quantité de phéromones de type $O_2$	57
Fig. 2-15	Visualisation du flux sur le réseau	57
Fig. 3-1	Définition du groupe de voie	61
Fig. 3-1a	La représentation du modèle divergent	62
Fig. 3-1b	La représentation du modèle convergent	63
Fig. 3-2	Représentation du graphe fictif du choix de l'heure de départ	70
Fig. 3-3	Représentation du réseau (le cas convergent)	71
Fig. 3-4	Evolution de valeurs nettes totales d'activités obtenues par les usagers	71
Fig. 3-5	Répartition de valeurs nettes d'activités obtenues par les usagers partant du noeud 1 et du noeud 2 en dernière itération	71

Fig. 3-6a	Départs et arrivée cumulés sur l'arc 1, 2, 3, et 4 en dernière itération	72
Fig. 3-6b	Départs et arrivée cumulés sur l'arc 5 et 6 en dernière itération	72
Fig. 3-7	Représentation du réseau (cas divergent)	73
Fig. 3-8	Evolution des valeurs d'activités nette totales des usagers	73
Fig. 3-9	Répartition de valeurs nettes d'activités obtenues par les usagers en dernière itération	73
Fig. 3-10	Départs et arrivée cumulés sur les arcs 1, 2, 3, 4, 5, 6 en dernière itération	74
Fig. 3-11	Représentation du réseau (cas général)	75
Fig. 3-12	Evolution des valeurs d'activités nette totales des usagers	75
Fig. 3-13	Répartition des valeurs nettes d'activités obtenues par les usagers partant du noeud 1 et du noeud 4 en dernière itération	76
Fig. 3-14a	Départs et arrivée cumulés sur les arcs 1, 3, 4, 6 en dernière itération	76
Fig. 3-14b	Départs et arrivée cumulés sur les arcs 7, 8, 9, 10 en dernière itération	76
Fig. 3-14c	Départs et arrivée cumulés sur l'arc 12 en dernière itération	77
Fig. 3-15a	Evolution de la quantité de phéromones sur les arcs 9 et 10 (itération 0 et 10)	77
Fig. 3-15b	Evolution de la quantité de phéromones sur les arcs 9 et 10 (itération 20 et 30)	77
Fig. 3-15c	Evolution de la quantité de phéromones sur les arcs 9 et 10 (itération 40)	78
Fig. 3-16	Evolution des valeurs d'activités nette totales des usagers	79
Fig. 3-17	Le réseau statique uni-modal avec paire OD unique	88
Fig. 3-18	L'évolution de la probabilité de choix sur les chemins (à gauche) et celle du flux sur les arcs (à droite)	88
Fig. 3-19	L'évolution du coût sur les arcs (à gauche) et celle de la valeur $\gamma$ (à droite)	88
Fig. 3-20	Le réseau statique uni-modal avec multiple paires OD	89
Fig. 3-21	L'évolution de la probabilité de choix sur les chemins pour la paire OD (1,5) (à gauche) et celle pour la paire OD (1, 8) (à droite)	90
Fig. 3-22	L'évolution de la probabilité de choix sur les chemins pour la paire OD (4, 5) (à gauche) et celle pour la paire OD (4, 8) (à droite)	90
Fig. 3-23	L'évolution du flux sur les arcs 1-6 (à gauche) et celle sur les arcs 7-12 (à droite)	90
Fig. 3-24	L'évolution du coût sur les chemins pour la paire OD (1, 5) (à gauche) et celle pour la paire OD (1, 8) (à droite)	91
Fig. 3-25	L'évolution du coût sur les chemins pour la paire OD (4, 5) (à gauche) et celle pour la paire OD (4, 8) (à droite)	91

Fig. 3-26	Evolution du $\gamma_k$ pour toutes les paires OD	91
Fig. 3-27	Le réseau statique multimodal avec une paire OD	92
Fig. 3-28	Le champ du vecteur de la vitesse du mouvement du flux $x_{a1}$ et $x_{a2}$	93
Fig. 3-29	Le réseau statique multimodal avec les fonctions de coût non-linéaires	93
Fig. 3-30	L'évolution de la probabilité de choix sur les arcs (à gauche) et celle du flux sur les arcs pour différentes classes d'usagers (à droite)	94
Fig. 3-31	L'évolution du coût sur les arcs (à gauche) et celle de $\gamma$ pour différentes classes d'usagers (à droite)	94
Fig. 3-32	Le champ du vecteur de la vitesse du mouvement du flux $x_1^c$ et $x_2^c$ sur l'arc 1	94
Fig. 3-33	La représentation du réseau avec 8 noeuds et 12 arcs	95
Fig. 3-34	L'évolution de la somme des coûts généraux des usagers (à gauche) et celle du pour le choix du temps de départ (à droite)	96
Fig. 3-35	Le coût général des usagers ordonné par ordre croissant (à gauche) et le profil du coût général des usagers pour la paire OD 1-8	96
Fig. 3-36	Le profil du temps de départ (à gauche) et du temps d'arrivée à destination (à droite)	96
Fig. 3-37	Le nombre d'arrivées et de départs cumulés sur les arcs	97
Fig. 3-38	Réseau statique avec 3 itinéraires	98
Fig. 3-39	L'arbre de choix de destination, d'intervalle du temps de départ et d'itinéraires	100
Fig. 3-40a	Evolution du coût sur les chemins reliant la paire OD (1,5) obtenue par l'approche du système dynamique (à gauche) et celle basée sur la méthode d'Entropie Relative (à droite)	101
Fig. 3-40b	Evolution du coût sur les chemins reliant la paire OD (1,8) obtenue par l'approche du système dynamique (à gauche) et celle basée sur la méthode d'Entropie Relative (à droite)	101
Fig. 3-40c	Evolution du coût sur les chemins reliant la paire OD (2,5) obtenue par l'approche du système dynamique (à gauche) et celle basée sur la méthode d'Entropie Relative (à droite)	102
Fig. 3-40d	Evolution du coût sur les chemins reliant la paire OD (2,8) obtenue par l'approche du système dynamique (à gauche) et celle basée sur la méthode d'Entropie Relative (à droite)	102
Fig. 3-40e	Comparaison du coût normalisé sur les chemins avec différentes valeurs de $\mu$ dans le modèle Logit	103
Fig. 3-40f	Convergence du modèle Logit (l'équation 3.59)	103
Fig. 3-40g	Les coûts sur les chemins obtenus par le modèle Logit	104
Fig. 3-41	L'évolution de la somme de la valeur nette d'activités obtenues par les usagers	105

Fig. 3-42	L'évolution du choix de destination des usagers de l'origine 1 (à gauche) et 4 (à droite)	105
Fig. 3-43	L'évolution de valeurs nettes d'activités des usagers rangées par ordre croissant pour les origines	105
Fig. 3-44	L'évolution de coûts généralisés des usagers rangés par ordre croissant pour les origines	106
Fig. 3-45a	L'évolution de la valeur nette moyenne d'activités sur les intervalles du temps de départ pour les chemins reliant la paire OD (1,5)	106
Fig. 3-45b	L'évolution de la valeur nette moyenne d'activités sur les intervalles du temps de départ pour les chemins reliant la paire OD (1,8)	107
Fig. 3-45c	L'évolution de la valeur nette moyenne d'activités sur les intervalles du temps de départ pour les chemins reliant la paire OD (4,5)	107
Fig. 3-45d	L'évolution de la valeur nette moyenne d'activités sur les intervalles du temps de départ pour les chemins reliant la paire OD (4,8)	108
Fig. 3-46	La distribution du choix d'intervalle du temps de départ des usagers sur les chemins reliant la paire OD (1,5)	108
Fig. 4-1	Le diagramme fondamental	111
Fig. 4-2	La représentation du schéma de Godunov	113
Fig. 4-3	Le schéma de l'onde choc en coordonnées Lagrangiennes	116
Fig. 4-4	La représentation des trajectoires de véhicules en coordonnées Lagrangiennes	117
Fig. 4-5	La discrétisation Lagrangienne basée sur les paquets de véhicules	117
Fig. 4-6	Le schéma de l'offre $\Omega$ et de la demande $\Delta$	118
Fig. 4-7	La relation de vitesse-distance intervéhiculaire	119
Fig. 4-8	Le schéma d'intersection basé sur les paquets	120
Fig. 4-9	Le schéma d'entrée d'une intersection	121
Fig. 4-10	Le schéma de sortie d'une intersection	122
Fig. 4-11a	Le schéma du modèle de convergent	122
Fig. 4-11b	Le principe du modèle de convergent	123
Fig. 4-12	Diagramme d'offre d'intersection	124
Fig. 4-13	La représentation d'un tronçon de route (cas hétérogène I)	126
Fig. 4-14	La trajectoire des paquets de véhicules	127
Fig. 4-15	La représentation d'un tronçon de route (cas hétérogène II)	127
Fig. 4-16	La trajectoire des paquets de véhicules	127
Fig. 5-1	La représentation d'un programme d'activités	132
Fig. 5-2	Structure du modèle de la demande	133
Fig. 5-3	Représentation du réseau d'un mode TC et des arcs de transfert	139

Fig. 5-4	Représentation d'un itinéraire multimodal	139
Fig. 5-5	La représentation de l'arbre de décision pour la réalisation d'une activité	148

## Tableaux

Tableau 2-1	Comparaison des flux sur les arcs obtenus par différentes méthodes	51
Tableau 2-2	Paramètres utilisés pour l'ACO	53
Tableau 2-3	Liste des paramètres $\lambda_d$ et $m_d$ et l'intervalle de la valeur $v_d$ et $L_m$	53
Tableau 2-4	Flux obtenus par l'algorithme de l'ACO avec les paramètres basés sur les valeurs de base dans le tableau 2-2	54
Tableau 5-1	L'ensemble des chaînes de modes de transport	134



# Introduction

Récemment le développement durable se situe au coeur de la politique de la planification urbaine pour la protection de l'environnement. Cette nouvelle politique nécessite des nouveaux outils pour analyser les interactions entre les systèmes de transport et l'utilisation du sol. Or, la méthode traditionnelle de prévision du trafic, i.e. modèle à quatre étapes (génération, distribution, choix de mode, affectation) ne permet pas d'étudier les interactions entre les systèmes de transport et l'utilisation du sol. D'où la nécessité d'élargir le champ d'étude aux activités des usagers. En fait, la demande de déplacement est dérivée de la réalisation des activités. L'analyse de la demande de déplacement nécessite la prise en compte des interactions entre ces deux éléments.

L'approche d'activités a été initiée depuis 1970 ayant comme objectif d'étudier les interactions entre le système de transport et l'utilisation du sol. Bien que de nombreuses études aient été réalisées, la modélisation dynamique des systèmes de transport basée sur l'enchaînement des activités est récente (Raney et al. 2003). Les problématiques concernent plusieurs aspects théoriques et pratiques qui sont les suivants :

1. La modélisation dynamique des systèmes de transport multimodaux est compliquée et peu d'études ont été réalisées sur ce sujet. De plus, l'application réelle dans un grand réseau basée sur les modèles microscopiques nécessite un temps de calcul assez important.
2. Le manque de méthodes de résolution du problème d'affectation dynamique multimodal.
3. Le manque de données détaillées sur le programme des activités et des déplacements des individus.

Pour répondre aux deux premières problématiques, les objectifs de cette thèse sont les suivants :

1. Proposer des modèles dynamiques de transport basés sur les activités permettant d'analyser l'enchaînement des activités et des déplacements des usagers,
2. Proposer des méthodes de résolution des problèmes d'affectation dynamique basée sur les modèles de simulation,
3. Modéliser de manière dynamique les systèmes de transport multimodaux dans un grand réseau.

Le contenu de cette thèse est organisé en six chapitres :

*Le chapitre 1* présente l'état de l'art sur les problématiques concernant les approches d'activités. Dans un premier temps, nous allons analyser les modèles existants d'activités. L'accent est mis sur le processus de décision de la programmation d'activités des individus ainsi que les méthodes de modélisation et de recueil de données. Comme la modélisation dynamique du déplacement des usagers dans un réseau multimodal reste un sujet très compliqué, les approches basées sur le système multi-agent et celles provenant de méthodes



d'agrégation de systèmes complexes sont présentées. Dans l'objectif de proposer des méthodes de résolution du problème d'affectation dynamique du trafic, les principes d'affectation du trafic ainsi que les méthodes de résolutions existantes sont exposées. Dans la dernière partie, des modèles statiques et dynamiques des systèmes de transport multimodaux sont abordés.

*Le chapitre 2* propose un modèle statique d'activités permettant de modéliser le choix de destinations et d'itinéraires des usagers dans un réseau routier. Ce modèle étend le modèle d'Accessibilité aux Activités Vacantes (AVA, Leurent, 1999). C'est un modèle introduisant la valeur économique d'activités et le coût de déplacement dans le choix de destinations et d'itinéraires. Le problème d'affectation statique est formulé comme un problème d'optimisation convexe sous la contrainte de la capacité du réseau. La méthode de résolution proposée est basée sur l'algorithme de colonies de fourmis (Ant Colony Optimization, ACO, Dorigo et al, 1991) visant à trouver la solution approchée du problème. Cette étude permettra d'analyser le fonctionnement de l'algorithme et servira à la résolution du problème d'affectation dynamique dans le chapitre 3.

*Le chapitre 3* propose un modèle dynamique d'activités et deux méthodes de résolution pour les problèmes d'affectation dynamique. Ce modèle d'activités traite le choix de destination, du temps de départ et d'itinéraires. Ce modèle étend le modèle précédent dans la mesure où l'écoulement du trafic est basé sur le modèle de file ponctuelle (Kuwahara et Akamatsu, 1997). La condition d'équilibre des usagers de Wardrop est formulée comme une inéquation variationnelle. Comme l'écoulement du trafic est basé sur le modèle de simulation, les méthodes traditionnelles de résolution de type Frank-Wolfe (Frank et Wolfe, 1956) ne sont plus adaptées. D'autant plus que le problème d'affectation dynamique dans un réseau multimodal basé sur les modèles de simulation est reconnu comme très difficile à résoudre. Les études existantes ont utilisé des heuristiques pour obtenir des solutions approchées. Pour cela, deux méthodes de résolution sont proposées : l'approche basée sur l'ACO en discrétisation temporelle et l'approche basée sur la méthode de l'Entropie Relative (Rubinstein, 1999). L'approche de l'ACO s'appuie sur la discrétisation temporelle de phéromones représentant la qualité temporelle des chemins. Cette information oriente les usagers à utiliser les meilleurs chemins en cas de congestion. L'avantage de cette approche réside sur le fait qu'elle fait émerger le choix des usagers dans un système distribué et permet d'étudier différentes stratégies de communications entre usagers-usagers ou usagers-environnement. Cependant, la conception de l'algorithme est heuristique et nécessite de manipuler plusieurs paramètres. La deuxième méthode est basée sur la méthode de l'Entropie Relative. L'idée originale est de considérer que l'état d'équilibre du réseau est un événement rare parmi tous les états possibles du réseau. Cette méthode est issue de méthodes de simulation pour estimer la probabilité d'événements rares dans un système stochastique. Enfin, des études comparatives avec l'approche du système dynamique (Smith, 1979) sont exposées.

*Le chapitre 4* propose un modèle macroscopique du premier ordre basé sur la discrétisation Lagrangienne permettant de représenter les trajectoires de véhicules dans l'espace et dans le temps. Ce modèle regroupe les véhicules en paquets et décrit leurs mouvements. La modélisation de l'intersection est basée sur le concept d'offre et de demande (Lebacque, 1996) dont deux modèles seront distingués : modèle du divergent et modèle du convergent. L'avantage du modèle de paquets réside sur le fait qu'il réduit considérablement le temps de calcul pour la simulation dans un grand réseau.

*Le chapitre 5* propose un modèle dynamique d'activités dans un réseau multimodal. Ce

modèle simule le choix de destinations, de chaîne de modes de transport, de temps de départ et d'itinéraires pendant 24 heures. Le choix de décision est basé sur le concept de la maximisation de la valeur économique retenue provenant de la réalisation du programme d'activités de l'individu. L'objectif est d'étudier l'affectation dynamique dans le réseau multimodal basée sur l'enchaînement des activités et des déplacements. La modélisation dynamique des systèmes de transport multimodaux est basée sur l'approche multi-agent qui permet de modéliser les interactions entre différents agents (usagers, véhicules et opérateurs etc.) et éventuellement d'analyser l'impact d'approvisionnement du système d'information des voyageurs. La méthode de résolution du problème d'équilibre des usagers est basée sur la méthode de l'Entropie Relative proposée dans le chapitre 3.

*Le chapitre 6* présente la synthèse des résultats obtenus de cette thèse ainsi que les perspectives de recherche.

Cette thèse a donné lieu à la présentation des articles suivants dans des conférences internationales suivantes :

### **Congrès Internationaux**

1. T.-Y. Ma, J.P. Lebacque. A dynamic packet-based multi-agent approach for large scale multimodal network simulation. *10th International Conference on Application of Advanced Technologies in Transportation (AATT08)*. 27-31 mai 2008, Athens Greece.
2. T.-Y. Ma, J.P. Lebacque. A cross entropy based multi-agent approach to traffic assignment problems. *Proceedings of the Traffic and Granular Flow (TGF07)*, 20-22 Juin 2007, Orsay, France.
3. T.-Y. Ma, J.P. Lebacque. A multi-agent approach to dynamic traffic assignment based on activity. *Proceedings of the sixth Triennial Symposium on Transportation Analysis (TRISTAN VI)*, 10-15 Juin 2007, Phuket Island, Thailand.
4. T.-Y. Ma, J.P. Lebacque. Modeling activity choice distribution and road choice behaviour on a network with side constraints. *Proceedings of the 11th Euro Working Group on Transportation (EWGT)*. 27-29 September 2006, Bari, Italie.

### **Workshops**

T.-Y. Ma, J.P. Lebacque. A dynamic packet-based approach for traffic flow simulation and dynamic traffic assignment. *Workshop of mathematical models of traffic flow*. 28 octobre -1 novembre 2007, Luminy, Marseille.



# Chapitre 1

## L'état de l'art

### 1. Introduction

La gestion des infrastructures de transport urbain s'intéresse de plus en plus à la coordination entre différents modes de transport. D'une part, le déplacement motorisé génère des effets négatifs en terme de congestion et de dégradation de l'environnement, ce qui entraîne le développement de systèmes de transport collectif. La gestion ou programmation des systèmes de transport multimodaux a besoin d'analyser l'impact des mesures sur l'ensemble de systèmes de transport permettant de tester et de choisir les meilleures stratégies de gestion. D'autre part, grâce à l'évolution des services d'information du trafic fournit aux voyageurs des informations en temps réel leur permettant d'optimiser leur déplacement en cas de congestion. Ces éléments rendent la gestion des déplacements compliquée et nécessitent de nouveaux outils de prévision du déplacement des voyageurs dans les systèmes de transport multimodaux.

Face à ces nouveaux enjeux, les méthodes traditionnelles de prévision du déplacement, e.g. le modèle à quatre étapes (génération, distribution, choix de mode et affectation), ne permettent pas de traiter ces besoins du fait qu'elles sont des méthodes macroscopiques qui ne permettent pas de modéliser le choix individuel des usagers. Par ailleurs, ces méthodes négligent le lien entre la mobilité et l'utilisation du sol. Trois défauts principaux des modèles traditionnels sont (Kitamura, 1996) :

- (1) L'absence de lien avec les activités : la demande de déplacement est dérivée du besoin de réalisation d'activités. Le changement du programme d'activités d'un individu entraîne sa modification du choix en terme de déplacement.
- (2) L'absence de la dimension du temps : le modèle à quatre étapes est un modèle statique qui ne traite pas la dynamique du déplacement dans le réseau. Or, face à la variation de la demande temporelle, l'évaluation des mesures de gestion nécessite d'analyser l'interaction entre la demande et l'offre du système au cours d'une journée ou d'un jour à l'autre.
- (3) L'absence du traitement de l'enchaînement des déplacements : du point de vue comportemental, lorsqu'un individu prend une décision en terme de déplacement, il ne considère pas qu'un seul trajet, mais l'ensemble des trajets combinés. L'objectif est de minimiser le coût total de cette chaîne de déplacements.

En effet, la demande de déplacement est dérivée de la réalisation des activités. La modélisation de la demande doit prendre en compte le lien avec la réalisation des activités. L'approche par les activités vise à élargir le champ d'étude vers la programmation d'enchaînement des déplacements et des activités. La décision du choix concerne le choix d'activités, de modes de transport, de destinations, de temps de départ, etc. Les trois principales raisons qui ont mis en évidence le développement des modèles d'activités sont :

- (1) L'élargissement du champ d'étude en permettant d'analyser la demande de déplacement dans une période plus longue et d'évaluer la dynamique du trafic dans le réseau.

- (2) L'amélioration de l'évaluation des mesures liées aux activités et à l'utilisation du sol.
- (3) La proposition d'un cadre d'analyse plus complet que celui basé sur un trajet permettant de traiter l'enchaînement des activités et des déplacements.

Comme l'approche d'activités tend à modéliser l'enchaînement des activités et des déplacements, le problème traité est très large et confronté aux difficultés suivantes :

- (1) Le manque de données détaillées sur l'enchaînement des activités et des déplacements. Par exemple, une chaîne d'activités et de déplacements quotidiens observés pendant 24 heures exige des données très larges sur les types d'activités, les destinations d'activités, les heures de départ, les heures d'arrivée, les modes de transport, les choix d'itinéraires, les caractéristiques socioéconomiques, les programmes d'activités et d'autres contraintes spatiales, temporelles etc. Le recueil de données sur les activités est souvent coûteux. L'application s'est pratiquée dans les pays anglo-saxons et la France n'a que quelques études sur ce thème (Bonnell, 2001).
- (2) Le manque de méthodes de modélisation sur la dynamique de l'enchaînement des activités dû à la complexité du problème liée à la programmation des activités et des déplacements.

L'objectif de cette thèse est de proposer un modèle dynamique permettant de simuler l'enchaînement des activités et des déplacements. Nous nous intéressons particulièrement aux méthodes issues de système multi-agent (SMA) et orientées sur l'auto-organisation. Dans ce chapitre, nous allons exposer une étude bibliographique sur les thèmes suivants : 1. les études de l'approche basée sur les activités ; 2. la modélisation SMA ; 3. les méthodes d'agrégation dans un système complexe ; 4. l'affectation du trafic ; 5. la modélisation de systèmes de transports multimodaux.

## 2. Analyses de la demande basée sur les activités

L'analyse de la demande de déplacement basée sur les activités est considérée comme une méthode de troisième génération et se présente comme une alternative au « modèle à quatre étapes » (Petit, 2003). Bonnell (Bonnell, 2001) a indiqué que la triple crise (financement, congestion, et environnement) doit pousser la politique à mettre en oeuvre « une meilleure complémentarité et gestion des modes de transport et une régulation de la demande de déplacement ». Ces besoins politiques nécessitent un nouvel outil d'analyse permettant d'étudier les interactions issues du système d'activités socioéconomiques et de l'offre des transports multimodaux. Ce nouveau regard évoque un défi important sur le recueil de données et la méthodologie en terme de modélisation d'un système complexe. Bien que ces problématiques aient été évoquées dès les années 70, il n'y a pas eu de progrès remarquables pendant ces années. Dans cette section, nous abordons une revue sur l'approche d'activités. L'accent est mis sur quatre thèmes principaux qui sont : 1. les théories de base ; 2. la programmation des activités et des déplacements ; 3. la méthode de modélisation ; 4. la méthode de recueil de données.

Avant d'entrer dans le vif du sujet, il faut définir les termes essentiels qui sont utilisés pour l'approche basée sur les activités.

**Activité** : le terme *activité* signifie une activité socioéconomique pratiquée par un individu.

Le déplacement est un moyen de se rendre d'un point à l'autre pour travailler, étudier, faire des courses, etc. Axhausen (Axhausen, 1997) a proposé une définition formelle du terme « activité » :

*« Une activité est une action principale effectuée dans un lieu, la durée comprenant le temps d'attente avant le début de l'activité réelle, elle est pratiquée seule ou avec le groupe concerné par cette action principale »*

Cette définition élimine les activités d'accompagnement pour limiter le champ d'étude. Le type d'activités peut être catégorisé en fonction de différents motifs. La liste des types d'activités représente les principales activités socioéconomiques pratiquées dans la vie quotidienne.

**Programmation des activités :** la programmation des activités consiste à organiser l'ensemble des activités personnelles sous contrainte du budget et de la ressource, physique et sociale. Concernant la durée de la programmation, elle est très variée. En général, l'horizon du temps est réparti en trois catégories : 1. re-planification dans une journée en modifiant les programmes des activités en raison de contraintes ou d'opportunités imprévues ; 2. planification quotidienne, en organisant les principales activités en fonction de leur localisation, la durée et le mode de transport ; 3. planification par semaine pour les activités majeures.

**Chaîne d'activités :** une chaîne d'activités décrit l'ordre des différentes activités réalisées d'un point à un autre pendant un intervalle de temps, commençant et finissant au domicile, e.g. 'domicile-travail-domicile' dont le déplacement se pratique entre deux activités consécutives.

**Pattern d'activités et de déplacements (PAD) :** Le PAD se représente comme une chaîne d'activités et de déplacements réalisés consécutivement dans un certain temps (e.g. un jour). Un PAD se compose de types d'activité, de durée d'activité, de destination d'activité, etc. Ce PAD est synthétique et se distingue selon la catégorie socioéconomique du ménage.

## 2.1. Théories de base

Les principales théories utilisées dans l'étude du PAD en géographie, économie, psychologie et transport peuvent se classer en deux catégories : théorie microéconomique et théorie de cognition. L'objectif de ces théories consiste à analyser le processus implicite de décision sur la programmation/reprogrammation des activités.

### 2.1.1. Théories économiques

Le développement théorique de l'approche d'activités est apparu dans le domaine de la géographie en 1970. Deux initiateurs Chapin (Chapin, 1974) et Hagerstand (Hagerstand, 1970) ont étudié les caractéristiques de la formation du PAD. Le PAD observé est l'intersection entre la demande des individus et l'offre du marché d'activités. Les caractéristiques des individus et des ménages imposent des contraintes sur le choix de certaines activités. La localisation des activités et leur horaire d'ouverture imposent des opportunités et des contraintes sur la programmation des activités. Le PAD est considéré comme un trajet temporel et spatial rassemblant différentes activités dans différents lieux

avec différents modes de transport. Un individu programme ses activités selon des critères multiples pour atteindre certains objectifs. Cependant, la relation entre ces facteurs d'influence et le PAD observé est très compliquée et la modélisation du PAD s'inscrit dans un cadre statique. Recker et al. (Recker et al., 1986a, 1986b) ont proposé un développement théorique de l'approche d'activité en élargissant les travaux de Chapin et Hagerstand. Ils ont considéré que la formation du PAD d'un individu est déduite du programme d'activités du ménage qui impose des contraintes sur le programme d'activités d'un individu.

D'autres modèles d'activités expliquent le choix de destination en tenant compte la distribution des activités. Chaque activité individuelle possède une valeur brute (utilité) pour les consommateurs. Dans les modèles de Koenig (1975) et Cochrane (1975), la valeur d'une activité est subjective sous contrainte du nombre d'activités aux destinations. De plus, l'occupation d'une activité n'est pas traitée de manière individuelle et distincte (Leurent, 2005). Pour cela, le modèle d'accessibilité aux activités vacantes (AVA, Leurent, 1999a,b) a été proposé pour corriger ces défauts. Nous allons présenter les caractéristiques du modèle d'AVA dans le chapitre 2.

En fait, la méthode plus répandue pour modéliser le PAD s'appuie sur la théorie de l'utilité. Un PAD observé est issu de la maximisation de son utilité. La théorie de l'utilité suppose qu'un individu a la capacité parfaite de distinguer toutes les alternatives dans l'ensemble de ses choix. La théorie de l'utilité est souvent critiquée puisque la capacité de cognition humaine est limitée (Keen, 2003). Pour cela, la théorie de la cognition répond mieux au processus heuristique de décision.

### **2.1.2. Théorie de cognition**

Des études dans le domaine de la psychologie montrent que la capacité cognitive humaine a ses limites. Le processus de décision est décrit et déterminé par l'ensemble des règles de décision déduites des expériences des individus. Hayes-Roth et Hayes-Roth (Hayes-Roth et Hayes-Roth, 1979) sont les premiers à étudier le problème de la programmation d'activités basée sur la théorie de la cognition. Ils ont élaboré une expérience destinée à tirer des règles ou des processus de décision pour la programmation des activités quotidiennes. Un total de trente scénarios sur cinq sujets différents a été expérimenté par les personnes interrogées. Ils considèrent que le processus de programmation d'activités est *opportuniste*. Pour chaque point de décision, un individu propose des actions après l'observation de l'environnement. Les décisions précédentes (connaissances) et l'observation actuelle (problème) influencent le développement du programme d'activités. Dans l'étape initiale du développement du programme d'activités, l'individu se focalise sur la planification. Il établit un programme d'activités vaste, ensuite l'individu modifie ce programme au niveau de l'exécution. Ainsi, une décision de niveau d'abstraction influence la décision suivante en spécifiant les actions à entreprendre.

Une autre étude, menée par Vause (Vause, 1997), a différencié deux procédures générales dans le choix de décision basée sur les règles heuristiques : 1. la procédure de restriction éliminant des alternatives ; 2. la procédure de sélection déterminant le choix d'alternatives. Pour la première, un individu utilise une variété de stratégies de choix. Ben-Akiva et Lerman (Ben-Akiva et Lerman, 1985) répertorient quatre catégories de stratégies de choix : 1. la dominance : une alternative est dominante si elle est meilleure pour au moins un attribut et neutre pour tous les autres attributs ; 2. la satisfaction : la sélection par des critères de satisfaction ; 3. les règles lexicographiques : la sélection de l'alternative la

plus attractive pour l'attribut le plus important ; 4. l'utilité : choix d'une alternative avec l'utilité la plus élevée exprimée par la combinaison des attributs. Ces stratégies de choix peuvent varier selon la situation.

La théorie de la cognition montre qu'un individu tend à décomposer le problème de décision en une série de sous-problèmes. Cependant dans le processus de programmation des activités, l'organisation des choix d'un individu sur ces sous-problèmes est encore inconnue. Vause (Vause, 1997) a montré que dans le cas de décision plus complexe, des règles de décision insuffisantes (les règles de base ne créent pas l'ordre total des alternatives) et incohérentes (l'ordre préférentiel des alternatives n'est pas toujours compatible) vont engendrer des difficultés. Pour le cas où le choix de décision serait compliqué (par exemple le choix d'une alternative au sein des plans détaillés d'activité), ce problème est difficile à résoudre. De plus, les processus pour obtenir, valider et calibrer les règles de décision sont essentielles et demandent des données détaillées sur les attributs des activités au sein d'un programme.

## **2.2. Programmation des activités et des déplacements**

La programmation des activités définit la planification des activités d'un individu dans la dimension spatiale et temporelle. La théorie comportementale de programmation des activités est proposée dans des études (Ettema et al., 1993 ; Joh et al., 2001). De plus, des études sur le processus de programmation des activités sont présentées dans (Doherty et Miller, 1997 ; Doherty et Axhausen, 1999 ; Doherty, 2000). Le processus de décision du programme d'activités est essentiel pour prévoir le pattern d'activités-déplacements. Cependant ce processus de décision est de nature complexe et inobservable, le recueil de données sur le programme d'activités étant difficile. Or, avec les nouvelles méthodes de recueil de données, le recueil de données en terme d'activités devient accessible à l'aide d'ordinateurs et de systèmes d'information géographique.

Doherty et al. (Doherty et al., 2000) ont étudié le processus de décision sur la programmation des activités basée sur des études empiriques. Le programme d'activités est décidé en deux niveaux : (1). planification des activités dans l'agenda hebdomadaire ; (2). modification. Le premier processus consiste à ordonner les activités avant la réalisation. Généralement, ce programme peut se préparer une semaine avant et se modifier au fur et à mesure selon la situation actuelle. Le deuxième consiste à présenter la modification du programme d'activités, qui pourrait être une modification temporelle (par exemple, la durée, le temps de départ), spatiale (par exemple, la localisation d'activités) et de moyens (e.g. mode de déplacement ou itinéraire à emprunter) selon les règles de décision des individus. La décision d'ajouter ou de supprimer une activité dépend de leur priorité dans l'agenda. Cette priorité représente son importance pour les décideurs. Elle est influencée par des attributs statiques d'activités et par des aspects dynamiques au moment de la décision. Une fois qu'une activité est ajoutée dans l'agenda, la fenêtre de temps pour cette activité sera créée et fournira l'ensemble des détails sur la réalisation de cette activité (modes de transport, lieu d'activité, etc.). Ils ont défini aussi un processus de modification ou de suppression d'activités dû au conflit provenant des événements imprévus ou de la pression du temps. Bien que ce processus dynamique de programmation des activités ait été proposé, l'application réelle reste l'objet de travaux futurs. Dans la section suivante, des études empiriques et théoriques sur le processus de la programmation seront étudiées.



### 2.2.1. Etudes empiriques

Dans le but d'éclaircir le processus de décision du programme d'activités, Doherty et Miller (Doherty et Miller, 2000) ont conçu et mis en application un instrument d'enquête à l'aide d'un programme informatique, appelé CHASE (Computerized Household Activity Scheduling Elicitor), visant à enregistrer des programmes d'activités et des modifications (ajoutant, modifiant et supprimant des activités au sein de l'agenda d'activités) dans une semaine. Ses avantages sont de favoriser l'enquête en plusieurs jours et de faciliter la réponse des personnes interrogées. Une enquête a été réalisée à l'aide de CHASE contenant une partie portant sur des questionnaires aux personnes et une autre partie portant sur le recueil du programme d'activités des adultes du ménage (42 ménages, dont 70 adultes et 20 enfants) dans la ville de Hamilton (au Canada) pendant une semaine. Une autre application de CHASE a été réalisée à Aachen (en Allemagne) en 1999 (Rindsfuser et al., 2003). L'objectif de l'enquête était d'enregistrer les agendas d'activités des ménages permettant de présenter toutes les activités d'un ménage, de connaître le processus d'ajustement de l'agenda, l'enchaînement des activités et des règles de décision. Un modèle d'analyse du processus de programmation des activités du ménage basé sur cette enquête a été proposé (Doherty et Axhausen, 1999). Il consiste à décrire le processus général de programmation des activités par 4 sous-modules : la génération de l'agenda, la génération des activités habituelles, la génération du programme d'activités et la reprogrammation des activités. Ce processus de décision résulte du fait que l'individu génère les programmes d'activités lui convenant le mieux et les améliore au fur et à mesure. Le changement du programme d'activités se caractérise par le changement de priorité, le temps ou l'espace d'activités décidé par des règles de décision des individus. Alors que la priorité d'activité a été considérée en tant qu'un facteur essentiel dans le processus de programmation des activités, elle est difficile à qualifier. Elle dépend des caractéristiques d'une activité, de la préférence des individus et de la flexibilité du temps ou de l'espace à réaliser une activité. Ces règles de décision peuvent être recueillies par des données d'enquêtes empiriques. Des nouvelles méthodes d'enquête sont en train de se développer. Nous pouvons recenser l'utilisation d'un ordinateur de poche (Personal Digital Assistants, PDA) afin d'améliorer les performances de CHASE (appelé EX-ACT survey, Rindsfuser et al. 2003), le développement d'Internet qui permet d'enquêter sur les activités du ménage (Lee et al., 2001), l'utilisation de systèmes d'information géographique (SIG) pour le pistage de la localisation des véhicules (Kreitz et al., 2002).

L'étude empirique élaborée par Doherty et Miller (Doherty et Miller, 2000) a permis d'extraire un certain nombre de caractéristiques intéressantes : 1. l'agenda d'activités est capable de décrire la plupart des types d'activités réalisées (83%), seulement 17% de nouveaux types d'activités sont ajoutés ; 2. la modification du programme d'activités est répartie par 79% d'ajustement, 17% de modification et 4% de suppression dans une base de données dont 5735 activités et 2269 déplacements ont été recensées. La modification du contenu des activités se fait principalement sur le temps, i.e. la durée, le début et la fin d'une activité ; 3. la plupart des activités réalisées comme prévu dans le programme d'activités est d'environ 50% et la modification des activités s'effectuent à différents moments du temps dont 60% sont décidées sur le moment. Des perspectives de recherche concernant les règles de décision, l'adaptation, l'apprentissage comportemental et la formation d'habitude sont des problématiques très importantes sur le mécanisme de programme d'activités (O'Kelly et al. 2003).

## **2.2.2. Planification et cognition**

Dans cette section, nous essaierons de répondre à la question du dynamisme de décision sur le programme d'activités via la science de la cognition et de l'intelligence artificielle. La planification humaine est difficile à modéliser à cause de la complexité du problème. Des recherches dans la science de la cognition montrent que la fonction principale de la cognition humaine consiste à recueillir, stocker et traiter des informations extérieures pour atteindre certains objectifs (Wezel et Jorna, 2001). L'intelligence humaine se traduit par la capacité de planification et de résolution de problèmes. Du point de vue d'un individu, la planification correspond au processus de résolution de problèmes pour atteindre ses objectifs. Des stratégies adoptées dans le processus de planification décrivant la manière dont la séquence d'exécution des tâches est conçue, se classent en deux théories : hiérarchique ou opportuniste. La théorie hiérarchique suppose que des objectifs de planification ont une structure hiérarchique pour résoudre les problèmes. Le processus de concrétisation d'objectifs permet de générer des actions pour résoudre les problèmes. Cependant, des expériences empiriques ont montré que la planification s'effectue de manière asynchrone et est déterminée par le contexte du problème au moment de l'exécution (Hayes-Roth et Hayes-Roth, 1979). Or, en réalité la stratégie de planification adoptée se situe entre les deux cas, c'est à dire que les individus utilisent différentes stratégies pour résoudre différents types de problèmes, conformément à la différence des individus et des expériences accumulées. Une autre stratégie de planification humaine, proposée par (Riesbeck et Schank, 1989), décrit la planification humaine comme un processus d'adaptation, c'est à dire que les individus cherchent des solutions basées sur leurs expériences similaires. Cette stratégie reflète que la planification humaine est un processus d'apprentissage et d'adaptation qui se décompose en plusieurs étapes séquentielles : établir les objectifs, chercher les objectifs similaires et résolus, chercher des plans existants, adapter ces plans, enregistrer les plans utilisés. Cette stratégie explique les comportements habituels induits par leurs expériences (Aarts et al., 1997 ; Chen et al., 2004). Plusieurs applications issues de cette stratégie visant à simuler le processus de programmation des activités et des déplacements en milieu urbain ont été réalisées (TRANSIMS, 2003 ; Raney et al, 2003).

## **2.3. Méthodes de modélisation**

Dans cette section, nous présentons différentes méthodes utilisées pour modéliser le PAD. Les méthodes de modélisation des PADs peuvent être classées en trois groupes : méthodes simultanées, méthodes séquentielles et méthodes basées sur les systèmes multi-agent. Les méthodes simultanées traitent le problème selon un cadre de maximisation d'utilité en décrivant les PADs par des attributs d'activités. Les techniques utilisées sont basées soit sur la simulation soit sur des méthodes d'optimisation mathématique. Les méthodes séquentielles considèrent que le processus de décision du PAD est heuristique et dépend du contexte. Le PAD est déduit d'une séquence de décision définie par un ensemble de règles de décision du type « condition-action ». La troisième classe regroupe les méthodes qui traitent le problème en simulant le comportement de nombreux agents (systèmes multi-agent). Un état de l'art récent sur les méthodes de modélisation du PAD a été proposé dans l'article de Timmermans (Timmermans, 2002). D'autres méthodes consistent à modéliser la durée d'activités, et le lien entre les facteurs d'influence sur la génération de PADs (Pas, 1996 ; Golob, 2003).

### 2.3.1. Méthodes simultanées

La méthode simultanée modélise le PAD à partir de la théorie de la maximisation d'utilité. Les PADs sont décidés de manière simultanée en supposant que chaque décideur a la capacité parfaite de distinguer les différences entre chaque alternative du PAD. Un décideur choisit un PAD ayant l'utilité maximale qui dépend de son caractère socioéconomique et des activités. Les activités sont classées selon les attributs des activités. Les modèles les plus répandus sont les modèles de choix discret (Bowman et Ben-Akiva, 2000 ; Wen et Koppelman, 1999 ; Wang et Timmermans, 2000). D'autres modèles basés sur le même concept d'utilité formulent le problème du PAD à partir de : (1) programmation mathématique (Recker, 1995) ; (2) contraintes de prisme (temps et localisation d'activité) (PCATS, Prism-Constrained Activity Travel Simulator, Kitamura et Fujii, 1998) ; (3) modèles combinatoires (Bhat, 1999). Bien que ces modèles soient basés sur la théorie de la maximisation d'utilité, ils ne permettent pas de modéliser la dynamique du programme d'activités dûe aux contraintes temporelles ou à des événements imprévus. Deuxièmement, la capacité de cognition humaine n'est pas capable de distinguer les différences entre les alternatives du PAD (de l'ordre de  $10^{17}$ , Ben-Akiva et Bowman, 1998). De plus, le processus de décision est implicite dans ce type de modèles.

### 2.3.2. Méthodes séquentielles

La méthode séquentielle corrige les défauts de la précédente en explicitant les étapes séquentielles de décision sur la formation du PAD. Ces méthodes basées sur la théorie de la cognition ont initialement été développées par Newell et Simon en 1972 pour modéliser le processus de résolution de problèmes (Gärling et al., 1994). Le modèle du processus de calcul (computational process model, CPM) spécifie des règles de décision sous la forme de « condition-action » formant un système de règles visant à résoudre les problèmes. Le CPM est conçu en s'appuyant sur un modèle de cognition humaine. Par exemple, dans le modèle SCHEDULER (Golledge et al., 1994), le modèle de cognition est composé de quatre éléments : un système d'environnement, un système d'acquisition de l'information, un système de mémoire et un processus de programmation. La génération des règles de décision est stockée dans le système de mémoire qui sert de base de connaissance pour produire une action plus adaptée à la situation. Le modèle CPM s'appuie sur la capacité imparfaite de cognition et sur l'adaptabilité du comportement du décideur. Cela rend le modèle CPM plus réaliste.

De nombreux modèles du type CPM aient été proposés, ils peuvent se classer en deux catégories : (1) modèles basés sur la théorie de l'utilité ; (2) modèles basés sur des règles heuristiques (Arentze et Timmermans, 2004). Des modèles tels que PCATS (Kitamura et Fujii, 1998), STARCHILD (Recker et al, 1986a ; Recker et al, 1986b), SMASH (Ettema et al, 1993) et Bhat (Bhat, 1999) sont basés sur la théorie d'utilité pour choisir le programme d'activités. Les modèles basés sur les règles de décision semblent plus raisonnables. Cependant ils rencontrent aussi des difficultés au niveau des données. Le CPM déduit des règles de décision de type « condition-action » sur les données d'enquête. Il faut une base de données assez importante pour générer des règles de décision. Par exemple, dans l'étude la plus complète et la plus récente, les données des activités sur 2198 ménages ont été recueillies pour établir ce modèle (Albatross, Arentze et Timmermans, 2004). De plus, dans le processus de programmation des activités, la plupart des modèles CPMs ont un processus

complexe et demandent d'importants calculs pour générer le détail du programme d'activités. La modification dynamique du programme d'activités basée sur des contraintes temporelles ou spatiales est aussi la problématique de l'approche basée sur les activités

### **2.3.3 Méthodes de simulation multi-agent**

La troisième méthode s'appuie sur la simulation orientée agent. L'objectif consiste à simuler le comportement individuel (agent) basé sur des règles de décision dans un réseau de transport. Le cadre de simulation est composé de cinq parties (TRANSIM, MASim, Raney et al, 2003) :

- (1) Génération d'une population représentative : générer des individus et des ménages représentatifs basés sur des données démographiques et socioéconomiques.
- (2) Génération des activités (pour chaque type de ménage et les membres associés, générer un programme d'activités) : La méthode de génération des activités reste un sujet de recherche actif pour l'approche d'activités. Les modèles les plus utilisés se basent sur la théorie du choix discret. Par exemple, le modèle Logit ou Logit emboîté sont des méthodes couramment utilisées pour modéliser le choix discret. D'autres méthodes ont été proposées dans la littérature, e.g. Rieser (Rieser, 2004) a proposé une méthode de génération du programme d'activités basé sur la matrice OD. Charypar et Nagel (Charypar et Nagel, 2003a) ont proposé une méthode basée sur un algorithme génétique.
- (3) Choix de destination, de mode et d'itinéraire : en général, l'ordre de décision sur ces choix est supposé hiérarchique. Dans le premier temps, le choix d'activités à pratiquer est décidé, ensuite ce sont le choix de la destination, du temps, du mode, et de l'itinéraire. Le choix au niveau supérieur conditionne le choix au niveau inférieur jusqu'à ce que tous les caractères de la chaîne d'activités et de déplacements soient remplis.
- (4) Simulation du trafic : lancer la simulation basée sur des modèles du trafic
- (5) Programmation/reprogrammation des activités : ce mécanisme de rétroaction reflète l'apprentissage par renforcement des usagers. Pour chaque agent, il pratique un programme d'activités et enregistre son utilité. En se basant sur le modèle de modification du programme d'activités, il pratique un autre programme et ainsi de suite. Balmer et al. (Balmer et al., 2004) ont analysé différentes méthodes de reprogrammation des activités. Ils considèrent le problème de reprogrammation comme un problème d'apprentissage par renforcement dans un environnement stochastique. Un agent exerce le choix de décision selon une probabilité de choix dépendant de la performance d'exécution de l'action sous la condition actuelle. La méthode Q-learning a été adoptée pour modéliser le processus d'apprentissage du meilleur programme d'activités (Charypar et Nagel, 2003b). Cependant, cette méthode ne convient pas pour des problèmes dont le domaine de recherche est très large. D'autres méthodes comme le plan mental basé sur des réseaux bayésiens (Arentze et Timmermans, 2005), l'algorithme génétique (Charypar et Nagel, 2003a) ou l'apprentissage par renforcement basé sur les règles de décision « condition-action » (Arentze et Timmermans, 2003) sont des méthodes pour traiter le problème de reprogrammation des activités.

## 2.4. Méthodes de recueil de données

Axhausen (Axhausen, 1997) a montré le besoin de données pour modéliser la programmation des activités à court terme (journalier ou hebdomadaire). Ces données ne peuvent pas être récupérées par l'enquête traditionnelle sur la mobilité des individus. De ce fait, il faut recenser les informations qui sont issues du programme d'activités, des règles de décision sur la modification du programme d'activités etc. L'enquête sur l'emploi du temps des individus consiste à enregistrer toutes les activités réalisées dans une période donnée avec tous les détails associés. Ce type d'enquête est coûteux et exige beaucoup de temps pour les personnes qui remplissent le questionnaire ainsi que pour les chercheurs qui traitent les données. Cependant, à partir de 1980, grâce aux progrès informatiques, la méthode traditionnelle avec papier et crayon est remplacée par la méthode d'aide à l'informatique (computer-assisted data collection, CADAC). L'avantage de cette méthode permet à la fois de réduire la charge des personnes interrogées et des chercheurs, et d'améliorer la qualité des données. Cette méthode permet aussi de travailler avec le système de positionnement global qui enregistre les positions spatiales des individus.

La méthode consiste à utiliser un programme informatique d'interview qui présente les questions à l'écran. Les réponses sont enregistrées immédiatement et les incohérences peuvent être également détectées par le programme qui informe les personnes en vue de les corriger. De cette manière, la qualité des données est améliorée. Les informations recueillies sont flexibles, y compris toutes les informations détaillées sur les activités (par exemple, quelle activité, l'heure de début et de fin, dans quel ordre, la fréquence, la durée, par quel mode et le temps de déplacement, etc.). Les types d'activités, l'intervalle de temps peuvent être fixes ou variables selon le programme conçu. Des agences gouvernementales aux Etats-Unis et en Europe ainsi que des sociétés d'étude de marché en Europe utilisent ces méthodes de collecte de données depuis les années 1980 (Kalfs et Saris, 1997). Par exemple, Sociometric Research Foundation aux Pays-Bas a conçu un agenda électronique pour l'étude d'emploi du temps des individus. Un total de 368 activités (principales et secondaires) a été enregistré en répondant aux questions structurées hiérarchiquement. D'abord, la personne interrogée doit choisir une catégorie d'activités (par exemple, au domicile, en dehors du domicile, déplacement) et donner ensuite plus de détails. Les questions suivantes incluent des détails sur la description des activités, le temps, le sentiment (appréciation), les activités secondaires. En pratique, la composition d'échantillons doit refléter l'emploi du temps des activités dans la population. Pour cela, la taille de l'échantillon doit être représentative. Les individus et les dates pour lesquelles les questionnaires sont remplis dans le ménage doivent être choisis au hasard ou selon une méthode de probabilité (Kalton, 1985). Une autre étude basée sur l'agenda électronique est effectuée par Ettema et al. (Ettema et al., 1994). Elle combine l'agenda électronique avec les données du système de positionnement global (Draijer et al., 1998), l'enquête sur des véhicules équipés (« instrumented vehicle studies », Wolf et al., 1999), et l'expérience interactive dans la réalité virtuelle (« interactive computer experiments in virtual reality », Tan et al. 2001). D'autres enquêtes plus récentes ont été réalisées, par exemple, l'enquête sur la programmation des activités de 270 ménages basée sur l'ordinateur portable à Toronto (Doherty, 2003) et l'enquête faite à la main sur la programmation des activités de 300 individus à Dortmund (« hand-held activity scheduling decision process survey », Rindsfuser et al. 2003).

### **3. Méthodes basées sur les Systèmes Multi-Agents**

Le domaine des Systèmes Multi-Agents est un thème très actif dans l'Intelligence Artificielle Distribuée et le génie logiciel. La conception des SMAs est aussi appliquée dans d'autres domaines scientifiques comme la physique et la biologie. Un SMA est un ensemble d'agents autonomes, situés dans un environnement, et interagissant entre eux (coopération, concurrence et communication) et avec l'environnement. Le concept d'« autonomie » consiste à décrire les agents comme des entités autonomes flexibles, capables de s'adapter à leur environnement pour atteindre certains objectifs. Le paradigme agent provient, d'une part, de l'intelligence artificielle distribuée, d'autre part, de la vie artificielle. Historiquement, la recherche des systèmes multi-agents est parue au cours des années 80. Généralement, un agent est soit cognitif, ayant une représentation interne complexe permettant d'avoir un comportement intelligent tel que le raisonnement et l'apprentissage, soit réactif, possédant les caractéristiques simples permettant des actions selon des stimuli de l'environnement. En effet, la définition de l'agent dépend du domaine d'applications. Dans le domaine de l'Intelligence Artificielle Distribuée, un agent est défini comme un système informatique situé dans un environnement, capable de réaliser certaines actions de manière autonome et adaptative afin d'atteindre certains objectifs. Le système multi-agent est conçu suivant une structure distribuée sans avoir un contrôle central du système. Les thèmes d'études concernant les interactions, négociations, et communications proposant différents schémas (agents-agents ou agents-humain). Ainsi, différents formalismes de communications et des Agent Communication Languages (ACL) sont proposés concernant la normalisation des langages de communication entre les logiciels ou les interfaces agents-humains dans un environnement distribué (ex. Internet).

Dans le domaine de la biologie, de la physique ou de la chimie, l'agent peut être défini comme un individu autonome capable de réagir à certaines actions simples selon des règles physiques ou comportementales. Le système multi-agent est composé de nombreux agents simples, homogènes ou hétérogènes qui sont capables d'interagir entre eux et sur l'environnement. La complexité des agents et des interactions peut varier selon l'objectif de la modélisation. Généralement, les comportements des agents physiques ou chimiques sont décrits par des équations différentielles issues des modèles ou théories des applications.

Notre objectif de recherche est d'établir un modèle basé sur le concept des SMAs permettant de simuler les comportements de participation aux activités des agents (voyageurs) dans un système complexe. Les agents réactifs conviennent mieux à notre problématique puisque pour un nombre important d'agents, une architecture interne complexe entraîne une explosion du temps d'exécution de la simulation. Pour que la construction d'un tel système soit faisable, nous mettons l'accent sur les études des SMA basés sur les agents réactifs.

Dans la section suivante, nous exposons les caractéristiques des SMAs, la représentation interne des agents réactifs, le schéma de communication, les plates-formes de développement et les applications des SMAs dans les domaines de transport.

#### **3.1. Caractéristiques des SMA**

Les caractéristiques des SMAs proviennent des interactions entre les agents et

l'environnement. La complexité du comportement du SMA dépend de deux niveaux (Schweitzer, 2003) : 1. la complexité des agents (capacité d'actions) et 2. la complexité des interactions. Le premier niveau dépend de la structure interne des agents modélisés par le concepteur, concernant les états internes des agents influencés par les stimuli de l'extérieur. Ces états peuvent être définis par des variables continues ou discrètes. Le comportement des agents dépend de ses états internes et des conditions de l'environnement sans contrôle centralisé. Le deuxième niveau dépend de l'architecture de communication, des règles et de la capacité à communiquer. L'architecture de communication est définie comme la représentation schématique d'échange d'informations entre les agents et les composants du système. Nous détaillons les architectures de communication dans la section 3.2.

De manière générale, un système multi-agent possède les caractéristiques d'un système distribué, telles que la modularité correspondant aux agents ou composants du système, la redondance évitant la défaillance du système en cas d'erreur, la décentralisation, le comportement émergent des interactions des agents, la fonctionnalité en provenance des interactions et l'adaptation basée sur la dynamique du système. Ces caractéristiques sont dérivées des interactions entre agents autonomes permettant de décrire le comportement adaptatif des agents dans un système complexe. Cependant, le mécanisme d'émergence du comportement complexe en fonction des interactions des composants du système est difficile à déduire à l'aide de méthodes analytiques. La théorie de l'auto-organisation consiste à décrire les caractéristiques d'un tel mécanisme. Nous étudierons différentes méthodes issues de la théorie d'auto-organisation ou de synergétiques dans la section 4.

## **3.2. Représentation interne des agents réactifs**

Les agents réactifs sont des agents simples permettant d'agir en fonction de stimuli de l'environnement. Les actions prises par les agents sont probabilistes selon des règles de « condition-action ». Les agents réactifs n'ont pas une représentation symbolique de l'environnement. Cependant, ils permettent de faire émerger des actions collectives ou des propriétés complexes par les interactions locales entre eux et sur l'environnement. De nombreux systèmes naturels possèdent des comportements collectifs émergents en fonction des interactions entre les individus.

### **3.2.1. Architectures réactives**

Les architectures des agents réactifs représentent une structure horizontale de contrôle sur les actions réactives suivant des stimuli de l'environnement (figure 1-1). L'architecture réactive la plus connue est celle de Brooks (Brooks, 1991), dite architecture de subsumption. Elle est composée de plusieurs couches de compétence permettant d'accomplir une tâche particulière. Les couches de compétence sont organisées hiérarchiquement, chacune possédant une priorité différente. La couche supérieure correspond aux tâches les plus abstraites possédant la priorité la plus petite. En revanche, la couche inférieure correspond aux tâches les plus simples avec la priorité la plus haute. Par exemple, la conception d'un robot d'exploration sur une surface pourrait avoir une couche supérieure « exploitation de l'environnement » et la couche la plus basse « éviter les obstacles ». Les stimuli de l'environnement sont reçus par la fonction de perception de l'environnement. Le comportement des agents est ensuite

représenté par des règles de décision décrites dans les modules de compétence. Les résultats de ces modules de compétence génèrent des actions sur l'environnement.

L'avantage de l'architecture réactive provient de la simplicité et l'efficacité de calcul. Cependant, elle ne permet pas de choisir les meilleures actions dans le long terme puisqu'elle n'a pas la compétence d'apprendre des expériences passées dans le passé. De plus, les agents réactifs permettent de faire émerger des comportements collectifs par les interactions entre eux, mais il est difficile de les expliquer. Pour cela, les architectures hybrides sont nées pour renforcer la compétence des agents réactifs sans avoir l'architecture complexe comme les agents cognitifs (par exemple l'architecture Belief-Desire-Intension, BDI).

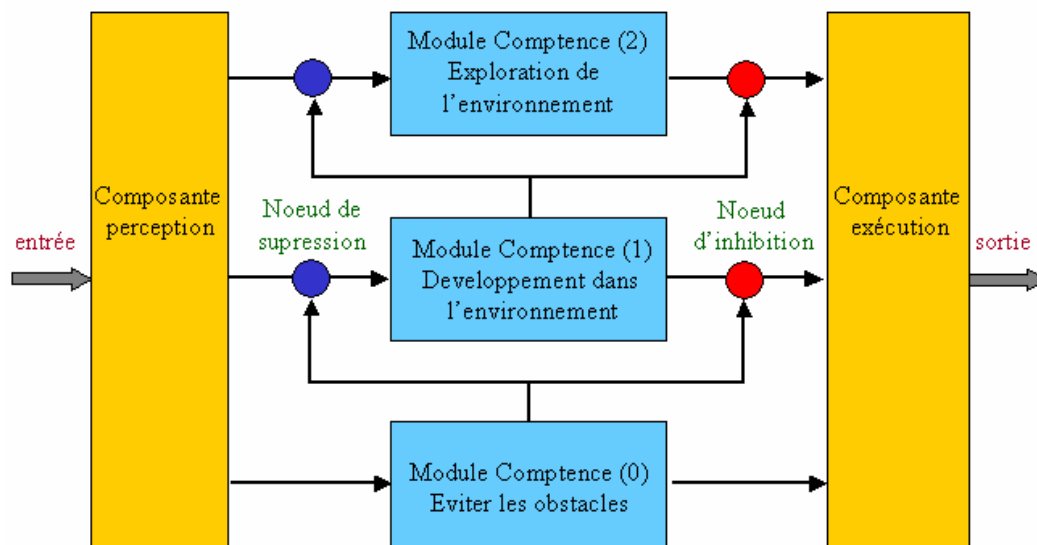


Figure 1-1 Architecture réactive de subsomption (Source : Politechnica University of Bucharest, 2002)

### 3.2.2. Architectures hybrides

Au niveau de l'agent, les architectures hybrides combinent les architectures réactives et cognitives en organisant les modules de compétence réactive et ceux d'intelligence (ex. opérations de raisonnement) (voir la figure 1-2). Le comportement des agents est dirigé par les buts de conception, soit les buts propres, soit les buts coopératifs, et défini par des règles de décision décrites dans les modules de compétence. Le formalisme des architectures hybrides dépend des objectifs des applications. Une des architectures hybrides la plus connue est celle du système InteRRaP (Integration of Reactive Behavior and Rational Planning) proposé par Muller et Pischel (1994). L'architecture InteRRaP est composée de trois couches de contrôle et de trois bases de connaissance représentant différents niveaux d'abstraction de la perception de l'environnement. Trois couches sont organisées hiérarchiquement, pour lesquelles le flux de contrôle se transfère de bas en haut. La couche de planification coopérative est associée à des opérations spécifiques sur les buts coopératifs, accomplis avec d'autres agents, se situant au niveau le plus haut. La couche de planification locale est associée à des opérations sur les buts locaux, accomplis par les agents eux-mêmes. La couche la plus basse des comportements réactifs est associée à des actions simples agissant sur l'environnement. Chaque couche est composée de deux sous-modules : (1) module de perception de situations, (2) module de planification et d'exécution. Les deux sous-modules



permettent de transférer le contrôle des informations correspondantes aux différentes opérations.

Les architectures hybrides permettent de réaliser une action plus complexe comme ceux de la BDI en se basant sur une présentation du processus explicite de contrôle du flux d'information. Il faut noter qu'il existe d'autres architectures moins compliquées pour les agents hybrides (combinaison d'agents réactifs et d'agents cognitifs) comme celle utilisée par Agents Brownien (Schweitzer, 2003). Généralement, un système multi-agent composé d'Agents Brownien est décrit par : (1) une fonction représentant les états internes ou externes des Agents Brownien ; (2) un ensemble de paramètres de contrôle en provenance de l'énergie potentielle externe ou des flux entrées/sorties des ressources. (3) une « eigendynamics » (dynamique propre) du système provenant de la structure du système. Le comportement du SMA de type Brownien est spécifié par ces trois composantes. Les applications basées sur les agents Brownian sont nombreuses, par exemple la formation des parcours de piétons, l'évolution de la structure des milieux urbains et la modélisation des processus sociaux tels que la formation des opinions publiques (Schweitzer, 2003).

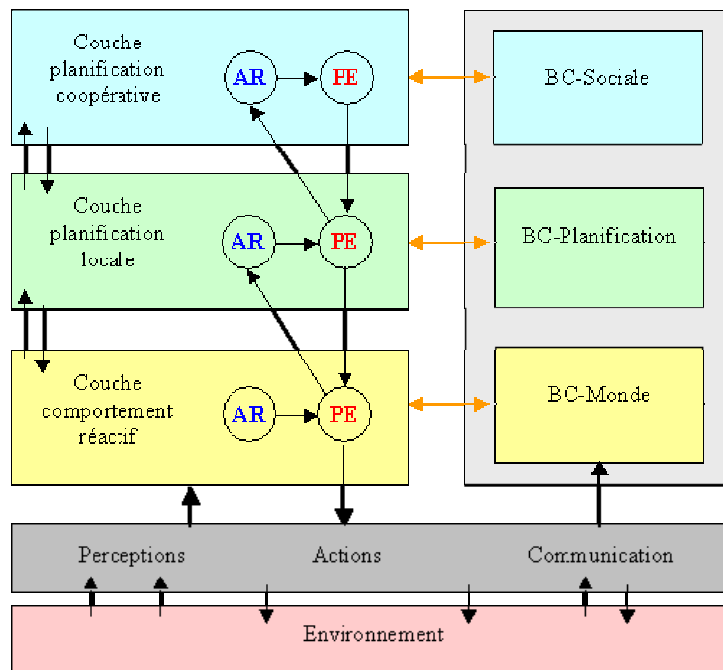


Figure 1-2 Architecture InteRRaP ( Source : Politechnica University of Bucharest, 2002)

### 3.3 Plates-formes et sémantique des SMAs

#### 3.3.1. Sémantique des SMAs

Le développement des sémantiques pour les SMAs a été initié au milieu des années 80 pour faciliter la conception des SMAs (Wooldrige, 2001). Dans cette section, les langages de développement, AGENT0 et Concurrent METATEM, seront exposés. De manière générale, la programmation orientée objet se distingue de celle orientée agents au niveau des modèles de conception. La dernière est basée sur le module d'agent qui maintient les fonctionnements internes, voire mentaux des agents réactifs ou cognitifs. Les agents décident leurs actions

selon les règles conçues dans l'architecture interne des agents.

### **3.3.1.1. Langage AGENT0**

Le langage AGENT0 est le premier langage basé sur la programmation orientée agent. Un agent est composé de trois éléments : un ensemble de compétences représentant les actions qu'un agent peut effectuer, un ensemble de croyances et d'obligations initiales basées sur l'architecture BDI et un ensemble de règles d'obligation. Le processus de contrôle vérifie le modèle mental permettant à un agent de réagir aux messages reçus. Les actions d'un agent sont conditionnées par l'ensemble des règles d'obligation. Chaque règle contient un message sur l'état interne de l'agent et ses actions. La procédure d'activation est décrite par : l'identification du message reçu, la comparaison avec la condition mentale, et l'activation d'une action selon l'état de croyance d'un agent. Deux types d'actions sont recensés : les actions privées qui sont exécutées par l'agent lui-même, et les actions communicatives qui sont envoyées pour d'autres agents. Dans ce langage, chaque agent a sa propre exécution qui est indépendante. Et la communication entre les agents est gérée par un mécanisme de transmission de messages.

Il faut noter que ce langage est un prototype de langage SMA et il ne permet pas de développer un système multi-agent à grande échelle (Wooldridge, 2001). L'extension de AGENT0 est le langage PLACA qui propose des compétences de planification et des objectifs à atteindre (Wooldridge et Jennings, 1995).

### **3.3.1.2. Langage Concurrent METATEM**

Le langage Concurrent METATEM a été développé par Fisher (Fisher, 1994). Ce langage est basé sur l'exécution directe de formules de logique temporelle (temporal logic). La conception des agents est décomposée en deux éléments : une interface d'interaction permettant à un agent d'agir sur d'autres agents et l'environnement, et un composant d'exécution capable d'exécuter les opérations du raisonnement à partir de la logique temporelle. Il faut souligner que les agents sont capables d'effectuer les tâches de manière concurrente par l'intermédiaire des règles de logique.

## **3.3.2. Plates-formes de développement SMA**

Le développement de ces langages permet de faciliter la mise en œuvre des SMAs dans les applications informatiques (par exemple, gestion des agents mobiles effectuant des tâches à distance, etc.). Il existe de nombreuses plates-formes de développement favorisant tel ou tel type de SMA. En ce qui concerne la norme en terme d'interaction pour un SMA, deux langages d'interaction, FIPA (Foundation for Intelligent Physical Agents) et KQML (Knowledge Query and Manipulation Language), ont été développés. La norme FIPA est un modèle de référence visant à normaliser la gestion d'un SMA sur une plate-forme. Le langage KQML est un langage permettant aux agents hétérogènes d'échanger des informations et des connaissances.

De nombreuses plates-formes SMA sont répertoriées (voir la liste dans <http://www.agentlink.org/resources/agent-software.php>). Par exemple, les plates-formes JADE, MACE, ZEUS sont destinées aux agents cognitifs, alors que SWARM est dédié aux

agents réactifs. Il existe des plates-formes visant à la généralité comme MADKIT. La plupart de plates-formes utilisent le langage JAVA pour faciliter l'implémentation de l'exécution concurrente des tâches des agents et pour sa capacité à s'exécuter sur des plates-formes hétérogènes.

### **3.3.3 Modélisation et simulation d'un SMA pour les transports**

L'application des approches orientées agent dans la recherche sur les transports est récent (Schleiffer, 2002). Dia (Dia, 2002) a proposé un modèle multi-agent ayant pour objectif de simuler les voyageurs individuellement avec l'approvisionnement d'information en temps réel. L'approche multi-agent a pour avantage d'étudier les interactions agent-agent, et agent-environnement dans les cas dynamiques. Dans cette étude, le comportement des agents « voyageurs » est caractérisé par des facteurs d'influence du choix de décision. En se basant sur le cadre de l'architecture BDI (la croyance, le désir, et l'intention), les agents ont une certaine connaissance de l'état de circulation de la route et du programme d'activité-déplacement. Les agents apprennent par retour d'expérience et prennent des décisions selon les plans d'activité-déplacement exécutés. De même, Rossetti et al. (Rossetti et al., 2002) utilisent l'architecture mentale BDI pour simuler le choix des agents voyageurs en fonction du temps de départ et des itinéraires. Deux types d'agents ont été conçus : les agents « voyageurs » et les agents « fournisseurs d'information ». Les agents « voyageurs » choisissent le temps de départ, l'itinéraire et la destination à partir de leur expérience. Les agents « fournisseurs d'information » proposent des informations en temps réel aux agents « voyageurs » pour modifier leur choix d'itinéraires. Bien que l'architecture mentale BDI convienne pour modéliser le comportement des voyageurs, la difficulté de mise en oeuvre des modèles et la complexité de calcul exclut leur application dans un grand réseau.

Une autre étude, menée par Zhang et Levinson (Zhang et Levinson, 2002) consiste à modéliser le choix des destinations et des itinéraires des usagers basé sur le paradigme multi-agents. Ce modèle est composé de trois types d'agents: 1. l'agent « voyageur » qui se déplace dans le réseau pour réaliser une activité, 2. l'agent « noeud » qui stocke les informations sur le nombre d'activités et l'ensemble des plus courts chemins issus de l'échange d'informations entre les voyageurs, 3. l'agent « arc » qui calcule le coût de déplacement sur les arcs. Chaque agent voyageur se déplace dans le réseau et cherche à réaliser une activité en fonction du nombre d'activités disponibles sur les nœuds. Ce modèle permet de faire émerger le choix des destinations et des itinéraires des usagers. Le calibrage du modèle utilise la distribution réelle des longueurs de déplacement pour minimiser l'écart entre la distribution réelle et estimée. Cependant, l'écoulement du trafic est statique et les valeurs d'activités ne sont pas prises en compte.

## **4. Méthodes d'agrégation du système complexe**

L'auto-organisation est un phénomène qui se manifeste dans un système complexe grâce aux interactions entre les parties du système lui-même, le système et l'environnement extérieur. Les propriétés macroscopiques du système complexe sont générées par de nombreux sous-systèmes ou composantes du système. Elles n'existent pas dans un seul sous-système ou élément. De nombreux exemples en terme d'auto-organisation ont été observés dans des systèmes naturels et dans les systèmes humains.

De système le plus simple (cellule) au système le plus complexe (humain), le phénomène d'auto-organisation se manifeste universellement. Nous pouvons citer des exemples tels que les comportements collectifs émergeant et disparaissant spontanément dans les groupes d'animaux ou d'insectes sociaux. Un système comme la colonie de fourmis montre comment les fourmis organisent automatiquement leur société et effectuent les travaux selon leurs rôles respectifs et en suivant des règles très simples.

Dans le domaine des transports, l'étude basée sur le phénomène d'auto-organisation ouvre une nouvelle perspective sur la dynamique de flux de véhicules et de piétons. De nombreuses recherches ont été réalisées par Helbing et ses collaborateurs (voir <http://www.helbing.org/>). Helbing et al. (Helbing, 1997a, b) montrent que la formation de pistes de piétons s'interprète par le processus d'interaction entre les mouvements des piétons, l'orientation des individus et le changement de l'environnement.

Dans le domaine socioéconomique, le phénomène d'auto-organisation a donné naissance à un nouveau volet de recherche pour analyser la structure et le processus de formation du comportement humain. Une nouvelle discipline « econophysique » est apparue à laquelle une revue spécifique est dédiée. Généralement, l'auto-organisation est un phénomène commun dans tous les systèmes complexes. Dans de tels systèmes, le comportement global se caractérise par les propriétés de ses composantes mais il est également influencé par les conditions à l'extérieur et l'intervention d'autres systèmes.

Historiquement, le terme « auto-organisation » a été proposé en 1947 par le psychiatre et ingénieur W. Ross Ashby. La majorité des travaux de recherche sur la théorie et la modélisation de l'auto-organisation est due à Hermann Haken en 1970. Dès lors ce phénomène devient un terme très actif dans le domaine des systèmes complexes. La définition de l'auto-organisation peut varier selon les contextes. Schweitzer (Schweitzer, 2003) a donné une définition générale :

*“Self-organisation is defined as spontaneous formulation, evolution and differentiation of complex order structures forming in nonlinear dynamic system by way of feedback mechanisms involving the elements of the systems, when these systems have passed a critical distance from the statistical equilibrium as a result of the influx of unspecific energy, matter, or information”*

Dans cette définition, plusieurs notions sont abordées : la structure de formation, l'évolution du système, et l'état critique auto-organisé. Ces caractéristiques sont importantes dans le cas d'un système complexe. Pour mieux comprendre le phénomène d'auto-organisation, nous mettons l'accent sur les problématiques liées à la formation dynamique du modèle du système et les conditions d'émergence du phénomène d'auto-organisation. Cette section se divise en deux parties. Dans un premier temps, nous allons étudier les propriétés de l'auto-organisation en faisant le lien entre microscopique et macroscopique dans un système dynamique. L'accent est mis sur le concept du « synergie » qui nous permettra de mieux comprendre la structure générale de la formation des propriétés macroscopiques. Dans un second temps, nous présenterons le schéma d'agrégation de Muncaster (Muncaster, 1983) visant à généraliser le processus d'agrégation d'un niveau microscopique au niveau macroscopique d'un système.

## **4.1. Les propriétés du phénomène d'auto-organisation**

L'analyse des propriétés du phénomène d'auto-organisation consiste essentiellement à identifier le processus de formation des propriétés macroscopiques du système complexe. Généralement, un système complexe est composé de nombreuses composantes dont les interactions sont non linéaires. De ce fait, le comportement du système ne peut être déduit du comportement d'une seule composante. Le système complexe est un système dissipatif d'énergie dans la nature ou dans la société humaine. Deux propriétés physiques caractérisent ce genre de système capable d'émerger les caractéristiques globales (Ebeling et Schweitzer, 2003) :

- (1) Ouverture thermodynamique : le système échange de l'énergie, de l'entropie, ou de l'information avec l'environnement.
- (2) La nature du système est hors d'équilibre, dynamique et non linéaire.

Haken (Haken, 1977) est un des initiateurs de la théorie synergétique et de l'auto-organisation. Celle-ci fournit une base pour comprendre la structure et le processus de formation du modèle (pattern) d'auto-organisation. La transition entre les différents états d'un système complexe est non-équilibré, instable et comprend plusieurs degrés de liberté. Kelso (Kelso, 1995) résume les principes et les conditions pour l'auto-organisation :

- (1) Le modèle émergent est issu des interactions non linéaires entre les composantes du système et de l'environnement.
- (2) Le système dissipatif est hors équilibre en raison des interactions non linéaires.
- (3) Les degrés de liberté adéquats constituent les variables collectives ou les paramètres d'ordre, et caractérisent le modèle émergent dans le système complexe. Ces paramètres d'ordre sont créés par coordination entre les composantes, et influencent le comportement des composantes. Cette influence porte le nom de causalité circulaire.
- (4) Les paramètres d'ordre peuvent être identifiés lorsque le système passe d'un état stable vers un état instable ou d'un modèle à l'autre. Par contre, il est difficile d'identifier si l'état du système est loin des phases de transition.
- (5) La fluctuation offre l'opportunité au système de découvrir d'autres modèles.
- (6) Les paramètres contrôlant la transition entre différents états de modèles s'appellent les paramètres de contrôle qui correspond à la condition marginale permettant de générer certains états du modèle du système.
- (7) La dynamique des paramètres d'ordre décrit l'évolution du système à l'aide d'équations de nature chaotique statique ou stochastique. Elle définit la complexité du comportement du système.

Ces caractéristiques servent de principes quantitatifs à l'auto-organisation. Mais ce phénomène nécessite des méthodes plus concrètes. Pour cela, nous introduisons la théorie synergétique et le schéma d'agrégation de Muncaster dans la section suivante.

## **4.2. Théorie synergétique**

La théorie synergétique est destinée à étudier l'émergence des nouvelles propriétés agrégées d'un système. Ces propriétés agrégées symbolisent les modèles spatiaux observés dans de

nombreux systèmes physiques et chimiques. Du point de vue des mathématiques, la théorie synergétique traite les équations différentielles stochastiques partielles non-linéaires et étudie leurs solutions à proximité des états critiques, i.e. le comportement des solutions différent qualitativement (Haken, 1997). Cette théorie est basée sur les concepts de stabilité et d'instabilité, des paramètres de contrôle et d'ordre. Elle illustre le principe de servitude qui permet de condenser l'information en décrivant des systèmes complexes à l'aide uniquement d'un ensemble fini de paramètres.

Si nous considérons un système physique composé d'un nombre important de composantes, les interactions entre les composantes et les sous-systèmes dans certaines conditions permettent de transformer le système d'un état instable à un état stable. La règle de transition dépend de variables, appelées paramètres d'ordres, qui résultent des interactions des sous-systèmes et de ses composantes. Ces paramètres d'ordres asservissent la dynamique propre des sous-systèmes de telle manière qu'ils se conforment à la dynamique collective du système. La dynamique macroscopique du système ne dépend que de quelques paramètres d'ordres permettant de déterminer l'évolution de ce système. Nous renvoyons les lecteurs aux études de Haken (Haken, 1977, 1997) sur les concepts mathématiques de cette théorie.

La théorie Synergétique est appliquée aux études de formation de modèles dans les systèmes physiques et chimiques. Elle est aussi appliquée dans le domaine de l'informatique (e.g. la distinction d'images, etc.).

### **4.3. Schéma d'agrégation de Muncaster**

Le schéma d'agrégation représente une théorie générale d'agrégation à partir de la théorie microscopique d'un système physique. Cette théorie a été proposée par Muncaster (Muncaster, 1983). En général, ce schéma d'agrégation permet de dériver la théorie macroscopique à partir des équations microscopiques du système. Dans de nombreux mécanismes physiques, il existe la paire des théories microscopique et macroscopique correspondante. Par exemple, la théorie microscopique des solides ou des gaz décrit l'évolution des états des molécules microscopiques, tandis que la théorie macroscopique déduit des équations décrivant les caractéristiques macroscopiques du système. Il est possible d'établir un lien entre les deux niveaux du système, de passer d'une théorie microscopique à une théorie macroscopique. Le schéma d'agrégation sert à généraliser ce processus.

Le processus d'agrégation de Muncaster est composé de quatre étapes :

- (1) Sélectionner la théorie microscopique d'un système et la fonction de projection de l'état microscopique à l'état macroscopique.
- (2) Transférer l'ensemble des solutions microscopiques à partir d'une théorie microscopique et identifier chaque état macroscopique par une solution exacte avec l'hypothèse d'invariance de transition temporelle.
- (3) Caractériser toutes les fonctions qui satisfont les deux premières étapes.
- (4) Substituer la caractérisation de l'étape 3 dans les équations gouvernant la théorie microscopique et trouver les conditions nécessaires et suffisantes.

Alors que ce schéma d'agrégation a été proposé depuis 1983, l'application de cette théorie

reste difficile à cause de la complexité du système à étudier.

## 5. L'affectation du trafic

Le problème d'affectation du trafic consiste à répartir la demande de déplacement sur le réseau en tenant compte du choix des usagers et l'offre de systèmes de transports. Ce problème se compose, d'une part, de la modélisation du comportement des usagers, d'autre part, de la modélisation de l'écoulement du trafic dans le réseau. Le modèle d'affectation du trafic consiste à représenter le choix individuel des usagers en terme de déplacement. L'hypothèse sur le comportement des usagers préconise que les usagers sont rationnels, chacun cherchant à maximiser son propre intérêt, i.e. chacun essaie de minimiser son coût de déplacement. Cependant, les usagers n'ont pas l'information parfaite sur l'état du trafic sur le réseau. Chaque usager prend sa décision en fonction du coût prévu et le coût de déplacement est en fonction du choix de tous les usagers. De ce fait, l'enjeu principal de ce problème réside sur l'interaction entre le comportement des usagers et le système de transports.

Dans cette section, nous allons étudier tout d'abord le principe d'affectation du trafic. Par la suite, pour le problème d'affectation statique, nous allons présenter la formulation du problème ainsi que la transformation de Beckmann (Beckmann et al, 1956). Pour le problème d'affectation dynamique, la formulation du problème s'appuie sur le même principe qui décrit la condition d'équilibre du réseau. Nous allons présenter les méthodes de résolution ainsi que les difficultés rencontrées.

### 5.1 Le principe d'affectation et la description générale du problème

Wardrop (Wardrop, 1952) a présenté deux types d'équilibre de réseau : l'équilibre optimal des usagers et l'équilibre optimal du système. Le premier préconise que l'état de trafic est en situation d'équilibre s'il vérifie la condition suivante (Henn, 2001) :

*« le coût de chaque option (itinéraire, temps de départ etc.) effectivement utilisée est égale et inférieure à celui que ressentirait un usager isolé qui emprunterait une option inutilisée »*

Cette condition d'équilibre, dit *équilibre usagers*, est sous hypothèses que les usagers sont rationnels et identiques et qu'ils détiennent une information parfaite sur le réseau et le coût des options choisies. Cet équilibre est non-coopératif, chacun effectue son choix en fonction du coût prévu ou ressenti.

Le deuxième équilibre de Wardrop, dit *optimum système*, est utilisé pour la gestion du trafic qui a pour objectif de minimiser le temps de parcours total des usagers. L'équilibre *optimum système* sert de critère pour évaluer des mesures de contrôle et de gestion du trafic pour atteindre l'objectif global du système.

## L'affectation déterministe et l'affectation stochastique

Le mécanisme de l'affectation du trafic nécessite la formulation du coût de déplacement qui détermine le choix des usagers. Si le coût est parfaitement perçu et les usagers sont tous identiques, l'affectation est dite déterministe. En revanche, l'affectation stochastique présente la variabilité des usagers, la variabilité de la perception du coût et l'imperfection du modèle (facteurs explicatifs ignorés).

Le principe d'affectation déterministe est défini comme l'affectation du choix des usagers sur les options les moins coûteuses. Les chemins plus coûteux ne sont pas utilisés. En revanche, l'affectation stochastique s'appuie sur les principes différentes d'affectation (Henn, 2001) :

- (1) Toutes les options peuvent être choisies même si leur probabilité de choix est très faible.
- (2) Si deux options ont le même coût, la probabilité de choix est la même.
- (3) La probabilité de choix d'options est en fonction de leur coût.

Les modèles stochastiques les plus utilisés sont les modèles de choix discret (Ben-Akiva et Lerman, 1985). Ces modèles considèrent que les usagers n'ont pas la capacité parfaite de cognition sur les coûts d'options. Une variable aléatoire est introduite pour représenter cette variation. Le modèle le plus utilisé est dit modèle Logit, qui suppose que la distribution de cette variable aléatoire est identique et indépendante selon la loi de Weibull. La probabilité de choix entre deux options  $r, s$  est calculé par :

$$\frac{p_r}{p_s} = \frac{\left\{ \frac{e^{-\theta C_r}}{\sum_{r' \in I} e^{-\theta C_{r'}}} \right\}}{\left\{ \frac{e^{-\theta C_s}}{\sum_{r' \in I} e^{-\theta C_{r'}}} \right\}} = e^{-\theta(C_r - C_s)}, \quad \forall r, s \in I \quad (1.1)$$

où

$C_r$  : le coût de l'itinéraire  $r$

$I$  : l'ensemble des choix d'options ou l'ensemble des itinéraires perçus

$\theta$  : le paramètre réel positif associé à la sensibilité de perception du coût des usagers.

Le principe d'équilibre stochastique usagers préconise que les *coûts perçus* pour les options choisies sont égaux ou inférieurs que celles qui n'ont pas été prises. La formulation du problème d'affectation stochastique dans le cas statique peut s'écrire par la transformation de Beckmann en ajoutant un terme dans la fonction objectif (l'équation (1.5)), représentant le coût total des usagers:

$$\frac{1}{\theta} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R_k} f_r \log f_r \quad (1.2)$$

où

$f_r$  : le flux sur l'itinéraire  $r$

$k$  : la paire OD

$R_k$  : l'ensemble des itinéraires reliant la paire OD  $k$



La probabilité de choix de l'utilisateur entre deux options  $r$  et  $s$  ne dépend que de leur coût relatif  $C_r - C_s$ , indépendamment des autres options, ce qui n'est pas toujours vérifié. De plus, le calcul peut être difficile (Leurent, 1996).

## 5.2 L'affectation statique déterministe du trafic

Dans le modèle d'affectation statique déterministe du trafic, le temps de parcours est évalué de manière à utiliser des fonctionnelles de type « débit-temps de parcours ». Le temps de parcours est calculé en fonction du nombre de véhicules et de la capacité du tronçon. La congestion est modélisée de manière statique. Le modèle statique sert au calcul économique pour l'évaluation globale du projet d'investissement de modification du réseau (Lemoine, 2004).

### 5.2.1 La formulation du problème d'affectation statique du trafic

Soit un réseau représenté par un graphe orienté  $G(N, A)$  où  $N$  représente l'ensemble des nœuds et  $A$  est l'ensemble des arcs. Le principe de Wardrop préconise que les usagers choisissent le plus court chemin entre leur point d'origine et destination. Nous pouvons écrire l'équilibre usagers pour le problème d'affectation statique par :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_r > 0, \quad \text{si } C_r(\mathbf{f}) = \pi_k, \quad \forall r \in R_k, \quad \forall k \\ f_r = 0, \quad \text{si } C_r(\mathbf{f}) \geq \pi_k, \quad \forall r \in R_k, \quad \forall k \\ \sum_{r \in R_k} f_r = d_k, \quad \forall k \\ f_r \geq 0, \quad \forall r \end{array} \right. \quad (1.3)$$

avec  $\pi_k = \min_{r \in R_k} C_r(\mathbf{f})$

où

$f_r$  : le flux sur le chemin  $r$

$d_k$  : la demande pour la paire OD  $k$ .

$R_k$  : l'ensemble des itinéraires reliant la paire OD  $k$

La condition d'équilibre usagers de Wardrop peut être formulée comme une inéquation variationnelle : trouver  $\mathbf{f}^* \in \Xi$  tel que

$$\langle C_r(\mathbf{f}^*), \mathbf{f}^* - \mathbf{f} \rangle \leq 0 \quad (1.4)$$

où

$\Xi$  : l'ensemble de flux qui vérifie les équations de conservation du flux aux origines et la non-négativité du flux

$\langle \cdot, \cdot \rangle$  : le produit scalaire.

Lorsque les coûts sont diagonaux, la résolution du problème d'affectation statique est équivalente à celle du problème d'optimisation (transformation dite de Beckmann) :

$$\left| \begin{array}{l} \min \sum_{a \in A} \int_0^{x_a} C_a(\varepsilon) d\varepsilon \\ \text{s.c. } (\lambda_k) \sum_{r \in R_k} f_r = d_k, \quad \forall k, \\ (\xi_r) f_r \geq 0, \quad \forall r \end{array} \right. \quad (1.5)$$

avec  $\sum_{r|a \in r} f_r = x_a$

où

$x_a$  : le flux sur l'arc  $a$

$A$  : l'ensemble des arcs

$C_a$  : le coût sur l'arc  $a$

$r$  : l'itinéraire

$\lambda_k, \xi_r$  : les variables duales

La condition d'optimalité de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) s'écrit par :

$$\left| \begin{array}{l} C_r(\mathbf{f}^*) = \lambda_k + \xi_r, \quad \forall k, \quad \forall r \in R_k \\ \xi_r f_r = 0, \quad \xi_r \geq 0, \quad f_r \geq 0, \quad \forall r \end{array} \right. \quad (1.6)$$

Cette condition d'optimalité vérifie la condition d'équilibre usagers de Wardrop. Notons que cette formulation permet de résoudre le problème d'affectation en terme de flux par arcs et non de flux par chemins, ce qui évite le problème d'énumération de l'ensemble des chemins. Si l'on utilise des fonctionnelles de coût de type continu, convexe et croissant dans (1.5), ce problème relève de la programmation convexe et admet une solution unique. Cependant, ce n'est généralement pas le cas lorsque plusieurs modes de transports partagent la même infrastructure dont des coûts sur les arcs sont asymétriques. De plus, l'utilisation des fonctionnelles du coût sur les arcs ne permet pas de représenter la propagation des véhicules de manière réaliste. Une telle représentation est statique et n'est pas bien adaptée à la congestion.

## 5.2.2 Méthode de résolution

La résolution du problème d'affectation statique peut recourir aux méthodes traditionnelles d'optimisation de type Frank-Wolfe (Frank et Wolfe, 1956). Cette méthode consiste à déterminer la direction de recherche par la dérivée du premier ordre de la fonction objective. La convergence de cette approche nécessite la monotonie de la fonction du coût, qui n'est généralement pas le cas lorsque le coût est asymétrique en présence de plusieurs classes de modes de transports (Wynter, 2001).

### 5.3. Affectation dynamique du trafic

L'affectation dynamique traite la variation de la demande et l'écoulement du trafic qui dépendent du temps. Si l'échelle temporelle de la variation de choix des usagers s'écoule d'un jour à l'autre, le problème d'affectation dit « affectation prédictif » qui suppose que les usagers apprennent au fur à mesure l'état du réseau basé sur la base de leurs expériences passées et la stabilité de l'état du trafic. Dans le contexte d'affectation prédictif, elle nécessite, d'une part, de modéliser le choix de temps de départ des usagers, d'autre part, de modéliser la propagation du trafic. En revanche, si l'affectation se fait en fonction d'information sur le coût en temps réel, les usagers effectuent leur choix en tenant compte de cette information. Ce mode d'affectation est dit « affectation réactive ». L'équilibre usagers dans le contexte de l'affectation réactive consiste à considérer qu'à chaque point de choix les usagers empruntent le chemin le moins coûteux vers leur destination. Cette affectation prend en compte l'information sur le coût instantané d'itinéraires, qui sont différents des coûts réellement ressentis a posteriori.

La condition d'équilibre usagers de Wardrop dans le cas dynamique peut être définie de la manière suivant :

*« A chaque instant de départ et pour chaque itinéraire effectivement choisi, le coût ressenti par chaque usager est identique et inférieur au coût des itinéraires qui ne sont pas retenus. »*

La formulation du problème d'affectation dynamique sous forme mathématique peut être classée par : 1. l'inéquation variationnelle, 2. la complémentarité non-linéaire, 3. le point fixe. La plupart des modèles d'affectation dynamique développés sont formulés comme des problèmes d'inéquation variationnelle en dimension finie. Les modèles d'écoulement du trafic utilisés peuvent être classés en deux catégories : les méthodes analytiques et les méthodes de simulation. Pour la première approche, on utilise les fonctions analytiques pour estimer le temps de parcours. Mais les inconvénients résident dans le fait qu'elles ne représentent pas bien la propagation du flux du trafic. En revanche, les modèles de simulation conviennent à représenter l'écoulement dynamique du trafic de manière plus réaliste. Mais il est plus difficile de trouver des solutions d'équilibre usagers.

Les difficultés rencontrées pour la résolution d'équilibres dynamiques résident dans (Henn, 2001) : 1. les difficultés du calcul sur un réseau de taille importante ; 2. les difficultés méthodologiques de résolution d'un tel équilibre dynamique d'écoulement du trafic basé sur la méthode de simulation ; 3. le manque de données pour alimenter le modèle.

#### 5.3.1 Méthodes de résolution

Pour résoudre les problèmes d'affectation dynamique, des méthodes de résolution ont été proposées dans la littérature : 1. les méthodes basées sur l'approche de projection (Bertsekas et Gafni, 1982; Nagurney 1993, Nagurney et Zhang 1996,1997; Huang et Lam, 2002 ; Friesz et Mookherjee, 2006) ; 2. les méthodes basées sur l'approche de fonction de mérite (Han et Lo, 2004 ; Szeto et Lo, 2004) ; 3. les méthodes de moyenne successive (Tong et Wong, 2000) ; 4. méthodes basées sur l'approche du système dynamique (Smith, 1984; Jin, 2007). Les difficultés essentielles de ces méthodes proviennent de la non-monotonie et non-différentiabilité de la fonction du coût qui résultent des modèles plus réalistes de trafic.

Dans cette section, nous allons analyser les méthodes de résolution pour les problèmes d'affectation dynamique du trafic recensées ci-dessus. Ces méthodes consistent à trouver la solution pour le problème d'inéquation variationnelle de type monotone. Pour la résolution de problèmes d'inéquation variationnelle non-monotone, il faut recourir aux méthodes heuristiques pour trouver une solution approchée.

### 5.3.1.1 Méthode continue de gradient projeté

La méthode continue de gradient projeté consiste à proposer une solution du problème de point fixe au travers des gradients de fonctions différentielles. Le système dynamique du gradient projeté est décrit ci-dessous (Nagurney et Zhang, 1996) :

$$0 = \Pi_{\Xi}[\mathbf{f}, -G(\mathbf{f})] \quad (1.7)$$

où

$\mathbf{f}$  : le vecteur des flux

$G(\mathbf{f})$  : le vecteur des coûts,

$\Xi$  : l'ensemble non-vide et fermé

$\Pi$  : l'opérateur de projection, définie par :

$$\Pi_{\Xi}(x, v) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [P_{\Xi}(x + \varepsilon v) - x] / \varepsilon \quad (1.8)$$

où

$P_{\Xi}$  : la projection sur  $\Xi$ , définie par :

$$P_{\Xi}(x) = \arg \min_{z \in \Xi} \|x - z\| \quad (1.9)$$

Un schéma itératif de résolution pour le système dynamique ci-dessous est basé sur la méthode d'Euler :

$$f_r^{w+1} = P_{\Xi}[f_r^w - t^w C_r(\mathbf{f}^w)], \quad \forall r \in R_k, \quad \forall k \in K \quad (1.10)$$

où

$w$  : l'indice d'itération

$t^w$  : l'élément d'une série de divergence.

La difficulté de cette méthode réside principalement dans la non-monotonie et la non-différentiabilité de la fonction du coût dans les problèmes d'affectation dynamique basée sur le modèle du trafic plus réaliste.

### 5.3.1.2 Méthodes de système dynamique

Cette méthode, proposé premièrement par Smith (Smith, 1984) consiste à définir une fonctionnelle permettant de faire converger la solution vers l'équilibre usagers de Wardrop. De manière plus précise, l'équilibre usagers de Wardrop peut être formulé comme un problème d'inéquation variationnelle: il s'agit de trouver  $\mathbf{f}^* \in \Xi$  tel que :

$$f_r^*(C_r(\mathbf{f}^*) - C_s(\mathbf{f}^*))_+ = 0, \quad \forall r, s \in R_k, \quad \forall k \in K \quad (1.11)$$

où  $\Xi$  est le domaine admissible de flux d'itinéraires qui vérifie l'équation de conservation du flux au niveau de point d'origine et la non-négativité du flux. La fonction  $(\cdot)_+$  est définie par :

$$(y)_+ = \begin{cases} y & \text{si } y \geq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.12)$$

Pour trouver  $\mathbf{f}^*$ , Smith a proposé un système dynamique décrit par :

$$\dot{\mathbf{f}} = \Phi(\mathbf{f}) \quad (1.13)$$

où

$$\Phi_r(\mathbf{f}) = \sum_s f_s (C_s(\mathbf{f}) - C_r(\mathbf{f}))_+ - \sum_s f_r (C_r(\mathbf{f}) - C_s(\mathbf{f}))_+, \quad \forall r, s \in R_k, \quad \forall k \in K \quad (1.14)$$

Ce système dynamique traduit la dynamique du changement du flux entre les chemins de même paire OD, et pour toutes les paires  $k \in K$  par échange de flux entre paires de chemins. Le flux tend à aller des chemins les plus coûteux vers les chemins les moins coûteux. Smith a prouvé que dans le cas où la fonction  $C(\mathbf{f})$  est différentiable et monotone, il existe une famille-type de fonctionnelles de Lyapounov qui garantit la convergence globale et la stabilité de la solution. Le système dynamique décrit ci-dessus peut être appliqué pour résoudre le problème d'affectation dynamique en étendant le graphe dans la dimension du temps en utilisant le schéma de discrétisation. Le temps de parcours dans le cas dynamique peut être évalué par les modèles du trafic sans recours à l'utilisation de la fonction du coût. En effet, la résolution de problèmes d'affectation basée sur l'approche du système dynamique repose sur un schéma itératif de changement du flux ramenant à trouver un point fixe. Ce schéma de résolution suppose que les usagers apprennent l'affectation d'équilibre du réseau progressivement. Nous précisons ce schéma itératif dans le chapitre 3 et l'appliquerons à résoudre le problème d'affectation dynamique basé sur les activités.

## 6. Modélisation de systèmes de transports multimodaux

Les systèmes de transports multimodaux se composent de plusieurs sous-systèmes monomodaux. Différents des voitures particulières (VP) qui circulent librement dans le réseau routier, les véhicules de transport en commun (TC) circulent sur des lignes du réseau avec une fréquence des lignes qui varie dans le temps. Dans un réseau multimodal, le choix d'un itinéraire pour une paire OD est plus compliqué en raison du nombre important d'alternatives possibles en combinant les modes et les itinéraires du réseau. En général, l'analyse de la modélisation multimodale porte sur : 1. la modélisation du flux de trafic dans le réseau du VP et du TC ; 2. la modélisation du choix des usagers en terme de déplacement, notamment le choix des itinéraires, des horaires de départ, des activités. Dans cette section, nous allons étudier la modélisation statique qui décrit le temps de parcours de l'arc du réseau par une fonction du coût analytique. Ensuite, nous aborderons l'aspect dynamique des systèmes de transports multimodaux.

## 6.1 Modélisation statique des systèmes de transports multimodaux

La modélisation statique multimodale consiste à décrire le coût de déplacement sur les arcs du réseau de manière statique, i.e. la dimension du temps est négligée. Les modes de transports étudiés sont principalement : 1. les modes privés : voiture particulière ; 2. les modes publics : bus, métro et train. La marche à pied représente un mode implicite permettant aux usagers de se rendre d'un point à l'autre. En terme de modélisation des systèmes multimodaux, le réseau multimodal peut être représenté par un graphe orienté composé d'un ensemble d'arcs et de noeuds (Fig. 1-3). Les caractéristiques du réseau peuvent être précisées en spécifiant les propriétés des arcs et des noeuds, e.g. la capacité des arcs du réseau routier ou la fréquence d'une ligne du TC, etc. Le temps de parcours d'un itinéraire est calculé par la somme des temps de parcours de l'ensemble des arcs empruntés. Comme le fonctionnement de chaque système est différent, la fonction de coût se distingue selon le système étudié. Dans le réseau routier, le temps de parcours sur l'arc  $a$   $t_a$  est défini par la fonction de type *bureau of public roads* (Henn, 2001 ; Lo et al. 2003) :

$$t_a = T_a \left( 1 + \alpha \left( \frac{x_a}{\Theta_a} \right)^\beta \right) \quad (1.15)$$

où

$x_a$  : le nombre de véhicules sur l'arc  $a$

$\Theta_a$  : la capacité de l'arc  $a$

$T_a$  : le temps de parcours à vitesse libre,

$\alpha, \beta$  les paramètres à calibrer.

Dans le réseau du TC, le temps de parcours des usagers passant entre deux stations se décompose en deux termes : 1. le temps dans le véhicule et le temps d'attente. Le premier est calculé en fonction de la distance entre deux stations. Le deuxième est calculé en fonction de la capacité du véhicule, de la fréquence des lignes et de la demande des usagers, i.e.

$$t_a = g(F_a, \Theta_a, x_a) \quad (1.16)$$

où

$F_a$  : la fréquence totale de l'ensemble des lignes sur l'arc  $a$ ,

$\Theta_a$  : la capacité du véhicule

$x_a$  : le nombre d'usagers dans le véhicule.

L'étude sur la fonction du coût de l'arc des lignes du TC s'appuie principalement sur deux approches: 1. les approches basées sur la fréquence des lignes (frequency-based approaches) (Nguyen, S., Pallotino, 1988 ; Spiess et Florian, 1989 ; De Cea et Fernandez, 1993 ; Cepeda et al. 2006), et 2. celles basées sur l'horaire (schedule-based approaches) (Nuzzolo et al., 2001 ; Nuzzolo, 2003a,b ; Wilson et Nuzzolo, 2004).

La première approche considère que la fréquence des lignes est fixée. La fonction du coût peut être formulée de la manière suivante :

$$t_a = \underbrace{\frac{\alpha}{F_a}}_{(1)} + \underbrace{\frac{1}{F_a} \left( \frac{x_a}{F_a \Theta_a} \right)^\beta}_{(2)} \quad (1.17)$$

Le premier terme traduit le temps d'attente avant l'arrivée du prochain véhicule. Le paramètre  $\alpha$  permet de représenter la distribution du temps d'arrivée intervéhiculaire. Le deuxième estime le temps d'attente en fonction du débit et de la capacité de l'arc  $a$ . Des méthodes différentes visant à estimer le temps d'attente en tenant compte de la contrainte de capacité des véhicules ont été proposées dans la littérature (voir l'article de Bouzaïene-Ayari et al. 2001).

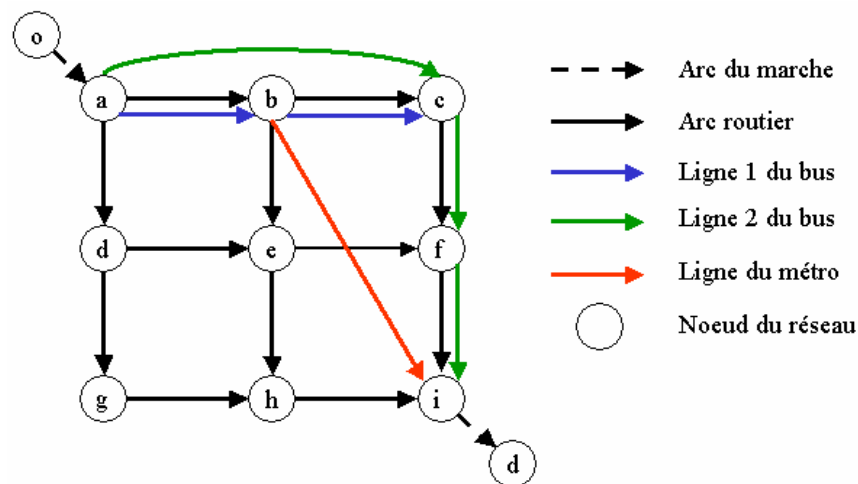


Fig. 1-3 La représentation d'un réseau multimodal statique (D'après Lo et al., 2003)

Les approches basées sur l'horaire consistent à représenter chaque course de manière explicite basée sur l'horaire (voir la figure 1-4). Cette méthode est plus flexible pour modéliser le système du TC irrégulier puisque chaque course des lignes est définie explicitement. Le temps d'attente est calculé en fonction du temps entre deux véhicules pour deux courses de lignes consécutives. Le système de TC peut être représenté par un graphe augmenté dans le temps (voir la figure 1-4). Chaque course est représentée par un ensemble d'arcs ordonnés reliant deux extrémités d'une ligne. Pour un arc des lignes, la capacité est associée à l'arc permettant d'estimer le coût en fonction du rapport du débit présenté et de la capacité de l'arc en cas de congestion. Le temps d'attente peut être évalué par le temps de parcours sur les arcs d'attente reliant le prochain véhicule. De plus, le coût de tarification peut être rajouté dans certains arcs ou certaines courses. L'effet de congestion peut être pris en compte par le nombre d'utilisateurs et la capacité résiduelle des véhicules d'arrivée. Alors que cette approche permet de représenter les courses de chaque ligne dans le temps de manière explicite, les inconvénients résident dans la taille importante du graphe qui nécessite un temps de calcul plus élevé pour l'affectation du choix des usagers en application réelle.

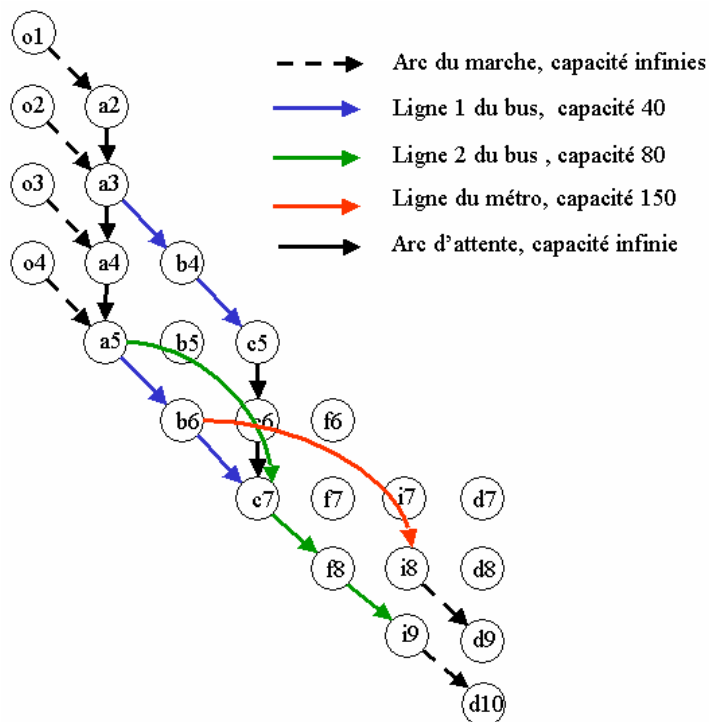


Fig. 1-4 La transformation du réseau du TC de la figure 1-3 en graphe augmenté dans le temps (D'Après Hamdouch et Lawphongpanich, 2007)

## 6.2 Modélisation dynamique des systèmes de transports multimodaux

Dans le cas dynamique, le problème traité est plus compliqué. La plupart des modèles dynamiques sont basés sur la simulation microscopique, i.e. chaque véhicule dans le système du TC et du PV est traité de manière individuelle. Des outils de simulation ont été développés, e.g. TRANSIM. En général, le réseau multimodal est décomposé en plusieurs sous-réseaux monomodaux (voir Fig. 1-5). Le problème du choix d'itinéraires des usagers est similaire à celui dans un réseau routier, i.e. les usagers sont supposés rationnels limités, ils ne connaissent pas l'état du trafic et tendent à minimiser leur coût de déplacements. Dans le cas multimodal, les usagers modifient leur choix de modes, de destination et d'itinéraires en considérant le coût d'itinéraires multimodaux réalisés le jour précédent. Etant donné que l'ensemble de choix d'itinéraires est très large, il existe des méthodes pour réduire cet ensemble de choix. Dans un réseau multimodal, les méthodes utilisées pour trouver les plus courts chemins consistent à décomposer un itinéraire multimodal en plusieurs sous-itinéraires monomodaux reliant les points de transfert. L'algorithme de type Dijkstra est l'approche la plus répandue pour répondre au problème du plus court chemin (Abdelghany et Mahmassani, 1999 ; Nagel, 2001). Une fois que les itinéraires sont choisis, l'écoulement du trafic est modélisé par la méthode de simulation et le coût des itinéraires est recalculé. Puis, on réitère l'opération jusqu'à ce que l'équilibre usager soit atteint. La plupart des études modélisent le système du TC par les méthodes basées sur l'horaire. L'effet de congestion est modélisé par la contrainte de capacité des véhicules. La pénalité associée au transfert, le coût tarifaire, le temps de marche et le coût de parking sont pris en compte explicitement.

Une autre approche consiste à modéliser l'écoulement du trafic dans le réseau



multimodal par le modèle macroscopique du premier ordre (Bellei et al., 2006 ; Meschini et al., 2007). L'écoulement du trafic dans le réseau du PV et du TC est modélisé à partir de la fonction de performance de l'arc. La dynamique du flux dans le réseau multimodal est décrite par la fonction du coût de l'arc dépendant du débit temporel d'entrée et de sortie de l'arc. Ce modèle traite l'effet de congestion en station en tenant compte de la capacité effective de véhicules, i.e. la capacité résiduelle et la file d'attente des usagers. La fréquence des lignes est représentée de manière variable.

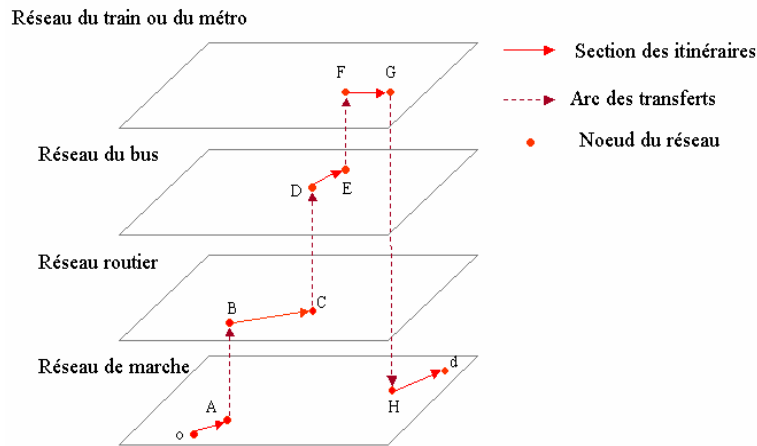


Fig. 1-5 La représentation schématique d'un itinéraire multimodal (D'après Nagel, 2001)

## 7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons analysé le problème de modélisation des déplacements des individus basée sur les activités. Comme le problème traité est très large et complexe, nous avons passé en revue de nombreuses études empiriques et théoriques pour éclaircir le processus de décision en terme de programmation des activités d'un individu. La complexité de l'interaction entre les individus et l'environnement rend le recueil de données et les méthodes de modélisation difficiles à traiter. La mise en application de modèles dynamiques basés sur les activités reste un réel défi pour les recherches.

Compte tenu de la complexité du problème, nous allons détailler progressivement nos modèles basés sur les activités. Dans le chapitre suivant, nous allons proposer un modèle statique d'activités permettant de modéliser les choix des destinations et des itinéraires des usagers.

# Chapitre 2

## Affectation statique du trafic basée sur les activités

### 1. Introduction

La modélisation de l'affectation du trafic consiste à répartir la demande de déplacements sur le réseau entre les origines et les destinations en fonction de caractéristiques du réseau (*offre*) et le comportement du voyageur (*demande*). Comme la demande de déplacements est dérivée de la demande de la réalisation d'activités, l'affectation doit prendre en compte le choix de destination d'activités. Le lien entre le choix de destination et le choix d'itinéraires constitue l'objet d'étude pour modéliser les déplacements des usagers.

Nous présentons ici un modèle d'affectation statique du trafic traitant le choix d'itinéraires et le choix de destinations. La circulation du trafic est considérée comme stationnaire sans prendre en compte de l'écoulement du trafic dans le temps. Ce nouveau modèle étend **le modèle d'Accessibilité aux Activités Vacantes** (modèle AVA, Leurent, 1999) en tenant compte du choix d'itinéraires. Chaque individu (demande) se déplace pour exercer une activité dans un lieu spécifique qui rend une valeur économique. A l'équilibre du marché, les meilleures activités sont consommées et un individu n'accède au mieux qu'à une activité vacante dont la valeur économique nette est la meilleure.

L'idée principale et simplificatrice illustre que chaque individu partant de sa zone d'origine cherche à réaliser une seule activité dans des zones desservies. La mesure de la valeur nette d'activité se compose de deux parties : la valeur brute d'activité et le coût du déplacement. Ce dernier est mesuré en fonction du flux présent sur les tronçons sous la contrainte de capacité. L'équilibre du marché peut être formulé comme problème de complémentarité non linéaire (Nonlinear Complementarity Problem, NCP). Dans le cas où le coût de déplacements est monotone, la solution du NCP est équivalent à la solution d'un problème d'optimisation non linéaire en maximisant la valeur nette totale d'activités obtenues sous les contraintes de capacités du réseau, de demande et d'offre d'activités.

En ce qui concerne la méthode de résolution, nous proposons une méthode issue de l'algorithme de colonies de fourmis (ACO, Dorigo et Blum, 2005). L'algorithme d'ACO est une méthode heuristique visant à résoudre les problèmes d'optimisation combinatoire par des stratégies de coopération et de communication entre les fourmis. Cependant dans le cas où le coût d'un itinéraire n'est pas indépendant de la demande, la méthode traditionnelle de ACO ne permet pas de trouver la meilleure solution car l'intensification excessive de phéromones sur des itinéraires les rend plus coûteux en raison de l'effet de la congestion. Pour cela, nous proposons un nouvel ACO en nous appuyant sur la méthode de pénalité permettant de guider les fourmis (usagers) vers les chemins moins coûteux en cas de congestion. Pour justifier la méthode proposée, nous présentons la solution obtenue avec la méthode classique.

Dans la section suivante, nous présentons le modèle d'activités et ses hypothèses économiques. Ensuite, la méthode multi-agents basé sur ACO sera proposée. Puis, la méthode de plans sécants sera utilisée pour résoudre le problème d'optimisation convexe.

Enfin, les études numériques dans un réseau simple avec deux origines et deux destinations seront abordées.

## 2. Modèle d'affectation statique basée sur les activités

Dans cette section, nous allons présenter le modèle d'Accessibilité aux Activités Vacantes, proposé par Leurent (Leurent, 1999a). Ce modèle est un modèle économique qui traite le choix de destination d'activités. Ce modèle présente les activités dans les zones desservies ainsi que leur valeur économique pour les consommateurs dans les zones d'origines. Un consommateur ne choisit qu'une activité dont leur valeur économique retenue est la meilleure. Cette valeur nette représente en effet le surplus des consommateurs. Ainsi, ce modèle rend compte du choix de destination des activités individuelles de manière explicite et s'appuie sur le principe de rationalité du comportement des usagers.

### 2.1. Modèle d'Accessibilité aux Activités Vacantes

Les hypothèses économiques du modèle d'AVA reposent sur trois volets principaux :

- (1) La demande d'activités : chaque consommateur potentiel, se situant dans les zones d'origines  $o \in O$ , est supposé rationnel choisissant une activité disponible (vacante) dans les zones desservies. Les consommateurs choisissent la destination d'activités qui rend maximale la valeur nette d'activités, i.e. la valeur brute d'activités moins le coût de déplacement.
- (2) L'offre d'activités : les activités économiques e.g. des emplois, sont localisées dans des zones  $d \in D$ . Les activités sont dénombrables et ont une valeur économique, identique pour tous les consommateurs. La valeur d'activités est décrite par une fonction de répartition continue et différentiable. Une activité est consommée par un seul client. Le nombre d'activités aux destinations est limité et supposé fixé.
- (3) Le marché : le marché représente la rencontre de la demande et de l'offre d'activités. Le volume total d'activités est supposé suffisamment important et supérieur à la demande totale d'activités permettant aux consommateurs de trouver aisément les activités. Dans le cas statique, la demande d'activités est supposée constante.

Comme nous avons expliqué, le modèle d'AVA décrit le choix de destination de consommateurs individuels. Soit une zone de destination  $d \in D$  dont la quantité d'activités disponibles est dénombrable et fixé, notée  $A_d$ . Le nombre d'activités desservies  $T_d$  est inférieur à l'offre d'activités, i.e.  $0 \leq T_d \leq A_d$ . Chaque activité  $k$  possède une valeur économique  $v_k$  qui est décrite par une fonction de répartition cumulée :

$$H_d(v) = P[v_k \leq v] = \int_{-\infty}^v h_d(x) dx \quad (2.1)$$

où  $h_d(x)$  est la distribution de probabilité des valeurs d'activités en  $d$ .

Alors, le nombre d'activités dont les valeurs dépassent  $v$  est  $A_d(1 - H_d(v))$  (voir la Fig. 2-1). De côté demande, pour un consommateur venant de l'origine  $o$ , qui consomme l'activité  $k$  en  $d$ , la valeur retenue de celle-ci est:

$$v_k - G_{od} = u_k(o) \quad (2.2)$$

où  $v_k$  désigne la valeur brute d'activités  $k$ .  $G_{od}$  est le coût de déplacement d'origine-destination  $od$ .

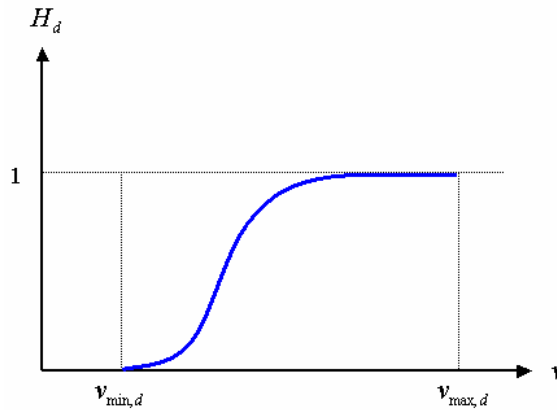


Fig. 2-1 La fonction de répartition cumulée de valeur d'activités  $v$

L'état du marché local des activités se caractérise par  $T_d = A_d(1 - H_d(\tilde{v}_d))$  où  $\tilde{v}_d$  est la valeur d'activités la plus faible consommée. Si la fonction inverse de  $H_d$  existe, nous pouvons écrire  $\tilde{v}_d = H_d^{-1}(1 - \frac{T_d}{A_d})$ . Les deux variables  $T_d$  et  $\tilde{v}_d$  permettent de calculer le surplus brut normalisé de consommateurs :

$$S_d(x) = \int_0^x H_d^{-1}(1 - \alpha) d\alpha \quad (2.3)$$

où  $\alpha = \frac{T_d}{A_d}$  représente la fraction d'activités sélectionnées.

Le surplus brut total pour le nombre d'activités desservies  $T_d$  est donc :

$$GS_d = A_d \int_{\tilde{v}_d}^{\infty} v dH_d(v) = -A_d \int_{\frac{T_d}{A_d}}^0 H_d^{-1}(1 - \alpha) d\alpha = A_d S_d\left(\frac{T_d}{A_d}\right) \quad (2.4)$$

L'interprétation graphique du  $GS_d$  est illustrée dans la figure 2-2. La zone grise représente  $GS_d$  en fonction du nombre d'activités desservies  $T_d$ .

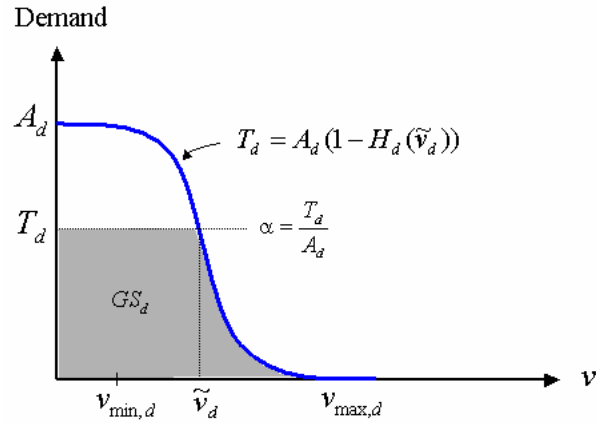


Fig. 2-2 La représentation du surplus brut total d'activités  $GS_d$

En introduisant le coût de déplacement d'origine-destination  $od$   $G_{od}$ , le surplus net d'activités peut être calculé par :

$$NS_d = GS_d - T_d G_{od} = A_d \int_{\tilde{v}_d}^{\infty} (v - G_{od}) dH_d(v) \quad (2.5)$$

où le coût de déplacement  $G_{od}$  est supposé fixé, indépendant de la demande  $od$ .

Le choix d'activités par les consommateurs s'appuie sur le concept de rationalité, i.e. chaque consommateur choisit une activité accessible de valeur maximale. De manière plus précise, le problème d'équilibre de Nash par la transformation dite Beckmann s'écrit par (Leurent, 1999b) :

$$(P) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Max}_{T_{od}} \quad \sum_{o,d} [A_d S_d(\frac{T_d}{A_d}) - G_{od} T_{od}] \\ \text{s.c.} \\ (\xi_o) \quad \sum_d T_{od} = X_o, \quad \forall o \quad \text{(demande)} \\ (\alpha_d) \quad \sum_o T_{od} \leq A_d, \quad \forall d \quad \text{(offre} \geq \text{demande)} \\ (\varpi_{od}) \quad T_{od} \geq 0 \end{array} \right. \quad (2.6)$$

avec  $\sum_o T_{od} = T_d$  et  $S_d(x) = \int_0^x H_d^{-1}(1-\alpha) d\alpha$ .

Les conditions d'optimalité de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) pour (P) s'écrivent par :

$$\begin{cases}
H_d^{-1}(1 - \frac{T_d}{A_d}) - G_{od} = \xi_o + \alpha_d - \varpi_{od}, \quad \forall o \\
\alpha_d (A_d - \sum_o T_{od}) = 0, \quad \alpha_d \geq 0, \quad \forall d \\
A_d \geq \sum_o T_{od}, \quad \forall d \\
\varpi_{od} \geq 0, \quad T_{od} \geq 0, \quad \varpi_{od} T_{od} = 0, \quad \forall o, \quad \forall d
\end{cases} \quad (2.7)$$

L'interprétation des conditions de KKT ci-dessus pour  $\xi_o$ , le multiplicateur associé à la contrainte de demande, montre que pour une zone  $d$  chargée et non saturée, la valeur nette de la meilleure activité vacante est égale à  $\xi_o$ , i.e.  $H_d^{-1}(1 - \frac{T_d}{A_d}) - G_{od} = \xi_o$ .

La fonction  $H_d^{-1}$  est une fonction croissante, donc la fonction  $x \rightarrow H_d^{-1}(1-x)$  est une fonction décroissante. Et la fonction  $S_d$  est strictement convexe. Donc, il existe une solution du problème (P) unique.

Remarquons que, dans le modèle d'AVA, la demande élastique ainsi que le problème de choix d'itinéraires des usagers sont analysés. Dans la section suivante, nous allons étendre le modèle d'AVA par la prise en compte du coût de déplacement. Le temps de parcours est estimé en fonction du débit sur l'arc sous contrainte de capacité. De plus, nous proposons des méthodes de résolutions ainsi que l'étude numérique dans un réseau avec des origines et destinations multiples.

## 2.2 Formation mathématique du modèle d'activités

### Notation des variables

$G(V, E)$	graphe orienté dans lequel $V$ et $E$ désigne l'ensemble de noeuds et d'arcs, respectivement.
$O$	ensemble des origines
$D$	ensemble des destinations
$K$	ensemble des paires OD $k$
$o(k)$	origine d'une paire OD $k$
$d(k)$	destination d'une paire OD $k$
$M(i)$	ensemble des arcs dont le noeud amont est $i$
$N(i)$	ensemble des arcs dont le noeud aval est $i$
$I(e)$	extrémité initiale de l'arc $e$
$T(e)$	extrémité terminale de l'arc $e$
$C_e$	capacité maximale d'un arc $e$ (données)

$P_k$	ensemble des chemins reliant la paire OD $k$
$x_e$	flot total sur l'arc $e$
$f_e(x_e, C_e)$	fonction débit-temps de parcours de l'arc $e$ (données)
$x_{ek}$	nombre d'utilisateurs présentés sur l'arc $e$ appartenant à la paire OD $k$ (inconnu)
$d_o$	demande de déplacements à origine $o$ (données)
$d_k$	demande de déplacements de la paire OD $k$ (inconnu)
$N_d$	nombre total d'activités dans la destination $d$ .
$v$	valeur brute d'activités
$\Omega_o$	ensemble des usagers qui partent de l'origine $o$

### Distribution de la valeur brute d'activités

Considérons un réseau routier représenté par un graphe orienté  $G(V, E)$ . La demande d'activités totale dans les origines est supposée constante, noté  $d_o$ . Le nombre disponible d'activités dans la destination  $d$  est supposé fixé, notée  $N_d$ . Basé sur le modèle AVA, nous supposons que les activités sont distribuées dans les destinations et que chaque activité est associée à une valeur économique unique et invariante pour tous les consommateurs. Supposons que la répartition de la valeur brute d'activités en  $d$  est définie par la loi exponentielle :

$$h_d(v) = \lambda_d \exp(-\lambda_d(v - m_d)) \quad (2.8)$$

où  $v \geq m_d$  et  $\lambda_d \geq 0$ .

La fonction de répartition cumulée s'écrit :

$$H_d(v) = \begin{cases} 1 - \exp(-\lambda_d(v - m_d)), & \text{si } v \geq m_d \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.9)$$

La fonction de surplus brut des activités servies dans la destination  $d$  s'écrit par :

$$S_d(G_d) = \int_0^{G_d} H_d^{-1}(1 - \alpha) d\alpha = G_d \left( \frac{1 - \ln G_d}{\lambda_d} + m_d \right) \quad (2.10)$$

où  $G_d$  est la proportion des activités servies dans la destination  $d$ , précisément,  $G_d = \frac{U_d}{N_d}$

avec  $U_d$  le nombre d'activités servies dans la destination  $d$ . La valeur brute totale des activités servies dans la destination  $d$  est calculée par  $N_d S_d(G_d)$ .

## L'équilibre du marché des activités

L'équilibre du marché des activités est la solution du problème d'optimisation suivante (transformation de Beckmann) :

$$\text{Min} \quad \sum_e \int_0^{d_e} f_e(s, C_e) ds - \sum_d N_d S_d \left( \frac{\sum_o d_{od}}{N_d} \right) \quad (2.11)$$

Sous la contrainte de (s.c.) :

$$d_k + \sum_{e \in M(o(k))} x_{ek} - \sum_{e \in N(o(k))} x_{ek} = 0, \quad \forall k \in K \quad (2.12)$$

$$d_k + \sum_{e \in N(d(k))} x_{ek} - \sum_{e \in M(d(k))} x_{ek} = 0, \quad \forall k \in K \quad (2.13)$$

$$\sum_{e \in M(i)} x_{ek} - \sum_{e \in N(i)} x_{ek} = 0, \quad \forall i \notin O, \quad \forall i \notin D, \quad \forall k \in K \quad (2.14)$$

$$\sum_d d_{od} = d_o, \quad \forall o \in O \quad (2.15)$$

$$\sum_o d_{od} \leq N_d, \quad \forall d \in D \quad (2.16)$$

$$\sum_k x_{ek} \leq C_e, \quad \forall e \in E \quad (2.17)$$

$$x_{ek} \geq 0, \quad \forall e \in E, \quad \forall k \in K \quad (2.18)$$

Les équations (2.12), (2.13) et (2.14) décrivent la conservation des véhicules dans les noeuds. Les équations (2.15) et (2.16) représentent la contrainte de la demande et de l'offre d'activités, respectivement. L'équation (2.17) représente la contrainte de capacité des arcs. La fonction objectif (2.11) représente l'opposé de la somme des surplus nets des consommateurs. Quant à la fonction débit-temps de parcours  $f_e(x_{ek}, C_e)$ , elle est définie de manière simplifiée par :

$$f_e(x_{ek}, C_e) = a + \frac{b}{C_e} \sum_k x_{ek} \quad (2.19)$$

où  $a$  et  $b$  sont les coefficients avec  $a \geq 0$ ,  $b > 0$ .

Les contraintes (2.12) et (2.13) peuvent se combiner en une équation :

$$\sum_{e \in M(o(k))} x_{ek} - \sum_{e \in N(o(k))} x_{ek} = \sum_{e \in N(d(k))} x_{ek} - \sum_{e \in M(d(k))} x_{ek}, \quad \forall k \in K \quad (2.20)$$

En remplaçant la variable inconnue  $d_{od}$  dans l'équation (2.15) et (2.16) par (2.12) et (2.13). Nous obtenons les contraintes suivantes :

$$\sum_{k|o(k)=o} \sum_{e \in M(o)} x_{ek} - \sum_{k|o(k)=o} \sum_{e \in N(o)} x_{ek} = d_o, \quad \forall o \in O \quad (2.21)$$



$$\sum_{k|d(k)=d} \sum_{e \in N(d)} x_{ek} - \sum_{k|d(k)=d} \sum_{e \in M(d)} x_{ek} \leq N_d, \quad \forall d \in D \quad (2.22)$$

Nous reformulons la fonction objective (2.11) en introduisant les équations (2.10) et (2.19) et obtenons le problème d'optimisation suivant :

$$\text{Min} \sum_e (a \sum_k x_{ek} + \frac{b}{2C_e} (\sum_k x_{ek})^2) - \sum_d N_d G_d (\frac{1 - \ln G_d}{\lambda_d} + m_d) \quad (2.23)$$

s.c.

$$(\sigma^k) \sum_{e \in M(o(k))} x_{ek} - \sum_{e \in N(o(k))} x_{ek} + \sum_{e \in M(d(k))} x_{ek} - \sum_{e \in N(d(k))} x_{ek} = 0, \quad \forall k \in K \quad (2.24)$$

$$(\zeta_i^k) \sum_{e \in M(i)} x_{ek} - \sum_{e \in N(i)} x_{ek} = 0, \quad \forall i \notin O, \quad \forall i \notin D, \quad \forall k \in K \quad (2.25)$$

$$(\delta_o) \sum_{k|o(k)=o} \sum_{e \in M(o)} x_{ek} - \sum_{k|o(k)=o} \sum_{e \in N(o)} x_{ek} = d_o, \quad \forall o \in O \quad (2.26)$$

$$(\nu_d) \sum_{k|d(k)=d} \sum_{e \in N(d)} x_{ek} - \sum_{k|d(k)=d} \sum_{e \in M(d)} x_{ek} \leq N_d, \quad \forall d \in D \quad (2.27)$$

$$(\kappa_e) \sum_k x_{ek} \leq C_e, \quad \forall e \in E \quad (2.28)$$

$$(\xi_e^k) x_{ek} \geq 0, \quad \forall e \in E, \quad \forall k \in K \quad (2.29)$$

où  $G_d = \frac{\sum_{k|d(k)=d} \sum_{e \in N(d)} x_{ek}}{N_d}$  désigne la proportion des activités servies dans la destination  $d$ .

Avec l'introduction des variables duales,  $\sigma^k$ ,  $\zeta_i^k$ ,  $\delta_o$ ,  $\nu_d$ ,  $\kappa_e$ ,  $\xi_e^k$ , la condition d'optimalité de KKT est décrite ci-dessous :

$$a + \frac{b}{C_e} \sum_k x_{ek} - (\frac{\ln G_d}{\lambda_d} - m_d) I_{ek} + \sigma^k I_{ek} + \zeta_{I(e) \notin O}^k - \zeta_{I(e) \in D}^k + \delta_{I(e) \in O} - \delta_{I(e) \in D} + \nu_{I(e) \in D} - \nu_{I(e) \in D} + \kappa_e - \xi_e^k = 0 \quad (2.30)$$

$$\nu_d (\sum_{k|d(k)=d} \sum_{e \in N(d)} x_{ek} - \sum_{k|d(k)=d} \sum_{e \in M(d)} x_{ek} - N_d) = 0 \quad (2.31)$$

$$\kappa_e (\sum_k x_{ek} - C_e) = 0 \quad (2.32)$$

$$\xi_e^k x_{ek} = 0 \quad (2.33)$$

$$\nu_d \geq 0 \quad (2.34)$$

$$\kappa_e \geq 0 \quad (2.35)$$

$$\xi_e^k \geq 0 \quad (2.36)$$

où

$$I_{ek} = \begin{cases} 1 & \text{si } e \in N(d(k)) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.37)$$

$$I'_{ek} = \begin{cases} 1 & \text{si } e \in M(o(k)) \cup M(d(k)) \\ -1 & \text{si } e \in N(o(k)) \cup N(d(k)) \end{cases} \quad (2.38)$$

Les conditions de KKT ne permettent pas de déduire la solution analytique. Ainsi, la transformation du problème primaire en problème dual ne permet pas de simplifier la résolution de notre problème. Notons que la fonction objectif et les contraintes sont convexes, nous pouvons le résoudre par des méthodes classiques (e.g. méthode de plans sécants). Comme nous avons mentionné précédemment, nous nous intéressons à des méthodes du type systèmes multi-agent (SMA) pour les appliquer dans des cas plus complexes. Donc, nous allons proposer une approche heuristique basée sur l'ACO.

### 3. Méthodes de résolution

Dans cette section, nous allons d'abord présenter la méthode des plans sécants visant à résoudre le problème d'optimisation convexe. Cette méthode sert à fournir une résolution approchée permettant de la comparer avec une résolution issue d'une autre méthode. Une autre méthode de résolution est issue d'une heuristique basée sur l'algorithme de colonie de fourmis. Nous allons aborder cet algorithme de base et des variantes issues de même familles. Par la suite, nous allons proposer un algorithme basé sur l'ACO pour résoudre le problème d'affectation statique basée sur les activités. Une étude numérique sera abordée pour tester cet nouvel algorithme.

#### 3.1. Méthode des plans sécants

Dans un premier temps, nous nous rappelons l'approche de plans sécants (Kelley, 1960 ; Avriel, 1976) qui est une méthode efficace pour résoudre le problème d'optimisation convexe. De nombreuses recherches sont consacrées à cette méthode pour résoudre le problème d'optimisation non linéaire (Atkinson et Vaidya 1995 ; Mitchell et Ramaswamy 2001).

Considérons le problème d'optimisation :

$$\left| \begin{array}{l} \text{Min}_{x \in R^n} f(x) \\ \text{s.c.} \\ g_i(x) \leq 0 \quad i=1, \dots, l \\ h_j(x) = 0 \quad j=1, \dots, m \end{array} \right. \quad (2.39)$$

où  $f : R^n \rightarrow R$ ,  $g_i : R^n \rightarrow R, \forall i$ , et  $h_j : R^n \rightarrow R, \forall j$  sont des fonctions continûment différentiables. La fonction objective  $f(x)$  est convexe et différentiable. Si les contraintes sont

linéairement indépendantes, nous définissons un ensemble admissible  $D$  qui satisfait toutes les contraintes :

$$D = \{x : x \in R^n, g_i(x) \leq 0, h_j(x) = 0, i = 1, \dots, l, j = 1, \dots, m\} \quad (2.40)$$

Ce problème d'optimisation convexe peut être transformé par un problème d'optimisation à contraintes convexes et un critère linéaire  $t$  :

$$\left| \begin{array}{l} \text{Min}_{t \in R} \quad t \\ \text{s.c.} \\ f(x) - t \leq 0 \\ x \in D \end{array} \right. \quad (2.41)$$

Cette transformation permet d'appliquer l'algorithme de plans sécants à une suite de problèmes de programmation linéaire.

### Algorithme de plans sécants

#### Etape 1 :

Soit  $x^0 \in D$ , trouvez la solution du problème d'optimisation suivante :

$$\left| \begin{array}{l} \text{Min}_{x,t} \quad t \\ \text{s.c.} \\ f(x^0) + \nabla f(x^0)^T (x - x^0) - t \leq 0 \end{array} \right. \quad (2.42)$$

La condition d'arrêt s'écrit par :

$$G(\varepsilon) = \{(x, t) : x \in D, f(x) - t \leq \varepsilon\} \quad (2.43)$$

où  $\varepsilon$  est un nombre positif suffisamment petit. Si la solution à l'itération initiale,  $(x^1, t^1)$ , satisfait l'équation (2.43), arrêtez, l'optimum du problème est trouvé ; sinon allez à l'étape 2.

#### Etape 2 :

Soit  $(x^k, t^k) : t^k \in D, (x^k, t^k) \notin G(\varepsilon)$  est la solution de l'itération  $k$ . Trouvez la solution à l'itération  $(k+1)$  par la résolution du problème d'optimisation suivante :

$$\left| \begin{array}{l} \text{Min}_{x,t} \quad t \\ \text{s.c.} \quad f(x^h) + \nabla f(x^h)^T (x - x^h) - t \leq 0 \quad h=0, \dots, k \\ x \in D \end{array} \right. \quad (2.44)$$

Si  $(x^{k+1}, t^{k+1}) \in G(\varepsilon)$ ,  $(x^{k+1}, t^{k+1})$  est la solution optimale, arrêtez, sinon répétez l'étape 2.

L'idée principale de l'algorithme consiste à affiner l'approximation de la fonction  $f$  par des coupes extérieures successives. Les solutions obtenues sont de plus en plus précises suivant l'augmentation des itérations effectuées.

## 3.2 Méthode de colonies de fourmis

L'algorithme de colonies de fourmis est une métaheuristique pour résoudre les problèmes d'optimisation difficiles ou combinatoires. Cet algorithme est inspiré du comportement des fourmis qui emploient des substances, appelées phéromones, pour marquer leur parcours jusqu'à la source de nourriture. Lorsque les fourmis explorent le réseau, si une fourmi trouve un bon itinéraire, elle le renforce par un dépôt de phéromones. Par ce mécanisme de stigmergie, les fourmis sont capables de faire émerger les plus courts chemins entre la fourmilière et les sources de nourriture. Cet algorithme proposé premièrement par Dorigo et ses collaborateurs (Dorigo et al, 1991) a eu du succès et a donné lieu à de nombreuses recherches (Dorigo et al. 1999). Les applications de cette approche aux problèmes d'optimisation discrète sont nombreuses, e.g. le problème du voyageur de commerce (Dorigo et al, 1991), l'affectation quadratique (Maniezzo et al., 1994), l'ordonnancement séquentiel (Gambardella et Dorigo, 1997), le routage de véhicule (Bullnheimer et al., 1997a), le routage dans le réseau de télécommunication (Schoonderwoerd et al. 1997), le coloriage de graphes (Costa et Hertz, 1997).

L'approche d'ACO représente un problème d'optimisation dans un graphe dont les noeuds et les arcs représentent les variables de décision du problème d'optimisation. Les fourmis construisent des solutions pas à pas en se déplaçant dans le graphe selon une règle stochastique de décision qui dépend, d'une part, des informations collectives issues de la modification de l'environnement, d'autre part, d'une valeur heuristique concernant la qualité des arcs sortants à choisir. Dans le processus de construction du graphe, chaque fourmi fait son choix du prochain arc/noeud sortant selon des informations stockées dans le graphe, soit la quantité de phéromones, soit la valeur heuristique indiquant le coût de déplacement local. L'importance relative de ces deux informations dépend des paramètres de contrôle dans la règle de transition. Dès qu'un trajet est accompli, l'information concernant la qualité de cet itinéraire sera modifiée. Alors que de nombreux algorithmes basés sur l'ACO sont proposés, leurs schémas sont semblables et composés de trois étapes séquentielles : 1. initialisation d'une quantité de phéromones, 2. construction d'une solution par la règle de transition stochastique, 3. mise à jour de la quantité de phéromones. Nous allons analyser ces étapes dans la section suivante.

### **Etape 1 : Initialisation d'une quantité de phéromones**

La quantité de phéromones dans les composants du graphe représente leur attractivité pour guider les fourmis à trouver de meilleures solutions dans l'espace de recherche. La plupart des algorithmes d'ACO initialisent les composants du graphe avec une quantité uniforme positive et petite, i.e. entre 0 et 1. Cependant, on peut utiliser une solution faisable fournie par un autre algorithme concourant pour favoriser certains trajets à parcourir au début de l'itération. Walkowiak (Walkowiak, 2005) a proposé un algorithme de colonies de fourmis visant à résoudre le problème d'affectation du flux sous les contraintes des capacités du tronçon. Dans l'algorithme proposé par Walkowiak, les quantités de phéromones sur tous les

arcs sont initiés par 1. Ensuite, il utilise les formules de mise à jour de traces de phéromones selon une solution faisable fournie par un autre algorithme. En effet, la quantité initiale de phéromones ne joue pas un rôle important sur la solution optimale du problème. Ainsi, peu de travaux de recherche ont été consacrés spécifiquement à ce sujet.

### **Etape 2 : Construction de la solution par une règle de transition**

L'algorithme basé sur l'ACO utilise des informations de pistes de phéromones pour trouver la solution optimale de manière progressive. Ce mécanisme vient, d'une part, des informations locales qui offrent des informations actuelles sur l'environnement, d'autre part, des informations globales basées sur la mise à jour des traces de phéromones pour favoriser certaines pistes. Le processus de construction de solution, dit construction du graphe, consiste à parcourir le graphe (les arcs ou les noeuds) pas à pas par une règle de transition stochastique. La probabilité de choix sur l'arc/noeud sortant dépend de la quantité de phéromones et d'informations locales sur l'arc/noeud sortant. A chaque étape de la construction du graphe, les contraintes du problème doivent être satisfaites. Les règles de transition doivent être adaptées à chaque problème d'application. D'autres problématiques critiques concernent la configuration des paramètres utilisés, celle-ci exige beaucoup de temps pour tester différentes configurations et atteindre la bonne configuration des paramètres. En ce qui concerne la formulation de la règle de transition, des variantes ont été proposées dont l'algorithme de système de fourmis (Ant System, AS, Dorigo et al. 1996) et l'algorithme de système de colonies de fourmis (Ant Colony System, ACS, Dorigo et Gambardella, 1997) sont les plus répandus. Nous décrivons ces deux algorithmes en détail et analysons des variantes issues de ces deux algorithmes.

#### **Algorithme d'AS (Ant System, AS, Dorigo et al. 1996)**

L'algorithme du système de fourmis est la première version de l'algorithme d'ACO. Comme nous l'avons indiqué précédemment, l'algorithme d'AS utilise une règle de transition pour construire la solution admissible. La règle de transition consiste à orienter la direction de recherche de chaque fourmi vers la meilleure solution. Pour la fourmi  $m$  localisée au noeud  $r$ , la probabilité de choix de l'arc sortant  $(r, s)$  à l'itération  $t$  est définie par :

$$p_{rs}^m(t) = \begin{cases} \frac{[\tau_{rs}(t)]^\alpha [\eta_{rs}]^\beta}{\sum_{u \in J_r^m} [\tau_{ru}(t)]^\alpha [\eta_{ru}]^\beta} & \text{si } s \in J_r^m \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.45)$$

où

$\alpha, \beta$  : paramètres de contrôle

$\tau_{rs}(t)$  : quantité de phéromones sur l'arc  $(r, s)$  à l'itération  $t$

$\eta_{rs}$  : valeur heuristique, dite *visibilité*, définie par l'inverse de la longueur de l'arc  $(r, s)$  ou l'inverse du coût sur l'arc  $(r, s)$

$J_r^m$  : ensemble de noeuds admissibles pour la fourmi  $m$  située au sommet  $r$ .

Cette règle de transition donne la probabilité de choix du prochain noeud à visiter selon la quantité de phéromones et la valeur heuristique locale. Les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  contrôlent l'importance relative de ces deux composants. Si  $\alpha = 0$  les fourmis choisissent le noeud ayant la valeur heuristique meilleure. En revanche, si  $\beta = 0$ , le choix de probabilité ne dépend que la quantité de phéromones. La piste de phéromones est renforcée

immédiatement dès qu'une fourmi complète un chemin. La quantité de phéromones ajoutée dépend de la qualité du chemin traversé.

**Algorithme d'ACS** (Ant Colony System, ACS, Dorigo et Gambardella, 1997)

L'algorithme d'ACS introduit principalement une stratégie d'équilibre entre l'exploration et l'exploitation. L'ACS définit une constante  $q_0 \in [0,1]$  qui sert comme un critère favorisant le choix d'arcs ou de noeuds prochains sortant par l'exploitation ou l'exploration. La règle de transition est modifiée par :

$$s = \begin{cases} \arg \max_{u \in J_r^m} \{ [\tau_{ru}(t)] [\eta_{ru}]^\beta \} & \text{si } q \leq q_0 \text{ (exploitation)} \\ S & \text{si } q > q_0 \text{ (exploration)} \end{cases} \quad (2.46)$$

où  $S$  est le noeud choisi selon l'équation (2.45).  $q \in [0,1]$  est une variable aléatoire.

Cette règle de transition permet d'ajuster l'exploration (si  $q > q_0$ ) et l'intensification (si  $q \leq q_0$ ).

### **Etape 3 : Mise à jour des pistes de phéromones**

La mise à jour des pistes de phéromones se compose de deux niveaux : la mise à jour locale et la mise à jour globale. La première consiste à déposer immédiatement des phéromones en fonction de la qualité de solution trouvée. La mise à jour globale utilise un coefficient du taux d'évaporation  $\rho \in [0,1]$  pour réduire la densité des phéromones sur tous les chemins trouvés. Ce mécanisme vise à favoriser l'exploration et à éviter la stagnation de solutions dans un optimum local. La mise à jour des pistes de phéromones est écrite par :

$$\tau_{rs}(t+1) = (1 - \rho)\tau_{rs}(t) + \rho \sum_{m=1}^M \Delta\tau_{rs}^m(t) \quad (2.47)$$

où

$\tau_{rs}(t)$  : quantité de phéromones sur l'arc  $(r, s)$  à l'itération  $t$

$\Delta\tau_{rs}^m(t)$  : quantité de phéromones ajoutées sur l'arc  $(r, s)$  par la fourmi  $m$  à l'itération  $t$

$\rho$  : un coefficient représentant le taux d'évaporation de phéromones

$M$  : nombre total de fourmis

La règle de mise à jour dépend de problème d'application, e.g. la méthode  $AS_{rank}$ , (Bullnheimer et al., 1997b) renforce les chemins en tenant compte du rang des meilleures fourmis. Max-Min AS (Stutzle et Hoos 1997) limite la quantité de phéromones dans l'intervalle de  $\tau_{min}$  et  $\tau_{max}$  pour éviter la stagnation de l'AS.

Les travaux théoriques sur la méthode ACO s'intéressent aux problématiques liées, d'une part, à la convergence de l'algorithme, d'autre part, à la règle de transition permettant d'avoir une solution plus stable pour le problème général d'optimisation combinatoire, car la quantité de phéromones joue un rôle essentiel sur la performance de ACO. Comme le concepteur de l'algorithme ACO et son collaborateur l'ont mentionné, « *la réalisation du même algorithme ACO sur deux problèmes isomorphes (multiplier une fonction objective d'un problème par une constante), donne des résultats et des comportements différents* ».

Pour cela, la mise à jour globale suivante basée sur la méthode de l'Entropie relative est proposée (Dorigo et Blum, 2005) :

$$\tau_{rs}(t) = (1 - \rho)\tau_{rs}(t-1) + \rho \sum_{m \in M^{upd}} \frac{\Delta\tau_{rs}^m}{\sum_{m' \in M^{upd}} \Delta\tau_{rs}^{m'}}, \text{ si } (r, s) \in p^m(t) \quad (2.48)$$

où  $M^{upd}$  est l'ensemble des solutions admissibles générées à itération  $t$ .  $\rho$  est le taux d'évaporation.  $p^m(t)$  est le chemin emprunté par la fourmi  $m$  à l'itération  $t$ .

Cette formule consiste à normaliser la quantité ajoutée de phéromones pour éviter l'influence de l'ordre de la fonction objectif. Nous détaillons le lien avec la méthode d'Entropie Relative dans la section 3.2.1.

### 3.3 Algorithme proposé basé sur l'approche d'ACO

Dans cette section, nous proposons une heuristique basée sur l'ACO visant à résoudre le problème d'affectation statique. Les caractéristiques de cette nouvelle approche sont les suivantes : 1. pour traiter le problème du choix de destinations, nous ajoutons des composants artificiels au graphe qui connectent toutes les destinations potentielles au reste du graphe. La capacité des arcs artificiels désigne le nombre total d'activités situées dans la destination connectée. 2. Comme la capacité des arcs est limitée, nous utilisons une fonction de pénalité pour décourager les fourmis d'entrer dans des arcs coûteux surchargés. 3. pour éliminer le problème de l'ordre du coût des arcs et de la quantité de phéromones, nous normalisons la quantité de phéromones et la visibilité dans la règle de transition. 4. la mise à jour des phéromones s'effectue en deux niveaux : mise à jour locale et mise à jour globale. La mise à jour locale est activée dès l'arrivée à la destination artificielle. La mise à jour globale est effectuée dès que toutes les fourmis sont arrivées au noeud artificiel. La règle de mise à jour globale est une adaptation basée sur la méthode d'entropie relative (Rubinstein, 1999, 2001 ; Zlochin et al. 2004). Nous précisons cet algorithme dans la section suivante.

#### Algorithme basé sur l'ACO

##### Etape 1 : Initialisation

Pour guider les fourmis issues de différentes origines, nous distinguons les phéromones en différents types  $o \in O$ . Initialiser la quantité de phéromones du type  $o$  par  $2c$  sur les arcs des plus courts chemins, pour les autres par  $c$ , i.e :

$$\tau_{rs}^o(0) = \begin{cases} 2c & \text{si } (r, s) \in \hat{p}_{k|o(k)=o}, \forall o \in O, \forall k \in K \\ c & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.49)$$

où  $\hat{p}_{k|o(k)=o}$  désigne les plus courts chemins reliant la paire OD  $k$ . Le coefficient  $c$  est un réel positif petit.

## Etape 2 : Construction du graphe

Pour une fourmi située dans le noeud  $r$ , la probabilité de choix sur l'arc sortant  $e(r, s)$  est définie par :

$$P_{rs}^m(t) = \begin{cases} \frac{[\tilde{\tau}_{rs}^o(t)]^\alpha [\tilde{\eta}_{rs}]^\beta}{\sum_{u \in J_r^m(t)} [\tilde{\tau}_{ru}^o(t)]^\alpha [\tilde{\eta}_{ru}]^\beta} & \text{si } s \in J_r^m(t) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad \forall m \in \Omega_o, \quad \forall o \in O \quad (2.50)$$

où

$\alpha, \beta$  : coefficients constants contrôlant l'importance relative de la quantité des phéromones normalisées et la valeur heuristique normalisée sur l'arc  $(r, s)$ .

$J_r^m(t)$  : ensemble des noeuds sortant et non visités par la fourmi  $m$  située dans le noeud  $r$  à l'itération  $t$ .

$\tilde{\tau}_{rs}^o(t)$  : quantité normalisée de phéromones du type  $o$  sur l'arc  $(r, s)$  à l'itération  $t$ , définie par

$$\tilde{\tau}_{rs}^o(t) = \frac{\tau_{rs}^o(t)}{\sum_{u \in J_r^m(t)} \tau_{ru}^o(t)}$$

$\tilde{\eta}_{rs}$  : valeur heuristique normalisée sur l'arc  $e=(r, s)$ , définie par  $\tilde{\eta}_{rs} = \frac{\eta_{rs}}{\sum_{u \in J_r^m(t)} \eta_{ru}}$

où  $\eta_{rs}$  est l'inverse du coût de déplacement sur l'arc  $(r, s)$ , définie par  $\eta_{rs} = \frac{1}{f_e(x_e^m(t), C_e)}$ ,

$f_e(x_e^m(t), C_e)$  est la fonction du temps de parcours sur l'arc  $e(r, s)$ ,  $x_e^m(t)$  nombre de fourmis dans l'arc  $e$  au moment où s'effectue le choix de la fourmi  $m$ .

Pour traiter la contrainte de capacité du tronçon, nous adoptons le concept de pénalité. Au lieu d'ajouter cette pénalité dans la fonction objective, nous l'introduisons dans la fonction du temps de parcours des arcs pour défavoriser l'utilisation de tronçons saturés, i.e.

$$f_e(x_e^m(t), C_e) = a + \frac{b}{C_e} x_e^m(t) + \Gamma_e \quad (2.51)$$

où

$x_e^m(t) = \sum_{i=1}^m \delta_e^i(t)$  : flux sur l'arc  $e$  lorsque la  $m^{\text{ième}}$  fourmi est lancée, où  $\delta_e^i(t)$  est défini par :

$$\delta_e^i(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } e \text{ est pris par la fourmi } i \text{ à l'iteration } t \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$\Gamma_e$  : la fonction de pénalité lorsque le débit s'approche de la capacité de l'arc  $e$ .

$$\Gamma_e = \begin{cases} \Psi \left[ \frac{1}{C_e - x_e^m(t)} - \frac{1}{\mu C_e} \right] & \text{si } C_e(1 - \mu) \leq x_e^m(t) \leq C_e \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.52)$$

$\mu$  : coefficient qui contrôle l'activation de la fonction de pénalité.

$\Psi$  : coefficient défini par  $\Psi = C_e b \zeta$  qui généralise la valeur de pénalité.  $\zeta$  est un paramètre adimensionnel manipulant la valeur de la pénalité.



### Étape 3 : mise à jour de phéromones

La mise à jour de l'intensité de phéromones est séparée en deux niveaux : mise à jour locale et mise à jour globale. La première est activée dès qu'un tour complet est effectué par une fourmi. Les fourmis déposent la quantité de phéromones de manière proportionnelle à la qualité du trajet, mesurée par l'inverse du coût net de déplacements, i.e. le coût de déplacement moins la valeur brute d'activités. La règle de mise à jour locale de phéromones est décrite par :

$$\Delta\tau_{rs}^o(t) = \sum_{\forall m \in \Omega_o} \Delta\tau_{rs}^{mo}(t), \quad \forall o \in O \quad (2.53)$$

$$\Delta\tau_{rs}^{mo}(t) = \begin{cases} Q/L_m(t) & \text{si l'arc } (r,s) \in p^m(t) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.54)$$

où

$m$ : m<sup>ième</sup> fourmi lancée

$p^m(t)$ : itinéraire emprunté par la m<sup>ième</sup> fourmi lancée à l'itération  $t$ .

$Q$ : paramètre constant qui est la même grandeur que le meilleur coût de trajet trouvé (Dréo et al. 2003).

$L_m(t) : \pi(p^m(t)) - v_d^m(t) + v_d^{\max}$  avec  $\pi(p^m(t))$  le coût du trajet à l'itération  $t$ ,  $v_d^m(t)$  la valeur brute d'activités obtenue à la destination  $d$  par la fourmi  $m$ ,  $v_d^{\max}$  la valeur brute d'activités maximale.

La valeur  $v_d^m(t)$  est calculée par  $q_d^m(t)S_d(q_d^m(t)/N_d) - (q_d^m(t)-1)S_d((q_d^m(t)-1)/N_d)$  où  $q_d^m(t)$  désigne le nombre d'activités servies à la destination  $d$  après la servie de la fourmi  $m$ .

La mise à jour globale est activée lorsque toutes les fourmis arrivent à leurs destinations. Dans cette étape, nous prenons en compte l'évaporation des pistes de phéromones pour éviter de tomber très vite dans des sous-optimums et de favoriser l'exploration dans de nouvelles régions. La quantité de phéromones du type  $o$  sur l'arc  $(r, s)$  est mise à jour à la fin de l'itération  $t$  par :

$$\tau_{rs}^o(t) = (1-\rho)\tau_{rs}^o(t-1) + \rho\omega \frac{\Delta\tau_{rs}^o(t)}{\sum_{\forall (r,s) \in E} \Delta\tau_{rs}^o(t)}, \quad \forall o \in O \quad (2.55)$$

où

$\rho$  : le taux d'évaporation,  $\rho \in (0,1)$

$\omega$  : le paramètre de contrôle agissant sur la quantité ajoutée des phéromones

$E$  : l'ensemble des arcs

Cette formulation est une adaptation de l'équation (2.48) qui est basé sur le concept de normalisation issue de la méthode d'Entropie relative.

## Algorithme basé sur l'ACO

**Initialisation** : initialiser la quantité de phéromones sur tous les arcs. Placer les fourmis sur leurs origines.

**Pour** itération=1,...,  $t_{\max}$

**Pour** fourmi=1,...,M

1. Choisir une fourmi au hasard.
2. Construire un chemin à partir de son origine au noeud artificiel selon la règle de transition (2.50)
3. Mise à jour locale par (2.54)
4. Mise à jour des flux sur les arcs et les activités disponibles sur les destinations

**Fin pour**

1. Mise à jour globale de la quantité des phéromones par (2.55)
2. Calculer la valeur de la fonction objective (2.23)

**Fin pour**

## 4. Etude numérique

Pour tester l'algorithme ACO, un réseau simple composé de deux origines et deux destinations est proposé. La configuration du réseau est illustrée dans la figure 2-3. La demande d'activités au noeud 1 et au noeud 2 est 270 et 200, respectivement. L'offre d'activités dans les noeuds 3 et 4 est 400 et 300, respectivement. Les paramètres  $a$  et  $b$  dans l'équation (2.49) est 0.1 et 2, respectivement.  $\lambda_d$  et  $m_d$  dans l'équation (2.8) est 10 et 20, respectivement.

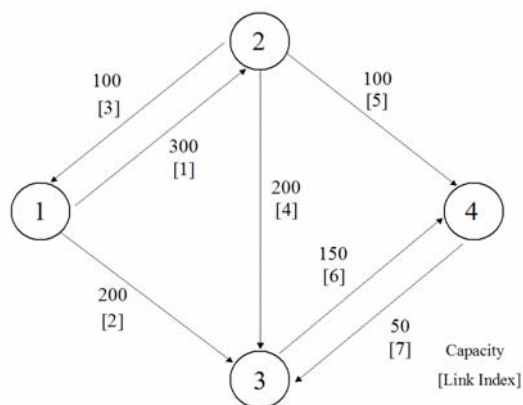


Fig. 2-3 Représentation du réseau

## 4.1 Résolution basée sur la méthode de plans sécants

Nous utilisons la méthode de plans sécants pour résoudre le problème d'optimisation convexe. Le programme est écrit par le langage C++. Le résultat montre que la valeur objectif obtenue par cette méthode est 8946.66, soit une erreur d'estimation de 0.0380899 (0.004257‰) par rapport au résultat obtenu par la solution de MatLab pour le même problème. Les valeurs de la fonction objectif obtenues par la méthode des plans sécants sont dessinées dans la figure 2-4.

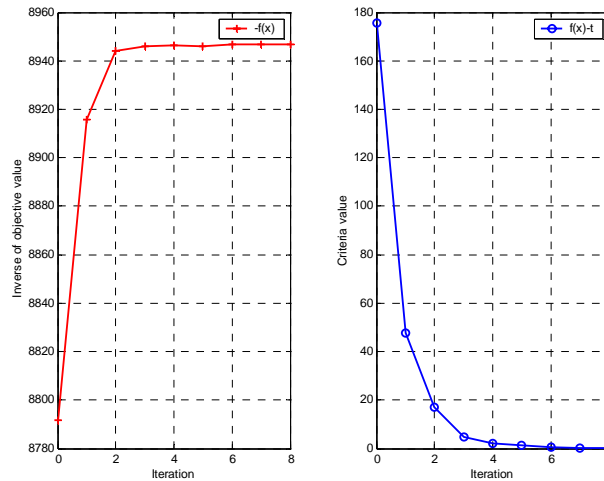


Figure 2-4 La valeur de l'opposé de la fonction objectif  $-f(x)$  (à gauche) et la valeur du critère  $f(x) - t$  (à droite)

Arc	Flux obtenus par la méthode plans sécants	Flux obtenus par MatLab
1	70.0000	70.0000
2	200.0000	200.0000
3	0.0000	0.0000
4	175.8130	176.3540
5	94.1870	93.6459
6	0.0000	0.7057
7	0.0000	0.0000

Tableau 2-1 Comparaison des flux sur les arcs obtenus par différentes méthodes

## 4.2 Résolution basée sur la méthode de colonies de fourmis

Nous testons le nouvel algorithme ACO sur le même exemple. Les paramètres à tester sont illustrés dans le tableau 2-2. La topologie du réseau est modifiée en ajoutant un noeud fictif et deux arcs liés aux destinations offrant des activités vacantes. Nous initialisons tous les paramètres en choisissant un candidat dans le tableau 2-2 et effectuons 40 itérations. Ensuite, nous testons l'influence des paramètres avec différentes valeurs. Les résultats sont présentés

de la figure 2-6 à la figure 2-14. Après des tests sur différents paramètres, un ensemble des paramètres de base est choisi dans le tableau 2-2. Nous analysons ces études numériques ci-dessous :

1. Dans la figure 2-6, le résultat obtenu montre que la quantité de phéromones est plus importante que la visibilité des arcs en question sur la performance de l'algorithme. Cependant, si  $\alpha$  est trop élevé, la convergence de l'algorithme n'est pas évidente.
2. Le tirage aléatoire n'influence pas le résultat de convergence (Fig. 2-7).
3. La valeur  $Q$  influence la quantité ajoutée de phéromones à la fin de chaque tour construit par une fourmi. Le temps de parcours est restreint dans  $0.11 \leq \pi(p^m) \leq \infty$  pour tous les itinéraires avec les paramètres  $a=0.1$  et  $b=2$  dans la fonction de temps de parcours. Comme  $\lambda_d = 10$  et  $m_d = 20$ , l'intervalle de la valeur brute d'activités est  $20.1 \leq v_d \leq 20.6991$ . Le résultat montre que si la quantité de phéromones ajoutée est moins importante, la vitesse de convergence est plus lente (Fig. 2-8).
4. Le taux d'évaporation  $\rho$  influence la vitesse de convergence, plus  $\rho$  approche 1, plus vite l'algorithme converge (Fig. 2-9).
5.  $\omega$  est un paramètre modifiant la quantité de phéromones à la fin de chaque itération. Dans la Fig. 2-10,  $\rho = 0.1$  si  $\omega=10$ , l'ordre de  $0 \leq \rho\omega \frac{\Delta\tau_{rs}^o(t)}{\sum_{\forall(r,s) \in E} \Delta\tau_{rs}^o(t)} \leq 1$ . Si  $\omega=1$ ,  $0 \leq \rho\omega \frac{\Delta\tau_{rs}^o(t)}{\sum_{\forall(r,s) \in E} \Delta\tau_{rs}^o(t)} \leq 0.1$ , la valeur de la fonction objectif est plus variable (Fig. 2-10).
6. L'influence de la fonction de pénalité est définie par deux paramètres :  $\mu$  et  $\zeta$ . On compare différentes valeurs de  $\zeta$  en fixant  $\mu$  à 0.1. Le résultat montre que la grandeur de la pénalité influence la meilleure solution trouvée (Fig. 2-11 et Fig. 2-12).
7. Les figures 2-13 et 2-14 représentent l'évolution de la quantité des phéromones sur les arcs. Il est clair qu'après certaines itérations, certains chemins sont renforcés et l'évolution de la quantité des phéromones se stabilise. En revanche, la quantité des phéromones des chemins plus coûteux est diminuée vers 0 après certaines itérations.

En conclusion, cette étude numérique montre que le rapport des paramètres pour la règle de transition,  $\alpha/\beta$ , doit être dans l'intervalle  $[1, 2]$  qui fait converger la solution. De plus, le paramètre  $\omega$  permet de manipuler la quantité ajoutée de phéromones sur les arcs dont la valeur dépend des problèmes à résoudre.

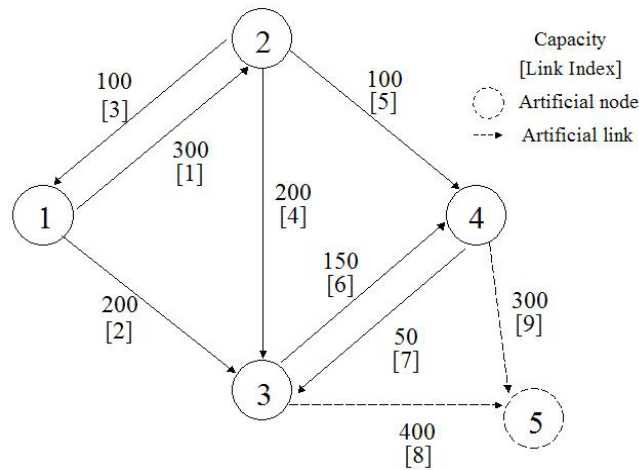


Fig. 2-5 La représentation du réseau avec les noeuds et les arcs artificiels

Equations	Paramètres	Valeurs
(2.8)	$\lambda_d$	{1,2,5,10*}
(2.8)	$m_d$	{0.1,0.5,1,2,5,10,20*}
(2.49)	c	1*
(2.50)	$\alpha$	{1, 2*, 3}
(2.50)	$\beta$	1*
(2.19), (2.51)	a, b	0.1*, 2*
(2.52)	$\mu$	{0.05, 0.1*, 0.2}
(2.52)	$\zeta$	{5*,10,20,100,1000,10000}
(2.54)	$Q$	{0.01*, 0.05, 0.1}
(2.55)	$\rho$	{0.1*, 0.5, 0.9}
(2.55)	$\omega$	{1, 5, 10*, 20}

Tableau 2-2 Paramètres utilisés pour l'ACO (\* désigne la valeur de base de test)

$\lambda_d$	$m_d$	$v_d$	$L_m$
2.5	5	$5.4 \leq v_d \leq 7.7966$	$0.11 \leq L_m \leq \infty$
5	10	$10.2 \leq v_d \leq 11.3983$	$0.11 \leq L_m \leq \infty$
10	0.1	$0.2 \leq v_d \leq 0.7991$	$0.11 \leq L_m \leq \infty$
10	20	$20.1 \leq v_d \leq 20.6991$	$0.11 \leq L_m \leq \infty$

Tableau 2-3 Liste des paramètres  $\lambda_d$  et  $m_d$  et l'intervalle de la valeur  $v_d$  et  $L_m$

Arc	Flux obtenus par l'ACO (Test 1)	Flux obtenus par l'ACO (Test 2)
1	87	88
2	187	182
3	4	0
4	195	200
5	88	88
6	15	0
7	0	0
8	367	382
9	103	88

Tableau 2-4 Flux obtenus par l'algorithme de l'ACO avec les paramètres basés sur les valeurs de base dans le tableau 2-2

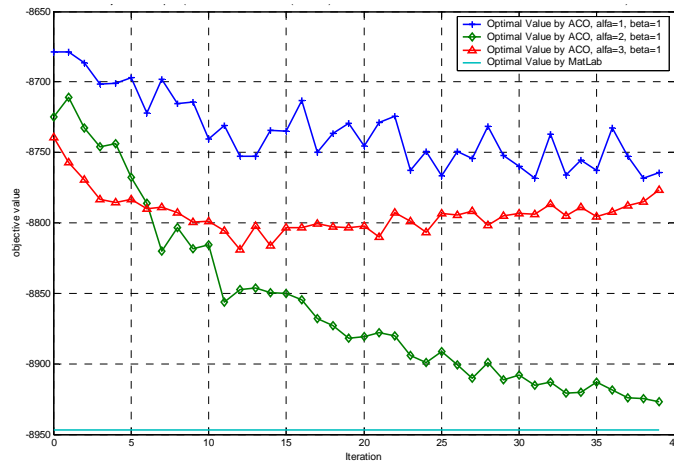


Fig. 2-6 Influence de  $\alpha$ ,  $\beta$  sur les valeurs de la fonction objectif

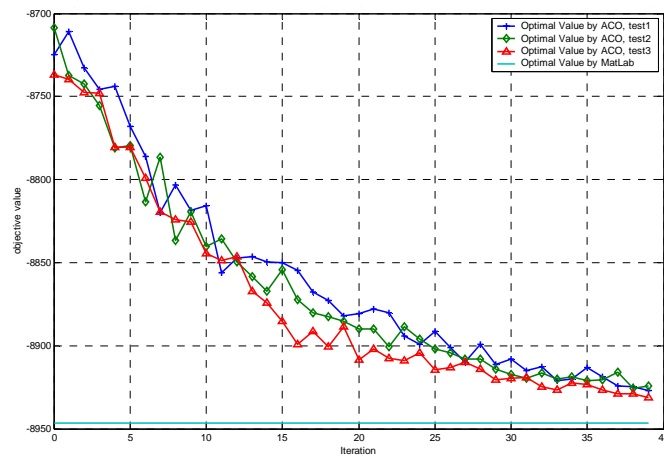


Fig. 2-7 Influence du tirage aléatoire sur les valeurs de la fonction objectif

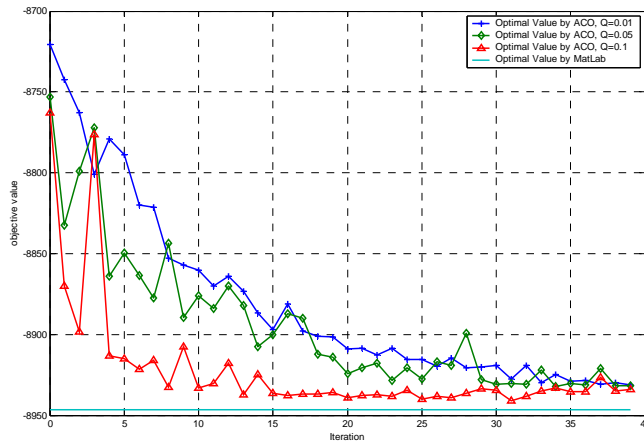


Fig. 2-8 Influence de la valeur  $Q$  sur les valeurs de la fonction objective

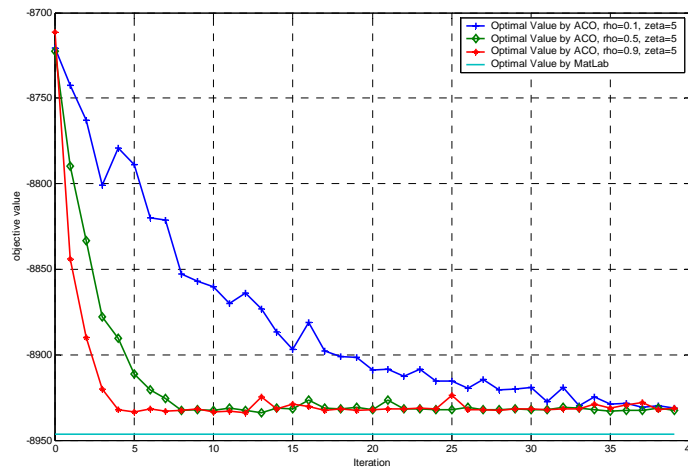


Fig. 2-9 Influence du  $\rho$  sur les valeurs de la fonction objectif

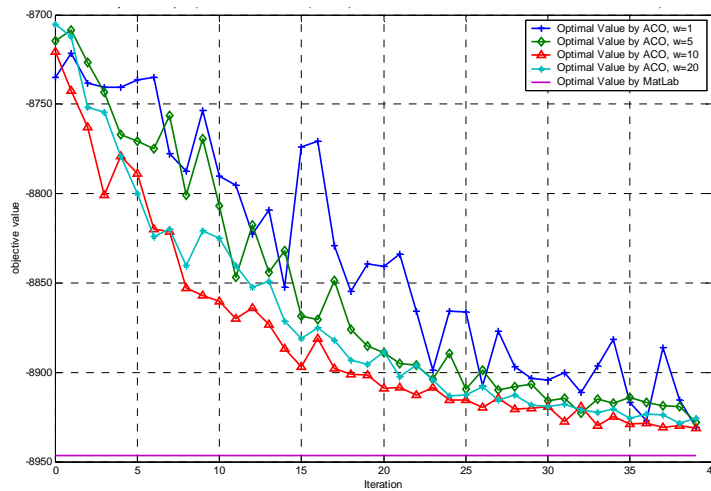


Fig. 2-10 Influence du  $\omega$  sur les valeurs de la fonction objectif

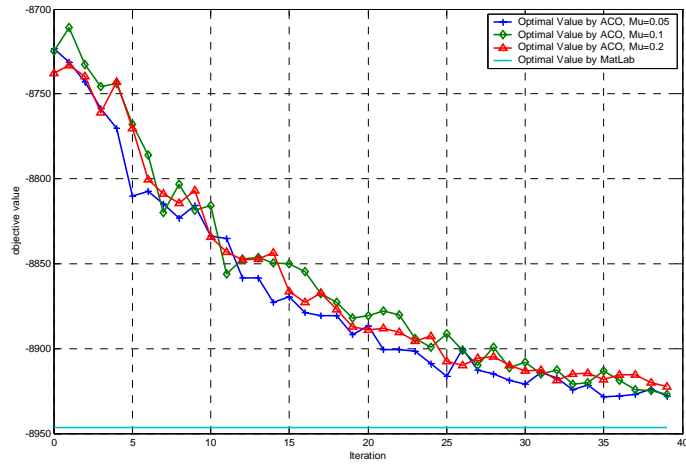


Fig. 2-11 Influence du  $\mu$  sur les valeurs de la fonction objectif

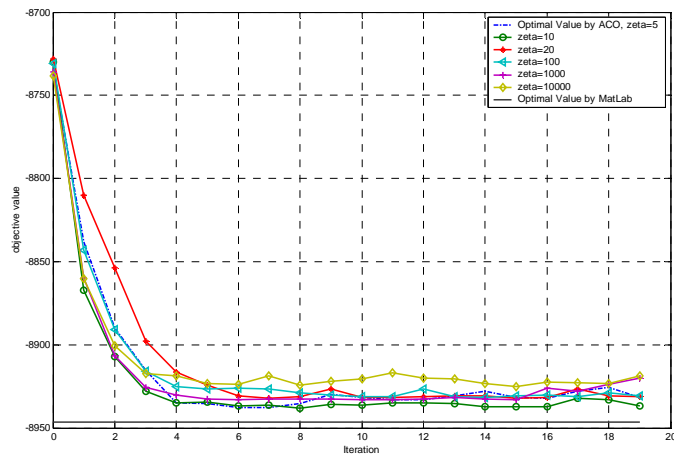


Fig. 2-12 Influence du  $\zeta$  sur les valeurs de la fonction objectif

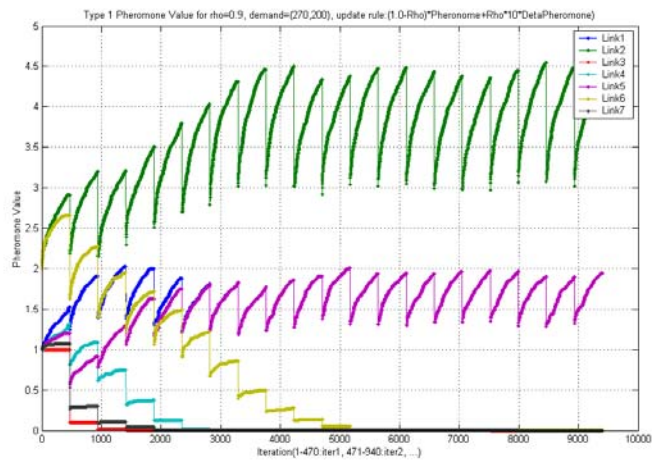


Fig. 2-13 Evolution de la quantité de phéromones de type  $\mathcal{O}_1$



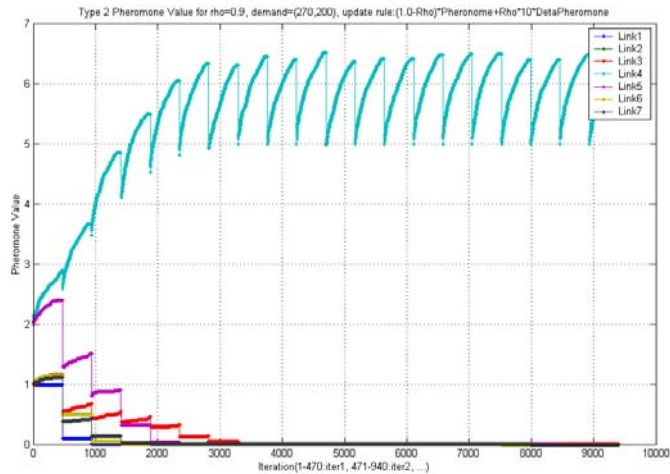


Fig. 2-14 Evolution de la quantité de phéromones de type  $O_2$

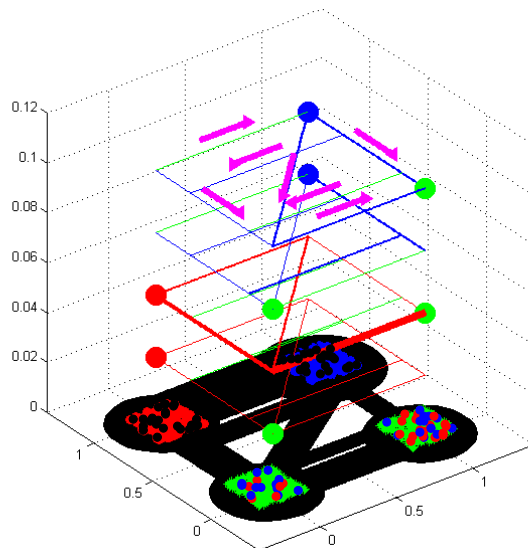


Fig. 2-15 Visualisation du flux sur le réseau

## 5. Conclusion

Dans ce chapitre, un modèle élémentaire d'affectation statique basé sur les activités a été proposé. Nous avons testé un nouvel algorithme heuristique basé sur l'algorithme de colonies de fourmis. Bien que cet algorithme ne permette pas de trouver la solution optimale du problème, elle servira comme méthode heuristique pour résoudre le problème d'affectation dans le cas plus compliqué.

# Chapitre 3

## Affectation dynamique du trafic basée sur les activités

### 1. Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons au développement d'un modèle d'affectation dynamique prédictif basée sur les activités dans un réseau routier. Ce modèle consiste à élargir le modèle statique d'activités proposé dans le chapitre précédent dans le cas dynamique. Chaque usager est considéré comme un agent réactif qui n'a pas l'information parfaite de l'état du trafic et qui tend à maximiser la valeur nette d'activités obtenue à sa destination. En nous basant sur le modèle d'AVA dans le chapitre précédent, nous supposons que chaque usager se déplace de son origine à sa destination qui est a priori inconnu au départ et sera déterminée en fonction d'équilibre du marché d'activités. Le choix des usagers en terme de déplacements s'effectue en fonction de leur valeur nette d'activités obtenue en tenant compte de la valeur brute d'activités et du coût généralisé de déplacement. L'écoulement du trafic est modélisé de manière dynamique en étendant le modèle de file ponctuelle (Kuwahara et Akamatsu, 1997).

Le problème d'affectation dynamique est formulé comme un problème d'inéquation variationnelle. Comme l'écoulement du trafic est basé sur la méthode de simulation, il n'existe pas des fonctionnelles analytiques pour évaluer le coût de déplacement. De ce fait, les méthodes classiques d'optimisation de type Frank-Wolfe (Frank et Wolfe, 1956) ne sont plus adaptées. Ainsi, nous proposons deux méthodes de résolution : l'approche basée sur l'algorithme de colonie de fourmis (ACO) et l'approche basée sur la méthode d'Entropie Relative. La première approche est inspirée par le comportement coopératif des fourmis qui consiste à utiliser la trace de phéromone indiquant le chemin optimal entre leur nid et la source de nourriture. Cependant, l'approche classique l'ACO ne permet pas de traiter correctement le cas où le coût du chemin dépend de la demande. Pour cela, nous allons proposer une nouvelle approche basée sur l'ACO en utilisant un schéma de discrétisation temporelle permettant aux usagers d'utiliser les informations temporelles sur la qualité de chemins pour aller à leur destination.

La deuxième approche est issue de la méthode de simulation d'évènements rares qui consiste à estimer la probabilité de choix des usagers en se basant sur la théorie d'échantillonnage pondéré (Importance Sampling, IS). L'avantage de cette méthode réside sur le fait qu'elle permet de résoudre le problème d'affectation dynamique basée sur un modèle de trafic plus réaliste. De plus, elle permet de trouver plusieurs équilibres du réseau en passant d'un état d'équilibre à un autre en fonction de conditions initiales différentes. Pour tester la méthode proposée, nous allons étudier des exemples numériques pour les problèmes d'affectation statique et dynamique avec une fonction du coût non-linéaires sur les arcs.

Enfin une étude comparative avec l'approche de système dynamique sera abordée.

## 2. Modèle proposé

### Notation : variables du réseau

$G(V, E)$  graphe composé d'un ensemble des noeuds  $V$  et d'un ensemble des arcs  $E$

$o(k)$  origine de la paire OD  $k$

$d(k)$  destination de la paire OD  $k$

$M(i)$  ensemble des arcs entrant en noeud  $i$

$N(i)$  ensemble des arcs sortant du noeud  $i$

$d_o(t)$  demande à l'origine  $o$  et à l'instant  $t$

$D_o$  demande totale à l'origine  $o$

$A_{ij}(t)$  nombre de véhicules cumulés entrant l'arc  $(i, j)$  à l'instant  $t$

$D_{ij}(t)$  nombre de véhicules cumulés sortant de l'arc  $(i, j)$  à l'instant  $t$

$\sigma_{ij}(t)$  débit maximal d'entrée de l'arc  $(i, j)$  à l'instant  $t$

$\delta_{ij}(t)$  débit maximal de sortie de l'arc  $(i, j)$  à l'instant  $t$

$\delta_{ij}^*$  débit maximal de sortie de l'arc  $(i, j)$

$T_{ij}(t)$  temps de parcours sur l'arc  $(i, j)$  à l'instant d'entrée  $t$

$y_{ij}(t)$  nombre de véhicules présentés sur arc  $(i, j)$  à l'instant  $t$

$k^{\max}$  densité maximale des véhicules d'une voie

$L_{ij}$  longueur de l'arc  $(i, j)$

$n_{ij}$  nombre de voies dans l'arc  $(i, j)$

$t_{ij}^f$  temps de parcours à la vitesse libre dans l'arc  $(i, j)$ .

$f_p(t)$  flux au point initial du chemin  $p$  à l'instant  $t$

$\mathbf{f}$  vecteur des flux au point initial du chemin  $p$  à l'instant  $t$

$p$  désignation d'un chemin

$P_k$  ensemble des chemins reliant la paire OD  $k$

$l$  désignation d'une voie

$\Omega_o$  ensemble des usagers partant de l'origine  $o$

## Variables du temps

$t$	désignation du temps
$[0, T]$	intervalle du temps de départ
$[0, \bar{T}]$	intervalle du temps de la simulation dans lequel le bord à droite est le temps où le dernier véhicule sorti du réseau
$h$	indice d'un intervalle du temps discrétisé
$H_T$	ensemble des index d'intervalles du temps discrétisés sur $[0, T]$ , $H_T = \{h_0, \dots, h_T\}$ avec le pas du temps fixé $\Delta_h$
$H_{\bar{T}}$	ensemble des index des intervalles du temps discrétisés sur $[0, \bar{T}]$ , $H_{\bar{T}} \equiv \{h_0, h_1, \dots, h_{\bar{T}}\}$ , où $\bar{T}$ est un multiple de $\Delta_h$
$w$	indice d'une itération

## 2.1 Modèle d'écoulement de trafic

La modélisation de l'écoulement du trafic dans le réseau routier consiste à décrire l'évolution du trafic. Elle fournit les estimations du temps de parcours en fonction de la demande et l'offre du système. Lorsque la demande dépasse l'offre, une file d'attente se crée vers l'amont. Pour prendre en compte l'effet de congestion, une approche consiste à modéliser la génération de la file d'attente ponctuelle d'un arc sans prise en compte de son extension physique (Kuwahara et Akamatsu, 1997). L'avantage de ce modèle réside dans le fait qu'il est facile à implémenter et représente l'effet de congestion. Si l'on souhaite avoir des résultats plus précis, des modèles d'écoulements du trafic plus compliqués sont susceptibles de le remplacer. Par exemple le modèle de file physique (Kuwahara et Akamatsu, 2001), les modèles macroscopiques du premier ordre (Buisson et al., 1995 ; Lebacque et Khoshyaran, 1999), les modèles macroscopiques du seconde ordre (Lebacque et al., 2006, 2007).

Considérons, dans un premier temps, des usagers partant de leur origine<sup>1</sup> entre l'intervalle du temps de départs  $[0, T]$ , l'équation de conservation du flux au niveau des points origine s'écrit par:

$$D_o = \int_0^T d_o(t) dt, \quad \forall o \in O \quad (3.1)$$

Le nombre de véhicules arrivant à la destination  $d$  satisfait la contrainte du nombre total d'activités vacantes en  $d$  :

---

<sup>1</sup> Nous supposons que toutes les origines et destinations correspondent aux entrées et aux sorties du réseau.

$$\sum_{p \in P_{k|d(k)=d}} \int_0^{\bar{t}} f_p(t) dt \leq N_d, \quad \forall k \in K, \quad \forall d \in D \quad (3.2)$$

Le temps de parcours de l'arc  $(i, j)$  à l'instant d'entrée  $t$  est calculé par (Kuwahara et Akamatsu, 1997) :

$$T_{ij}(t) = D_{ij}^{-1}(A_{ij}(t)) - t \quad (3.3)$$

L'écoulement du trafic dépend de la dynamique de la capacité maximale d'entrée et de sortie des arcs. Lorsque la demande d'entrée dans un arc est supérieure à son offre correspondante, une file d'attente se génère. On suppose qu'une intersection est un point de transition et son temps de parcours est égal à 0. Au niveau de la modélisation de la file d'attente, la plupart des modèles ne distinguent pas les différentes files d'attente générées en fonction des groupes des voies sur le même arc, mais ils utilisent uniquement une file d'attente en cas de congestion et y imposent la règle du FIFO (first-in-first-out). Cependant un arc peut être composé de plusieurs voies connectant plusieurs arcs sortants. En fonction des arcs sortants, les files d'attente seront créées dans différents groupes de voies et la règle FIFO n'est adaptée qu'au niveau de chaque groupe de voies. Pour ce faire, nous représentons la génération des files d'attente en fonction des groupes de voies.

### La définition du groupe de voies

Considérons un arc dont les groupes de voies sont en fonction de leurs directions sortantes.

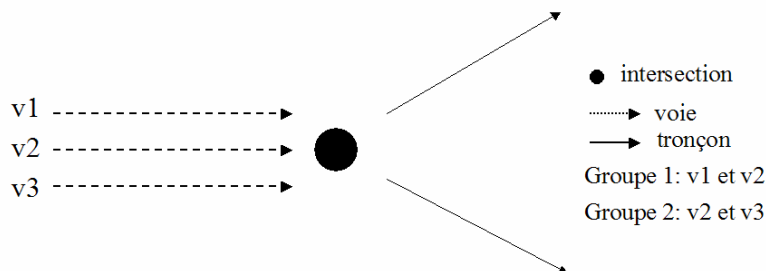


Fig. 3-1 Définition du groupe de voie

Nous supposons que les usagers n'utilisent que les groupes de voies correspondant à leur choix de directions sortantes. Une voie peut être partagée en deux groupes. Par exemple dans la Fig. 3-1 la voie v2 est partagée par groupe 1 et groupe 2. En cas de congestion, une file d'attente se crée au point d'intersection pour le groupe de voies en question.

### La règle de propagation du trafic en intersections

La modélisation de la propagation du trafic en intersections est délicate en raison du changement de la configuration géographique et de la réaction des usagers ; e.g. le changement de la vitesse et de la voie utilisée etc. Considérons une autoroute où une intersection se compose de plusieurs arcs entrants et sortants sans prendre en compte des mesures de contrôle. Pour modéliser la génération des files verticales en fonction des groupes de voies, nous étudions ce problème dans le cas divergent et convergent.

### Modèle de divergent

Considérons un arc composé de plusieurs groupes de voies, lorsque le débit sortant d'un groupe de voies est supérieur à la capacité maximale d'entrée de l'arc choisi, une file d'attente est générée verticalement au point d'intersection. Cette file d'attente conserve les véhicules dans le même groupe et la règle FIFO est supposée vérifiée. De manière plus précise, considérons l'arc  $e_r$  composé de plusieurs groupes de voie  $l_s$  où  $s$  désigne l'indice de l'arc sortant  $e_s$ . Le calcul de la capacité sortante de  $l_s$  à l'instant  $t$  est défini par (voir la figure 3-1a):

$$\delta_{e_r}^{l_s}(t) = \min(\alpha_{rs}^{l_s} \delta_{e_r}^*, \sigma_{e_s}(t)) \quad (3.4)$$

avec  $\alpha_{rs}^{l_s}$  le coefficient directionnel associé à l'arc sortant  $e_s$  et au groupe de voies  $l_s$ . Par le principe de maximisation du flux au noeud, la somme des coefficients directionnels associés satisfait :

$$\sum_{l_s} \alpha_{rs}^{l_s} \geq 1 \quad (3.5)$$

Ce modèle de divergent peut être remplacé par le modèle d'optimisation (Lebacque, 2005) pour déterminer ces coefficients directionnels en résolvant l'équation de conservation du flux à l'intersection.

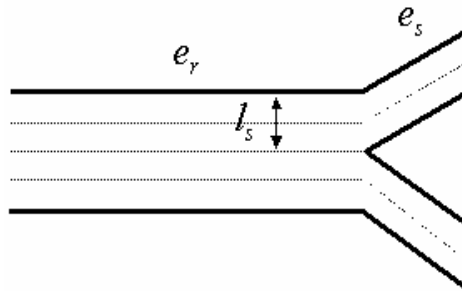


Fig. 3-1a La représentation du modèle divergent

### Modèle de convergent

Lorsque plusieurs arcs convergent dans un noeud avec un ou plusieurs arcs sortants, la capacité maximale sortant pour le groupe de voies  $l_s$  associées au sortant  $e_s$  à l'instant  $t$  doit satisfaire la contrainte de capacité maximale d'entrée de l'arc (voir la figure 3-1a). D'où :

$$\sum_{e_r} \delta_{e_r}^{l_s}(t) \leq \sigma_{e_s}(t), e_r \in M(i) \quad (3.6)$$

où

$\delta_{e_r}^{l_s}(t)$  : le débit maximal de sortie de l'arc  $e_r$  pour le groupe de voies  $l_s$  à l'instant  $t$

$M(i)$  : l'ensemble des arcs entrant à l'intersection  $i$

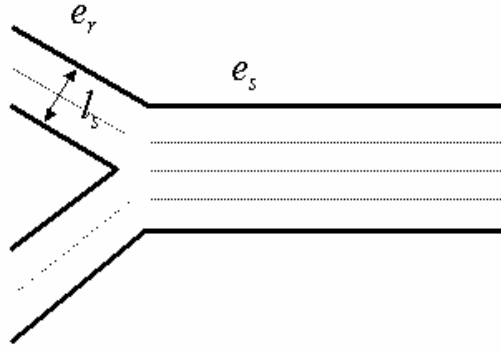


Fig. 3-1b La représentation du modèle convergent

En ce qui concerne l'ordre d'entrée des véhicules dans les arcs sortants, on distingue deux différents cas : le cas fluide et le cas congestionné. Lorsque le trafic est en situation fluide, la règle de FIFO est appliquée. En revanche, lorsque les arcs sortants en question sont congestionnés, l'ordre d'entrée des véhicules dans les arcs entrants est déterminé par une règle probabiliste résultant de la résolution du conflit des différents arcs entrants. Cette règle peut être choisie soit par une règle aléatoire (c'est le cas observé dans les entrées de périphériques de Paris lorsque la densité approche de son maximum dans la section désirée d'entrée), soit par les modèles d'optimisation au noeud ou les modèles d'affectation d'équilibre (Lebacque et Khoshyaran 2005). Comme notre but est de tester les algorithmes de résolution, nous appliquerons la règle la plus simple, i.e. la règle aléatoire, aux études numériques dans ce modèle.

## 2.2 La mesure de la valeur nette d'activités

La mesure du temps de parcours entre une paire OD est basée sur l'instant de départ  $t$  et l'instant d'arrivée  $t + \pi_p(t)$ . Soit  $\pi_p(t)$  désigne le temps de parcours du chemin  $p$  partant du point d'entrée à l'instant  $t$ . La valeur nette d'activités obtenue par un individu est définie par :

$$\tilde{v}_p(t, \mathbf{f}) = v_{d(p)}(t + \pi_p(t)) - C_p(t, \mathbf{f}) \quad (3.7)$$

où  $C_p(t, \mathbf{f})$  désigne le coût général du chemin  $p$  en fonction de l'instant de départ et le vecteur du flux.  $v_{d(p)}(t + \pi_p(t))$  est la valeur brute maximale d'activité obtenue à la destination  $d(p)$  à l'instant  $t + \pi_p(t)$  en utilisant le chemin  $p$ .  $P_{k|o(k)=o}$  est l'ensemble des chemins reliant l'origine  $o$  aux destinations. Rappelons que la répartition de la valeur brute d'activités à la destination  $d$  est définie par la loi exponentielle, soit  $P_d(v) = \lambda_d \exp(-\lambda_d(v - m_d))$  où  $v \geq m_d$  et  $\lambda_d \geq 0$ . Le flux des véhicules sur l'ensemble de chemins partant de l'origine  $o$  est définie par :

$$\mathbf{f} = \{f_p(t), \quad \forall p \in P_{k|o(k)=o}, \quad \forall o \in O, \quad \forall t \in [0, T]\} \quad (3.8)$$

Le coût général d'un chemin reliant une paire OD partant à l'instant  $t$  est composé de deux termes. Le premier terme est associé au temps de parcours du chemin utilisé.

Supposons que la propriété d'additivité soit respectée, i.e. le temps de parcours d'un chemin égale la somme du temps de parcours des arcs appartenant à ce chemin. Le deuxième terme associé à l'instant d'arrivée une pénalité d'arrivée en avance ou en retard. On utilise la fonction affine par morceau pour évaluer le coût associé au temps d'arrivée en avance/retard (Mahmassani et Chang, 1985 ; Vickrey, 1969). Le coût généralisé est défini par :

$$\pi_p(t) \times \mu + \mu_\alpha \max(0, t^* - \Delta - t^{\text{arr}}) + \mu_\beta \max(0, t^{\text{arr}} - t^* - \Delta) \quad (3.9)$$

où  $\mu$  est la valeur du temps pour le parcours.  $\mu_\alpha$  et  $\mu_\beta$  désignent les valeurs du temps associées à l'arrivée en avance ou en retard, respectivement.  $t^{\text{arr}}$  est l'instant d'arrivée.  $t^*$  est l'instant désiré d'arrivée. Par simplification,  $t^*$  est supposé fixe, identique pour tous les usagers.  $\Delta$  représente la moitié de l'intervalle d'indifférence dans laquelle la pénalité d'arrivée est nulle. D'après l'étude empirique de Small (1982), ces valeurs du temps satisfont à la relation  $0 < \mu_\alpha < \mu < \mu_\beta$ .

### 2.3 Condition d'équilibre usagers

L'équilibre usagers de Wardrop préconise que pour chaque origine, les choix de destinations, d'itinéraires et de temps de départ sont ceux qui rendent la valeur nette d'activités plus élevée que ceux qui n'ont pas été choisis. A partir de cette définition, nous formulons l'équilibre usagers comme une inéquation variationnelle.

Soit la valeur nette maximale d'activités prise par un individu partant de son origine  $o$  à l'instant  $t \in [0, T]$  et arrivant à une destination choisie (une paire OD  $k$ ) est défini par :

$$\tilde{v}_o^{\max}(\mathbf{f}) = \max \left\{ \tilde{v}_p(t, \mathbf{f}) : \forall p \in P_{k|o(k)=o}, \quad \forall t \in [0, T] \right\} \quad (3.10)$$

La formulation d'équilibre usagers est définie comme suite : trouver le vecteur du flux sur les chemins  $\mathbf{f}^*$  tel que

$$\tilde{v}_p(t, \mathbf{f}^*) \begin{cases} = \tilde{v}_o^{\max}(\mathbf{f}^*) & \text{si } f_p(t) > 0 \\ < \tilde{v}_o^{\max}(\mathbf{f}^*) & \text{sinon} \end{cases}, \quad \forall p \in P_{k|o(k)=o}, \quad \forall o \in O, \quad \forall t \in [0, T] \quad (3.11)$$

avec les contraintes :

$$\sum_{k|o(k)=o} \sum_{p \in P_k} f_p(t) = d_o(t), \quad \forall o \in O, \quad \forall t \in [0, T] \quad (3.12)$$

$$f_p(t) \geq 0, \quad \forall p, \quad \forall t \in [0, T] \quad (3.13)$$

où  $f_p(t)$  le flux des véhicules sur le chemin  $p$  à l'instant  $t$ . L'équation (3.12) représente la conservation du flux aux points d'origines.

La condition d'équilibre usagers (3.11)-(3.13) peut être reformulées comme le problème d'Inéquation Variationnelle (variational inequation problem, VIP) : trouvez  $\mathbf{f}^* \in \Phi$  tel que

$$\int_0^T \left( \sum_{o \in O} \sum_{p \in P_{k|o(k)=o}} \tilde{v}_p(t, \mathbf{f}^*) [f_p(t) - f_p^*(t)] \right) dt \geq 0, \quad \forall \mathbf{f} \in \Phi \quad (3.14)$$



avec  $\Phi$  le vecteur des flux admissibles satisfaisant les contraintes (3.12) et (3.13).

La solution du VIP est donnée en résolvant l'équation suivante (Smith, 1993; Huang et Lam, 2002) :

$$Z(\mathbf{f}) = \int_0^T \left( \sum_{o \in O} \sum_{p \in P_{k|o(k)=o}} f_p(t) [\tilde{v}_o^{\max}(\mathbf{f}) - \tilde{v}_p(t, \mathbf{f})] \right) dt = 0, \quad \forall \mathbf{f} \in \Phi \quad (3.15)$$

ou l'équivalent (formulation du problème de complémentarité non-linéaire, NCP) :

Trouver  $\mathbf{f}^* \in \Phi$  tel que

$$\mathbf{V}(\mathbf{f}^*) \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{f}^{*\top} \cdot \mathbf{V}(\mathbf{f}^*) = 0 \quad (3.16)$$

où  $\mathbf{V}(\mathbf{f}^*) = \{\tilde{v}_o^{\max}(\mathbf{f}^*) - \tilde{v}_p^m(t, \mathbf{f}^*) \mid \forall p \in P_{k|o(k)=o}, \quad \forall o \in O, \quad \forall t \in [0, T]\}$

ou l'équivalent (formulation Multi-Agent) :

$$\tilde{Z}(\mathbf{f}) = \sum_{o \in O} \sum_{m \in \Omega_o} [\tilde{v}_o^{\max}(\mathbf{f}) - \tilde{v}_p^m(t, \mathbf{f})] = 0 \quad \forall p \in P_{k|o(k)=o}, \quad \forall \mathbf{f} \in \Phi \quad (3.17)$$

avec  $\tilde{v}_p^m(t, \mathbf{f})$  la valeur nette d'activités obtenue par usager  $m$  partant de son origine à l'instant  $t$ .

Comme les équations (3.15), (3.16), (3.17) sont difficiles à obtenir les solutions analytiques, les méthodes issues de l'optimisation convexe ne conviennent pas à la résolution.

### L'existence et l'unicité de solutions

La démonstration de l'existence et de l'unicité de solutions pour (3.15) repose sur deux conditions :

- (1) L'ensemble des débits admissibles sur tous les chemins  $\Phi$  est un ensemble convexe compact non-vide
- (2) La fonction  $\mathbf{V}(\mathbf{f})$  dans la formulation NCP (3.16) est une fonction continue sur  $\mathbf{f}$ .

La première condition est vérifiée du fait que le débit des arcs est borné. Concernant l'unicité de solutions, Ferris et Kanzow (Ferris et Kanzow, 1998) montrent que pour le problème NCP, il existe une solution unique si et seulement si  $\mathbf{V}(\mathbf{f})$  est une fonction continue sur  $\mathbf{f} \in \mathbf{R}_+^n$  et  $\mathbf{V}(\mathbf{f})$  est monotone forte sur  $\mathbf{f}$ . La monotonie faible est vérifiée si la file d'attente sur arcs ne se présente pas. En revanche, si la file d'attente existe sur des arcs, le temps de parcours sur des chemins n'est plus une fonction monotone sur  $\mathbf{f}$  ni  $\mathbf{V}(\mathbf{f})$ . De ce fait, il existerait plusieurs solutions pour le problème VIP.

### 3. Méthodes de résolutions

Les méthodes classiques de résolution ne sont plus adaptées pour les problèmes d'affectation dynamique du trafic basée sur la simulation. Pour résoudre le problème d'affectation dynamique basée sur les activités, nous allons proposer deux approches basées sur : 1. l'algorithme de colonie de fourmis ; 2. la méthode d'Entropie Relative. La première est inspirée par le comportement collectif des fourmis visant à trouver leur nourriture entre leur nid et les sources de nourriture. Le mécanisme comportemental des fourmis est semblable à l'apprentissage par renforcement des usagers. La deuxième méthode considère que l'équilibre du réseau est un évènement rare qui peut être estimé de manière progressive en minimisant la distance entre deux distributions de probabilité, mesurée par l'entropie relative de Kullback-Leibler. Comme notre problème d'affectation dynamique n'a pas de solutions analytiques, nous allons étudier ces deux méthodes afin de trouver les flux sur le réseau qui vérifient l'équilibre usagers de Wardrop pour le choix de temps de départ, d'itinéraires et de destinations.

#### 3.1. Algorithme de colonies de fourmis

Dans cette section, nous proposons une heuristique basée sur l'ACO pour résoudre le problème d'équilibre du réseau. Contrairement aux approches classiques basées sur l'ACO, nous proposons un nouvel algorithme en utilisant un schéma de discrétisation temporelle qui maintient les informations temporelles sur la qualité du chemin. Les usagers utilisent ces informations et choisissent les meilleurs chemins en cas de congestion. Pour le choix du temps de départ, nous discrétisons l'intervalle du temps de départ en 5 minutes, et supposons que chaque usager choisit un intervalle du temps de départ en fonction du coût moyen réalisé et ensuite il choisit aléatoirement un instant de départ dans cet intervalle du temps choisi. De plus, les phéromones sont différenciées en fonction des origines, i.e. les informations des phéromones sont indépendantes les unes par rapport aux autres. Cependant, différents schémas de communication entre les fourmis ou entre les fourmis et l'environnement peuvent être conçus pour modéliser l'impact de l'offre d'information sur le comportement des voyageurs.

L'algorithme proposé est composé de deux parties traitant : 1. le choix d'itinéraires, 2. le choix d'intervalle du temps de départ. Nous les détaillons ci-dessous.

#### *Algorithme basé sur l'ACO : Choix d'itinéraires*

##### Etape 1 : Initialisation

Initialiser la quantité petite de phéromones  $c$  sur tous les arcs et tous les intervalles  $h \in H_{\bar{\tau}}$  pour tous les types de phéromone  $o \in O$

$$\tau_{ij}^o(h) = c, \quad \forall (i, j) \in E, \quad \forall o \in O, \quad \forall h \in H_{\bar{\tau}} \quad (3.18)$$

où  $h$  est l'intervalle du temps.  $H_{\bar{\tau}}$  est l'ensemble des intervalles du temps discrétisés pour déployer les phéromones.  $o$  est le type de phéromone relatif à l'origine utilisé séparément par les usagers partant de l'origine  $o$ .

## Etape 2 : Construction du graphe

Considérons un usager  $m$  arrivé au noeud  $i$  à l'instant  $t$ , ( $t \in h_s$ ), la probabilité de choix de l'arc sortant  $(i, j)$  est donnée par la règle de transition stochastique suivante (D'après Dorigo et al. 1996) :

$$P_{ij}^m(t) = \begin{cases} \frac{[\tilde{\tau}_{ij}^o(h_s)]^\alpha [\tilde{\eta}_{ij}(t)]^\beta}{\sum_{u \in J_i^m(t)} [\tilde{\tau}_{iu}^o(h_s)]^\alpha [\tilde{\eta}_{iu}(t)]^\beta} & \text{si } j \in J_i^m(t) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad \forall m \in \Omega_o, \quad \forall o \in O, \quad h_s \in H_{\bar{T}} \quad (3.19)$$

avec :

$t$  : l'instant d'arrivée au noeud  $i$ ,  $t \in h_s$ , qui est le moment de décision sur le choix de l'arc sortant,  $s$  est l'indice d'un intervalle du temps,

$\alpha, \beta$  : paramètres exprimant l'importance relative de la quantité de phéromones normalisée à l'intervalle  $h_s$ ,  $\tilde{\tau}_{ij}^o(h_s)$ , et à la visibilité normalisée,  $\tilde{\eta}_{ij}(t)$ , sur l'arc  $(i, j)$  à l'instant d'arrivée  $t$ ,

$J_i^m(t)$  : ensemble de noeuds sortants de  $i$  n'ayant pas été visités par l'usager  $m$  à l'instant  $t$ ,

$\tilde{\tau}_{ij}^o(h_s)$  : phéromone normalisée de type  $o$  sur l'arc  $(i, j)$  dans l'intervalle  $h_s$ , définie par

$$\tilde{\tau}_{ij}^o(h_s) = \frac{\tau_{ij}^o(h_s)}{\sum_{u \in J_i^m(t)} \tau_{iu}^o(h_s)}$$

$\tilde{\eta}_{ij}(t)$  : visibilité normalisée sur l'arc  $(i, j)$  à l'instant  $t$ , définie par  $\tilde{\eta}_{ij}(t) = \frac{\eta_{ij}(t)}{\sum_{u \in J_i^m(t)} \eta_{iu}(t)}$

avec  $\eta_{ij}(t)$  l'inverse du temps de parcours prévu sur l'arc  $(i, j)$ , composé de trois termes : 1. temps de parcours à la vitesse libre, 2. temps d'attente dans la file d'attente sur l'arc  $(i, j)$ , 3. fonction de pénalité,  $\Gamma_{ij}(t)$ , exprimant le niveau de congestion sur l'arc  $(i, j)$ .  $\eta_{ij}(t)$  est définie par :

$$\eta_{ij}(t) = \frac{1}{t_{ij}^f + \frac{y_{ij}(t)}{\delta_{ij}(t)} + \Gamma_{ij}(t)} \quad (3.20)$$

La fonction de pénalité est donnée par :

$$\Gamma_{ij}(t) = \begin{cases} \psi \left[ \frac{1}{B_{ij} - y_{ij}(t)} - \frac{1}{\gamma B_{ij}} \right] & \text{si } B_{ij}(1 - \gamma) \leq y_{ij}(t) \leq B_{ij} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.21)$$

avec  $y_{ij}(t)$  le nombre d'usagers dans l'arc  $(i, j)$  à l'instant  $t$ ,  $\delta_{ij}(t)$  le débit maximal de sortie à l'instant  $t$ ,  $B_{ij}$  la capacité de stockage dans l'arc  $(i, j)$ ,  $B_{ij} = k^{\max} \times n_{ij} \times L_{ij}$ ,  $\gamma$  le

paramètre pour activer la fonction de pénalité,  $\psi$  le paramètre défini par  $\psi = B_{ij}\zeta$  afin d'éliminer l'influence de la capacité de stockage sur l'arc  $(i, j)$  et  $\zeta$  le paramètre de contrôle sur la valeur de pénalité,  $\zeta > 0$ . Il est nécessaire d'introduire un terme de pénalité afin de déconseiller des usagers de choisir des arcs trop saturés.

### **Etape 3 : mise à jour de phéromones**

Après avoir pris une activité vacante dans une destination, la quantité des phéromones discrétisés temporellement est modifiée immédiatement. Cette modification porte sur la phéromone de type  $o$ , origine de cet usager, dont la partie modifiée associée au moment de décision où cet usager avait fait leur choix de l'arc sortant. On l'appelle « la règle locale de mise à jour de la phéromone », définie par :

$$\Delta\tau_{ij}^o(h_s, w) = \sum_{\forall m \in \Omega_o} \Delta\tau_{ij}^{mo}(h_s, w), \quad \forall o \in O, \quad \forall h_s \in H_{\bar{T}} \quad (3.22)$$

$$\Delta\tau_{ij}^{mo}(h_s, w) = \begin{cases} Q/L_m(w) & \text{si l'arc } (i, j) \in p^m(w) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad \forall o \in O, \quad \forall h_s \in H_{\bar{T}} \quad (3.23)$$

avec  $h_s$  l'intervalle du temps où le choix du prochain arc en sortant  $(i, j)$  a été effectué par un usager  $m$ ,  $p^m(w)$  le chemin emprunté par usager  $m$  à l'itération  $w$ ,  $Q$  le paramètre, et  $L_m(w)$  la fonction de qualité de la solution, définie par le coût généralisé moins la valeur brute d'activité plus la valeur brute maximale d'activités afin de garantir la positivité  $L_m(w)$ .

Concernant le choix de destination des usagers, on ajoute un noeud fictif et des arcs reliant toutes les destinations possibles (le nombre d'activités vacantes est positif) à ce noeud fictif. La capacité de ces arcs fictifs correspond au nombre d'activités vacantes dans son extrémité initiale. Lorsqu'un usager arrive à une destination possible, il peut choisir l'arc fictif (i.e. choisir cette destination) ou un des autres arcs sortant pour aller plus loin. Le flux sur cet arc fictif représente le nombre d'activités occupées. Pour éviter à un trop grand nombre d'usagers d'entrer dans la même destination où la valeur d'activités vacantes peut être moins élevée, la pénalité est introduite afin de diminuer sa probabilité de choix. La pénalité est définie par une fonction similaire à l'équation (3.21).

Lorsque tous les usagers ont trouvé leurs activités vacantes, la mise à jour globale de la phéromone sur tous les arcs est activée, définie par :

$$\tau_{ij}^o(h, w+1) = (1 - \rho)\tau_{ij}^o(h, w) + \rho\omega \frac{\Delta\tau_{ij}^o(h, w)}{\sum_{\forall (u,v) \in E} \Delta\tau_{uv}^o(h, w)}, \quad \forall (i, j) \in E, \quad \forall o \in O, \quad \forall h \in H_{\bar{T}} \quad (3.24)$$

avec  $\rho \in (0, 1)$  le taux d'évaporation des phéromones et  $\omega$  paramètre ayant pour but de modifier la quantité ajoutée des phéromones.

Cette règle de mise à jour globale s'appuie sur la méthode d'Entropie Relative afin d'éviter le problème de l'ordre de mesure sur la qualité du chemin.

### **Algorithme basé sur l'ACO : Choix du temps de départ**

Le problème de choix du temps de départ d'un usager s'énonce comme suite : pour chaque usager, connaissant son point d'origine de départ et son temps désiré d'arrivée, quel est l'instant de départ pour que la valeur nette d'activités obtenue soit maximum. A l'équilibre usagers, tous les usagers ne peuvent pas améliorer leur valeur nette d'activités obtenue.

Comme l'ensemble des choix de l'instant de départ est très grand, il nous faut discrétiser la période de départ par le pas de temps de l'ordre de quelques minutes. Cette discrétisation temporelle reflète la capacité limitée de cognition des usagers. Nous supposons que les usagers choisissent un intervalle de temps de départ et ensuite ils choisissent un instant dans leur intervalle du temps de départ choisi de manière aléatoire.

Nous proposons une approche basée sur l'algorithme de colonies de fourmis similaire à celle utilisée dans le choix d'itinéraires et de destinations. Pour traiter le problème du choix de temps de départ, la période de départ est discrétisée par le pas du temps de l'ordre de quelques minutes. La probabilité de choix du temps de départ est en fonction du point d'origine des usagers. Pour modéliser ce problème de choix par l'approche de l'ACO, nous créons un graphe composé d'un ensemble des noeuds d'origines, notés  $O$ , et d'un ensemble d'index des intervalles discrétisés pour la période de demande  $T$ ,  $H_T$ . Dans la figure 3-2, les arcs relient toutes les origines et tous les index d'intervalles du temps. Chaque usager part de son origine et choisit un noeud en fonction de la quantité de phéromones des arcs. La quantité des phéromones représente la valeur moyenne nette d'activités obtenue par les usagers partant d'un intervalle du temps de départ discrétisé. Les usagers modifient leur choix d'intervalle du temps de départ d'un jour à l'autre en fonction de valeur moyenne nette d'activités obtenues.

L'algorithme basé sur l'ACO pour le problème de choix du temps de départ est décrit ci-dessous :

1. Initialiser une quantité petite de phéromones  $c$  sur tous les arcs fictifs reliant le noeud fictif et toutes les origines pour tous les types de phéromone  $o \in O$
2. Pour un usager partant de l'origine  $i$  ( $i=o$ ), la probabilité de choix d'intervalle du temps de départ  $h$  est définie par :

$$P_{ih} = \begin{cases} \frac{[\tilde{\tau}_{ih}^o]^\alpha}{\sum_{h' \in H_T} [\tilde{\tau}_{ih'}^o]^\alpha} & \text{si } h \in H_T \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.25)$$

avec  $\alpha$  le paramètre,  $\tilde{\tau}_{ih}^o$  la phéromone normalisée de type  $o$  sur l'arc  $(i, h)$ , définie par

$$\tilde{\tau}_{ih}^o = \frac{\tau_{ih}^o}{\sum_{h' \in H_T} \tau_{ih'}^o},$$

et  $H_T$  l'ensemble des noeuds reliant le noeud  $i$ .

3. La mise à jour globale de phéromones est prise en compte lorsque tous les usagers arrivent à leurs destinations. On utilise les équations (3.22), (3.23), et (3.24) pour la mise à jour globale en remplaçant  $\Delta\tau_{ij}^{mo}(h_s, w)$  et  $\Delta\tau_{ij}^o(h_s, w)$  par  $\Delta\tau_{ih}^{mo}(w)$  et  $\Delta\tau_{ih}^o(w)$  respectivement.

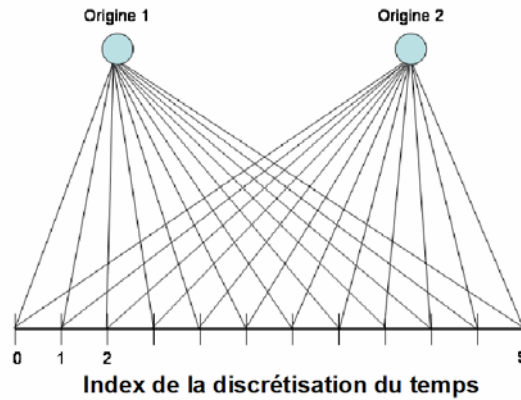


Fig. 3-2 Représentation du graphe fictif du choix de l'heure de départ

### 3.1.3 Etudes numériques

Afin de tester l'algorithme basé sur l'ACO dans le cas dynamique, nous allons étudier trois cas différents : 1. le cas convergent, 2. le cas divergent, 3. le cas général. La technique de simulation s'appuie sur la simulation par événements discrets, réalisée en langage de programmation C++. Notons que nous considérons pour les trois exemples l'intervalle total du temps de départ est de 7 : 00 à 9 : 00 du matin. Le pas de discrétisation temporelle est 5 minutes. Le temps désiré d'arrivée est 9 : 00 avec un intervalle d'indifférence de 6 minutes associé au coût de pénalité. La valeur du temps est 7 euros/heure. La pénalité associée à l'arrivée en avance et en retard est 4 et 15 euros/heure, respectivement.

#### *Exemple 3-1 : réseau convergent*

Nous considérons un réseau routier composé de 7 noeuds et de 6 arcs, représenté dans la Fig. 3-3. Le cas convergent est représenté dans le noeud 5 avec 2 arcs d'entrée et un arc de sortie. L'extrémité du réseau est le noeud fictif reliant la destination unique (noeud 7). Nous considérons que le nombre d'utilisateurs (demande) au noeud 1 et 2 (origines) est 1500 respectivement. Le nombre d'activités vacantes à la destination est 4000. La valeur brute moyenne d'activités vacantes est 30 euros.

Nous avons pu observer qu'après certaines itérations, la valeur nette totale d'activités des usagers se stabilise dans la Fig. 3-4. La répartition de la valeur nette d'activités obtenue par les usagers est illustrée dans la Fig. 3-5, qui vérifie que la plupart des usagers obtiennent la meilleure valeur nette d'activités. Dans la Fig. 3-6b, on constate que la congestion se produit en arc 5 à partir du 8 : 15 jusqu'au 9 : 13.

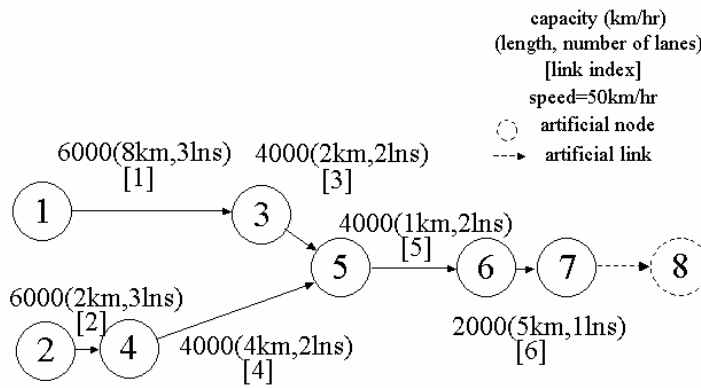


Fig. 3-3 Représentation du réseau (le cas convergent)

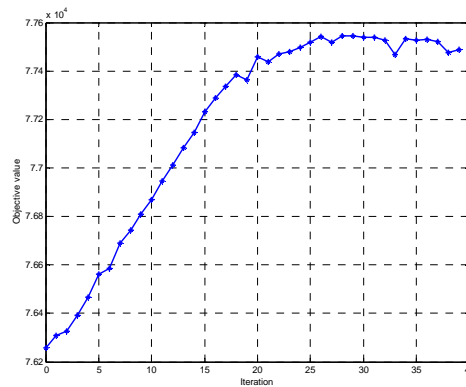


Fig. 3-4 Evolution de valeurs nettes totales d'activités obtenues par les usagers

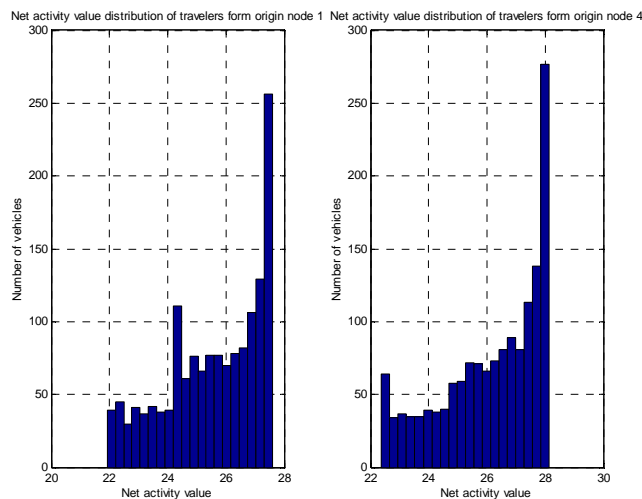


Fig. 3-5 Répartition de valeurs nettes d'activités obtenues par les usagers partant du noeud 1 et du noeud 2 en dernière itération

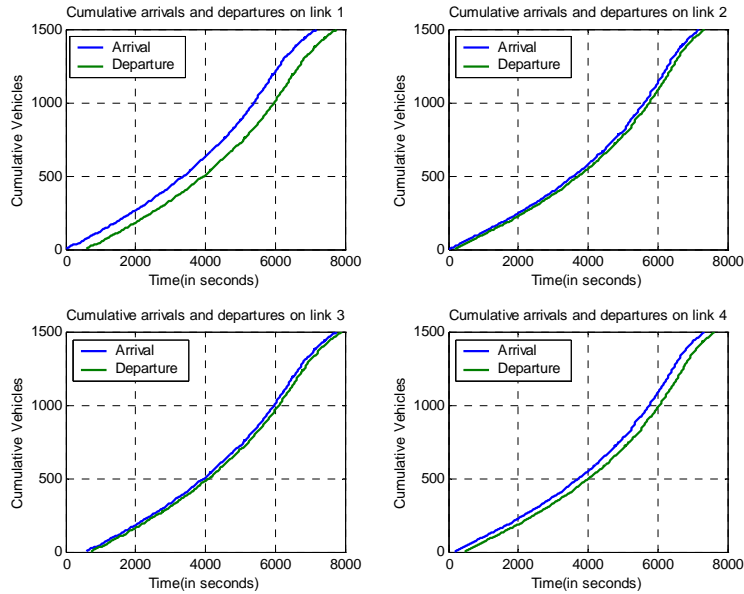


Fig. 3-6a Départs et arrivée cumulés sur l'arc 1, 2, 3, et 4 en dernière itération.

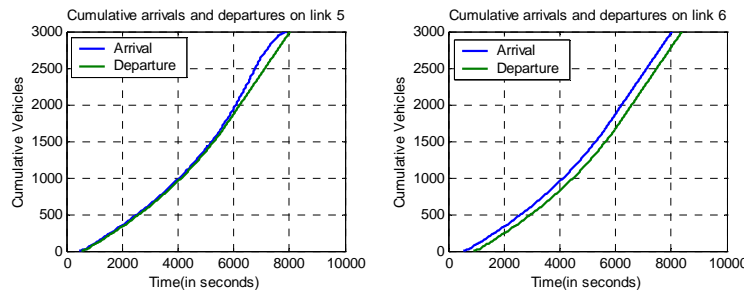


Fig. 3-6b Départs et arrivée cumulés sur l'arc 5 et 6 en dernière itération

**Exemple 3-2 : réseau divergent**

Nous considérons un réseau routier composé de 7 noeuds et de 6 arcs dans la Fig. 3-7. Le noeud 3 représente un cas divergent avec un arc d'entrée et deux arcs sortants. L'extrémité du réseau est le noeud fictif reliant la destination 5 et 7 pour modéliser le choix de destination. Nous considérons que la demande totale au noeud 1 est 1500. L'offre d'activités vacantes aux destinations 5 et 7 est 4000 chacune. La valeur brute moyenne d'activité ( $m_d$ ) dans le noeud 5 et 7 est 40 et 20 euros, respectivement. Le paramètre  $\lambda_d$  égale à 10 pour toutes les destinations.

La Fig. 3-8 montre qu'après 30 itérations, la valeur nette totale d'activités se stabilise. L'algorithme converge vers l'optimum. Tous les usagers rejoignent la destination 5 du fait que la valeur brute d'activités est plus élevée. La plupart des usagers obtiennent la meilleure valeur nette d'activités après l'adaptation de leur choix en fonction de la valeur nette d'activités obtenue (Fig. 3-9). La congestion est constatée en arc 3 et 4 du fait que la capacité de sortie est beaucoup moins importante que celle de l'entrée (Fig. 3-10).



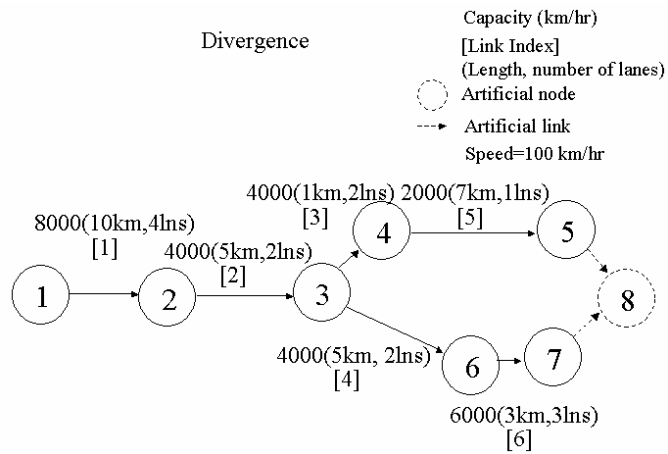


Fig. 3-7 Représentation du réseau (cas divergent)

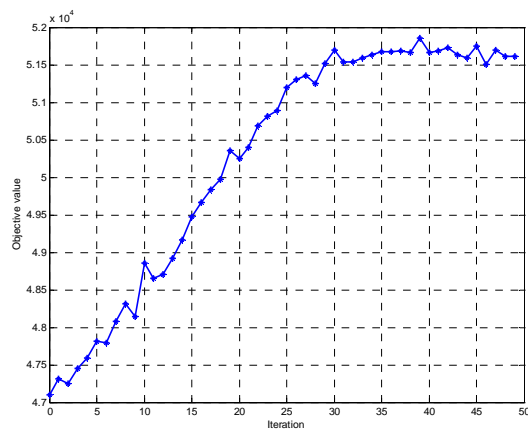


Fig. 3-8 Evolution des valeurs d'activités nette totale des usagers

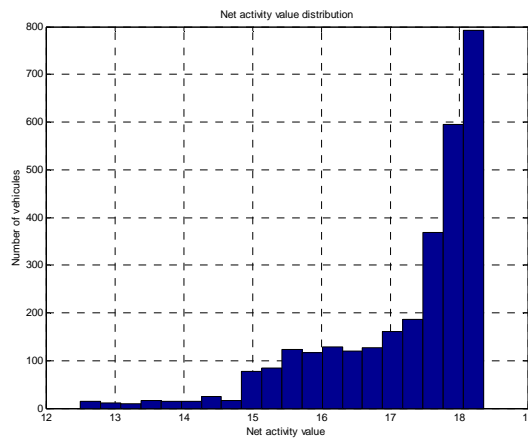


Fig. 3-9 Répartition de valeurs nettes d'activités obtenues par les usagers en dernière itération

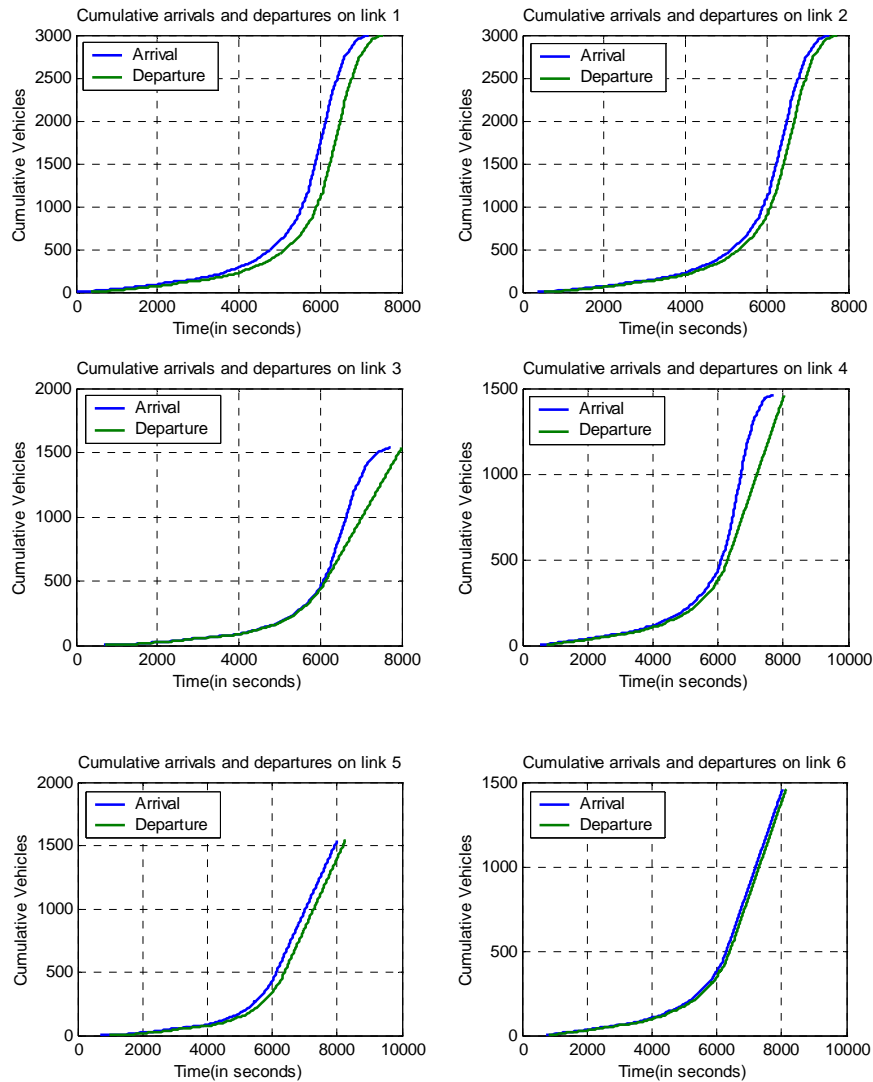


Fig. 3-10 Départs et arrivée cumulés sur les arcs 1, 2, 3, 4, 5, 6 en dernière itération.

### Exemple 3-3 : réseau général

Le réseau se compose de 8 noeuds et 12 arcs avec un noeud artificiel et deux arcs artificiels connectant toutes les destinations (Fig. 3-11). La demande totale aux origines 1 et 4 est 1500 chacune. L'offre des activités vacantes aux destinations 5 et 8 est 4000 chacune. Pour étudier les scénarios de congestion, le débit maximal dans les arcs en aval est plus petit que ceux en amont. La valeur brute d'activités moyenne ( $m_d$ ) aux destinations 5 et 8 égale à 20 et 30 euros/activité, respectivement. Pour le paramètre  $\lambda_d, \forall d \in D$ , il est donné par 10. Notons que pour les paires OD (1,5) et (4,8), il existe 4 chemins alternatifs. Par contre, pour les paires OD (1,8) et (4,5) il existe 5 chemins alternatifs.

Dans la Fig. 3-12, on constate que l'algorithme converge vers l'optimum après 25 itérations. Tous les usagers ont choisi la destination 8. La Fig. 3-13 montre qu'à fin de la simulation, la plupart des usagers trouvent la meilleure valeur nette d'activités même si la congestion se manifeste aux arcs 4, 6, et 9. Notons que l'arc 9 est un arc critique reliant les deux origines avec la destination 8. Dans la Fig. 3-15, nous constatons qu'au début de la simulation, les usagers favorisent le plus court chemin en passant par l'arc 9, et la quantité

des phéromones sur l'arc 9 augmente très rapidement. Lorsque l'arc 9 devient congestionné, la quantité de phéromones diminue très rapidement dans la période de congestion. En revanche, le chemin alternatif (l'arc 10) devient très attractif dans la même période de congestion.

Dans cet exemple, nous illustrons que les informations de la quantité des phéromones permettent aux usagers d'adopter les chemins alternatifs en cas de congestion. D'autres schémas de communication de type usager-usager ou usager-environnement peuvent être conçus et testés pour évaluer l'impact des systèmes d'information des voyageurs.

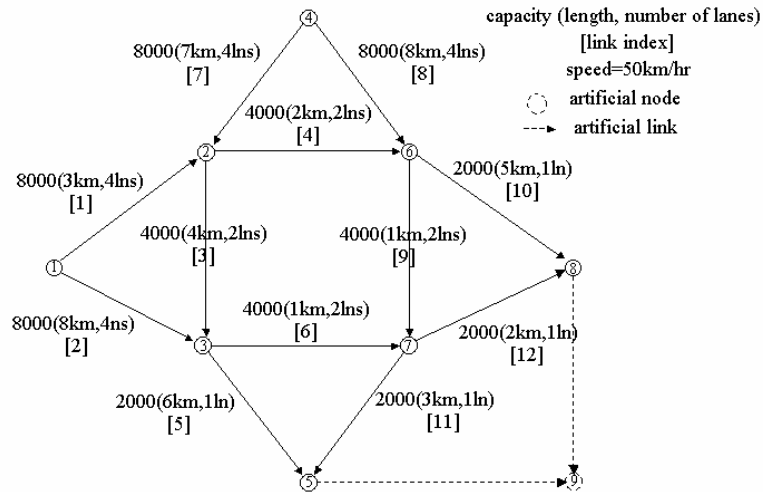


Fig. 3-11 Représentation du réseau (cas général).

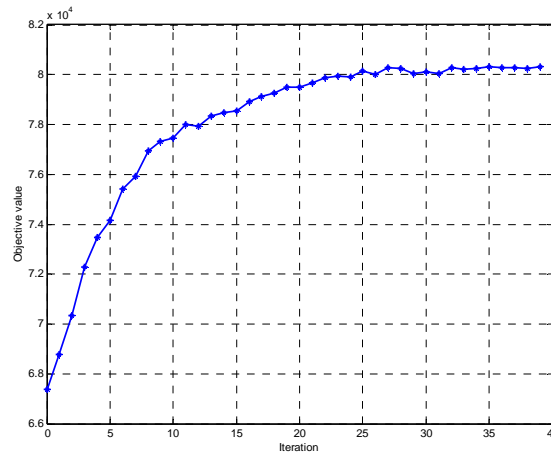


Fig. 3-12 Evolution des valeurs d'activités nette totales des usagers

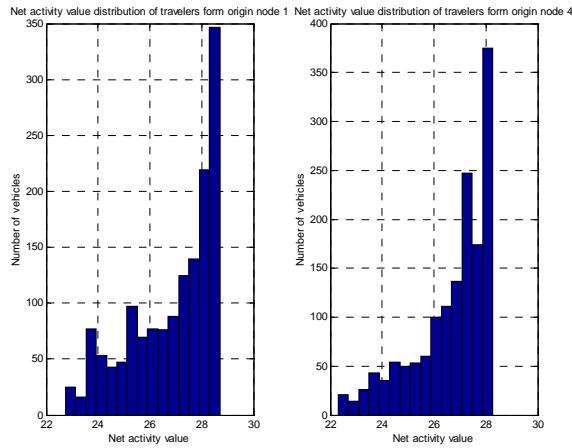


Fig. 3-13 Répartition des valeurs nettes d'activités obtenues par les usagers partant du noeud 1 et du noeud 4 en dernière itération.

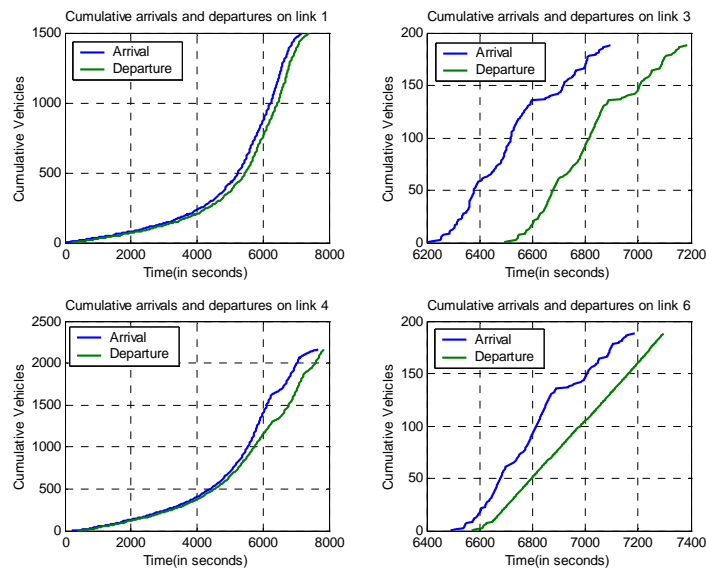


Fig. 3-14a Départs et arrivée cumulés sur les arcs 1, 3, 4, 6 en dernière itération

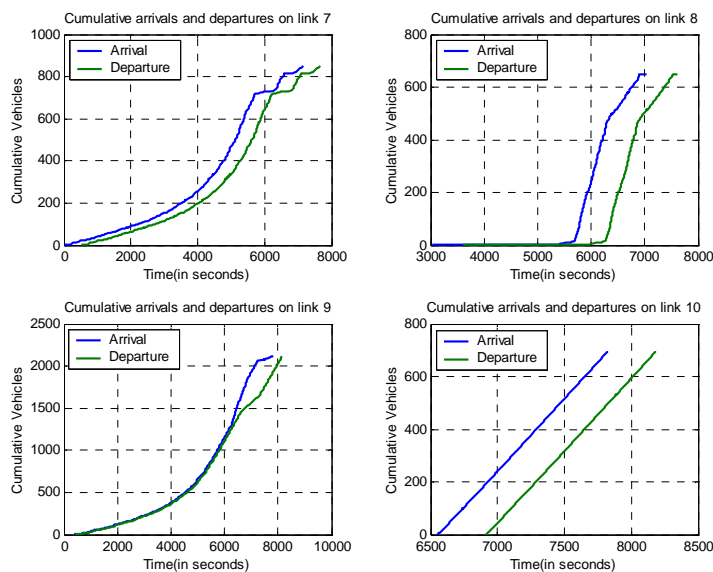


Fig. 3-14b Départs et arrivée cumulés sur les arcs 7, 8, 9, 10 en dernière itération.

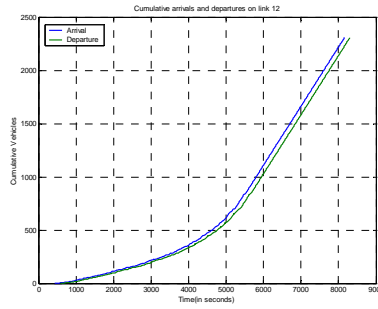


Fig. 3-14c Départs et arrivée cumulés sur l'arc 12 en dernière itération.

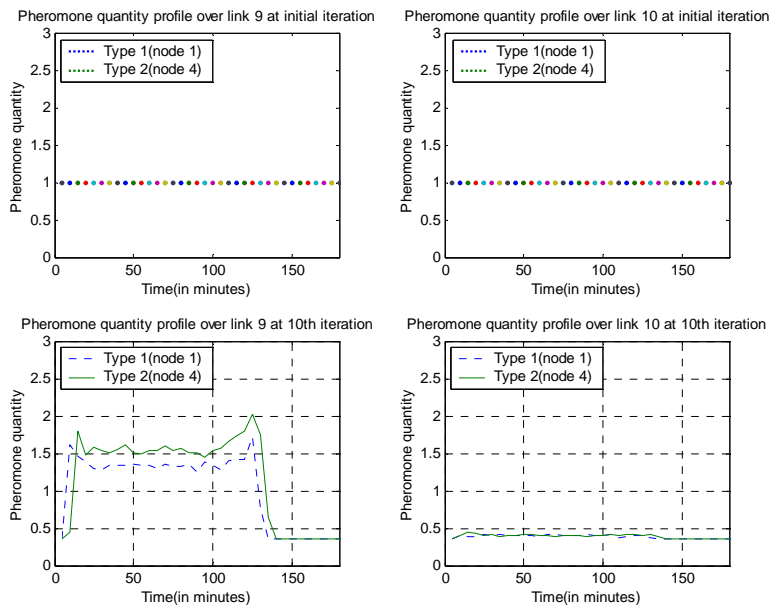


Fig. 3-15a Evolution de la quantité de phéromones sur les arcs 9 et 10 (itération 0 et 10).

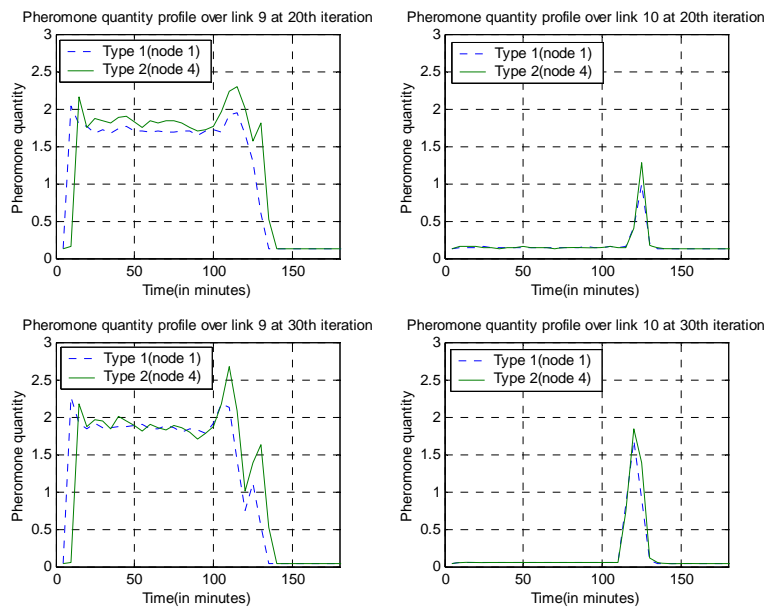


Fig. 3-15b Evolution de la quantité de phéromones sur les arcs 9 et 10 (itération 20 et 30).

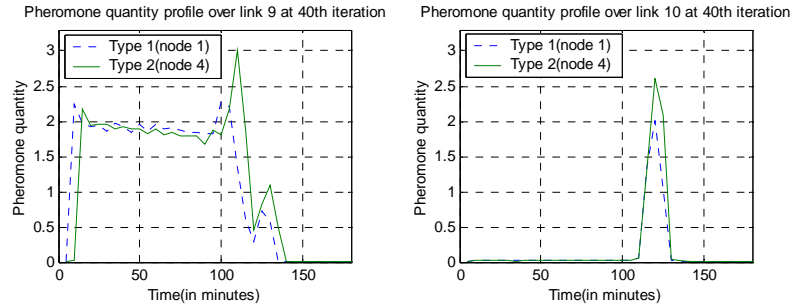


Fig. 3-15c Evolution de la quantité de phéromones sur les arcs 9 et 10 (itération 40).

**Remarque :**

Nous avons testé une autre formule qui consiste à ajuster le choix de l’instant de départ des usagers en fonction de l’heure d’arrivée en avance ou en retard de manière progressive. L’idée de cette méthode est semblable au processus d’apprentissage. Les usagers modifient leur temps de départ en fonction de l’heure d’arrivée à destination avec un terme de relaxation dans un intervalle du temps d’indifférence. Cet ajustement du choix des usagers est décrit ci-dessous :

$$t_m^{\text{dep}}(w+1) = \begin{cases} t_m^{\text{dep}}(w) - \frac{\phi}{w} [t_m^{\text{arr}}(w) - (t^* + \Delta) + R_{2\Delta}] & \text{si } t_m^{\text{arr}}(w) > (t^* + \Delta) \\ t_m^{\text{dep}}(w) + \frac{\phi}{w} [(t^* - \Delta) - t_m^{\text{arr}}(w) + R_{2\Delta}] & \text{si } t_m^{\text{arr}}(w) < (t^* - \Delta) \end{cases} \quad (3.26)$$

où

$m$  : désignation de la fourmi  $m$

$w$  : indice d’une itération

$\phi$  : paramètre

$R_{2\Delta}$  : variable aléatoire dans l’intervalle  $[0, 2\Delta]$

$t^*$  : temps désiré d’arrivée

$t_m^{\text{arr}}(t)$  : temps d’arrivée à destination à itération  $w$

$\Delta$  : moitié de l’intervalle d’indifférence du temps d’arrivée non pénalisé

Nous avons utilisé la série divergent  $\phi/w$  pour refléter le fait que les usagers apprennent le meilleur choix de manière progressive. Nous constatons que dans la figure 3-16 la valeur nette totale d’activités obtenues par les usagers oscille et ne converge pas vers l’optimum.

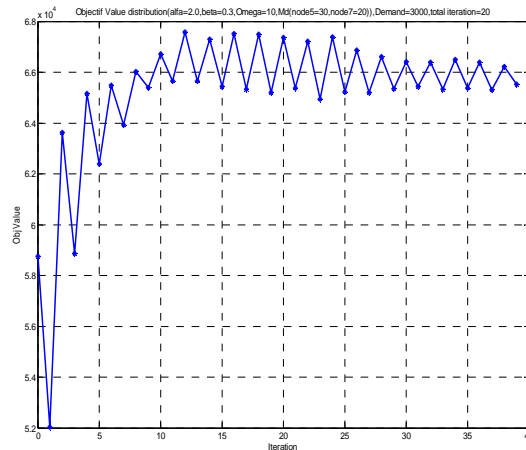


Fig. 3-16 Evolution des valeurs d'activités nette totales des usagers

### 3.2. Algorithme basé sur la méthode d'Entropie Relative

La méthode d'Entropie Relative développée par Rubinstein (Rubinstein, 1999) est une méthode d'optimisation stochastique pour résoudre les problèmes d'optimisation combinatoire difficile. Cette approche génère un ensemble des échantillons basés sur une distribution de probabilité paramétrée. Pour orienter la direction de recherche vers la solution optimale, cette méthode modifie la distribution de probabilité (PDF) à chaque itération en minimisant l'entropie relative entre deux PDFs consécutives. La procédure d'estimation de la probabilité optimale se divise en deux étapes : 1. la génération d'un ensemble d'échantillons basés sur une PDF, 2. la modification de la PDF en se basant sur la résolution du problème d'optimisation qui minimise l'entropie relative permettant de générer meilleurs échantillons à la prochaine itération. Cette approche dérive itérativement de la distribution de probabilité optimale basée sur la théorie d'échantillonnage pondéré (Importance Sampling theory) permettant de résoudre les problèmes d'optimisation difficile et combinatoire.

Dans cette section, nous allons proposer un nouvel algorithme basé sur la méthode d'Entropie Relative pour résoudre les problèmes d'affectation statique et dynamique non différentiable. Nous considérons qu'un équilibre de réseau est un événement rare à atteindre parmi tous les états possibles du réseau. Nous démontrons que notre approche est capable de trouver plusieurs équilibres dans un réseau de transports multimodaux. Dans la section suivante, nous présentons d'abord cette méthode proposée par Rubinstein (Rubinstein, 1999). Par la suite, nous proposons un algorithme basé sur la méthode d'Entropie Relative pour résoudre les problèmes d'affectation du trafic. Des études numériques seront testées pour les exemples qui sont :

1. Le cas statique unimodal avec la fonction du coût sur les arcs non linéaires.
2. Le cas statique multimodal avec la fonction du coût sur les arcs non linéaires.
3. Le cas dynamique unimodal avec l'écoulement du trafic basé sur le modèle de file d'attente ponctuelle proposé dans la section 2.1.

### 3.2.1 La méthode d'Entropie Relative

La méthode d'Entropie Relative est une méthode stochastique d'optimisation. Comme la plupart des méthodes stochastiques, elle utilise une PDF pour générer un ensemble d'échantillons. A partir de ces échantillons, elle modifie la PDF de manière itérative pour trouver la solution optimale. Comme la solution optimale issue de la PDF optimale n'est pas reconnue au début, la probabilité de générer une solution optimale approchée est très rare. Pour cela, la méthode d'Entropie Relative utilise une série de critère de rareté pour modifier la PDF et améliorer la qualité de solution

Soit un système stochastique dont l'ensemble de variables aléatoires  $\mathbf{x}$  est définie par une PDF  $f(\mathbf{x};u) \in F(\mathbf{x};v)$  où  $F(\mathbf{x};v)$  est une famille de PDF avec un paramètre associé  $v$ . Soit  $S(\mathbf{x})$  une fonction objectif du problème d'optimisation. La méthode d'Entropie Relative modifie la PDF  $f(\mathbf{x};u)$  pour que  $S(\mathbf{x})$  tende vers optimum. Pour évaluer la PDF  $f(\mathbf{x};u)$ , cette méthode utilise une fonction de performance qui peut être soit une fonction d'indice  $I$ , définie par  $I_{\{S(\mathbf{x}) \geq \gamma\}} = 1$  si  $S(\mathbf{x}) \geq \gamma$ , et 0 sinon, soit la fonction de Boltzmann. Le paramètre  $\gamma$  est un critère qui sert comme une valeur de référence qualifiant la qualité de solutions trouvées. La probabilité de l'évènement rare (une solution approchée sur l'optimum définie par  $S(\mathbf{x}) \geq \gamma$ ) basée sur la PDF  $f(\mathbf{x};u)$  est définie par :

$$(P) \quad l = P_f(S(\mathbf{x}) \geq \gamma) = E_f I_{\{S(\mathbf{x}) \geq \gamma\}} \quad (3.27)$$

Une méthode d'estimation de la probabilité de l'évènement rare consiste à générer l'ensemble d'échantillons par une procédure de type Monte-Carlo. L'estimation non-biaisée de la probabilité de l'évènement rare est calculée par :

$$(P\text{-Monte Carlo}) \quad \hat{l} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_{\{S(x_i) \geq \gamma\}} \quad (3.28)$$

Lorsque  $l$  est très faible, e.g.  $l \leq 10^{-5}$ , il faut que le nombre d'échantillon soit très élevé afin d'obtenir l'estimation précise de la probabilité  $l$ . La méthode de l'échantillon pondéré consiste à utiliser la PDF biaisée  $g(\mathbf{x};v_0) \in F(\mathbf{x};v)$  pour réduire le nombre d'échantillons pour le problème (P). En introduisant la PDF  $g(\mathbf{x};v_0)$ , l'équation (P) peut s'écrire :

$$E_f(H(\mathbf{x})) = \int_{\mathbf{x} \in \mathbb{N}} H(\mathbf{x}) \frac{f(\mathbf{x};u)}{g(\mathbf{x};v_0)} g(\mathbf{x};v_0) dx = E_g \left( H(\mathbf{x}) \frac{f(\mathbf{x};u)}{g(\mathbf{x};v_0)} \right) \quad (3.29)$$

où  $H(\mathbf{x}) = I_{\{S(\mathbf{x}) \geq \gamma\}}$  et  $g(\mathbf{x};v_0)$  s'appelle la PDF d'échantillonnage pondéré (IS pdf). Le choix de IS PDF est crucial pour l'estimation (P-Monte Carlo). Une méthode consiste à déduire la IS PDF optimale  $g^*$  en minimisant la variance de  $\hat{l}$ , i.e.

$$g^* = \text{Arg min}_g \text{Var}_g \left( H(\mathbf{x}) \frac{f(\mathbf{x};u)}{g(\mathbf{x};v_0)} \right) \quad (3.30)$$

La solution optimale du problème ci-dessus est (Rubinstein, 1999) :

$$g^*(\mathbf{x};v_0) = \frac{H(\mathbf{x})f(\mathbf{x};u)}{l} \quad (3.31)$$



avec  $H(x) = I_{\{S(x) \geq 0\}}$

La difficulté rencontrée ici est que  $g^*$  dépend du paramètre inconnu  $l$ . Pour cela, l'idée de la méthode d'Entropie Relative est de déduire la meilleure PDF à chaque itération  $f^{(k)}(\mathbf{x}; v^{(k)})$  qui minimise la distance de Kullback-Leibler (l'entropie relative) entre  $f^{(k-1)}$  (donnée) et  $g^*$  (inconnue). Rappelons que la distance de Kullback-Leibler est définie par :

$$D(g, h) = E_g \left( \ln \frac{g(\mathbf{x})}{h(\mathbf{x})} \right) = \int g(\mathbf{x}) \ln g(\mathbf{x}) dx - \int g(\mathbf{x}) \ln h(\mathbf{x}) dx \quad (3.32)$$

où  $D(g, h)$  désigne la distance de Kullback-Leibler pour  $g$  et  $h$ .

Le problème de minimisation de la distance de Kullback-Leibler entre  $f^{(k-1)}$  et  $f^*$  est :

$$f^{*(k)} = \arg \min_f D(f^{(k-1)}, f) = \arg \min_f - \int f^{(k-1)} \ln f dx = \arg \max_f \int f^{(k-1)} \ln f dx \quad (3.33)$$

où  $f^{*(k)}$  est la meilleure PDF à l'itération  $k$ .

La méthode d'Entropie Relative proposée par (Rubinstein, 1999 ; de Boer et al. 2004) consiste à utiliser un schéma itératif utilisant le paramètre de référence  $\rho^{(k)}$  (un critère de rareté) pour estimer la probabilité de l'évènement rare du système. Comme l'évènement rare est difficile à produire, cet algorithme d'abord relaxe le critère de rareté  $\gamma^{(k)}$  à l'itération  $k$  et l'approche vers  $\gamma$  itérativement. L'algorithme se compose de quatre étapes :

1. Initialiser le paramètre  $\rho^{(0)} = c$ .  $c$  est un positif réel, e.g.  $\rho^{(0)} = 10^{-2}$ .
2. Estimation de  $\gamma^{(k)}$  : générer l'ensemble d'échantillons basé sur  $f^{(k-1)}(\mathbf{x})$ , trouver  $\gamma^{(k)}$  tel que  $P_{f^{(k-1)}}(S(\mathbf{x}) \geq \gamma^{(k)}) = \rho^{(k)}$ . Une méthode pour estimer  $\gamma^{(k)}$  est d'ordonner  $S(\mathbf{x}_i)$ ,  $i = 1, \dots, N$  par ordre de croissance, i.e.  $S_{[1]} \leq S_{[2]} \leq \dots \leq S_{[N]}$ . Alors, la valeur de  $\gamma^{(k)}$  peut être retenue par  $S_{[(1-\rho^{(k)})N]}$ .
3. Estimation de  $g^*$  : étant donné  $f^{(k-1)}$  et  $\gamma^{(k)}$ , trouver  $g^*$  par la résolution du problème suivante :

$$g^* = \arg \min_f D(f^{(k-1)}, f) = \arg \max_f E_{f^{(k-1)}} [I_{\{S(\mathbf{x}) \geq \gamma^{(k)}\}}] \ln f = \arg \max_f \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_{\{S(\mathbf{x}_i) \geq \gamma^{(k)}\}} \ln f \quad (3.34)$$

4. Critère d'arrêt : lorsque les derniers cinq valeurs de critère  $\gamma^{(k)}$  sont égaux, i.e.

$\gamma^{(T-4)} = \gamma^{(T-3)} = \gamma^{(T-2)} = \gamma^{(T-1)} = \gamma^{(T)}$ ,  $T$  est l'indice de l'itération maximale, arrêtez, sinon  $t := t+1$  allez à l'étape 2.

### Remarque :

1. La fonction d'indicateur  $I_{\{S(\mathbf{x}) \geq \gamma\}}$ , i.e.  $H(x)$ , peut être remplacée par d'autres fonctions réelles selon les problèmes traités. Une autre fonction très utilisée est celle de Boltzmann,

définie par  $e^{-L(x)/\gamma}$ . Cette fonction est continue et différentiable donc le paramètre de contrôle  $\gamma$  permet de manipuler l'ordre de grandeur de la valeur de la fonction.

2. L'approche d'ACO est une méthode stochastique qui génère un ensemble d'échantillons par une règle de transition stochastique. Cette règle de transition est mise à jour en fonction de la qualité de chemins empruntés. Ce principe de mise à jour de la règle de transition consiste à orienter la direction de recherche vers l'optimum. Rubinstein (Rubinstein, 2001) a établi un lien entre les deux approches. Considérons un problème d'optimisation où la fonction objectif s'écrit par  $S(x)$  avec  $x = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$  une solution générée par l'approche d'ACO en utilisant une règle de transition classique, i.e.

$$p_{rs} = \frac{f(\tau_{rs})}{\sum_{u \in J_r} f(\tau_{ru})} \quad \text{où } p_{rs} \text{ est la probabilité de transition du noeud } r \text{ au } s. \tau_{rs} \text{ est la}$$

quantité de phéromones sur l'arc  $(r, s)$ . Nous pouvons considérer une solution  $x$  comme un chemin reliant une paire OD dont les éléments au sien de  $x$  sont les noeuds dans le chemin. A partir de cette règle de transition, nous générons un ensemble d'échantillons. La méthode d'Entropie Relative dérive la règle de transition optimale en résolvant le problème suivant :

$$p_{rs}^{t+1} = \arg \max_p \sum_{k=1}^N [H(S(x_k)) \sum_{(r,s) \in x_k} \ln p_{rs}^t] \quad (3.34a)$$

où  $H(S(x))$  est une fonction d'indicateur ou une fonction de Boltzmann.  $p_{rs}^t$  est la probabilité de transition du noeud  $r$  à  $s$  à l'itération  $t$ . La solution du problème ci-dessus est écrite par (Rubinstein, 1999):

$$p_{rs}^{t+1} = \frac{\sum_{k=1}^N I_{\{(r,s) \in x_k\}} H(S(x_k))}{\sum_{k=1}^N \sum_{\{r \in x_k\}} I_{\{r \in x_k\}} H(S(x_k))} \quad (3.34b)$$

Cette mise à jour de règle de transition qui minimise l'entropie relative entre  $p_{rs}^t$  et  $p_{rs}^{t+1}$ . Les règles de transition globale (2.48), (2.55) et (3.24) sont basées sur la méthode d'Entropie Relative en introduisant un taux d'évaporation de phéromones  $0 < \rho < 1$  pour que la modification de  $p_{rs}^{t+1}$  soit plus lisse (Rubinstein, 2001, Zlochin et al. 2004).

### 3.2.2. Méthode Entropie Relative pour les problèmes d'affectation du trafic

Considérons le problème d'affectation statique concernant le choix des itinéraires entre une origine et une destination (Fig. 3-17). Un usager se situant à l'origine choisit son itinéraire selon la loi de probabilité. Soit le coût sur un itinéraire  $i$ ,  $C_i$ , dépend de sa demande, i.e.  $C_i = C_i(d_i), \forall i \in I$  où  $I$  est l'ensemble des itinéraires pour le même paire OD. Soit  $p_i$  la probabilité de choix sur l'itinéraire  $i$ .  $H_i(\gamma)$  est la fonction de performance sur l'itinéraire  $i$

définie par la distribution de Boltzmann (Helvik et Wittner, 2001) :

$$H_i(\gamma) = e^{-\frac{C_i(d_i)}{\gamma}} \quad (3.35)$$

avec  $\gamma$  le paramètre de contrôle ou la température.

Notons que  $\gamma$  manipule la force de modification poussant le flux vers les itinéraires les moins coûteux. L'espérance de l'ensemble de performance basée sur cette distribution de probabilité  $\mathbf{p}$  est donnée par :

$$h(\mathbf{p}, \gamma) = \sum_{i \in I} p_i H_i(\gamma) \quad (3.36)$$

s.c :

$$\sum_{i \in I} p_i = 1, \quad \forall p_i \geq 0 \quad (3.37)$$

La distribution de probabilité optimale  $\mathbf{p}^{w+1}$  vers les itinéraires moins coûteux à chaque itération est la solution du problème d'optimisation qui minimise l'entropie relative de Kullback-Liebler entre la distribution de probabilité  $\mathbf{p}^w$  et  $\mathbf{p}^{w+1}$  :

$$\mathbf{p}^{w+1} = \max_{\mathbf{p}} E_{\mathbf{p}^w} [H(\gamma) \ln \mathbf{p}] \quad (3.38)$$

sous contrainte de l'équation (3.37).

où  $w$  désigne l'indice d'une itération.

Le problème d'optimisation de l'équation (3.38) est équivalent au problème suivant :

$$\mathbf{p}^{w+1} = \arg \min_{\mathbf{p}} \sum_{i \in I} p_i^w e^{-\frac{C_i(d_i)}{\gamma}} \ln p_i \quad (3.39)$$

sous contrainte de l'équation (3.37).

La solution du problème d'optimisation ci-dessus s'écrit par :

$$p_i^{w+1} = p_i^w \frac{e^{-C_i^w / \gamma^w}}{\sum_{j \in I} p_j^w e^{-C_j^w / \gamma^w}}, \quad \forall i \in I \quad (3.40)$$

Cette probabilité optimale dépend du paramètre de contrôle  $\gamma$  qui doit être estimé pour atteindre l'équilibre du réseau. Pour estimer le paramètre  $\gamma$  à chaque itération, nous utilisons la technique d'estimation similaire à la méthode « simulated annealing » (Aarts et Korst, 1989).

$$\text{Min } \gamma^w$$

$$\text{s.c.} \tag{3.41}$$

$$\sum_{i \in I} |p_i^{w+1} - p_i^w| \leq \alpha^w$$

où  $p_i^w$  est définie par l'équation (3.40), et  $\alpha^w = \frac{C}{w}$  est une série divergente, i.e.

$$\lim_{w \rightarrow \infty} \alpha^w = 0 \text{ et } \sum_{w=1}^{\infty} \alpha^w = \infty.$$

Nous calculons la différence de deux probabilités obtenues sur le choix d'itinéraire  $i$  aux deux itérations consécutives :

$$p_i^{w+1} - p_i^w = -p_i^w \left( 1 - \frac{e^{-C_i^w / \gamma^w}}{\sum_{j \in I} p_j^w e^{-C_j^w / \gamma^w}} \right) = -p_i^w \left( 1 - \frac{1}{\sum_{j \in I} p_j^w e^{\frac{C_i^w - C_j^w}{\gamma^w}}} \right) \tag{3.42}$$

En utilisant l'approximation du premier ordre du développement en série de la loi exponentielle :

$$e^{-C_i^w / \gamma^w} \cong 1 - \frac{C_i^w}{\gamma^w}, \text{ si } \gamma^w \rightarrow 0 \tag{3.43}$$

On obtient le système dynamique ci-dessous :

$$(p_i^{w+1} - p_i^w) = -p_i^w (C_i^w - \bar{C}^w) / \gamma^w, \quad \forall i \in I \tag{3.44}$$

équivalant au :

$$\dot{\mathbf{p}} = -\mathbf{p}(C(\mathbf{p}) - \bar{C}(\mathbf{p})) \tag{3.45}$$

où  $\bar{C}(\mathbf{p})$  désigne le coût moyen basé sur la distribution de probabilité  $\mathbf{p}$ . Le système dynamique (3.45) est similaire au système proposé par Jin (Jin, 2007).

Nous étudions les deux cas limites lorsque  $\gamma^w$  tend vers  $\infty$  et 0. Lorsque  $\gamma^w \rightarrow \infty$ , on obtient :

$$\lim_{\gamma^w \rightarrow \infty} (p_i^{w+1} - p_i^w) = -p_i^w \left( 1 - \frac{e^{-C_i^w / \gamma^w}}{\sum_{j \in I} p_j^w e^{-C_j^w / \gamma^w}} \right) = 0, \quad \forall i \in I \tag{3.46}$$

Par contre, lorsque  $\gamma^w \rightarrow 0$ , on obtient :

$$\lim_{\gamma^w \rightarrow 0} (p_i^{w+1} - p_i^w) = -p_i^w \left( 1 - \frac{1}{\sum_{j \in I} p_j^w e^{\frac{C_i^w - C_j^w}{\gamma^w}}} \right) = \begin{cases} -p_i^w & \text{si } C_i^w > \min_{j \in I} C_j^w, \\ -\infty & \text{sinon} \end{cases}, \quad \forall i \in I \quad (3.47)$$

La méthode proposée ci-dessus permet d'obtenir une solution ayant comme l'espérance du coût minimum correspondant à l'équilibre usagers dans le cas statique ou dynamique. Dans la section suivante, on propose un algorithme basé sur la méthode proposée ci-dessus pour traiter le problème d'affectation dynamique concernant le choix du temps de départ et d'itinéraires.

### 3.2.3. Algorithme basé sur la méthode d'Entropie Relative

Dans cette section, nous proposons un algorithme basé sur la méthode ci-dessus pour traiter le problème d'affectation dynamique concernant le choix du temps de départ et des itinéraires. Notons que l'ensemble des choix en combinaison des intervalles du temps de départ et des itinéraires pour chaque paire OD est très large, en pratique il convient de décomposer hiérarchiquement l'ensemble des choix et estimer les distributions de probabilité associées. Pour ce faire, nous utilisons plusieurs distributions de probabilité associées aux choix des usagers et les estimons itérativement en fonction de la performance du choix en s'appuyant sur la méthode d'Entropie Relative. Nous détaillons cet algorithme ci-dessous :

#### Etape 1 : Initialisation

1. Initialiser le paramètre  $\alpha^w$  selon la taille de l'ensemble des choix des options et l'indice de l'itération  $w=0$ .
2. Initialiser la distribution de probabilité uniforme sur : 1. choix d'itinéraires ; 2. choix d'intervalles du temps de départ. Pour le premier, la probabilité de choix de l'itinéraire  $i$   $p_i^0 = 1/|I_k|, \forall i \in I_k, \forall k \in K$  où  $i$  désigne un chemin,  $I_k$  l'ensemble des chemins reliant la paire OD  $k$ , et  $K$  l'ensemble des paires OD. Pour le deuxième, la probabilité de choix de l'intervalle du temps de départ  $h$  pour paire OD  $k$  est initialisée par  $p_{hk}^0 = 1/|H_T|, \forall k \in K, \forall h \in H_T$  avec  $h$  l'indice de l'intervalle du temps de départ discrétisé,  $H_T$  l'ensemble d'intervalles du temps discrétisés sur  $T$ . Pour le choix du temps de départ, on suppose d'abord qu'un usager choisit un créneau  $h$  dans  $H_T$ . Ensuite il part de son origine en choisissant un instant aléatoire  $t$  dans  $h$ .

#### Etape 2 : Calcul du coût de déplacements

L'écoulement du trafic selon le choix des options des usagers et le modèle de trafic appliqué. Différents modèles du trafic sont susceptibles pour modéliser l'écoulement du trafic, e.g. le modèle de premier ordre (Buisson et al., 1995 ; Lebacque et Khoshyaran, 1999), modèle de seconde ordre (Lebacque et al., 2007) etc. Le choix des usagers dépend de la loi de

probabilité du choix de temps de départ et du choix des itinéraires. Après l'arrivée des usagers à leur destination, calculer le coût de déplacement individuel entre les origines et les destinations en tenant compte de la pénalité associée à l'arrivée en avance ou en retard.

### **Etape 3 : Mise à jour de la distribution de probabilité de choix**

Calculer la probabilité du choix du temps de départ et du choix d'itinéraires par sous-étapes ci-dessous :

#### **Sous-étape 1 : choix du temps de départ**

On repartit la demande  $D_k, \forall k \in K$  sur l'ensemble des intervalles du temps de départ discrétisés  $H_T$  en fonction du coût moyen réalisé. La distribution de probabilité du choix d'intervalle du temps de départ à itération  $w+1$  est calculé par (3.40). Cependant, pour éliminer l'influence de l'ordre de mesure du coût, on normalise le coût moyen sur l'intervalle  $h$  en les divisant par le coût moyen de l'ensemble des intervalles  $H_T$ . On obtient la probabilité de choix d'intervalles du temps de départ pour la paire OD  $k$  à itération  $w+1$  :

$$P_{h_s k}^{w+1} = P_{h_s k}^w \frac{e^{-\tilde{C}_{h_s k}^w / \gamma_k^w}}{\sum_{h_i \in H_T} P_{h_i k}^w e^{-\tilde{C}_{h_i k}^w / \gamma_k^w}}, \forall h_s \in H_T, \forall k \in K \quad (3.48)$$

avec  $\tilde{C}_{hk}^w = \frac{\bar{C}_{hk}^w}{\bar{C}_k^w}$  le coût de déplacement normalisé de l'intervalle du temps de départ  $h$  pour paire OD  $k$  avec  $\bar{C}_{hk}^w = \frac{1}{|\Omega_{hk}^w|} \sum_{m \in \Omega_{hk}^w} C_m^w(t)$  et  $\bar{C}_k^w = \frac{1}{|\Omega_k^w|} \sum_{m \in \Omega_k^w} C_m^w(t)$ .

Notons que  $\bar{C}_{hk}^w$  représente le coût moyen de déplacement relatif au choix de l'intervalle  $h$  pour la paire OD  $k$  et  $\bar{C}_k^w$  est le coût moyen de paire OD  $k$ , respectivement.  $C_m^w(t)$  désigne le coût de déplacement réalisé par usager  $m$  partant de son origine à l'instant  $t$ ,  $t \in [h\Delta h, (h+1)\Delta h]$  avec  $\Delta h$  le pas de discrétisation temporelle,  $\Omega_{hk}^w$  l'ensemble des usagers de paire OD  $k$  qui ont choisi l'intervalle du temps de départ  $h$  et  $\Omega_k^w$  l'ensemble des usagers de la paire OD  $k$ , et  $|\cdot|$  désigne le nombre d'éléments dans un ensemble. Le paramètre  $\gamma_k^w$  lié à la paire OD  $k$ , est déterminé par la solution du problème de minimisation de (3.41). Notons que l'on utilise la méthode d'interpolation pour l'estimer, i.e.  $0 < \gamma_k^w < M$ , avec  $M$  un réel constant.

#### **Sous-étape 2 : choix d'itinéraires**

On répartit la demande de paire OD  $k$  dans l'intervalle  $h$  sur l'ensemble des itinéraires  $I_k$  selon la distribution de probabilité du choix d'itinéraires. On obtient la distribution de probabilité du choix d'itinéraires à itération  $w+1$  :

$$P_{ih}^{w+1} = P_{ih}^w \frac{e^{-\tilde{C}_{ih}^w / \gamma_{kh}^w}}{\sum_{j \in I_k} P_{jh}^w e^{-\tilde{C}_{jh}^w / \gamma_{kh}^w}}, \forall i \in I_k, \forall h \in H_T, \forall k \in K \quad (3.49)$$

avec  $\tilde{C}_{ih}^w = \frac{\bar{C}_{ih}^w}{\bar{C}_h^w}$  le coût de déplacement normalisé de l'itinéraire  $i$  avec l'intervalle du temps de départ  $h$  pour paire OD  $k$ .  $\bar{C}_{ih}^w = \frac{1}{|\Omega_{ih}^w|} \sum_{m \in \Omega_{ih}^w} C_m^w(t)$  et  $\bar{C}_h^w = \frac{1}{|\Omega_{ik}^w|} \sum_{m \in \Omega_{ik}^w} C_m^w(t)$  représentent le coût moyen de déplacement de l'itinéraire  $i$  avec l'intervalle du temps de départ  $h$  par paire OD  $k$  et le coût moyen dans l'intervalle  $h$ , respectivement.  $\gamma_{kh}^w$  est le paramètre lié à l'intervalle  $h$  et paire OD  $k$ , déterminé par la solution du problème de minimisation de (3.41). Le paramètre  $\gamma_{kh}^w$  est lié à paire OD  $k$  et à l'intervalle  $h$ , déterminé par (3.41).

#### **Etape 4 : Condition d'arrêt**

Lorsque l'indice de l'itération égale à l'itération maximale ou la distribution de probabilité varie peu, arrêtez ; sinon retour à l'étape 2.

#### **Remarque :**

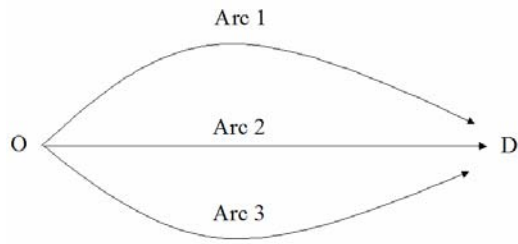
1. Pour vérifier la condition d'équilibre usagers, le coût de déplacement réalisé de tous les usagers doit être suffisamment proche.
2. L'algorithme proposé ci-dessus permet de l'appliquer au problème d'affectation dynamique basée sur les activités en associant la valeur brute d'activités aux destinations.

### **3.2.4. Etudes numériques**

Afin d'étudier l'algorithme proposé, on l'appliquera aux problèmes : 1. d'affectation statique uni-modal (Jin, 2007) ; 2. d'affectation statique multimodal (Wynter, 2001) ; 3. d'affectation dynamique uni-modal dans la section 3.

#### ***Exemple 3-4 : Affectation statique uni-modal avec paire OD unique (Jin, 2007)***

Considérons le réseau dans la Fig. 3-17 composé de trois arcs reliant une paire OD. Les fonctions de coût d'itinéraire sont non-linéaires. La demande totale est supposée fixe au 10. Le problème d'affectation statique consiste à trouver les flux des arcs tels que l'équilibre usagers soit atteint. En appliquant la méthode d'Entropie Relative, la probabilité du choix des itinéraires s'évolue vers un état stable. On constate qu'après 15 itérations, la probabilité du choix d'itinéraire est stabilisée (Fig. 3-18) et les coûts sont quasiment égaux (Fig. 3-19). Le flux sur les itinéraires obtenue par Jin est 3.5833, 4.6451, et 1.7716 avec le coût identique 25.4560. La méthode d'Entropie Relative obtient le flux à la dernière itération : 3.58434, 4.64464 et 1.77102 avec le coût 25.4741, 25.4537, et 25.4554, respectivement. Notons que dans la figure 3-19 la valeur  $\gamma$  ne tend pas vers 0 (contrairement à la théorie entropie relative).



$$t_1 = 10(1.0 + 0.15(\frac{x_1}{2})^4)$$

$$t_2 = 20(1.0 + 0.15(\frac{x_2}{4})^4)$$

$$t_3 = 25(1.0 + 0.15(\frac{x_3}{3})^4)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 10$$

Fig. 3-17 Le réseau statique uni-modal avec paire OD unique

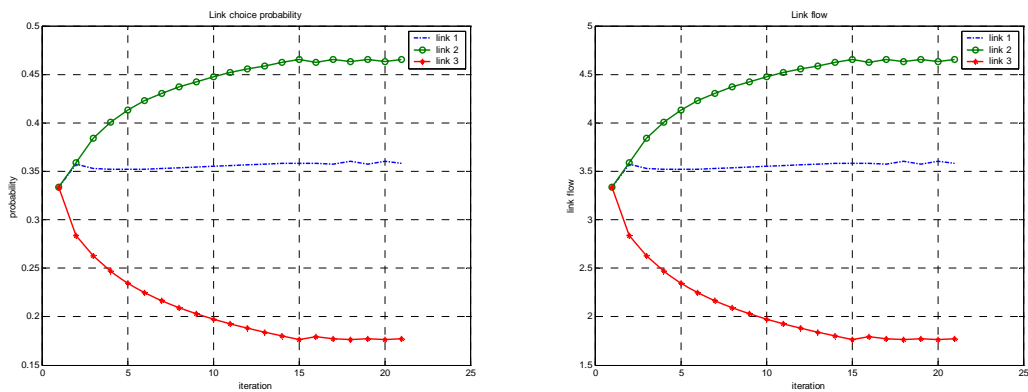


Fig. 3-18 L'évolution de la probabilité de choix sur les chemins (à gauche) et celle du flux sur les arcs (à droite)

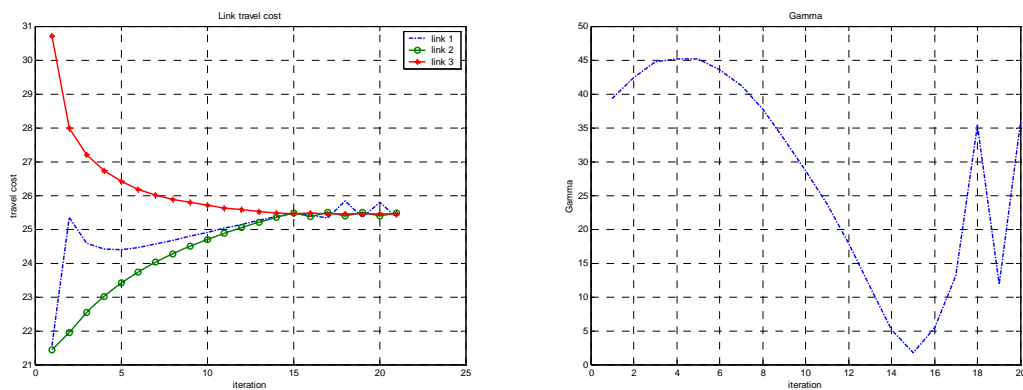
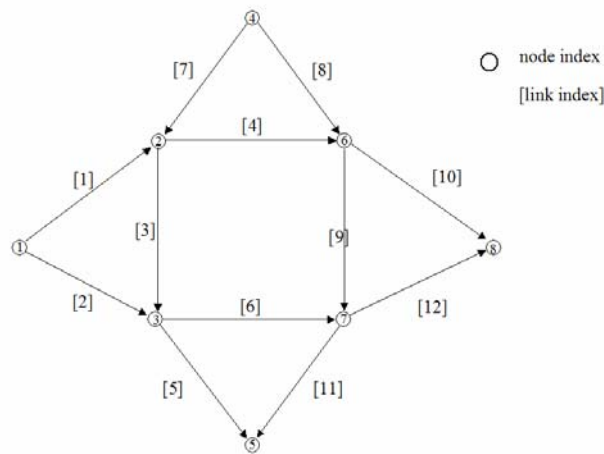


Fig. 3-19 L'évolution du coût sur les arcs (à gauche) et celle de la valeur  $\gamma$  (à droite).



**Exemple 3-5 : Affectation statique uni-modal avec de multiples paires OD**

Pour tester cet algorithme dans un cas plus compliqué, on considère un réseau composé de 8 noeuds et 12 arcs avec deux origines (noeud 1 et 4) et deux destinations (noeud 5 et 8) dont les fonctions du coût sont non linéaires. La demande totale pour chaque paire OD est donnée par 10. En appliquant la méthode d'Entropie Relative, on obtient la solution d'équilibre usagers. Pour chaque paire OD, la probabilité du choix des chemins est fonction du coût correspondant. Après 5 itérations, le système atteint quasiment l'équilibre, i.e. les coûts des chemins du même paire OD sont égaux. La valeur du gamma s'accroît de manière oscillatoire du fait que le coût d'itinéraire dépend de la demande et on utilise la méthode d'interpolation pour estimer  $\gamma$  dans l'équation (3.41).



$t_1 = 20(1.0 + 0.15(\frac{x_1}{4})^4)$	$t_7 = 10(1.0 + 0.15(\frac{x_7}{2})^4)$
$t_2 = 15(1.0 + 0.15(\frac{x_2}{4})^4)$	$t_8 = 20(1.0 + 0.15(\frac{x_8}{4})^4)$
$t_3 = 25(1.0 + 0.15(\frac{x_3}{3})^4)$	$t_9 = 25(1.0 + 0.15(\frac{x_9}{3})^4)$
$t_4 = 10(1.0 + 0.15(\frac{x_4}{2})^4)$	$t_{10} = 90(1.0 + 0.15(\frac{x_{10}}{2})^4)$
$t_5 = 20(1.0 + 0.15(\frac{x_5}{4})^4)$	$t_{11} = 20(1.0 + 0.15(\frac{x_{11}}{4})^4)$
$t_6 = 5(1.0 + 0.15(\frac{x_6}{3})^4)$	$t_{12} = 35(1.0 + 0.15(\frac{x_{12}}{3})^4)$
$d_k = 10, \forall k \in K$	

Fig. 3-20 Le réseau statique uni-modal avec multiple paires OD

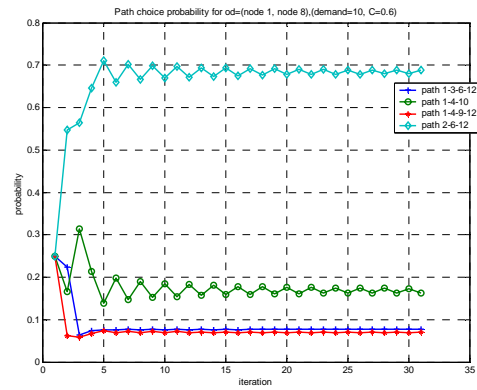
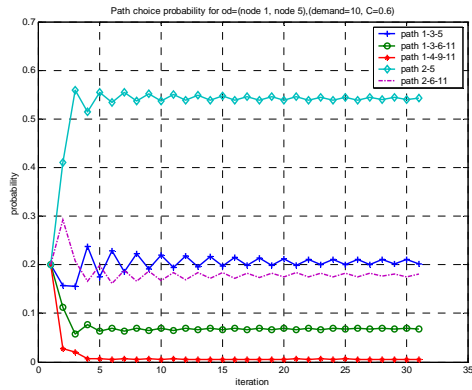


Fig. 3-21 L'évolution de la probabilité de choix sur les chemins pour la paire OD (1,5) (à gauche) et celle pour la paire OD (1, 8) (à droite)

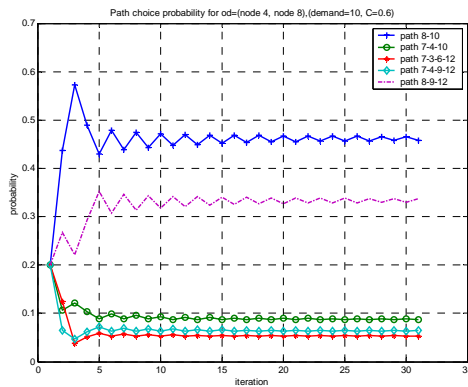
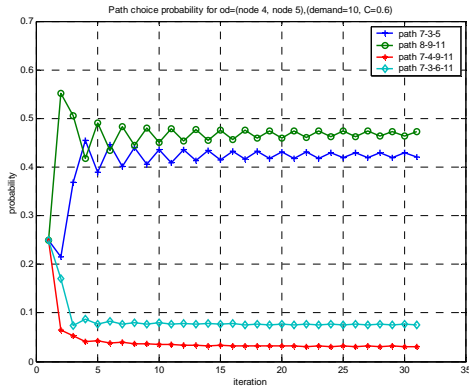


Fig. 3-22 L'évolution de la probabilité de choix sur les chemins pour la paire OD (4, 5) (à gauche) et celle pour la paire OD (4, 8) (à droite)

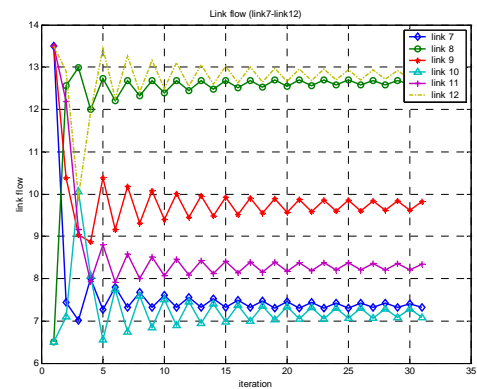
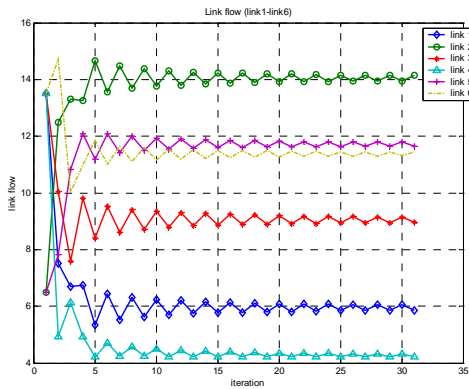


Fig. 3-23 L'évolution du flux sur les arcs 1-6 (à gauche) et celle sur les arcs 7-12 (à droite)

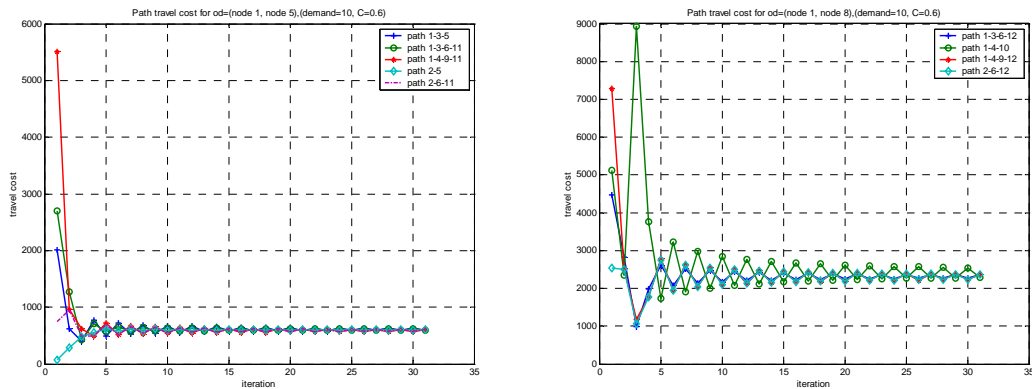


Fig. 3-24 L'évolution du coût sur les chemins pour la paire OD (1, 5) (à gauche) et celle pour la paire OD (1, 8) (à droite)

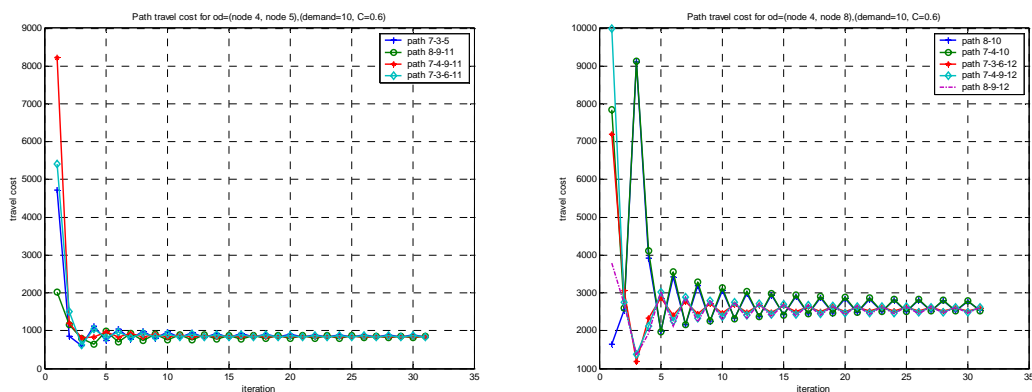


Fig. 3-25 L'évolution du coût sur les chemins pour la paire OD (4, 5) (à gauche) et celle pour la paire OD (4, 8) (à droite)

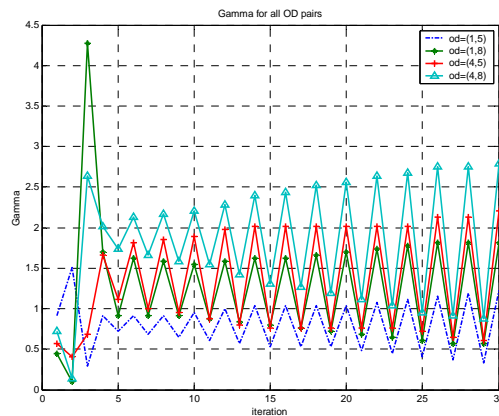
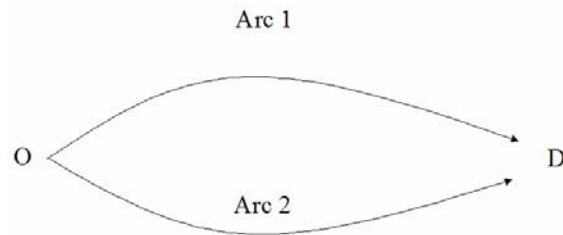


Fig. 3-26 Evolution du  $\gamma_k$  pour toutes les paires OD

**Exemple 3-6 : Affectation statique multi-modal avec une seule paire OD (Wynter, 2001).**

Dans cet exemple, un réseau multimodal avec la fonction du coût linéaire est présenté. Cet exemple et sa solution ont été proposées par Wynter (Wynter, 2001). Il consiste à résoudre le problème d'affectation statique multimodal avec la fonction du coût linéaire. Le problème d'affectation multimodal est plus difficile en raison de la monotonie du coût du chemin qui n'est plus garantie. Des algorithmes soumis à cet hypothèse ne sont plus adaptés.

Considerons un réseau composé de deux arcs avec la fonction du coût lineaire associé à chaque mode (Fig. 3-27). La fonction du coût pour chaque mode est défini ci-dessous :



$$t_{ai} = 1.5x_{ai} + 5x_{bi} + 30 \quad \forall i \in \{1,2\}$$

$$t_{bi} = 1.3x_{ai} + 2.6x_{bi} + 28 \quad \forall i \in \{1,2\}$$

$$d_a = 16 \quad d_b = 4$$

Fig. 3-27 Le réseau statique multimodal avec une paire OD

où  $t_{gi}$  le temps de parcours de la classe  $g$  sur l'arc  $i$  et  $x_{gi}$  le flux du classe  $g$  sur l'arc  $i$ .  $d_g$  la demande de la classe  $g$ .

Soit  $(t_{a1}, t_{a2}, t_{b1}, t_{b2})$  designe une solution du probleme. Les trois solutions équilibres obtenues par Wynter sont  $(1.33 \ 14.67 \ 4 \ 0)$ ,  $(14.67 \ 1.33 \ 0 \ 4)$  et  $(8 \ 8 \ 2 \ 2)$ . Les deux premières solutions sont stables (les étoiles rouges situées au nord-ouest et au sud-est) et la dernière (l'étoile rouge située au centre) est instable, i.e. la modification légère du flux du point d'équilibre produit une transition vers les autres équilibres stables. La méthode d'Entropie Relative obtient trois solutions : 1.  $(1.3696 \ 14.6304 \ 4 \ 0)$  ; 2.  $(8 \ 8 \ 2 \ 2)$  ; 3.  $(14.6304 \ 1.3696 \ 0 \ 4)$ .

En traçant le champ du vecteur de la vitesse du mouvement du flux  $x_{a1}$  et  $x_{a2}$  défini par :

$$\nabla = - \begin{pmatrix} t_{a1} - t_{a2} \\ t_{b1} - t_{b2} \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

Ce champ (de Nagurney) exprime les tendances du choix des usagers. Si  $t_{a1} - t_{a2} > 0$ , les usagers a tendance à se reporter cers l'itinéraire 2.

On constate dans la Fig. 3-28 que le mouvement du flux tend vers deux équilibres stables.

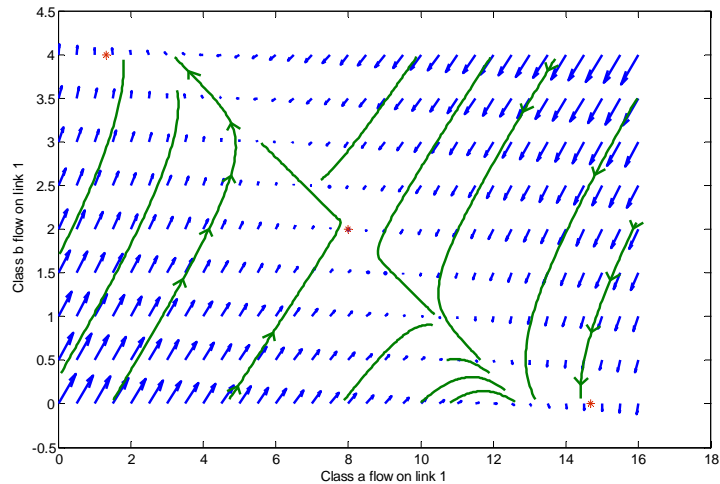
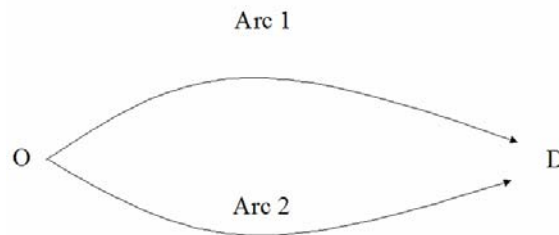


Fig. 3-28 Le champ du vecteur de la vitesse du mouvement du flux  $x_{a1}$  et  $x_{a2}$

**Exemple 3-7 : Affection statique multi-modal avec les fonctions de coût non-linéaire (Wynter, 2001)**

Considérons dans la Fig. 3-29 un autre exemple multimodal avec deux arcs (Wynter, 2001) reliant une paire OD dont les fonctions du coût sont non-linéaires :



$$t_1^c = 2(x_1^c / 6)^3 + 2 + 1.5(x_1^b)$$

$$t_2^c = (x_2^c / 8)^3 + 5 + 1.3(x_2^b)$$

$$t_1^b = 2(x_1^c / 6)^2 + 2 + 2.3(x_1^b)^{1.2}$$

$$t_2^b = (x_2^c / 8)^2 + 5 + 2.2(x_2^b)^{1.2}$$

$$d^c = 10, \quad d^b = 20$$

Fig. 3-29 Le réseau statique multimodal avec les fonctions de coût non-linéaires

En utilisant la méthode CE, on obtient la solution unique d'équilibre usagers : le coût pour la classe  $c$  (car) est 18.3196 et 18.199, respectivement ; pour la classe  $b$  (bus) est 40.0105 et 40.1755, respectivement. Le flux sur deux arcs est 5.12255 et 4.87745 (classe  $b$ ) ; 9.85849 et 10.1415 (classe  $c$ ). Afin de vérifier l'unicité de la solution, on trace le champ du vecteur du flux  $x_1^c$  et  $x_2^c$  sur arc 1. On constate que le vecteur du flux tend vers un point fixe (Fig. 3-32). Cela vérifie l'existence et l'unicité de la solution du problème.

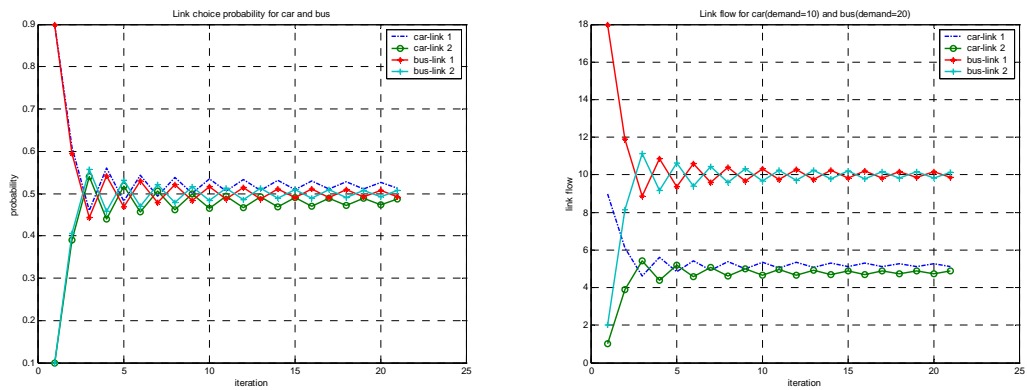


Fig. 3-30 L'évolution de la probabilité de choix sur les arcs (à gauche) et celle du flux sur les arcs pour différentes classes d'utilisateurs (à droite)

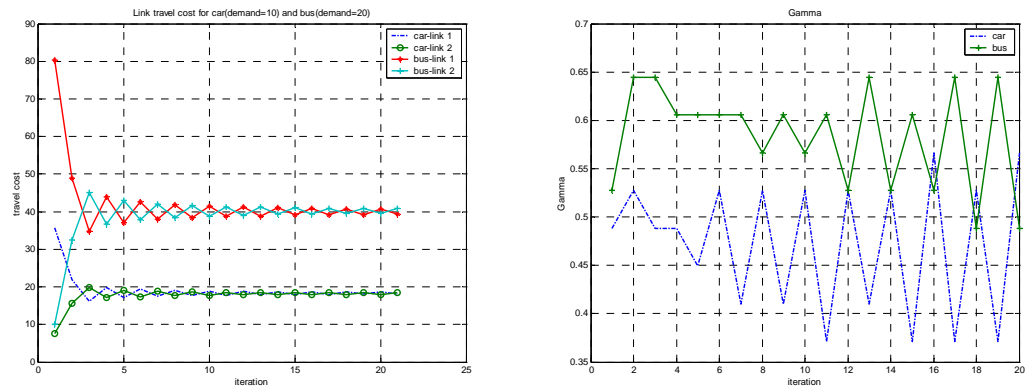


Fig. 3-31 L'évolution du coût sur les arcs (à gauche) et celle de  $\gamma$  pour différentes classes d'utilisateurs (à droite)

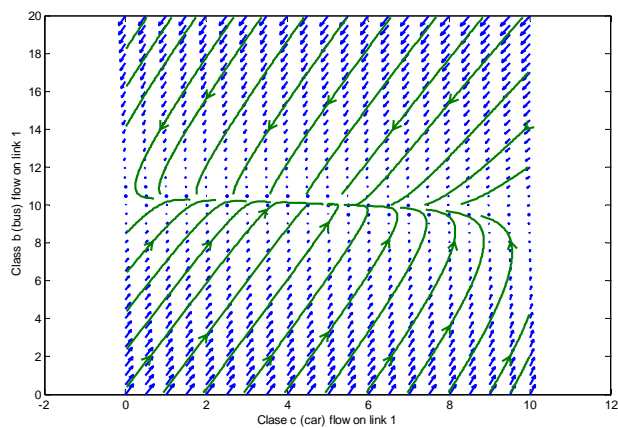


Fig. 3-32 Le champ du vecteur de la vitesse du mouvement du flux  $x_1^c$  et  $x_2^c$  sur l'arc 1

**Exemple 3-8 : Affectation dynamique uni-modal avec multiple paires OD**

Dans cet exemple, nous appliquons la méthode CE pour le problème d'affectation

dynamique unimodal traitant le choix du temps de départ, et des itinéraires. Le modèle d'écoulement du trafic est basé sur la file ponctuelle décrite dans la section 3.1. La destination des usagers est supposée connue sans prise en compte de la valeur brute d'activités. Cependant, nous pouvons ajouter le choix de la destination basé sur la distribution de la valeur brute d'activités sans difficulté. Le réseau est composé de deux origines (noeuds 1 et 4) et de deux destinations (noeuds 5 et 8) avec la demande fixe pour chaque paire OD qui est de 800. L'intervalle du temps de départ est entre 7 : 00 et 9 : 00 du matin. Le pas de discrétisation temporelle est 5 minutes. Le temps désiré d'arrivée est 9 : 00 avec un intervalle d'indifférence de 6 minutes à chaque côté sans associer le coût de pénalité. La valeur du temps est 7 euros/heure, la pénalité associée à l'arrivée en avance et en retard est de 4 et 15 euros/heure, respectivement.

La solution du problème d'affectation dynamique consiste à vérifier la condition d'équilibre usagers, i.e. pour chaque paire OD, le coût généralisé avec la pénalité d'arrivée en avance et en retard sont égales quel que soit le choix du temps de départ et des itinéraires. La solution d'affectation obtenue reflète le processus adaptatif d'apprentissage journalier des usagers. Lorsque le coût réalisé est moins important, le choix de l'option devient plus attractif. Dans la Fig. 3-34, la somme des coûts généralisés diminue rapidement pendant les premières itérations et ensuite remonte un peu et continue à décroître jusqu'à l'état stable où les usagers ne changent plus leur choix sur le temps de départ et d'itinéraire. Par ordre croissant en figurant le coût généralisé de chaque usager, on constate que la plupart des usagers partant de la même origine ont presque le même coût (Fig. 3-35). Le choix du temps de départ et d'arrivée des usagers se concentrent en quelques intervalles de temps. Cela reflète l'influence de la pénalité d'arrivée en avance et en retard. On constate que des files d'attente se sont générées en arcs 2, 3, 4, 6, et 9 qui sont la conséquence du choix collective des usagers sur le temps de départ et des itinéraires.

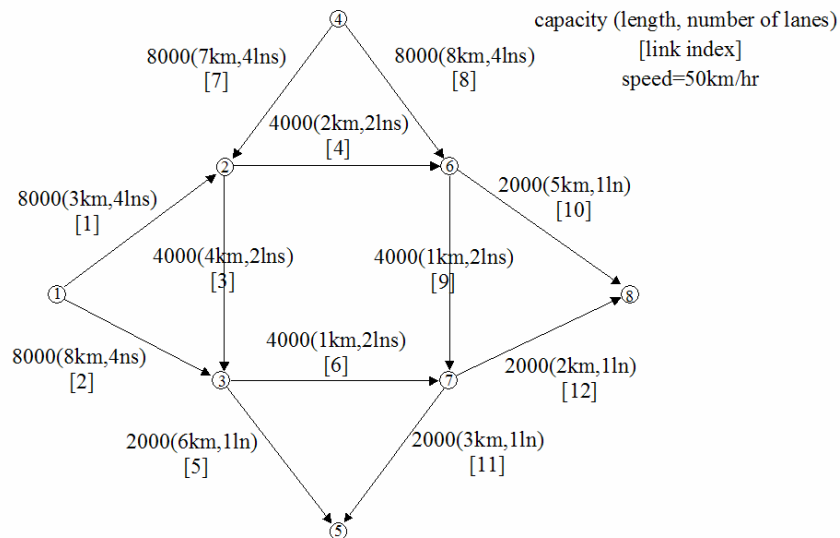


Fig. 3-33 La représentation du réseau avec 8 noeuds et 12 arcs

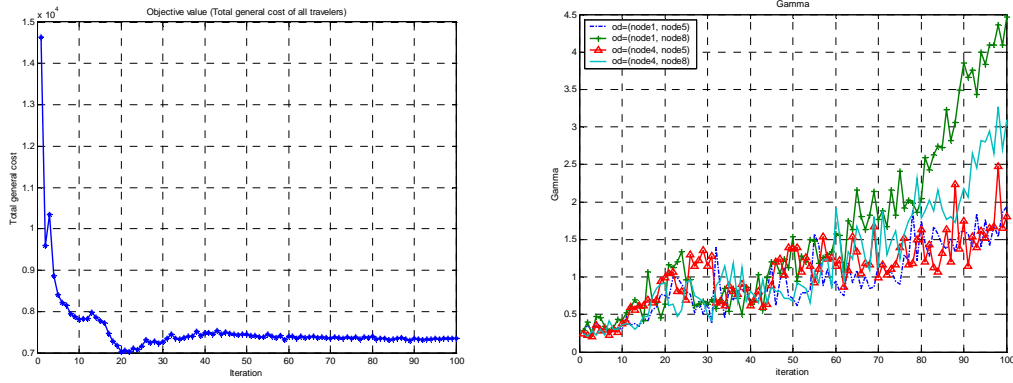


Fig. 3-34 L'évolution de la somme des coûts généraux des usagers (à gauche) et celle du  $\gamma_k$  pour le choix du temps de départ (à droite)

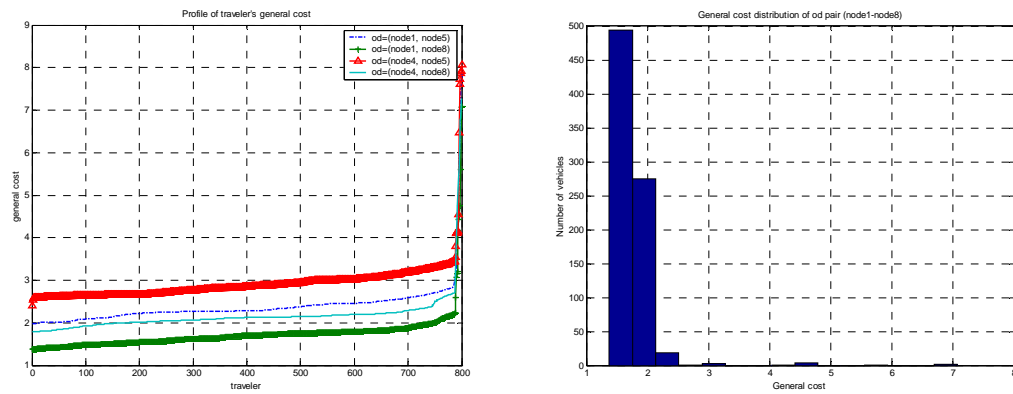


Fig. 3-35 Le coût général des usagers ordonné par ordre croissant (à gauche) et le profil du coût général des usagers pour la paire OD 1-8

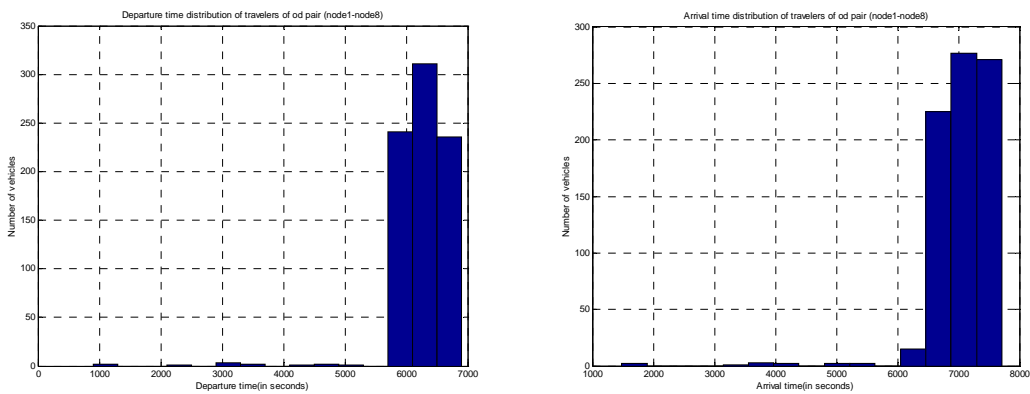


Fig. 3-36 Le profil du temps de départ (à gauche) et du temps d'arrivée à destination (à droite)



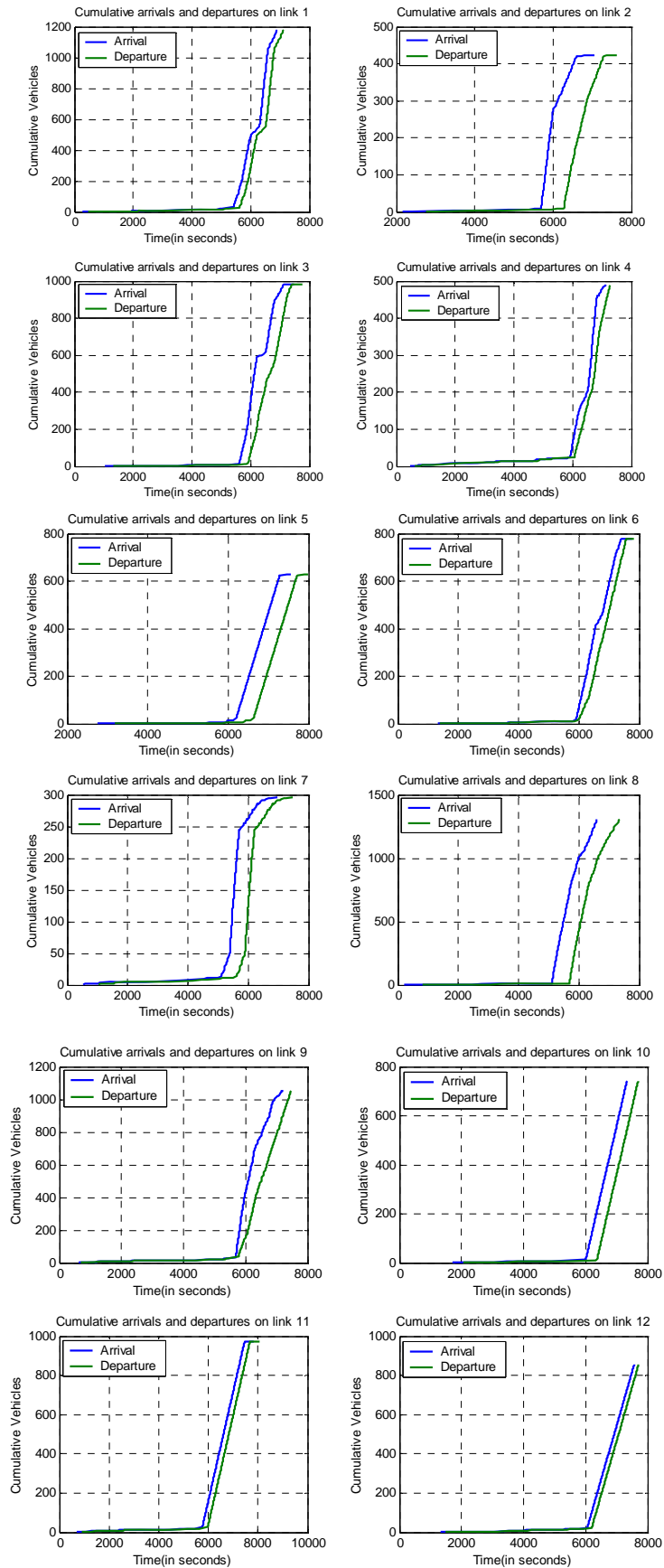


Fig. 3-37 Le nombre d'arrivées et de départs cumulés sur les arcs

## 4. Etudes comparatives avec l'approche du système dynamique

Dans cette section, nous allons étudier l'approche du système dynamique pour la résolution du problème d'affectation dynamique. Nous proposons un schéma itératif de résolution basé sur l'approche du système dynamique.

### 4.1 L'approche du système dynamique

Considérons le problème d'affectation statique dans un réseau composé de trois itinéraires reliant une origine et une destination (Fig. 3-38). La demande sur toutes les paires ODs est supposée fixe. Le schéma itératif de résolution est décomposé en quatre étapes :

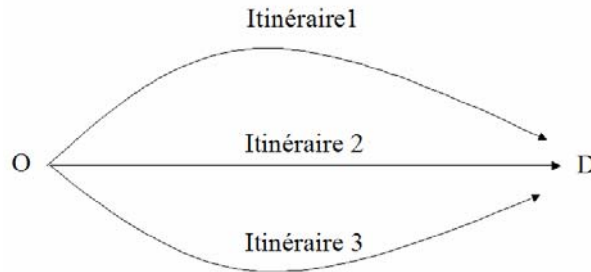


Fig. 3-38 Réseau statique avec 3 itinéraires

#### Etape 1 Initialisation

1. Initialiser l'indice d'itération  $w=1$ .
2. Initialiser la probabilité uniforme sur le choix d'itinéraire  $r$  par  $p_r = 1 / |R_k|, \forall r \in R_k, \forall k \in K$ .

où  $k$  est l'indice d'une paire OD.  $R_k$  est l'ensemble des itinéraires reliant la paire OD  $k$ .

#### Etape 2 : Calcul du coût de déplacements

Calculer le coût d'itinéraires selon la fonction du coût ou les modèles du trafic plus sophistiqués. Notons que nous pouvons ajouter le coût de tarification sur certains itinéraires pour prendre en compte le coût lié aux frais d'utilisation.

#### Etape 3 : Calcul de la probabilité de choix d'itinéraires

Comme nous avons expliqué dans le chapitre 1, la fonctionnelle  $\Phi_r(\mathbf{f})$  qui calcule le flux sur l'itinéraire  $r$  est définie par (champ de Smith, (Smith, 1979)) :

$$\Phi_r(\mathbf{f}) = \sum_s f_s (C_s(\mathbf{f}) - C_r(\mathbf{f}))_+ - \sum_s f_r (C_r(\mathbf{f}) - C_s(\mathbf{f}))_+, \quad \forall r, s \in R_k, \quad \forall k \in K \quad (3.51)$$

où  $r$  et  $s$  est deux itinéraires différents.

Notons que le coût utilisé dans l'équation (3.51) est le coût normalisé. Cette normalisation est importante pour prendre en compte de la sensibilité de la différence par rapport à la valeur absolue. Par exemple, l'impact d'un changement d'itinéraires des usagers sur deux itinéraires de 10 minutes et de 15 minutes est beaucoup plus significatif par rapport à ceux de durée de 1h5mins et 1h. La probabilité de choix d'itinéraires  $r$  pour l'itération  $w+1$  est calculée par les équations (3.52)-(3.54).

Tout d'abord, nous calculons la matrice de changement du flux à l'itération  $w$   $\Phi_r(\mathbf{f}^w)$  par :

$$\Phi_r(\mathbf{f}^w) = \sum_s f_s \frac{(C_s(\mathbf{f}^w) - C_r(\mathbf{f}^w))_+}{C_s^*} - \sum_s f_r \frac{(C_r(\mathbf{f}^w) - C_s(\mathbf{f}^w))_+}{C_r^*}, \quad \forall r, s \in R_k, \quad \forall k \in K \quad (3.52)$$

où  $C_r^*$  est la somme de la différence du coût entre le chemin  $r$  et tous les autres chemins  $s$  reliant la même paire OD  $k$ .  $C_r^*$  est défini par :

$$C_r^* = \sum_{s \in R_k} (C_r(\mathbf{f}^w) - C_s(\mathbf{f}^w))_+, \quad \forall r \in R_k, \quad \forall k \in K \quad (3.53)$$

La probabilité de choix du chemin  $r$  parmi l'ensemble de choix  $R_k$  à l'itération  $w$   $p_r^w$  est calculée par :

$$p_r^w = \frac{f_r^w + \frac{1}{w} \Phi_r(\mathbf{f}^w)}{\sum_{r \in R_k} [f_r^w + \frac{1}{w} \Phi_r(\mathbf{f}^w)]}, \quad \forall r \in R_k, \quad \forall k \in K \quad (3.54)$$

Alors, le flux sur le chemin  $r$  à l'itération  $w+1$  est calculé par :

$$f_r^{w+1} = d_k p_r^{w+1}, \quad \forall r \in R_k, \quad \forall k \in K \quad (3.55)$$

où  $d_k$  est la demande fixe pour la paire OD  $k$

#### **Etape 4 : Condition d'arrêt**

Lorsque l'indice de l'itération égale à l'itération maximale ou quand la variation du flux est devenue suffisamment faible, arrêtez ; sinon retour à l'étape 2 et en incrémentant  $w$  de 1.

Notons que nous pouvons appliquer ce schéma à pour résoudre notre modèle dynamique basé sur les activités (l'exemple 3-3). Tout d'abord, le réseau est augmenté suivant une structure hiérarchique en terme de choix des usagers, i.e. le choix de la destination, du temps de départ et d'itinéraires. Dans la Fig. 3-39, les usagers (demande fixe et connue) se situent à l'origine, ils sont repartis sur la base de la distribution de probabilité de choix. Le flux sur un itinéraire dans un intervalle du temps discrétisé  $h$  est calculé selon la distribution de probabilité de choix qui est modifiée selon le schéma itératif similaire au cas précédent. Nous précisons le schéma itératif pour le cas dynamique

ci-dessous :

Dans l'étape 1, pour le choix du temps de départ, on part du même principe que dans l'algorithme basé sur ACO en supposant que les usagers choisissent un créneau  $h$  (indice d'intervalle du temps de départ discrétisé) dans  $H_T$  (l'ensemble des index discrétisés sur  $T$ ). Ensuite, les usagers quittent leur point de départ en choisissant un instant aléatoire  $t$  dans  $h$ . Pour un usager situé au point d'origine  $o \in O$ , la probabilité de choix sur la destination  $d \in D$ , i.e.  $k=od$ , l'intervalle du temps de départ  $h$  et l'itinéraire  $s$  est initialisée par  $p_{khs}^0 = \frac{1}{|D| |H_T| |R_k|}$ ,  $\forall k \in K$ ,  $\forall h \in H_T$ ,  $\forall s \in R_{k|k=od}$ . Les étapes suivantes sont les mêmes que dans le cas statique, sauf dans l'étape 3. Dans notre modèle dynamique basé sur les activités, les usagers choisissent leur destination en fonction de la valeur nette d'activités obtenue. De ce fait, le coût est remplacé par la valeur nette d'activités moyenne normalisée et la fonction  $(.)_+$  est remplacée par  $(.)_-$  dans les équations (3.52) et (3.53). La fonction  $(.)_-$  est définie par :

$$(y)_- = \begin{cases} y & \text{si } y \leq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.56)$$

Notons que la valeur nette d'activités moyenne normalisée  $\tilde{v}_{khs}^w$  pour les usagers partant du point d'origine  $o$ , sur le choix de destination  $d$ , d'intervalle du temps de départ  $h$  et d'itinéraires  $s$  à l'itération  $w$ , est définie par :

$$\tilde{v}_{khs}^w = \frac{\bar{v}_{khs}^w}{\bar{v}_o^w} \quad (3.57)$$

où  $\bar{v}_{khs}^w = \frac{1}{|\Omega_{khs}^w|} \sum_{m \in \Omega_{khs}^w} v_m^w(t)$ ,  $\forall k \in \{k | o(k) = o, \forall k \in K\}$  et  $\bar{v}_o^w = \frac{1}{|\Omega_o^w|} \sum_{m \in \Omega_o^w} v_m^w(t)$

Notons que  $v_m^w(t)$  désigne la valeur nette d'activités obtenue par l'utilisateur  $m$  partant de son point de départ à l'instant  $t$  à l'itération  $w$ , avec  $\Omega_{khs}^w$  l'ensemble d'utilisateurs de paire OD  $k$  qui ont choisi l'intervalle du temps de départ  $h$  et l'itinéraire  $s$  à l'itération  $w$ , et  $\Omega_o^w$  l'ensemble d'utilisateurs partant du point de départ  $o$  à l'itération  $w$ , et  $|\cdot|$  désigne le nombre d'éléments dans un ensemble.

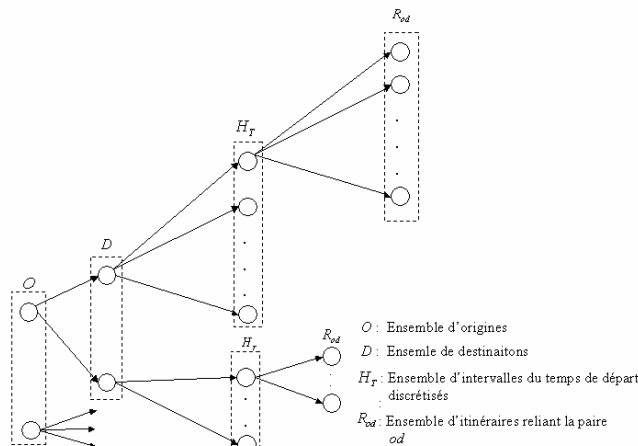


Fig. 3-39 L'arbre de choix de destination, d'intervalle du temps de départ et d'itinéraires

## 4.2. Etudes numériques

Nous avons testé l'approche du système dynamique dans le cas statique (l'exemple 3-5) et le cas dynamique (l'exemple 3-3). Pour le cas statique, il s'agit un réseau de 8 nœuds et 12 arcs avec 2 paires OD dont la fonction du coût est non linéaire. La demande pour chaque paire OD est donnée par 1000. L'évolution du coût sur les chemins reliant la paire OD (1,5), (1,8), (4,5), (4,8) est illustrée dans la Fig. 3-40a, 3-40b, 3-40c, et 3-40d, respectivement. Nous constatons que la vitesse de convergence de la méthode d'Entropie Relative est plus rapide que celle du système dynamique. Notons que pour les autres paires OD, les résultats vérifient la même conclusion.

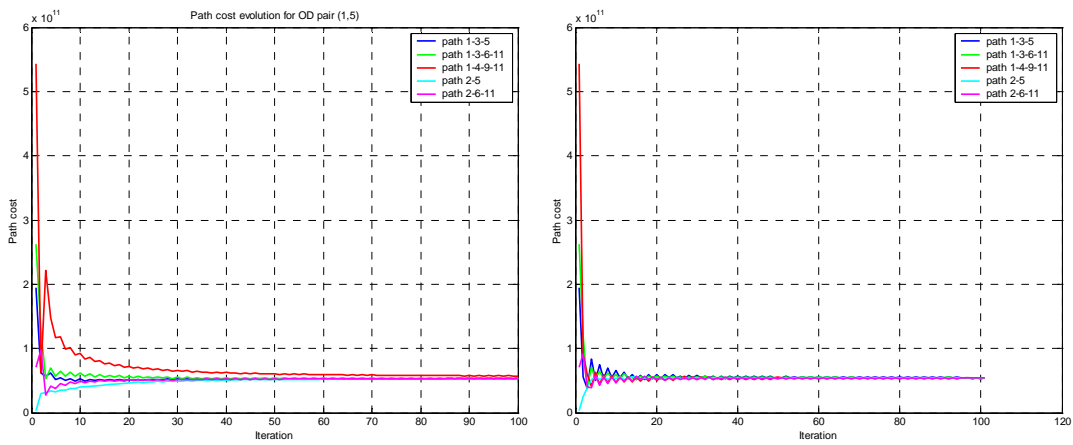


Fig. 3-40a Evolution du coût sur les chemins reliant la paire OD (1,5) obtenue par l'approche du système dynamique (à gauche) et celle basée sur la méthode d'Entropie Relative (à droite)

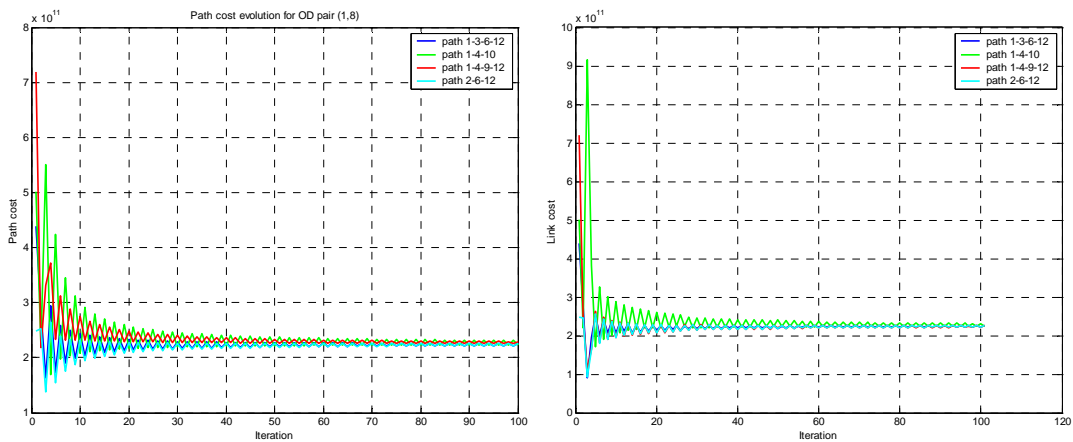


Fig. 3-40b Evolution du coût sur les chemins reliant la paire OD (1,8) obtenue par l'approche du système dynamique (à gauche) et celle basée sur la méthode d'Entropie Relative (à droite)

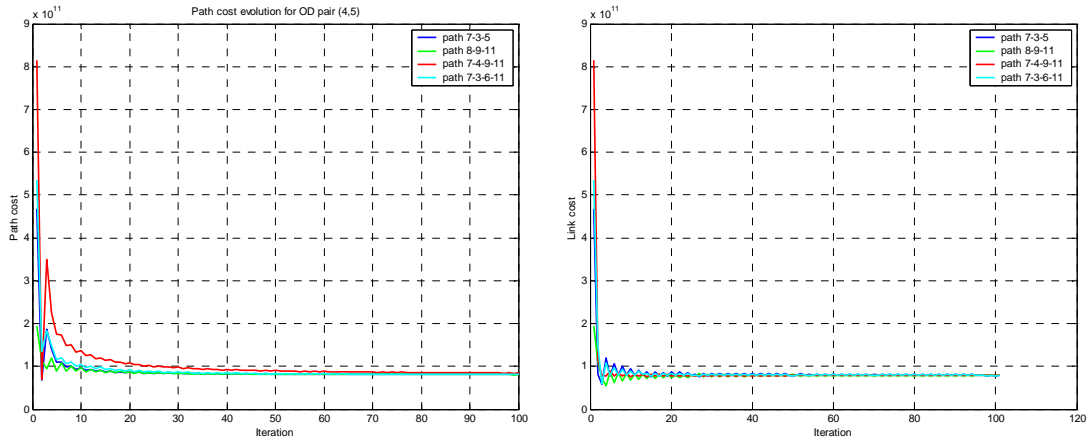


Fig. 3-40c Evolution du coût sur les chemins reliant la paire OD (4,5) obtenue par l'approche du système dynamique (à gauche) et celle basée sur la méthode d'Entropie Relative (à droite)

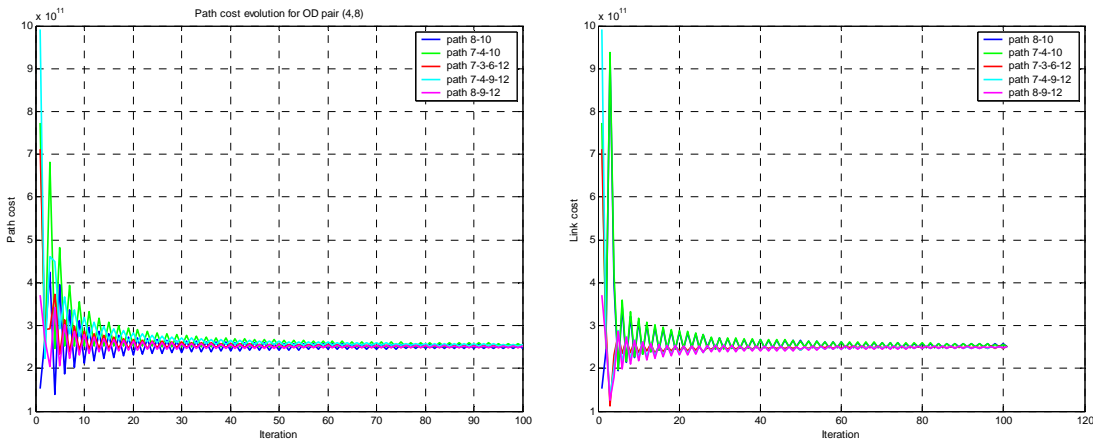


Fig. 3-40d Evolution du coût sur les chemins reliant la paire OD (4,8) obtenue par l'approche du système dynamique (à gauche) et celle basée sur la méthode d'Entropie Relative (à droite)

Une autre étude comparative de l'exemple 3-5 par le modèle Logit est illustrée dans les figures 3-40e, 3-40f et 3-40g. Le rapport de la probabilité de choix entre deux chemins  $i$  et  $j$  de la même OD à l'itération  $w+1$ s'écrit par :

$$\begin{cases} \frac{p_i^{w+1}}{p_j^{w+1}} = e^{-\mu(C_i^w - C_j^w)} \\ \sum_{i \in R_k} p_i^{w+1} = 1 \end{cases} \quad (3.58)$$

où  $\mu$  est le paramètre,  $R_k$  l'ensemble des chemins reliant la paire OD de  $k$  D'où

$$C_i + \frac{1}{\mu} \ln(p_i) = C_j + \frac{1}{\mu} \ln(p_j) \quad (3.59)$$

Le résultat numérique de la figure 3-40e montre que la valeur  $\mu$  influence la convergence de l'équation (3.59). Notons que les coûts sur les chemins sont normalisés par  $C_i / \max_{i \in R_k} \{C_i\}$ .

Dans la figure 3-40f, le coût normalisé du chemin plus un terme associé à la demande est

égal pour tous les chemins reliant la même paire OD. Cependant, dans la figure 3-40g, les coûts sur l'ensemble des chemins de la même paire OD ne sont pas identiques.

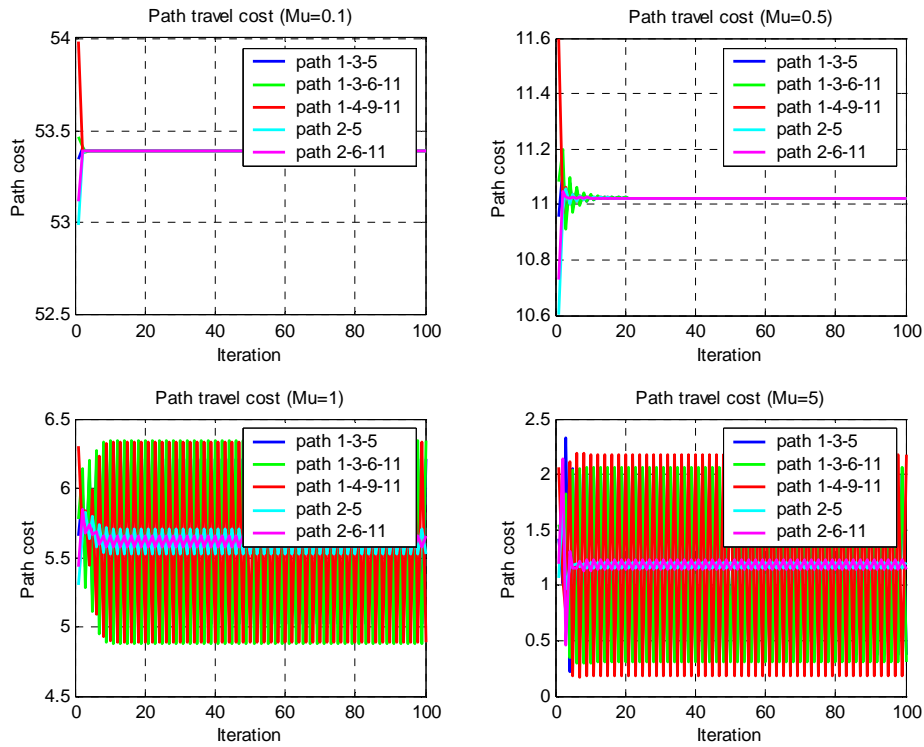


Fig. 3-40e Comparaison du coût normalisé sur les chemins avec différentes valeurs de  $\mu$  dans le modèle Logit

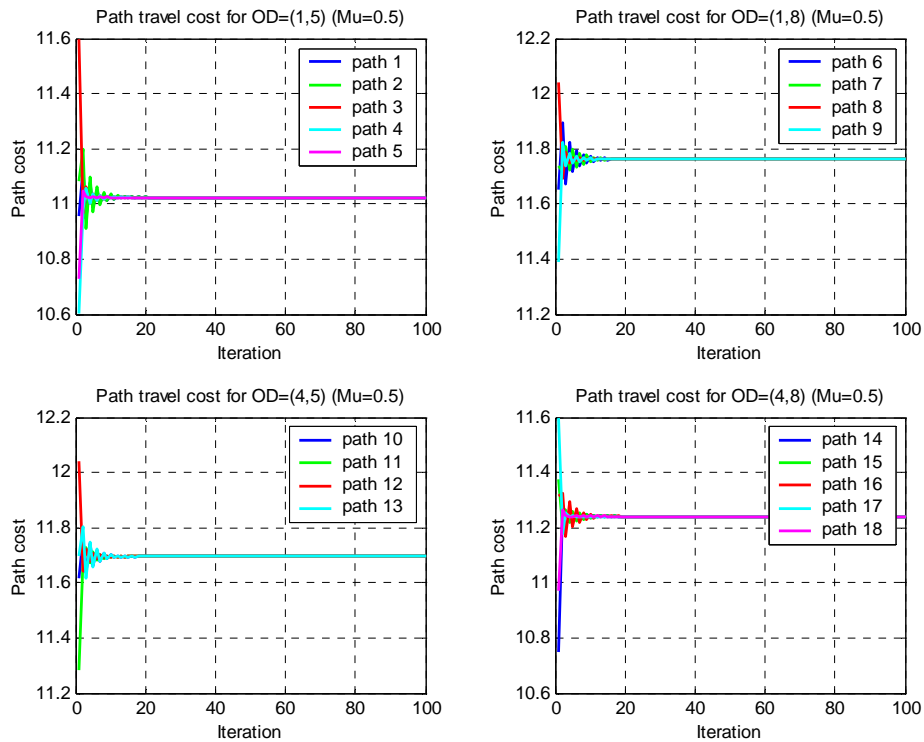


Fig. 3-40f Convergence du modèle Logit (l'équation 3.59)

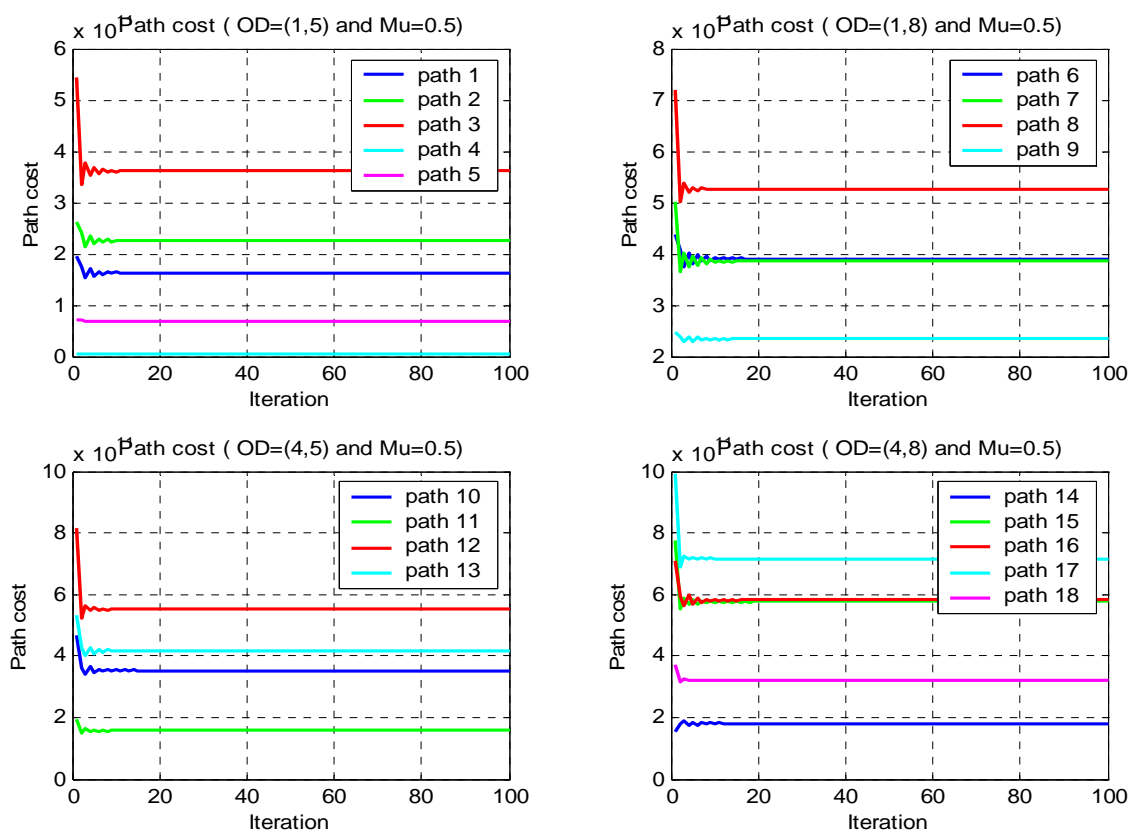


Fig. 3-40g Les coûts sur les chemins obtenus par le modèle Logit

Dans le cas dynamique, nous testons la méthode du système dynamique sur l'exemple 3-3. La valeur brute d'activités moyenne ( $m_a$ ) pour destination 5 et 8 égale à 11.4 et 12 euros/activité, respectivement. La demande à l'origine 1 et 5 est donnée par 1500. Dans la Fig. 3-41, la valeur nette d'activités totale des usagers se stabilise après 10 itérations. La répartition du choix de destination montre qu'à la dernière itération la plupart des usagers partant d'origine 1 ont choisi la destination 8 du fait que la valeur nette d'activités moyenne  $m_a$  à la destination 8 est meilleure que celle en destination 5. De plus, le plus court chemin pour la paire OD (1,8) est l'itinéraire 1-2-6-7-8 (noeuds passés, 8km), qui est moins long que la paire (4,8) (l'itinéraire 4-6-8, 11km). L'évolution des valeurs nettes d'activités dans la figure 3-42 montre que pour la même origine, la plupart des usagers obtiennent leur valeur nette d'activités maximale et les usagers partant du point d'origine 1 obtiennent des valeurs nettes d'activités meilleures que ceux partant du point d'origine 4. L'évolution de la répartition de la valeur nette d'activités moyenne sur l'intervalle du temps de départ est illustrée de la Fig. 3-45a à la Fig. 3-45d. Notons que les valeurs nettes d'activités moyennes sur les intervalles du temps de départs non utilisés sont données par 0 pour pour des raisons de représentation. A la dernière itération, les valeurs nettes d'activités moyennes sur tous les intervalles du temps de départs utilisés sont atteignent environ 10 euros. Cela vérifie la condition d'équilibre atteint par les usagers concernant le choix de la destination, de l'intervalle du temps de départ et de l'itinéraire.



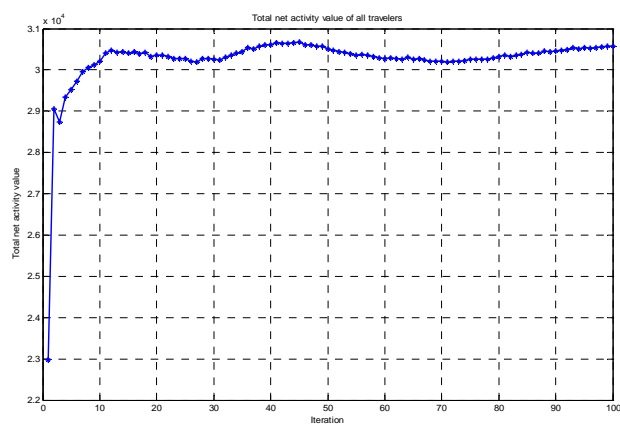


Fig. 3-41 L'évolution de la somme de la valeur nette d'activités obtenues par les usagers

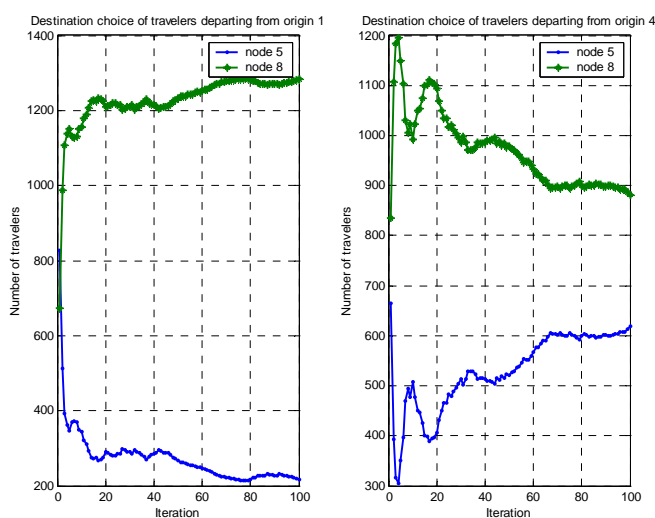


Fig. 3-42 L'évolution du choix de destination des usagers de l'origine 1 (à gauche) et 4 (à droite)

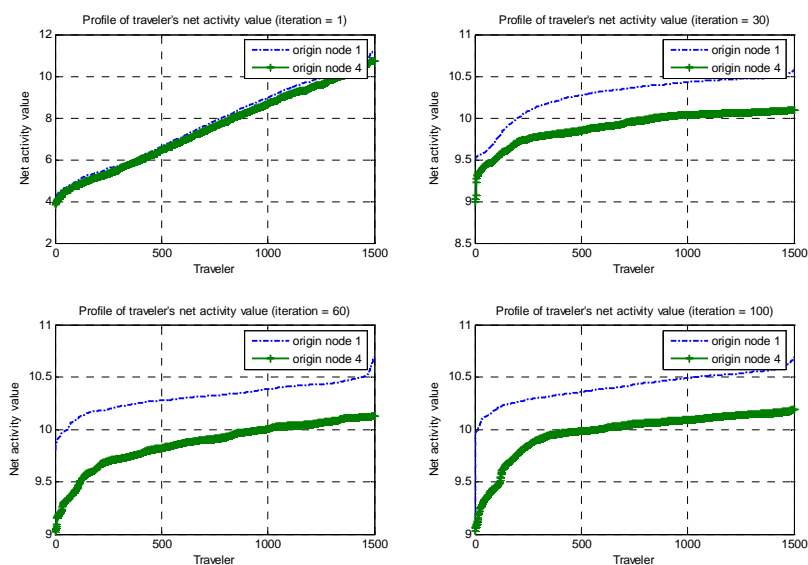


Fig. 3-43 L'évolution de valeurs nettes d'activités des usagers rangées par ordre croissant pour les origines

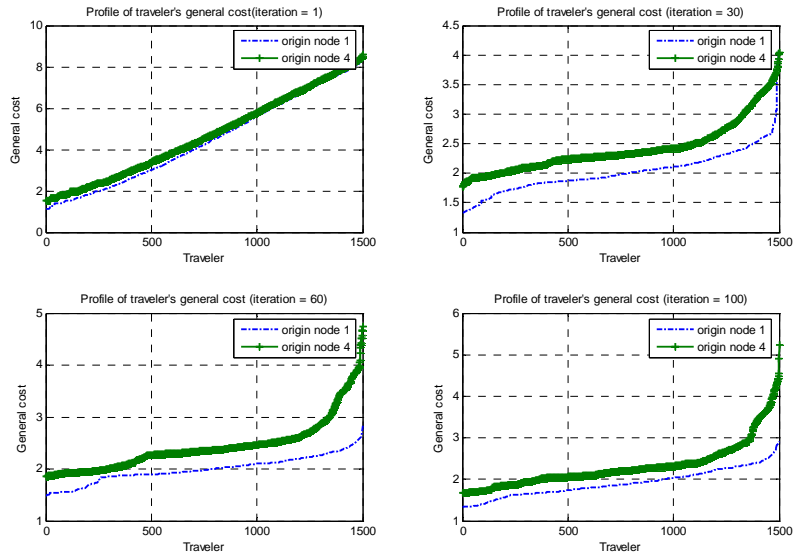


Fig. 3-44 L'évolution de coûts généralisés des usagers rangés par ordre croissant pour les origines

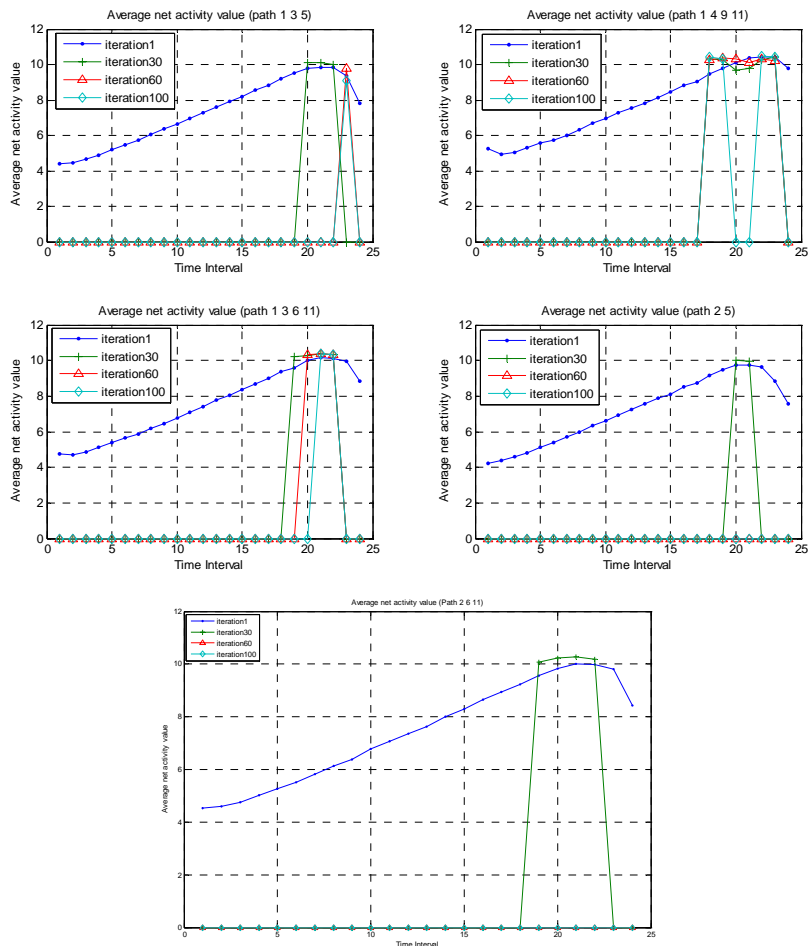


Fig. 3-45a L'évolution de la valeur nette moyenne d'activités sur les intervalles du temps de départ pour les chemins reliant la paire OD (1,5)

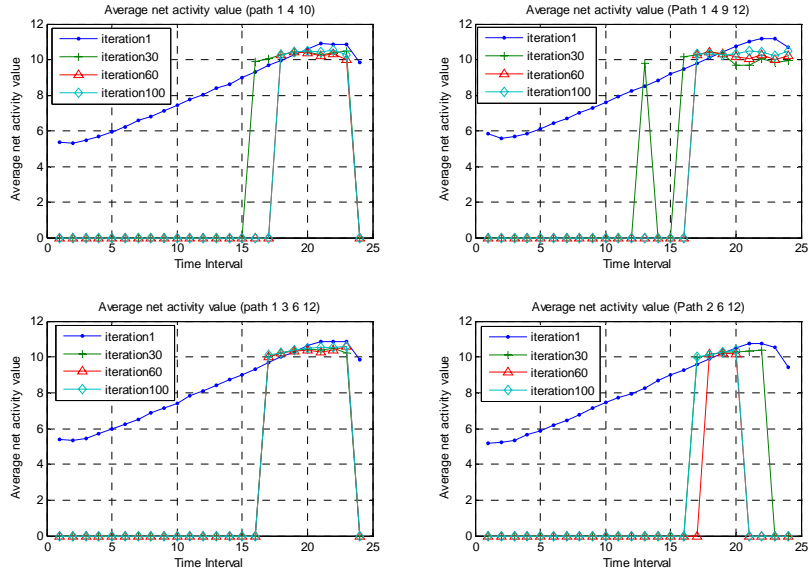


Fig. 3-45b L'évolution de la valeur nette moyenne d'activités sur les intervalles du temps de départ pour les chemins reliant la paire OD (1,8)

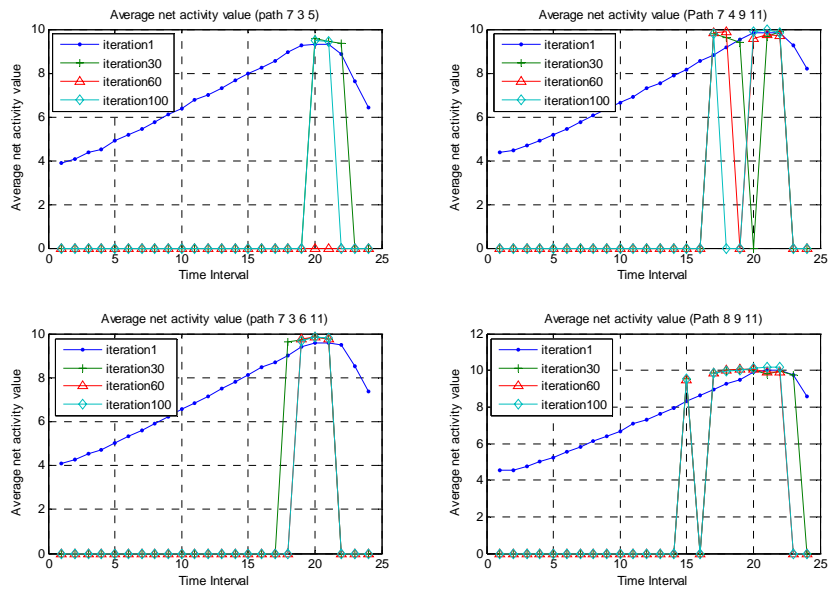


Fig. 3-45c L'évolution de la valeur nette moyenne d'activités sur les intervalles du temps de départ pour les chemins reliant la paire OD (4,5)

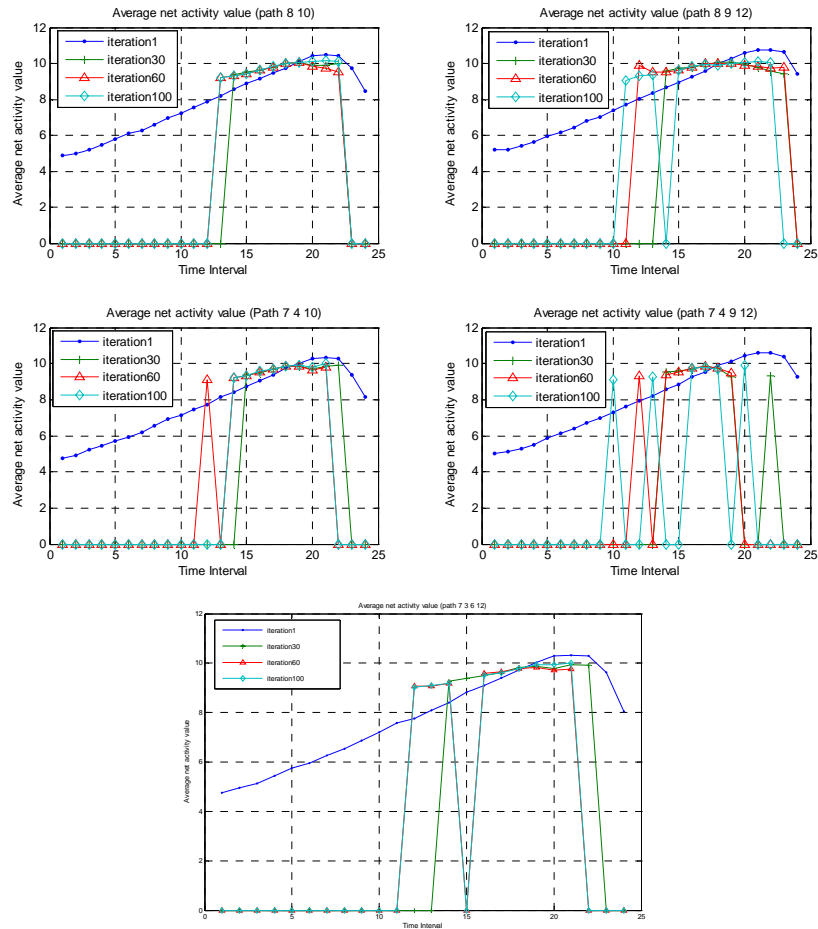


Fig. 3-45d L'évolution de la valeur nette moyenne d'activités sur les intervalles du temps de départ pour les chemins reliant la paire OD (4,8)

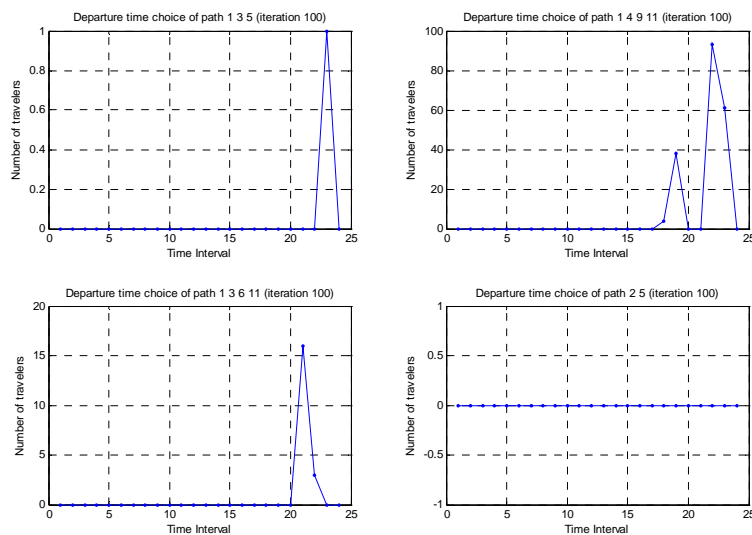


Fig. 3-46 La distribution du choix d'intervalle du temps de départ des usagers sur les chemins reliant la paire OD (1,5)

## 5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un modèle d'affectation dynamique basée sur les activités. Les usagers choisissent leur destination en fonction de la valeur brute d'activités obtenue et le coût de déplacement. Deux nouvelles méthodes de résolution ont été proposées : la méthode basée sur l'ACO et celle basée sur la méthode d'Entropie Relative. La première fournit une méthode de résolution heuristique du type SMA permettant de tester des stratégies d'approvisionnement d'informations entre les différentes composantes du système. La deuxième propose une méthode de résolution générale pour les problèmes d'affectation dynamique multimodale. Elle considère que l'équilibre vers lequel tendent les usagers est un événement rare et l'on peut passer d'un état d'équilibre à d'autres états d'équilibre avec différentes conditions initiales. Pour évaluer l'efficacité de cette méthode, nous l'avons comparée avec l'approche de système dynamique. Le résultat montre que la vitesse de convergence et la qualité des résultats de la méthode d'Entropie Relative est meilleure que l'approche du système dynamique.

# Chapitre 4

## Modèle macroscopique du trafic basé sur la discrétisation Lagrangienne

### 1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons étudier le modèle macroscopique du premier ordre en coordonnées Lagrangiennes et une méthode de résolution numérique basée sur le schéma de Godunov. La transformation de coordonnées Eulériennes en coordonnées Lagrangiennes permet de décrire la trajectoire de chaque véhicule dans le plan spatio-temporel conformément au modèle LWR (Lighthill et Whitham, 1955 ; Richards, 1956). L'objectif recherché est la résolution numérique en discrétisation Lagrangienne et la modélisation de la trajectoire des paquets de véhicules. De plus, le modèle LWR basé sur les coordonnées Lagrangiennes convient pour illustrer l'écoulement du trafic dans les systèmes de transport en commun. Dans un premier temps, nous allons décrire le modèle macroscopique du premier ordre et les propriétés principales du modèle en coordonnées Eulériennes. Par la suite, nous transformons l'équation de conservation en coordonnées Lagrangiennes. Pour résoudre numériquement le problème de Riemann, nous nous appuyerons sur le schéma de Godunov. Ce schéma permet de décrire les trajectoires des paquets de véhicules dans les nouvelles coordonnées. L'analyse porte sur les cas homogènes et hétérogènes des tronçons ainsi que les cas convergent et divergent des intersections. Nous terminerons ce chapitre par des études en simulation afin d'analyser le comportement du modèle.

### 2. Modèle macroscopique du trafic du premier ordre

Les modèles macroscopiques du trafic du premier ordre décrivent l'écoulement du trafic basé sur des propriétés de l'hydrodynamique des fluides (Lighthill et Whitham, 1955 ; Richards, 1956). La dynamique des fluides de trafic est dérivée de la loi de conservation. Considérons un tronçon de route homogène  $[x_1, x_2]$ , le nombre de véhicules dans ce tronçon à l'instant  $t$  est :

$$N(x_1, x_2, t) = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x, t) dx \quad (4.1)$$

Notons que  $\rho(x, t)$  représente la densité de véhicules au point  $x$  à l'instant  $t$ ,  $v(x, t)$  la vitesse, et  $q(x, t)$  le débit. La dynamique du flux de véhicules sur la section  $[x_1, x_2]$  entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \int_{x_1}^{x_2} \rho(x, t) dx = \rho(x_1, t)v(x_1, t) - \rho(x_2, t)v(x_2, t) \quad (4.2)$$

La loi de conservation du nombre de véhicules présentés dans le tronçon  $[x_1, x_2]$  s'écrit par:

$$\int_{x_1}^{x_2} \rho(x, t_2) dx = \underbrace{\int_{x_1}^{x_2} \rho(x, t_1) dx}_{(1)} + \underbrace{\int_{t_1}^{t_2} \rho(x_1, t) v(x_1, t) dx - \int_{t_1}^{t_2} \rho(x_2, t) v(x_2, t) dx}_{(2)} \quad (4.3)$$

Le terme de gauche représente le nombre de véhicules à l'instant  $t_2$ . A droite, le premier terme est le nombre de véhicules à l'instant  $t_1$ , et le deuxième terme représente le changement du nombre de véhicules dans l'intervalle  $[t_1, t_2]$ . En supposant que la vitesse et la densité sont les fonctions différentiables, nous pouvons obtenir le résultat suivant :

$$\int_{t_1}^{t_2} \int_{x_1}^{x_2} \{ \partial_t \rho(x, t) + \partial_x (\rho(x, t) v(x, t)) \} dx dt = 0 \quad (4.4)$$

i.e.

$$\partial_t \rho(x, t) + \partial_x (\rho(x, t) v(x, t)) = 0 \quad (4.5)$$

L'équation (4.5) correspond à une équation de conservation. Cette équation peut être résolue directement si la fonction de vitesse ne dépend que de la densité, i.e.  $v(x, t) = V_e(\rho(x, t))$ . A partir de cette hypothèse, nous obtenons le modèle de trafic LWR :

$$\begin{cases} \partial_t \rho + \partial_x q = 0 \\ q = \rho v \\ v = V_e(\rho, x) \end{cases} \quad (4.6)$$

L'équation (4.6) permet de décrire la relation entre le débit  $q(x, t)$ , la vitesse  $v(x, t)$  et la densité  $\rho(x, t)$ . L'explication graphique de cette relation par le diagramme fondamental donne les principales caractéristiques de l'écoulement du trafic (voir la figure 4-1). A partir de l'équation (4.6), l'état de trafic est divisé en deux régimes par la densité critique  $\rho_{cr}$  dont le débit correspondant est maximal :

- Régime fluide ( $\rho < \rho_{cr}$ ): lorsque la densité est inférieure à  $\rho_{cr}$ , l'augmentation de la densité augmente aussi le débit.
- Régime congestionné ( $\rho > \rho_{cr}$ ): lorsque la densité est supérieure à  $\rho_{cr}$ , l'augmentation de la densité va diminuer le débit. Le point  $\rho_{max}$  représente la densité maximale obtenue dans le cas où tous les véhicules sont arrêtés.

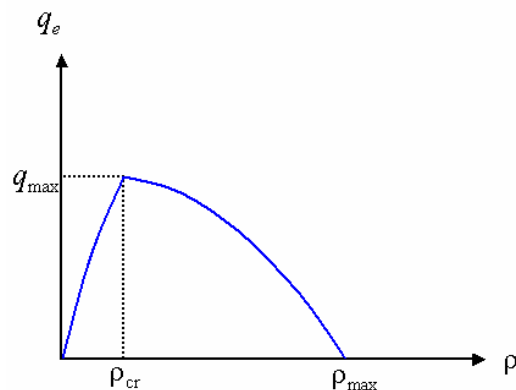


Fig.4-1 Le diagramme fondamental

Notons que le diagramme fondamental traduit les états d'équilibre de trafic. En revanche, lorsque l'on s'intéresse aux états hors d'équilibre, il faut avoir recours aux modèles macroscopiques du second ordre.

Comme nous avons l'expliqué précédemment, la vitesse est fonction de la densité dont la formule généralisée s'écrit par (Mammar, 2006):

$$q_e(\rho) = \rho V_{\max} \left[ 1 - \left( \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right)^\alpha \right]^\beta \quad (4.7)$$

où  $\alpha > 0$ ,  $\beta \geq 1$ . Le calibrage à partir des données réelles permet de représenter l'écoulement du trafic de manière satisfaisante.

L'équation (4.6) avec la condition initiale de  $\rho$  constante par morceaux discontinue au point  $x$  traduit le problème de Riemann. Il s'écrit :

$$\rho(x,0) = \begin{cases} \rho_l & \text{si } x < 0 \\ \rho_r & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

La résolution du problème Riemann dépend de la valeur initiale de  $\rho_l$  et  $\rho_r$ . Dans de cas simple, nous pouvons tracer l'ensemble des caractéristiques, lignes droites portant une densité constante, sur les deux parties séparées par  $x$  (voir Lebacque, 1996, pour une résolution complète). Dans les cas compliqués, la solution analytique du problème est difficile. La solution est d'utiliser des méthodes numériques pour approcher la solution exacte.

### La résolution numérique du modèle LWR

La résolution numérique du modèle LWR peut s'appuyer sur différents schémas numériques de discrétisation. Le schéma le plus utilisé est celui de Godunov (Godunov, 1959 ; Lebacque 1989, 1996). Le schéma de Godunov consiste à faire évoluer l'état de trafic moyen dans chaque cellule discrétisée  $\Delta x$  à chaque pas de temps  $\Delta t$ . Ce schéma est efficace pour résoudre le problème du modèle LWR puisqu'il évite l'oscillation générée par les schémas numériques de l'ordre deux (Chanut, 2005). A l'intérieur de chaque cellule  $\Delta x$  pour chaque pas de temps  $\Delta t$ , la densité est supposée homogène et constante. Pour ce faire, il faut vérifier la condition de stabilité de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) :

$$\left| \frac{\lambda \Delta t}{\Delta x} \right| \leq 1 \quad (4.9)$$

où  $\lambda$  est la valeur propre de la matrice jacobienne de l'équation de conservation. Ici ; il s'agit de la vitesse de propagation des informations. La condition de CFL vérifie que les ondes générées aux extrémités de chaque cellule n'interagissent pas pendant un pas de temps  $\Delta t$  :

$$V_{\max} \leq \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (4.10)$$

Le schéma de Godunov consiste à discrétiser l'espace et le temps à approximer la concentration par une fonction constante par morceaux et à résoudre les problèmes de Riemann à chaque extrémité de cellule. Les résolutions des problèmes de Riemann ne doivent pas interagir, d'où la condition de stabilité de CFL. L'équation de conservation par morceau est décrite par :



$$\rho_i^{t+1} = \rho_i^t + \frac{\Delta t}{\Delta x} (q_{i-1}^t - q_i^t) \quad (4.11)$$

où l'indice  $t$  représente l'instant  $t\Delta t$ ,  $q_i^t$  le débit sortant de cellule  $i$  dans l'intervalle de temps  $[t\Delta t, (t+1)\Delta t]$ ,  $\rho_i^t$  la concentration moyenne dans la cellule  $i$  à l'instant  $t\Delta t$ . Alors, l'équation (4.11) décrit que la densité de la cellule  $i$  à l'instant  $(t+1)\Delta t$  est fonction du débit entrant de la cellule  $i-1$  et du débit sortant de la cellule  $i$ . Ces débits sont constants à l'intervalle de temps  $[t\Delta t, (t+1)\Delta t]$  si la condition CFL est vérifiée (Fig. 4-2).

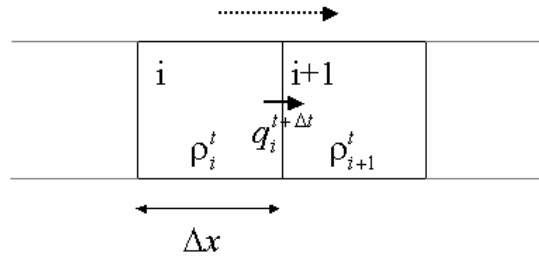


Fig. 4-2 La représentation du schéma de Godunov (d'après Mammar, 2006)

Il est clair que la résolution numérique du modèle LWR basée sur le schéma de Godunov consiste à calculer le débit entrant et sortant à la frontière de chaque cellule à chaque intervalle de temps  $\Delta t$ . Le débit traversant la frontière d'une cellule est déduit de la demande (le débit souhaitant sortir de la cellule  $i$ ), de l'offre (la capacité de réception dans la cellule  $i+1$ ). Proposées à l'origine par (Lebacque, 1996), la fonction de l'offre  $\Omega(\rho)$  et celle de la demande  $\Delta(\rho)$  s'écrivent :

$$\Omega(\rho) = \begin{cases} q_{\max} & \text{si } \rho \leq \rho_{cr} \\ q_e(\rho) & \text{si } \rho \geq \rho_{cr} \end{cases} \quad (4.12)$$

$$\Delta(\rho) = \begin{cases} q_e(\rho) & \text{si } \rho \leq \rho_{cr} \\ q_{\max}(\rho) & \text{si } \rho \geq \rho_{cr} \end{cases} \quad (4.13)$$

où  $q_e(\rho)$  est défini par la fonction de type (4.7).

A partir de la fonction de l'offre  $\Omega(\rho)$  et de la demande  $\Delta(\rho)$ , nous pouvons calculer le débit  $q_i^t$  pour l'équation (4.11) par :

$$q_i^t = \min[\Delta(\rho_i^t), \Omega(\rho_{i+1}^t)] \quad (4.14)$$

Cette formule traduit que le débit entrant de la cellule  $i$  à la cellule  $i+1$  est le minimum de la fonction de l'offre et de la demande.

Nous constatons que le modèle LWR décrit ci-dessus est basé sur les coordonnées Eulériennes qui permettent de décrire l'évolution de la densité macroscopique du trafic. Cependant, le mouvement individuel des véhicules ainsi que la dynamique de trafic hors équilibre ne sont pas pris en compte. Pour le premier défaut, des études récentes consistent à transformer les coordonnées Eulériennes du modèle LWR en coordonnées Lagrangiennes (Aw et al., 2000 ; Leclercq, 2007a, b). L'intérêt du modèle LWR en coordonnées

Langrangiennes réside sur le fait qu'il permet de décrire la trajectoire de chaque véhicule et de désagréger le modèle macroscopique en représentation microscopique. D'autres études concernent la modélisation macroscopique du second ordre (Lebacque, et al., 2007a, b) qui consiste à ajouter un terme d'accélération du flux qui est fonction de l'anticipation du comportement individuel des véhicules.

### 3. Le modèle LWR en coordonnées Lagrangiennes

La transformation du modèle LWR en coordonnées Lagrangiennes permet de représenter la trajectoire de chaque véhicule. En coordonnées Eulériennes, l'écoulement du trafic se présente dans le plan  $(x, t)$  permettant de décrire l'évolution de densité du trafic dans l'espace et le temps. En coordonnées Lagrangiennes, la trajectoire d'un véhicule est décrit sur le plan  $(N, t)$  où  $N$  désigne le nombre cumulé de véhicules qui sont passés en  $x$ . Cette transformation est présentée dans les travaux de (Courant et Friedrichs, 1948), (Van Aerde, 1994) et (Aw et al., 2000). Dans cette section, nous allons introduire le modèle LWR en coordonnées Lagrangiennes en insistant sur l'équation de conservation en coordonnées Lagrangiennes et le schéma de Godunov pour la résolution numérique.

#### 3.1 L'équation de conservation en coordonnées Lagrangiennes

En coordonnées Lagrangiennes, l'équation de conservation s'appuie sur deux coordonnées :  $N$  et  $T$ , où  $N$  désigne le nombre cumulé de véhicules qui sont passés en  $x$ , et  $T$  le temps, i.e.

$$\begin{cases} N(x, t) = \int_x^\infty \rho(\varepsilon, t) d\varepsilon \\ T = t \end{cases} \quad (4.15)$$

La dérivée partielle de  $N(x, t)$  en  $x$  et  $t$  s'écrit :

$$\begin{cases} \partial_x N(x, t) = -\rho(x, t) \\ \partial_t N(x, t) = q(x, t) \end{cases} \quad (4.16)$$

La dérivée partielle équivalente pour deux coordonnées s'écrit :

$$\begin{cases} \partial_x = -\rho \partial_N \\ \partial_t = \partial_T + q \partial_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \partial_N = -r \partial_x \\ \partial_T = \partial_t + r \partial_x \end{cases} \quad (4.17)$$

où  $r = \frac{1}{\rho}$  est la distance intervéhiculaire.

Alors, l'équation de conservation en coordonnées Lagrangiennes s'écrit :

$$\begin{aligned}
& \partial_t \rho + \partial_x (\rho v) = 0 \\
& \Rightarrow (\partial_T + q \partial_N) \rho - \rho \partial_N (\rho v) = 0 \\
& \Rightarrow \frac{\partial_T \rho}{\rho^2} + \frac{q}{\rho^2} \partial_N \rho - \frac{1}{\rho} \partial_N q = 0 \\
& \Rightarrow -\partial_T r - q \partial_N r - r \partial_N q = 0 \\
& \Rightarrow \partial_T r + \partial_N r q = 0
\end{aligned}$$

D'où

$$\partial_T r + \partial_N v = 0 \quad (4.18)$$

En coordonnées Lagrangiennes, la position du véhicule  $N$  à l'instant  $t$  est décrite par la fonction  $\varphi(N, t)$  :

$$x = \varphi(N, t) \Leftrightarrow N = \int_x^{\infty} \rho(x, t) dt \quad (4.19)$$

Notons que la dérivée de  $N$  par rapport à  $t$  s'écrit par :

$$\begin{aligned}
& dN = -\rho dx + q dt \\
& \Rightarrow \frac{dN}{dt} = -\rho \frac{dx}{dt} + q \\
& \Rightarrow \frac{dx}{dt} = v - r \frac{dN}{dT}
\end{aligned} \quad (4.20)$$

Avec  $dx = \varphi_x dN + \varphi_t dt$ , on obtient :

$$\begin{cases} \varphi_x = -r \\ \varphi_t = v \end{cases} \quad (4.21)$$

En introduisant la fonction de vitesse  $v = V_e(r, \varphi(N, t))$ , avec  $r = \frac{1}{\rho}$ , nous obtenons le modèle LWR en coordonnées Lagrangiennes :

$$\begin{cases} \partial_T r + \partial_N v = 0 \\ v = V_e(r, \varphi(N, t)) \end{cases} \quad (4.22)$$

Cette équation hyperbolique non linéaire est équivalente à l'équation (4.6).

Pour vérifier ondes de choc dans la nouvelle coordonnée, i.e.  $(x, t) \Rightarrow (N, T)$ , il nous faut calculer  $dx/dt$  pour la coordonnée  $(N, T)$  le long d'une onde de choc séparant d'un état de trafic [U] d'un état de trafic [D] (voir la figure 4-3). En utilisant l'équation (4.20), la vitesse de l'onde de choc s'écrit :

$$\frac{dx}{dt} = v_U - r_U \frac{dN}{dT} = v_D - r_D \frac{dN}{dT} \quad (4.23)$$

d'où la vitesse d'une onde de choc :

$$w = \frac{dN}{dT} = \frac{v_D - v_U}{r_D - r_U} = \frac{[v]}{[r]} \quad (4.24)$$

En effet, on peut traduire la même onde choc par l'équation (4.20), i.e.

$$\frac{dN}{dT} = q_U - \rho_U \frac{dx}{dt} = q_D - \rho_D \frac{dx}{dt} \quad (4.25)$$

D'où la vitesse d'une onde de choc :

$$w = \frac{[q]}{[\rho]} \quad (4.26)$$

Par conséquent, les ondes de choc restent inchangées quelles que soient les coordonnées manipulées pour formuler le modèle LWR. Donc les représentations Eulérienne (4-6) et Lagrangienne (4-22) sont équivalentes.

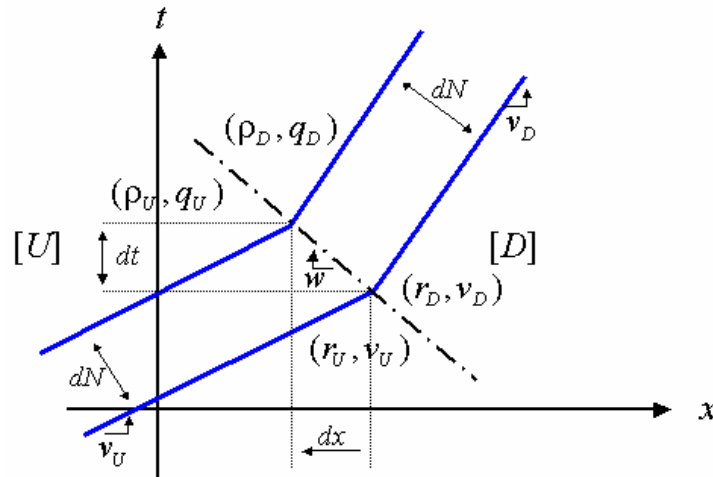


Fig. 4-3 Le schéma de l'onde choc en coordonnées Lagrangiennes

### 3.2 Modèle de LWR basé sur les paquets

La représentation graphique en coordonnées Lagrangiennes sur le plan  $(N, t)$  est illustrée dans la figure (4-4). Notons que  $x_i^t$  peut représenter la trajectoire d'un véhicule ou d'un paquet de véhicules (Aw, et al., 2000). Soit  $\Delta N_i$  le nombre de véhicules présentés entre  $x_i^t$  et  $x_{i-1}^t$ , dans le cas  $\Delta N = 1$ , la distance entre deux trajectoires consécutives représente la distance intervéhiculaire. En revanche, si chacun  $(i)$  représente un paquet de véhicules,  $x_{i-1}^t - x_i^t$  représente l'extension du paquet  $(i)$  et  $x_{i-1}^t$  la limite entre le paquet  $(i)$  et le paquet  $(i-1)$ .

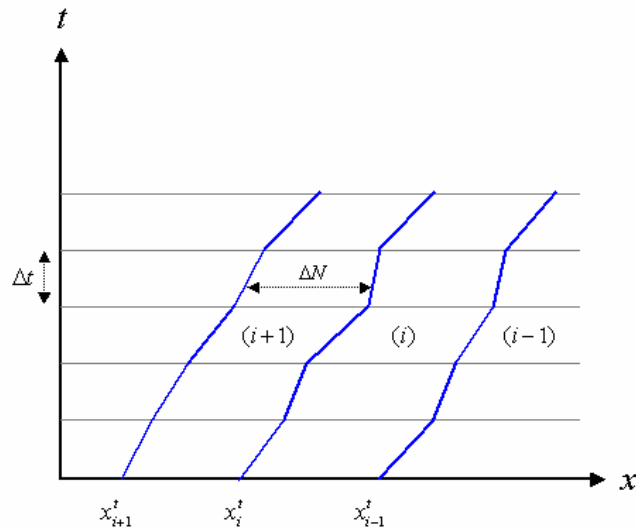


Fig. 4-4 La représentation des trajectoires de véhicules en coordonnées Lagrangiennes

Comme vu précédemment, la résolution numérique du problème de Riemann pour le système hyperbolique (4.22) peut s'appuyer sur le schéma de Godunov. En coordonnées Lagrangiennes, la discrétisation n'est plus  $\Delta x$  mais  $\Delta N$ , la taille du paquet de véhicules. Le temps est discrétisé en pas de temps  $\Delta t$ . A l'intérieur d'un paquet, on suppose que la distance moyenne intervéhiculaire  $r_i^t$  est constante pour un pas de temps  $\Delta t$ , et est définie par :

$$r_i^t = \frac{x_{i-1}^t - x_i^t}{\Delta N_i} \quad (4.27)$$

où  $x_i^t$  est la limite amont du paquet  $i$  à l'instant  $t\Delta t$ ,  $\Delta N_i$  le nombre de véhicules dans le paquet  $i$  supposé constant pour l'ensemble de paquets. Le schéma de discrétisation Lagrangienne basée sur les paquets de véhicules est illustré dans la Fig. 4-5. La vitesse du paquet  $i$  à l'instant  $t\Delta t$  est fonction de  $r_i^t$ .

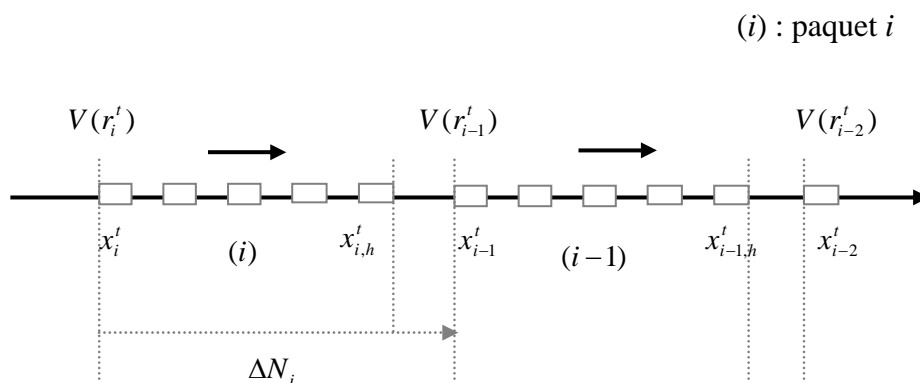


Fig. 4-5 La discrétisation Lagrangienne basée sur les paquets de véhicules

La résolution du problème de Riemann du système de l'équation (4.22) consiste à calculer  $r_i^t$  à chaque pas de temps. La dérivée de  $N$  en  $x$ ,  $\partial_x N = -\rho$  traduit que la variation de  $N$  est au sens inverse de  $x$ . La connaissance de la vitesse du paquet  $i$  et  $i-1$  (le paquet devant  $i$ )

permet de calculer  $r_i^{t+1}$ . Si la condition de stabilité CFL est vérifiée, le schéma de Godunov en discrétisation Lagrangienne s'écrit :

$$r_i^{t+1} = r_i^t + \frac{\Delta t}{\Delta N_i} (V(r_{i-1}^t) - V(r_i^t)) \quad (4.28)$$

où  $V(r_i^t)$  représente la vitesse du paquet  $i$  entre l'intervalle de temps  $[t\Delta t, (t+1)\Delta t]$ . Cette équation traduit le fait que lorsque la vitesse du paquet  $i-1$  est supérieure à celle de  $i$ , la distance intervéhiculaire du paquet  $i$  va augmenter. Dans l'équation (4.28), la vitesse est fonction de  $r$ . En introduisant le diagramme fondamental, le concept d'offre et de demande (voir la figure 4-6), l'équation (4.28) peut être écrite plus précisément par :

$$r_i^{t+1} = r_i^t + \frac{\Delta t}{\Delta N_i} \left( \min \{ V_{i,\max}, V(r_{i-1}^t) \} - \min \{ V_{i+1,\max}, V(r_i^t) \} \right) \quad (4.29)$$

où  $V_{i,\max}$  est la vitesse maximale moyenne à l'endroit occupé par le paquet  $i$ ,  $\frac{x_i^t + x_{i-1}^t}{2}$ .

En effet la figure (4-7) montre que pour (4.22) l'offre est la vitesse maximale et la demande et la fonction  $V(r)$ .

On remplace  $r_i^t$  par  $\frac{x_{i-1}^t - x_i^t}{\Delta N_i}$  dans l'équation (4.28) :

$$\frac{x_{i-1}^{t+1} - x_i^{t+1}}{\Delta N_i} = \frac{x_{i-1}^t - x_i^t}{\Delta N_i} + \frac{\Delta t}{\Delta N_i} (V(r_{i-1}^t) - V(r_i^t)) \quad (4.30)$$

On obtient :

$$x_i^{t+1} = x_i^t + \Delta t v_i^t \quad (4.31)$$

avec

$$v_i^t = \min \left\{ V \left( \underbrace{\frac{\Delta N_i}{x_{i-1}^t - x_i^t}}_{(1)}, \underbrace{\frac{x_{i-1}^t + x_i^t}{2}}_{(2)} \right), V_{\max} \left( \underbrace{\frac{x_i^t + x_{i+1}^t}{2}}_{(3)} \right) \right\} \quad (4.32)$$

où (1) représente la densité du paquet  $i$ , (2) la position moyenne du paquet  $i$ , (3) la position moyenne du paquet  $(i+1)$ .

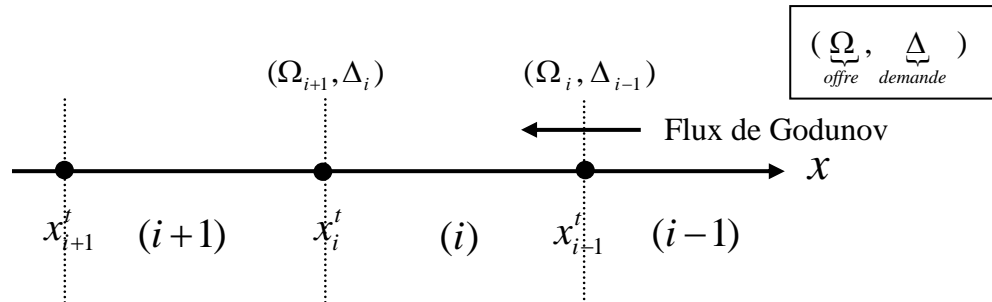


Fig. 4-6 Le schéma de l'offre  $\Omega$  et de la demande  $\Delta$

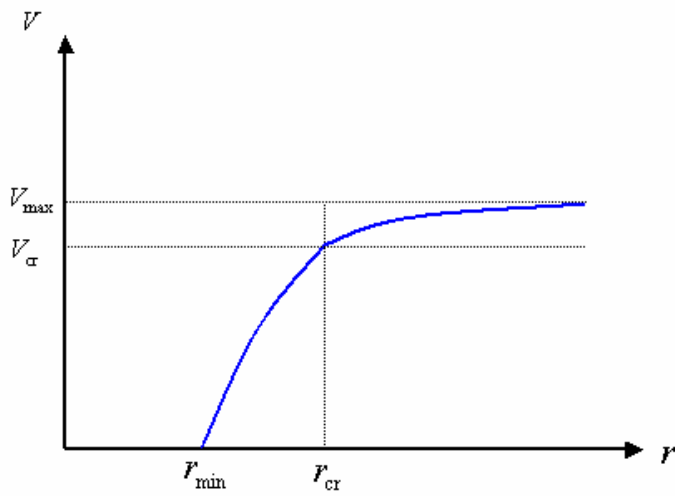


Fig. 4-7 La relation de vitesse-distance intervéhiculaire

### 3.3. La condition CFL

La condition CFL vérifie qu'il n'y a pas d'onde de choc qui se génère au sein d'un paquet. Ainsi, la relation entre  $x_i^t$  et  $x_{i-1}^t$  doit vérifier :

$$r_{\min} \leq \frac{x_{i-1}^t - x_i^t}{\Delta N_i}, \forall t \quad (4.33)$$

où  $r_{\min}$  représente la longueur moyenne des véhicules.

En utilisant l'équation (4.31), on obtient :

$$\begin{aligned} r_i^t - r_{\min} &\geq \Delta t V \left( \frac{1}{r_i^t} \right) \\ \Rightarrow 1 - \frac{r_{\min}}{r_i^t} &\geq \Delta t q \left( \frac{1}{r_i^t} \right) \end{aligned}$$

d'où

$$\Delta t \leq \min_{r \geq r_{\min}} \frac{1 - \frac{r_{\min}}{r}}{q(1/r)} \quad (4.34)$$

ou

$$\Delta t \leq \min_{\rho \leq \rho_{\max}} \frac{1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}}{q(\rho)} \quad (4.35)$$

### 3.4 Modélisation de l'intersection

Dans cette section, nous allons étudier le modèle d'intersection basé sur la discrétisation Lagrangienne. Comme la modélisation d'une intersection est délicate, nous distinguons le modèle de divergent et celui de convergent.

#### 3.4.1 Modèle du divergent

Considérons une intersection représentée dans la figure 4-8. Pour modéliser l'écoulement du paquet à l'intersection, nous distinguons deux situations : le cas sortant d'un tronçon et celui entrant d'un tronçon. Pour ce faire, nous définissons  $\xi$  et  $\eta$ , le point d'intersection pour le cas sortant d'un tronçon en amont de l'intersection  $[U]$ , et celui entrant d'un tronçon en aval de l'intersection  $[D]$ .

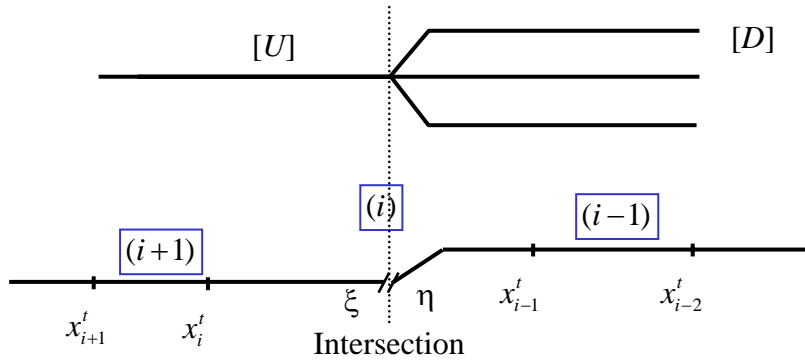


Fig. 4-8 Le schéma d'intersection basé sur les paquets

##### 3.4.1.1 Le cas d'entrée d'un tronçon $[D]$

Comme nous l'avons expliqué dans l'équation (4.32), le calcul de  $x_i^{t+1}$  dépend de la vitesse moyenne au point  $\frac{x_i^t + x_{i-1}^t}{2}$  (demande) et la vitesse maximale au point  $\frac{x_i^t + x_{i+1}^t}{2}$  (offre) à l'instant  $t\Delta t$ . Lorsqu'un paquet arrive à une intersection (voir la figure 4-9), i.e.  $x_i^t < \xi$ , deux situations sont alors observables pour l'état du trafic :

- Régime fluide ([D] fluide):  $r_{i-1}^{t+1} > r_{cr}$

Lorsque le paquet  $i-1$  existe, le point  $x_i^{t+1}$  du paquet  $i$  entre sur le tronçon  $[D]$  si

$$\frac{x_{i-1}^{t+1} - x_i^{t+1}}{\Delta N_i} = r_i^t = r_{cr} \leq \frac{x_{i-1}^{t+1} - \xi}{\Delta N_i}$$

- Régime congestionné ([D] congestionné) :  $r_{i-1}^{t+1} \leq r_{cr}$

Lorsque le régime sur le tronçon  $[D]$  est congestionné, l'offre est réduite. La distance intervéhiculaire au sein du paquet  $i$   $r_i^{t+1}$  est égale à  $r_{i-1}^{t+1}$ . Le point  $x_i^{t+1}$  entre sur  $[D]$ , si



$$\frac{x_{i-1}^{t+1} - x_i^{t+1}}{\Delta N_i} = r_i^t = r_{i-1}^t \leq \frac{x_{i-1}^{t+1} - \xi}{\Delta N_i}$$

Si  $x_i^{t+1}$  ne peut pas entrer dans le tronçon  $[D]$ , il reste à la même position, i.e.  $x_i^{t+1} = x_i^t$ .

Pour résumer :

$$\left| \begin{array}{l} r_i^{t+1} = \min(r_{i-1}^{t+1}, r_{cr}) \\ x_i^{t+1} \text{ entre dans } [D] \text{ si } r_i^{t+1} \leq \frac{x_{i-1}^{t+1} - \xi}{\Delta N_i} \end{array} \right. \quad (4.36)$$

sous l'hypothèse :  $x_i^t < \xi \leq x_{i-1}^t$

La position le paquet  $i$  à  $t+1$  est calculée  $x_i^{t+1} = \min\{x_{i-1}^{t+1} - \Delta N_i r_i^{t+1}, x_i^t + \Delta t v_i^t\}$

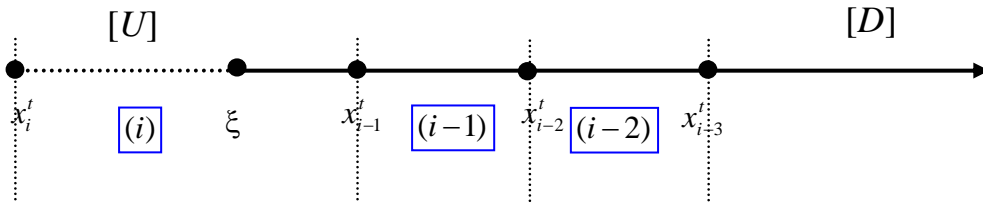


Fig. 4-9 Le schéma d'entrée d'une intersection

### 3.4.1.2 Le cas de sortie d'un tronçon $[U]$

Rappelons que la position de paquet  $i$   $x_i^t$  est calculée par l'équation (4.31) et (4.32), i.e.

$$\left| \begin{array}{l} x_i^{t+1} = x_i^t + \Delta t v_i^t \\ v_i^t = \min \left\{ V \left( \frac{\Delta N_i}{x_{i-1}^t - x_i^t}, \frac{x_{i-1}^t + x_i^t}{2} \right), V_{\max} \left( \frac{x_i^t + x_{i+1}^t}{2} \right) \right\} \end{array} \right. \quad (4.37)$$

La vitesse  $v_i^t$  dépend de l'offre  $V_{\max}$  au point  $s = \frac{x_i^t + x_{i+1}^t}{2}$ . Lorsque  $s$  passe le point de l'intersection  $\eta$ , la vitesse maximale est spécifiée en fonction de l'offre en aval (Voir la figure 4-10).

En résumé,

$$V_{\max} = \begin{cases} V_{\max} \left( \frac{x_i^t + x_{i+1}^t}{2} \right) & \text{si } \frac{x_i^t + x_{i+1}^t}{2} < \eta \\ V_{\max}(\eta) & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.38)$$

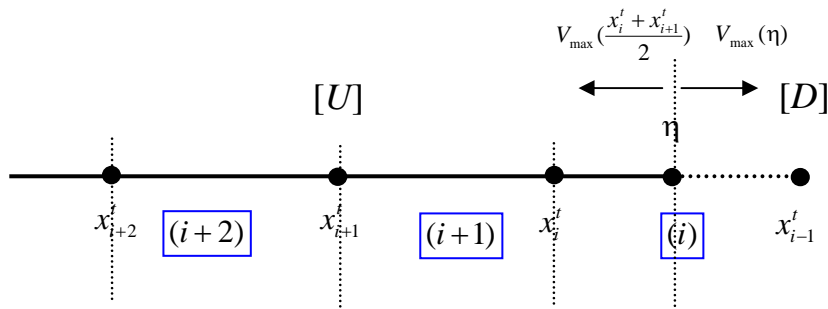


Fig. 4-10 Le schéma de sortie d'une intersection

### 3.4.2 Modèle du convergent

Le modèle convergent consiste à modéliser la propagation du flux dans le cas où plusieurs tronçons se croisent à un noeud. Nous considérons une intersection comme une zone tampon, qui stocke temporairement des paquets de véhicules avec une capacité fixe de stockage (voir la figure 4-11a). Lorsqu'un paquet arrive à une intersection, le temps nécessaire pour traverser une intersection dépend de la demande totale en amont et de l'offre totale en aval. Les paquets reçus à l'intersection peuvent traverser l'intersection directement si l'offre est supérieure à la demande. En revanche, si la demande est supérieure à l'offre, les paquets sont stockés et attendent leur sortie en fonction du principe FIFO.

La représentation du modèle de convergent est illustrée à la figure 4-11a. Si nous considérons une intersection composée de deux tronçons entrant en amont et un tronçon sortant en aval, la position d'entrée de la zone d'intersection est notée  $L_{I,z}^-$  où  $I$  désigne le tronçon entrant. Le paquet devant l'intersection  $z$  est noté  $p$ . Sa position correspondant à l'instant  $t\Delta t$  est notée  $x_{p,z}^t$ . Le calcul de la position du paquet  $p$  se décompose en deux étapes : (1) l'étape entrant d'une intersection et (2) l'étape sortant d'une intersection. Dans le cas sortant de l'intersection, nous appliquons le modèle divergent décrit dans la section précédente. Dans le cas entrant de l'intersection, la position de paquet  $p$  dépend du calcul des trois étapes suivantes : (1) le calcul de l'offre pour chaque tronçon entrant de l'intersection, (2) le calcul du nombre de véhicules entrant dans l'intersection et la position du paquet  $p$ , et (3) le calcul de la capacité résiduelle de l'intersection.

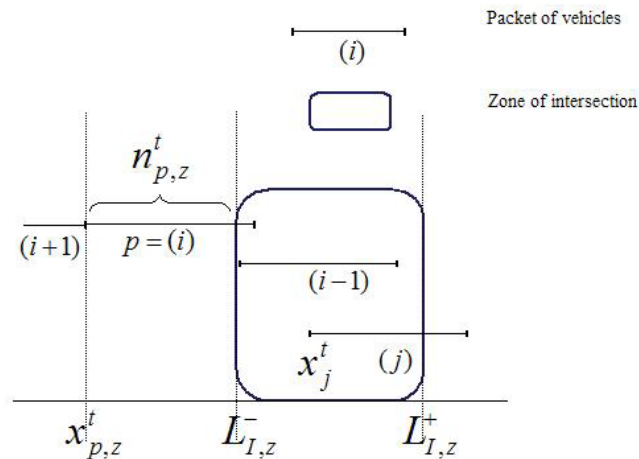


Fig. 4-11a Le schéma du modèle de convergent

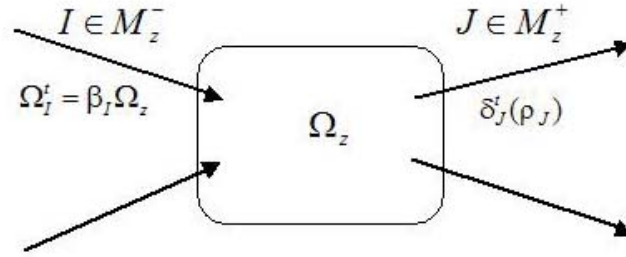


Fig. 4-11b Le principe du modèle de convergent

**Etape 1 : Calcul de l'offre pour chaque tronçon entrant**

Nous définissons la fonction de l'offre totale d'intersection  $\Omega_z$  par :

$$\Omega_z(N_z^t) = \begin{cases} q_{\max,z} & \text{si } N_z^t \leq N_{z,cr} \\ q_e(N_z^t) & \text{sinon} \end{cases} \quad (4.39)$$

avec la contrainte de capacité de stockage de l'intersection  $z$ .  $0 \leq N_z^t \leq N_{z,\max}$  (voir la figure 4-12).

où

$N_z^t$  : le nombre de véhicules à l'intersection  $z$  à l'instant  $t\Delta t$

$q_{\max,z}$  : le débit maximal de la zone d'intersection  $z$

$N_{z,\max}$  : la capacité de stockage de la zone d'intersection  $z$

$N_{z,cr}$  : le nombre critique de véhicules dans l'intersection  $z$

L'offre pour le tronçon entrant  $I$  à l'instant  $t\Delta t$ ,  $\Omega_I^t$ , est définie par :

$$\Omega_I^t = \beta_I \Omega_z(N_z^t) \quad (4.40)$$

$$\sum_{I \in M_z^-} \beta_I = 1 \quad (4.41)$$

où

$\beta_I$  : le coefficient directionnel qui est proportionnel au nombre de voies du tronçon entrant  $I$

$M_z^-$  : l'ensemble des tronçons entrant dans la zone d'intersection

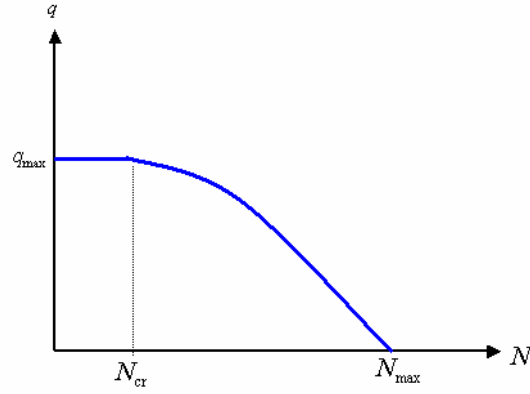


Fig. 4-12 Diagramme d'offre d'intersection

**Étape 2 : Calcul du nombre de véhicules entrant dans l'intersection (Voir la figure 4-11a)**

Le nombre de véhicules entrant dans l'intersection dépend du minimum de l'offre et de la demande. Le principe de calcul distingue deux situations :

Cas 1 :  $n_{p,z}^t \geq \Omega_I^t \Delta t$  (la demande d'entrée est supérieure à l'offre)

La demande d'entrée du paquet  $p$  à l'instant  $t\Delta t$ , noté  $n_{p,z}^t$ , est définie comme le nombre de véhicules situé devant l'entrée de l'intersection  $z$ . Lorsque la demande d'entrée dans un pas de temps  $\Delta t$  est supérieure à son offre, le nombre de véhicules à l'instant  $(t+1)\Delta t$  est calculé par :

$$n_{p,z}^{t+1} = n_{p,z}^t - \Omega_I^t \Delta t \quad (4.42)$$

La position du paquet  $p$  à l'instant  $(t+1)\Delta t$  est proportionnelle à la longueur  $L_{I,z}^- - x_{p,z}^t$ , i.e.

$$\begin{aligned} \frac{L_{I,z}^- - x_{p,z}^{t+1}}{L_{I,z}^- - x_{p,z}^t} &= \frac{n_{p,z}^{t+1}}{n_{p,z}^t} \\ \Rightarrow x_{p,z}^{t+1} &= L_{I,z}^- - (L_{I,z}^- - x_{p,z}^t) \frac{n_{p,z}^{t+1}}{n_{p,z}^t} \end{aligned} \quad (4.43)$$

avec  $I$  le tronçon où le paquet  $p$  se trouve.

Cas 2 :  $n_{p,z}^t < \Omega_I^t \Delta t$  (la demande d'entrée est inférieure à l'offre)

Dans ce cas, la demande d'entrée peut entrer totalement dans l'intersection durant un pas de temps. Comme le nombre de véhicules pouvant entrer dans l'intersection est supérieur à  $n_{p,z}^t$ , des véhicules du paquet  $(p+1)$  peuvent également avancer dans l'intersection dans un pas de temps. Alors, le nombre de véhicules du paquet  $(p+1)$  à  $t\Delta t$  est calculé par :

$$n_{p+1,z}^t = N_i - (\Omega_I^t \Delta t - n_{p,z}^t) \quad (4.44)$$

L'indice du paquet devant l'intersection est modifié par  $p := p + 1$ .

### Etape 3 : Calcul de la capacité résiduelle de l'intersection

Comme des véhicules sont entrés ou sortis de l'intersection, le nombre de véhicules dans l'intersection  $z$  à l'instant  $(t + 1)\Delta t$  est modifié par le nombre total de véhicules entrants et ceux sortants, i.e :

$$N_z^{t+1} = N_z^t + \sum_{I \in M_z^-} \Xi_I^t - \sum_{J \in M_z^+} \Psi_J^t \quad (4.45)$$

où

$\Xi_I^t$  : le nombre de véhicules du tronçon  $I$  entrant dans l'intersection  $z$  dans l'intervalle de temps  $[t\Delta t, (t + 1)\Delta t]$ . Cette quantité est calculée par l'étape 2.

$\Psi_J^t$  : le nombre de véhicules du tronçon  $J$  sortant de l'intersection  $z$  dans l'intervalle de temps  $[t\Delta t, (t + 1)\Delta t]$ . Cette quantité est calculée en appliquant le modèle de divergent.

$M_z^- / M_z^+$  : l'ensemble des tronçons entrants/sortants de l'intersection  $z$

Notons que nous pouvons adapter la formule alternative qui consiste à évaluer la vitesse du paquet  $p$  en fonction de la distance intervéhiculaire local dans la section  $[x_{p,z}^t, L_{I,z}^-]$ , i.e.

$$v_{p,z}^t = V \left( \frac{L_{I,z}^- - x_{p,z}^t}{n_{p,z}^t} \right) \quad (4.46)$$

Le nombre de véhicules entrants et sortants de l'intersection peut être calculé à partir des mêmes étapes de calcul.

## 4. Etudes numériques

Dans cette section, nous allons étudier différents exemples numériques pour le cas homogène et hétérogène d'une intersection pour le modèle de divergent. La fonction de vitesse est définie par le diagramme fondamental décrit par :

$$q_e(\rho) = V_{\max} \rho_{\text{cr}} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}} \right)^\gamma \quad (4.47)$$

En appliquant la condition de stabilité de CFL définie par l'équation (4.35), on a

$$\Delta t \leq \min_{\rho \leq \rho_{\max}} \frac{1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}}{q_e(\rho)} = \min_{\rho \leq \rho_{\max}} \frac{1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}}{V_{\max} \rho_{\text{cr}} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{\max}}\right)^\gamma}$$

$$\Rightarrow \Delta t \leq \min_{\alpha \in [0,1]} \frac{1}{V_{\max} \rho_{\max} (\alpha(1-\alpha)^{\gamma-1})}, \text{ avec } \alpha = \frac{\rho}{\rho_{\max}}$$

$$\Rightarrow \Delta t \leq \frac{1}{V_{\max} \rho_{\max}} \frac{\gamma}{\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right)^{\gamma-1}}$$

d'où

$$\Delta t \leq \frac{1}{V_{\max} \rho_{\max}} \frac{\gamma^\gamma}{(\gamma-1)^{\gamma-1}} \quad (4.48)$$

## 4.1 Etude sur un tronçon hétérogène

Pour vérifier l'écoulement des paquets de véhicules sur une section de route hétérogène, nous considérons un tronçon de route d'une longueur de 18 kilomètres avec la discrétisation en paquet de 20 véhicules. Le changement du nombre de voies se situe au niveau de la section de route [9km, 10km] avec la densité en amont et en aval  $\rho_{\max,g} = \rho_{\max,r} = 0.54$  veh/m et celle au milieu  $\rho_{\max,m} = 0.36$  veh/m (voir la figure 4-13). La vitesse maximale pour la section de route [g] et [r] est  $V_{\max,g} = V_{\max,r} = 33$  m/sec et celle de la section [m]  $V_{\max,m} = 22$  m/sec (voir la figure 4-14). Le paramètre du diagramme fondamental est donné par  $\gamma=1.4$  avec le débit de la demande égal à 2 veh/sec. Notons que la génération des paquets de véhicules est basée sur la loi de Poisson pour toutes les études numériques. De ce fait, le temps intervéculaire n'est pas constant.

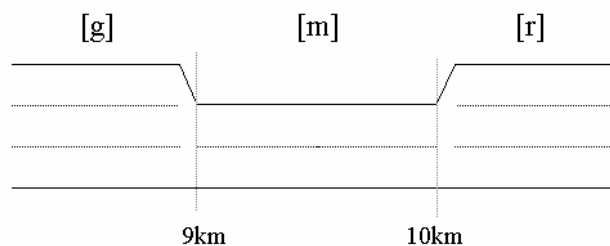


Fig. 4-13 La représentation d'un tronçon de route (cas hétérogène I)

La figure 4-14 représente la trajectoire des paquets de véhicules du modèle basé sur les paquets. Nous constatons que la vitesse des paquets est diminuée dans la section [m]. Ce ralentissement représente une onde de choc vers l'amont.

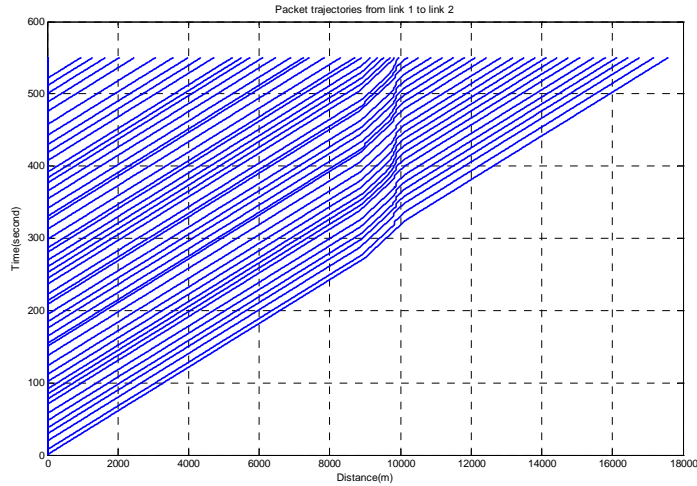


Fig. 4-14 La trajectoire des paquets de véhicules

Un autre exemple est illustré dans la figure 4-15. Le nombre de voie au milieu d'un tronçon est diminué à une voie sur l'intervalle [9 km, 10 km]. La densité maximale pour la section de route [g] et [r] est donnée par  $\rho_{\max,g} = \rho_{\max,r} = 0.54 \text{ veh/m}$  et la vitesse maximale  $V_{\max,g} = V_{\max,r} = 33 \text{ m/sec}$ . Pour la section de route [m], la densité et la vitesse maximale est donnée par  $\rho_{\max,m} = 0.18 \text{ veh/m}$  et  $V_{\max,m} = 11 \text{ m/sec}$ , respectivement.

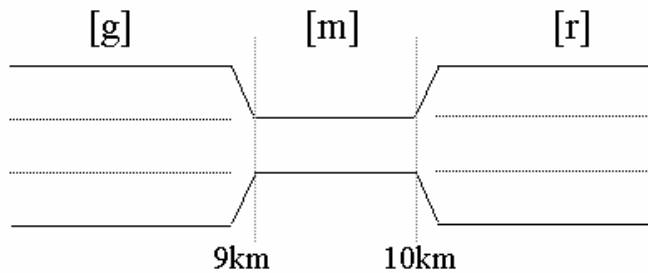


Fig. 4-15 La représentation d'un tronçon de route (cas hétérogène II)

Dans la figure 4-16, les trajectoires des paquets de véhicules montrent qu'une onde de choc se génère vers l'amont. La vitesse des paquets se ralentit avec une file d'attente au bout de 9km.

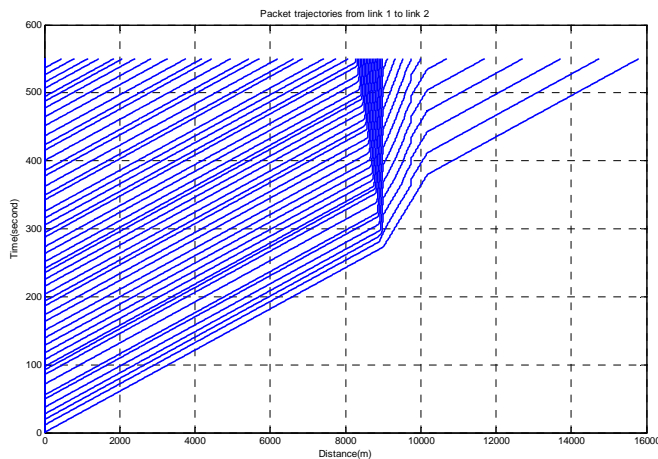


Fig. 4-16 La trajectoire des paquets de véhicules

## 5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé un modèle macroscopique du premier ordre en discrétisation Lagrangienne. Cette transformation de coordonnées Eulériennes en coordonnées Lagrangiennes nous permet de regrouper les véhicules en paquets et d'analyser leur trajectoire dans le plan spatio-temporelle. Comme l'état initial du trafic n'est pas homogène, le problème de Riemann a fait l'objet d'études basées sur la résolution numérique à l'aide du schéma de Godunov. La modélisation de l'intersection est aussi étudiée en décomposant le problème en deux cas : le cas convergent et le cas divergent.

A travers quelques exemples numériques, nous avons pu montrer que le modèle basé sur les paquets est conforme au modèle macroscopique en coordonnées Eulériennes. Comme ce modèle permet de regrouper les véhicules en paquet, il réduit le temps de calcul pour l'application dans un grand réseau. De plus, comme ce modèle permet d'analyser la trajectoire de chaque véhicule, il convient pour modéliser l'écoulement du trafic dans les systèmes de transport en commun.





# Chapitre 5

## Modèle dynamique de transports multimodaux basé sur les activités

### 1. Introduction

Nous allons présenter dans ce chapitre un modèle dynamique multimodal basé sur les activités en étendant le modèle d'AVA. Nous supposons que chaque usager possède un programme d'activités (PA) à réaliser pendant 24 heures. Ce programme d'activités est supposé connu dans lequel le type d'activités, la durée d'activités et le temps désiré d'arrivée sont fixés. De plus, nous supposons que l'ordre de réaliser un PA est fixé. La modification et reprogrammation d'activités ne sont pas prises en compte. Notons que la première et la dernière activité sont réalisées à domicile, les usagers doivent se rendre au point d'origine après avoir réalisé son programme d'activités. En basant sur le modèle d'AVA, nous supposons que chaque activité possède une valeur économique qui est répartie en fonction de types d'activités et de localisation d'activités.

La modélisation dynamique des systèmes de transport est basée sur les méthodes multi-agents permettant de représenter l'interaction entre les usagers et les systèmes de transport. Pour le réseau routier, les usagers pour les mêmes origines et destinations sont regroupés en paquets de véhicules empruntant les mêmes itinéraires. Le modèle d'écoulement est basé sur le modèle de paquets proposé dans le chapitre 4. Dans le réseau du transport en commun (TC), les opérations du système de TC sont effectuées par différents types d'agents sur le réseau TC.

Nous supposons que chaque usager tend de maximiser leur valeur nette totale d'activités obtenue par la réalisation de son programme d'activités prédéterminé. A l'équilibre des usagers (l'équilibre de Nash), chaque usager ne peut pas améliorer la valeur nette d'activités de ses choix de manière unilatérale. Nous modélisons le choix des usagers individuels concernant le choix de destinations, de chaînes de modes de transport, de temps de départ et d'itinéraires multimodaux. Pour résoudre le problème d'équilibre des usagers, nous utilisons la méthode d'Entropie Relative, proposée dans le chapitre 3, pour dériver progressivement la distribution de probabilité de choix qui faire converger le système vers les états d'équilibre des usagers.

Dans la section suivante, nous allons décrire le modèle d'activités proposé. Par la suite, les modèles de la demande concernant le choix des destinations, des chaînes de modes de transport, des itinéraires multimodaux, et de temps de départ. La modélisation dynamique des systèmes de transport dans le réseau multimodal ainsi que le modèle SMA seront décrites dans la section 2.2 et 2.3. Dans la section 3, nous aborderons le problème d'équilibre des usagers basé sur l'enchaînement des activités. La section 4 sera dédiée à la méthode de résolution basée sur la méthode d'Entropie Relative. Enfin, nous déduisons la conclusion dans la dernière section.

## 2. Modèle d'affectation dynamique basée sur les activités

Dans cette section, nous allons proposer un modèle d'activités permettant de modéliser l'enchaînement des activités et des déplacements dans une journée. Ce modèle étend le modèle d'AVA sur l'enchaînement des activités des usagers. Nous décrivons les hypothèses du modèle ainsi que les modèles de la demande et la modélisation dynamique des systèmes de transport multimodaux basée sur le système multi-agents.

### 2.1 Modèle d'activités

Les hypothèses économiques du modèle d'activités sont étendant celles du modèle d'AVA :

- (1) La demande d'activités : les usagers symbolisent les consommateurs potentiels situés en origine et qui tentent de réaliser un programme d'activités fixé dont le type d'activités, le temps souhaité d'arrivée pour les activités et la durée des activités sont supposés connus et fixes. A partir d'un programme d'activités donné, un usager choisit les destinations, les modes, le temps de départ et les itinéraires pour maximiser la valeur nette totale de la réalisation de cette chaîne d'activités. Cette valeur d'activités est calculée par la valeur brute totale des activités d'un programme d'activités moins le coût total de déplacements. De manière simplifiée, les usagers sont classés en groupes homogènes qui réalisent un type de programme d'activités prédéfini et fixe. La demande d'activités est supposée fixe.
- (2) L'offre d'activités : les activités sont classées en plusieurs types, en fonction du motif d'activités, e.g. emploi, loisir ou école, etc. Elles sont finies et ont une valeur économique identique pour tous les usagers. La répartition de la valeur économique des activités dépend de son type et de sa localisation. Nous supposons que la répartition de la valeur d'activités est définie par une fonction continue et différentiable. Le nombre d'activités disponibles aux destinations est fixe.
- (3) Le marché : le nombre d'activités est supposé supérieur à la demande d'activités. Les usagers modifient leur choix des modes, des destinations, de temps de départ et des itinéraire pour maximiser la valeur nette d'activités de son programme d'activités.
- (4) Le programme d'activités pour chaque usager est supposé connu et fixé. La modification des programmes d'activités au cours d'exécution ne sera pas prise en compte. Le problème traité est celui d'affectation prédictive.

#### 2.1.1 Définition d'une chaîne d'activités

Une chaîne d'activités est définie par l'ensemble des activités ordonnées qu'un usager veut réaliser pendant 24 heures. La première activité et la dernière doivent se réaliser à domicile. Le type d'activités est défini de manière générale comme le motif de déplacement qui fournit aux usagers une valeur de satisfaction. Nous supposons que cette valeur de satisfaction possède une valeur économique déterminée par une loi de répartition en fonction du type d'activités et de la destination des activités. Pour chaque groupe homogène d'usagers, nous

supposons qu'il existe un type classique de programme d'activités provenant des données statistiques qui décrivent une chaîne d'activités et de déplacements. A partir de cette hypothèse, nous définissons une chaîne d'activités comme :

$$g = \{y_0, y_1, \dots, y_n\} \quad (5.1)$$

où

$y_i$  :  $i$  ème activité à réaliser qui est localisée dans une destination différente de la précédente. Un usager doit se déplacer pour réaliser chaque activité sauf la première activité  $y_0$ .

Dans le programme d'activités, chaque activité est caractérisée par trois variables :

$$y \stackrel{\text{def}}{=} y(\phi(y), \tau(y), \vartheta(y)) \quad (5.2)$$

où

$\phi(y)$  : le type d'activités,  $\phi(y_i) \in \Phi$

$\tau(y)$  : le temps souhaité d'arrivée à destination qui vérifie la relation :

$$0 \leq \tau(y_0) < \dots < \tau(y_n) \leq 24 .$$

$\vartheta(y)$  : la durée d'activité.

La destination des activités au sein d'un programme d'activités est considérée comme une variable inconnue qui sera déterminée par l'équilibre du marché d'activités. La destination de l'activité  $y$  est notée  $d(y) \in \Xi_{\phi=\phi(y)}$ .  $\Xi_{\phi=\phi(y)}$  désigne l'ensemble des destinations des activités de type  $\phi$ . Pour chaque programme d'activités, l'ensemble d'itinéraires partant et rentrant à l'origine  $o$  est défini par :

$$u_g^o = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}, \quad \forall u_g^o \in U_g^o, \quad \forall r_i \in R_{k \in K_{y_{i-1}, y_i}} \quad (5.3)$$

où

$g$  : la chaîne d'activités

$r_i$  : le sous-itinéraire reliant deux activités consécutives  $y_{i-1}$  et  $y_i$

$R_{k \in K_{y_{i-1}, y_i}}$  : l'ensemble des itinéraires reliant la paire OD  $k$  de deux destinations d'activités

$U_g^o$  : l'ensemble des itinéraires une chaîne d'activités  $g$  avec le point d'origine  $o$

$K_{y_{i-1}, y_i}$  : l'ensemble des paires OD pour deux activités consécutives  $y_{i-1}$  et  $y_i$  défini par :

$$K_{y_{i-1}, y_i} = \{k \mid o(k) \in \Xi_{\phi(y_{i-1})}, d(k) \in \Xi_{\phi(y_i)}\}, \quad \forall i = \{1, \dots, n\} \quad (5.4)$$

La valeur brute d'activités est en fonction du type d'activités  $\phi$  et de destination d'activités  $d$ . De plus, nous supposons que la répartition de la valeur brute d'activités est définie par :

$$P_d^\phi(v) = \lambda_d^\phi \exp(-\lambda_d^\phi(v - m_d^\phi)), \quad \forall \phi, \quad \forall d \in \Xi_{\phi(y_i)} \quad (5.5)$$

avec  $v \geq m_d^\phi$  et  $\lambda_d^\phi \geq 0$ .

où  $\lambda_d^\phi$  et  $m_d^\phi$  sont les paramètres.

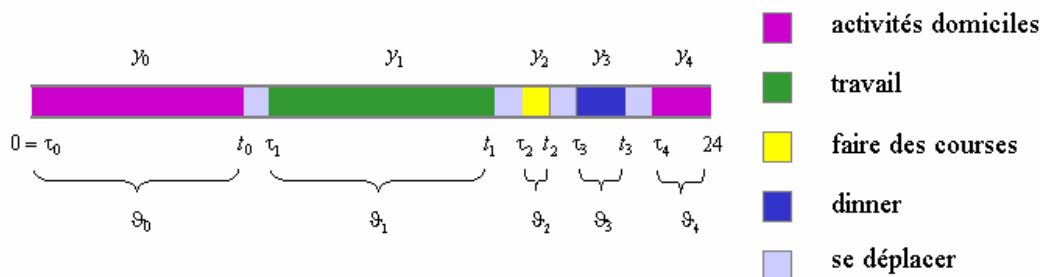


Fig. 5-1 La représentation d'un programme d'activités

### 2.1.2 Modélisation de la demande

La modélisation de la demande consiste à décrire le comportement des usagers sur le choix des options en terme de la réalisation d'un programme d'activités donné. Le principe du comportement des usagers est de maximiser la valeur nette totale d'activités obtenue par la réalisation d'un programme d'activités donné. Pour chaque paire OD (e.g. localisation de deux activités consécutives) dans un programme d'activités, le choix des usagers pour la destination, le temps de départ et l'itinéraire est en fonction de la valeur nette d'activités obtenue. La structure du modèle de demande est décrite dans la Fig. 5-2. On suppose que la décision du choix des usagers concernant la réalisation d'un programme d'activités est séquentielle, i.e. pour chaque activité, les usagers effectuent les choix des destinations, des chaînes de modes de transport, des itinéraires et de temps de départ pour maximiser la valeur nette d'activités obtenue.

Comme le nombre de choix d'itinéraires multimodaux est très large, nous supposons les usagers effectuent le choix des itinéraires de manière séquentielle, i.e. ils décident d'abord la chaîne de modes de transport pour deux destinations des activités consécutives. Par la suite, ils choisissent un itinéraire en utilisant cette chaîne de modes de transport. L'ensemble de choix des itinéraires est calculé par l'algorithme de  $k$  plus courts chemins pour limiter le nombre de choix possible. Pour ce faire, nous le décomposons en deux étapes :

- (1) Le choix de chaînes de modes de déplacement,
- (2) Le choix d'itinéraires dans l'ensemble des itinéraires attractifs.

Le premier consiste à choisir une chaîne de modes de transport en fonction du coût moyen de déplacement de la chaîne de modes choisie. L'ensemble des choix de chaînes de modes dépend de l'accessibilité aux réseaux d'un usager. Pour le deuxième, il s'agit de choisir un itinéraire dans l'ensemble des chemins attractifs associés au réseau de la chaîne de modes choisie.

Lorsqu'un usager atteint le point de choix  $i$  pour choisir une option  $j$  parmi l'ensemble des choix  $J(i)$ , la probabilité de choix est notée  $p_{ji}$ ,  $\forall j \in J(i)$ . Cette probabilité de choix est calculée par la méthode d'Entropie Relative proposée dans le chapitre 3, i.e.

$$p_{ji}^{w+1} = p_{ji}^w \frac{e^{-\tilde{C}_j^w / \gamma_i^w}}{\sum_{j \in J(i)} p_{ji}^w e^{-\tilde{C}_j^w / \gamma_i^w}}, \forall j \in J(i) \quad (5.6)$$

où

$w$  : l'indice de l'itération

$\gamma_i^w$  : paramètre de contrôle à l'itération  $w$  pour  $i$  déterminé par la résolution du problème d'optimisation (3.41) dans le chapitre 3

$\tilde{C}_{ji}^w$  : le coût normalisé du choix  $j$  par rapport à  $J(i)$  à l'itération  $w$ . Notons que  $\tilde{C}_{ji}^w$  peut être remplacé par  $\frac{v_{ji}^w - v_{i,\max}^w}{v_{i,\max}^w}$  où  $v_{ji}^w$  est la valeur nette d'activités pour le choix  $j$  à l'itération  $w$ .

Le nombre d'utilisateurs choisit l'option  $j$ ,  $w_{ji}$ , est calculée par :

$$w_{ji} = W_i \times p_{ji}, \quad \forall j \in J(i) \quad (5.7)$$

où

$W_i$  : le nombre total d'utilisateurs qui se situent au point de choix  $i$

$j$  : l'option à choisir

Comme la probabilité de choix dépend de la valeur nette d'activités obtenue, nous allons préciser les modèles de demande en terme du choix de la destination, de la chaîne de modes, du temps de départ et de l'itinéraire ci-dessous.

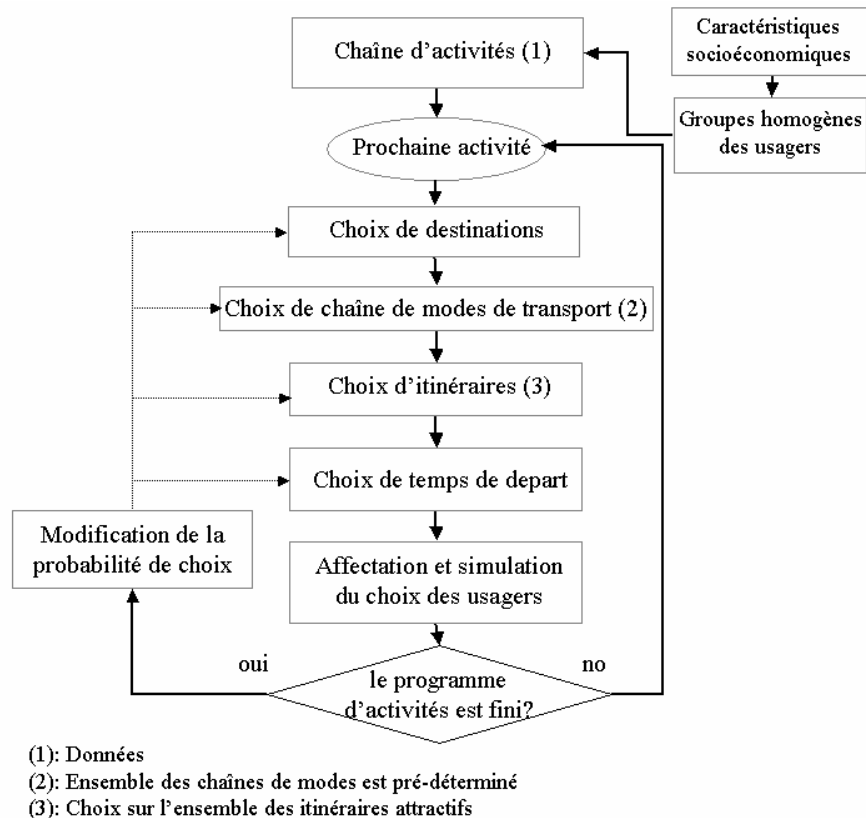


Fig. 5-2 Structure du modèle de la demande

### Choix de la destination d'activités

Le choix de la destination pour une activité à réaliser prochainement  $y_i$  dépend de l'ensemble des destinations qui fournissent des activités vacantes de même type  $\phi(y_i)$ . Nous supposons que une activité est consommable quand elle est retenue par un usager. Lorsqu'un usager finit une activité  $y_{i-1}$ , celle-ci ne peut pas être reprise par un autre usager. La probabilité de choix de destinations pour une activité  $y_i$  est définie par :

$$p_{do}^{\phi} = F(\bar{v}_d^{\phi}), \quad \forall d \in \Xi_{\phi(y_i)}, \quad \forall y_i \in g \setminus \{y_0\} \quad (5.8)$$

où

$o$  : la destination de l'activité précédente  $y_{i-1}$  où un usager se situe actuellement, i.e.

$$o = d(y_{i-1})$$

$d$  : la destination pour l'activité  $y_i$ , i.e.  $d = d(y_i)$

$\phi$  : le type d'activités de  $y_i$ , i.e.  $\phi = \phi(y_i)$

$F(\bar{v}_d^{\phi})$  : la fonction de probabilité sous forme de (5.6)

$\bar{v}_d^{\phi}$  : la valeur nette moyenne d'activités de type  $\phi(y_i)$  sur le choix  $d$  pour les usagers qui effectuent les mêmes choix de la destination au jour précédent

$g$  : la chaîne d'activités, définie par (5.1)

Notons que la fonction de probabilité  $F(.)$  sous la formule (5.6) est utilisée pour les autres modèles de choix décrits ci-dessous.

### Choix de la chaîne modes de transport

Pour le choix de chaînes de modes de transport, définissons d'abord l'ensemble des choix de chaînes de modes tel que c'est indiqué dans le tableau ci-dessous :

Type de chaîne	L'ordre d'entrée dans le réseau monomodal
1	W
2	W-C-W
3	W-C-TC-W
4	W-TC-C-W
5	W-TC-W

Tableau 5-1 L'ensemble des chaînes de modes de transport

Notons que W désigne le réseau de marche, C le réseau routier, et TC le réseau TC. La chaîne de modes de transport du type 4 ne peut être utilisée pour le dernier itinéraire pour rentrer à domicile. Le transfert entre réseaux différents se fait en passant l'ensemble des arcs de

transfert. De manière simplifiée, nous supposons qu'un usager part de son domicile avec son véhicule, et il l'utilise pour le dernier déplacement. La probabilité de choix de la chaîne de modes  $z$  sur l'ensemble des choix  $Z$  est définie par :

$$P_{zk}^{\phi} = F(\bar{v}_{zk}^{\phi}), \quad \forall z \quad (5.9)$$

où

$k$  : la paire de destinations (OD) pour deux activités consécutives déterminée par (5.8)

$\bar{v}_{zk}^{\phi}$  : la valeur nette moyenne d'activités de type  $\phi$  sur le choix de  $z, k$  pour les usagers qui effectuent les mêmes choix au jour précédent

### Choix d'itinéraires

Comme l'ensemble des itinéraires dans le réseau multimodal est très large, nous supposons que les usagers choisissent un chemin sur l'ensemble des chemins attractifs. Pour établir ces chemins attractifs, nous allons utiliser l'algorithme de  $k$  plus courts chemins dans l'ensemble des réseaux de la chaîne de modes choisis (Eppstein, 1997 ; van der Zijpp et Fiorenzo Catalano, 2005). Cet algorithme est décrit dans la section suivante. La probabilité de choix d'un chemin dans l'ensemble des chemins attractifs correspondant est définie par :

$$P_{rzk}^{\phi} = F(\bar{v}_{rzk}^{\phi}), \quad \forall r \in R_{zk}^* \quad (5.10)$$

où

$z, k$  : les choix déterminés par les étapes précédentes

$R_{zk}^*$  : l'ensemble des chemins attractifs pour la paire OD  $k$  et pour la chaîne de modes  $z$

$\bar{v}_{rzk}^{\phi}$  : la valeur nette moyenne d'activités de type  $\phi$  sur le choix de  $r, z, k$  pour les usagers qui effectuent les mêmes choix au jour précédent

### Choix du temps de départ

Soit deux activités consécutives  $y_{i-1}$  et  $y_i$ , un usager se situe à la destination  $d(y_{i-1})$  et a fini l'activité  $y_{i-1}$  à l'instant  $t$ . La probabilité de choix du temps de départ dépend du temps écoulé de l'activité précédente  $y_{i-1}$  et du temps d'arrivée désiré à la destination de l'activité prochaine  $y_i$ . Pour la paire OD  $k = (d(y_{i-1}), d(y_i))$ , lorsque le temps estimé d'arrivée à la destination  $d(y_i)$  est supérieur au temps d'arrivée désiré  $\tau(y_i)$ , les usagers partent immédiatement à l'instant  $t$ . En revanche, les usagers choisissent un intervalle du temps de départ discrétisé entre  $t$  et  $\tau(y_i)$  en fonction de la valeur nette d'activités obtenue. Le pas de discrétisation temporelle est de l'ordre de quelques minutes. Les usagers partent en choisissant un instant aléatoire dans l'intervalle du temps de départ choisi. La probabilité de choix de l'indice du temps de départ discrétisé  $h$  pour aller à la destination  $d(y_i)$  est calculée par :

$$P_{hrzk}^{\phi} = F(\bar{v}_{hrzk}^{\phi}), \quad \forall h \in H_{\hat{t}} \quad (5.11)$$

où

$r, z, k$  : les choix déterminés par les étapes précédentes



$h$ : l'indice d'intervalle du temps discrétisée

$H_{\hat{t}}$  : l'ensemble des index d'intervalles du temps discrétisés dans  $\hat{T} = [t, \tau(y_i)]$

$\bar{v}_{hrzk}^{\phi}$  : la valeur nette moyenne d'activités de type  $\phi$  sur le choix de  $h, r, z, k$  pour les usagers qui effectuent les mêmes choix au jour précédent

## 2.2 Modélisation dynamique de systèmes de transport multimodaux

Dans cette section, la composition des systèmes multimodaux sur un graphe orienté multi-couches est analysée. Cette représentation des réseaux multimodaux permet de simuler les déplacements des usagers et d'évaluer le coût des itinéraires pour chaque paire OD (Meschini et al. 2007).

### 2.2.1 Description du réseau multimodal

Considérons un système de transports multimodaux en milieu urbain. Le mode de transport principal est décomposé en mode privé et mode public. Soit l'ensemble de modes décrit par :

$$M = M^{\text{PR}} \cup M^{\text{PT}} \quad (5.12)$$

où

$M^{\text{PR}} = \{\text{marche, VP}\}$  : l'ensemble des modes privés

$M^{\text{PT}} = \{\text{bus, metro, train}\}$  : l'ensemble des modes publics.

Le réseau multimodal est représenté par un graphe orienté  $G = (N, A)$  où  $N$  désigne l'ensemble des noeuds et  $A$  l'ensemble des arcs. La structure du réseau est représentée par plusieurs couches monomodales et par l'ensemble des arcs de transfert entre les couches. Les noeuds sont représentés par deux variables : l'indice de couches et l'indice de noeuds. Le réseau multimodal est divisé en six couches :

- (1) La couche de référence (niveau 0) : elle représente les coordonnées géographiques physiques en deux axes  $(x, y)$ . Les coordonnées des noeuds dans les couches supérieures peuvent être obtenues par la projection sur la couche de référence.
- (2) La couche du réseau de marche (niveau 1) : elle représente le réseau de marche reliant les paire ODs et d'autres réseaux de transports. Les noeuds du réseau de marche connectent des noeuds situés verticalement dans les couches supérieures permettant aux usagers d'accéder aux noeuds du réseau multimodal par le réseau de marche. Notons l'ensemble de noeuds du réseau de marche est désigné par  $N^{\text{P}}$  et l'ensemble des arcs  $A^{\text{P}}$ . Le graphe correspondant est noté  $G^{\text{P}} = (N^{\text{P}}, A^{\text{P}})$ .
- (3) La couche du réseau routier (niveau 2) : elle représente le réseau utilisé par les voitures. Notons que  $N^{\text{C}}$  représente l'ensemble des noeuds, et  $A^{\text{C}}$  l'ensemble des arcs du graphe  $G^{\text{C}} = (N^{\text{C}}, A^{\text{C}})$  du réseau routier.
- (4) La couche du réseau de bus (niveau 3) : elle représente l'ensemble des voies spécifiées pour l'opération de bus. Pour simplifier, nous supposons que le bus circule dans des

voies séparées et qu'il n'influence pas la circulation des véhicules dans d'autres voies. Notons que  $N^B$  représente l'ensemble des noeuds du réseau de bus,  $A^B$  l'ensemble des arcs et  $G^B = (N^B, A^B)$  le graphe correspondant. Deux types de noeud dans le réseau de bus se distinguent : le noeud de référence et le noeud de ligne. Le premier est un point représentatif du réseau permettant de relier l'ensemble des arrêts des lignes associées. Le deuxième représente l'arrêt où les bus s'arrêtent. De manière plus précise, le noeud de référence dans le réseau de bus est représenté par  $n = (3, \underline{n})$ ,  $\forall n \in N^{R(B)}$  où le premier indice désigne la couche du réseau et le deuxième le noeud correspondant à la couche de référence (voir la figure 5-3). Les noeuds de ligne sont représentés par deux variables : 1. l'indice de ligne  $l$  et l'indice de l'ordre de visite sur la ligne  $l$ . Une ligne de bus  $l \in L^B$  est un itinéraire constitué d'une succession de noeuds par ordre de visite, du point initial de ligne au point terminal de ligne, i.e.

$$N^l = \{(l, o_l(n)) \mid o_l(n) \in \zeta_l\} \quad (5.13)$$

avec  $\zeta_l = \{1, 2, 3, \dots, k\}$ ,  $l \in L^B$ .

où

$o_l(n)$  : l'indice de l'ordre de visite de la ligne  $l$  sur le noeud  $n$ .

$L^B$  : l'ensemble des lignes de bus

$N^{L(B)}$  : l'ensemble des noeuds de la ligne et  $N^B = N^{R(B)} \cup N^{L(B)}$ .

Les arcs du réseau de bus sont décomposés en trois types :

- a. Les arcs de lignes
- b. Les arcs de montée
- c. Les arcs de descente.

L'arc de lignes est représenté par deux noeuds de lignes consécutives, i.e.  $a = (n, n')$ ,  $\forall n, n' \in N^{L(B)}$ . L'ensemble des arcs de lignes  $l$  est noté  $A_l^B \in A^{L(B)}$ . Pour modéliser l'écoulement du flux des usagers et l'effet de congestion, nous définissons l'arc de montée et celui de descente en reliant le noeud de référence et les noeuds des lignes associées. Le temps de parcours sur un arc de montée et celui de descente représente le temps moyen de déplacement entre un point de référence du réseau monomodal et un noeud des lignes associé. Le temps calculé correspond au temps de parcours moyen entre l'entrée dans une station et la montée dans un véhicule. Pour les arcs de montée et de descente, ils connectent les noeuds des lignes et les noeuds de référence. Pour un noeud de référence  $n$ , l'ensemble des arcs de montée et de descente est défini par :

$$A_n^+ = \{(n, n') \mid n' = (l, o_l(n)), \forall l \in L(n)\} \quad (5.14)$$

où

$L(n)$  : l'ensemble des lignes accessibles pour le noeud de référence  $n$ .

De même, l'ensemble des arcs de descente pour le noeud de référence  $n$  est défini par :

$$A_n^- = \{(n', n) \mid n' = (l, o_l(n)), \forall l \in L(n)\} \quad (5.15)$$

L'ensemble des arcs de montée et de descente du réseau de bus est :

$$A^{+(B)} = \{A_n^+ | n \in N^{R(B)}\} \text{ et } A^{-(B)} = \{A_n^- | n \in N^{R(B)}\}. \quad (5.16)$$

L'ensemble des arcs du réseau de bus est :

$$A^B = A^{L(B)} \cup A^{+(B)} \cup A^{-(B)}. \quad (5.17)$$

(5) La couche du réseau de métro et de train (niveau 4 et 5) : nous définissons, comme la couche du réseau de bus, les réseaux de métros (M1) et de train (M2) par le graphe  $G^{M1} = (N^{M1}, A^{M1})$  et  $G^{M2} = (N^{M2}, A^{M2})$ . L'ensemble des lignes de métros et l'ensemble des lignes de trains sont notés respectivement  $L^{M1}$  et  $L^{M2}$ .  $N^{R(M1)}$  et  $N^{R(M2)}$  désignent l'ensemble des noeuds de référence du réseau de métros et de trains. Et  $N^{L(M1)}$  et  $N^{L(M2)}$  représentent l'ensemble des noeuds de ligne du réseau de métros et de trains.  $N^{M1} = N^{R(M1)} \cup N^{L(M1)}$  et  $N^{M2} = N^{R(M2)} \cup N^{L(M2)}$ . De la même manière, nous définissons l'ensemble des arcs du réseau de métros et de trains par  $A^{M1} = A^{L(M1)} \cup A^{+(M1)} \cup A^{-(M1)}$  et  $A^{M2} = A^{L(M2)} \cup A^{+(M2)} \cup A^{-(M2)}$

Dans la couche de référence du réseau de marche et celle du réseau routier, l'ensemble des noeuds du réseau est considéré comme des noeuds de référence, i.e.  $N^P = N^{R(P)}$  et  $N^C = N^{R(C)}$ . Pour le transfert entre de différents réseaux, nous introduisons la notion d'arcs de transfert. Un arc de transfert représente l'accessibilité d'un point du réseau à l'autre point du réseau différent. Nous définissons une fonction booléenne :

$$\psi(n_1, n_2), \forall n_1 \in N^{R(m1)}, \forall n_2 \in N^{R(m2)}, m1 \neq m2, \forall m1, m2 \in M \quad (5.18)$$

qui vaut 1 s'il existe un arc orienté de transfert du noeud de transfert  $n_1$  au noeud  $n_2$ .

L'ensemble des arcs de transfert  $A^T$  est défini par :

$$A^T = \{(n, n') | \psi(n_1, n_2) = 1, \forall n_1 \in N^{R(m1)}, \forall n_2 \in N^{R(m2)}, m1 \neq m2, \forall m1, m2 \in M\} \quad (5.19)$$

L'ensemble des noeuds de transfert  $N^T$  est défini par :

$$N^T = N^P \cup N^C \cup N^{R(B)} \cup N^{R(M1)} \cup N^{R(M2)} \quad (5.20)$$

Une fois que l'ensembles des arcs et des noeuds sont définis, le réseau multimodal peut être représenté par le graphe :

$$G(N, A) \text{ où } N = N^P \cup N^C \cup N^B \cup N^{M1} \cup N^{M2} \text{ et } A = A^P \cup A^C \cup A^B \cup A^{M1} \cup A^{M2} \cup A^T \quad (5.21)$$

Nous distinguons les réseaux de TC par

$$G^{PT}(N^{PT}, A^{PT}) \text{ où } N^{PT} = N^B \cup N^{M1} \cup N^{M2} \text{ et } A^{PT} = A^B \cup A^{M1} \cup A^{M2} \quad (5.22)$$

L'ensemble des noeuds de référence et l'ensemble des noeuds de lignes dans le réseau TC est défini par  $N^{R(PT)} = N^{R(B)} \cup N^{R(M1)} \cup N^{R(M2)}$  et  $N^{L(PT)} = N^{L(B)} \cup N^{L(M1)} \cup N^{L(M2)}$ , respectivement. L'ensemble des arcs de lignes et l'ensemble des arcs de descente et celui de montée dans le réseau de TC est défini, respectivement, par :

$$\begin{cases}
 A^{L(PT)} = A^{L(M1)} \cup A^{L(M2)} \cup A^{L(B)}, \\
 A^{-(PT)} = A^{-(M1)} \cup A^{-(M2)} \cup A^{-(B)}, \\
 A^{+(PT)} = A^{+(M1)} \cup A^{+(M2)} \cup A^{+(B)}.
 \end{cases}
 \quad (5.23)$$

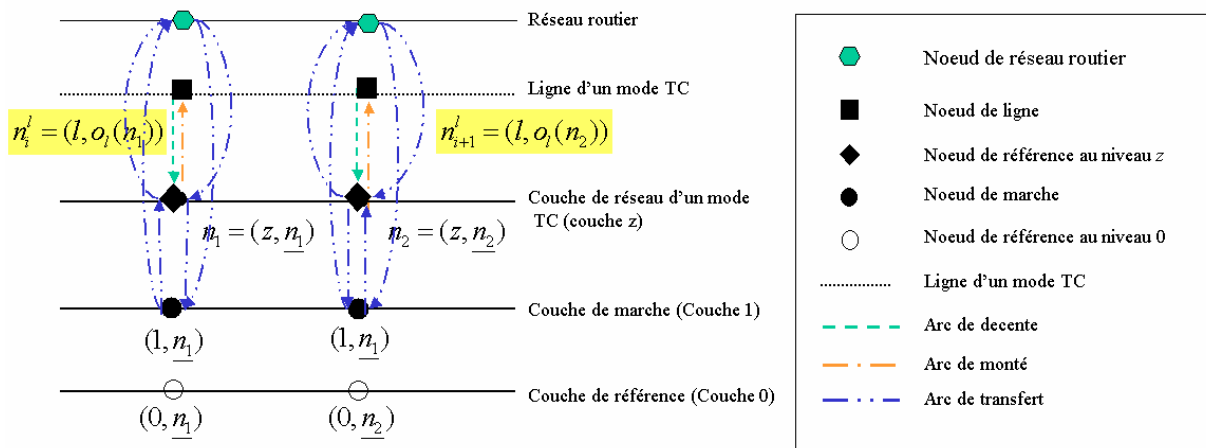


Fig. 5-3 Représentation du réseau d'un mode TC et des arcs de transfert

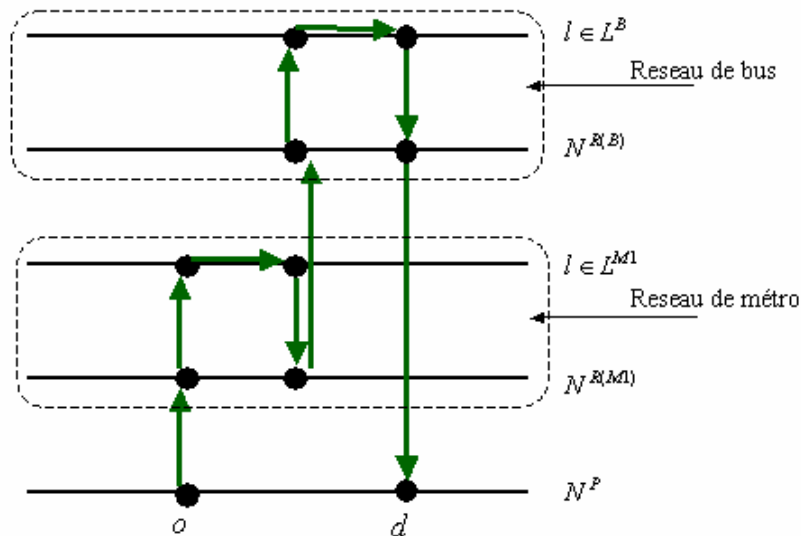


Fig. 5-4 Représentation d'un itinéraire multimodal

## 2.2.2 L'écoulement du trafic dans le réseau routier

Le modèle d'écoulement du trafic dans le réseau routier est basé sur le modèle de paquets de véhicules décrit dans le chapitre 4. Le nombre de véhicules générés dépend du taux d'occupation des usagers par véhicule. A partir cette transformation du nombre d'usagers à celui de véhicules, nous pouvons appliquer le modèle de paquets pour simuler les

déplacements des usagers. Notons que le nombre de véhicules dans un paquet est flexible qui dépend le pas du temps que l'on utilise pour regrouper les véhicules au sein d'un paquet. De plus, comme les usagers décident le choix d'itinéraires avant leur départ, nous pouvons regrouper les véhicules empruntant les mêmes itinéraires par de paquets. De manière simplifiée, nous supposons que les types de véhicules sont identiques. Le coût de déplacement est composé deux termes : 1. le coût monétaire lié au frais de péages et à la consommation du carburant, 2. le temps de parcours sur l'itinéraire. Comme le parking est un facteur important dans l'évaluation du coût d'un itinéraire, il faut le prendre en compte dans le calcul du coût.

Pour le coût de parking, nous supposons que le nombre de places de parking est constant. Les places de parking se situent aux noeuds de référence du réseau routier associé à la destination. Le coût du parking pour un usager à l'instant d'arrivée  $t_d^{\text{arr}}$ ,  $CP(t_d^{\text{arr}}, \bar{T})$ , est calculé par:

$$CP(t_d^{\text{arr}}, \bar{T}) = \underbrace{\alpha \bar{T}}_{(1)} + \beta_0 \underbrace{\tilde{T}_d \left( 1 + \beta \left( \frac{x_d(t_d^{\text{arr}})}{\hat{C}_d} \right)^\gamma \right)}_{(2)} \quad (5.24)$$

où

$\alpha$  : le coût monétaire unitaire du parking

$\beta_0$  : la valeur du temps

$\beta, \gamma$  : les paramètres de sensibilité

$\bar{T}$  : la durée de stationnement

$\tilde{T}_d$  : le temps moyen à chercher une place

$x_d(t_d^{\text{arr}})$  : le nombre de places occupées à l'instant d'arrivée  $t_d^{\text{arr}}$

$\hat{C}_d$  : la capacité du parking à la destination  $d$

Le premier terme évalue le coût monétaire en fonction de la durée de stationnement. Le deuxième terme estime le temps moyen pour trouver une place qui dépend de l'offre et de la demande du parking au moment d'arrivée à la destination  $d$ . Le nombre de places de parking occupées se varie en fonction du temps. Il est calculé à partir du nombre cumulé d'arrivées et celui de sorties du parking.

Nous définissons le coût sur un itinéraire routier  $r^C$  par :

$$C_{r^C}(t_{r^C}) = \bar{C}_{r^C} + \beta_0 \pi_{r^C}(t_{r^C}) + CP(t_{TN(r^C)}^{\text{arr}}, \bar{T}), \quad \forall r^C \in G^C \quad (5.25)$$

où

$t_{r^C}$  : l'instant d'entrée dans l'itinéraire  $r$

$r^C$  : l'itinéraire routier

$\bar{C}_{r^C}$  : le coût monétaire lié à la consommation du carburant et au coût de péages

$\beta_0$  : la valeur du temps

$\pi_{r^C}(t_{r^C})$  : le temps de parcours sur l'itinéraire  $r^C$  à l'instant d'entrée  $t_{r^C}$

$CP(t_{TN(r^C)}^{arr}, \bar{T})$  : le coût de parking à l'instant d'arrivée à la sortie de l'itinéraire  $r^C$ , où  
 $TN(r^C)$  : désigne l'extrémité terminale de  $r^C$ .  
 $\bar{T}$  : la durée de parking

### 2.2.3 L'écoulement du trafic dans le réseau de TC

Dans le système de TC, l'opération de lignes peut être caractérisée par la fréquence de lignes et les mesures de gestion par les opérateurs du système. Comme l'effet de congestion influence le temps d'attente en station, nous allons l'estimer de manière explicite, i.e. le nombre d'usager ne peut pas dépasser la capacité de véhicule. Le temps d'attente des usagers en station dépend du temps d'arrivée du véhicule et du nombre d'usagers à la station.

Les caractéristiques du système de TC sont les suivants :

- (1) Les véhicules de TC circulent sur l'ensemble de lignes de TC fixes suivant la fréquence de lignes variant en fonction de la période de point et la période normale. La circulation de véhicules sur chaque ligne est en deux directions avec les stations d'arrêts symétriques. Nous définissons le programme d'horaires de la ligne  $l$  comme horaires de génération d'un véhicule qui desservie tous les arrêts de lignes avec l'ordre de visite prédéfinie. La vitesse de véhicule est supposée constante.
- (2) La capacité de véhicules de la ligne  $l$ ,  $C_l$ , est supposée fixé pour laquelle le nombre d'usagers dans un véhicule ne peut pas le dépasser.
- (3) La période de service est variée sur les lignes différentes.
- (4) Le temps d'arrêt sur les stations de lignes est en fonction de la période de point ou la période normale.

Le temps de parcours sur les arcs du réseau TC est calculé de manière différente en fonction de types des arcs : (1) les arcs de lignes, (2) les arcs de montée, (3) les arcs de décente, (4) les arcs de transfert.

#### *Le temps de parcours sur les arcs de lignes*

Le temps de parcours sur les arcs de lignes est évalué par :

$$\pi_a = \frac{\ell_a}{\kappa_a^l}, \quad \forall a \in A^L \quad (5.26)$$

où

$\ell_a$  : la longueur de l'arc  $a$

$\kappa_a^l$  : la vitesse de véhicule sur l'arc  $a$  de la ligne  $l$

$A^L$  : l'ensemble des arcs de lignes

#### *Le temps de parcours sur les arcs de montée*

Le temps de parcours sur l'arc de montée  $(i, j)$ ,  $\pi_{ij}^+(t_i)$ , à l'instant d'entrée au noeud  $i$   $t_i$

est calculé à partir du modèle de file d'attente ponctuel en supposant que la règle FIFO (First-In-First-Out) soit respecté:

$$\pi_{ij}^+(t_i) = D_{ij}^{-1}(S_{ij}(t_i)) - t_i, \forall (i, j) \in A^+(i), \quad \forall i \in N^{R(PT)} \quad (5.27)$$

où

$t_i$  : l'instant d'entrée au noeud  $i$

$S_{ij}(t_i)$  : le nombre d'usagers cumulés entrant sur l'arc  $(i, j)$  à l'instant  $t_i$

$D_{ij}^{-1}(t_i)$  : la fonction inverse du nombre d'usagers cumulés sortant de l'arc  $(i, j)$  à l'instant  $t_i$

$A^+(i)$  : l'ensemble des arcs de montée dont le noeud initial est  $i$

Le temps de parcours sur l'arc de montée est décomposé en deux éléments qui sont : 1. le temps de marche du noeud de référence (station) au noeud de lignes (quai), 2. le temps d'attente sur l'arc  $(i, j)$  à l'instant d'arrivée à  $j$   $t_j$ . Ce dernier dépend du nombre d'usagers devant lui sur l'arc  $(i, j)$  et du débit maximal de sortie de l'arc  $(i, j)$   $\delta_{ij}^{\max}$ . Lorsque la capacité de véhicules est atteinte, des usagers doivent attendre le prochain véhicule.

### ***Le temps de parcours sur des arcs de descente et sur les arcs de transfert***

Le temps de parcours sur les arcs de descente, les arcs de transfert et les arcs de marche est en fonction de la longueur de l'arc. La capacité de ces types d'arcs est supposée toujours supérieure à la demande. L'effet de congestion est négligé. Nous calculons le temps de parcours  $\pi_a^U$  sur l'arc  $a$  par :

$$\pi_a^U = \frac{\ell_a}{\kappa_U}, \quad \forall a \in A^T \cup A^P \cup A^{-(PT)} \quad (5.28)$$

où

$\ell_a$  : la longueur de l'arc  $a$

$\kappa_U$  : la vitesse de marche des usagers

Le temps de parcours sur un itinéraire dans le réseau de TC est calculé comme la somme des temps de parcours sur les arcs de l'itinéraire. Le temps d'attente est calculé en fonction de la fréquence de lignes, la capacité de véhicules, le nombre d'usagers en véhicules et le nombre d'usagers dans une station. Pour le système de TC, nous supposons qu'il fonctionne correctement comme la fréquence de lignes affichée. Alors, le coût d'un itinéraire  $r^{PT}$  du réseau de TC est calculé par :

$$C_{r^{PT}}(t_{r^{PT}}) = \bar{C}_{r^{PT}} + \beta_0 \left[ \sum_{a \in A^{L(PT)}} \varepsilon_{r^{PT}}^a \pi_a + \sum_{a \in A^{-(PT)}} \varepsilon_{r^{PT}}^a \pi_a^U + \sum_{a \in A^{+(PT)}} \varepsilon_{r^{PT}}^a \pi_a(t_a) \right] \quad (5.29)$$

avec

$$\varepsilon_{r^{PT}}^a = \begin{cases} 1 & \text{si } a \in r^{PT} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.30)$$

où

$a$  : la désignation de l'arc

$t_{r^{PT}}$  : l'instant d'entrée dans l'itinéraire  $r^{PT}$

$t_a$  : l'instant d'entrée dans l'arc  $a$

$\overline{C}_{r^{PT}}$  : le coût monétaire sur l'itinéraire du réseau TC,  $r^{PT}$

$\beta_0$  : la valeur du temps

$\pi_a(t_a)$  : le temps de parcours sur l'arc  $a$  à l'instant d'entrée sur l'arc de montée  $a$   $t_a$

### Le coût d'itinéraires sur le réseau de marche et les arcs de transfert

Nous supposons que le coût sur l'itinéraire dans le réseau de marche  $r^P$  ne dépend que le temps de parcours, i.e.

$$C_{r^P} = \beta_0 \sum_{a \in r^P} \pi_a^U, \quad \forall r^P \in G^P \quad (5.31)$$

où

$r^P$  : l'itinéraire sur le réseau de marche

De même pour le coût sur les arcs de transfert. Notons que (5.17) appliquera au coût sur les arcs de transfert.

#### 2.2.4 Le coût d'un itinéraire multimodal

Le coût d'un itinéraire multimodal est calculé comme la somme de l'ensemble de sous-itinéraires empruntés suivant l'ordre parcouru d'un point origine au point terminal de l'itinéraire. Cet ordre de modes de chaînes est choisi par un usager avant son départ. Le coût d'un itinéraire multimodal est calculé par :

$$C_r^z(t_r) = \sum_{z(i) \in z} C_{r^{z(i)}}(t_{r^{z(i)}}) + \beta_0 \sum_{a \in A^T} \pi_a^U + \Gamma_r(t_{TN(r)}^{arr}), \quad \forall z \quad (5.32)$$

où

$t_r$  : l'instant d'entrée dans l'itinéraire  $r$

$z(i)$  :  $i$  ième mode de la chaîne de modes  $z$

$t_{r^{z(i)}}$  : l'instant d'entrée dans sous-itinéraire monomodal  $r^{z(i)}$

$\Gamma_r(t_{TN(r)}^{arr})$  : la pénalité associée à l'arrivée précoce ou en retard à l'instant d'arrivée à la destination  $d = TN(r)$

La pénalité associée à l'arrivée précoce ou en retard s'écrit par :

$$\Gamma_r(t_{TN(r)}^{arr}) = \beta_1 \max(0, \tau(TN(r)) - \Delta - t^{arr}(TN(r))) + \beta_2 \max(0, t^{arr}(TN(r)) - \tau(TN(r)) - \Delta) \quad (5.33)$$

où

$\beta_1, \beta_2$  : la valeur du temps associée, respectivement, à l'arrivée en avance et en retard.

$\tau(TN(r))$  : le temps désiré d'arrivée à la destination de l'itinéraire  $r$ .

$t^{arr}(TN(r))$  : le temps d'arrivée à la destination de l'itinéraire  $r$ .

$\Delta$  : l'intervalle du temps d'indifférence sans la pénalité associée



## 2.3 Méthode SMA pour la simulation de systèmes de transports multimodaux

D'abord, nous définissons l'ensemble des agents et leurs caractéristiques. Notons que les agents sont des agents réactifs qui effectuent des actions simples permettant d'interagir avec d'autres agents. Les types d'agents sont :

**Agent Usager** ( $A_U$ ) : il est défini comme un individu qui se déplace dans un réseau multimodal pour réaliser son programme d'activités. Un agent Usager est défini par :

$$A_U \stackrel{\text{def}}{=} A_U(\text{id}, o, m_U, g, s, t) \quad (5.34)$$

où

id : l'identité d'un agent

o : le point d'origine (lieu de son domicile) de l'agent

$m_U$  : la variable booléenne qui vaut 1 si l'agent possède une voiture, 0 sinon.

g : le programme d'activités défini par (5.1).

s : la mémoire de l'agent qui stocke les informations sur : (1) l'ensemble des choix pour réaliser la prochaine activité, dit stratégie, i.e. les choix de (d,z,r,h) et (2) la performance des choix.

Chaque agent Usager effectue sa chaîne d'activités de manière séquentielle. Il choisit une stratégie avant son départ. L'objectif des agents usagers est de maximiser la valeur nette totale d'activités obtenue issue de la réalisation de son programme PA.

**Agent Véhicule** ( $A_V$ ) : il représente les véhicules individuels. Il est classé en quatre types : voiture particulière, bus, métro et train. Chaque véhicule circule sur son propre réseau. De manière simplifiée, nous supposons que les bus circulent dans des voies séparées avec d'autres voies sur le même tronçon. Il n'influence pas la circulation des autres véhicules. Un agent véhicule est défini par :

$$A_V = A_V(\text{id}, \varepsilon, C) \quad (5.35)$$

où

id : l'identité de véhicule,

$\varepsilon$  : le type de véhicule (voiture particulière, bus, métro ou train)

C : la capacité de véhicule

De manière simplifiée, nous supposons que l'agent véhicule de type VP ne transporte qu'un usager. Les agents véhicule-VP utilisant le même itinéraire entre deux destinations d'activités consécutives sont regroupés en paquet de véhicules. Chaque paquet de véhicule se déplace dans le réseau suivant son itinéraire choisi jusqu'à sa destination d'activités. Le nombre de véhicules dans un paquet est calculé par le débit d'entrée dans la destination de l'activité précédente et un pas de temps donné. Lorsqu'un agent véhicule de type VP arrive au parking d'une destination, l'agent usager descend de son véhicule. Par la suite, l'agent

usager peut utiliser d'autres types de modes de transport pour se rendre à une autre destination. Nous supposons que l'agent usager partant de son point d'origine avec son véhicule doit se rendre chez lui avec son véhicule. Par conséquent, le choix du dernier itinéraire doit passer par le point où il a stationné auparavant son véhicule et se rend chez lui avec.

**Agent réseau** ( $A_R$ ) : il représente le réseau multimodal dans lequel différents types d'arcs sont conçus. Les arcs du réseau de marche et les arcs de transfert et de descente sont caractérisés par leur longueur. Les arcs du réseau routier sont représentés en fonction du modèle de trafic utilisé. En particulier, les noeuds stockent des informations concernant le nombre d'activités vacantes et l'ensemble des itinéraires attractifs reliant deux destinations.

**Agent opérateur** ( $A_O$ ) : il stocke le programme d'horaires de départ pour les véhicules dans la station initiale pour le système de TC. Il définit aussi le tarif sur les paires de stations du système de TC. Nous définissons l'agent opérateur par :

$$A_O \stackrel{\text{def}}{=} A_O(\Lambda_l^m, C^m) \quad (5.36)$$

où

$\Lambda_l^m$  : le programme d'horaires des modes de transport  $m$  et de la ligne  $l$

$C^m$  : la matrice de tarifs de mode de transport  $m$  sur l'ensemble des paires de stations

**Agent système** ( $A_S$ ) : il communique toutes les informations issues des différents types d'agents.

La mise en œuvre de tel SMA peut être basée sur la technique de simulation par événements discrets. La programmation du modèle est faite en utilisant le langage C++.

### 3. L'équilibre des usagers basé sur les activités

Si nous considérons que la demande de PAs aux points d'origine est fixée, l'équation de conservation du flux des usagers en origine est décrite par :

$$D_g^o = \int_0^T d_g^o(t) dt, \quad \forall o \in O, \forall g \in G \quad (5.37)$$

où

$d_g^o(t)$  : la demande de PA  $g$  à l'instant de départ  $t$  au point d'origine  $o$ .

Le nombre d'activités du type  $\phi$  disponibles à la destination  $d$  dépend de la capacité  $N_d^\phi$  :

$$\sum_{r \in R_{k|d}(k)=d} \int_0^T f_r^\phi(t) dt \leq N_d^\phi, \quad \forall d \in \Xi_\phi, \quad \forall \phi \quad (5.38)$$

s.c.

$$f_r^\phi(t) \geq 0, \quad \forall t \quad (5.39)$$

où

$k$  : une paire OD

$N_d^\phi$  : le nombre d'activités vacantes de type  $\phi$  à la destination  $d$

$f_r^\phi(t)$  : le flux des usagers pour réaliser l'activité de type  $\phi$  sur l'itinéraire  $r$  à l'instant  $t$ .

$R_k$  : l'ensemble des itinéraires reliant la paire OD  $k$

### La valeur nette totale d'activités d'un PA

La valeur nette totale des activités du PA  $g$  obtenue par un usager partant de l'origine  $o$  est calculée par la valeur brute totale des activités moins le coût total des déplacements, i.e.

$$\tilde{v}_g^o(u_g^o) = \sum_{\forall y_i \in g} v(\phi(y_i), d(y_i), t_{d(y_i)}) - \sum_{\forall r \in u_g^o} C_r^z(t_r), \quad \forall u_g^o \in U_g^o, \quad \forall g, \quad \forall o \quad (5.40)$$

où

$\phi(y_i)$  : le type d'activité  $y_i$

$d(y_i)$  : la destination choisie pour l'activité  $y_i$

$t_{d(y_i)}$  : l'instant d'arrivée à la destination  $d(y_i)$

$v(\cdot)$  : la valeur brute des activités obtenue par l'équation (5.5).

$C_r^z(t_r)$  : le coût des déplacements sur le chemin multimodal  $r$  par la chaîne de modes  $z$  à l'instant d'entrée  $t_r$

### La condition d'équilibre usagers

A l'équilibre usagers de Wardrop, les choix de destinations, de chaînes de modes, d'itinéraires et de temps de départ pour la réalisation du programme d'activités sont ceux qui rendent la valeur nette d'activités la plus élevée que ceux qui n'ont pas été pris. Ainsi, le système tend vers l'équilibre de Nash où chaque usager ne peut pas améliorer la valeur nette de ses choix de manière unilatérale. De nombreuses études ont utilisé la simulation orientée multi-agent pour le même type de problèmes (Raney et al. 2003 ; Balmer et al. 2004 ; Charypar et Nagel 2003b). Les agents usager se déplacent dans le réseau pour réaliser leur programme d'activités. Pour améliorer l'utilité obtenue des choix, ces études se sont appuyées sur les méthodes d'apprentissage par renforcement. Ces méthodes consistent à améliorer la valeur d'utilité en se basant sur les expériences passées. Le principe est de modifier les choix basés sur la rétroaction. L'implémentation de ce processus d'apprentissage par renforcement utilise des heuristiques qui consistent à modifier les choix d'une proportion des usagers (Raney et al. 2003 ; Balmer et al. 2004 ; Charypar et Nagel 2003b). Cependant, la méthode de résolution pour le problème d'équilibre usagers reste un problème difficile à traiter.

## 4. Méthode de résolution

Dans cette section, nous allons proposer un algorithme basé sur la méthode d'Entropie Relative pour résoudre le problème d'équilibre. Comme le nombre d'itinéraires est très large

dans un réseau multimodal, il nous faut d'abord réduire le nombre d'itinéraires alternatifs. Nous allons d'abord utiliser l'algorithme des  $k$  plus courts chemins pour établir l'ensemble des chemins alternatifs reliant toutes les paires OD par une chaîne de modes de transport. Le temps de parcours sur les arcs est estimé de manière statique. Ensuite, nous utilisons la méthode d'Entropie Relative pour calculer la probabilité de choix de la destination, de la chaîne de modes, de l'itinéraire et du temps de départ. Nous détaillons les étapes de calcul ci-dessous :

### **Etape 1 : Initialisation**

#### (1) Construction des itinéraires attractifs

L'ensemble des itinéraires attractifs est défini comme les  $k$  plus courts chemins entre chaque paire de destinations des activités consécutives. Nous utilisons l'algorithme des  $k$  plus courts chemins basé sur l'algorithme Dijkstra pour son efficacité. L'implémentation de cet algorithme est aussi moins complexe (de Queirós Vieira Martins et al, 1998).

#### (2) Initialiser la distribution de probabilité uniforme sur les choix concernant (voir la figure 5-5) :

##### **a. Choix de destination**

Pour les usagers qui partent de la destination d'activités précédente,  $y_{i-1}$ , la probabilité de choix de la destination pour l'activité  $y_i$  est initialisé par :

$$p_{do}^{\phi} = \frac{1}{|\Xi_{\phi}|}, \quad \forall o \in \{O \cup D\} \quad (5.41)$$

où

$o = d(y_{i-1})$  : la destination de l'activité précédente  $y_{i-1}$

$\phi = \phi(y_i)$  : le type d'activités  $y_i$

$d = d(y_i)$  : la destination de l'activité  $y_i$

##### **b. Choix de la chaîne de modes $z$**

Comme le choix des modes de transport dépend de la disponibilité des véhicules particuliers, les usagers sont classés en deux types selon la possession de véhicules. La probabilité de choix sur une chaîne de modes de transport  $z$  est initialisée par :

$$\frac{p_{zk}^{\phi}}{p_k^{\phi}} = \frac{1}{|\tilde{Z}|}, \quad \forall z \in \tilde{Z} \quad (5.42)$$

où

$k$  : la paire OD déterminée par l'étape précédente

$\tilde{Z}$  : l'ensemble des types de chaînes de modes disponibles, défini par :

$$\tilde{Z} = \begin{cases} \{T1, T2, T3, T5\}, & \text{si } m_U = 1 \\ \{T1, T5\}, & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.43)$$

où

Ti : le type de chaîne de modes de transport défini dans le tableau 5-1.

$m_U$  : la variable booléenne qui vaut 1 si l'agent usager possède une voiture, 0 sinon.

### c. Choix de l'itinéraire

Le choix d'itinéraire  $r$  sur l'ensemble des choix  $R_{kz}$  est initialisé par :

$$\frac{p_{rzk}^\phi}{p_{zk}^\phi} = \frac{1}{|R_{kz}^*|}, \quad \forall r \in R_{kz}^* \quad (5.44)$$

où

$R_{kz}^*$  : l'ensemble des itinéraires attractifs pour la paire OD  $k$  en suivant la chaîne de modes  $z$

### d. Choix du temps de départ

Le choix de l'intervalle du temps de départ pour l'activité  $y_i$  est initialisé par :

$$\frac{p_{hrzk}^\phi}{p_{rzk}^\phi} = \frac{1}{|H_{\hat{T}}|}, \quad \forall h \in H_{\hat{T}} \quad (5.45)$$

où

$H_{\hat{T}}$  : l'ensemble des index d'intervalles de temps discrétisés dans  $\hat{T} = [t, \tau(y_i)]$ .  $t$  désigne l'instant où l'activité  $y_{i-1}$  est terminée.

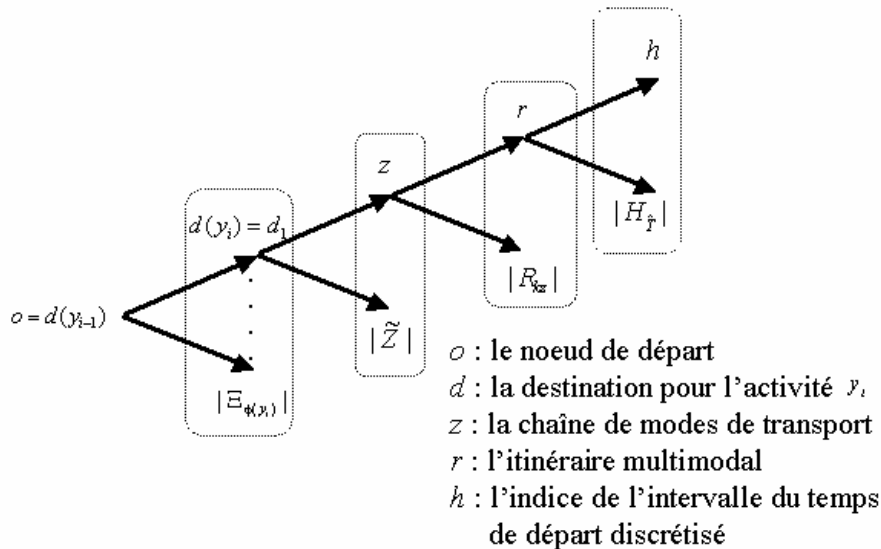


Fig. 5-5 La représentation de l'arbre de décision pour la réalisation d'une activité

## Etape 2 Simulation des choix des usagers dans les systèmes de transport

La méthode de simulation est basée sur la méthode SMA proposée dans la section (2.3). Dans le réseau routier, les usagers choisissant le même itinéraire routier sont regroupés par paquets de véhicules. Le nombre de véhicules dans un paquet dépend du choix du temps de départ des usagers. Nous calculons le nombre de véhicules dans un paquet de véhicules par le débit d'entrée dans le réseau multiplié par le pas de temps fixe. Notons que le nombre de véhicules dans un paquet est limité par un nombre fixe. Le modèle d'écoulement du trafic basé sur les paquets proposé dans le chapitre 4 est utilisé pour la simulation. Pour le réseau TC, le système fonctionne grâce aux interactions entre différents types d'agents. Une fois qu'un usager est arrivé à sa destination, nous calculons le coût de déplacement et la valeur nette d'activité. Notons que si un usager arrive à une destination choisie où il n'y a plus d'activité vacante qu'il veut effectuer. La valeur d'activités bruitée est nulle. Cependant, nous pouvons associer une pénalité pour dissuader trop d'usagers d'aller à la même destination. Répéter cette étape jusqu'à ce que toutes les activités dans un PA soient effectuées.

### **Etape 3 Modification de la probabilité de choix**

Lorsque tous les usagers sont rentrés chez eux, la probabilité de choix est modifiée par (5.8)-(5.11).

### **Etape 4 Condition d'arrêt**

Lorsque l'indice d'itération atteint le maximum ou la valeur nette totale d'activités des tous les usagers se varie peu, arrêtez ; sinon retour à l'étape 2.

## **5. Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons proposé un modèle dynamique multimodal basé sur l'enchaînement des activités et des déplacements. Ce modèle permet de traiter les choix des destinations, des chaînes des modes de transport, des itinéraires et des temps de départ dans un réseau de transport multimodal. En étendant le modèle AVA, nous supposons que les usagers effectuent ses choix pour maximiser la valeur nette d'activités issue de la réalisation du programme d'activités. Le réseau multimodal est représenté par un graphe orienté composé de plusieurs couches de réseaux monomodaux reliés par l'ensemble des arcs de transfert. Les usagers sont modélisés comme des agents réactifs qui effectuent ses choix dans le réseau multimodal pour réaliser son programme d'activités. Les systèmes de transport sont modélisés par une approche orientée agent permettant de décrire le fonctionnement du système et les interactions entre les usagers et les composantes du système.



# Chapitre 6

## Conclusion et perspectives

L'objectif de cette thèse est de développer un modèle dynamique de transport permettant d'analyser les déplacements des usagers basés sur la réalisation des activités. L'approche basée sur les activités modélise l'enchaînement des déplacements et des activités. Elle étudie également les différentes interactions entre les choix des activités et des déplacements. Le champ d'études s'élargit non seulement sur la période d'analyse qui est plus longue, mais aussi sur la réalisation des programmes d'activités individuelles. Un défi majeur lancé aux chercheurs est la modélisation de la dynamique de l'enchaînement des activités dans un réseau de transports multimodaux. Un tel système est très complexe et nous conduit à utiliser des méthodes basées sur le paradigme multi-agent. Cette approche autorise la mise en œuvre de la dynamique du système issue des interactions entre les usagers individuels et les composantes du système de transports. Compte tenu de la complexité du problème, nous proposons une suite de modèles d'activités dont la complexité évolue progressivement, passant du modèle statique au modèle dynamique, du réseau routier au réseau multimodal, et d'une activité à une chaîne d'activités.

Nous traitons d'abord le problème dans le cas statique où le coût d'un déplacement est évalué par une fonction. Le modèle statique d'activités proposé étend le modèle d'Accessibilité aux Activités Vacantes. Ce modèle d'activités prend en compte le choix de destination des activités et des itinéraires. Chaque individu se déplace pour exercer une activité dans un lieu spécifique qui prend une valeur économique. A l'équilibre du marché d'activités, les meilleures activités sont consommées et un individu n'accède au mieux qu'à une activité vacante dont la valeur économique nette est la meilleure. La modélisation du choix des usagers est basée sur la méthode orientée agent où chaque usager est représenté comme un agent autonome qui effectue ses choix pour maximiser la valeur nette d'activités obtenue. Nous avons proposé une méthode de résolution basée sur l'algorithme de colonie de fourmis (ACO). L'approche ACO traditionnelle est capable de traiter des problèmes d'optimisation où le coût est indépendant de la demande. Cependant, ce n'est pas généralement le cas pour évaluer le coût de déplacement. Pour cela, notre approche s'appuie sur l'introduction de la pénalité sur les tronçons du réseau permettant de dissuader les usagers d'emprunter des routes congestionnées. De plus, nous nous appuyons sur la règle de mise à jour de la quantité de phéromones grâce à la méthode d'Entropie Relative. Cette méthode permet de dériver la règle optimale de mise à jour des phéromones.

Dans le cas dynamique, l'écoulement du trafic sur le réseau routier est basé sur le modèle de la file d'attente ponctuelle. La dynamique du trafic est représentée par le débit maximal d'entrée et de sortie des arcs. Les problèmes traités s'élargissent sur les choix du temps de départ des usagers. Nous traitons le problème d'affectation dynamique prédictive pour laquelle la condition d'équilibre est formulée par les inéquations variationnelles. Comme le modèle d'écoulement du trafic est basé sur la simulation, les méthodes traditionnelles de résolution ne permettent de résoudre de tel problème d'affectation dynamique. Pour cela, nous proposons deux approches de résolution. La première approche est basée sur l'ACO en utilisant un schéma de discrétisation temporelle. Ce schéma maintient les informations temporelles sur la qualité du chemin qui dépend du nombre d'usagers qui l'empruntent. La deuxième approche est basée sur la méthode d'Entropie



Relative. Une des originalités de cette approche est de considérer l'équilibre du réseau comme un évènement rare. Cette approche dérive itérativement la probabilité optimale des choix en minimisant l'entropie relative entre deux distributions de probabilités consécutives. Par l'approximation du premier ordre, nous obtenons un système dynamique qui consiste à modifier la probabilité de choix en fonction de la différence du coût des options et le coût moyen. L'étude numérique a montré que cette approche est capable de résoudre le problème d'affectation dynamique basée sur le modèle de simulation. De plus, elle permet de trouver plusieurs solutions d'équilibre dans un réseau multimodal avec la fonction du coût non linéaire.

Les études existantes sur la simulation des déplacements des usagers basée sur l'approche multi-agent dans un grand réseau nécessitent un temps de calcul très élevé. Pour cela, nous proposons un modèle macroscopique du premier ordre en coordonnées Lagrangiennes et une méthode de résolution numérique basée sur le schéma de Godunov. La discrétisation Lagrangienne permet de modéliser la trajectoire des paquets de véhicules qui réduira considérablement le temps de calcul pour la simulation. Les modèles de l'intersection dans le cas divergent et le cas convergent sont aussi présentés.

Enfin, nous proposons un modèle dynamique multimodal basé sur l'enchaînement des activités et des déplacements. Les problèmes traités concernent le choix de la destination des activités, de la chaîne des modes de transport, de l'itinéraire, et du temps de départ. Chaque usager tend à maximiser sa valeur nette d'activités totale issue de la réalisation de son programme d'activités pendant 24 heures. La modélisation dynamique du réseau multimodal s'appuie sur la méthode SMA où plusieurs types d'agents sont conçus pour représenter la dynamique des systèmes de transports et les intersections entre les différents agents. Une approche de résolution basée sur la méthode d'Entropie Relative a été proposée pour résoudre le problème d'affectation dynamique.

Les perspectives de cette thèse consistent à enrichir et à compléter cette étude sur les aspects suivants :

1. L'étude numérique sur le modèle de paquets de véhicules en coordonnées Lagrangiennes.
2. L'étude numérique pour tester l'algorithme proposé pour la résolution du problème d'affectation dynamique multimodal basée sur les modèles de simulation.
3. La mise en application du modèle à l'aide de données réelles dans un réseau multimodal.
4. L'extension du modèle d'activités à la modélisation dynamique de la programmation des activités

## BIBLIOGRAPHIES

1. AARTS, H., VERPLANKEN, B., KNIPPENBERG, Ad va. Habit and information use in travel mode choices, *Acta Psychologica*, vol. 96, 1997, p. 1-14.
2. AARTS, E.H.L., KORST J.M.H. *Simulated Annealing and Boltzmann Machines: A Stochastic Approach to Combinatorial Optimization and Neural Computing*. John Wiley & Sons, 1989.
3. ABDELGHANY, K., MAHMASSANI, H.S. Multi-objective shortest path algorithm for large scale intermodal networks. In: *Proc. of INFORMS Fall Annual Meeting*, Philadelphia, USA, 1999.
4. ARENTZE, T., TIMMERMANS, H.J.P. Modeling learning and adaptation processes in activity-travel choice-A framework and numerical experiment. *Transportation*, vol. 30, 2003, 37–62.
5. ARENTZE, T., TIMMERMANS, H.J.P. A learning-based transportation oriented simulation system. *Transportation Research B*, vol. 38(7), 2004, p.613-633.
6. ARENTZE, T., TIMMERMANS, H.J.P. Representing mental maps and cognitive learning in micro-simulation models of activity-travel choice dynamics. *Transportation*, vol. 32(4), 2005, p.321-340.
7. ATKINSON, D.S., VAIDYA, P.M. A cutting plane algorithm that uses analytic centers. In: *Nondifferentiable and large scale optimization, mathematical programming*, eds: GOFFIN, B.J.L., VIAL, J.P., vol. 69, 1995, p.1-43.
8. AVRIEL, M. *Nonlinear programming analysis and methods*. Prentice-Hall, INC, 1976.
9. AW, A., KLAR, A., MATERNE, T., RASCLE, M. Derivation of continuum traffic flow models from microscopic follow-the-leader models. *SIAM applied mathematics*, vol. 63(1), 2000, p.259-278.
10. AXHAUSEN, K.W. Data needs of activity scheduling models. In: *Activity-based Approaches to Travel Analysis*. eds: ETTEMA, D., TIMMERMANS, H.J.P. Elsevier, 1997.
11. BALMER, M., NAGEL, K., RANEY, B. Large scale multi-agent simulations for transportation applications. *Journal of Intelligent Transportation Systems: Technology, Planning, and Operations*, vol. 8(4), 2004, p.205-221.
12. BECKMANN, M., MCGUIRE, C.B., WINSTEN, C.B. *Studies in the Economics of Transportation*. Yale University Press, New Haven, Connecticut, 1956.
13. BELLEI, G., GENTILE, G., MESCHINI, L. PAPOLA, N. A demand model with departure time choice. for within-day dynamic traffic assignment. *European Journal of Operational Research*, vol. 175 (3), 2006, p.1557-1576.
14. BEN-AKIVA, M., LERMAN, S.R. *Discrete Choice Analysis*. MIT Press, Cambridge, 1985.
15. BEN-AKIVA, M., BOWMAN, M.E. Activity based travel demand model systems, In : *Equilibrium and Advanced Transportation Modeling*. eds : MARCOTTE, P., Nguyen, S.

Boston: Kluwer Academic, 1998.

16. BERTSEKAS, D.P. GAFNI, E. Projection Methods for Variational Inequalities with Applications to the Traffic Assignment Problem. *Mathematical Programming Studies*, vol. 17, 1982, p.139-159.
17. BHAT, C.R. A comprehensive and operational analysis framework for generating the daily activity travel profiles of workers. In: *Proc. of 78th Annual Meeting of the Transportation Research Board*, Washington, DC, 1999, p.10-14
18. BONNEL, P. Préviation de la demande de transport. Rapport de recherche, Laboratoire d'Economie des Transports, ENTPE, Université Lumière Lyon 2, 2001.
19. BOUZAIENE-AYARI, B., GENDREAU, M. NGUYEN, S. Modeling bus stops in transit networks: a survey and new formulations. *Transportation Science*. vol. 35(3), 2001, p.304–321.
20. BOWMAN, J.L., BEN-AKIVA, M.E. Activity-based disaggregate travel demand model system with activity schedules, *Transportation Research A*, vol. 35, 2000, p.1-28.
21. BROOKS, R.A. Intelligence without reasoning. In: *Proc. of the Twelfth International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-91)*, 1991, p.569-595.
22. BUISSON, C., LEBACQUE, J.P., LESORT, J.B. Macroscopic modelling of traffic flow and assignment in mixed networks. In: *Proc. of 6th International Conference on Computing in Civil and Building Engineering (ICCCBE)*. eds: PAHL, P.J., WERNER, H., Berlin, 1995, p.1367-1374.
23. BULLNHEIMER, B., HARTL, R., STRAUSS, C. A New Rank Based Version of the Ant System-A Computational Study. Working Paper, Institute of Management Science, University of Vienna, Austria, 1997a.
24. BULLNHEIMER, B., HARTL, R.F., STRAUSS, C. An improved ant system algorithm for the vehicle routing problem. Technical Report, POM-10/97, Institute of Management Science, University of Vienna, 1997b.
25. CEPEDA, M. COMINETTI, R. FLORIAN, M. A frequency-based assignment model for congested transit networks with strict capacity constraints: characterization and computation of equilibria. *Transportation Research B*. vol. 40, 2006, p.437–459.
26. CHANUT, S. *Modélisation dynamique macroscopique de l'écoulement d'un trafic routier hétérogène poids lourds et véhicules légers*. Thèse. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2005.
27. CHAPIN, F.S. *Human Activity Patterns in the City*. John Wiley & Sons, New York, 1974.
28. CHARYPAR, D., NAGEL, K. Generating Complete All-Day Activity Plans with Genetic Algorithms. In : *Proc. Of 10th International Conference on Travel Behaviour Research*, Lucerne, 2003a.
29. CHARYPAR, D. NAGEL, K. Q-learning for flexible learning of daily activity plans. *Transportation Research Board*, 2003b.

30. CHEN, C., GÄRLING, T., KITAMURA, R. Activity rescheduling: reasoned or habitual?. *Transportation Research F*, vol.7, 2004, p.351-371.
31. COCHRANE, R.A. A possible economic basis for the gravity model. *Journal of Transportation Economics and Policy*, 1975, p.34-49.
32. COSTA, D., HERTZ, A. Ants can colour graphs. *Journal of the operational research society*, vol. 48, 1997, p.295-305.
33. COURANT, R., FRIEDRICHS, K.O. Supersonic flow and shock waves. *Pure and Applied Mathematics*, New York, 1948.
34. DE BOER, P.T.,KROESE, D.P., MANNOR, S., RUBINSTEIN, R.Y. A Tutorial on the Cross-Entropy Method. *Annals of operations research*, vol. 134 (1). 2005, p.19-67
35. DE CEA, J., FERNANDEZ, E. Transit assignment for congested public transport systems: an equilibrium model. *Transportation Science*. vol. 27(2), 1993, p.133–147.
36. DIA, H. An agent-based approach to modelling driver route choice behaviour under the influence of real-time information. *Transportation Research C*, vol. 10, 2002, p.331-349.
37. DOHERTY, S.T., MILLER, E.J. Tracing the household activity scheduling process using a one week computer-based survey. In: *Proc. of Eighth Meeting of the International Association of Travel Behaviour Research*, Austin, Texas, 1997.
38. DOHERTY, S.T., AXHAUSEN, K.W. The Development of a Unified Modeling Framework for the Household Activity-Travel Scheduling Process. In : *Traffic and Mobility: Simulation-Economics-Environment*, eds: BRILON, W., HUBER, F. SCHRECKENGERG, M., WALLENTOWITZPP, H. Berlin: Springer, 1999, p.35-56.
39. DOHERTY, S.T. An activity scheduling process approach to understanding travel behavior. *Transportation Research Board*, Washington, DC, 2000.
40. DOHERTY, S.T., MILLER, E.J. A Computerized Household Activity Scheduling Survey. *Transportation*, vol. 27(1), 2000, p.75-97.
41. DOHERTY, S.T., MILLER, E.J., AXHAUSEN, K.W., GÄRLING, T. A conceptual model of the weekly household activity-travel scheduling process. In: *Travel Behaviour: Patterns, Implications and Modelling*. eds: STERN, E., SALOMON, I., BOVY, P., 2000.
42. DOHERTY, S.T., NOËL, N., GOSSELIN, M.-L., SIROIS, C., UENO, M., THEBERGE, F. Moving beyond Observed Outcomes: Integrating Global Positioning Systems and Interactive Computer-Based Travel Behavior Surveys. *Transportation Research Board*, Washington D.C. 2001, p.449-466.
43. DOHERTY, S.T. Should we abandon activity type analysis? In: *Proc. of 10th International Conference on Travel Behaviour Research*, Lucerne, 2003.
44. DORIGO, M., MANIEZZO, V., COLORNI, A. Positive feedback as a search strategy. Technical Report, 91-016, Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano, IT, 1991.
45. DORIGO, M., MANIEZZO, V., COLORNI, A. Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics B*, vol.

- 26(1), 1996, p.29-41.
46. DORIGO, M., GAMBARDELLA, L.M. Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 1(1), 1997, p.53-66.
  47. DORIGO M., DI CARO, G., GAMBARDELLA, L.M. Ant Algorithms for Discrete Optimization. *Artificial life*, vol. 5(2), 1999, p.137-172.
  48. DORIGO, M., BLUM. C. Ant colony optimization theory: A survey. *Theoretical computer science*, vol. 344(2-3), 2005, p.243-278.
  49. DRAIJER, G., KALFS, N., PERDOK, J. Possible Application of Global Positioning Systems (GPS) for Collecting Travel Data. Rapport, Transport Research Centre of the Ministry of Transport, Public Works, and Water Management, The Netherlands, 1998.
  50. DREO, J., PÉTROWSKI, A., SIARRY, P., TAILLARD, E. *Métaheuristiques pour l'optimisation difficile*. Eyrolles, 2003.
  51. EBELING, W., SCHWEITZER, F. Self-Organisation, Active Brownian Dynamics, and Biological Applications. *Nova Acta Leopoldina* NF vol. 88, 2003, p.169-188.
  52. EPPSTEIN, D. Finding the K shortest paths. *SIAM Journal Computing*, vol. 28 (2), 1998, p.652-673.
  53. ETTEMA, D., BORGERS, A., TIMMERMANS, H.J.P. Simulation Model of Activity Scheduling Behavior, *Transportation Research Record*, vol. 1413, 1993, p.1-11.
  54. ETTEMA D., BORGERS A., TIMMERMANS H.J.P. Using interactive computer experiments for identifying activity scheduling heuristics. In: *Proc. of 7th International Conference on Travel Behaviour*, Santiago, Chile, 1994.
  55. FERRIS M.C., KANZOW, C. *Complementarity and related problems: a survey*. Rapport de recherche, Université de Wisconsin, Madison, Wisconsin, 1998.
  56. FISHER, M. A survey of Concurrent METATEM - the language and its applications. In : *Proc of the First International Conference (LNAI Volume 827)*, eds: Gabbay, D.M., Ohlbach, H.J., Springer-Verlag: Heidelberg, Germany, 1994, p.480-505.
  57. FRANK, M., WOLFE, P. An algorithm for quadratic programming. *Naval Research Logistics Quarterly*, vol. 3, 1956, p.95-110.
  58. FRIESZ, T.L., MOOKHERJEE, R. Solving the Dynamic Network User Equilibrium Problem with State-Dependent Time Shifts. *Transportation Research B*, vol. 40(3), 2006, p.207-229.
  59. GAMBARDELLA, L.M., DORIGO, M. HAS-SOP: A hybrid ant system for the sequential ordering problem. Technical Report 11-97, IDSIA, Lugano, Switzerland, 1997.
  60. GÄRLING, T., KWAN, M.-P., GOLLEDGE, R.G. Computational-process modelling of household activity scheduling. *Transportation Research B* vol. 28(5), 1994, p.355-364.
  61. GESMAD, 1999, Evaluation des modèles de prévision de trafic. Rapport Final, Référence : RF1597/RATP-PREDIT/10.99/V1. Décision d'Aide à la Recherche N° 98

MT 59- PREDIT 1996-2000.

62. GODUNOV, S.K., A Difference Scheme for Numerical Solution of Discontinuous Solution of Hydrodynamic Equations. *Matematicheskii Sbornik*, vol. 47, 1959, p.271-306.
63. GOLLEDGE, R.G., KWAN, M.-P., GÄRLING, T. Computational-process modelling of household travel decisions using a geographical information system. Working paper, UCTC No. 218, 1994.
64. GOLOB, T.F. Structural Equation Modeling for Travel Behavior Research. *Transportation Research B*, vol. 37, 2003, p.1-25.
65. HAGERSTRAND, T. What about people in regional science? *Regional Science Association*, vol. 23, 1970, p.7-21.
66. HAKEN, H. *Synergetics, An Introduction. Non-equilibrium Phase Transitions and Self-Organization in Physics, Chemistry and Biology*. Springer, 1977.
67. HAKEN, H. Vision of Synergetics. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, Vol. 7, No. 9, 1927-1951, 1997.
68. HAN, D., LO, H. Solving Non-additive Traffic Assignment Problems: A Decent. Methods for Co-coercive Variational Inequalities. *European Journal of Operational Research*, vol. 159(3), 2004, p.529-544.
69. HAYES-ROTH, B., HAYES-ROTH, F. A cognitive model of planning. *Cognitive Science*, vol. 3, 1979, p.275-310.
70. HELBING, D., KELTSCH, J., MOLNÁR, P. Modelling the evolution of human trail systems. *Nature*, vol.388, 1997a, p.47-50.
71. HELBING, D., SCHWEITZER, F., KELTSCH, J., MOLNAR, P. Active Walker Model for the Formation of Human and Animal Trail Systems. *Physical Review E*, vol. 56, 1997b, p.2527-2539.
72. HELVIK, B.E., WITTNER, O. Using the Cross-Entropy Method to Guide/Govern Mobile Agent's Path Finding in Networks. In: *Proc. of 3rd International Workshop on Mobile Agents for Telecommunication Applications*, 2001.
73. HENN, V. *Information routière et affectation du trafic : vers une modélisation floue*. Thèse, Université de Saint-Étienne, 2001.
74. HEYDECKER, B.G., ADDISON, J.D. Analysis of Dynamic Traffic Equilibrium with Departure Time Choice. *Transportation Science*, vol. 39(1), 2005, p.39-57.
75. HUANG, H.J., LAM, W.H.K. Modeling and solving the dynamic user equilibrium route and departure time choice problem in network with queues. *Transportation Research B* vol. 36(3), 2002, p.253-273.
76. JIN, W.L. A dynamical system model of the traffic assignment problem. *Transportation Research B*, vol. 41, 2007, p.32-48.
77. JOH, C.-H., ARENTZE, T., TIMMERMANS, H.J.P. Understanding activity scheduling and rescheduling behaviour: Theory and numerical illustration. *GeoJournal* vol. 53, 2001, p.359-371.

78. KALFS, N., SARIS, W.E. New data collection methods in travel surveys. In: *Activity-based Approaches to Travel Analysis*. eds: ETTEMA, D., TIMMERMANS, H.J.P., 1997.
79. KALTON, G. Sample design issues in time diary studies. In: *Time, Goods and Well-being*, eds: JUSTER, F.T., STAFFORD, P.P. Ann Arbor, University of Michigan, Survey Research Center, 1985.
80. KEEN S. Standing on the toes of pygmies. Why econophysics must be careful of the economic foundations on which it builds, *Physica A*, vol. 324, 2003, p.108-116.
81. KELLEY, J. E. The cutting plane method for solving convex programs. *J. Soc. Indust. Appl. Math.* vol.8, 1960, p.703-712
82. KELSO, J.A.S. *Dynamic Patterns: The Self-organisation of Brain and Behaviour*. Cambridge, Massachusetts. MIT Press, 1995.
83. KITAMURA, R. Panel Analysis in Transportation Planning: An Overview. *Transportation Research 24A*, vol. 6, 1990, p.401-415.
84. KITAMURA, R. Applications of models of activity behavior for activity based forecasting. Paper presented at the Activity Based Travel Forecasting Conference. New Orleans. Louisiana, 1996.
85. KITAMURA, R., FUJII, S. Two computational process models of activity-travel behavior. In: *Theoretical Foundations of Travel Choice Modeling*, eds: GÄRLING, T., LAITILA, T., WESTIN, K. Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 1998, p.251–280.
86. KOENIG, J.G. *Théorie de l'accessibilité urbaine*. Thèse de l'Université Paris VI. 1975.
87. KREITZ, M., DOHERTY, S.T., RINDSFÜSER, G. Collection of Spatial Behavioral Data and their Use in Activity Scheduling Models. In : *Proc. of 81st Annual Meeting of the Transportation Research Board*. Washington D.C., 2002.
88. KUWAHARA, M., AKAMATSU, T. Decomposition of the reactive dynamic assignments with queues for a many-to-many origin-destination pattern. *Transportation Research B*, vol. 31(1), 1997, p.1-10.
89. KUWAHARA, M., AKAMATSU, T. Dynamic user optimal assignment with physical queues for a many-to-many OD pattern. *Transportation Research B* vol. 35(5), 2001, p.461-479.
90. LEBACQUE J.-P. The Godunov scheme and what it means for first order traffic flow models. In : *Proc. of 13th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*. Oxford, Royaume-Uni : Pergamon, 1996, p. 647-678.
91. LEBACQUE, J.-P., KHOSHYARAN, M.M. Modelling vehicular traffic flow on networks using macroscopic models. In : *Proc. of the FVCA II*, 1999, p.551-558.
92. LEBACQUE, J.-P., KHOSHYARAN, M.M. First order macroscopic traffic flow models: intersection modeling, network modeling. In : *Proc. of 16th International Symposium on Transportation and Traffic Theory (ISTTT16)*. Eds: MAHMASSANI, H., Pergamon, 2005.
93. LEBACQUE, J.-P., MAMMAR, S., HAJ-SALEM, H. The Aw–Rascle and Zhang's

- model: Vacuum problems, existence and regularity of the solutions of the Riemann problem. *Transportation Research B*, vol. 41, 2007a, p.710–721.
94. LEBACQUE, J.-P., MAMMAR, S., HAJ-SALEM, H. Generic second order traffic flow modelling. In : *Proc. of 17th International Symposium on Transportation and Traffic Theory (ISTTT17)*. eds: ALLSOP, R.E., BELL, M.G.H., HEYDECKER, B.G., London, 2007b.
  95. LECLERCQ, L. The Lagrangian coordinates and what it means for first order traffic flow models. In : *Proc. of 17th International Symposium on Transportation and Traffic Theory (ISTTT17)*, eds: ALLSOP, R.E., BELL, M.G.H., HEYDECKER, B.G., London, 2007.
  96. LECLERCQ, L. Hybrid approaches to the solutions of the Lighthill–Whitham–Richards model. *Transportation Research B*, vol. 41, 2007, p.701-709.
  97. LEVEQUE, R.J. *Numerical Methods for Conservation Laws*, second ed. Birkhäuser, 1992.
  98. LEE, M.S., SABETIASHRAF, R., DOHERTY, S.T., RINDT, C.R., McNally, M.G., Conducting an Interactive Survey of Household Weekly Activities via Internet: Preliminary Results from a Pilot Study. UCI ITS - AS-WP-01-1, 2001.
  99. LEMOINE, C. *Modélisation dynamique du trafic*. Thèse, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2004.
  100. LEURENT, F. Accessibility to Vacant Activities: a Novel Model of Destination Choice. In: *Proc. of European Transport Conference '99, Seminar F*, London, 1999a, p.307-318.
  101. LEURENT, F. L'accessibilité aux activités vacantes, un modèle pour l'utilité socio-économique du transport. *Actes INRETS n° 83*, 1999b.
  102. LEURENT, F. *Mémoire d'HDR*, 2005, p.68-70.
  103. LIGHTHILL, M.J., WHITHAM, J.B. On kinematic waves II: a theory of traffic flow in long crowded roads. In : *Proceedings of the Royal Society A*, vol. 229, 1955, p.317–345.
  104. LO, H.K., YIP, C.W., WAN, K.H. Modeling transfer and non-linear fare structure in multi-modal network. *Transportation Research B*. vol. 37(2), 2003, p.149-170.
  105. MAHMASSANI, H.S., CHANG, G.-L. Dynamic aspects of departure time choice behaviour in a commuting system: Theoretical framework and experimental analysis. *Transportation Research Record*, vol. 1037, 1985, p.88-101.
  106. MANIEZZO, V., COLORNI, A., DORIGO, M. The ant system applied to the quadratic assignment problem. Technical Report IRIDIA/94-28, Université Libre de Bruxelles, Belgium, 1994.
  107. MAMMAR, S. *Développement d'un modèle de simulation macro-microscopique de trafic*. Thèse, L'université d'Evry Val d'Essonne, 2006.
  108. MARCHAL, F. *Contribution to dynamic transportation models*. Thèse, Université de Cergy-Pontoise, 2001.



109. MESCHINI, L., GENTILE, G., PAPOLA, N. A Frequency Based Transit Model for Dynamic Traffic Assignment to Multimodal Networks. In : *Proc. of 17th International Symposium on Transportation and Traffic Theory (ISTTT17)*. eds: ALLSOP, R.E., BELL, M.G.H., HEYDECKER, B.G., London, 2007.
110. MITCHELL, J.E, RAMASWAMY, S. A Long-Step, Cutting Plane Algorithm for Linear and Convex Programming. *Annals of operations research*, vol. 99, 2001, p.95-122.
111. MULLER, J.P., PISCHEL, M. An architecture for dynamically interacting agents. *International Journal of Intelligent and Cooperative Information Systems (IJICIS)*, vol. 3(1), 1994, p.25-45.
112. MUNCASTER, R.G. Invariant manifolds in mechanics I: The general construction of coarse theories from fine theories, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, vol. 84, 1983, p.353-373.
113. NAGEL, K. Multi-modal traffic in TRANSIMS, In: *Pedestrian and Evacuation Dynamics*, eds: SCHRECKENBERG, M., Springer, 2001, p.161–172.
114. NAGURNEY, A. *Network Economics: A Variational Inequality Approach*. Kluwer Academic Publishers, Norwell, MA, 1993.
115. NAGURNEY, A., ZHANG, D. *Projected Dynamical Systems and Variational Inequalities with Applications*. Kluwer, Boston, 1996.
116. NAGURNEY, A., ZHANG, D. Projected dynamical systems in the formulation, stability analysis, and computation of fixed-demand traffic network equilibria. *Transportation Science*, vol. 31, 1997, p.147-158.
117. NGUYEN, S., PALLOTINO, S. Equilibrium traffic assignment in large scale transit networks. *European Journal of Operational Research*. vol. 37(2), 1988, p.176–186.
118. NUZZOLO, A., RUSSO, F., CRISALLI, U. A doubly dynamic schedule-based assignment model for transit networks. *Transportation Science*. vol. 35, 2001, p.268-285.
119. NUZZOLO, A. Transit path choice and assignment model approaches. In: W.H.K. Lam et M.G.H. Bell, *Advanced Modeling for Transit Operations and Service Planning*. Elsevier, 2003a.
120. NUZZOLO, A. Schedule-based transit assignment models. In: W.H.K. Lam et M.G.H. Bell, *Advanced Modeling for Transit Operations and Service Planning*. Elsevier, 2003b.
121. O’KELLY, M., NAGEL, K., DOHERTY, S. Microsimulation and the Activity Scheduling Process: Views from the STELLA workshop. Position paper written in response to STELLA workshop in Newcastle, 2003.
122. PAPAGEORGIOU, M. Dynamic modeling, assignment and route guidance in traffic networks. *Transportation Research B*, vol. 24, 1990, p.471-495.
123. PAS, E.I., Recent advances in activity-based travel demand modeling. In : *Proc. of Activity-Based Travel Forecasting Conference, Summary, Recommendations and Compendium of Papers*, 1996.

124. PEETA, S., ZILIASKOPOULOS, A.K. Foundations Dynamic Traffic Assignment: Past, Present, Future. *Networks Spatial Economics*, vol. 1, 2001, p.233-266.
125. PENDYALA, R.M. *Measuring Day-to-Day Variability in Travel Behavior Using GPS Data*. Rapport, Federal Highway Administration, U.S. Department of transportation, 2003.
126. PETIT, J. Cinq logiques de mobilité et leurs conséquences sur la planification des déplacements urbains. *Les Cahiers Scientifiques du Transport*, vol. 43, 2003, p.35-58.
127. Politechnica University of Bucharest, disponible sur site d'Internet [http://turing.cs.pub.ro/auf2/html/chapters/chapter2/chapter\\_2\\_1\\_2.html](http://turing.cs.pub.ro/auf2/html/chapters/chapter2/chapter_2_1_2.html), 2002.
128. RANEY, B., BALMER, M., AXHAUSEN, K.W., NAGEL, K. Agent-based activities planning for an iterative traffic simulation of Switzerland. In: *Proc of 10th International Conference on Travel Behaviour Research*, Lucerne, 2003.
129. RECKER, W.W., MCNALLY, M.G., ROOT, G.S. A model of complex travel behavior: Part 1: Theoretical development. *Transportation Research A*, vol. 20, 1986a, p.307-318.
130. RECKER, W.W., MCNALLY, M.G., ROOT, G.S. A model of complex travel behavior: Part 2: An operational model. *Transportation Research A*, vol. 20, 1986b, p. 319-330.
131. RECKER, W.W. The household activity pattern. problem: general formulation and solution. *Transportation Research B*, vol. 29, 1995, p.61-77.
132. RICHARDS PI. Shock waves on the highway. *Operations Research*, vol. 4, 1956, p.42-51.
133. RIESBECK, C.K., SCHANK, R.C. *Inside Case-based Reasoning*. Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ, 1989.
134. RIESER, M. *Generating Day Plans From Origin-Destination Matrices*. Term project, ETH Zurich, Switzerland. 2004.
135. RINDSFÜSER, G., MÜHLHANS, H., DOHERTY, S.T., BECKMANN, K.J. Tracing the planning and execution of activities and their attributes - Design and application of a hand-held scheduling process survey. In : *Proc of 10th International Conference on Travel Behaviour Research*, Lucerne, 2003.
136. ROSSETTI, R.J.F., BORDINI, R.H., BAZZAN, A.L.C., BAMPI, S., LIU, R., VLIET, D.V. Using BDI agents to improve driver modeling in a commuter scenario. *Transportation Research. C* vol. 10, 2002, p.373-398.
137. RUBINSTEIN, R.Y. The Cross-Entropy Method for Combinatorial and Continuous Optimization. *Methodology and computing in applied probability*, vol. 1(2), 1999, p.127-190.
138. RUBINSTEIN, R.Y. Combinatorial optimization, cross-entropy, ants and rare events. *Stochastic optimization: algorithms and applications*, eds: URYASEV, S., PARDALOS, P.M. Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 2001, p.304-358.
139. SCHLEIFER, R. Guest Editorial: Intelligent agents in traffic and transportation. *Transportation research C*, vol. 10(5-6), 2002, p.325-329.

140. SCHOONDERWOERD, R., HOLLAND, O., BRUTEN, J., ROTHKRANTZ, L. Ant-based Load Balancing in Telecommunications Networks. *Adaptive Behavior*, vol. 5(2), 1997, p.169-207.
141. SCHWEITZER, F. *Brownian Agents and Active Particles: Collective Dynamics in the Natural and Social Sciences*. Springer Series in Synergetics, 2003.
142. SMALL, K.A. The scheduling of consumer activities: work trips. *American Economic Review*, vol. 72(3), 1982, p.467-479.
143. SMITH, M. J. The Existence, Uniqueness and Stability of Traffic Equilibrium. *Transportation Research B*, vol. 13. 1979, p.295-304.
144. SMITH, M.J. The stability of a dynamic model of traffic assignment—an application of a method of Lyapunov. *Transportation Science*, vol. 18, 1984, p. 245-252.
145. SMITH, M.J. A new dynamic traffic model and the existence and calculation of dynamic user equilibria on congested capacity-constrained road networks. *Transportation Research B*, 27(1), 1993, p.49-63.
146. SPIESS, H., FLORIAN, M. Optimal strategies: a new assignment model for transit networks. *Transportation Research B*. vol.23 (2), 1989, p.83–102.
147. STUTZLE, T., HOOS, H. MAX-MIN Ant System and local search for the traveling salesman problem. In: *Proc. of Evolutionary Computation, IEEE International Conference*, 1997.
148. SZETO, W.Y., LO, H.K. A cell-based simultaneous route and departure time choice model with elastic demand. *Transportation Research B* vol. 38(7), 2004, p.593-612.
149. TAN, A., TIMMERMANS, H.J.P, DE VRIES, B. Interactive computer experiments in virtual reality: issues and prospects. *Transportation Research Board*. 2001.
150. TIMMERMANS, H.J.P. Models of activity scheduling behavior, In: *Proc of TLEnet 6th workshop*, 2002.
151. TONG C.O., WONG S.C. A predictive dynamic traffic assignment model in congested capacity-constrained road networks. *Transportation Research B*, vol. 34(8), 2000, p.625-644.
152. TRANSIMS, TRansportation ANalysis and SIMulation System. <http://www.transims.net>.
153. VAN AERDE, M. “INTERGATION: A model for simulating integrated traffic networks”. Transportation Systems Research Group. Queen’s university, Kinston, Ontario, 1994.
154. VAUSE, M. A rule-based model of activity scheduling behavior. In: *Activity-based Approaches to Activity Analysis*. eds: ETTEMA, D.F., TIMMERMANS, H.J.P., Pergamon Press, Oxford, 1997, p.73-88.
155. VICKREY, W.S. Congestion Theory and Transport Investment, *American Economic Review Proceedings*, vol. 59, 1969, p.251-260.
156. WALKOWIAK, K. Ant Algorithm for Flow Assignment in Connection-oriented Networks. *Application Mathematical Computation Science*, vol. 15(2), 2005,

p.205-220.

157. WANG, D., TIMMERMANS, H.J.P. A conjoint-based model of activity engagement, timing, scheduling and stop pattern formation, *Transportation Research Record*, vol. 1718, 2000, p.10-17.
158. WARDROP, J.G. Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research. In: *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part II*, vol. 1, 1952, p.325-362.
159. WEN, C.H., KOPPELMAN, F.S. An integrated model system of stop generation and tour formation for the analysis of activity and travel patterns. In : *Proc. of 78th Annual Meeting of Transportation Research Board*, Washington, DC, 1999.
160. WEZEL, W. van, JORNA, R.J. Paradoxes in planning. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 14, 2001, p.269-286.
161. WILSON N., NUZZOLO A. *Schedule-based dynamic transit modelling: theory and applications*, Kluwer Academic Publishers, eds: WILSON N., NUZZOLO A. 2004.
162. WOLF, J., GUENSLER, R., WASHINGTON, S. The Use of Electronic Travel Diaries and Vehicle Instrumentation Packages in the Year2000 Atlanta Regional Household Travel Survey. In : *Proc of Personal Travel: The Long and Short of It. Transport Research Board*, Washington DC, 1999.
163. WOOLDRIDGE, M., JENNINGS, N. Intelligent Agents: Theory and Practice. *Knowledge Engineering Review*, vol. 10(2), 1995.
164. WOOLDRIGE, W. *Multiagent Systems - A Modern Approach to Distributed Artificial Intelligence*, eds: Weiss, G., MIT Press, 2001.
165. WYNTER, L. *A convergent algorithm for the multimodal traffic equilibrium problem*. Rapport de recherche, vol. 4125, INRIA, France, 2001.
166. ZHANG, L., LEVINSON, D. An Agent-Based Approach to Travel Demand Modeling: An Exploratory Analysis. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*. vol. 1898, 2004, p.28-38
167. ZHANG, J., TIMMERMANS H.J.P., BORGERS, A. A model of household task allocation and time use, *Transportation Research B*, vol. 39(1), 2005, p.81-95.
168. ZLOCHIN, M., BIRATTARI, M., MEULEAU, N., DORIGO, M. Model-Based Search for Combinatorial Optimization: A Critical Survey. *Annals of Operations Research*. vol. 131, 2004, p.373-395.



---

## Résumé

---

Le travail de recherche porte sur deux thèmes: 1. développement d'un modèle dynamique multimodal basé sur les activités ; 2. développement de méthodes de résolution de l'équilibre du réseau multimodal dynamique. Nous proposons un modèle dynamique multimodal simulant l'enchaînement des déplacements basé sur les activités. Deux nouvelles méthodes de résolution du problème d'équilibre du réseau sont proposées : 1. l'algorithme de colonie de fourmis en discrétisation temporelle ; 2. la méthode de l'Entropie Relative. Cette dernière constitue une avancée méthodologique qui considère que l'équilibre du réseau est un événement rare parmi les états possibles du réseau. Pour réduire les besoins en moyens de calcul pour l'application dans un grand réseau, nous simulons les voyageurs par paquets en nous appuyant sur un nouveau modèle macroscopique de trafic en coordonnées Lagrangiennes. Ce modèle permet de décrire la propagation des paquets conformément au modèle macroscopique du premier ordre.

---

**Mots clés :** Affectation dynamique de transport, système multi-agent, système de transport multimodal, méthode entropie relative, modèle d'activités

---

---

## Abstract

---

This thesis aims at developing a dynamical activity-based travel behaviour model in a multimodal network and solving the related dynamic user equilibrium problem. We propose a time-dependant Ant Colony algorithm and a Cross Entropy based algorithm for solving the non-derivative variational inequality problems. For the large scale multimodal network dynamics modelling, we propose a packet-based multi-agent approach using Lagrangian a discretization scheme providing a fast and realistic approximation of traffic flow trajectories. A multi-agent based approach modelling travellers' adaptive behaviour and the dynamics of multimodal traffic flow has been proposed.

---

**Keywords:** Dynamic traffic assignment, multi-agents systems, multimodal transportation systems, cross entropy method, activity-based modelling

---