



HAL
open science

Approches biographiques de l'”Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques” de Gabriel Cramer

Thierry Joffredo

► **To cite this version:**

Thierry Joffredo. Approches biographiques de l'”Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques” de Gabriel Cramer. Histoire, Philosophie et Sociologie des sciences. Université de Lorraine, 2017. Français. NNT: . tel-01852029v1

HAL Id: tel-01852029

<https://shs.hal.science/tel-01852029v1>

Submitted on 31 Jul 2018 (v1), last revised 23 Feb 2018 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Approches biographiques de
*l'Introduction à l'analyse des lignes
courbes algébriques* de Gabriel Cramer

THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 1^{er} décembre 2017

pour l'obtention du

Doctorat de l'Université de Lorraine

(mention histoire des mathématiques)

par

Thierry JOFFREDO

Composition du jury

Rapporteurs : Niccolò Guicciardini, professeur, Université de Bergame
Jeanne Peiffer, directeur de recherche, CNRS

Examineurs : Caroline Ehrhardt, maître de conférences, Université de Paris 8
Guillaume Jouve, maître de conférences, Université d'Artois
Irène Passeron, directeur de recherche, CNRS

Encadrants : Philippe Nabonnand, professeur, Université de Lorraine
Olivier Bruneau, maître de conférences, Université de Lorraine

Résumé

La parution en 1750 de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, unique ouvrage publié de Gabriel Cramer, professeur de mathématiques à l'Académie de Genève, est un jalon important dans l'histoire de la géométrie des courbes et de l'algèbre. Il s'est passé près de dix années entre le moment où le Genevois a écrit les premières lignes de son traité des courbes, à l'automne 1740, et sa publication effective : il s'agit de l'œuvre d'une vie.

Ce livre a une histoire, à la fois intellectuelle et matérielle, qui s'inscrit dans les contextes scientifiques, professionnels, académiques et sociaux dans lesquels évoluent son auteur puis ses lecteurs. De la genèse d'un texte manuscrit en devenir dont nous suivrons les évolutions au cours du processus d'écriture et au gré des événements de la vie de son auteur, aux différentes lectures mathématiciennes et historiennes du texte publié qui en sont faites dans les quelque deux siècles qui ont suivi sa publication, je souhaite ici écrire, pour autant que cette expression ait un sens – ce que je m'attacherai à démontrer – une « biographie » de l'*Introduction* de Gabriel Cramer.

Cette approche biographique ambitionne d'apporter des éléments de réponse à plusieurs questions qui peuvent, pour l'essentiel, se rapporter à deux axes de recherche. Le premier axe est orienté vers la reconstitution du processus de rédaction de l'*Introduction* : le projet initial et les intentions au cours du temps, les sources et les influences, les échanges entre l'auteur et ses pairs, les améliorations et réécritures des manuscrits successifs, les différentes fonctions assignées au texte. Cette étude génétique du traité des courbes se fait à la lumière de la biographie de l'auteur – qui permet d'explorer les interactions entre Gabriel Cramer, comme individu singulier avec ses multiples identités, avec les milieux professionnel, scientifique, académique, social, politique dans lequel il vit et travaille – afin de déterminer les conditions et les enjeux de l'écriture du texte, et la manière dont il s'appuie sur un corpus pré-existant d'ouvrages traitant des courbes algébriques.

Le second axe de cette thèse invite à suivre les trajectoires de l'ouvrage après sa publication au travers des yeux de ses lecteurs et commentateurs. Par le biais d'une étude de diffusion et de réception, il s'agit de comprendre la manière dont le livre et ses contenus sont perçus et compris au fil du temps, dans les premières réactions par lettres et dans les réceptions, dans les encyclopédies et dictionnaires, dans les mémoires, articles et ouvrages de recherche mathématique, dans les manuels d'enseignement, et d'évaluer ainsi son influence sur divers champs de recherche (géométrie des courbes, analyse et algèbre) dans un paysage mathématique en constante mutation. Nous aurons ainsi examiné les deux grandes phases du cycle de vie de cet ouvrage : sa conception, à la lumière de la biographie de son auteur, et sa réception, dans le regard de ses lecteurs, constitutives de l'approche biographique de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* que je mets ici en œuvre.

Abstract

The publication in 1750 of the *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, the only published work by Gabriel Cramer, professor of mathematics at the Geneva Academy, is an important milestone in the history of geometry of curves and algebra. Almost ten years passed between the time when the Genevan wrote the first lines of his treatise on curves in the autumn of 1740 and its actual publication, making it a lifetime achievement.

This book has a history, both intellectual and material, which takes place in the scientific, professional, academic and social contexts in which evolve its author and its readers. From the genesis of a handwritten text as a work in progress of which we will follow the evolutions during the process of writing and according to the events of its author's life, to the various mathematicians and historians' readings of the published text which are made in the two centuries following its publication, I would like to write here, insofar as this expression makes sense – which I shall endeavour to demonstrate – a « biography » of Gabriel Cramer's *Introduction*.

This biographical approach aims to provide answers to several questions that can, for the most part, relate to two axes of research. The first axis is oriented towards the reconstitution of the process of writing the *Introduction* : the initial project and intentions over time, the sources and influences, the exchanges between the author and his peers, the improvements and rewritings of successive manuscripts, the different functions assigned to the text. This genetic study of the treatise on curves is carried out in the light of the author's biography – which explores the interactions between Gabriel Cramer, as a singular individual with his multiple identities, with the professional, scientific, academic, social and political circles in which he lives and works – in order to determine the conditions and stakes involved in writing the text, and the way in which it is based on a pre-existing corpus of works dealing with algebraic curves.

The second axis of this thesis invites us to follow the trajectories of the book after its publication through the eyes of its readers and commentators. Through a study of dissemination and reception, the aim is to understand how the book and its contents are perceived and understood over time, in the first reactions by letters and reviews, in encyclopedias and dictionaries, in mathematical dissertations, articles and research works, in teaching manuals, and thus to evaluate its influence on various fields of research (geometry of curves, analysis and algebra) in a mathematical landscape in constant evolution. We will have thus examined the two main phases of the lifecycle of this work : its conception, in the light of the biography of its author, and its reception, through the eyes of its readers, both constituent parts of the biographical approach of the *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* that I am implementing here.

Remerciements

Ce mémoire de thèse est le résultat concret, sensible, de presque six années de travail. Si sa rédaction a été un effort plutôt solitaire, il s'agit bien de l'expression finale d'une démarche collective à laquelle de nombreuses personnes ont apporté leur contribution, directement ou indirectement, de façon continue ou ponctuelle, sur des aspects conceptuels, logistiques ou matériels (et je sens bien, arrivé où je suis, la puissante réalité de ce qui pourrait passer pour un lieu commun des pages de remerciements des mémoires de thèse).

Je commencerais donc par remercier très vivement et très sincèrement mes deux directeurs de thèse, Philippe Nabonnand et Olivier Bruneau, pour leur présence, leur disponibilité, leurs conseils, leurs encouragements et leur confiance qui ont été constants malgré la distance géographique qui nous sépare : dans les temps forts comme dans les moments de doute, ils ont su me mener au bout du chemin, et je n'y serais pas arrivé sans eux. Je remercie également Caroline Ehrhardt, Niccolò Guicciardini, Guillaume Jouve, Irène Passeron et Jeanne Peiffer qui ont accepté de composer le jury de cette thèse.

Merci aux bibliothécaires et archivistes qui m'ont accueilli, orienté et accompagné lors de mes séjours en archives à la Bibliothèque de Genève par deux fois, à l'Académie des sciences de Paris et à la British Library, et à celles et ceux d'autres institutions que je ne pouvais visiter et qui ont répondu à mes sollicitations par e-mail, toujours avec diligence et compétence. Ces séjours en archives ont constitué des moments essentiels pour ma recherche, en prise directe avec les sources historiques ; ils n'ont été rendus possibles que par les aides à la mobilité fournies par le Groupement de recherche (GDR) 3398 « Histoire des mathématiques », sous la houlette de Norbert Schappacher. Que le GDR soit également remercié ici pour les autres participations et actions qui m'ont permis d'avancer dans ma formation de jeune chercheur : les deux Novembertagung de Nancy (2014) et Turin (2015), ainsi que l'école sur les sources en histoire des mathématiques à Luminy (en 2013), compteront sans nul doute parmi les meilleurs souvenirs de mon apprentissage de la recherche. C'est également le moment de remercier les membres des Archives Henri-Poincaré, et notamment son secrétariat, en la personne d'Anny Bégard, pour sa très grande compétence qui a fait qu'à aucun moment je n'ai rencontré de difficulté dans les aspects logistiques de mes déplacements et séjours, ce qui semble être une chance assez rare.

J'adresse des remerciements tout particuliers à Jean-Daniel Candaux, à la Bibliothèque de Genève, qui a su répondre patiemment à toutes mes sollicitations, m'accueillir pour des entretiens très instructifs sur la science genevoise au XVIII^e siècle, me faire profiter de son expertise sur l'identification des auteurs ou des destinataires de quelques lettres, et partager avec moi les résultats de ses recherches personnelles, notamment sur la correspondance de Gabriel Cramer. Je veux également remercier tous les chercheurs et chercheuses, trop nombreux pour être cité-e-s ici, que j'ai pu rencontrer lors des colloques, journées d'étude ou séminaires, et qui ont toujours su répondre à mes questionnements, réagir à mes exposés et m'associer à leurs projets avec une grande bienveillance et le souci de m'aider à avancer. Je pense notamment à Irène Passeron, Christian Gilain, Alexandre Guilbaud, Christophe Eckès

et, plus largement, à tous les membres du groupe D’Alembert et du groupe de travail sur « les sciences mathématiques 1750-1850 : continuités et ruptures ».

Je remercie également, pour m’avoir aidé à comprendre le travail d’historien-ne, les chercheurs et chercheuses parfois anonymes, débutant-e-s ou confirmé-e-s, qui partagent leurs travaux et leurs recherches vers un large public ; la lecture de leurs billets de blog (notamment sur la plateforme hypotheses.org) et les échanges sur les réseaux sociaux ont été très enrichissants pour moi. Travailler à bonne distance de son laboratoire et de sa bibliothèque n’est pas chose aisée ; je voudrais donc ici souligner l’apport considérable des bibliothécaires de l’université de Rennes 1 gestionnaires du prêt entre bibliothèques (PEB), Julie Roussel et Lénaïck Denis, qui ont toujours su répondre efficacement et rapidement à toutes mes demandes de mise à disposition d’ouvrages.

Enfin – *last but not least* – je voudrais ici remercier mes collègues, mes amis et – surtout ! – ma famille pour m’avoir accompagné, encouragé et supporté tout au long du chemin. Mon dernier et mon plus grand merci sera donc pour toi, Sophie, qui m’a précédé et souvent guidé dans cette période très particulière que nous avons affrontée ensemble et (presque) en même temps ; ainsi que pour vous deux, Titouan et Niels, qui avez su montrer tant de patience devant les week-ends et les vacances envahis par mon travail de recherche et de rédaction. Vous avez été et serez, tous les trois, ma force et mon chemin.

Sommaire

Introduction	vii
I Gabriel Cramer (1704-1752) : citoyen de la République de Genève et de la République des lettres	1
1 Avant 1729 : le temps de l'apprentissage	7
2 1729-1740 : le temps des dilemmes	39
3 1740-1752 : le temps des ambitions	71
II Genèse du traité des courbes : jalons, sources et dynamiques d'écriture	115
4 Dynamiques d'écriture : quelques jalons (1740-1750)	119
5 Le manuscrit autographe des papiers Jallabert	147
6 Du manuscrit au livre publié	177
7 Sources et références	227
III Réceptions et postérité de l'<i>Introduction</i>	267
8 Réception immédiate : diffusion, réactions, recensions	271
9 Réception dans le corpus encyclopédique européen	299
10 Lectures mathématiciennes et historiennes de l' <i>Introduction</i>	331

Conclusion : écrire la biographie d'un ouvrage? enjeux, apports et limites	379
Annexe : inventaire de la correspondance de Gabriel Cramer	385
Bibliographie	431
Manuscrits et fonds d'archives	433
Sources imprimées	437
Index des noms de personnes	465
Index	467

Introduction

L'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Gabriel Cramer, publié en 1750 à Genève, est un ouvrage aujourd'hui encore régulièrement cité dans des livres traitant d'histoire de la géométrie ou de l'algèbre, dans des travaux universitaires, dans les encyclopédies et les dictionnaires, jusque dans les manuels de l'enseignement secondaire souhaitant offrir quelque aperçu historique des notions aux programmes des lycées. Sa notoriété actuelle repose essentiellement sur le fait que le nom de son auteur est aujourd'hui très étroitement associé à la règle d'algèbre qui donne la solution d'un système linéaire de n équations à n inconnues dont le déterminant est non nul : on parle ainsi de *système de Cramer* et de *règle de Cramer* en français, de *Cramer's rule* en anglais, de *Cramersche regel* en allemand, etc. Cette règle, en effet donnée dans un des appendices situés en fin d'ouvrage, lui vaut l'essentiel de sa renommée. Le nom du Genevois est également associé à un célèbre paradoxe laissant à penser que deux courbes algébriques d'ordre n peuvent se croiser en davantage de points qu'il est nécessaire pour en définir une seule, ou encore à certaines courbes particulières (comme la *besace*, d'équation cartésienne $(x^2 - by)^2 = a^2(x^2 - y^2)$, ou la *courbe du diable* d'équation $x^4 - y^4 + (a^2 - b^2)x^2 + (a^2 + b^2)y^2 = 0$), qui rappellent que l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*¹ est avant tout un ouvrage de géométrie. Ces citations et mentions, bien que nombreuses, ne permettent en aucune manière de se former une image précise des contenus de l'ouvrage : les éléments cités ci-dessus ne représentent tout au plus que quelques pages d'un livre qui en compte près de sept cents. J'ai donc choisi de m'intéresser à cet ouvrage pour en faire le sujet de mon mémoire de master d'histoire des sciences et des techniques à l'université de Nantes, soutenu en 2011 : sa lecture m'a permis de passer en revue les résultats qu'il contient comme les méthodes et outils mis en œuvre par l'auteur pour étudier et classer les courbes algébriques des premiers ordres.

S'intéresser à un ouvrage scientifique, c'est d'abord commencer par étudier ses contenus, puis à la manière dont il répond aux textes traitant du même sujet qui le précèdent, et dont il se positionne relativement à ceux qui le suivent : l'*Introduction* s'inscrit dans un corpus dont il s'agit de délimiter les contours, couvrant dans une longue période (de la fin du XVII^e au début du XX^e siècle) des champs variés (géométrie, algèbre, analyse). Le traité des courbes est l'unique publication d'importance de Gabriel Cramer : on n'a de lui, hormis cet ouvrage, que quelques mémoires et dissertations qui ne sont pas sans intérêt, mais n'ont pas l'envergure de ce que l'on peut appeler son chef d'œuvre ou, mieux, l'œuvre de sa vie. Ce questionnement initial sur le texte de l'*Introduction* s'étend donc naturellement à la connaissance de son auteur, de son statut, de ses différentes identités et fonctions sociales, des relations qu'il entretient avec son environnement professionnel – notamment à l'académie de Genève, dans laquelle il enseigne les mathématiques dès l'âge de vingt ans, en 1724 –, social – en prenant en compte différentes modalités de sociabilité savante : voyages, correspondances, sociétés, affiliations académiques, etc. –, politique – les institutions politiques de la République de Genève dans lesquelles il agit –, privé – sa famille, ses amis –, etc. Je me suis donc livré à une première enquête biographique sur la personne de Gabriel Cramer, ci-

1. Par la suite, je me référerai à l'ouvrage de Gabriel Cramer comme l'*Introduction*, le *traité des courbes*, voire l'*Analyse des courbes* comme l'auteur le désignait parfois lui-même.

toyen de la République de Genève et de la République des lettres, qui donne la matière de la première partie de ce mémoire de thèse.

L'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* est bien l'œuvre d'une vie : non seulement s'agit-il de l'unique publication d'importance de Gabriel Cramer, mais de plus l'enquête biographique, par l'étude de sa correspondance, m'a révélé que sa rédaction a débuté dix ans avant sa parution, occupant ainsi un bon tiers de sa vie scientifique, qui commence en 1722 par la soutenance d'une thèse sur la propagation du son, et s'achève avec son décès en 1752, à l'âge de 47 ans. Cette longue durée de gestation du traité des courbes m'a conduit à l'étude des conditions qui ont présidé à la genèse de l'ouvrage, des motivations intellectuelles et sociales qui ont conduit son auteur à mener à bien ce projet éditorial, des conditions matérielles de son écriture et des différentes étapes du processus de rédaction, jusqu'à sa publication et sa diffusion. Ce texte en devenir, dont les premières lignes sont écrites à l'automne 1740, est l'objet de la seconde partie de ce mémoire : je me propose d'y reconstituer les différentes phases de sa genèse, notamment à l'aide de l'étude de la correspondance de son auteur, puis d'y ajouter l'analyse de manuscrits du traité des courbes, aujourd'hui conservés dans les archives de la Bibliothèque de Genève, afin de mettre en évidence des dynamiques au cours de cette période de conception et d'écriture. Cette critique génétique du texte, pour me placer dans le champ sémantique des études littéraires auxquelles je souhaite faire quelques emprunts méthodologiques, vise à utiliser toutes les sources à ma disposition pour comprendre le processus de création et de maturation du texte en devenir. Elle se termine par une étude systématique des principales sources auxquelles l'auteur a puisé pour construire son ouvrage, identifiées par le biais des citations bibliographiques relevées dans les manuscrits et dans le livre publié, et des textes qui, bien que non explicitement cités, ont participé de sa connaissance du sujet des courbes algébriques, identifiés à l'occasion d'une tentative de reconstruction de sa bibliothèque de travail et de l'étude de la circulation des manuscrits au sein de son réseau de correspondance.

Le texte de l'*Introduction*, une fois « libéré » de son auteur et figé dans sa textualité, entre alors dans une nouvelle phase de son cycle de vie. La troisième et dernière partie de ce mémoire de thèse se veut une étude de sa diffusion et des différentes formes de sa réception par un lectorat très varié, au cours des années qui ont suivi sa parution, puis au cours du long dix-neuvième siècle. Cette étude débute par les toutes premières lectures faites par les pairs de Gabriel Cramer, au travers des différents échanges épistolaires avec l'auteur qui ont suivi la publication du livre en 1750 (les lettres d'Euler, de Nicolas Bernoulli et surtout de D'Alembert sont riches d'enseignement à cet égard) et des recensions publiées dans les journaux de la République des lettres. Je montre ensuite que les lectures de l'*Introduction* varient largement dans le temps, dans l'espace, selon les champs d'activité mathématique de ses lecteurs et les supports sur lesquels elles s'expriment. Elles sont l'œuvre de mathématiciens, amateurs ou professionnels, dans les champs de la géométrie, de l'analyse ou de l'algèbre, dans des articles de revues, des ouvrages de recherche ou des manuels d'enseignement ; d'encyclopédistes et de dictionnaristes d'abord généralistes, puis de plus en plus spécialisés en

mathématiques, qui rendent compte de l'étendue des savoirs en un temps et un lieu donné ; et enfin d'historiens – ou de mathématiciens faisant œuvre d'historien – qui situent, au fil du temps, l'œuvre de Gabriel Cramer dans leurs perceptions des progrès de la géométrie ou de l'algèbre. Il s'agit donc ici de suivre l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* dans ses trajectoires dans différents champs de l'activité mathématique au cours du temps selon les points de vue mathématiciens et/ou historiens de ses différents lecteurs, afin de comprendre ce qui en a été perçu, retenu, utilisé ou au contraire ignoré depuis sa publication jusqu'au début du xx^e siècle.

Mon objectif est donc d'écrire l'histoire de ce livre au fil du temps, la « biographie » d'un texte qui a un devenir et subit des mutations, dans sa phase de conception et d'écriture bien entendu, mais également dans sa phase de réception, non dans sa textualité elle-même mais dans la connaissance et la perception que ses lecteurs en ont au cours des décennies qui ont suivi sa parution. La démarche biographique est en histoire des sciences une option méthodologique utilisée depuis bientôt quarante ans qui, loin des exercices convenus de l'éloge ou du récit de vie édifiant contraints par des obligations ou des objectifs moraux, a fait la preuve de sa fécondité et de sa vitalité, comme le montrent par exemple les textes réunis dans l'ouvrage *Telling Lives in Science : Essays on Scientific Biography* par Shortland et Yeo (1996), les articles constituant le dossier intitulé *Biography in the History of Science* de la revue *ISIS* signés par Terrall (2006), Porter (2006) et Nye (2006), les récentes réflexions rassemblées dans l'ouvrage collectif *Les uns et les autres...* sous la direction de Nabonnand et Rollet (2012), issus de deux colloques sur les biographies et prosopographies en histoire des sciences qui se sont tenus à Nancy en 2008 et 2009, ou encore dans le séminaire *L'enquête biographique dans les études sur les sciences* organisé par Anne Collinot au Centre Alexandre-Koyré en 2013. Dès 1979, Hankins signe un article en défense de l'usage de la biographie en histoire des sciences : même si l'auteur n'envisage alors que d'appliquer la démarche biographique à quelques grandes figures de la science dont le récit de vie restait à écrire – un point de vue qui paraît aujourd'hui bien dépassé – il conclut justement son article en rappelant :

« A fully integrated biography of a scientist which includes not only his personality, but also his scientific work and the intellectual and social context of his times, is still the best way to get at many of the problems that beset the writing of history of science. [...] Science is created by individuals, and however much it may be driven by forces from outside, these forces work through the scientist himself. Biography is the literary lens through which we can best view this process. »
(Hankins 1979, p. 13-14)

La métaphore de la lentille est reprise par Marc-Antoine Kaeser, qui voit dans l'exercice biographique la possibilité de poser un « regard transversal et panoramique » et de multiplier les perspectives sur le sujet de son étude en l'utilisant comme un « œilleton » au travers duquel le biographe peut orienter son point de vue et modifier ses approches conceptuelles en « adapt[ant] la focale de son appareil de visée » (Kaeser 2003, p. 144). Certains pièges de la dé-

marche biographique sont pointés mais l'auteur souligne que la cohérence du discours du biographe est « *garantie par l'unité de son sujet singulier* », ce qui autorise de ne pas isoler les différentes identités du sujet (scientifique, sociale, politique, privée, etc.) les unes des autres, et que la multiplication et la diversité des sources assurent une protection contre l'« *effet de réel* » qui peut donner l'« *illusion de toucher à une vérité brute et vierge* » lors de l'exploitation d'un document d'archive. Bourdieu, pour sa part, avait déjà mis en garde contre l'« *illusion biographique* », demandant notamment de délaissier la notion de *trajectoire* du sujet étudié comme succession d'événements biographiques dans un espace social figé au profit de celle de placements et déplacements dans un espace social en constante mutation, dont on se doit de connaître les états successifs, en relation avec d'autres agents confrontés aux mêmes changements (Bourdieu 1986). Le projet biographique doit donc prendre en compte la diversité et la dynamique des contextes dans lesquels le sujet évolue, et l'influence des mutations de ces contextes sur ses propres trajectoires; cela se traduit chez Giovanni Levi par l'affirmation qu'il y a « *relation permanente et réciproque entre biographie et contexte; le changement est précisément la somme infinie de ces interrelations* » (Levi 1989, p. 1334). Si le biographe peut utiliser ces contextes pour tenter d'expliquer des trajectoires individuelles, le récit de vie d'un individu permet également d'éclairer les arrières-plans culturels au sens large (intellectuels, politiques, économiques, sociaux) dans lesquels il agit. Le potentiel du projet d'une biographie scientifique réside aussi dans sa capacité à dépasser l'individu pour aborder des questions relatives à l'histoire culturelle des sciences : « *What can an individual life story say about larger trends or broader issues? How is science integrated into a life, as well as into society and culture?* » sont les questions qui doivent s'imposer au biographe, selon Terrall (2006, p. 307). La problématisation du projet biographique doit donc inclure dans à la fois l'individu, avec toutes ses identités, les collectifs dans lesquels il agit et les contextes dans lequel s'inscrit; comme l'affirment Nabonnand et Rollet (2012, p. 13-14) :

« *On ne peut envisager de suivre la trajectoire d'un acteur (qu'il soit individuel, collectif ou même abstrait) sans penser les processus sociaux et collectifs qui vont permettre de comprendre les habitus qui l'animent et de reconstruire les dynamiques des réseaux dans lesquels il se meut. [...] La difficulté et l'intérêt d'une biographie historique seront donc de reconstruire les identités d'un acteur en suivant ses trajectoires dans différents champs (disciplinaires, professionnels, académiques, politiques, ...) qui apparaissent pertinents lors de la problématisation du projet biographique.* »

Étymologiquement parlant, la démarche biographique ne peut s'appliquer qu'à des êtres vivants : le récit de vie est ainsi généralement borné par la naissance et la mort du sujet, même si dans certains cas il peut largement en déborder; ainsi, Caroline Ehrhardt rappelle qu'« *Évariste Galois, en tant que personne, est mort en 1832. Mais « Évariste Galois » en tant que personnage a connu des vies multiples et il est encore bien vivant, non seulement au travers de la théorie mathématique qui porte son nom et qui a aujourd'hui des ramifications dans de nombreuses branches des mathématiques, mais aussi au travers de la légende dont*

il est l'objet » (Ehrhardt 2011, p. 17). Quelques historiens ont tenté d'appliquer cette approche biographique à des acteurs non-humains comme des institutions scientifiques ou des concepts mathématiques. Cela a été fait, par exemple, sur un registre métaphorique affirmé, dans les *Éléments d'une biographie de l'espace projectif* (Bioesmat-Martagon 2010) où la métaphore « *peut être filée classiquement [...] comme l'étude d'un parcours individuel* » pour laquelle il s'agit de « *reconstruire les étapes de la constitution du cadre dans lequel se développe ce qu'on appelle aujourd'hui la géométrie projective* », ou comme inscription du parcours individuel de ce concept dans ses contextes d'utilisation par les mathématiciens au fil du temps, l'espace projectif devant être « *saisi dans sa fonction d'exemplarité pour les géomètres ou les topologues* ». Allant plus loin, d'autres prétendent écrire des biographies d'objets matériels, comme l'indiquent les titres des ouvrages de Daston (2000) ou de Bonnot (2002). Bernadette Bensaude-Vincent justifie l'extension de la démarche biographique aux objets par le fait que « *la biographie suggère moins la nécessité organique de la naissance et de la mort que la contingence des événements qui constituent la trame d'une vie et d'un récit* » (Bensaude-Vincent 2012, p. 595) et assure que « *l'approche biographique permet de centrer l'enquête sur l'interaction entre les objets et les populations humaines, et de dégager leurs significations dans un espace culturel donné* » (p. 590). L'objet est ainsi vu comme un acteur qui « *se définit non par sa nature, mais par ses performances, ses effets sur les autres acteurs auxquels il est lié* » (p. 596).

Prêter vie aux objets, figés dans leur matérialité et peu sujets aux mutations que connaissant les êtres vivants, est sans doute plus audacieux que de l'envisager pour les textes littéraires ou scientifiques, qu'il est plus aisé d'associer à une personne ou un groupe de personnes (ses auteurs), et dont l'évolution, au cours de l'acte d'écriture, et le devenir, sous le regard de ses lecteurs et de ses commentateurs, sont plus immédiatement perceptibles. Serait-il donc plus simple d'envisager l'écriture d'une biographie d'un ouvrage, d'un texte scientifique? Le cycle de vie d'un ouvrage comprend plusieurs phases : conception et écriture (incluant un cycle de corrections et de réécritures), publication et diffusion, lectures et exploitation, le cas échéant révisions et rééditions, dans de rares cas effacement et disparition (ce qui représenterait l'état le plus proche de la « mort » de l'ouvrage). Robert Darn-ton, dans l'introduction de *L'aventure de l'Encyclopédie* (2013), justement intitulée *Biographie d'un livre*, s'intéresse au devenir d'un ouvrage dans ses dimensions matérielles, économiques, sociales et intellectuelles, et mobilise l'histoire du livre pour apporter des réponses à de nombreuses questions historiques d'importance que permet d'aborder le suivi des trajectoires de l'*Encyclopédie* dans ces différents champs. L'œuvre scientifique, vue comme véhicule de la pensée d'une personne (ou d'un groupe de personnes), et comme résultat de ses choix et de ses engagements personnels, professionnels ou sociaux, permet une mise en relation « naturelle » entre texte et auteur(s), et la situe comme produit de vies « réelles » et incarnées. L'œuvre et la vie de son auteur n'appartiennent pas à des réalités différentes, elles sont intimement reliées dans une « *dyade biographique* » dont la solidarité est assurée par

ce qu'Anne Collinot appelle « *l'œuvre-travail* », chaînon qui rattache l'œuvre à la vie en la considérant dans ses dimensions laborieuses, quotidiennes (Collinot 2012).

Le projet biographique appliqué à la dyade œuvre-auteur² est porteur de nombreuses potentialités. Il permet d'abord de suivre les trajectoires de l'auteur dans les différents champs dans lesquels elles se déploient en variant les focales et les points de vue pour contextualiser ses pratiques scientifiques et sociales, tout en donnant une perspective sur l'œuvre et les conditions intellectuelles, sociales et matérielles de sa genèse, de son élaboration, de sa diffusion et de ses premières lectures. Il permet également, en contrechamp, d'observer les évolutions du texte en devenir et de reconstituer les différentes étapes du processus de rédaction, témoins du travail de l'auteur (documentation, écriture et corrections, promotion et diffusion) pour façonner son œuvre, puis de suivre les trajectoires du texte lui-même, « libéré » de son auteur une fois publié, au travers des regards portés par ses lecteurs et ses commentateurs au fil des années et des décennies qui suivent sa publication, qui n'en ont pas tous la même vision selon le point de vue (professionnel, disciplinaire, historien) depuis lequel ils l'observent.

Dans cette thèse je souhaite illustrer les potentialités de cette approche biographique d'une œuvre scientifique en prenant l'exemple de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Gabriel Cramer. La biographie de l'auteur, citoyen de la République de Genève et de la République des lettres, qui fait l'objet de la première partie de ce mémoire de thèse, est le premier élément de la dyade biographique dont parle Collinot. La vie de l'auteur, son statut social, sa formation scientifique, son activité d'enseignement et de recherche, les échanges avec ses pairs, sa sociabilité savante, ses ambitions académiques, son action politique à Genève, l'étude de tous ces aspects de sa vie et de son travail me permettront de « planter le décor » et d'aborder les conditions de la production de son traité des courbes dont, fait remarquable et intéressant pour mon étude, la rédaction s'est étendue sur une période de dix ans (1740-1750). Dans les deux parties suivantes, je m'attacherai à l'étude du texte lui-même, de sa conception, des étapes du processus de sa rédaction (en mobilisant essentiellement la correspondance de l'auteur), des dynamiques d'écriture (notamment par l'étude des manuscrits du traité conservés à Genève), de ses filiations (par l'étude de ses sources), des motivations de son auteur pour le publier et le diffuser, avant d'en examiner les réceptions et les lectures (mathématiciennes, encyclopédiques, historiennes) au cours des 150 à 200 ans qui ont suivi sa publication. Ma démarche empruntera ponctuellement à différents champs de recherche : histoire culturelle et sociale des sciences, histoire du livre, critique génétique par exemple, traçant certaines pistes méthodologiques qu'il conviendra sans doute d'explorer davantage et d'approfondir si elles apparaissent prometteuses. Les questions relatives au traité des courbes de Gabriel Cramer que je me pose ici sont nombreuses et variées : pourquoi l'auteur commence-t-il à écrire son traité des courbes, et à

2. J'utiliserai ici l'expression *dyade biographique* dans un sens légèrement différent de celui que lui donne Anne Collinot : dans le cadre de cette étude, la dyade associe de manière plus restrictive un auteur (Gabriel Cramer) et une seule de ses productions scientifiques (son traité des courbes), et non pas son œuvre entière dans toute la généralité du terme.

destination de quels lecteurs, avec quels objectifs (avoués ou cachés)? Comment l'auteur se documente-t-il, comment se déroulent et se succèdent les phases d'écriture, de quelle manière sont présentés, retravaillés, organisés les contenus? Comment ce travail d'écriture s'inscrit-il matériellement dans la vie professionnelle de son auteur? Quels sont les autres acteurs qui participent de ce processus de rédaction et de publication, de quelle manière le travail en cours est-il partagé avec ses pairs? Comment l'auteur accompagne-t-il la diffusion de son œuvre, quels sont les circuits et les acteurs qui permettent sa diffusion? Comment l'auteur inscrit-il son œuvre dans les productions scientifiques de son époque? Quelles sont les fonctions et les valeurs (scientifiques, pédagogiques, sociales) que lui accordent l'auteur, puis ses lecteurs? La démarche biographique, appliquée à dyade formée par l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* et son auteur, Gabriel Cramer, ambitionne ainsi de donner des éléments de réponse à ces questions particulières, tout en cherchant à en donner une portée plus générale.

Première partie

**Gabriel Cramer (1704-1752) : citoyen de la
République de Genève et de la République
des lettres**

Une approche biographique du traité de Cramer, telle que définie dans l'introduction de ce mémoire, ne peut se satisfaire d'une étude du livre seul (en tant qu'objet, support d'un texte figé), ni même des seules relations que ce texte entretient avec les autres textes du corpus que nous serons amenés à étudier : l'entreprise nécessite de se pencher d'abord sur son auteur et sur le contexte scientifique, professionnel, social, culturel et politique dans lequel ce dernier évolue, afin d'envisager le couple œuvre-auteur comme un tout, formant la dyade biographique définie par Anne Collinot. Autrement dit, tout comme la biographie d'un acteur scientifique (humain) ne peut pas faire l'économie de la compréhension profonde du contexte dans lequel cet acteur évolue, la biographie d'un texte scientifique (comme acteur non humain) ne peut se faire sans l'éclairage apporté par l'examen attentif de la vie de son auteur et des circonstances qui ont entouré sa conception, son écriture, sa diffusion et sa première réception.

Je vais donc commencer par m'intéresser à la personne de Gabriel Cramer, à son activité et sa production scientifique, bien entendu, mais aussi à son environnement social et ses interactions avec cet environnement, notamment sur le plan des institutions académiques, scientifiques, religieuses et politiques genevoises ou européennes. Au-delà du portrait d'un homme dans sa singularité, il s'agit d'élargir la perspective et de cerner les différents éléments qui caractérisent la communauté scientifique genevoise dans la première moitié du XVIII^e siècle, et de la manière dont cette communauté s'insère dans celle, bien plus vaste, de l'espace savant européen que l'on appelle République des lettres. Ainsi, tout en posant quelques jalons bio-bibliographiques relatifs à Gabriel Cramer, j'examinerai plus précisément les aspects suivants de la science genevoise :

- le fonctionnement de l'Académie, entre tentations de modernité et contraintes religieuses ;
- la circulation et la réception à Genève comme dans le reste de l'Europe des idées de Descartes, de Leibniz et de Newton ;
- la structuration sociale de l'activité scientifique ;
- la nécessité de l'ouverture sur les réseaux savants de la République des lettres ;
- les spécificités relatives au gouvernement de la cité genevoise, et de son influence sur le déroulement des carrières scientifiques.

Les sources disponibles pour recueillir des éléments biographiques sur Gabriel Cramer sont de diverses natures. La principale source à exploiter – avec une certaine distance néanmoins – est constituée des divers éloges qui ont été écrits à sa mort en janvier 1752 et, pour certains d'entre eux, publiés dans les différents journaux de la République des lettres. Nous disposons de six de ces éloges : le premier est paru dans la *Nouvelle Bibliothèque Germanique* (Lubières 1752) et, bien qu'attribué à Jacob Vernet³ par Jean Henri Samuel Formey,

3. Jacob Vernet (1698-1789), pasteur genevois, professeur de belles lettres puis de théologie à l'Académie de Genève, est connu notamment pour avoir veillé à la bonne impression de *L'Esprit des Lois* de Montesquieu à Genève en 1748.

l'éditeur du journal, il est sans doute de la main de Charles-Benjamin de Langes de Lubières⁴ (Candaux 1993, p. 80). Trois autres, également publiés de manière anonyme, sont attribués à Léonard Baulacre⁵; les deux premiers⁶ ont paru sous forme de lettres, d'une part dans le *Journal Helvétique* sous le titre *Lettre sur la Mort de Mr. Cramer, Professeur en Philosophie à Genève* (Baulacre 1752c), et d'autre part dans la *Bibliothèque Impartiale* sous le titre *Lettre contenant un Eloge historique de Monsr. Cramer, Professeur de Philosophie à Genève* (Baulacre 1752b). Le dernier⁷ est publié « en bonne et due forme » dans la *Bibliothèque raisonnée des ouvrages des savans de l'Europe* (Baulacre 1752a), un manuscrit se trouvant aux Archives du musée d'histoire des sciences de Genève. Un cinquième, rédigé en latin et intitulé *Oratio exponens Vitam, Fata ac Vertutes V. Clar. Gabrielis Crameri*, est l'œuvre de Jean Jallabert⁸ et est paru dans les pages du *Museum Helveticum* (Jallabert 1753). Le sixième et dernier est dû à Étienne-Hyacinthe de Ratte⁹, qu'il a écrit en tant que secrétaire de l'Académie de Montpellier dont Gabriel Cramer était membre étranger depuis 1743. Pour ce faire, De Ratte s'est très probablement appuyé sur des éléments fournis par Jean Jallabert (lui aussi membre de l'Académie de Montpellier). Le manuscrit est aujourd'hui disponible aux Archives départementales de l'Hérault¹⁰.

D'autres auteurs ont donné leur propre biographie du savant genevois, ou ont laissé des textes nous donnant des éléments biographiques. Il faut notamment signaler les quelques pages consacrées à Cramer par l'historiographe genevois Jean Senebier dans son *Histoire littéraire de Genève* (Senebier 1786, Vol III p. 104-112) qui contient d'intéressants compléments bibliographiques. Du milieu du XIX^e siècle nous sont également parvenues les notices relatives à Cramer tirées des *Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz* de l'historien Rudolf Wolf (1858-1862, Vol. III p. 203-226), ou de *La France protestante* des frères Haag (1846-1859,

4. Charles-Benjamin de Langes de Montmirail de Lubières (1714-1790) est un ancien étudiant de Gabriel Cramer à l'auditoire de philosophie de l'Académie, qui a activement contribué à l'animation de la communauté savante genevoise (Candaux 1993, p. 79-83).

5. Léonard Baulacre (1670-1761) est un pasteur qui occupa longtemps la fonction de bibliothécaire de la République de Genève (1728-1756). Membre de plusieurs sociétés savantes genevoises, il écrivit de nombreux articles, traitant notamment de théologie et d'histoire, publiés dans divers journaux (la *Bibliothèque germanique*, la *Bibliothèque raisonnée* et surtout le *Journal helvétique*). On pourra lire sa notice biographique dans le *Dictionnaire des journalistes*, disponible en ligne à l'adresse <http://dictionnaire-journalistes.gazettes18e.fr/journaliste/044-leonard-baulacre> (consultée le 24 septembre 2017).

6. Ces deux textes sont anonymes, mais dans ses *Ceuvres Historiques et Littéraires* est reproduit un *Éloge historique de Gabriel Cramer, professeur de philosophie à Genève*, daté du 20 janvier 1752, en tête duquel il est précisé « *Journal Helvétique, fev. 1752. Bibliothèque Impartiale, 1752, t. V, 3e partie* » (Mallet 1857, p. 496-506).

7. Dans son étude des journalistes ayant contribué à la *Bibliothèque Raisonnée*, Lagarrigue (1993) attribue l'éloge de Cramer à Baulacre, malgré d'assez nettes différences de contenu avec les deux premiers cités.

8. Jean Jallabert (1712-1768) – fils d'Étienne Jallabert, qui fut le professeur de mathématiques de Cramer à l'Académie – est particulièrement connu pour ses travaux sur l'électricité. Ancien étudiant de Gabriel Cramer, il occupa la chaire de physique expérimentale à l'Académie en 1737 avant de prendre la succession de Cramer comme professeur de mathématiques en 1750, puis de philosophie à la mort de son titulaire en 1752. Voir sa notice biographique dans le *Dictionnaire historique de la Suisse*, disponible en ligne à l'adresse <http://www.hls-dhs-dss.ch/textes/f/F26014.php> (consultée le 24 septembre 2017).

9. Étienne-Hyacinthe de Ratte (1722-1805) est un astronome et mathématicien, alors secrétaire de la Société Royale des Sciences de Montpellier.

10. Conservé sous la cote D 200. Société Royale des Sciences de Montpellier. Membres de la Société. Notices et éloges : éloges de membres décédés; notes biographiques et bibliographiques sur divers membres. XVIII^e siècle. Eloge de Mr. Cramer, par Étienne-Hyacinthe De Ratte, f. 6-11.

Vol. IV p. 113-115). Enfin, de manière plus indirecte, nous retrouvons de précieux éléments relatifs à la vie et à la carrière académique de Gabriel Cramer dans les *Mémoires autobiographiques de Charles Bonnet*¹¹ édités par Raymond Savioz (1948) au milieu du xx^e siècle. J'ai également retrouvé quelques notes intéressantes sur la vie de Cramer au dos des cartes à jouer utilisées par Georges-Louis Le Sage¹² pour consigner ses réflexions et ses pensées¹³. Les biographies plus récentes reprennent pour l'essentiel le matériau biographique fourni par ces sources, avec plus ou moins de précision et de rigueur : il en est ainsi des notices de Jones (1970-1980) dans le *Dictionary of Scientific Biography*, des nombreux articles parlant de Cramer signés de l'historien Pierre Speziali (1959), ou encore du récent livre entièrement consacré à Cramer par Benguigui (1998).

Les éloges comme les notices biographiques plus tardives, si elles sont porteuses de nombreuses informations utiles sur la vie et l'œuvre du Genevois, n'évitent que rarement l'écueil de l'hagiographie : les hauts faits sont rappelés et mis en avant, la vie et la carrière du savant ainsi commémoré sont présentées sans aspérités, sans accident, et retracent une trajectoire linéaire qui n'a que peu à voir avec la réalité, tant soit peu que l'on puisse en approcher. Il s'agit donc de confronter ces textes à la fois entre eux et avec les autres sources à notre disposition.

Ainsi, concernant Gabriel Cramer, une autre source d'information importante – et de première main – est constituée par l'imposante correspondance qu'il a nourrie durant de longues années avec les savants de son réseau européen : des lettres de jeunesse échangées avec Buffon ou Stirling, jusqu'à celles de la fin de sa carrière échangées avec D'Alembert et Euler, en passant par l'amicale relation épistolaire s'étendant sur vingt ans avec Jean-Jacques Dortous de Mairan¹⁴, ces témoignages permettent au biographe de recouper et dater les faits rapportés. L'inventaire de cette correspondance, incluant les dates et lieux d'expédition ou de réception, permet ainsi de s'assurer des jalons spatiaux et temporels, et le cas échéant de corriger ou préciser certaines affirmations de ses divers biographes. Ces lettres sont pour la plupart inédites et très dispersées dans les différentes bibliothèques européennes, mais beaucoup d'entre elles (issues de la correspondance passive, bien entendu, mais aussi des brouillons ou des minutes autographes) se trouvent dans les archives de la Bibliothèque de Genève. Une grande partie de la riche correspondance avec les Bernoulli (Jean I, Nicolas,

11. Charles Bonnet (1720-1793) est un naturaliste genevois, qui fut l'étudiant de Cramer et Calandrini à l'Académie, correspondant de Réaumur à l'Académie royale des sciences de Paris, et connu notamment pour sa découverte de la parthénogénèse du puceron. C'est une des grandes figures de la science genevoise au xviii^e siècle : on peut lire sa notice biographique dans le Dictionnaire historique de la Suisse, en ligne, à l'adresse <http://www.hls-dhs-dss.ch/textes/f/F15877.php>.

12. Lui aussi ancien étudiant de Gabriel Cramer à l'Académie de Genève, Georges-Louis Le Sage (1724-1803), après des études de médecine, s'installa à Genève pour donner des leçons privées de mathématiques et de physique. Il est connu notamment pour sa tentative d'explication de la gravitation par une hypothèse mécaniste faisant intervenir des corpuscules dits « ultramondains ». Voir Prevost et Le Sage (1805) et Chabot (2003).

13. Ces cartes sont conservées à la Bibliothèque de Genève sous la cote Ms Fr 2017.

14. Jean-Jacques Dortous de Mairan (1678-1771) est un savant originaire de Béziers, qui se fit remarquer en remportant successivement trois prix de l'académie des sciences de Bordeaux entre 1715 et 1717, avant d'être reçu associé géomètre à l'Académie royale des sciences de Paris en 1718, où il fit carrière (notamment en occupant la fonction de Secrétaire de 1740 à 1743). Mairan et Cramer ont nourri une correspondance régulière entre 1731 et 1752.

Jean II et Daniel) est conservée à la Bibliothèque de l'université de Bâle. On peut aussi mentionner le fonds d'archive de la British Library à Londres, qui conserve trente-cinq lettres de trente-cinq correspondants différents. Des parties de la correspondance de Cramer sont éditées ou en voie de l'être : ainsi la correspondance avec Clairaut¹⁵ éditée par Speziali (1955) ou celle avec Buffon, éditée par Weil (1961). La correspondance avec D'Alembert a été récemment publiée sous la direction d'Irène Passeron (2015), celle avec Euler le sera très prochainement sous la direction de Bodenmann et Kleinert (2017). Un inventaire de la correspondance de Gabriel Cramer est disponible en annexe (voir p. 387).

Enfin, certaines archives administratives (état civil, testaments, registres des conseils, registres de la Compagnie des pasteurs), conservées aux Archives d'État de Genève, viennent compléter la panoplie des sources mobilisables pour écrire la biographie du Genevois.

Terminons cette introduction avec le portrait de Gabriel Cramer réalisé par Robert Gardelle (p. 8), qui donne un visage à cet « *aimable savant* », pour reprendre l'expression de Daniel Bernoulli¹⁶. Cette expression fait écho aux diverses descriptions que l'on a de Gabriel Cramer, qui soulignent unanimement son affabilité, sa modération et sa gentillesse. Ainsi sous la plume de son ami Charles-Benjamin de Langes de Lubières, dont l'éloge de Cramer est paru dans les colonnes de la *Nouvelle Bibliothèque Germanique* peut-on lire :

« *S'il trouva dans sa famille tous les soins & les exemples qui font la bonne éducation, il y apporta de son côté les dispositions les plus heureuses : un cœur droit et bon, une humeur douce & gaye, cette aimable retenuë que les Latins nomment verecundia, & qu'ils regardoient comme le caractère des enfans bien-nés; une mémoire fidèle, une conception nette & prompte, une riche imagination, & autant de cette vivacité d'esprit qui fait saisir les rapports, que de cette finesse de jugement qui fait sentir les différences. La nature lui avoit tout accordé du côté de l'esprit; & (ce qui est rare) elle ne lui faisoit point acheter ces dons aux dépens du corps. Elle l'avoit également pourvu d'une santé ferme, d'une taille avantageuse, d'une voix agréable, & d'une bien belle physionomie. L'organe étoit bien assorti à l'ame pour laquelle il étoit fait.* » (Lubières 1752, p. 360)

15. Correspondance également disponible en ligne sur le site internet clairaut.com.

16. Citation extraite par Léonard Baulacre d'une lettre de Daniel Bernoulli adressée « à un Savant de nôtre ville », et retranscrite dans son éloge à Cramer : « *Notre gazette, Mon cher Monsieur, nous avoit déjà appris la triste nouvelle que vous venés de me marquer. Elle m'a touché au vif. J'ai perdu un intime ami; Vôtre Ville & nôtre Suisse ont perdu un de leurs plus beaux Ornemens, & toute l'Europe un savant du premier Ordre, né pour augmenter & pour perfectionner les Sciences. C'étoit non seulement un illustre, mais encore un aimable Savant. . .* » (Baulacre 1752c, p. 118).

Chapitre 1

Avant 1729 : le temps de l'apprentissage

Les Cramer, famille du patriciat genevois

Afin d'explorer le contexte social et familial qui voit la naissance de Gabriel Cramer au beau milieu de l'été 1704, il n'est pas inutile d'explicitier les modalités très spécifiques du fonctionnement du gouvernement de la cité, de jauger les équilibres entre les différentes composantes de sa population, et de mesurer l'influence de la structure sociale genevoise sur le développement de l'activité scientifique au début du XVIII^e siècle. Genève est alors une cité de taille très modeste (à peine 20000 habitants¹⁷) dont les institutions, politiques, religieuses et académiques, se sont façonnées sous forte influence de la Réforme protestante. À son arrivée à Genève au milieu du XVI^e siècle, une fois l'émancipation vis-à-vis de la domination savoyarde acquise et la République proclamée, Jean Calvin rédige les ordonnances et les règlements qui fondent la vie religieuse et politique dans la cité qui sera dès lors souvent désignée comme la « Rome protestante ». Après avoir détaillé le fonctionnement des institutions, nous pourrons constater la prééminence de la haute bourgeoisie sur l'ensemble des activités politiques, économiques, culturelles et scientifiques, et de cette façon éclairer le positionnement des membres de la famille Cramer dans l'oligarchie genevoise.

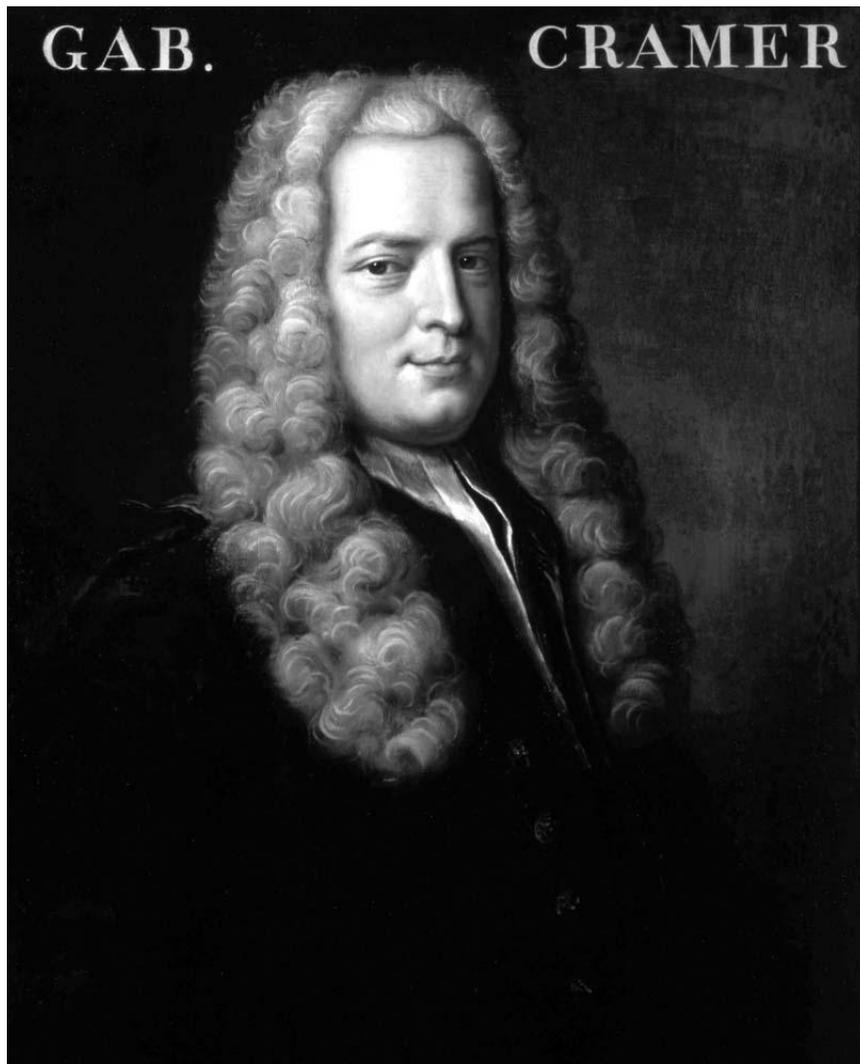
Le gouvernement de Genève au début du XVIII^e siècle

Pour décrire le fonctionnement des institutions genevoises en ce début de XVIII^e siècle, je m'appuierai sur un document intitulé *L'état du gouvernement présent de la République de Genève* (Favre et Tronchin 1901), rédigé en 1721 par Antoine Tronchin, ayant lui-même occupé d'éminentes fonctions politiques à Genève¹⁸, à destination du zurichois Jean-Jacques Leu pour insertion dans une réédition du *De Republica Helvetiorum* qui parut l'année suivante, actualisant la première version qui datait de 1576. On pourra aussi se reporter à l'annexe du livre de Fabrice Brandli (2012, p. 343) intitulée « Les Conseils de la République de Genève au XVIII^e siècle ».

17. Montandon 1975, p. 21.

18. Il fut premier syndic – soit la plus haute fonction politique de la République genevoise – en 1723 et 1727.

FIGURE 1.1 – Portrait de Gabriel Cramer par Robert Gardelle, Bibliothèque de Genève



Antoine Tronchin nous apprend que la souveraineté réside dans le *Conseil Général*, qui réunit l'ensemble des citoyens et des bourgeois de la cité¹⁹, mais qui n'est réuni que rarement (deux fois par an, plus les occasions extraordinaires). L'exercice réel du pouvoir politique se distribue entre trois assemblées :

1. Le Petit Conseil, ou Conseil des Vingt-Cinq, « *administre journellement toutes les affaires de la République, affaires d'État tant du dedans que du dehors, affaires de police, civiles et criminelles.* »
2. Le Conseil des Soixante (parfois écrit Conseil des LX) est parfois – rarement même, au cours du XVIII^e siècle – appelé à se réunir par le Petit Conseil, pour se prononcer sur « *des cas épineux et d'importance.* »²⁰
3. Le Grand Conseil, ou Conseil des Deux Cents (parfois écrit Conseil des CC) est convoqué tous les premiers lundis de chaque mois, ou sur demande du Petit Conseil. C'est le conseil « *où toutes les affaires d'État ou de police ou civiles se traitent en dernier ressort, et, dans les matières criminelles il a droit de faire grâce.* »

Les membres du Petit Conseil siègent au Conseil des Soixante, les membres du Conseil des Soixante au Conseil des Deux Cents, et les membres du Conseil des Deux Cents au Conseil Général. Le Petit Conseil élit les membres du Conseil des Soixante et du Conseil des Deux Cents, et réciproquement le Conseil des Deux Cents nomme les membres du Petit Conseil. Chacun de ces conseils est présidé par les quatre personnes qui occupent la plus haute fonction de la République, à savoir celle de syndic. Ces quatre syndics sont élus chaque année par le Conseil Général, le premier dimanche de janvier, pris parmi les candidats proposés par le Petit Conseil et le Conseil des Deux Cents. Parmi eux est choisi un premier syndic, qui « *est le chef de l'État, [...] qui dirige toutes les affaires et les propose dans les Conseils.* »

Le Conseil des Deux Cents ne traite que d'affaires préalablement examinées par le Petit Conseil, tout comme le Conseil Général n'est saisi que d'affaires déjà traitées par le Petit Conseil et celui des Deux Cents.

Enfin diverses chambres spécialisées (Comptes, Fortifications, Monnaie, Santé, etc.), composées de membres des Petit et Grand Conseil, et présidées par un syndic, se chargent des affaires courantes « *pour le soulagement du Petit Conseil* » et veillent à l'application des différents règlements.

Le document de Tronchin se termine par un paragraphe sur l'Église et l'Académie, sur lequel je reviendrai plus loin, lorsque sera évoqué le fonctionnement des institutions scolaires à Genève.

19. Ce qui représente moins d'un cinquième de la population masculine totale de Genève (Brandli 2012, p. 343).

20. Son rôle effectif dans la conduite des affaires de la Cité semble être mineur, ses prérogatives ayant été largement confisquées par le Petit Conseil (p. 345).

La mainmise du patriciat genevois sur les hautes fonctions de la République et sur l'activité scientifique

Pour la période qui nous intéresse, Genève est une République dont l'organisation est bien établie et stable depuis deux siècles. Mais sous des apparences républicaines, la réalité est que l'exercice du pouvoir politique à Genève est réservé à une oligarchie. Quelques familles de la haute bourgeoisie se partagent le pouvoir, monopolisent les sièges dans les différents Conseils, et se répartissent les responsabilités politiques, religieuses et académiques. En 1734, ce sont 94 familles qui fournissent la totalité des membres du Conseil des Deux-Cents, dont onze seulement se sont rendues « *maîtresses de toutes les délibérations* » : nommément, il s'agit des familles Pictet, Gallatin, Lullin, Buisson, Du Pan, De la Rive, Rilliet, Trembley, Mallet, Cramer et Favre (Brandli 2012, p. 42). René Sigrist (2004, p. 68) définit le patriciat genevois comme « *la capacité traditionnellement réservée à certaines familles d'entrer au Petit Conseil et de revêtir les charges qui en dépendent, en particulier les quatre magistratures suprêmes de syndic de la République* ». Il estime par la suite que cette classe patricienne, très puissante mais peu nombreuse, représentait environ 6% de la population totale. Les tensions entre la haute bourgeoisie et les autres habitants trouveront leur manifestation dans plusieurs épisodes de crise politique profonde, parfois dramatiques, au cours des XVIII^e et XIX^e siècles, opposant le clan des « Négatifs », conservateurs issus de la classe patricienne, soucieux de préserver les intérêts de la haute bourgeoisie, et celui des « Représentants », désireux de voir accorder des pouvoirs élargis au reste de la population.

Le patriciat genevois n'a pas seulement la mainmise sur les institutions politiques et économiques de la République : il contrôle également le système éducatif, tout comme l'activité culturelle et scientifique, comme l'indique Cléopâtre Montandon (1975) dans son étude sociologique portant sur l'essor de la communauté scientifique genevoise au début du XVIII^e siècle :

« Tous les habitants de Genève ne se trouvaient pas sur un même pied d'égalité civique. Ils se divisaient en deux catégories principales : a) les bourgeois qui avaient accès aux droits politiques, et b) les habitants et les natifs qui n'avaient pas de droits politiques. Il faut ajouter à ce dernier groupe les paysans et travailleurs agricoles qui représentaient 25% de la population du canton et qui, jusqu'à la Révolution, furent considérés comme des serfs. À l'intérieur même de la bourgeoisie toutefois, il convient d'introduire une distinction très importante : il y avait, d'une part, les familles patriciennes qui, à travers tout un système de cooptations et d'alliances avaient formé une oligarchie et, par ailleurs, les autres bourgeois qui, bien que détenteurs des droits politiques, étaient maintenus de facto à l'écart des conseils cooptés. À la fin du dix-septième siècle, le système oligarchique était solidement installé et la bourgeoisie de Genève ne s'acquerrait qu'au prix fort ou par alliance matrimoniale. Les arbres généalogiques des familles témoignent de ces alliances et de leur influence sur la répartition du pouvoir, que ce soit dans le domaine économique, politique ou culturel. » (p. 22)

Montandon fait le constat du monopole par le patriciat genevois sur l'activité scientifique (dont elle dit qu'il s'est poursuivi jusqu'au milieu du XIXe siècle), qui s'exerce, selon elle, au travers de trois facteurs principaux : la sélectivité du système éducatif genevois, l'accès aux réseaux de communication (journaux, correspondances), et enfin la concordance entre les valeurs morales des familles patriciennes et les valeurs scientifiques (quête de la vérité, sens du devoir). Nous constaterons en effet par la suite la forte influence de la structure sociale genevoise sur les carrières académiques et scientifiques, notamment celle de Gabriel Cramer : les inégalités ici exprimées se retrouvent naturellement dans l'accès aux études classiques ou supérieures, dans les processus de nomination aux postes de professeurs, dans les pratiques de sociabilité des savants, etc. On pourrait voir, comme le fait Jean Starobinski dans sa préface à l'étude de Cléopâtre Montandon, une « *contradiction difficilement soutenable, entre l'universalité postulée par la science, et les limites étroites de la classe détentrice des pouvoirs dans la Genève d'autrefois* » (p. 6). Mais c'est là une des particularités de la « Rome protestante » qui peut surprendre : les progrès remarquables de la science à Genève constatés dans la première partie du XVIII^e siècle ont été le fait d'hommes appartenant majoritairement à une classe sociale dominante mais très réduite, le plus souvent très conservateurs sur les valeurs politiques, morales et religieuses. Si Sigrist souligne tout de même que la proportion de savants genevois d'ascendance patricienne décroît continuellement entre 1700 et 1850, à l'époque qui nous intéresse (c'est-à-dire les premières décennies du XVIII^e siècle), les carrières scientifiques sont l'apanage presque exclusif de la haute bourgeoisie.

Les Cramer

Gabriel Cramer voit le jour le 31 Juillet 1704 à Genève. Les origines de la famille Cramer se trouvent au duché de Schleswig-Holstein, aux confins du Danemark et de l'Allemagne actuelle, mais on les retrouve à Strasbourg au début du XVII^e siècle (L. Cramer 1952), où un certain Christian Cramer occupe la fonction de premier échevin. Son fils Jean-Ulrich émigra en 1634 à Genève (soit soixante-dix ans à peine avant la naissance de Gabriel Cramer) et y acquit ses Lettres de Bourgeoisie, avec ses fils, en 1668²¹, plus de trente ans après son installation comme simple Habitant dans la cité. On ne sait pas quelle fut son activité, mais selon Alfred Perrenoud (1979, p. 184), « *jusqu'en 1670 [...] les Habitants peuvent pratiquer quasiment sans restriction tous les métiers, même ceux du commerce; seules les professions libérales demeurent réservées aux Citoyens et Bourgeois* ». L'aîné de ses quatre fils, prénommé Gabriel

21. Le *Livre des Bourgeois de l'ancienne République de Genève* indique à la date du 10 novembre 1668 : « *Sieur Jean Ulrich Cramer, de Strasbourg, Gabriel, Jacques, André & Jean Anthoine, ses fils, 500 fl. 2 m[ousque]^{ts} 2 s[eillo]^{ts} » (Covelle 1897, p. 374). La somme de 500 florins était alors le minimum requis pour être admis Bourgeois; le paiement s'accompagne du don de deux mousquets pour l'arsenal, ainsi que de deux seillots (sorte de seau « *en cuir bouilli, pour la défense du feu* »). Il est intéressant de noter que l'année 1668 fut particulièrement faste en ce qui concerne l'accession à la Bourgeoisie à Genève, puisque l'on ne compte pas moins de 46 hommes reçus (éventuellement avec leurs fils), alors que les années immédiatement précédentes et suivantes, on ne répertorie en moyenne qu'une dizaine de nouveaux bourgeois par an. Les droits d'admission à la Bourgeoisie connurent une forte inflation après 1673, année à laquelle le minimum fut porté à 1500 florins en 1673, puis à 5000 florins en 1707 (Perrenoud 1979, p. 185).*

(1641-1724), homonyme de notre savant, fut un médecin réputé à Genève²², et le premier membre de la famille à intégrer l'un des Conseils de la République (en l'occurrence le Conseil des Deux Cents en 1677). L'un des enfants de Gabriel, Jean-Isaac (1674-1751), également docteur en médecine, suivit les pas de son père et se fit également élire dans les Conseils de la République de Genève : le Conseil des Deux Cents en 1704, puis le conseil des Soixante en 1735. C'est ce Jean-Isaac qui est le père de Gabriel Cramer, auteur de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*.

Jean-Isaac, outre Gabriel, eut trois autres fils. Jean, l'aîné (1701-1787), enseignera le droit à l'académie de Genève, et occupera même les fonctions de syndic, soit le plus haut niveau de la représentation politique dans la République de Genève. Quant à Jean-Antoine, le cadet (1707-1775), il deviendra médecin comme son père et son grand-père avant lui. Enfin le benjamin, prénommé Gédéon, mourra à l'âge de 21 ans à Marseille. Notons l'existence d'un cousin éloigné homonyme (1723-1792), connu pour avoir été l'imprimeur de Voltaire et avoir nourri une correspondance avec ce dernier.

Gabriel Cramer est donc issu d'une famille de réfugiés huguenots, installée à Genève depuis plus de deux siècles, fortement impliquée dans la vie politique et savante de la République, et dont plusieurs membres ont été appelés à des fonctions politiques importantes au sein des organes dirigeants de la République. Ainsi, au tout début du XVIII^e siècle, quelques décennies seulement après l'arrivée du patriarche Jean-Ulrich, la famille Cramer est bien intégrée au patriciat genevois, et le jeune Gabriel Cramer est en bonne position pour aborder ses études classiques au Collège de Calvin.

Le Collège et l'Académie de Calvin

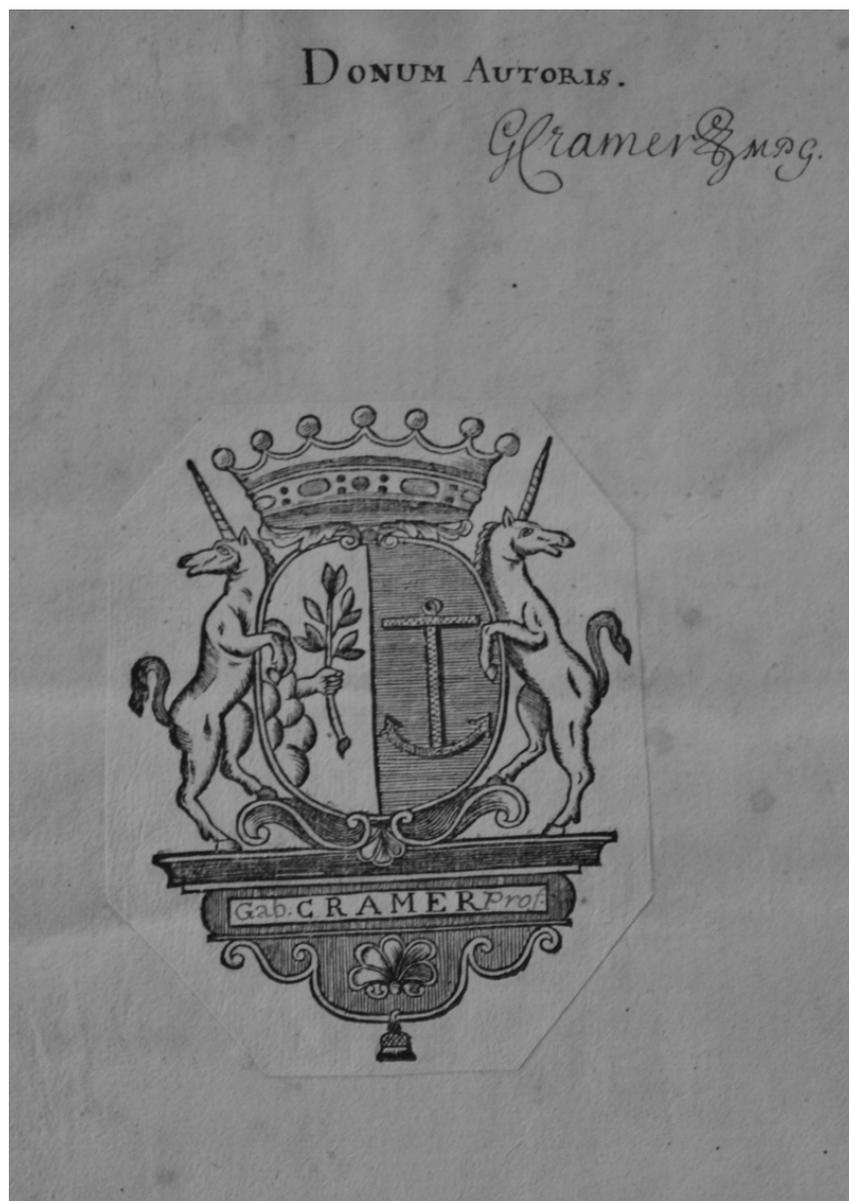
Au moment où le jeune Gabriel Cramer s'apprête à débiter sa scolarité, l'enseignement dispensé au collège et à l'Académie – notamment celui des sciences – vient de subir de fortes évolutions : je vais donc m'attarder un peu sur l'histoire de l'*Alma Mater* de Cramer, de sa fondation au milieu du XVII^e siècle jusqu'aux premières années du XVIII^e siècle, afin de mieux comprendre le parcours du savant genevois.

L'Académie de Genève (qui ne prendra le statut d'université que tardivement, à la fin du XIX^e siècle) est fondée en 1559 sous l'impulsion de Jean Calvin, dans le but premier de répondre aux demandes de formation des pasteurs de la Religion Réformée :

« De tous les pays de langue française où se formaient des communautés protestantes, on s'adressait à Genève pour obtenir des pasteurs, souvent on demandait de même des précepteurs. Le contingent à fournir allait croissant chaque année. Il fallut à tout prix, et sans plus tarder, assurer le recrutement régulier de cette milice de la foi réformée. » (Borgeaud 1900, p. 51)

22. Il « prit le bonnet de docteur » dès 1664 après des études de médecine à Strasbourg, puis revint à Genève pour exercer sa profession (Haag et Haag 1846-1859, Vol. IV, p. 112).

FIGURE 1.2 – Ex-Libris de Gabriel Cramer (armes familiales), accompagné de sa signature, sur un exemplaire des *Recherches sur les courbes à double courbure* de Clairaut, conservé à la Bibliothèque de Genève.



Ce sont en fait deux établissements scolaires, distincts mais étroitement associés l'un à l'autre, qui sont alors créés (Borgeaud 1900, p. 43). La première section de l'école est la *schola privata* ou *gymnasium*, comprend sept classes qui préparent progressivement les élèves selon leur niveau, de l'apprentissage de la lecture et de l'écriture jusqu'à l'étude de la rhétorique et la dialectique; cet établissement prendra ultérieurement le nom de *Collège de Calvin*. La seconde section est la *schola publica*, qui dispense un enseignement supérieur, peu contraint pour ses étudiants (pas de classe, une simple profession de foi et une inscription auprès du recteur suffisent), et qui sera rapidement connue comme l'Académie de Genève.

Quatre chaires sont créées à l'origine de l'Académie : théologie bien entendu, dont le premier titulaire est Calvin lui-même, mais aussi hébreu, grec (incluant un enseignement de philosophie), et arts (p. 64). La mainmise des théologiens dogmatiques est sans partage dans les premières décennies, comme le laissait augurer le discours inaugural prononcé le 5 juin 1559 par le premier recteur de l'Académie, Théodore de Bèze, un des plus proches et fidèles de Calvin :

« Vous n'êtes pas venus en ce lieu comme jadis la plupart des Grecs, qui s'en allaient aux spectacles de leurs gymnases pour y assister à des jeux éphémères. mais, instruits dans la vraie religion et dans la connaissance des bonnes lettres, vous êtes venus afin de pouvoir travailler à la gloire de Dieu, de devenir un jour le soutien de vos proches et de faire honneur à votre patrie. Souvenez-vous toujours que vous êtes des soldats, et que vous aurez à rendre compte à votre chef suprême de cette sainte mission. » (p. 48-49).

L'objectif premier de l'Académie, affirmé par Théodore de Bèze, est donc de former des pasteurs au service de la religion réformée. Le recrutement est international : la liste des premiers étudiants dressée dans le Livre du recteur (Catalogue des Étudiants de l'Académie de Genève de 1559 à 1859) montre bien la diversité de l'origine des étudiants immatriculés : quelques-uns viennent de Genève même, ou des villes proches (Neûchatel, Lausanne) mais la grande majorité est constituée d'étudiants venant de France (Paris, Tours, Bourges, Lyon, Montpellier...), et dans une faible mesure d'Europe du Nord (actuels Allemagne et Pays-Bas), d'Italie, etc (Le Fort 1860).

De fait la tutelle de l'Académie est assurée par la Vénérable Compagnie des Pasteurs, qui décide des orientations des enseignements qui y sont prodigués et des nominations des professeurs qui y officient. À la fin du XVII^e siècle néanmoins, sur fond de crise de recrutement d'étudiants, le Conseil des Deux Cents émet le souhait de réformer la gouvernance de l'Académie en demandant la création d'un Sénat académique qui *« serait composé de Messieurs Les Scholarques et Professeurs, et de quelques Avocats et Médecins, tirés du Conseil des Deux-Cents, pour avoir la direction des affaires Académiques »*, selon une adresse du procureur général du Conseil des Deux Cents en juin 1697 citée par Heyd (1983, p. 181). Il s'agit bien ici pour le Conseil des Deux Cents d'affaiblir la mainmise de la Compagnie des Pasteurs sur l'Académie en la sécularisant. Cette proposition fut maintes fois présentée au Petit Conseil,

qui tergiversa longtemps sous la pression bienveillante des Vénérables, avant de finalement accepter de la porter à l'ordre du jour en 1700.

Le premier syndic était alors Jean-Robert Chouet, souvent présenté comme la personne ayant introduit le cartésianisme à l'Académie de Genève lorsqu'il y était professeur de philosophie, entre 1669 et 1686 (voir *infra*, p. 16). Le souhait de séculariser l'Académie va de pair avec la volonté d'introduire dans le curriculum des étudiants de l'Académie de nouveaux enseignements, notamment de mathématiques, visant à une meilleure prise en compte des idées de Descartes et un abandon de la Logique d'Aristote. D'ailleurs l'extrait du discours de Grenus de 1697 lie explicitement la création du Sénat académique à l'introduction de nouveaux champs disciplinaires dans les enseignements dispensés à l'Académie :

« *Estimant que ce Sénat, qui ne serait composé que de gens de lettres, qui ont voyagé, qui ont visité les Universités Étrangères, et qui entretiennent la plus part commerce avec les Savants de dehors, serait beaucoup plus propre pour conduire Notre Académie, que plusieurs Ministres, qu'il y a. Que ce Conseil Académique, n'étant chargé que cette seule affaire, y apporterait plus d'application; qu'il aurait l'œil à ce que tous les Professeurs, aussi bien que les Régents²³, fissent exactement leur devoir; Que l'on remarque que les Thèses Publiques sont fort négligées depuis longtemps; qu'on remédierait à cela plus aisément par ce moyen-là; que de la manière que les Sciences se traitent aujourd'hui, tout le monde convient, que la connaissance des Mathématiques est absolument nécessaire pour y réussir; et qu'il estime que Nous pourrions trouver au milieu de nous un habile homme, qui les enseignerait publiquement, sans qu'il en coûtât rien à la Seigneurie, en lui donnant seulement entrée dans le dit Sénat Académique, avec le Titre de Professeur; Qu'il en peut autant dire d'un Professeur de Médecine; puisque Nous avons de très habiles hommes pour cette faculté; Qu'ainsi on ne peut douter que l'établissement d'un tel Sénat ne rendît Notre Académie toujours plus florissante, et qu'on n'y attirât toujours plus les Etrangers. Qu'il sait bien que Messieurs Les Ministres ne manqueront pas de s'y opposer, et qu'ils ne souffriront pas aisément qu'on les prive de la connaissance des affaires Académiques; mais qu'on peut surmonter cette difficulté, en admettant dans le dit Conseil Académique deux d'entre Eux, qui y assisteront de la part de la Vénérable Compagnie.* » (p. 181)

Des négociations s'engagent entre les différentes parties, probablement difficiles. Chouet peut néanmoins compter, à l'intérieur même de la Vénérable Compagnie, sur l'appui d'un jeune pasteur en vue, par ailleurs un de ses anciens élèves, nommé Jean-Alphonse Turretini²⁴ qui fut un personnage majeur du protestantisme éclairé des premières décennies du

23. Les Régents sont les professeurs en charge de l'enseignement au Collège.

24. Jean-Alphonse Turretini (1671-1737) est pasteur genevois, professeur d'histoire ecclésiastique à l'Académie dès 1697, puis de théologie en 1705, qui occupa également les fonctions de recteur entre 1701 et 1711. L'une de ses contributions principales a été « *l'élaboration d'une théologie postorthodoxe modérément rationaliste et faisant une large place à la théologie naturelle* », selon la notice biographique du Dictionnaire historique de la Suisse, accessible en ligne à l'adresse <http://www.hls-dhs-dss.ch/textes/f/F11336.php> (consultée le 29 juillet 2015).

XVIII^e siècle, et un acteur important de la République des lettres. Sous l'influence de ce duo politico-ecclésiastique, les réformes académiques s'engagent rapidement : la mise en place de ce Sénat académique est effective dès la fin de 1701, ouvrant ainsi une nouvelle ère à l'Académie²⁵, qui s'autonomise quelque peu de la tutelle religieuse.

L'enseignement des mathématiques à l'Académie

Il y eut un enseignement de mathématiques dès l'origine de l'Académie : avec le titre de *professor artium*, Jean Tagaut²⁶, titulaire de la chaire des arts, proposa dès 1559 un enseignement qui portait à la fois sur la physique aristotélicienne, la dialectique et les mathématiques, dans un champ qui couvrait la géométrie d'Euclide, l'arithmétique, la géographie et l'astronomie (Borgeaud 1900, p. 68). Hélas Tagaut mourut très rapidement, au début de la seconde année scolaire. Un de ses élèves, Michel Varro, s'illustra néanmoins avec un traité sur le mouvement²⁷ qui fait dire à René Sigrist qu'il « *suffit à montrer quel aurait pu être l'impact d'un enseignement de la philosophie naturelle entre les mains d'un titulaire de renom ou d'un professeur qui ne se serait pas limité à transmettre la scolastique la plus classique* » (Sigrist 2011, p. 24). Dans le premier tiers du XVII^e siècle, un certain Jean-Rodolphe Fabri prodigua gratuitement un cours de mathématiques. Mais force est de constater que, à la fin du XVI^e siècle et dans la première partie du XVII^e siècle, dans une Académie tout orientée vers la formation des pasteurs, menée par des dirigeants d'un dogmatisme intransigeant comme Théodore de Bèze, l'accent fut presque entièrement mis sur l'enseignement des savoirs utiles au renforcement des doctrines de la religion réformée : théologie et histoire ecclésiastique, grec et hébreu, droit. La philosophie, les mathématiques et la logique, dans une acception purement aristotélicienne, sont enseignées à la marge par les professeurs successivement en charge de la chaire des arts ou de philosophie, dans le cadre de cours intermédiaires qui prennent place entre les dernières classes des études classiques menées au Collège et les premières classes supérieures de théologie ou d'humanités, empêchant longtemps toute réception des idées de Copernic, de Galilée ou de Descartes (p. 24-26). Ainsi au premier tiers du XVII^e siècle l'enseignement de philosophie couvre-t-il « *la logique d'Aristote, la physique d'Aristote, la géométrie d'Euclide, enfin la sphère, c'est-à-dire ce qu'on savait d'astronomie et de géographie physique* » (Borgeaud 1900, p. 400).

Le changement prit forme deux décennies plus tard, en 1669 plus précisément, avec l'arrivée à Genève de Jean-Robert Chouet comme professeur en philosophie. En 1669, alors qu'il occupait une position de professeur en philosophie à l'université de Saumur depuis cinq ans, où il renforça et approfondit ses connaissances sur la physique cartésienne (Heyd 1983, p. 24-

25. « *C'est sous ce consulat scolaire des deux hommes qui ont été, à ce point de vue, comme le Calvin et le Bèze d'une Genève nouvelle qu'est née l'Académie du XVIII^e siècle.* » (Borgeaud 1900, p. 477). Chez Borgeaud ce passage s'inscrit d'ailleurs entre deux parties de son ouvrage intitulées *Le règne de la théologie* et *Le siècle des philosophes*.

26. Tagaut fut professeur de philosophie et de mathématiques à l'Académie de Lausanne en 1557, avant de rejoindre Calvin à Genève en 1559.

27. *De motus tractatus* (1584).

37), Chouet fut rappelé à Genève par son oncle Louis Tronchin²⁸ pour accéder à la chaire de philosophie. Ce dernier manœuvra, d'une part pour convaincre Chouet de revenir, d'autre part pour faire en sorte que la Compagnie des Pasteurs et le Petit Conseil acceptent la nomination de son neveu sans concours, ce qui fut accepté en séance le 14 mai de cette année (p. 43-44).

Pourquoi la Vénérable Compagnie, que l'on a vue si intransigeante sur l'orthodoxie des thèses philosophiques enseignées dans son Académie, accepta-t-elle de faire venir à Genève un professeur dont les sympathies cartésiennes étaient connues ? On peut dire, en suivant en cela Michael Heyd, que l'inquiétude des Pasteurs portait bien davantage sur la possible importation depuis Saumur de controverses d'ordre théologique, et que l'attitude conciliante de Chouet à ce sujet fut à même de les rassurer suffisamment pour accepter sa nomination. En effet, ce dernier accepta de signer un engagement demandé par la Vénérable Compagnie et dans lequel il déclare :

« [...] que je n'adhère point aux nouveaux sentiments rejetés par la Vénérable Compagnie et notamment à la doctrine de l'Universalité de la grâce et de la non-imputation du premier péché d'Adam. Et je promets que j'enseignerai, lorsque les occasions s'en présenteront, sur ces matières suivant l'ancienne tradition de cette Eglise et conformément aux Règlements de la Vénérable Compagnie du 6 Août 1647 et du 1er Juin 1649 en que je n'enseignerai rien au contraire, ni en public ni en particulier. » (p. 49-50)

Effectivement Chouet ne se présenta pas en révolutionnaire de la pensée scientifique et philosophique, mais utilisa le cartésianisme comme « *une doctrine destinée à pallier les manques de la physique aristotélicienne plutôt que comme une méthode destinée à le renverser* » (Sigrist 2011, p. 31) et fit preuve de la plus grande prudence pour ne pas s'écarter ostensiblement de la doctrine de la Compagnie. Il en allait autrement dans son enseignement privé, hors les murs de l'Académie : chaque mercredi il proposait au grand public des expériences et des démonstrations sur les sujets les plus divers²⁹.

Le passage de Chouet à l'Académie, s'il ne s'inscrit pas dans le schéma simpliste parfois présenté de rupture brutale entre la physique aristotélicienne et la physique cartésienne, favorisa néanmoins à l'Académie de Genève le développement d'une forme de rationalisme religieux compatible avec une affirmation de plus en plus forte des idées de Descartes. Démonstrateur de son poste de professeur à l'Académie en 1686 pour entrer au Petit Conseil, il mena une carrière politique brillante, occupant les plus hautes fonctions au gouvernement de Genève, ce qui lui permit d'influer fortement sur la destinée de l'Académie et, on l'a vu, de réformer de l'extérieur la vieille institution de Calvin. Dès lors la position des Pasteurs et

28. Membre d'une des plus importantes familles patriciennes genevoises, Louis Tronchin (1629-1705) était alors professeur de théologie à l'Académie, dont il avait été le recteur pour les cinq années précédentes.

29. Une lettre datée de 1671 de Pierre Bayle, alors étudiant en théologie à Genève (qui deviendra professeur de philosophie en l'Académie réformée de Sedan puis à Rotterdam, et rédigea les *Nouvelles de la République des Lettres* entre 1684 et 1687), donne le détail de ces conférences publiques, au cours desquelles il examine des questions relatives au venin des vipères, à la pression atmosphérique ou au magnétisme, en y apportant des éléments de réponse par des dispositifs expérimentaux (Heyd 1983, p. 88-93).

des professeurs de l'Académie³⁰ s'infléchit en faveur d'un rapprochement entre théologie et philosophie naturelle, favorisant finalement la défense de la théologie calviniste en s'appuyant sur l'évidence cartésienne fondée sur l'utilisation d'arguments rationnels plutôt que sur les arguments d'autorité fondés sur une orthodoxie intransigeante (Sigrist 2011, p. 96).

Les Registres du Sénat académique, à la date du 16 juillet 1703, et retranscrits par Borgeaud (1900, p. 486-487), témoignent que l'action réformatrice de Chouet est alors sur le point d'aboutir :

« Monsieur le Syndic, ayant ensuite souhaité que l'on opinât sur la proposition qui regarde l'établissement d'une Profession en Mathématique dans l'Académie, a voulu, à cause de la grande liaison qu'ont les Mathématiques avec la Philosophie, savoir premièrement le sentiment de Messieurs les Professeurs en Philosophie sur l'utilité de la dite Profession; lesquels ont fait voir qu'il était impossible d'entendre médiocrement la Physique, sans quelque teinture de géométrie, et qu'on ne pouvait pas pénétrer dans la connaissance des causes des belles découvertes que l'on a fait dans les cieux, sur le mouvement des animaux, sur la pesanteur, etc., sans avoir une assez grande connaissance de la plupart des sciences que les Mathématiques renferment; Que, le but de la véritable Logique étant de rendre l'esprit juste et pénétrant, rien n'était plus propre à produire ce bon effet que la connaissance de la Géométrie, qui, par l'évidence de ses vérités, accoutume l'esprit à ne se contenter que du vrai, et par la grande attention qu'il faut apporter, pour les comprendre, aux démonstrations qu'elle renferme, augmente l'étendue de l'esprit et le rend capable de connaître les vérités les plus composées et les plus difficiles. Que les Mathématiques n'avaient pas leur usage seulement dans la Philosophie, que leur utilité s'étendait presque sur tous les arts, que la connaissance de l'Architecture et des Fortifications, qui sont des parties des Mathématiques, était très nécessaire aux citoyens de cette ville; Qu'en général toutes les sciences des mathématiques étaient du goût des étrangers, et qu'on s'y appliquait aujourd'hui par toute l'Europe avec grand soin. De tout cela ils ont conclu que l'établissement d'une profession en Mathématique ne pouvait être que très utile à cette ville, qu'augmenter la réputation de notre Académie, et qu'y attirer des étrangers; Que notre ville n'est pas dépourvue de personnes très propres à enseigner avec honneur les mathématiques, puisque Monsr Jalabert, qui les enseigne depuis plusieurs années en particulier, a fait voir qu'il avait pour cela tout le savoir et toute l'habileté qu'on pouvait souhaiter; Qu'ainsi, si le Magnifique Conseil voulait qu'il enseignât publiquement les Mathématiques, il ferait une chose qui à tous égards serait très avantageuse à la Ville et à l'Académie. »

« Toutes ces réflexions, approuvées par l'Assemblée, et d'autres que Mess^{rs} les Scholarques, Mons^r le Recteur et Mess^{rs} les Professeurs y ont ajoutées, ont déter-

30. Jean-Alphonse Turretini, bien entendu, mais aussi ses collègues Benedict Pictet, Antoine Léger, Jean-Antoine Gautier.

miné l'Assemblée à former cet avis unanime, qui sera ensuite porté au Magnifique Conseil et à la Vénérable Compagnie; Que, les Mathématiques étant autant utiles et d'un goût autant général qu'elles le sont, une Profession publique en ces sciences serait très avantageuse et très honorable à cette Ville; Et que Mons^r Jalabert a fait voir depuis très longtemps qu'il avait toutes les qualités nécessaires pour remplir avec honneur un semblable emploi. »

En point d'orgue de ce mouvement, trente-cinq ans après la nomination de Chouet à la chaire de philosophie, le célèbre discours de Jean-Alphonse Turretini à la fête des Promotions de 1704 permet de mesurer l'effectivité du changement de paradigme à l'Académie, tournant le dos la science d'Aristote pour embrasser celle de Descartes. Dans ce discours le jeune pasteur, recteur de l'Académie, y promeut les mathématiques avec force et conviction :

« Veut-on les meilleurs préceptes qu'ait trouvés la raison humaine? Qu'on lise cette courte, mais considérable, mais incomparable, mais royale dissertation De la méthode de Descartes. Voulez-vous aiguïser votre esprit, augmenter sa capacité, le rendre vraiment exact et précis dans la recherche? Allez aux mathématiciens, allez aux géomètres, et livrez-vous à leur discipline. Là est la meilleure logique, la plus apte à guider la raison. Sur ce point s'accordent la plupart des philosophes de notre temps. C'est pourquoi aucune création ne saurait être plus utile pour notre Académie qu'un enseignement de mathématique. » (cité par Sigrist (2011, p. 38))

Les préconisations de l'Assemblée académique de juillet 1703 se trouvèrent donc concrétisées avec la nomination, en 1704, d'Étienne Jallabert³¹ à la première chaire officielle de mathématiques. Les Registres du Petit Conseil en rendent compte à la date du vendredi 27 juin 1704 :

« Le Conseil délibérant sur l'établissement d'un Professeur en mathématique, suivant le renvoy du 23 de ce mois; il a été dit, en l'absence des parens du S^r Jalabert, et ayant égard à la déclaration cidevant faite de sa part, laquelle a été réitérée à Mr le P. Synd. par Spble Alphonse Turretin Recteur de l'Académie, et d'ailleurs à son mérite, à son expérience, et à la réputation qu'il s'est déjà acquise, vu l'avis de l'Assemblée académique et de la V.C. du 2 janvier. Qu'on luy donne le titre de Professeur en Mathématique, et l'entrée en cette qualité dans l'Assemblée académique, ce néanmoins sans aucun gage, luy permettant de faire des leçons publiques si bon luy semble. »

On remarquera tout de même qu'il s'agit de l'établissement d'une chaire honoraire qui n'ouvre pas droit à émoluments. Étienne Jallabert enseigne donc les mathématiques de 1704

31. Étienne Jallabert (1658-1724), d'origine languedocienne, est enregistré à l'Académie de Genève entre 1679 et 1681 pour y suivre l'enseignement de théologie. De retour en Languedoc pour exercer son ministère de pasteur, il dut fuir vers Genève au moment de la Révocation de l'Edit de Nantes en 1685, et commença de donner des cours particuliers de mathématiques et de philosophie. En 1699 il conclut un mariage heureux avec une représentante du patriciat genevois, Michée Tronchin, la fille du pasteur Louis Tronchin. Ce mariage lui valut d'être reçu bourgeois en 1700 et d'intégrer ainsi l'oligarchie genevoise, passage obligé vers les carrières académiques (Haag et Haag 1846-1859, Vol. VI, p. 25). Plusieurs thèses ont été soutenues sous sa présidence entre 1714 et 1723, dont celle de Gabriel Cramer (*De Sono*, 1722).

à 1713, année où il accède à la chaire de philosophie, qu'il tiendra jusqu'à son décès en 1723. C'est donc lui qui, dans ce contexte fortement évolutif pour l'enseignement scientifique à l'Académie, assurera la formation scientifique et philosophique de Gabriel Cramer.

Études classiques et supérieures

On a peu de renseignements sur les jeunes années de Gabriel Cramer. Tout au plus, ses biographes semblent s'accorder sur les bonnes dispositions montrées par Cramer lors de ses études au Collège, et font état d'une belle précocité.

Les réformes engagées à l'Académie au début du siècle ont rendu obligatoire un enseignement de Belles-Lettres complémentaire de ce qui est enseigné au Collège et préparant les futurs étudiants de l'Académie à l'entrée dans les auditoires de Philosophie ou de Théologie. Cet enseignement de deux ans est assuré par un professeur aux belles-lettres. Entre 1717 et 1719, à l'époque des études de Gabriel Cramer, cet enseignement fut assuré successivement par deux professeurs : le premier est un pasteur nommé Antoine Maurice (1677-1756), qui prendra ensuite la chaire d'Hébreu puis celle de Théologie, recteur de l'Académie en 1721, et qui sera membre correspondant de l'Académie des sciences de Berlin. Son successeur fut un certain Pierre Cromelin (1684-1739), pasteur lui aussi, qui occupa également la fonction de recteur de l'Académie en 1727. Il prend la forme de deux leçons quotidiennes de deux heures, cinq jours par semaine. Cet enseignement qui « *porte non seulement sur les auteurs grecs et latins, mais sur l'histoire, la géographie ancienne et moderne, la composition française, l'élocution, la méthode, en un mot sur toutes les connaissances qu'on regarde comme le couronnement d'une instruction secondaire complète et le point de départ d'études supérieures fécondes.* » (Borgeaud 1900, p. 493). C'est probablement cette période de la vie du jeune Cramer qu'évoque De Ratte dans ce passage de son éloge de Cramer à la Société royale des sciences de Montpellier :

« *Suivant l'usage établi dans l'Académie de Genève, le jeune Cramer, qui ne négligeoit rien de ce qui pouvoit contribuer à le former, fit des leçons publiques sur différentes parties de la littérature. On le jugea digne à treize ans d'entrer dans cette carrière, qu'il fournit avec distinction. Il lût et expliqua publiquement divers Auteurs Grecs et Latins, avec tout le goût, toute l'élégance, dont ces sortes d'explications sont susceptibles. Dans le choix qu'il fit des Auteurs, il ne se borna point à ceux, qui devenus plus accessibles par le soin que prenoit un sçavant Professeur Mr. Cromelin d'en éclaircir les principales difficultés, semblaient par là même se refuser à de nouvelles interprétations. Il en expliqua plusieurs autres qu'il avoit sçu se rendre familiers, et dont il ne devait l'intelligence qu'à ses propres recherches.* »

Le catalogue des étudiants de l'Académie, exposé dans *Le Livre du recteur*, indique que Gabriel Cramer est admis à suivre les cours de l'Académie (*Promoti ad lectiones publicas*) le

15 mai 1719 (Le Fort 1860, p. 217). Il est alors à peine âgé de 15 ans³². De la même manière, on sait assez peu de choses de son parcours d'étudiant à l'Académie; le plus disert de ses biographes sur le sujet est dans doute Baulacre dans la *Bibliothèque Raisonnée* qui, dans son éloge aux tonalités hagiographiques, dresse le portrait d'un jeune homme totalement tourné vers l'étude des sciences et des mathématiques :

« *Il en [la Philosophie et les Mathématiques] prit les Principes & il en étudia les Elémens sous les Professeurs qui les enseignoient alors dans l'Académie de Genève; mais on peut dire qu'il eut pour Maîtres, son goût, son génie & son application. Il les suivit, & ses progrès furent rapides. S'il satisfait ce goût dominant pour les Mathématiques, ce ne fut point aux dépens des ses autres Etudes; tout marcha d'un pas à peu près égal & avec ordre. Il n'y a point d'Enfance pour les Grands-hommes, aussi le vit-on fort jeune aspirer à avoir entrée dans une Assemblée de gens de goût, où l'on s'occupoit de Belles-Lettres : il y lisoit son Horace, & il ne le lisoit pas en Eco-lier. Il ne fut pas embarrassé non plus à tenir sa place dans une autre petite Société Littéraire, où l'on lisoit & où chacun expliquoit un Chapitre des Elémens de Physique de Mr. 's Gravesande; Livre qui dans ces tems-là bien plus qu'aujourd'hui avoit besoin d'éclaircissemens. Il les donnoit à son tour. Il soutint des Thèses sur le Son, qui annoncèrent dès lors le grand Physicien. S'il alloit à la Campagne, ce n'étoit pas tant pour y prendre les amusemens ordinaires à la jeunesse, que pour y jouir du spectacle d'un beau Ciel. Ses Cartes de jeu étoient des Cartes Astronomiques, son Livre de Récréation, le croiroit-on ? c'étoit le profond Commentaire de Mr. Stirling³³ sur les Lignes du 3^{me} ordre. C'est ainsi que par un travail assidu il se formoit à toutes les difficultés du Calcul.* » (Baulacre 1752a, p. 228-229)

Baulacre dépeint Cramer comme un quasi autodidacte, ne devant son savoir qu'à « *son goût, son génie & son application* ». Néanmoins il est plus raisonnable de penser qu'il profita, sous Étienne Jallabert, d'un enseignement relativement novateur à l'Académie, susceptible de l'ouvrir aux idées nouvelles.

En clôture de ses études Gabriel Cramer soutient le 31 août 1722, sous la présidence de Jallabert, une thèse sur le son intitulée *Dissertatio physico-mathematica de sono* (G. Cramer 1722). La dédicace (p. 23) mentionne trois figures tutélaires (*viris amplissimis, clarissimis*) : Jean-Robert Chouet, Étienne Jallabert lui-même, et enfin son grand-père Gabriel Cramer (le médecin). Cette thèse de 32 pages, dont l'étude dépasse le cadre de notre étude, est analysée dans l'ouvrage de Cannon et Dostrovsky (1981) qui la résume et en donne le jugement de valeur suivant :

« *The thesis includes selected opinions of many authors, from both the seven-teenth century and antiquity. It attempts a presentation of Newton's analysis of the*

32. Il ne faut pas y voir une précocité particulière : cela correspond à l'âge de la plupart de ses condisciples. À titre de comparaison, son fidèle ami Jean-Louis Calandrini y est admis à 14 ans à peine.

33. James Stirling (1692-1770), géomètre d'origine écossaise, professeur de mathématiques à Londres dans une Académie de Little Tower Street, qui commenta et compléta les travaux de Newton sur les courbes du troisième ordre (Stirling 1717).

propagating pressure wave and it attempts a derivation of Mersenne's law. These attempts are by no means impressive : mainly, they are interesting in as much as they indicate the general understandings and confusions that would have been typical in the subject. » (Cannon et Dostrovsky 1981, p. 33)

C'est donc un tout jeune homme de 18 ans, versé dans les mathématiques et la physique, familier de la science cartésienne, sensible aux idées nouvelles qui émergent dans les milieux savants genevois (notamment en provenance de l'Angleterre de Newton), qui termine ses études et se tourne à présent vers une carrière de professeur à l'Académie.

Création de la chaire de mathématiques à Genève (1724)

À la mort d'Étienne Jallabert en 1723, un concours est ouvert pour l'attribution de la chaire de Philosophie ainsi laissée vacante. Se présentent un pasteur âgé de 26 ans, Amédée De la Rive³⁴, ainsi que deux jeunes savants prometteurs à peine sortis de leurs études supérieures, âgés de tout juste vingt ans, présentés comme d'inséparables amis : Gabriel Cramer et Jean-Louis Calandrini³⁵.

Les registres de la Compagnie des Pasteurs et du Petit Conseil sont les témoins des discussions et des manœuvres qui, en écho aux réformes de 1704, émaillèrent l'élection du professeur de philosophie et menèrent, par une suite inattendue, à l'institutionnalisation de la chaire de mathématiques – non honoraire cette fois. On trouve l'annonce de l'ouverture du concours et les noms des trois candidats dans les Registres de la Vénérable Compagnie³⁶, à la date du vendredi 25 février 1724 :

« M^{rs} les Professeurs en Droit étant entrez, on a procédé au grabeau³⁷ à haute voix & par les ballottes³⁸ de M^r le Pasteur Delarive, et de M^{rs} Jean Louïs Calandrin & Gabriel Cramer qui ont été approuvez & admis à disputer la Chaire de Philosophie. »

Les lignes suivantes précisent les modalités du concours. On apprend ainsi que les candidats doivent subir quatre épreuves, sur des thèmes choisis par les membres de la Compagnie :

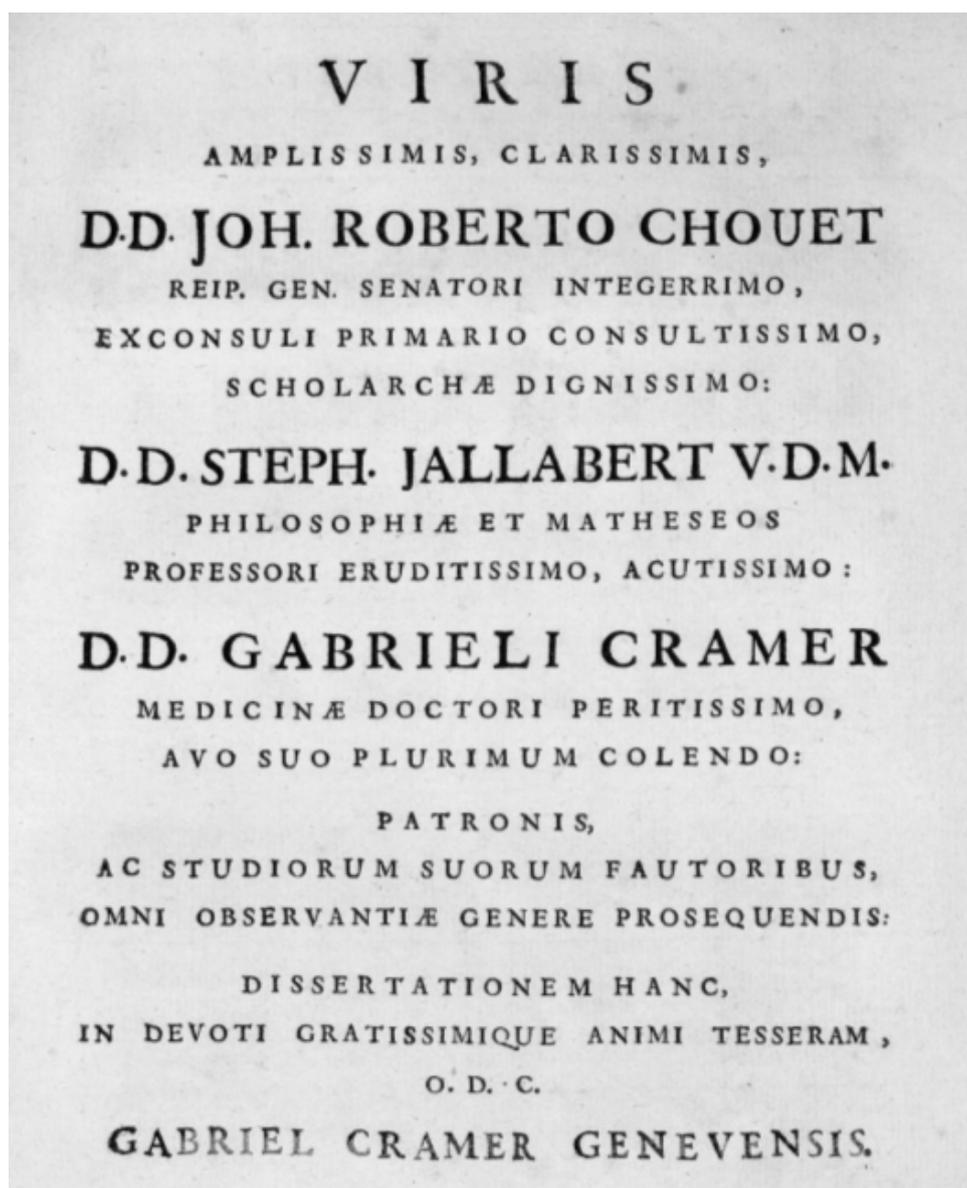
34. Amédée (ou Ami) De La Rive (1692-1763) fut professeur de philosophie à l'Académie de Genève pendant près de 40 ans, de 1724 à 1762; il occupera la fonction de recteur à deux reprises, entre 1732 et 1734, puis entre 1745 et 1747.

35. Jean-Louis Calandrini (1703-1758) est un savant genevois, professeur de mathématiques (1724) puis de philosophie (1734) à l'Académie de Genève. Il est notamment connu pour sa forte contribution à l'édition genevoise des *Principia* de Newton (1739-1742). Il fut élu au Petit Conseil en 1750 et occupa la fonction de syndic en 1757. Voir les notices biographiques qui lui sont consacrées dans l'*Histoire littéraire de Genève* de Senebier (1786, Vol. III p. 112-126) et dans le Dictionnaire historique de la Suisse, en ligne, à l'adresse <http://www.hls-dhs-dss.ch/textes/f/F15881.php>.

36. Procès-verbaux des séances de la Compagnie des Pasteurs pour 1724, Archives d'État de Genève (AEG) Cp. Past. R 21 p. 391.

37. Dans le processus électoral, il s'agit de l'examen – fait à haute voix – de la moralité et de la vie privée des candidats.

38. Billets de vote.

FIGURE 1.3 – Page de dédicace de la thèse *De sono* de Gabriel Cramer (1722)

« Avisé qu'on s'en tiendra à l'avis que la Comp. a passé ci-devant au M. Conseil, qui est que chaque Aspirant doit faire deux dissertations l'une sur la Logique et l'autre sur la Physique & soutiendra deux disputes l'une sur la Logique & l'autre sur la Physique. »

« Opiné sur le tems que devront durer les dissertations et les disputes. »

« Avisé que chaque dissertation ne devra pas s'étendre au delà de trois quarts d'heure, & chaque opposant dans la dispute au delà d'une heure, ce qui bornera le tems des disputes à trois heures, & que l'on aura une clepsydre pour régler le tems de tous ces exercices que M^r le Recteur tiendra. »

Les trois candidats seront rapidement entendus par un jury composé de membres de la Compagnie et du Magnifique Conseil, sur une première dissertation *De Divisione* dès le 7 mars, puis sur une seconde *De Stellis Fixis* le 10 mars. Pour Gabriel Cramer, les deux disputes porteront sur les thèmes *De Vocibus et Sermone* (soutenue le 31 mars) puis *De motu et quiete* (soutenue le 28 avril).

C'est le pasteur De La Rive qui est finalement élu le 3 mai 1724³⁹. Néanmoins, les deux chaires de philosophie étant maintenant tenues par des ecclésiastiques⁴⁰ peu au fait des mathématiques actuelles, le Conseil décida, en forçant quelque peu la main des Vénérables, de rétablir la chaire de Mathématiques créée pour Étienne Jallabert en 1704 et d'y nommer conjointement les deux jeunes candidats évincés.

Ainsi les registres du Petit Conseil et ceux de la Vénérable Compagnie se répondent-ils à ce sujet et dévoilent (un peu) l'arrière-plan des luttes d'influence entre les Conseils et la Compagnie des Pasteurs pour la conduite des affaires de l'Académie. Le 29 août 1724, quelques mois après l'élection de De la Rive, est constituée au sein du Petit Conseil une commission pour étudier la possibilité d'établir une profession en Mathématiques à l'académie :

« M^r le Premier [Syndic] a mis sur le tapis, la proposition faite dans les Conseils, et qui paroît fort souhaitée, sçavoir de l'établissement d'un Professeur en Mathématique, dont on a souvent pressé la nécessité et l'utilité. A quoi on a ajouté une autre proposition faite de meme dans le Magnifique Conseil des Deux Cent, pour l'Etablissement d'un Professeur Allemand pour enseigner le Droit public d'Allemagne, qui attireroit en ce país la Noblesse Allemande. Dont etant opiné, ces deux professions ont été unanimement tres utiles et necessaires, et on a renvoyé en Commission par devant les M.M. De Chapeaurouge, Sindic, Tronchin, J.R. Chouet, Sartoris, Trembley et Grenus anciens Sindics, et Le Clerc Conseiller pour voir et examiner les moyens de ces Etablissements et rapporter. »

Avec Louis Tronchin et Jean-Robert Chouet à sa tête, l'orientation de la Commission quant au projet qui lui est soumis ne fait guère de doute! Le rapport de la Commission est joint aux Registres du Petit Conseil à la date du 6 septembre 1724⁴¹; il va bien entendu dans

39. Il conservera la chaire de philosophie jusqu'à sa mort en 1760, et occupera deux fois la charge de recteur.

40. Le second était Ezechiel Gallatin (1685-1733), élu l'année précédente.

41. Cité par Borgeaud (1900, p. 502) mais je ne l'ai pas retrouvé dans le registre numérisé par les Archives d'État de Genève, qui est une copie du registre original.

le sens de la création d'une chaire de mathématiques, mais définit également les conditions matérielles d'exercice de la fonction de Professeur en mathématiques :

« Passant à l'examen de la Profession de Mathématique, il a été convenu unanimement qu'il était de l'honneur de cet État d'y établir une chaire de Professeur en mathématiques et en conséquence l'avis a été :

1° *« Qu'il y ait toujours à l'avenir un Professeur en mathématiques dans cette Académie.*

2° *« Que son gage serait le même que celui du Professeur en droit assavoir fr. 1200 par an et 19 coupes de bled.*

3° *« Que son rang serait de rouler avec les professeurs en Philosophie et Belles-lettres.*

4° *« Qu'il ferait quatre leçons publiques par semaine.*

5° *« Qu'il entrerait dans les Assemblées académiques et serait appelé dans la Compagnie pour les affaires académiques de même que les Professeurs en droit.*

« Il a ensuite été dit que, vu la circonstance où se trouvent Mrs Calendrin et Cramer, qui ont paru avec distinction dans les disputes pour la Chaire de Philosophie et y ont donné des preuves des grands progrès qu'ils ont fait dans l'étude des mathématiques, il y avait lieu de leur conférer à l'un et à l'autre le titre de Professeurs en Mathématiques et toutes les prérogatives ci-dessus, en partageant entre eux le gage sus mentionné et les fonctions. Mais il a été ajouté qu'on leur donnerait alternativement la liberté de voyager, pendant deux ou trois ans chacun, pour perfectionner leurs connaissances, sous la condition que celui qui demeurerait ici serait obligé de remplir la fonction entière de Professeur en Mathématiques, pendant lequel tems il aurait seul tout le gage. » (Borgeaud 1900, p. 502-503)

Le rapport de la Commission est lu en séance du Conseil le 9 septembre ⁴² :

« M^r le Syndic de Chapeaurouge, Chef de la Commission pour les deux Professeurs en en droit Public et en Mathématiques en a fait lire le résultat du 6^e de ce mois, joint au présent Registre. [...] Opiné ensuite sur la profession en Mathématiques, les parens des S^{rs} Calandrin, et Gabriel Cramer ayant donné liberté, l'avis de la Commission a été approuvé, savoir qu'il y aura à l'avenir une chaire en Mathématiques avec un Gage semblable à celui d'un des Professeurs en droit, savoir de douze cent florins et quatorze coupes de bled, Que cette profession sera pour le présent partagée entre les dits S^{rs} Calandrin et Cramer de meme que le gage et ils seront obligés de faire chacun deux leçons publiques par semaine. »

« Il a encore été résolu de porter au Magnifique Conseil des Deux Cent les deliberations cy dessus sur les deux nouvelles charges de Professeur en Droit public d'Allemagne, et en Mathématiques. »

Ce fut fait lors de la séance du 18 septembre 1724 du Grand Conseil, qui donne son approbation à la proposition formulée par le Petit Conseil.

42. Procès-verbaux des séances de la Compagnie des Pasteurs pour 1724, AEG Cp. Past. R 21 p. 375.

Les Pasteurs de la Vénérable Compagnie sont mis à l'écart de ces discussions, et leurs Registres laissent entendre qu'ils n'ont appris qu'incidemment la décision du Conseil de créer cette nouvelle chaire. On lit⁴³, à la date du 12 septembre 1724 :

« M^r le Recteur a ajouté que M^r le Premier lui a aussi fait savoir seulement par manière de conversation & sans ordre, que le Conseil avoit fondé une Chaire de professeur en Mathématiques. Que ce Professeur devra faire quatre leçons par semaine, deux à l'Auditoire et deux à la Maison, & qu'il aura de gages douze cent florins & quatorze coupes de blé. Que M^{rs} Calandrin et Cramer ayant donné des preuves de leur savoir, partageront entre eux le gage, & les fonctions de cette Profession à condition qu'ils voyagent l'un après l'autre dans les pays étrangers pour se perfectionner de plus en plus dans la Science des mathématiques. »

C'est un camouflet que le Conseil inflige à la Vénérable Compagnie, qui s'inquiète de la liberté prise par les Magnifiques Seigneurs pour imposer la création de cette chaire de mathématiques et la nomination de leurs deux champions, sans concours. Néanmoins les Conseillers souhaitent rassurer les Pasteurs sur le caractère exceptionnel de leur démarche⁴⁴ :

« Que le dessein que le Conseil des Deux Cent a eu de pourvoir ces deux M^{rs} de cette profession a été cause qu'il a passé sur diverses formalités auxquelles il auroit fait attention dans une autre occasion. Que ce qui a été fait dans cette occasion doit être regardé sans conséquence pour l'avenir, & qu'à nouveau fait, nouveau Conseil. »

« Enfin il a dit que les Conseils laissoient à l'Assemblée académique le soin de régler ce qui pouvait regarder la manière d'exercer les fonctions de cette profession. »

En effet les Registres du Sénat académique pour le 29 septembre 1724 précisent encore les conditions de cet enseignement, en introduisant à l'Académie l'usage de la langue française, en préférence au latin, pour les séances d'exercices (les leçons *ex cathedra* continuant à être prononcées en latin) :

« On a encore parlé de la langue dans laquelle les professeurs en mathématiques devraient enseigner et l'avis a été que les leçons qu'ils feraient ex cathedra sur les prolégomènes, par exemple, de quelque livre, ou sur d'autres questions qui ne demanderaient pas des figures ou des démonstrations, se feraient en latin; que celles au contraire qu'ils feraient autour de la table, où ils feraient des démonstrations et des figures, se feraient en français, soit pour en faciliter l'intelligence aux Étudiants, soit afin que des personnes qui auraient du goût pour ces sciences et qui ne sauraient pas le latin puissent en profiter. » (Borgeaud 1900, p. 503)

43. Procès-verbaux des séances de la Compagnie des Pasteurs pour 1728, AEG Cp. Past. R 22 p. 9.

44. Procès-verbaux des séances de la Compagnie des Pasteurs pour 1728, AEG Cp. Past. R 22 p. 14-15.

Les deux amis⁴⁵ se partagent donc les enseignements liés à leur nouvelle position. Calandrini est le premier à bénéficier de la disposition qui l'autorise à voyager. Gabriel Cramer reste donc seul en charge de l'enseignement de mathématiques (qui couvre la géométrie, l'algèbre, l'astronomie, la mécanique).

1727-1729 : le Grand Tour d'un jeune professeur de mathématiques

La nécessité de l'ouverture internationale

Bien qu'ayant trouvé en Étienne Jallabert un enseignant de qualité, qui leur a enseigné la physique cartésienne et les a ouverts aux idées newtoniennes, les deux jeunes élus à la chaire de Mathématiques de l'Académie, Gabriel Cramer et Jean-Louis Calandrini, ne trouvent pas à Genève même les ressources nécessaires à l'approfondissement de leur savoir mathématique ou physique, notamment sur les idées nouvelles qui traversent l'espace intellectuel européen dans les deux premières décennies du XVIII^e siècle. La proposition du Magnifique Conseil de les nommer conjointement « *à condition qu'ils voyagent l'un après l'autre dans les pays étrangers pour se perfectionner de plus en plus dans la Science des mathématiques* » répond donc à un réel besoin de formation scientifique de nos deux savants, qui vont parcourir l'Europe savante et visiter quelques uns de leurs illustres homologues exerçant dans les principaux pôles de la République des lettres (Paris, Londres, Leyde), au contact desquels ils prendront la mesure de l'« évolution des contextes philosophiques », pour reprendre l'expression de René Sigrist (2011).

Cette exigence d'ouverture sur l'étranger pour perfectionner ses connaissances et sa formation académique n'est pas une nouveauté à Genève, et les liens entre la petite cité genevoise et les grands centres intellectuels européens sont déjà bien établis en 1724. Parmi les grandes figures scientifiques de Genève qui ont fait leur Grand Tour de formation, citons Firmin Abauzit⁴⁶, qui se rendit à Rotterdam puis à Londres en 1698 pour compléter sa formation, puis fut en correspondance régulière avec Dortous de Mairan à Paris (McNiven Hine 1996, p. 29-66); Nicolas Fatio de Duillier, qui collabora avec les astronomes parisiens dès 1682, et voyagea en Hollande et en Angleterre avant de s'installer à Londres, où il fut un des plus zélés partisans de Newton, et le premier Genevois à être élu membre d'une académie étrangère avec son élection à la Royal Society de Londres; Georges-Louis I Le Sage⁴⁷ qui

45. De nombreux biographes soulignent leur proximité, et rapportent qu'ils étaient appelés les « Castor et Pollux » de la science genevoise.

46. Firmin Abauzit (1679-1767), languedocien d'origine, il suivit des études de théologie à l'Académie. Après avoir décliné la chaire de philosophie laissée vacante par Étienne Jallabert en 1723, il occupa un simple poste de bibliothécaire à Genève, mais il fut un savant très estimé et écouté, dont le champ de connaissances était particulièrement étendu, allant de l'histoire ancienne à la théologie en passant par les mathématiques. Voir sa notice biographique dans le Dictionnaire historique de la Suisse en ligne à l'adresse <http://www.hls-dhs-dss.ch/textes/f/F11018.php>.

47. Georges-Louis Le Sage (1676-1759), également connu comme Georges-Louis Le Sage de la Colombière, et père de Georges-Louis Le Sage (1724-1803), français d'origine, a suivi l'enseignement de théologie à l'Académie

a séjourné entre 1700 et 1711 à Londres, avec un passage à La Haye en 1705 (Sigrist 2011, p. 88). Il en va de même pour les théologiens, les médecins, les juristes : Jean-Alphonse Turretini, visita successivement la Hollande, l'Angleterre et la France au début des années 1690 au cours de ses « pérégrinations académiques » ; Jean-Jacques Burlamaqui⁴⁸, jeune professeur honoraire de droit à l'Académie, séjourne en Angleterre et aux Pays-Bas en 1720-1721 pour affiner sa formation juridique. Quant à Jean-Louis Calandrini, son grand tour de 1724-1727 est bien moins documenté que celui de son ami Gabriel Cramer⁴⁹, mais il est probable que celui-ci l'ait mené dans les mêmes villes que ce dernier, à savoir Bâle, Leyde, Londres et peut-être Paris (Sigrist 2004, p. 17).

Aperçu de la réception et de la circulation des idées nouvelles en Europe : Descartes, Newton, Leibniz

En ce début de XVIII^e siècle, la pratique du grand tour de formation est largement motivée par la nécessité de prendre connaissance des nouvelles idées qui circulent entre les différents centres intellectuels européens. Les méthodes expérimentales promues en Angleterre par la philosophie naturelle de Newton ou Locke peinent à trouver des relais en Europe continentale. Paris et la France résistent et se montrent fidèles au rationalisme cartésien, derrière Fontenelle, alors Secrétaire de l'Académie des sciences, ou Dortous de Mairan⁵⁰. Berlin et l'Allemagne se méfient et adhèrent à la scolastique leibnizienne, promue par le philosophe Christian Wolff⁵¹ et relayée à Bâle par Jacques et Jean Bernoulli. Néanmoins Leyde, en Hollande, fait exception et constitue un foyer de science newtonienne sous la conduite de 's Gravesande⁵² et Boerhaave.

Comme en Hollande, les idées newtoniennes connaissent une réception relativement précoce à Genève. À la fin du XVII^e siècle, les principes mécanistes du cartésianisme tout

de Genève, avant de s'y installer à son retour de Londres en 1711 pour y ouvrir un cours de mathématiques et de physique hors du circuit académique. Voir sa notice biographique dans le Dictionnaire historique de la Suisse, en ligne à l'adresse <http://www.hls-dhs-dss.ch/textes/f/F26039.php>.

48. Jean-Jacques Burlamaqui (1694-1748) sera nommé professeur (titulaire) de droit en 1723, en même temps que Jean Cramer. Retiré de la vie académique en 1739, il sera élu au Petit Conseil en 1742. Voir la notice biographique qui lui est consacrée dans le Dictionnaire historique de la Suisse, accessible en ligne à l'adresse <http://www.hls-dhs-dss.ch/textes/f/F16279.php>, ainsi que celle de Senebier (1786, Vol. III p. 87-90).

49. Les biographes de Calandrini sont bien moins diserts que ceux de Cramer sur ce grand tour : on n'en trouve le détail ni dans Senebier (1786, Vol. III p. 112-125), ni dans l'éloge qui a été publié dans le Journal Helvétique à sa mort (Anonyme 1759a). René Sigrist, qui consacre quelques pages à son œuvre scientifique (Sigrist 2011, p. 151-153), mentionne qu'il aurait été de plus l'élève de François-Frédéric de Treytorrens à Lausanne.

50. Sur la difficulté des idées newtoniennes à pénétrer l'espace savant français, et à être acceptées au sein d'une Académie royale des sciences essentiellement fidèle à la physique cartésienne, lire Shank (2008) et P. Brunet (1931).

51. Christian Wolff (1679-1754) est un philosophe et mathématicien allemand, qui fit ses études à Leipzig – où il rencontra Leibniz – puis devint professeur de philosophie à l'université de Halle, et qui se consacra à la tâche d'exposer de manière très cohérente le système philosophique de Leibniz.

52. Willem Jacob 's Gravesande (1688-1742), professeur de mathématiques et d'astronomie à l'université de Leyde, a introduit et enseigné les théories de Newton en Hollande. Il a notamment publié en 1720 un ouvrage intitulé *Physices elementa mathematica, experimentis confirmata, sive introductio ad philosophiam Newtonianam* dans lequel il aborde la mécanique newtonienne sous l'angle expérimental. Il fut membre de la Royal Society dès 1715.

récemment installé dans les mentalités genevoises s'accordent mal, comme à Paris, avec l'action à distance de la gravitation universelle proposée par Newton. Néanmoins c'est un Genevois d'origine, Nicolas Fatio de Duillier, acquis aux thèses newtoniennes sur la gravitation, qui présenta devant la Royal Society en 1690 un mémoire intitulé *Traité des causes de la pesanteur*, visant à réaliser la synthèse entre le système newtonien et le mécanisme cartésien (Sigrist 2011, p. 133). Ce mémoire circula jusqu'à Genève et rencontra l'adhésion de quelques-unes des principales figures de la science genevoise, qui pour certaines étaient passées par Londres, et que l'on a déjà rencontrées : citons Firmin Abauzit, dont la correspondance avec Dortous de Mairan montre les convictions newtoniennes, ou encore Georges-Louis I Lesage qui, dans ses cours privés ou ses écrits, diffusa les thèses de Fatio (p. 138-140). Les thèses soutenues successivement par Jean-Louis Calandrini (1722) en optique⁵³ et Gabriel G. Cramer (1722) sur la propagation du son⁵⁴, achèvent d'illustrer la réception des théories newtoniennes dans les milieux scientifiques genevois dans le premier quart du XVIII^e siècle. Nous verrons néanmoins par la suite que le contrepoids aux idées de Newton apporté en Allemagne par Leibniz, notamment sur la question des forces, trouvera un relais efficace à Genève en la personne de Gabriel Cramer, sous forte influence de Jean I Bernoulli et Christian Wolff.

Dans ce contexte de renouvellement des paradigmes scientifiques et philosophiques, les tensions et les disputes sont nombreuses, agitant la République des lettres, dont les membres sont souvent pressés de prendre position⁵⁵. La plus connue de ces disputes est celle opposant les partisans de Newton et de Leibniz au sujet de la priorité de la découverte du calcul différentiel ; non moins importante est celle des forces vives, sur laquelle il est intéressant de s'arrêter quelques instants, car cette question mobilise autour d'elle beaucoup de savants de premier plan en Europe au moment où Gabriel Cramer fait son entrée dans la République des lettres.

L'origine de la dispute sur les forces vives (ou *vis viva*) se trouve chez Leibniz, qui, dans un texte daté de 1686, fait la distinction entre *force morte*, qui désigne la force exercée par un corps au repos, comme celle d'un corps pesant sur le plan qui le soutient, par exemple, et *force vive*, qui désigne la force exercée par un corps en mouvement (Gabbey 1998 ; Costabel 1983 ; Terrall 2004). Leibniz soutient que l'intensité de cette force vive est proportionnelle au produit de la masse par le carré de la vitesse (mv^2), alors que celle de la force morte est proportionnelle à la quantité de mouvement, à savoir le produit de la masse par la vitesse (mv). Disant ceci Leibniz entre en conflit avec Descartes et Newton, qui affirment que la

53. Ces thèses, intitulées *Disquisitio physica de coloribus*, ont été soutenues sous la présidence de Jean-Antoine Gautier.

54. Cette thèse *Dissertatio physico-mathematica de sono* a été soutenue le 31 août sous la présidence d'Étienne Jallabert.

55. Même si certaines de ces positions sont tranchées, l'historiographie classique ne retient pas toujours les nuances. À ce titre, l'exemple de Dortous de Mairan, souvent dépeint comme un cartésien convaincu, freinant la réception des idées newtoniennes en France, est traité avec beaucoup plus de finesse par Ellen McNiven Hine (1989) dans un article joliment titré *Dortous de Mairan, the Cartesian* (mot-valise formé à partir de *cartesian* et *newtonian*). On pourra également se reporter au récent dossier qui lui est consacré dans la *Revue d'histoire des sciences* sous le titre *Des lions et des étoiles : Dortous de Mairan, un physicien distingué* (Bruneau et Passeron 2015).

force d'un corps au mouvement est toujours proportionnelle à la quantité de mouvement. La dispute battit son plein dans les années 1720 et opposa des acteurs importants comme, d'une part, Dortous de Mairan et Maclaurin⁵⁶ (respectivement tenants des théories cartésienne et newtonienne) et, d'autre part, Jean Bernoulli et 's Gravesande (partisans de Leibniz)⁵⁷. D'Alembert tranchera d'une certaine manière la question dans son *Traité de dynamique* (D'Alembert 1743, p. xxi) en la réduisant à une « *discussion Métaphysique très-futile, ou dans une dispute de mots plus indigne encore d'occuper des Philosophes* », clarifiant ainsi un débat qui a longtemps été nourri de nombreuses confusions de la part de ses acteurs sur les notions étudiées (Iltis 1970, 1971).

Cette question des forces vives est donc particulièrement discutée à la fin des années 1720 dans toute l'Europe savante, et cristallise les tensions entre les tenants des philosophies naturelles newtonienne, leibnizienne et cartésienne. C'est dans ce contexte, conflictuel mais riche de nouvelles idées et d'expériences, que Cramer entre en scène en mai 1727, à la fois témoin et acteur de la controverse, à l'occasion de son grand tour de formation qui le mènera de Bâle à Paris en passant par Londres et Leyde.

Bâle et les Bernoulli (mai-octobre 1727)

La première étape de ce grand tour est la toute proche cité de Bâle, où Gabriel Cramer vient suivre les leçons du grand Jean I Bernoulli⁵⁸ et de son neveu Nicolas Bernoulli⁵⁹ pendant quelques mois, entre mai⁶⁰ et octobre 1727. Dans une lettre à Calandrini datée du 24 mai 1727, éditée par J. B. G. Galiffe (1877), Gabriel Cramer livre le détail de ses occupations :

« Je vais régulièrement tous les jours chez M. Jean Bernoulli, et presque aussi souvent chez son neveu Nicolas Bernoulli. Ils sont tous les deux d'une conversation fort agréable et extrêmement ouverts et communicatifs. Je raisonne principalement avec le premier sur les calculs différentiel et intégral. Il m'a communiqué ses leçons manuscrites, qu'il avoit données au marquis de l'Hospital. Il y a bien des choses vieilles et connues à présent, mais il y a aussi de fort bons morceaux qui me sont entièrement neufs. Il m'a aussi communiqué plusieurs des lettres qu'il a reçues du marquis de l'Hospital et qu'il lui a écrites; en un mot je suis extrêmement content de lui, et il rendra, je pense, mon séjour ici plus long que je ne l'avois compté. »

56. Colin Maclaurin (1698-1746) est un savant écossais, fervent partisan de Newton, auteur de deux ouvrages majeurs : une *Geometria organica* en 1740 et un *Treatise of fluxions* en 1742. Pour en savoir davantage sur Maclaurin, lire Bruneau (2011a).

57. Certains, comme Émilie du Châtelet, essaieront de défricher des voies médianes, tentatives de synthèse entre Newton et Leibniz. À ce sujet, voir Reichenberger (2011).

58. Jean I Bernoulli a pris la suite de son père à la chaire de mathématiques de l'université de Bâle en 1705, position qu'il occupera jusqu'à sa mort en 1748.

59. Nicolas Bernoulli assurait un enseignement de logique à l'Université de Bâle. Il sera nommé professeur de droit des fiefs en 1731.

60. Le livre des matricules du rectorat de l'université de Bâle porte mention de l'inscription de Gabriel Cramer à la date du 11 mai 1727 (*Rektoratsmatrikel der Universität Basel, Band 3 (1654-1764) s.d.*).

« Son neveu n'est pas moins agréable. Nos conversations ont roulé sur les jeux de hasard; vous savez qu'il possède cette partie des mathématiques. Il m'a fait voir les lettres qu'il échangeoit avec M. de Montmort sur ces matières, où j'ai vu bien des choses curieuses et nouvelles. Il a aussi entretenu avec M. de Moivre un commerce sur cette matière, et il n'est pas fort content dudit sieur. » (pp 5-6)

On voit ici que l'apprentissage du jeune mathématicien genevois auprès des Bernoulli porte sur deux champs relativement neufs pour lui, probablement absents de l'enseignement public d'Étienne Jallabert, et dont on peut penser qu'il les a abordés en autodidacte : le calcul différentiel et intégral d'une part, et le calcul des probabilités d'autre part. Gabriel Cramer gardera toute sa vie une profonde admiration pour les Bernoulli, et entretiendra une correspondance nourrie avec les divers membres du clan bâlois (Jean I, Jean II, Nicolas et Daniel)⁶¹.

De son côté Jean Bernoulli se montre tout aussi satisfait de son jeune étudiant. Dans une lettre⁶² au médecin genevois Daniel Le Clerc datée du 13 mai, il en fait l'éloge en ces termes :

« Je suis bien aise de connoître personnellement Monsr. le Prof. Cramer; il me fait l'honneur de frequenter mes leçons sur la Geometrie des infinis, j'ai déjà pû entrevoir qu'il a du savoir et du merite, tout jeune qu'il est; J'augure de Lui qu'il deviendra grand et excellent Mathematicien, l'heureuse disposition et les beaux commencements que je remarque en Lui m'en sont un seul garant. »

Court passage à Paris (octobre 1727)

En octobre 1727 Gabriel Cramer reprend sa route vers sa nouvelle destination, l'Angleterre. Selon le récit qu'en fait Charles-Benjamin de Langes de Lubières (Lubières 1752), et qui est confirmé par le contenu d'une lettre adressée à Jean I Bernoulli⁶³, il passe d'abord par Paris où il espère rencontrer Dortous de Mairan, à qui Bernoulli l'a chargé de remettre une lettre. Celui-ci, probablement à la campagne en cette période de vacances de l'Académie, est absent de la ville. Cramer y demeure quand même une quinzaine de jours et rencontre des académiciens, avec qui il échange à propos de la question des forces vives pour la bonne information de son maître bâlois, qui s'inquiète de l'accueil réservé à ses idées sur le sujet.

En effet Bernoulli a soumis à l'Académie, quelques temps auparavant, un *Discours sur le Mouvement*⁶⁴ destiné à concourir pour le prix de 1724, finalement remporté par Maclaurin⁶⁵, et qu'il a présenté à nouveau pour le prix de 1726, lui aussi attribué à un autre concu-

61. Ce respect est réciproque, et trouvera une belle confirmation lorsqu'il recevra la confiance des membres du clan Bernoulli pour assurer l'édition des *Opera* des frères Jean et Jacques dans les années 1740.

62. Lettre de Jean I Bernoulli à Daniel Le Clerc, Bâle, 13 mai 1727, Bibliothèque de l'université de Bâle L Ia 50 Nr 7.

63. Lettre de Gabriel Cramer à Jean I Bernoulli, Londres, 11 décembre 1727. Pour la localisation des lettres citées, voir l'inventaire de la correspondance de Gabriel Cramer en annexe, p. 387 et suivantes.

64. Il s'agit du *Discours sur les loix de la communication du mouvement*, imprimé à Paris chez Jombert en 1727.

65. Ce mémoire de Maclaurin est étudié dans Bruneau (2011a, p. 91-105), et la critique du texte de Bernoulli par Maclaurin examinée dans Harman (1988).

rent, le Père de Mazière. Mécontent de ces deux échecs, Bernoulli est convaincu qu'il était victime d'une sorte de cabale des commissaires, et écrit sa colère en février 1728 à plusieurs de ses correspondants, en s'appuyant sur des propos rapportés par Cramer, extraits de sa lettre à Bernoulli en date du 11 décembre 1727⁶⁶, dénonçant ainsi l'hypocrisie des membres de l'Académie royale des sciences de Paris :

« Je vous apprendrai la dessus une chose qui peut être vous surprendra. Mr. Saurin, que vous croyés vous être opposé, est convaincu de la verité de votre Theorie des forces vives. Il m'a parlé du jugement de l'Academie touchant les prix comme d'un jugement bien different du sien, et fondé sur des préjugés, comme d'un jugement apuié sur une cabale. Il m'a fait entendre qu'on se portoit difficilement à louer & approuver un sentiment qu'on avoit publiquement condamné, & Il ajouta qu'après l'impression de cette Pièce, ceux mêmes qui y avoient été les plus opposés ont craint qu'il n'en rejaillit quelque chose sur l'académie, à cause de la préférence qu'elle avoit donnée à une misérable Rhapsodie d'Écolier, sur une pièce excellente & digne du nom de Bernoulli. Ce sont là ses termes. J'ai vû aussi le P. Castel (qui va publier ses Elemens de mathematique à la portée de tout le monde). Il donne tout à fait dans vos idées sur les forces vives. J'espère qu'enfin la vérité se fera sentir à tout le monde. Mais ce ne sera pas sans peine. »

Cet épisode est révélateur du positionnement initial du jeune Cramer, acquis à la cause de son maître bâlois, vis-à-vis de la question des forces vives. Ce rôle d'intermédiaire assuré par Cramer se poursuivra en Angleterre, où le jeune Genevois continuera à renseigner Jean Bernoulli sur la réception de ses idées en terre newtonienne.

L'Angleterre et les newtoniens (novembre 1727 - juillet 1728)

Quelques mois à peine après la mort d'Isaac Newton, Gabriel Cramer arrive en Angleterre, en novembre 1727. Il prend rapidement la route de Cambridge pour y passer l'hiver à étudier avec Saunderson⁶⁷, dont l'enseignement porte sur la mécanique, l'optique, l'hydrostatique, l'acoustique et l'astronomie et les mathématiques, avec une préférence marquée pour les méthodes analytiques héritées de Newton (Guicciardini 2003, p. 24). Durant ce séjour il poursuit sa correspondance avec Jean I Bernoulli, les échanges portant pour l'essentiel toujours sur la question des forces vives et la réception, en Angleterre, du *Discours sur les loix du mouvement*.

Dans la lettre du 11 décembre citée ci-dessus, Cramer l'assurait que ses idées sont plutôt bien reçues, malgré les préjugés des anglais envers Leibniz. Mais le ton est différent quelques

66. En les dénaturant franchement au passage : dans une lettre à Thiancourt en date du 14 février 1728, par exemple, Bernoulli ajoute les mots suivants (pourtant totalement absents de la lettre originelle) à ceux de Cramer, laissant entendre que c'est ce dernier qui les a écrits : « Car à ce que j'ai compris, les Sçavans de Paris ne tachent point à le devenir par l'amour desinteressé de la verité, mais pour s'acquérir de la reputation et s'attirer par là quelque pension. Chés eux être savant c'est un metier, et peu leur importe, que leurs sentiments soient conformes à la raison, pourvû qu'ils passent pour inventeurs, et qu'ils trouvent des Sectateurs ».

67. Nicholas Saunderson (1682-1739) est le quatrième professeur lucasien de mathématiques de l'université de Cambridge.

semaines plus tard, puisqu'il commence sa lettre du 10 mars 1728 par : « *Il est sur qu'on ne veut point comprendre ici quelle est la difference des forces vives & des forces mortes* »⁶⁸. Il informe notamment Bernoulli à propos des expériences menées par les plus ardents défenseurs de Newton comme Pemberton, Eames et Desaguliers⁶⁹, et relatées dans les *Philosophical Transactions*, visant à réfuter les expériences que Poleni a menées sur les forces vives en Italie. Dans sa précédente lettre en date du 15 janvier⁷⁰ Bernoulli commençait par disqualifier les expériences menées par ses adversaires avant de demander à Cramer de faire insérer un extrait de sa lettre dans les *Philosophical Transactions*; mais ce dernier, sans doute un peu frileux, lui répond qu'il souhaite lui éviter des « *disputes désagréables* », doutant que la Royal Society souhaite y insérer une telle pièce en défense des sentiments de Leibniz. D'ailleurs, finalement peu sûr de lui, Cramer avouera par la suite⁷¹ qu'il ne sait trop comment répondre aux nombreuses oppositions aux forces vives, et demandera à Bernoulli de l'aider à se construire un argumentaire.

Après cinq mois passés à Cambridge, il regagne Londres en mars 1728, où il loge chez un certain M. Caille, près de l'église St Mary Aldermary⁷². Si l'on a peu de témoignages directs de ce qu'il y a fait⁷³, on sait par ses différents biographes qu'il entre en relation avec de nombreux savants, pour la plupart membres éminents de la Royal Society, qui le familiarisent encore davantage avec les idées de Newton : ainsi Lubières, dans son éloge, cite-t-il l'Astronome Royal Edmund Halley, le tout nouveau président de la Royal Society Hans Sloane⁷⁴, le mathématicien Abraham de Moivre, le médecin et ancien Secrétaire de la Royal Society James Jurin, John-Theophilus Desaguliers et James Stirling.

Cramer fréquente les newtoniens de Londres pendant quatre mois, se familiarise avec les méthodes expérimentales (auprès de Desaguliers) et approfondit ses connaissances mathématiques (sur les probabilités auprès de Moivre, sur le calcul algébrique et l'étude des courbes auprès de Stirling). Ce dernier constitue sans doute la rencontre la plus marquante de son séjour en Angleterre : il conservera avec lui des relations épistolaires jusqu'en 1733 au moins, et nous verrons que ses travaux sur les cubiques constitueront une référence forte pour l'écriture de son traité des courbes. Par ailleurs on trouve dans les papiers de Gabriel Cramer à la Bibliothèque de l'université de Genève, un *cahier de problèmes de mathématiques de Gabriel Cramer*⁷⁵, qui sur 32 pages manuscrites en anglais et en latin, présente la résolution de divers problèmes sur les courbes (minima et maxima, courbure, quadratures, etc) à l'aide du calcul des fluxions et de méthodes algébriques. Bien que non daté, on peut supposer que ce cahier a été tenu lors de ce séjour en Angleterre.

68. Lettre de Gabriel Cramer à Jean I Bernoulli, Cambridge, 10 mars 1728.

69. John Theophilus Desaguliers (1683-1744) était démonstrateur à la Royal Society depuis 1714.

70. Lettre de Jean I Bernoulli à Gabriel Cramer, Bâle, 15 janvier 1728.

71. Lettre de Gabriel Cramer à Jean I Bernoulli, Londres, 15 avril 1728.

72. Lettre de Gabriel Cramer à James Stirling, 12 mars 1729, éditée par Tweedie (1922, p. 109).

73. Les lettres de Cramer à Jean Bernoulli, datées du 15 avril et du 22 juin 1728, font la part belle aux relations des différentes tentatives des savants anglais pour critiquer le *Discours* de Bernoulli, sans donner d'autres détails sur ses occupations du moment.

74. Celui-ci vient tout juste de succéder à Newton à la tête de la Royal Society.

75. sous la cote BGE Ms Fr 657c.

Lubières précise que Gabriel Cramer, avant de quitter l'Angleterre, « *s'acquitta de la commission qu'il avoit reçue pour l'Université de Basle d'acquérir du sieur Hauksbee⁷⁶ un Théâtre, ou Assortiment de machines* ». Une lettre de Jean-Louis Calandrini, datée de janvier 1728, détaille une liste d'ouvrages que Gabriel Cramer a été chargé de se procurer pour le compte de la Bibliothèque Publique de Genève :

« *Par rapport aux livres que vous avez achetés et qui manquent à la Bibliothèque, j'ai résolu d'en parler à la première assemblée des Scholarques, et de demander que l'on achète quelques ouvrages originaux qui lui manquent. Je mets dans ce rang la grande Syntaxe de Ptolémée, les ouvrages de Tycho-Brahé dont on n'a qu'une partie, les ouvrages d'Hevelius, de Scheinerus, de Snellius, ce qui manque de Riccioli dont on n'a que la Xron. : le recueil du Louvre des anciens Méchan., les ouvrages recouverts de l'arabe et imprimés en Angleterre, etc. Si vous vouliez écrire à M. le Recteur ou à M. Abauzit que vous ferez volontiers emplette des livres qui seront jugés nécessaires et que vous savez par votre expérience et mes plaintes qui manquent à la Bibliothèque, vous serez remercié et on vous tiendra compte de vos frais, etc.* » (J. B. G. Galiffe 1877, p. 8)

Le Grand Tour de Cramer fut donc l'occasion non seulement de se former au contact des savants des autres pays, mais également de se fournir – pour son bénéfice propre ou celui de l'Académie de Genève – en instruments et en livres. À l'été 1728, Gabriel Cramer s'apprête à quitter Londres pour la troisième étape de son périple, la Hollande.

À Leyde auprès de 's Gravesande (juillet 1728 - décembre 1728)

Gabriel Cramer embarque donc en juillet 1728 pour Leyde, et s'y installe pour suivre les enseignements des savants hollandais, notamment de 's Gravesande. Les sources manquent ici aussi pour avoir le détail de ses occupations lors de son séjour, mais on peut supposer qu'il y apprend sans doute beaucoup de physique expérimentale, mais aussi de mathématiques. Il est notamment très intéressant de remarquer que celui-ci a publié en 1727, juste avant le séjour de Cramer, une série de commentaires sur les méthodes algébriques de Newton, notamment sur « une nouvelle méthode pour déterminer la forme d'une série infinie » éditée en latin dans Gravesande (1774, p. 207 sq) sous le titre *De determinanda forma seriei infinitæ adsumtæ methodus nova*⁷⁷. Les méthodes algébriques apprises ou approfondies par Cramer au contact de 's Gravesande seront au cœur de son traité des courbes; dans sa préface, on peut lire les lignes suivantes, à la fois témoignage de sa formation à Leyde et hommage à son maître :

« *L'illustre Mr. s'Gravesande, qui m'honorait de son amitié & dont la perte me sera toujours amère, m'avoit communiqué ses Recherches sur les Séries, & ce qu'il avoit ajouté aux découvertes de Mrs Taylor et Stirling. Quelques observations que*

76. Francis Hauksbee le Jeune (1687-1763) était un facteur d'instruments scientifiques exerçant à Londres.

77. Traduit en anglais et publié à Londres en 1728 (Gravesande 1728).

je fis sur sa Méthode parurent lui plaire, & trop prévenu en ma faveur, il eut la bonté de me dire, qu'ayant la clé de la Théorie des Courbes, il ne me seroit pas difficile d'en faire usage. Si j'ai eu tort de l'en croire, qu'on pardonne cette erreur au respect dont j'étois pénétré pour ce grand Homme.» (G. Cramer 1750b, p. 10)

Toujours est-il que la question des forces vives reste d'une actualité criante en cette fin d'année 1728, et 's Gravesande n'est pas le moindre de ses protagonistes. En effet, bien que proche de Newton et ardent partisan de sa philosophie naturelle, qu'il a activement contribué à diffuser sur le continent en promouvant les méthodes expérimentales, 's Gravesande a surpris une partie de la communauté scientifique en prenant position aux côtés de Leibniz, Bernoulli et Poleni en faveur des forces vives, convaincu du bien-fondé de cette position suite à diverses expériences qu'il avait menées, dans le but originel de les réfuter (Gravesande 1774, p. xv), publiant les résultats de ces expériences en 1722 dans son *Essai d'une nouvelle théorie du choc des corps fondée sur l'expérience* (Gravesande 1722). À Londres, Samuel Clarke⁷⁸ se sentit même dans l'obligation de publier une lettre dans les *Philosophical Transactions* (Clarke 1727) dans laquelle il tourne en dérision et attaque durement ce qu'il considère comme une trahison de 's Gravesande vis-à-vis de Newton⁷⁹. À Paris, en 1728, Dortous de Mairan attaque également le point de vue de 's Gravesande dans sa *Dissertation sur l'estimation et la mesure des forces motrices des corps* (Mairan [1728] 1730). En réponse à ces attaques, le savant hollandais, manifestement blessé, fait paraître en deux temps dans le *Journal littéraire*⁸⁰ un texte intitulé *Remarques sur la Force des Corps en mouvement, & sur le Choc; précédées de quelques Reflexions sur la Maniere d'écrire de Monsieur le Docteur Samuel Clarke* (Gravesande 1729).

C'est dans ce contexte que, dans une lettre datée du 22 août 1729⁸¹, perdue mais citée par Allamand (Gravesande 1774, p. xvii), Gabriel Cramer assurera 's Gravesande de son soutien dans cette querelle en réaffirmant sa position en faveur des forces vives :

« C'est avec bien du plaisir que j'ai lu dans le Journal Littéraire votre Réponse à la Dissertation impolie de Mr. Clarcke. Vous ne pouviez mieux relever les expressions inciviles, qu'en y répondant avec autant d'indifférence & de gayeté. Vous n'ignorez pas sans doute que la mort l'empêchera de vous répliquer⁸². J'attends avec une grande impatience le Journal suivant où vous entrerez en matière. Il manque encore au Public quelques éclaircissements sur ce sujet, & je ne sache personne plus propre que vous à les donner comme il faut.» (p. xvii)

78. Philosophe anglais (1675-1729), correspondant de Leibniz en 1715-1716, il est un fervent partisan de Newton.

79. Lettre dont Allamand nous dit qu'elle fut « *une Lettre pleine d'aigreur contre Mr. 's Gravesande* » qui se voyait accusé « *de manquer de bon sens, d'avoir avancé les absurdités les plus palpables, d'avoir refusé de voir les vérités les plus frappantes, d'avoir écrit dans le dessein d'obscurcir la Philosophie de Mr. Newton, & de l'avoir fait avec acharnement* » (Gravesande 1774, p. xiv-xv).

80. Journal savant qui a paru à La Haye entre 1714 et 1722, puis entre 1729 et 1736, et dont 's Gravesande était un des principaux rédacteurs.

81. Cramer est alors tout juste rentré à Genève à l'issue de son grand tour de formation qui s'est conclu à Paris.

82. Clarke, en effet, est mort en mai 1729

Le profond respect de Cramer pour 's Gravesande, ainsi que la forte adhésion à ses idées sur les forces vives, ne se démentiront pas par la suite. Cramer, à son retour à Genève, gardera des liens avec le savant hollandais et, à son invitation, contribuera à la question des forces en insérant quelques articles dans le *Journal littéraire*.

Retour à Paris (décembre 1728 - mai 1729)

Gabriel Cramer quitte Leyde pour Paris au début de décembre 1728. C'est la dernière étape de son Grand Tour : il y rencontre les plus éminents représentants de l'arrière-garde cartésienne de l'Académie royale des sciences de Paris comme Fontenelle, qui en est alors le Secrétaire perpétuel, Réaumur ou Dortous de Mairan, mais aussi les jeunes loups newtoniens, comme Maupertuis⁸³ et le (très) jeune Alexis-Claude Clairaut, qui n'a pas seize ans, mais fréquente déjà l'Académie.

Le contexte des forces vives reste très présent : dans une lettre à Jean I Bernoulli que Cramer écrit à peine arrivé à Paris, datée du 8 janvier 1729, il continue à l'entretenir de la réception de ses thèses en Angleterre et en Hollande. L'accueil reçu à Paris en cet hiver 1728, notamment celui que lui réserve Dortous de Mairan, permet au jeune Cramer de constater que le rejet des thèses de Bernoulli se fait avec moins de vigueur à Paris qu'à Londres. Mairan venait de présenter à l'Académie l'année précédente sa *Dissertation sur l'estimation & la mesure des forces motrices des corps* dans laquelle il prétendait mettre fin à cette dispute, tranchant en défaveur des forces vives. Cramer s'attend peut-être à rencontrer un cartésien obtus : toujours est-il qu'il apprend à connaître et estimer un homme ouvert au doute et capable de modération, au contraire d'un Fontenelle qu'il trouve plus dogmatique. Dans une lettre à Jean Bernoulli datée du 14 mars 1729, il transmet les compliments de Mairan, en lui précisant que, malgré ses réserves sur les forces vives, celui-ci a œuvré pour que les idées de Bernoulli sur les forces vives soient entendues, en s'opposant à la publication d'un mémoire d'un académicien contre le *Discours sur les loix du mouvement*, ou encore en insérant dans le *Journal des Sçavans* d'Avril 1729 la réponse du maître bâlois aux objections d'un savant anglais sur ce même *Discours*⁸⁴.

Dortous de Mairan, de son côté, apprécie lui aussi le jeune savant genevois. Dans une lettre à Bernoulli du 27 janvier 1729, il dit tout le bien qu'il pense de son visiteur : celui-ci lui paraît « un jeune homme bien rempli de savoir, d'esprit et de mérite », et qui est « au fait des sciences et des savants comme un homme qui aurait vieilli sous le harnois. » (McNiven Hine 1996, p. 67). Au retour de Cramer en mai 1729, Mairan réitéra ses compliments auprès de Bernoulli en lui disant « Je ne saurais donc monsieur trop vous remercier de m'avoir procuré cette connaissance. » Cette première rencontre marque le début d'une profonde et durable

83. Celui-ci revenait alors juste de Londres, où il a été élu *fellow* de la Royal Society. Dès lors il fut un zélé promoteur des théories de Newton en France et s'opposa régulièrement, à ce titre, aux membres du clan cartésien majoritaire à l'Académie.

84. Il est vrai que Bernoulli et Mairan se connaissaient bien et s'appréciaient, ayant déjà échangé plusieurs dizaines de lettres depuis 1723, début d'une riche correspondance qui s'étala sur deux décennies. C'est d'ailleurs Bernoulli lui-même qui recommanda Cramer à Mairan lors de son départ de Bâle en 1727.

relation intellectuelle et amicale entre les deux hommes, qui ne s'achèvera qu'avec la mort de Cramer en 1752.

Une autre rencontre, dont on a moins de détails, mais qui a sans doute été importante pour la suite, a été celle de l'académicien François Nicole. Celui-ci adopte une position nuancée dans la dispute des forces vives, s'écartant ainsi du noyau dur des cartésiens. Sur un tout autre sujet, Nicole présente en février 1729 à l'Académie un mémoire⁸⁵ intitulé *Traité des lignes du troisième ordre ou des courbes du second genre*, dans lequel il souhaite expliquer et prolonger le travail de Newton sur la classification des courbes du troisième ordre paru en annexe de son *Opticks* (Newton 1704). Compte tenu des dates, il est hautement probable que Cramer ait pris connaissance des travaux de Nicole à ce moment-là : toujours est-il que Nicole sera lui aussi crédité dans la préface de l'*Introduction*.

Enfin certains biographes tendent à situer à cette époque la rencontre entre Cramer et un autre jeune savant, qui n'est pas encore la figure de l'Académie qu'il deviendra bientôt : Georges-Louis Le Clerc, futur comte de Buffon. En réalité, si Buffon et Cramer sont déjà en correspondance depuis 1727, leur première rencontre se situe probablement à Genève à la fin de l'été 1731 (Weil 1961).

Ainsi se termine le Grand Tour de formation de Gabriel Cramer. D'après De Ratte, « *sa patrie commençoit à se plaindre de son absence, il se rendit sans hésiter aux vœux de ses Concitoyens, résolu de se consacrer à leur utilité* » : en mai 1729, il quitte donc Paris pour faire son retour à Genève, lesté de nouvelles connaissances autant que de livres ou d'appareils scientifiques destinés à l'Académie de Genève et sa Bibliothèque. S'ouvre alors une nouvelle période de la vie de Gabriel Cramer, partagée entre sa participation à l'idéal de la République des lettres (collaborations, journaux, correspondances) et à la vie de la République de Genève (enseignement, religion, politique).

85. Selon les procès verbaux de l'Académie royale des sciences de Paris pour 1729 (T. 48), Nicole commença la lecture de ce mémoire le samedi 19 février 1729.

Chapitre 2

1729-1740 : le temps des dilemmes

À son retour, Gabriel Cramer est réintégré dans ses fonctions de professeur de mathématiques à l'Académie. Mais Genève est une cité de taille fort modeste, éloignée des grands foyers de la République des lettres que sont Paris ou Londres. Pour lui qui vient de nouer des relations avec certains des plus grands savants de l'Europe, comment continuer à exister comme citoyen actif de cette République dont il a entrevu la force des idées et l'activité des réseaux, tout en restant un citoyen zélé de la République de Genève qui appelle ses savants à s'investir dans les affaires de la cité? Cramer est issu d'une de ces familles patriciennes qui monopolisent l'activité scientifique à Genève : bien souvent, pour ces familles, une position académique n'est qu'une étape, une occupation (certes honorable) avant d'être appelé à occuper les plus hautes fonctions gouvernementales qui leur sont réservées.

Nombreux sont donc les savants qui délaissent leur chaire à l'Académie – et leurs recherches scientifiques – pour briguer un siège au Petit Conseil, avec parfois à la clé une élection comme syndic. Ainsi Jean-Robert Chouet a-t-il quitté l'Académie dès 1686 pour jouer un rôle prépondérant au gouvernement, en étant élu au Petit Conseil (il était membre du Conseil des Deux-Cents depuis 1677), et en occupant la fonction de syndic à six reprises entre 1699 et 1719 (syndic en 1699, 1703 et 1707, puis premier syndic en 1711, 1715 et 1719). Étienne Jallabert, reçu bourgeois en 1699 seulement, ne fait pas partie de ce patriciat genevois malgré les alliances nouées avec la famille Tronchin lors de son mariage, et assurera ses fonctions de professeur (de mathématiques, puis de philosophie) jusqu'à sa mort en 1723, sans jamais être en situation d'être élu aux Conseils. Par contre son fils Jean, qui succédera à Gabriel Cramer à la chaire de mathématiques (en 1750) puis de philosophie (en 1752), bénéficiera de sa position toute nouvellement acquise dans l'oligarchie genevoise pour, lui aussi, délaisser son activité scientifique au profit de mandats politiques (élu au Petit Conseil en 1757, il sera également syndic de 1765 à sa mort en 1768). Jean-Louis Calandrini lui-même connaîtra une trajectoire similaire, quittant la chaire de philosophie en 1750 pour entrer au Petit Conseil avant d'endosser le rôle de premier syndic en 1757, un an avant sa mort, sans avoir eu de production scientifique significative après son entrée en politique.

Je montrerai qu'à un moindre degré, Gabriel Cramer sera concerné par les mêmes mécanismes de promotion sociale, la pratique de la science devant parfois s'effacer devant les

nécessités du gouvernement de la Cité. Son frère aîné Jean, éminent juriste et professeur en droit à l'Académie, sera au premier rang pour remplir les obligations familiales vis-à-vis de la République en étant appelé au Petit Conseil dès 1738 et en occupant à six reprises la fonction de syndic (et même de premier syndic en 1770). Ainsi, même si la brillante carrière de son frère Jean empêche *de facto* Gabriel Cramer d'accéder aux plus hautes responsabilités, son dilemme sera le suivant : comment concilier le désir de conduite à long terme d'une carrière scientifique dans un cadre géographique européen avec le renoncement qu'impliquent les activités et responsabilités politiques locales? La décennie 1730-1740 sera, pour Gabriel Cramer, traversée par cette tension entre deux nécessités, deux envies : celle de contribuer à la construction de l'édifice intellectuel qu'est la République des lettres, et celle de servir au mieux l'autre République, celle de Genève.

Réseaux et collaborations

À peine revenu à Genève, en mai 1729, Gabriel Cramer capitalise sur les contacts noués lors des différentes étapes de son Grand Tour pour entamer ou poursuivre des correspondances avec Bâle, Paris, Leyde ou Londres. Il contribue également à différents journaux littéraires européens et soumet un mémoire en réponse à la question sur le mouvement des planètes proposée par l'Académie royale des sciences de Paris pour son prix de 1730. Ses premiers efforts portent ainsi naturellement sur la poursuite de son intégration aux réseaux de la République des lettres et la reconnaissance ses pairs au travers de sa production scientifique, tout en assurant les tâches liées à sa position à l'Académie de Genève.

Le premier réseau de correspondants

Le Grand Tour de 1727-1729 a été l'occasion pour Gabriel Cramer de nouer de nombreux contacts et d'initier ses premières correspondances scientifiques. Parmi les lettres aujourd'hui conservées, on peut relever, pour la période 1727-1739, de nombreux et riches échanges avec Jean I et Nicolas Bernoulli à Bâle, avec Stirling à Londres et 's Gravesande à Leyde, et enfin avec Dortous de Mairan, Clairaut et Buffon à Paris. Ce premier réseau de correspondants est essentiel pour la continuité de la formation du jeune professeur de mathématiques, en lui permettant de poursuivre les échanges d'idées et de nouvelles scientifiques, de livres et de journaux avec ses pairs à l'étranger⁸⁶.

Avec les Bernoulli à Bâle

Gabriel Cramer, après avoir passé cinq mois à Bâle, a entretenu une correspondance régulière⁸⁷ avec Jean I Bernoulli tout au long de son Grand Tour, lui rapportant tout ce qui se

86. Pour une mise en perspective des enjeux liés à l'étude d'une correspondance scientifique, je renvoie aux articles intitulés *Faire des mathématiques par lettres* de Peiffer (1998) et *Qu'est-ce qu'une lettre au dix-huitième siècle?* (basé sur l'exemple de D'Alembert) de Passeron (2006).

87. Voir l'inventaire de cette correspondance en annexe, p. 389.

disait des forces vives et de son *Discours sur le mouvement* en Angleterre ou en France. Cette correspondance se poursuit après le retour de Cramer à Genève et, si elle demeure régulière jusqu'en 1733, elle perd un peu de sa vigueur scientifique avec le temps. Les forces vives restent un arrière-plan très présent dans leurs lettres, notamment au travers d'échanges sur la pièce de Jean Bernoulli qui lui a valu le prix de l'Académie royale des sciences de Paris en 1730 sur la question du mouvement des planètes (Jean Bernoulli 1730), et pour laquelle Cramer a reçu un *proxime accessit*, ou encore en réaction au mémoire de Dortous de Mairan, intitulé *Dissertation Sur l'Estimation & la mesure des Forces Motrices des corps*, publié en 1730 dans les Mémoires de l'Académie royale des sciences de Paris (Mairan [1728] 1730). Néanmoins les sujets se diversifient quelque peu, restant dans le champ des mathématiques mixtes (le mouvement des particules de l'air dans la transmission des sons) ou versant dans les mathématiques pures (la notion d'infini actuel et potentiel telle que définies par Fontenelle, ou encore l'étude des courbes). Le sujet des courbes géométriques est abordé au travers des récents travaux du tout jeune Clairaut, que Cramer introduit auprès de Bernoulli⁸⁸ en lui faisant parvenir un exemplaire de ses *Recherches sur les courbes à double courbure* (Clairaut 1731) :

« Mais Mr Clairaut m'ayant envoyé un Exemplaire d'un petit ouvrage qu'il a donné dernièrement au public, avec priere de vous le faire tenir, & de vous faire en même tems excuse, de sa part, de la liberté qu'il prend de vous l'envoyer, j'ai cru devoir profiter de cette occasion pour m'informer des nouvelles de vôtre Santé qui m'est infiniment chère, & de vos Occupations mathématiques. Mr Clairaut est un jeune homme de 16 à 17 ans, qui dans un age si tendre a déjà paru avantageusement par divers Essays qu'il a donné de son Scavoir en Mathematiques et que l'Academie a meme présenté au Roy conjointement avec Mr Saurin fils, afin que Sa Majesté choisit entre les deux celui qu'elle voudra faire Académicien⁸⁹. »

Après 1731, les lettres s'espacent, les deux correspondants s'excusant l'un auprès de l'autre de leur manque d'assiduité, pour cause de maladie (Jean Bernoulli souffre de crises de goutte) ou par surcroît d'activité : Cramer, dans sa lettre du 10 avril 1732, déplore le temps passé à préparer ses leçons à l'Académie de Genève, assumant en plus des siennes propres en mathématiques celles de philosophie, en remplacement de Gallatin, alors malade. Les lettres conservées semblent même indiquer un arrêt complet (ou peu s'en faut⁹⁰) de la correspondance entre les deux hommes après 1733.

Lors du même séjour bâlois, Cramer a également noué de solides liens d'amitié avec Nicolas, le neveu de Jean et de Jacques Bernoulli, de dix-sept ans son aîné. Une quarantaine de lettres de leur correspondance⁹¹, qui s'étale de 1727 à 1750, est aujourd'hui conservée, pour l'essentiel à la bibliothèque de l'Université de Bâle et à celle de Genève dont, pour la période

88. Lettre de Gabriel Cramer à Jean I Bernoulli, Genève, 1^{er} mai 1731.

89. Clairaut sera effectivement élu en tant qu'adjoint mécanicien en juillet 1731.

90. Exception faite d'une lettre datée du 1^{er} mai 1743, par le moyen de laquelle Jean Bernoulli souhaite remercier Cramer pour son travail d'édition à l'occasion de la publication de ses *Opera Omnia* (Jean Bernoulli 1742), sorties quelques mois plus tôt des presses de l'imprimeur Marc-Michel Bousquet.

91. Voir l'inventaire de cette correspondance en annexe, p. 391.

qui nous intéresse, près de la moitié sont datées entre 1727 et 1737, avec une césure assez longue entre 1731 et 1736. Si le système des forces vives est également un sujet de discussion présent dans ces lettres, il est quelque peu relégué au second plan par d'autres centres d'intérêt plus mathématiques, portant essentiellement sur des questions de calcul algébrique (décomposition de polynômes ou de fractions rationnelles, formules du binôme et de l'« *infinîtôme* », étude de suites récurrentes et suites infinies, etc.) et sur le calcul des probabilités. Un échange de lettres très intéressant a lieu au printemps 1728 (alors que Cramer est toujours en Angleterre), portant sur les notions d'espérance mathématique et d'utilité morale : Cramer interroge Nicolas Bernoulli à propos d'un problème qu'il a soulevé dans une lettre à Montmort en 1713, et lui soumet ses propres réflexions sur ce qui sera connu sous le nom de « paradoxe de Saint-Petersbourg », qui sera résolu par Daniel Bernoulli en 1738⁹² dans un mémoire intitulé *Specimen Novæ Theoriæ de Mensura Sortis* publié dans les mémoires de l'académie de Saint-Petersbourg. Un extrait de la réponse de Gabriel Cramer à Nicolas Bernoulli est reproduit à la fin de ce mémoire (D. Bernoulli 1738, p. 190).

Ces lettres, comme celles adressées à Jean I Bernoulli, sont celles d'un disciple à ses maîtres, qui demande des précisions ou une approbation sur des points précis, dans le prolongement des quelques mois passés à Bâle. Enfin, il faut également mentionner la courte correspondance de Cramer avec Daniel Bernoulli, fils de Jean et cousin de Nicolas, dans les années 1738-1739⁹³. Dans trois des cinq lettres de cette correspondance⁹⁴ dont nous avons aujourd'hui connaissance, les échanges portent sur l'hydrodynamique. Daniel Bernoulli a publié son *Hydrodynamica* en 1738, et Cramer l'a manifestement lu. Il lui écrit à ce propos au printemps 1738 (lettre aujourd'hui perdue) mais la réponse de Bernoulli, datée du 14 mai 1738, est la première lettre aujourd'hui connue de la correspondance entre les deux hommes. Ces lettres portent plus particulièrement sur une expérience menée par Cramer sur le lac de Genève et sur le Rhône, suivant en cela les instructions de Daniel Bernoulli, visant à estimer les forces déployées par des rameurs sur des embarcations soumises à différentes conditions de navigation. Dans sa lettre du 23 septembre 1738, Cramer fait un compte rendu précis de la mise en œuvre de ces expériences (fabrication d'instruments, description des conditions expérimentales, dessins, calculs et résultats), auquel Daniel Bernoulli répondra point par point en proposant des améliorations dans le dispositif expérimental. Cramer sera remercié par l'auteur pour la réalisation de ces expériences dans la pièce victorieuse du prix de l'Académie royale des sciences de Paris en 1753, qui répondait à la question suivante : *La manière la plus avantageuse de suppléer à l'action du vent sur les grands vaisseaux, soit en y appli-*

92. L'étude de ce paradoxe a été fructueuse, particulièrement pour la théorie de l'utilité espérée, en théorie de la décision. On pourra lire, à ce sujet, l'article de Dutka (1988).

93. Cramer n'a pas rencontré Daniel Bernoulli à Bâle lors de son séjour de 1727, car celui-ci, d'à peine quatre ans son aîné, était déjà parti à l'Académie de Petersbourg en 1725, et n'est revenu à Bâle qu'en 1733 pour prendre la chaire d'anatomie et de botanique à l'université. De la même manière il n'a pas pu y croiser Euler, parti pour Saint-Petersbourg lui aussi, quelques semaines avant son arrivée.

94. Voir l'inventaire de cette correspondance en annexe, p. 388.

quant les rames, soit en employant quelqu'autre moyen que ce puisse être.⁹⁵ Cet échange est une des très rares occasions d'apercevoir le Genevois dans le rôle d'expérimentateur.

La correspondance avec les Bernoulli se poursuivra de manière régulière au-delà de 1740, notamment avec Nicolas et Jean II, fils de Jean I et frère de Daniel.

Avec Stirling à Londres et 's Gravesande à Leyde

Les contacts noués avec les principaux acteurs des foyers de science newtonienne (en Angleterre et en Hollande) ont été essentiels pour la formation intellectuelle du jeune Cramer. Ce dernier y avait été sensibilisé à l'Académie sous l'enseignement d'Étienne Jallabert, mais il était nécessaire de voir cette science newtonienne en action, ce qu'il a pu faire à loisir lors de son séjour à Londres puis à Leyde, tout au long de l'année 1728. À son retour à Genève, Cramer prolonge naturellement ces premiers échanges par une relation épistolaire avec Stirling d'une part, et 's Gravesande d'autre part.

Onze lettres de la correspondance entre Cramer et Stirling (principalement de Cramer à destination de Stirling) ont été éditées par Charles Tweedie (1922). La première d'entre elles est datée du 22 décembre 1728, expédiée alors que Gabriel Cramer vient tout juste d'arriver à Paris. Les thèmes abordés portent moins sur la dynamique des corps en mouvement que sur des questions purement mathématiques (calcul algébrique, probabilités). Il commence par soumettre à Stirling une démonstration par Nicolas Bernoulli d'un résultat sur les « séries récurrentes », propre à faciliter la démonstration de propositions énoncées par de Moivre, puis propose un début de démonstration de son crû du premier lemme du *Doctrine of chances*⁹⁶ du même de Moivre. Cramer poursuit cette première lettre par un passage sur la théorie du choc des corps selon 's Gravesande, puis s'enquiert des dernières nouvelles en provenance de Londres. La seconde lettre de Cramer, très courte, inclut un court mémoire de Nicolas Bernoulli sur un problème de calcul algébrique⁹⁷ : d'ailleurs, cette correspondance sera l'occasion pour Cramer de mettre en relation le Bâlois et le Britannique, et de se poser comme intermédiaire de cette relation (les lettres échangées entre les deux hommes transiteront par Cramer à Genève)⁹⁸.

La suite de cette correspondance montre notamment l'intérêt de Cramer pour la méthode des séries (Stirling, en 1730, publie à ce sujet son *Methodus differentialis, sive tractatus de summatione et interpolatione serierum infinitarum* et en envoie deux exemplaires à Cra-

95. Cette pièce a été imprimée dans le septième volume des *Pièces qui ont remporté les prix de l'Académie royale des sciences depuis leur fondation* (D. Bernoulli [1753] 1769). Pour plus d'informations sur ce sujet, on pourra se reporter aux articles de Cerulus (2004, 2006). Bernoulli transmettra les rapports de ces expériences à Leonhard Euler, qui dira à Cramer, dans une lettre datée du 3 août 1743, en avoir tiré grand profit pour son ouvrage *Scientia Navalis* paru en 1743.

96. Ce premier lemme s'énonce ainsi : « To find how many Chances there are upon any number of Dice, each of them of the same given number of Faces, to throw any given number of Points ».

97. À propos de la décomposition de la fraction rationnelle $\frac{1}{1 \pm qz^n + z^{2n}}$. Ce mémoire est intitulé *Methodus resolvendi quantitates $1 \pm qz^n + z^{2n}$ in factores duorum Dimensionum*.

98. Extrait de la lettre de Gabriel Cramer à James Stirling datée du 12 mars 1729 : « I wrote this morning to Mr Nich. Bernoulli and presented him your compliments. I gave him advise too of your Mind of writing to him. As for his direction, if you will be so kind as to permit me to be the Mediator of this correspondence I'll be infinitely obliged to ye [...] » (Tweedie 1922, p. 108).

mer, le second étant destiné à Nicolas Bernoulli). La question des forces vives s'invite parfois, mais s'inscrit plutôt dans un échange plus vaste de nouvelles littéraires. Néanmoins, les lettres s'espacent après 1730, et la correspondance entre les deux savants s'éteint définitivement en 1733, Cramer transmettant une dernière lettre de Nicolas Bernoulli en avril.

Seules quatre lettres échangées avec 's Gravesande à Leyde nous sont parvenues, dont deux⁹⁹ lettres de Cramer, datées de 1729, qui ne nous sont connues que par de courts extraits publiés dans Gravesande (1774). Le premier extrait cité par Allamand (auteur d'une *Vie de Mr. 's Gravesande*) proviendrait d'une lettre du 7 février 1729, quelques semaines après l'arrivée de Cramer à Paris, et concerne une nouvelle fois la question des forces vives. Cramer rend compte à 's Gravesande, comme il le fait avec Bernoulli, de la réception de leurs idées à Paris :

« A ce que j'entends dans les conversations que j'ai eues avec quelques Membres de l'Académie, la Théorie des Forces vives est ici coulée à fonds. Je ne sai si le parti le plus fort n'a point un peu opprimé l'autre, en lui imposant une espèce de silence. On a fait entendre qu'il convenoit que l'Académie parlât toute sur le même ton, & après la décision de ceux qui se sont fait regarder comme les plus habiles, il a bien fallu que les autres se tussent. » (p. xviii)

Le second extrait, tiré d'une lettre datée du 22 août 1729 de Genève, roule sur le même sujet : Cramer y félicite 's Gravesande pour sa réponse, insérée dans le *Journal Littéraire* de 1729¹⁰⁰, à la lettre¹⁰¹ de l'anglais Samuel Clarke sur les forces vives parue en 1727 dans les *Philosophical Transactions* (Clarke 1727). Par la suite les échanges épistolaires avec 's Gravesande concerneront davantage la collaboration de Cramer au *Journal Littéraire*, relancé par le savant hollandais à La Haye en 1729, que nous aborderons lorsque j'évoquerai les activités de journaliste de Gabriel Cramer.

Avec les académiciens de Paris

Cramer, lors de la dernière partie de son Grand Tour, avait rencontré quelques uns des plus éminents membres de l'Académie royale des sciences de Paris, des plus aguerris (Fontenelle, Nicole, Saurin, Réaumur et Dortous de Mairan) aux plus jeunes et prometteurs d'entre eux (Maupertuis, Clairaut). Ce fut un séjour marquant pour le jeune Cramer qui en gardera un excellent souvenir et s'attachera à entretenir les relations intellectuelles, voire amicales, qu'il y a initiées. Je m'intéresse dans la suite de cette section aux correspondances jugées les plus significatives de Cramer avec ses homologues parisiens au cours de la période 1729-1740.

Une des correspondances les plus riches et intéressantes débute au printemps 1730 : il s'agit de celle avec Jean-Jacques Dortous de Mairan, qui ne s'arrêtera qu'avec le décès

99. Une troisième lettre, de 's Gravesande, datée de décembre 1732, est conservée à la British Library, et la dernière, de Cramer, datée du 14 octobre 1733, est conservée à l'université de Leyde.

100. Gravesande (1729)

101. Cramer parle plutôt d'une « *Dissertation impolie* ». Voir (Gravesande 1774, p. xvii).

du Genevois plus de vingt ans plus tard. Les lettres échangées entre les deux hommes¹⁰² témoignent d'un grand respect (malgré des positions scientifiques pas toujours alignées), voire d'une belle amitié¹⁰³. Elles illustrent aussi de manière exemplaire la manière dont les échanges (d'informations, d'opinions, de livres) entre correspondants participent de la mise en réseau des scientifiques en cette première moitié du XVIII^e siècle. Pour la décennie 1730-1740 les sujets abordés au long de leur correspondance sont très variés. Parmi eux on retrouve naturellement la question des forces vives : Dortous de Mairan a donné en 1728 une *Dissertation sur l'estimation et la mesure des forces motrices des corps* (Mairan [1728] 1730) dans laquelle, malgré son acceptation des résultats expérimentaux récents, il persiste à réfuter l'approche leibnizienne des forces vives¹⁰⁴. Dans une lettre¹⁰⁵ de septembre 1730, il souhaite convaincre Cramer du bien-fondé du point de vue cartésien :

« Voilà le volume de 1728 qui paroît. J'espère que vous me ferez la grace de me lire sur les forces vives. Ce seroit pour moi un grand sujet de satisfaction si mon ouvrage vous rapprochoit un peu de l'ancienne opinion, et vous convainquoit que Descartes et ses disciples n'étoient pas tombés à cet egard dans une erreur aussi grave, que Mr Leibnitz, et après lui les protecteurs des forces vives le leur ont reproché. »

Ce n'est néanmoins pas le plus important de leurs sujets de discussion (même si ce thème reviendra plus tard dans leurs échanges, suite à la réfutation donnée par la Marquise Émilie du Châtelet à ce même mémoire réédité en 1741), et cela ne sera même jamais un sujet de dispute, Cramer ménageant toujours avec beaucoup de délicatesse les opinions de ses contradicteurs. Les deux savants discutent également de la validité des principes de la philosophie naturelle newtonienne appliqués au mouvement des planètes¹⁰⁶, à la forme de la Terre¹⁰⁷, ou encore, sur la fin de la décennie, à propos la propagation du son et de la lumière : une partie des lettres sur ce sujet seront publiées par Dortous de Mairan dans le *Journal des Sçavans* en 1741 (Mairan 1741a). On y trouve également des considérations sur les aurores boréales : Mairan a également donné en 1731 à l'Académie des sciences un *Traité physique et historique de l'aurore boréale*, paru avec les mémoires de 1733 (Mairan 1733), dans lequel il cite Cramer pour ses observations de l'aurore boréale du 15 février 1730, elles-mêmes consignées dans une lettre publiée dans les *Philosophical Transactions* de la Société royale de Londres pour 1729-1730 (G. Cramer 1731). Enfin ces lettres font apparaître de nombreux échanges de livres et de périodiques entre le Genevois et le Parisien : mémoires de l'acadé-

102. Voir l'inventaire de cette correspondance en annexe, p. 405.

103. Cette correspondance, ainsi que celle de Dortous de Mairan avec ses autres correspondants genevois – Abauzit, Jallabert, etc. – a été fort bien analysée par Ellen McNiven Hine (1996). Je ne reprendrai ici que quelques-uns des éléments les plus saillants et renvoie à son ouvrage pour plus de détails.

104. Pour aller plus loin sur ce mémoire de Dortous de Mairan et sa conception mécaniste des forces des corps en mouvement, lire *Les dynamiques de Jean-Jacques Dortous de Mairan* de Schmit (2015).

105. Lettre de Jean-Jacques Dortous de Mairan à Gabriel Cramer, Paris, 1^{er} septembre 1730.

106. Ces discussions font suite au prix de l'Académie pour l'année 1730, pour lequel Cramer a présenté un mémoire remarqué par Dortous de Mairan.

107. L'expédition géodésique de Godin et La Condamine au Pérou part en 1735, celle de Maupertuis et Clairaut en Laponie en 1736.

mie, ou exemplaires de la *Connaissance des tems* de la part de Mairan, thèses soutenues à Genève ou livres en provenance d'Italie de la part de Cramer).

Le jeune Alexis Clairaut a également entretenu une relation épistolaire régulière avec Cramer¹⁰⁸ au tout début de sa carrière, entre 1729 et 1732; c'est un tout jeune homme de seize ans à peine qui s'adresse au savant genevois, alors en séjour à Paris, dans une lettre datée du 30 mars 1729¹⁰⁹, pour le remercier de ses lumières sur un problème relatif à la rectification d'une courbe. Gabriel Cramer reprend contact avec Clairaut à la fin 1729 ou au tout début 1730¹¹⁰ et c'est avec un réel enthousiasme que cette lettre est accueillie par Clairaut, alors en voie d'être élu à l'Académie royale des sciences malgré son jeune âge¹¹¹, et sur le point de publier ses *Recherches sur les courbes à double courbure*, comme en témoigne sa réponse¹¹² du 8 janvier 1730 :

« J'ai reçû avec le plus grand plaisir du monde l'obligeante lettre que vous m'avés fait l'honneur de m'écrire, et j'en ai été d'autant plus charmé, que c'étoit depuis votre départ, des plus forts de mes souhaits. Je ne sçavois presque plus à quoi attribuer un silence qui détruisoit en moi l'idée flatteuse que je m'étois faite de la parole que vous m'aviés donnée d'entretenir une correspondance avec moi. Presentement que je suis rassuré, j'espère que vous me ferés l'honneur de m'en accorder une exacte. »

Dans les sept lettres de Clairaut à Cramer aujourd'hui connues pour la période 1729-1732, on parle essentiellement de mathématiques, et notamment de problèmes en relation avec les courbes (rectification, maximis et minimis, centres de gravité, et *genesis per umbras* des cubiques¹¹³). Clairaut y partage également des nouvelles de l'Académie royale des sciences, ainsi que de la Société des arts, dont il est un membre particulièrement actif. Cette société savante, établie à Paris vers 1728 (comptant parmi ses fondateurs Jean-Baptiste Clairaut, père du jeune Alexis-Claude) et ayant reçu la protection du Comte de Clermont en 1730, visait à rapprocher les artistes et les scientifiques, les praticiens et les théoriciens¹¹⁴ (Passeron 2002). Cette société comportait une centaine de membres, dont les deux tiers au moins issus de domaines exclus du champ d'activité de l'Académie royale des sciences, comme l'ingénierie, la navigation ou l'horlogerie (Shank 2008, p. 271). Début 1730, Clairaut souhaite proposer Ga-

108. Cette correspondance a été éditée par Pierre Speziali (1955). Voir l'inventaire de la correspondance de Cramer en annexe (p. 396.)

109. Il s'agit, d'après le recensement de la correspondance de Clairaut effectué par Olivier Courcelle sur son site <http://www.clairaut.com>, de la toute première lettre conservée qui soit signée de la main de Clairaut (qui signe « Clairaut le fils », pour se distinguer de son père Jean-Baptiste, alors professeur de mathématiques à Paris, et déjà connu de l'Académie royale des sciences.

110. Aucune des lettres de Cramer à Clairaut, pour la période 1729-1732, n'a hélas été retrouvée à ce jour.

111. Il ne sera officiellement reçu adjoint mécanicien qu'en juillet 1731.

112. Lettre d'Alexis-Claude Clairaut à Gabriel Cramer, Paris, 8 janvier 1730, éditée par Speziali (1955, p. 203).

113. Clairaut écrit à Cramer, le 7 mars 1732, qu'il a démontré l'article V de l'*Enumeratio lineæ tertii ordinis* de Newton qui affirmait, sans preuve, que l'on pouvait obtenir toutes les courbes du troisième ordre par projection des « ombres » des cinq paraboles divergentes sur un plan éclairé par un point lumineux.

114. De futurs académiciens ont commencé leur carrière scientifique en participant aux débats et aux travaux de cette société : Alexis Clairaut, donc, mais aussi La Condamine, De Gua de Malves, ou Grandjean de Fouchy. La liste complète des membres de cette société est disponible sur le site [clairaut.com](http://www.clairaut.com) d'Olivier Courcelle, à l'adresse <http://www.clairaut.com/sa.html> (consultée le 12 août 2015).

briel Cramer comme associé étranger à cette société (toujours dans sa lettre du 8 janvier, déjà citée ci-dessus) :

« De nouvelles des Sciences, je vous raconterai les progrès que notre Société des Arts, dont je vous avois parlé pendant votre séjour à Paris, a fait depuis. Monseigneur le Comte de Clermont qui l'avoit prise sous sa protection, ayant été content de ses ouvrages, lui a donné des reglemens, qu'il a présenté au Roy pour l'informer de son etablissement et pour en obtenir une confirmation. Son Altesse serenissime a eu ensuite la bonté de nous donner une salle de son Palais pour tenir nos assemblées. Je souhaiterois fort en vérité de vous engager a vouloir etre de nos associés étrangers et je vous prie dans la première lettre que vous me ferés l'honneur de m'écrire de me mender si vous me donnés la permission de vous proposer à notre assemblée. Je crois vous avoir dit que le but de nos travaux est de nous appliquer aux Arts et aux Sciences pour les appliquer ensemble. »

Cramer accepte la proposition de Clairaut et lui envoie pour appuyer sa candidature un compte rendu de son observation de l'aurore boréale du 15 février 1730 à Genève. Dans sa lettre suivante ¹¹⁵, Clairaut poursuit :

« J'ai eu l'honneur de lire dans notre assemblée ce que vous m'aviez marqué dans votre dernière lettre au sujet de l'aurore boreale du 25 février, on a vû avec un tres grand plaisir les sçavantes remarques que vous avez faites dessus [...]. J'ai eu l'honneur ensuite de vous proposer a l'assemblée comme vous m'en avez donné la permission, l'on vous a reçu avec un applaudissement général. »

Avec le départ de certains de ses membres les plus importants pour l'Académie des sciences, et la défection de son protecteur en 1733, les activités de la Société des Arts déclinent assez rapidement pour cesser en 1737. Néanmoins pour Gabriel Cramer cette première approche de la sociabilité savante préfigure les ambitions d'affiliation aux grandes académies étrangères des années 1740-1750.

On voit enfin Clairaut s'enquérir, dans le post scriptum de sa lettre du 28 mars 1730 citée ci-dessus, d'un jeune mathématicien prometteur, fils d'un conseiller au parlement de Dijon, et qui, pense-t-il savoir, est en correspondance avec Cramer : ce jeune savant se nomme Georges Louis Le Clerc, effectivement en relation avec Cramer depuis quelque temps, et sera bientôt mieux connu sous le nom de Buffon. La correspondance avec Clairaut, comme beaucoup de celles initiées par Cramer à la fin des années 1720, s'essoufflera assez rapidement (la dernière lettre conservée de cette période est datée du 7 mars 1732), avant de reprendre au milieu de la décennie suivante.

La correspondance avec Buffon débute également très tôt : Françoise Weil, qui l'a éditée, la fait démarrer dès 1727 avec une première lettre aujourd'hui perdue (Weil 1961, p. 100). Elle comprend dix-sept lettres, dont quatorze sont adressées à Cramer par Buffon, la plupart étant aujourd'hui conservées à la Bibliothèque de Genève ¹¹⁶. Les quatre premières lettres

115. Lettre d'Alexis-Claude Clairaut à Gabriel Cramer, Paris, 28 mars 1730.

116. Voir l'inventaire de cette correspondance p. 395.

aujourd'hui conservées sont datées de 1731¹¹⁷ : elles montrent un Buffon¹¹⁸, futur Intendant des Jardins du Roy, complètement tourné vers les mathématiques. D'ailleurs, il semble être redevable à Cramer de ses premiers pas en cette matière ; il écrit dans son *Essai d'arithmétique morale* en 1777 (à propos de la contribution de Cramer à ce qui est aujourd'hui appelé le « paradoxe de Saint-Petersbourg ») :

« Je trouvai aussi l'idée de M. Cramer très-juste et digne d'un homme qui nous a donnés des preuves de son habileté dans toutes les sciences mathématiques, et à la mémoire duquel je rends cette justice, avec d'autant plus de plaisir que c'est au commerce et à l'amitié de ce savant que j'ai dû une partie des premières connaissances que j'ai acquises en ce genre. » (Buffon 1855, p. 170)

Contrairement aux autres correspondants de Cramer, celui-ci n'a pas rencontré Buffon lors de son séjour parisien de 1729 (ce dernier était alors à Dijon) : leur première rencontre semble se tenir à Genève à l'automne 1731, Buffon s'arrêtant sur la route de son voyage en Italie (Weil 1961, p. 98). Dans ces premières lettres, toutes adressées à Cramer, les deux correspondants échangent des nouvelles et discutent autour de divers problèmes mathématiques, posés par l'un ou par l'autre : quelle valeur donner à l'expression $1\frac{1}{0}$? Comment construire une ellipse dont le centre et deux tangentes sont donnés, ayant un axe de longueur donnée ? Comment partager un héritage dans des conditions particulières données ? etc. La lettre datée du 3 octobre 1731¹¹⁹, que l'on ne connaît que par l'extrait qu'a bien voulu en donner Buffon dans son *Essai d'arithmétique morale*, est particulièrement intéressante, car elle contient la contribution de Buffon à la résolution du paradoxe dit de Saint-Petersbourg, dans laquelle il approche des notions d'espérance morale ou d'utilité. Cette question avait été abordée par Gabriel Cramer dans sa correspondance avec Nicolas Bernoulli en 1728, et le paradoxe avait été finalement résolu par Daniel Bernoulli : d'après ce qu'en dit Buffon, la solution que Cramer lui a proposée en 1731 est, à peu de choses près, celle qui a été imprimée à la suite du mémoire de Daniel Bernoulli (1738).

Nous sont également parvenues quelques lettres avec d'autres correspondants parisiens dans ces années 1730, montrant la bonne intégration de Cramer dans les réseaux savants européens. Réaumur par exemple, écrit¹²⁰ à Cramer le 31 décembre 1730 pour le remercier pour les compte rendu de l'observation de l'aurore boréale du 15 février 1730. Maupertuis, de son côté, lui envoie en 1732 son *Discours sur les différentes figures des astres* tout juste publié, ou lui fait la relation, en novembre 1737, de son expédition en Laponie¹²¹. Néanmoins les échanges avec ses homologues parisiens restent rares dans la seconde partie de la décennie 1730-1740, et ne seront ravivés qu'après 1744.

117. Si l'on met à part une lettre isolée en 1736, leur correspondance ne reprendra vraiment qu'en 1744.

118. Celui-ci signe encore Le Clerc : il ne se fera appeler Buffon qu'à partir de 1734, après avoir racheté à son père la terre de Buffon, près de son village natal de Montbard, au printemps 1733.

119. Selon la datation de Weil, car le texte original porte la date de 1730 (Buffon 1855, p. 170-171).

120. Lettre de Réaumur à Gabriel Cramer, Paris, 31 décembre 1730, éditée par Speziali (1958, p. 74-75). Voir l'inventaire de la correspondance entre les deux hommes p. 409.

121. Lettres de Maupertuis à Cramer, Paris, 28 novembre 1732 et 9 novembre 1737.

Collaboration aux journaux et à la vie des académies et sociétés savantes

Être citoyen de la République des lettres, en plus de nourrir des correspondances et d'échanger des idées ou des livres avec les savants de toute l'Europe, suppose de contribuer à la vitalité de ses principales institutions (essentiellement les académies, les sociétés savantes) et de ses organes de diffusion (journaux et périodiques, déjà très nombreux dans ce premier tiers du XVIII^e siècle). Gabriel Cramer, dans son souhait de participer de la construction de cet édifice intellectuel et son ambition d'en être un acteur reconnu, investit également ces champs d'activité et propose plusieurs contributions significatives.

Le prix de l'académie royale des sciences de Paris (1730)

Dès 1724, l'Académie royale des sciences de Paris propose un prix annuel ¹²² doté de 2000 à 2500 livres, grâce au legs de Rouillé de Meslay, conseiller au parlement de Paris. Les sujets de ces prix portent alternativement sur un sujet regardant le système général du monde ¹²³ ou l'astronomie, ou sur un sujet relatif à la navigation et au calcul des longitudes.

L'Académie propose ainsi un sujet de mécanique céleste pour le prix de 1730 ; la question posée est la suivante : « Quelle est la cause de la figure elliptique des orbites des planètes, et pourquoi le grand axe de ces ellipses change de position, ou, ce qui revient au même, pourquoi leur aphélie ou leur apogée répond successivement à différents points du ciel? ». Le prix est remporté par Jean Bernoulli pour sa pièce intitulée *Nouvelles pensées sur le Système de M. Descartes et la manière d'en déduire les Orbites & les Aphélies des Planètes*. L'Académie des sciences publie le texte de la pièce ayant remporté le prix, non sans apporter des précisions sur les autres pièces ayant concouru. C'est ainsi que l'on lit, dans l'avertissement précédent le texte du mémoire de Jean Bernoulli (1730), les lignes suivantes :

L'Académie a trouvé cinq Pièces parmi celles qui lui ont été envoyées, qui meritoient de concourir, & principalement la Pièce N^o 13 dont la devise ¹²⁴ est :

*Me vero primum dulces ante omnia Musæ
Accipiant, Cœlique vias & sidera monstrent.*

Cette devise ¹²⁵ identifie un mémoire de Gabriel Cramer, intitulé *Mémoire sur le Système de Descartes et sur les moyens d'en déduire les orbites et les aphélies des planètes*, qu'il avait sou-

122. En fait le premier prix a été attribué en 1720, mais son attribution ne devient annuelle qu'en 1724.

123. Les prix de 1724 et 1726, par exemple, portaient sur la loi des chocs des corps ; le premier a été attribué à Maclaurin, le second au père Mazière, malgré la contribution majeure proposée par Jean I Bernoulli : c'était là la raison de son courroux, qui a largement irrigué la correspondance avec Gabriel Cramer en 1727-28. Voir plus haut.

124. Les pièces concourant pour le prix étant anonymes, leur identification était rendue possible par le biais d'une devise choisie par l'auteur.

125. Cette devise est tirée du livre II des Géorgiques de Virgile. La strophe complète est :

*Me vero primum dulces ante omnia Musæ,
Quarum sacra fero ingenti percussus amore,
Cœlique vias et sidera monstrent,
Defectus solis varios, lunæque labores.*

mis au concours. On en trouve confirmation dans une lettre de Dortous de Mairan, datée du 4 mai 1730, dans laquelle il répond à une lettre perdue de Cramer :

« Du reste j'ai annoncé avec empressement à nos confreres que vous étiez l'auteur de me vero dulces &c, des que vous m'en avés eu donné la permission. [...] Il est vrai, Monsieur, que je vis sur le champ la conformité du caractere de votre lettre avec celui de la piece me vero dulces &c mais je puis vous assurer que je vous en avois soupçonné plusieurs fois, et que mon doute tomboit entre vous, et Mr Hermann. Ce qu'il y a de bien sûr, c'est que j'en ai été charmé, par le sçavoir, et par la forme; et que je me suis trouvé ravi d'avoir entre les mains une piece si propre à me confirmer dans les sentimens que j'avois conçu pour vous... »

Dans cette même lettre Mairan répond à une question de Cramer portant sur la possibilité de publication par l'Académie de son mémoire, ce à quoi l'académicien rétorque que cela n'est plus possible (hormis pour la pièce couronnée), et seulement laissé à l'initiative de l'auteur; le mémoire ne sera jamais publié, et aucun manuscrit n'a aujourd'hui été retrouvé¹²⁶. La correspondance entre Gabriel Cramer et Jean Bernoulli garde la trace de ce concours¹²⁷ :

« Je vous suis bien obligé de vos félicitations, mais je suis fâché d'être la cause innocente que vous n'ayés triomphé, puisqu'on vous a écrit que vous avés été le proxime accedens, & qu'ainsi sans moi vous auriés été le vainqueur, ce que je vous aurois souhaité de tout mon cœur : vous n'avés qu'à travailler hardiment pour l'année suivante, vous n'avés rien à craindre de ma part, car je ne serai pas sur les rangs des prétendants. »

Cet épisode est souvent convoqué par les biographes de Cramer comme un titre de gloire, comme ici par Lubières, par exemple :

« L'Académie Royale des Sciences de Paris ayant proposé pour l'année 1731 une Question sur l'orbite des Planètes, Mr Cramer y envoya une Dissertation qui remporta l'honneur du proxime accessit, & ne céda le prix qu'à Mr. Jean Bernoulli. Encore celui-ci, qui voulut voir sa pièce, eut-il l'honnêteté de lui écrire qu'il croyoit ne devoir sa victoire qu'au ménagement qu'il avoit mieux su garder que lui pour les tourbillons de Descartes, encore révéérés de ses Juges. » Lubières (1752)

Le succès de Bernoulli est sans doute autant dû à une forme de compensation de l'Académie pour ses échecs de 1724 et 1726 qu'à ses ménagements pour les sensibilités cartésiennes du jury du prix, qu'il reconnaît par ailleurs volontiers¹²⁸ :

« J'ai vu que la grande question quoique tacite dans toutes les Propositions que l'académie fait, consiste non point à faire le plus excellent ouvrage, mais à attraper le mieux le gout de Mrs les Juges; c'est pourquoi je me suis bien gardé de traiter

126. Un manuscrit a bien circulé entre Genève et Bâle, Cramer l'ayant envoyé avec sa lettre du 10 avril 1732 adressée à Jean Bernoulli, qui l'a renvoyé avec sa réponse du 30 mai 1732. Mais il semble aujourd'hui perdu; les archives de l'Académie des sciences n'en conservent pas davantage la trace.

127. Lettre de Jean I Bernoulli à Gabriel Cramer, Bâle, 15 avril 1730.

128. Lettre de Jean I Bernoulli à Gabriel Cramer, Bâle, 15 avril 1730.

mon sujet des orbites & apsides mobiles des Planètes suivant l'idée de Mr Newton, prevoyant bien que les attractions & son vuide seroient en horreur chés Mrs les François. [...] Je leur ai donc donné de la viande réchauffée avec une sausse nouvelle, en un mot un Chapon en Capilotade, je veux dire que je leur ai reproduit adroitement les Tourbillons de Descartes, un peu modifiés et embellis d'un nouveau lustre.»

Il semble que Cramer n'ait pas suivi le conseil de son maître bâlois et que ce soit là son unique participation au prix de l'Académie royale des sciences de Paris ; je n'ai pas davantage trouvé d'indice en faveur d'une participation aux prix proposés par les autres académies ou sociétés royales.

Journaux et périodiques

L'unique contribution clairement identifiable de Gabriel Cramer pour la période 1727-1740 aux journaux assurant la diffusion des nouvelles littéraires et scientifiques ¹²⁹, se trouve dans le 36e volume des *Philosophical Transactions* de la Royal Society de Londres (n° 413, pour les mois de mars et avril 1730) ; elle prend la forme d'une lettre, rédigée en anglais, rendant compte de l'observation, par Cramer lui-même, d'une aurore boréale visible à Genève le 15 février 1730. Ce texte est publié sous le titre *An Account of an Aurora Borealis Attended with Unusual Appearances, in a Letter from the Learned Mr. G. Cramer, Prof. Math. Genev. to James Jurin* ¹³⁰, *M. D. and F. R. S.* (G. Cramer 1731). Il y décrit à l'attention de ses lecteurs ¹³¹ sur quatre pages, son observation d'une aurore boréale accompagnée de circonstances jugées particulières, à savoir l'apparition dans le ciel d'une zone lumineuse méridionale en forme d'arc-en-ciel ou de chevron, délimité par deux arches parallèles, de couleur dominante rouge, qu'il pense être produite par réflexion ou réfraction de la lumière de l'aurore boréale elle-même. Cette aurore boréale du 15 février 1730, et le compte rendu de son observation par Cramer, sont évoqués par ailleurs ; d'abord par Clairaut qui écrit, dans sa lettre à Cramer du 28 mars 1730 : « *J'ai eu l'honneur de lire dans notre assemblée* ¹³² *ce que vous m'aviez marqué dans votre dernière lettre au sujet de l'aurore boreale du 25 fevrier, on a vû avec un tres grand plaisir les sçavantes remarques que vous avez faites dessus* » (Speziali 1955, p. 205). De même Dortous de Mairan, dans son *Traité physique et historique de l'aurore boreale*, publié en 1733, cite Cramer pour cette remarquable observation : « *Le 15 Février de la même année, il en parut une à Geneve, en Provence, & en Languedoc, qui étoit singulière par la Zone lumineuse & mouvante couchée le long du Zodiaque, qu'on y remarqua, & par plu-*

129. Sur le rôle des journaux savants dans la transmission et la construction des savoirs à l'époque moderne, je renvoie à Peiffer et Vittu (2008).

130. James Jurin, ici présenté comme destinataire de la lettre de Cramer, est un médecin et savant anglais, ancien secrétaire de la Royal Society et éditeur des *Philosophical transactions*.

131. Cette lettre n'est pas répertoriée dans la correspondance privée de James Jurin : on ne connaît qu'une seule lettre de Cramer qui lui soit adressée, datée du 18 janvier 1729, portant sur le sujet des forces vives (Rusnock 1996, p. 508). Il s'agit clairement ici d'une lettre « ostensible », adressée à l'éditeur des *Philosophical Transactions*, destinée à être imprimée et lue par un large public. Sur les lettres ostensibles, voir Passeron (2006).

132. Cette assemblée est la Société des arts de Paris.

sieurs autres circonstances; comme je l'appris des Lettres de Mrs Cramer, & Boüillet, tous deux Professeurs de Mathématique, l'un à Geneve, l'autre à Béziers. » (Mairan 1733, p. 103).

Les autres participations de Gabriel Cramer aux différents journaux et périodiques pour cette période ne sont pas toutes clairement identifiées : en tous cas, on ne trouve nulle part d'article explicitement signé de sa main. Nous avons néanmoins des indications sur des contributions (assez limitées) du Genevois au *Journal Littéraire*, relancé en 1729 à La Haye sous la houlette de 's Gravesande, ainsi que sur sa participation au projet de la *Bibliothèque italique*, périodique imprimé à Genève entre 1728 et 1734.

Le *Journal littéraire* est lancé dès 1713 à La Haye par le libraire-éditeur Thomas Johnson, avec le concours (entre autres contributeurs) de 's Gravesande; y sont publiés pour l'essentiel des comptes rendus de livres, des lettres et des mémoires, ainsi que diverses nouvelles littéraires. Mais après le départ de 's Gravesande en 1717, la publication devient irrégulière, et s'arrête en 1724; ce n'est qu'en 1729 que 's Gravesande décide, avec de nouveaux partenaires (le libraire Prosper Marchand, les éditeurs Gosse et Neaulme) de relancer cette publication et de constituer une nouvelle équipe de journalistes¹³³. Calandrini et Cramer, qui ont passé chacun quelques mois auprès de lui à Leyde lors de leur grand tour de formation, et dont 's Gravesande apprécie les qualités et les compétences, sont sollicités pour y donner quelques articles. Voici ce qu'écrivit Allamand dans son *Histoire de la vie et des ouvrages de Mr 's Gravesande* :

« Mr 's Gravesande, qui conservoit de l'affection pour ce Journal, travailla pour former une nouvelle Société pour sa continuation; secondé par Mr. Marchand, il y réussit. En 1729, il recommença, & ceux qui y travaillèrent furent Mrs. 's Gravesande, Marchand, de Superville, de Joncourt, Sacrelaire, Pelerin, Catusse, & de Haes, tous domiciliés en Hollande. Mr. 's Gravesande chercha encore à leur associer des Etrangers : pour cela il s'adressa à Mr. Calandrin, son ami, alors Professeur de Mathématiques & et Philosophie à Genève, & qui fut ensuite Membre du Conseil de cette République. Voici ce qu'il lui écrivit là-dessus en 1728 :

« Autrefois j'ai eu quelque part au Journal Littéraire qui s'imprimoit à La Haye. Ce Journal qui a été mal pendant assez de tems, & ensuite interrompu, doit se renouveler, & il s'est formé une Société pour y travailler. Un reste de tendresse pour ce Journal, fait que je m'intéresse à ce qui peut le faire valoir. Je vous demande des nouvelles littéraires, & à cette prière j'en ajoute une autre, c'est que si vous aviez quelques pièces à faire imprimer, trop petites pour être imprimées à part, de me les envoyer pour être insérées dans le Journal.

« Mr. 's Gravesande s'adressa aussi pour le même sujet à Mr. Cramer, Collègue de Mr. Calandrin dans la chaire de Mathématiques, & son ami intime. Ces deux Mes-

133. Voir Hans Bots, *Journal littéraire 1 (1713-1737)*, dans le *Dictionnaire des journaux* en ligne : <http://dictionnaire-journaux.gazettes18e.fr/journal/0759-journal-litteraire-1>, consulté le 10 août 2015.

siieurs acceptèrent la proposition que leur fit Mr. 's Gravesande, & fournirent pour le Journal des Extraits fort bien travaillés.» (Gravesande 1774, p. xii)

Est-il possible, dans ces « *Extraits fort bien travaillés* », d'identifier les contributions de Cramer? Les articles n'étant pas signés, c'est chose difficile. Néanmoins Allamand nous donne un indice, en écrivant que Cramer avait inséré dans le *Journal Littéraire* un extrait d'une lettre de Poleni¹³⁴ sur la question des forces vives (p. xix). On trouve en effet un article de neuf pages, anonyme, correspondant à cette description, dans le tome XVI (année 1730) du *Journal Littéraire*, au sein de la rubrique des Nouvelles littéraires de Genève (Anonyme 1730). Allamand nous dit aussi que Cramer publie un nouveau texte en réponse à des objections formulées par Crousaz¹³⁵, nommé dans le premier article : ceci correspond parfaitement à un autre article, toujours anonyme, publié dans le tome XVIII du même *Journal*, à nouveau dans la rubrique des nouvelles littéraires de Genève (Anonyme 1731b). Ces deux articles, qui exposent le système des forces vives défendu par Jean Bernoulli et 's Gravesande, en répondant point par point aux critiques faites à l'expérience de Poleni, sont écrits sur un style proche de celui de Cramer : leur paternité peut donc lui être attribuée sans trop de doutes. Par ailleurs, si je n'ai pas pu repérer, entre les tomes XIII et XIX, d'autres articles susceptibles de lui être imputés, Cramer continue à envoyer à La Haye matière à publication dans le Journal :

*« J'ai reçu en son tems ce que vous m'avez envoyé pour le journal, je parle de l'extrait des Actes de Bologne, cet extrait est très curieux et nous vous en remercions tous.»*¹³⁶

Enfin, Gabriel Cramer a contribué, à partir de 1731, au projet de la *Bibliothèque italique, ou Histoire littéraire de l'Italie*. Ce projet a vu le jour à Genève en 1728, sous l'impulsion de Gabriel Seigneux de Correvon et la direction de Louis Bourguet, et a pour but la diffusion de la culture et de la science italienne en Europe; les dix-huit volumes de ce périodique sont édités à Genève par Marc-Michel Bousquet¹³⁷, avec une périodicité quadrimestrielle, entre avril 1728 et avril 1734¹³⁸. Les Genevois Jacob Vernet (depuis 1729) et Jean-Louis Calandrini (depuis 1730) font partie du groupe des collaborateurs réguliers du journal : Gabriel Cramer les rejoint à partir du volume XII, en 1731 (Crucitti-Ullrich 1974, p. 209). Parmi les articles qui traitent de science, on peut lui attribuer sans trop d'hésitations l'article I du volume XII,

134. Cette lettre décrit une expérience réalisée par Giovanni Poleni, professeur de mathématiques à Padoue, visant à prouver que la force d'un solide en mouvement (sa *force vive*) est proportionnelle au carré de sa vitesse, en lâchant de différentes hauteurs des corps de même volume mais de poids différents, sur une surface molle (du suif) et en mesurant la profondeur des impacts sur cette surface.

135. Jean-Pierre de Crousaz (1663-1750), professeur de philosophie à l'académie de Lausanne de 1700 à 1724 puis de 1738 à 1748, est un membre éminent de la République des lettres, auteur d'ouvrages de philosophie et de mathématiques (dont un *Commentaire de l'Analyse des infiniment petits* du marquis de L'Hospital, paru en 1721), associé étranger de l'académie des sciences de Paris dès 1725.

136. Lettre de 's Gravesande à Gabriel Cramer, Leyde, décembre 1732.

137. Marc-Michel Bousquet (1696-1762) est imprimeur-libraire, d'abord établi à Genève, puis à Lausanne (en 1736). Il travaillera étroitement avec Gabriel Cramer dans les années 1740 sur l'édition des Œuvres de Jean Bernoulli et de certains ouvrages d'Euler (voir p. 72 et suivantes).

138. Voir Francesca Bianca Crucitti-Ullrich, *Bibliothèque italique (1728-1734)*, dans le *Dictionnaire des journaux* en ligne : <http://dictionnaire-journaux.gazettes18e.fr/journal/0165-bibliotheque-italique>, consulté le 11 août 2015.

dans lequel l'auteur présente un *Recueil de lettres mathématiques de Mr. Jean Poleni* publié à Padoue en 1729 (Anonyme 1731a). En effet l'auteur de cet article, anonyme, s'y montre fin connaisseur de l'œuvre de Jean Bernoulli, et se livre à un vibrant plaidoyer en faveur des forces vives lorsqu'il aborde la question de l'expérience de Poleni, en des termes très proches de ceux utilisés par Gabriel Cramer dans les articles du *Journal Littéraire* de La Haye.

Sociabilité savante à Genève

À Genève comme ailleurs dans la République des lettres, les savants, les artistes, les érudits de la cité se retrouvent pour lire ensemble lettres, ouvrages et périodiques, et discuter entre eux des nouvelles touchant aux sciences, aux arts, à la philosophie, au droit, à la théologie, à l'histoire, etc. Cramer est membre, dès 1730, de la Société des arts de Paris en tant qu'associé étranger, mais il n'y est bien entendu ni assidu ni actif à cause de l'éloignement, et le prochain séjour à Paris n'aura lieu qu'en 1747. Concernant Genève, je n'ai pas trouvé d'étude systématique de ces sociétés littéraires dans la première partie du XVIII^e siècle, même si elles sont évoquées dans l'ouvrage intitulé *La Nature à l'épreuve*, de René Sigrist (2011, p. 82-83). Il y aurait eu plusieurs de ces « sociétés de gens de lettres » à Genève dans les années 1730. Au moins une de ces sociétés¹³⁹ fait l'objet de quelques articles du *Mercure suisse* et du *Journal helvétique*, ce qui nous permet d'en savoir un peu plus sur la sociabilité savante à Genève dans le second tiers du XVIII^e siècle. Le *Mercure suisse* d'avril 1735 publie une lettre dans laquelle un correspondant genevois anonyme donne le « Plan » de cette « coterie » qui fête son premier anniversaire :

« Le but que nous nous proposons, dans nos Assemblées, c'est de nous instruire en nous amusant. L'Histoire, la Morale, la Poésie, la Phisique, tout est de nôtre Ressort [...]. Le Président de l'Assemblée du Jour est choisi uniquement par le sort. La Personne sur qui il est tombé, doit proposer une Question agréable ou utile. Chacun des Membres de la Société raisonne à son tour sur cette Question : Le Président fait ensuite une Récapitulation nette & précise de ce qui s'est dit d'essentiel. [...] Nous lisons quelquefois de petits Ouvrages : On dit sur chaque chose son Avis, avec une liberté, également éloignée de la basse flaterie & d'une Critique pointilleuse & mordante, qui peut dégénérer en Satire. [...] Dans nos entretiens, on médite de vive Voix, on se redresse mutuellement & avec politesse. » (Anonyme 1735a)

Quelques mois plus tard, en février 1736, un autre correspondant, probablement Léonard Baulacre¹⁴⁰ signale l'existence d'une autre société, et donne quelques détails sur ses objectifs et sa composition :

139. Quelquefois aussi désignées comme « Conférences » ou « Coteries ».

140. Une annotation manuscrite identifie l'auteur de l'article comme Léonard Baulacre, sur la version numérisée disponible sur [Google Livres](#), provenant de la Bibliothèque cantonale et universitaire de Lausanne; cela est tout à fait cohérent avec les informations données dans le *Journal helvétique* de juillet 1759, cité plus loin.

« Des Princes¹⁴¹ du plus haut Rang, ont fait l'honneur à nôtre Ville, depuis une année ou deux de la choisir, pour y venir achever leurs Etudes. Ils ont souhaité d'être agrégés à nôtre Société, & ils y assistent régulièrement. [...] Le gros de nôtre Coterie est de Ministres de nôtre Ville, qui depuis plusieurs années s'assemblent une fois la semaine. [...] Outre nos Théologiens, qui joignent à beaucoup de lumières, un grand fond de Sagesse & de modération, nous avons encore des Officiers, des Jurisconsultes, des Philosophes, des Mathématiciens, tous fort distinguez. »

Le passage suivant permet de mieux comprendre la philosophie de cette société littéraire, dans la droite lignée des idéaux de la République des lettres, et donne en même temps les raisons pour lesquelles il est difficile d'en connaître la liste des membres :

« La différence de Conditions & d'Emplois n'empêche pas que nôtre Société ne soit une petite République, où règne une égalité parfaite. Nos Princes veulent bien se confondre avec nous, sur le Pié de simples Gens de lettres. Ils laissent leurs Titres à la porte, quand ils nous font l'honneur de se rendre dans nos Assemblées. Nos Savans gardent aussi l'incognito. Ils laissent de même leur Erudition dans le Cabinet, & n'aportent parmi nous que de la raison & du bon goût, pour s'humaniser avec ceux de ma Classe, qui n'ont pour leur partage qu'un peu de bon sens. » (Baulacre 1736)

Il ne fait guère de doutes que Gabriel Cramer soit membre de cette seconde société, en tant que « mathématicien distingué ». D'ailleurs Baulacre, dans son éloge de Cramer paru dans la *Bibliothèque Impartiale*, évoque-t-il ainsi sa participation à cette société :

« On avoit formé quelques Sociétés Litteraires dans notre ville, où il se trouvoit fort régulièrement. On y traitoit différentes matières de science & il étoit prêt sur tout. » (Baulacre 1752b, p. 437)

L'auteur anonyme du premier article revient sur cette question des sociétés littéraires genevoises en 1759, dans un article du *Journal helvétique*, en apportant les précisions suivantes, laissant à penser que la première société a connu une longévité bien moindre que celle de Baulacre (toujours active en 1759), et que ces lieux de sociabilité ont pu être nombreux et variés, même dans une petite ville comme Genève :

« Le savant et judicieux M. Baulacre a parlé, quelque part dans vôtre Journal¹⁴², des Conférences que plusieurs Persones de Lettres y tenoient régulièrement un jour de la semaine, & où l'on traitoit une matière ou de Religion, ou de Littérature. [...] Outre cette société, qui étoit très bien choisie, & qui, je crois, subsiste encore, il s'en est formé quelques autres, qui ont à peu près le même objet, & où on lit les meilleurs Livres nouveaux, & à peu près tous les Journaux. [...] Mais la Société que j'ai principalement en vüe, parce que j'avois l'honneur d'en être Membre,

141. L'auteur précise en note de bas de page qu'il s'agit du Prince Frederich de Hesse Cassel et du Comte de Saxe

142. Le *Journal helvétique* est une continuation partielle du *Mercure suisse* : voir Jean-Daniel Candaux, *Journal helvétique (1738-1769)*, dans le *Dictionnaire des journaux*, en ligne : <http://dictionnaire-journaux.gazettes18e.fr/journal/0743-journal-helvetique>, consulté le 12 août 2015.

& que je puis être instruit de la nature de ses occupations, c'est une Société qui ne subsiste plus aujourd'hui, mais qui existoit il y a environ trente ans.» (Anonyme 1759b, p. 31-32)

D'autres références à ces sociétés se trouvent dans la correspondance de Gabriel Cramer avec ses collègues genevois, Calandrini, Jean Jallabert et Amédée De la Rive, ainsi que dans les *Mémoires* de Charles Bonnet. Ainsi lit-on dans une lettre de Calandrini datée du 8 janvier 1728, que le séjour de Cramer en Angleterre (et son rapide passage à Paris en octobre 1727), semble intéresser les membres d'une « société du mercredi » :

« Je vous dirai, sur ce que je vous ai écrit sur votre gloire de Paris, que l'on m'en avoit parlé très-sérieusement à la société du ☿¹⁴³ et cela sur les lettres de M. Ver-net.» (J. B. G. Galiffe 1877, p. 7)

La mention suivante nous renvoie à la fin de la décennie, en 1738; elle apparaît dans une lettre adressée à Jean Jallabert, alors à Paris pour son grand tour de formation¹⁴⁴. Impatient de voir son ancien disciple (et nouveau collègue à l'académie) revenir à Genève pour partager ses expériences et impressions de voyage, il lui confie¹⁴⁵ prudemment son projet de créer une « *petite Académie de sciences* » avec Calandrini :

« Il me roule depuis quelque tems dans l'esprit une idée, mais qui ne doit pas être divulguée avant le tems, ni même soit répanduë dans le tems. Je crois que nous pourrions faire à Genève, une petite Académie de sciences en nous liant un certain petit nombre d'amis, et formant une Société, où sans faste et sans pedanterie, nous travaillerions de concert à nous instruire & à nous amuser. J'en ai dit un mot à M Calandrin qui goûte fort le projet, mais nous sommes convenus d'attendre votre retour, & de ne point l'ébruiter auparavant.»

Ce nouveau projet de cercle savant à Genève qui, cette fois, est censé traiter essentiellement de science, voit effectivement le jour en 1739, comme le rapporte Charles Bonnet¹⁴⁶ dans ses *Mémoires autobiographiques* :

143. Dans la transcription de cette lettre par Galiffe (d'après un brouillon de Calandrini) le symbole astronomique pour la planète Mercure (☿) est utilisé, ce qui laisse entendre que cette société se réunit le mercredi de chaque semaine.

144. Tout juste nommé en 1737 titulaire de la chaire de philosophie expérimentale à l'académie de Genève, l'ancien disciple de Cramer et Calandrini a lui aussi l'opportunité de finaliser sa formation en allant d'abord passer quelques mois auprès des Bernoulli à Bâle, avant de se rendre à Leyde, à Paris et en Angleterre; il revient à Genève en mai ou juin 1739.

145. Lettre de Gabriel Cramer à Jean Jallabert, Genève, 24 décembre 1738.

146. Dans ce même ouvrage Bonnet ajoute qu'il sera aussi membre, dans les années 1740, d'une autre société (dite « Société des quatre B » ou « petite société ») en compagnie du médecin Amédée Butini, de l'avocat Étienne Bouthillier de Beaumont, du diplomate André Roger et du pasteur Jacob Bennelle (Sigrist 2011, p. 83), qui, elle, traitait de sujets plus en rapport avec la philosophie, la morale et la religion. Bonnet rapporte de plus que les réflexions philosophiques qu'il a exposées en 1749 dans un court *Essai sur la liberté* furent bien reçues dans cette « petite société », alors qu'elles déclenchèrent une violente dispute dans celle de Cramer et Calandrini, ce qui montre que, si la science et la philosophie naturelle en sont les thèmes de discussion et d'étude privilégiés, elle n'excluait pas les sujets plus philosophiques. Voir Savioz (1948, p. 109-131).

« J'avais été admis dès l'année 1739 dans une société de gens de lettres de notre ville, qui n'était encore composée que des trois professeurs de philosophie¹⁴⁷ dont j'ai parlé dans ma seconde Lettre et de M. Jalabert, professeur de physique expérimentale, avec lequel je liai une étroite amitié, qui a duré jusqu'à sa mort arrivée en avril 1768. [...] Trois autres hommes de lettres, du mérite le plus distingué, entrèrent dans la même société quelques années après : je parle de feu M. Lullin¹⁴⁸, professeur d'histoire ecclésiastique dans notre académie, l'un de nos plus grands orateurs chrétiens [...]; de M. Tronchin¹⁴⁹, qui exerça depuis si supérieurement l'importante charge de procureur général de notre République [...]; et de M. le baron de Lubières, esprit excellent et très versé dans les plus belles parties de la philosophie, des mathématiques et de l'histoire. Cette société, qui n'existe plus aujourd'hui et à laquelle je dus beaucoup, acquit dans la suite d'autres membres qu'elle se félicita extrêmement de posséder et parmi lesquelles elle eut l'avantage de compter l'illustre auteur des beaux Mémoires sur les polypes.¹⁵⁰ » (Savioz 1948, p. 117)

Si nous nous transportons un peu plus loin dans le temps, hors de la période ici étudiée, nous retrouvons plusieurs références à ces sociétés littéraires dans la correspondance de Cramer avec Jallabert et De la Rive, à l'occasion de son second séjour parisien, sous les appellations « société du jeudi » (sans doute pour indiquer celle de Baulacre, à vocation philosophique et théologique) et « société du samedi » (pour celle initiée par Cramer et Calandrini, à dominante plus scientifique). En avril 1747, alors qu'il vient à peine d'arriver à Paris, il écrit à Jallabert : « Je vous prie d'assurer notre aimable Société du Samedi de l'ardeur & de la tendresse de mes sentiments pour elle. »¹⁵¹ et ajoute encore, quelques semaines plus tard : « Faites, je vous prie, [mes compliments] les plus tendres à nos chers amis de la Société du Samedi. Mon cœur est toujours avec eux, & languit de les revoir. »¹⁵². Des nouvelles de cette société du samedi lui sont données par Amédée De la Rive, en décembre 1747 :

« Nous nous sommes au reste assemblés plusieurs fois le samedi depuis le retour de Mr de Lubière et de Mr Lullin [...]. Nous y avons lu une fois une partie

147. Ces trois professeurs sont Amédée De la Rive, Jean-Louis Calandrini et Gabriel Cramer, qui avait le titre de professeur de philosophie honoraire depuis 1734.

148. Amédée (ou Ami) Lullin (1695-1756) est un pasteur, nommé professeur d'histoire ecclésiastique à l'Académie en 1737, qui occupa les fonctions de recteur de 1753 à 1756. Il est incidemment le beau-frère de Charles-Benjamin de Langes de Lubières.

149. Jean-Robert Tronchin (1710-1793), avocat et diplomate, fut élu au Conseil des Deux-Cents en 1746 puis occupa la fonction de procureur général entre 1760 et 1768. Très proche de Gabriel Cramer, il l'accompagnera dans son dernier voyage dans le sud de la France en décembre 1751 (voir p. 110). Voir la notice biographique qui lui est consacrée dans le Dictionnaire historique de la Suisse, accessible en ligne à l'adresse <http://www.hls-dhs-dss.ch/textes/f/F16286.php>.

150. Il s'agit d'Abraham Trembley, naturaliste, ancien étudiant de Cramer et Calandrini, correspondant de Réaumur, qui a publié de remarquables *Mémoires pour servir à l'histoire d'un genre de polypes d'eau douce à bras en forme de cornes* en 1744.

151. Lettre de Gabriel Cramer à Jean Jallabert, Paris, 12 avril 1747.

152. Lettre de Gabriel Cramer à Jean Jallabert, Paris, 15 juin 1747.

d'une longue lettre de Mr Michely sur les Thermomètres¹⁵³, écrite à Jalabert qui vous en aura peut-être parlé.»¹⁵⁴

De même, le 28 février suivant, De la Rive informe Cramer que l'une des dernières séances de la Société a eu pour sujet la théorie de la Lune de Clairaut, avec qui Cramer et surtout Calandrini sont en relation pour en critiquer et en discuter de certains de ses aspects : ainsi Calandrini a-t-il lu devant la société une partie du mémoire de Clairaut, et partagé le contenu des lettres échangées entre les deux hommes¹⁵⁵.

Retenons donc que cette forme de sociabilité savante locale fait partie intégrante (sur le temps long, de surcroît) des activités intellectuelles de Gabriel Cramer à Genève dans les années 1730, à l'image de ce qui se pratique un peu partout dans la République des lettres.

Enseignement

Les cours à l'auditoire

Sitôt établis dans leur chaire partagée de professeurs de mathématiques à l'Académie de Genève, Gabriel Cramer et Jean-Louis Calandrini sont chargés par la Compagnie des Pasteurs, lors de la séance du 6 octobre 1724, de « *dresser un plan sur ce qu'il conviendra de traiter dans leurs leçons; lequel ils rapporteront à l'Assemblée.* »¹⁵⁶. La suite du compte rendu de la séance donne quelques détails sur les conditions matérielles dans lesquelles dont se dérouleront les leçons publiques : « *Que l'avis fut encore qu'ils feront ordinairement leurs Leçons en François & quelquefois en Latin. Et que pour les faire commodément, ils les feront sur la Galerie de l'Auditoire de Philosophie autour d'une Table.* ». La présentation de ce plan se fait à l'assemblée du 24 novembre : « [...] *l'un de Mrs les Professeurs fera pendant le cours de l'année des leçons sur l'Algèbre & l'Astronomie, & l'autre sur la Géométrie élémentaire et les Méchaniques. Et qu'au lieu que chaque Professeur devoit faire deux leçons pendant la semaine, l'un fera seul toutes les leçons pendant une semaine, & l'autre dans la suivante.* ».

Calandrini part pour son Grand Tour de formation entre 1724 et 1727, suivi par Cramer entre 1727 et 1729. Durant cette période, l'enseignement de mathématiques est naturellement assuré en totalité par le professeur resté à Genève; on peut supposer que la partition des enseignements décidée en 1724 est reconduite au retour de Cramer, au début de l'été 1729.

153. Jacques-Barthélémy Micheli du Crest (1690-1766) est un savant genevois, membre du Conseil des Deux-Cents dès 1721, exilé à Paris à partir de 1731 après avoir violemment critiqué un projet concernant les fortifications de Genève et fait imprimer, en 1728, un mémoire décrivant les faiblesses du système défensif de la cité. Déchu de sa bourgeoisie en 1730, il sera même condamné à mort par contumace en 1735. Finalement arrêté en 1746, il sera condamné à perpétuité et détenu dans la forteresse d'Aarbourg de 1749 à 1765 (Source : Dictionnaire historique de la Suisse, notice accessible en ligne à l'adresse <http://www.hls-dhs-dss.ch/textes/f/F15901.php>. D'après (Sigrist 2011, p. 82) la société offrira ses services à Micheli du Crest pour effectuer des relevés thermométriques en 1748-1749.

154. Lettre d'Amédée De la Rive à Gabriel Cramer, Genève, 29 décembre 1747.

155. Lettre d'Amédée De la Rive à Gabriel Cramer, Genève, 28 février 1748.

156. Les citations de ce paragraphe sont extraites des Procès-verbaux des séances de la Compagnie des pasteurs pour 1724, AEG Cp. Past. R 22 p. 23-33.

Dès 1732, ces modalités d'exercice sont remises en question : suite à la maladie d'un des professeurs de philosophie de l'Académie, le pasteur Ezechiel Gallatin, les deux professeurs de mathématiques sont sollicités pour prendre en charge les leçons qu'il n'est plus en état d'assurer¹⁵⁷. L'interim représente une forte charge de travail : Gabriel Cramer s'en ouvre à Jean Bernoulli dans une lettre¹⁵⁸ datée d'avril 1732 :

« [...] je suis obligé de laisser reposer un peu les études mathématiques, à cause de la maladie d'un de nos Professeurs en Philosophie dont on nous a chargés mon collègue & moi de remplir les fonctions, comme étant les plus jeunes. Ces leçons qui sont au nombre de 5 par semaines ne laissent pas de me prendre une bonne partie de mon tems, parce que ces matières ne me sont pas si familières qu'il ne me faille préparer, & même les écrire. Joignés à cela nombre de Leçons particulières, qui vont jusqu'à 7 ou 8 par jour ».

Suite au décès de Gallatin, à la toute fin de l'année 1733, un nouveau concours est ouvert afin de pourvoir la chaire de philosophie laissée vacante. Calandrini et Cramer sont les deux seuls candidats en lice : ils sont, selon l'expression usuelle, « *grabellé[s] à haute voix & par balottes & approuvé[s]* » par la Vénérable Compagnie¹⁵⁹ le vendredi 12 mars 1734. Tous deux passent brillamment les différentes épreuves censées les départager, comme cela avait déjà été le cas dix ans auparavant : la première est une dissertation de logique ayant pour thème *Règles pour bien conduire sa raison dans les Evenemens qui dependent du témoignage des hommes*, la seconde une dissertation de physique sur le thème *De Calore et Frigore (De la chaleur et du froid)*, toutes deux défendues par les candidats devant les membres de la Vénérable Compagnie et du Magnifique Conseil (autrement dit, le Conseil des Deux Cents). La dernière épreuve de l'examen consiste en une dispute, comportant deux sujets, le premier en logique et le second en physique : les sujets échus à Gabriel Cramer sont respectivement *De Methodo Analitica (De la méthode analytique)* et *De Iride, Halonibus et Parhæliis (Des arcs-en-ciel, halos et parhélies)*. Enfin, le vendredi 16 avril 1734 se tient l'élection, et les faveurs des juges vont à Calandrini, qui devient ainsi professeur de philosophie et laisse la chaire de mathématiques au seul Gabriel Cramer¹⁶⁰. Le titre ainsi accordé à Calandrini lui ouvre droit d'intégrer la Compagnie des Pasteurs en tant que professeur (laïc) de philosophie : mais suite au souhait exprimé par les deux candidats, avant l'élection, que le perdant soit également intégré au Corps ordinaire de la Compagnie, et devant les mérites reconnus de Cramer dans l'exercice de sa profession ainsi qu'à l'occasion de cette nouvelle élection, il est décidé que ce dernier sera reçu comme membre ordinaire de ce corps. Le mardi 20

157. La question du « soulagement » du professeur Gallatin au cours de sa maladie, et de la manière de suppléer à son absence aux leçons de philosophie qu'il donnait aux étudiants, fait l'objet de plusieurs discussions de la Compagnie des Pasteurs, qui charge entre 1732 et 1733 les professeurs de mathématiques Calandrini et Cramer d'assurer l'interim. Voir les registres de la Compagnie des Pasteurs, pour les séances du jeudi 28 février 1732 ou du vendredi 28 novembre 1732, AEG Cp. Past. R 23.

158. Lettre de Gabriel Cramer à Jean I Bernoulli, Genève, 10 avril 1732

159. Le détail du concours de 1734 est consigné dans les Procès-verbaux des séances de la Compagnie des pasteurs pour 1734, AEG Cp. Past. R 24, p. 29-47, dont je tire les informations de ce paragraphe.

160. Il est à noter que Cramer recouvre ainsi la totalité du traitement lié à la chaire de mathématiques, qu'il devait jusque là partager avec Calandrini.

avril 1734 les résultats de l'élection et les propositions associées sont soumis au Petit Conseil qui les approuve le lendemain; Cramer, à l'occasion de sa demande d'intégration au corps ordinaire de la Compagnie des Pasteurs, se voit même accorder le titre de professeur (honorifique) en philosophie¹⁶¹. Les deux savants prêtent serment devant le Petit Conseil et sont autorisés à siéger aux séances de la Vénérable Compagnie, qui traite notamment des affaires académiques.

Je n'ai pas trouvé de sources donnant des détails précis sur l'organisation des enseignements et des leçons de mathématiques ou de philosophie à l'Académie au temps de Cramer et Calandrini. Il peut être intéressant de retranscrire ici une des courtes notes de Georges-Louis Le Sage, lue sur une des milliers de cartes à jouer sur lesquelles il a consigné ses remarques personnelles¹⁶², dans laquelle il donne des indications sur le rythme et le thème des leçons prodiguées par son ancien maître à l'auditoire de philosophie (hélas sans indication de date)¹⁶³ :

« Que Mr Cramer avait accoutumé; de donner chaque semaine, 6 leçons publiques de $\frac{3}{4}$ d'heure, au lieu de 4 leçons d'une heure, auxquelles il était astreint. Qu'il consacrait une moitié de ces leçons aux Etudiants normalement envoyés dans l'Auditoire de Philosophie; & l'autre moitié, aux Etudiants qui y avaient déjà passé une année entière. Que l'objet de ces 3 premières, était les Mathématiques élémentaires; & l'objet des 3 dernières, les sciences physico-mechaniques; savoir, une année l'Astronomie, une autre année la physique, & une troisième année la Mécanique. Qu'il avait donc occasion, deux fois tous les trois ans; de parler de la Gravité universelle (savoir, à propos de l'Astronomie et de la physique, puis à propos de la Statique et de la Dynamique). »

Maître et disciples

Deux témoignages viennent montrer que Cramer est un enseignant particulièrement apprécié de ses étudiants. Le premier se trouve dans les lignes de l'éloge rédigé pour la *Nouvelle Bibliothèque Germanique* par Charles-Benjamin de Langes de Lubières, qui a fréquenté les cours de Cramer à l'Académie dès 1729 :

« [Gabriel Cramer] ne tarda pas à se montrer un grand Maître dans l'Art d'enseigner; assidu, régulier, affable, simplifiant les principes, observant la gradation

161. Cet épisode est relaté dans les registres du Conseil. Il y est précisé que le « S[pecta]ble Cramer [a] fait paroître de grandes cognoissances dans les examens qu'il a suby, et n'[a] esté laissé en arriere que par la nécessité d'en choisir un ». Puis, plus loin : « A l'égard du S[pecta]ble Cramer consideration faite de son merite personel le Conseil luy confere le titre de Professeur en Philosophie, et en conséquence luy donne l'entrée dans la Vénérable compagnie ». Procès-verbaux des séances du Petit Conseil pour 1734, AEG R.C. 233 p. 207-210.

162. Ces cartes à jouer sont conservées à la Bibliothèque de Genève sous les cotes Ms Fr 2001 à 2057.

163. Cette note est écrite sur une carte rangée dans une enveloppe portant le titre : *Autres indices du peu de cas que faisait Mr Cramer de sa propre hypothèse pour expliquer mechaniquement la Gravité, & du peu de cas qu'en firent les lecteurs de cette dissertation.* conservée sous la cote BGE Ms Fr 2017a. Le Sage cherchait à réunir des éléments à charge contre Cramer dans la brouille qui l'avait opposé à lui en 1748-1749 à propos de sa théorie mécanique de la gravitation basée sur des *corpulescules ultramondains*.

des idées, ayant l'expression juste, ne disant ni trop ni trop peu, mettant de l'évidence dans tout ce qui en est susceptible, avertissant du point où l'évidence cesse, & des sujets où l'on ne doit pas la chercher; pesant alors & combinant les degrés de vraisemblance & les diverses probabilités avec une précision singulière, ramenant au calcul des choses mêmes qui semblent n'y être pas sujettes; ingénieux à présenter le même objet sous diverses faces, à tout éclaircir par des exemples, & à trouver des tours nouveaux pour faire entrer la lumière dans les esprits.

« Son but en donnant des méthodes si lumineuses étoit pourtant moins d'alléger le travail de ses Disciples, que de mettre la vérité dans un plus grand jour. Car d'ailleurs il n'aimoit pas ces abrégés par où l'on prétend enseigner les choses en si peu de tems. « Cela n'est propre, disoit-il, qu'à faire des gens superficiels; & il est bon que les Étudiants trouvent des difficultés qui les exercent. Il en est de l'esprit comme du corps. Veut-on le rendre vigoureux? il faut le rompre au travail, & le durcir à la fatigue. » » (Lubières 1752)

Bien entendu, l'exercice de l'éloge implique que l'auteur adopte un ton hagiographique que l'on ne doit pas ignorer en lisant ce portrait. Le second témoignage est à ce titre plus intéressant : plus complet, il émane du naturaliste Charles Bonnet qui, dans ses *Mémoires autobiographiques*, évoque largement son parcours d'étudiant à l'Académie de Genève. Près de quarante années après son entrée à l'Académie à l'âge de seize ans, il écrit un vibrant hommage aux deux professeurs et amis qui lui enseignent les mathématiques et la philosophie :

« Après avoir achevé mes études de belles-lettres, j'entrai dans notre Auditoire de Philosophie au printemps de 1736. Là, j'entendis deux professeurs dont les noms seront consacrés dans les annales de notre République et qui ne s'effaceront jamais de mon cœur. Tous deux joignaient à un mérite supérieur, aux grâces de l'esprit et à la beauté du génie un savoir presque universel et les connaissances les plus approfondies de philosophie et de mathématiques. Tous deux possédaient encore au plus haut degré le rare talent d'intéresser fortement l'attention de leurs auditeurs par la clarté et par la méthode qui régnaient dans leurs instructions, par les charmes de leur élocution, par le choix heureux des vérités et par l'art admirable avec lequel ils savaient les exposer et en tirer des conséquences théoriques ou pratiques propres à faire juger de leur application aux cas particuliers. [...] Vous comprenez, mon illustre ami, que je parle de MM. Calandrini et Cramer, morts dans un âge peu avancé et regrettés de tous les ordres de l'État comme ils méritaient de l'être. » (Savioz 1948, p. 44)

Mais c'est bien Cramer qui le guide et l'encourage dans ses premières inclinations scientifiques :

« J'avais choisi M. Cramer pour mon principal guide; je m'étais attaché à lui, et je le consultais comme mon oracle. Il avait pour moi des bontés qui étaient un prélude de la tendre amitié dont il m'honora dans la suite. Il avait reconnu mon

*goût pour la physique particulière; il en avait jugé apparemment par l'impression que le Spectacle de la Nature*¹⁶⁴ *avait produite sur moi. Il avait goûté lui-même cet ouvrage et applaudissait aux vues et à la manière ingénieuse de l'auteur. M. Cramer me conseilla donc la lecture des Entretiens physiques du P. Regnault*¹⁶⁵. *Je fus enchanté de trouver dans ce livre cette physique que j'aimais, débarrassée de cet appareil scientifique qui l'accompagnait ailleurs et que je redoutais.* » (Savioz 1948, p. 46)

Un peu plus loin, Bonnet écrit que « *M. Cramer aimait beaucoup les insectes et se plaisait à s'entretenir avec moi de ce qu'ils offraient de plus curieux. J'eus l'avantage de lire avec lui les parties les plus intéressantes de la magnifique Bible de la Nature de Swammerdam*¹⁶⁶. » (p. 55-56). On voit ainsi que, loin de se contenter d'enseigner la philosophie, les mathématiques et la physique, Cramer et Calandrini ouvrent également leurs étudiants à d'autres champs du savoir de l'époque, comme l'histoire naturelle.

Enfin, Bonnet livre quelques détails sur les leçons publiques et les cours particuliers qu'il suit :

« Je ne vous parle point, mon respectable ami, des cours publics de philosophie rationnelle, de physique et de mathématiques, auxquels j'étais très assidu. Ce que j'ai dit du mérite, des lumières et des talents des professeurs qui y présidaient, vous fait assez juger du précieux avantage dont je jouissais d'étudier sous de tels maîtres et de la grande influence que leur exemple et leurs instructions durent avoir sur le perfectionnement de ma raison. [...] J'assistai aussi aux cours particuliers de philosophie spéculative et de physique de M. Calandrini, plus instructifs encore que ses cours publics. M. Cramer se refusait ordinairement à ces cours particuliers : le travail du cabinet ne lui permettait pas de multiplier ses leçons. Il voulut bien néanmoins déférer à ma demande et m'accorder des instructions particulières de géométrie et d'algèbre élémentaires. Je le regardai comme une faveur, que je sus apprécier. » (p. 47)

Manuscrits de cours

Les archives de la Bibliothèque de Genève conservent quelques cours manuscrits attribués à Cramer¹⁶⁷. Ainsi peut-on y trouver un *Cours de géométrie*¹⁶⁸ qui réunit dans un vo-

164. *Le Spectacle de la nature, ou Entretiens sur les particularités de l'histoire naturelle qui ont paru les plus propres à rendre les jeunes gens curieux et à leur former l'esprit* de Noël-Antoine Pluche, en neuf volumes (Pluche 1732), est un grand succès d'édition, richement illustré, adoptant la forme des dialogues, qui a permis une large diffusion et popularisation de l'histoire naturelle.

165. *Les entretiens physiques d'Ariste et d'Eudoxe, ou Physique nouvelle en dialogues, qui renferme précisément ce qui s'est découvert de plus curieux & de plus utile dans la Nature* (Regnault 1737), se présente lui aussi sous la forme de dialogues.

166. Il s'agit de la *Biblia naturæ* de Swammerdam (1737).

167. Ces manuscrits non autographes sont les transcriptions, réalisées à partir de notes prises par certains de ses étudiants, des leçons publiques de Cramer.

168. Les premiers éléments de géométrie expliqués par Mr Cramer Professeur en Philosophie à Genève, 1741, BGE, Ms Fr 652. Un autre *Cours de mathématiques* au contenu similaire est conservé au département des ma-

lume relié deux textes datés de 1741 : le premier, intitulé *Les premiers éléments de géométrie expliqués par Mr Cramer Professeur en Philosophie à Genève*, suit un plan très classique en trois parties (« Des lignes », « Des surfaces », « Des solides ») ; il est suivi d'un *Abrégé de la trigonométrie plane, traduit du latin de Mr le Professeur Cramer par Mr. A Lullin de Chateauvieux*¹⁶⁹. Par ailleurs, on trouve dans les papiers de Le Sage à la Bibliothèque de Genève un *Morceau d'un cours de Physique manuscrit, composé en 1751, par Mr Gabriel Cramer* qui compte une vingtaine de pages¹⁷⁰, et les archives du Musée d'histoire des sciences de Genève abritent des *Notes prises aux cours d'astronomie de Gabriel Cramer*, attribuées à Charles Bonnet¹⁷¹.

Enfin plusieurs exemplaires d'un Cours de logique¹⁷², professé au cours des années 1740, nous sont également parvenus. Selon Candaux (1993), ce cours de logique aurait été écrit non pour les leçons publiques de l'auditoire de philosophie, mais pour le besoin de leçons particulières données à Marie-Charlotte Boissier-Lullin (1725-1750), nièce de Charles-Benjamin de Lubières ; l'auteur y démontre que ce cours a servi de base à ce dernier pour la rédaction des trois articles *Idée*, *Induction* et *Probabilité* de l'*Encyclopédie* de Diderot et d'Alembert (p 88). Charles Bonnet, dans ses *Mémoires autobiographiques*, fait mention de ce cours de logique qui semble lui avoir fait forte impression :

« M. Cramer avait commencé à composer une Logique pour servir à l'instruction d'une jeune dame d'un grand mérite. Il m'avait entretenu plus d'une fois de son ouvrage : et je m'étais aperçu qu'il en était assez satisfait pour n'être pas éloigné de le publier. Mais il n'en avait encore composé que les trois premières parties. J'en ai fait plus d'une lecture et toujours avec le même intérêt. Ce qui fait, à mon avis, le principal intérêt de cette Logique, ce sont la simplicité, la clarté et l'ordre qui y règnent ; c'est encore le judicieux emploi que l'auteur avait su faire de ses belles connaissances en divers genres. Je ne connais aucune logique qui soit plus en action que celle-ci et qui répond mieux à l'idée que je me fais d'une bonne logique et que j'esquissais dans ma seconde Lettre. ».

nuscripts de la British Library sous la cote Add Ms 25015 : le descriptif du catalogue précise : « *containing the elements of geometry and trigonometry, with problems, etc. On f.3 is the note* de la main de [Pierre] Soubeyran, graveur Genevois, et vraisemblablement ce sont les cahiers de M. [Gabriel] Cramer, Professeur. à Genève ».

169. Un autre document digne d'intérêt pour la question des mathématiques enseignées à l'Académie de Genève, daté de 1731, est un *Cours de géométrie sublime de Mr le professeur Calandrini*, que l'on trouve sous la cote BGE Ms Fr 654. La première partie traite des lignes courbes, principalement les coniques ; les deux parties suivantes traitent de la trigonométrie plane et sphérique.

170. BGE Ms Fr 2017.

171. Musée d'histoire des sciences de Genève, Z 179.

172. *Logique de M. Cramer*, BGE Ms fr 650 ; *Logique de Cramer*, BGE Ms Cours Univ 113 et 114 ; *Logique par le Prof. Cramer, copié sur le manuscrit de l'auteur par le pasteur Jean Peschier*, BGE Ms Comp Past 886 ; *Cours de logique, de M. le Prof. Cramer donné à Théodore de Saussure par son oncle De Lubière*, BGE Arch. de Saussure 205 et enfin *Logique de M. Cramer*, BGE, Fonds Trembley 34. Ce cours de logique fait l'objet d'une étude fine de la part de Thierry Martin dans un article intitulé *La logique probabiliste de Gabriel Cramer* (Martin 2006).

Thèses

Cramer et Calandrini font soutenir des thèses par leurs étudiants. Selon Borgeaud, les thèses de l'Académie sont alors habituellement composées par les professeurs et simplement soutenues par leurs étudiants, exception faite de celles qui portent la mention *author et respondens*, ou simplement *author* (ou *auctor*), qui caractérisent celles pour lesquelles la collaboration du professeur est réduite au minimum ¹⁷³ :

« *Au cours du XVII^e siècle, et pendant tout le XVIII^e, la coutume de faire soutenir, aux étudiants, les thèses que le professeur avait lui-même rédigées s'était répandue de plus en plus. La préoccupation de prévenir les écarts de doctrine y trouvait son compte et la nonchalance des étudiants s'en accommodait volontiers. Si la plupart de ces thèses, y compris celles que le défenseur a exceptionnellement signées auctor et respondens et dont le président a très probablement fourni le canevas, ne peuvent donner une juste idée de la valeur personnelle des proposants, elles sont par contre le miroir fidèle de l'enseignement reçu, de la doctrine professée en chaire.* » (Borgeaud 1900, p. 556)

Il est difficile de dire à quel point cela s'applique aux thèses soutenues en philosophie ou en mathématiques. Par exemple, les thèses sur le son que Gabriel Cramer a soutenues sous la présidence d'Étienne Jallabert en 1722 portent cette mention *author et respondens* sur la page de titre : on peut donc considérer que c'était, dans ce cas précis, un travail en grande partie original.

On connaît aujourd'hui quatre thèses soutenues sous la présidence de Gabriel Cramer, toutes entre 1730 et 1740. La première est soutenue par Jean Jallabert, qui défend en 1731 des thèses sur la pesanteur, sous le titre *Theses physico-mathematicæ de gravitate* (*Thèses physico-mathématiques sur la pesanteur*) (Jallabert 1731); Jallabert y développe une étude des causes de la pesanteur dans la droite ligne des idées mécanistes de Nicolas Fatio de Duillier et de Georges-Louis Lesage d'Aubigné. Selon Sigrist (2011, p 142), Cramer et Calandrini sont globalement assez réservés sur cette approche causale et sur l'interprétation de l'action à distance de la gravitation en termes de corpuscules formant un fluide gravifique exerçant une pression sur les corps. On trouve un autre point de vue chez Michael Heyd (1995) qui pense que Cramer aurait pleinement adopté l'hypothèse de Fatio de Duillier mais l'aurait mal comprise; il cite à ce propos une note de la main de Nicolas Fatio indiquant, à propos de sa théorie sur la pesanteur partiellement reprise dans les thèses de Jallabert :

« *Par où elle a été communiquée à Mr. Cramer Professeur en Philosophie à Genève, qui a réduit ma Théorie en des Thèses publiques; la publiant sans mon Nom, sans l'entendre à fond.* » ¹⁷⁴

Les thèses de Jallabert sur la pesanteur referont surface bien des années après, en 1748, lorsque Georges-Louis Le Sage fils formera sa propre théorie de la gravitation basée sur l'ac-

173. Borgeaud s'appuie pour cela sur une étude de Henri Heyer (1898) sur les thèses de théologie soutenues à l'Académie de Genève.

174. BGE Ms. Fr. 603, f 64r, cité dans (Heyd 1995, p. 262).

tion de corpuscules dits « ultramondains » et souhaitera y associer Cramer, avec un succès relatif.

En septembre 1733 Étienne Thourneyser soutient des thèses en logique sur le rôle de l'induction et de l'analogie dans les raisonnements (*Theses logicæ de inductione*)¹⁷⁵ ; Robert-Guillaume Rilliet, en septembre 1735, défend un *Specimen physicum de hodierna Terræ structura* (*Preuve physique de la structure actuelle de la Terre*)¹⁷⁶ ; enfin en 1740, dans un registre plus philosophique, Jean-Pierre Trembley présente des thèses *sur les erreurs qui naissent habituellement des émotions* (*Disquisitio philosophica De erroribus qui ex animi motibus nasci solent*).

La paternité réelle du contenu de ces thèses pose question. Pour au moins trois de ces quatre thèses¹⁷⁷, la page de titre accole le terme *author* ou *auctor* au nom de l'étudiant qui l'a soutenue, pouvant donc indiquer, selon l'idée de Borgeaud, un travail original dans lequel la part prise par Cramer serait limitée. Mais il faut tout de même relever que certains correspondants de Cramer le félicitent pour ces thèses, sans que l'on parvienne à savoir si c'est pour la paternité de leur contenu ou pour son encadrement. Par exemple Jean I Bernoulli demande à Cramer de transmettre à Jean Jallabert ses critiques et remarques à propos de sa thèse qu'il vient de lire, en attribuant clairement le mérite au disciple de Cramer : « Son hypothèse pour expliquer la Pesanteur universelle est assés bien imaginée [...]. Il suppose une matière très subtile [...]. C'est je crois ce que Mr Jallabert veut dire [etc.] »¹⁷⁸. Mais la réaction de Dortous de Mairan est plus ambiguë : « Un des articles, Monsieur, sur lequel je me reproche le plus mon silence, est celui de vos Theses sur la Pesanteur [...]. Mais je m'attends aussi à me couvrir de votre magnifique idée sur la Pesanteur, comme d'un bouclier impénétrable. Car enfin, sans entrer dans les preuves positives de votre hypothèse [etc.] »¹⁷⁹.

S'il est difficile de discerner, dans ces travaux, les contributions personnelles et originales des étudiants des idées et conceptions directement inspirées par leur maître, convenons pour le moins que les thèmes abordés témoignent de la variété des sujets enseignés par Cramer.

Contributions à la vie politique de la Cité

Sous l'action de Jean-Robert Chouet, les dernières décennies du XVII^e siècle marquent un tournant dans l'histoire de l'Académie de Genève avec l'introduction du système cartésien dans l'enseignement qui y est prodigué. Mais ce vent réformateur ne se traduit pas par une remise en cause des principes sociaux et religieux qui président à la bonne conduite des affaires politiques genevoises : au contraire, l'introduction du cartésianisme à l'Académie et son enseignement aux futurs pasteurs qui y sont formés doit se comprendre comme une

175. Pour plus d'informations sur les contenus de cette thèse de Thourneyser, voir (Sigrist 2011, p. 158-162)

176. Cette thèse a fait l'objet d'un court article, et d'une traduction en espagnol (Capel 1982).

177. Je n'ai pas retrouvé d'exemplaire de celle de Trembley.

178. Lettre de Jean I Bernoulli à Gabriel Cramer, 5 décembre 1731. Souligné par moi.

179. Lettre de Jean-Jacques Dortous de Mairan à Gabriel Cramer, 15 juin 1733. Souligné par moi.

volonté de faire appel à la raison et à la philosophie pour bâtir une théologie naturelle apte à réfuter les arguments des sceptiques et des ennemis du dogme calviniste (Sigrist 2011, p. 629-631). La sauvegarde des intérêts de la République (avec ses fondations religieuses) et de l'oligarchie genevoise qui en tient les rênes n'est donc nullement remise en question à cette époque.

Sans suivre Claude Montandon (1975, p. 30-31) lorsqu'elle écrit qu'il y a eu, précisément à cette époque, un « *éveil de l'intérêt pour la science à Genève* » qui aurait mené un peu soudainement à une « *éclosion de l'activité scientifique* »¹⁸⁰, on peut constater avec elle que les années 1700-1750 voient un intérêt croissant pour la question scientifique qui aboutit à la constitution, au mitan du siècle, d'une première communauté de savants¹⁸¹ autour de Cramer et de Calandrini, suffisamment actifs pour être reconnus en Suisse comme dans le reste de l'Europe. L'analyse sociologique de cette communauté scientifique naissante montre clairement que ce champ d'activité est accaparé par le patriciat genevois¹⁸², aidé en cela par les mécanismes sélectifs du système éducatif mis en œuvre par l'Académie. Mais la monopolisation de ce champ d'activité par les familles de l'oligarchie ne doit pas faire oublier qu'une carrière de professeur à l'Académie, comme l'association à une société ou une académie étrangère, pussent-elles accorder du prestige et coïncider avec les objectifs de la classe dirigeante¹⁸³, n'entrent pas à proprement parler dans le *cursus honorum* des citoyens issus de la haute bourgeoisie genevoise. Bien souvent l'exercice des diverses fonctions de la magistrature publique au sein des conseils du gouvernement prime naturellement sur la poursuite d'une œuvre ou d'une carrière scientifique, comme le montrent les exemples de Jean-Robert Chouet¹⁸⁴, Jean Jallabert¹⁸⁵ ou Jean-Louis Calandrini¹⁸⁶.

Gabriel Cramer entre au Conseil des Deux Cents au début de l'année 1734 : le rôle du Conseil pour l'année 1734¹⁸⁷ présente une liste des noms d'une quarantaine de nouveaux conseillers, dont ceux de Gabriel Cramer et de Jean-Louis Calandrini. Les membres de cette assemblée sont cooptés par le Petit Conseil et élus à vie. Leur rôle est pour l'essentiel de discuter de questions législatives et de faire des propositions en la matière au Petit Conseil, mais leur autonomie est très relative : selon la notice de Fabrice Brandli (2012, p. 345), « *il s'agit avant tout d'une chambre d'enregistrement et d'un vivier électoral pour le Conseil des Vingt-*

180. Les études récentes, dont celle de Sigrist (2004), montrent qu'une tradition d'enseignement et de recherche scientifique est présente à Genève bien avant 1700.

181. René Sigrist souligne néanmoins que le faible nombre de savants en activité à Genève (une dizaine au début du siècle, le double en 1750) ne permet pas d'affirmer l'existence d'une *communauté scientifique* à proprement parler à Genève avant 1750 (Sigrist 2011, p. 111).

182. Dans la première moitié du siècle, selon Sigrist (2011, p. 106), les trois quarts des savants genevois ayant eu 20 ans entre 1700 et 1759 en sont issus.

183. Cléopâtre Montandon a montré qu'« *il existe une concordance entre certaines valeurs et dispositions morales qui avaient de l'importance dans la culture patricienne, et les valeurs nécessaires au développement de l'activité scientifique* » comme le sens du devoir ou la quête de la vérité (Montandon 1975, p. 70).

184. Chouet a été élu au Petit Conseil en 1686, syndic en 1699, 1703, 1707 puis premier syndic en 1711, 1715 et 1719.

185. Jallabert fut élu dès 1746 au Conseil des Deux Cents, avant d'entrer au Petit Conseil en 1757.

186. Calandrini fut appelé en 1750 au Petit Conseil, élu syndic en 1757. « *C'est un homme perdu pour les mathématiques. Ses devoirs de conseiller l'occupent entièrement, et il ne manquera point de s'y distinguer* » écrit Cramer à Clairaut. Lettre de Gabriel Cramer à Alexis-Claude Clairaut, Genève, 14 septembre 1750.

187. Présenté dans les registres du Petit Conseil pour l'année 1734, AEG R.C. 233.

Cinq». Néanmoins l'élection au Magnifique Conseil des Deux Cents confère beaucoup de prestige à l'élu et lui ouvre des perspectives d'accès aux fonctions politiques les plus élevées, exercées au sein du Petit Conseil.

C'est sans doute au titre de membre du Magnifique Conseil que Cramer a été sollicité dans le cadre du Règlement de la Médiation de 1737-1738. Les années 1730 sont marquées, à Genève, par des épisodes répétés de forte tension entre la bourgeoisie, désireuse de voir ses intérêts mieux considérés et de faire rétablir la souveraineté du Conseil Général, et le gouvernement de la République¹⁸⁸ ; cette période de tensions culmine en août 1737 lorsqu'une fusillade entre milices bourgeoises et membres de la garnison éclate, faisant une dizaine de morts (p. 40-41). Le gouvernement genevois recourt alors à la médiation de la France pour négocier avec les bourgeois une issue pacifique au conflit.

Tout au long de l'automne 1737, Cramer, réfugié à la campagne¹⁸⁹, rend compte dans ses lettres à Jean Jallabert, alors en séjour à Bâle auprès des Bernoulli, des événements qui agitent la République de Genève et ont vidé la ville d'une partie de ses habitants, interrompant les cours de l'Académie¹⁹⁰. Il lui fait notamment part de ses inquiétudes vis-à-vis des revendications des bourgeois (comme le souhait de limiter les liens de parenté parmi les membres des Conseils) et de leurs possibles conséquences sur l'organisation du gouvernement. On retrouve dans les papiers de Jean Cramer, archivés à la Bibliothèque de Genève, un *Recueil de documents communiqués aux médiateurs et ayant servi de base au Règlement de la médiation*, qui abrite parmi de nombreuses autres contributions deux mémoires de Gabriel Cramer, intitulés respectivement *Mémoire de M. G. Cramer, professeur de philosophie et de mathématiques sur ce qui est convenable* et *Mémoire de M. G. Cramer, à M. de Lautrec (novembre 1737) sur la nouvelle élection*¹⁹¹ qui constituent l'une des très rares traces laissées par l'activité politique de Cramer au sein des instances du gouvernement genevois.

Les éloges ou biographies de Cramer s'accordent sur le fait qu'il était un citoyen zélé qui a su mettre sa science au service de sa Patrie. Ainsi dans l'éloge de Lubières peut-on lire :

« Mr. Cramer avoit montré lui-même plus d'une fois combien sa Science étoit utile à la République, soit par les services qu'il rendoit dans la Chambre de l'Artillerie & des Fortifications¹⁹², soit par les avis qu'il donnoit pour la construction de certains ouvrages dans nos Rivières. Une fois, en dressant sur les Régîtres mortuaires une espèce de Table ou de Tarif pour établir des Rentes viagères ; une autre

188. L'un de ces épisodes concerne au premier titre la communauté scientifique de Genève : il s'agit de la condamnation à mort par contumace, en 1735, de Jacques-Barthélémy Micheli du Crest, pour avoir rendues publiques en 1728 les insuffisances des fortifications censées protéger Genève.

189. Il ne rentrera à Genève que fin octobre.

190. « Quoique je ne l'aie pas entièrement quittée, comme l'on fait quelques milliers de personnes, je n'y viens pourtant qu'autant que j'y suis obligé par ma fonction de Secrétaire de la Comp[agnie], car pour les Leçons elles ont à peu près universellement cessé parce que je n'y trouve pas une sûreté nécessaire ». Lettre de Gabriel Cramer à Jean Jallabert, Pregny, 9 septembre 1737.

191. BGE Ms Cramer 74, f. 42-45 pour le premier, f. 98 pour le second.

192. Gabriel Cramer (et Jean-Louis Calandrini) apparaissent comme membres honoraires de la Chambre des Fortifications - émanation du Conseil des Deux Cents - dès 1744 (Procès-verbaux des séances du Petit Conseil pour 1744, AEG R.C. 244).

fois en débrouillant de vieux Titres dans nos Archives, & en composant certains Indices pour y trouver plus aisément ce que l'on y cherche. » (Lubières 1752, p. 386)

À ce propos, pour illustrer le poids des obligations et devoirs de Cramer envers son Gouvernement sur son activité scientifique, citons cette lettre¹⁹³ écrite à Formey, alors secrétaire de l'Académie de Berlin, au printemps 1743 :

« Depuis mon rétablissement il m'a falu mêler d'un metier pour lequel je ne suis guères fait. Ce sont des occupations militaires, que nous donne le voisinage d'une armée espagnole¹⁹⁴. La bonne politique veut qu'en cas pareil on prenne certaines précautions, & l'on a cru que l'étude des mathématiques me pouvoit rendre propre à donner sur cela quelques avis. Me voila donc devenu soldat, ingénieur, canno-nier, & tout ce qui vous plaira. Pendant ce tems là, Mons^r Bousquet, qui imprimoit les Œuvres de M^r Jean Bernoulli, auxquelles j'ai donné quelques soins par recon-noissance pour ce grand homme, me pressoit de finir avant les foires de Paques, & de lui faire une Préface & une Dédicace. J'y ai travaillé convalescent, & les armes, pour ainsi dire, à la main [...] »

Cet engagement au service de la République trouvera un prolongement dans la décennie suivante par son élection au Conseil des Soixante en 1751¹⁹⁵. Cette élection est, dans les faits, honoraire : le Conseil des Soixante « *ne s'assemble que pour délibérer des matières d'État, lorsqu'il est appelé par le Petit Conseil, et il ne l'est que rarement* » selon Favre et Tronchin (1901, p. 220) et « *ne figure pas comme une étape indispensable du cursus honorum républicain* » selon Brandli (2012, p. 345).

La décennie 1730-1740 est donc caractérisée chez Cramer par un très fort investissement dans la vie académique et politique locale. Les témoignages le présentent comme un professeur très impliqué dans son enseignement et disponible pour ses étudiants, faisant soutenir pour quatre d'entre eux des thèses sur des sujets très divers. Il contribue activement avec Calandrini à renouveler l'enseignement scientifique de l'Académie, et plaide avec succès la cause d'une chaire (honoraire) de physique expérimentale pour son élève Jean Jallabert. Il est également très assidu, dès 1734, aux travaux de la Vénérable Compagnie des pasteurs qui préside alors aux destinées de l'Académie. Enfin, il lance et anime des cercles lettrés et des sociétés savantes qui permettent à la naissante communauté scientifique genevoise de s'organiser et de s'étoffer.

Cet investissement trouve un prolongement naturel sur le plan politique, concrétisé par son élection au Conseil des Deux Cents en 1734. Les exemples de Jean-Robert Chouet, de Jean-Louis Calandrini ou, plus tard, de Jean Jallabert, qui cessèrent leur enseignement et leurs recherches pour siéger dans les conseils montrent que les intérêts de la cité et de l'oligarchie gouvernante prévalent bien souvent sur la poursuite d'une carrière scientifique. Ce

193. Lettre de Gabriel Cramer à Jean Henri Samuel Formey, Genève, 9 avril 1743, éditée par Bandelier et Eigel-dinger (2010, p. 67).

194. L'armée espagnole occupe la Savoie depuis 1742, dans le cadre de la guerre de succession d'Autriche.

195. La plupart de ses biographes situent cette élection en 1749, mais les Registres du Conseil montrent qu'elle n'intervient qu'en 1751. Voir les Procès-verbaux des séances du Petit Conseil pour 1751, AEG R.C. 251 p. 9-10.

ne sera pas le cas de Gabriel Cramer, chez qui je n'ai pas trouvé d'élément laissant deviner une volonté de mener carrière dans les instances du gouvernement; quand bien même il l'aurait souhaité, le brillant parcours de son frère aîné Jean l'en aurait empêché. En effet le médiateur envoyé à Genève par Louis XV en 1737 a pointé dans un rapport la dérive aristocratique de la magistrature genevoise en mettant en lumière que seules quelques familles sont « *maîtresses de toutes les décisions* », dont la famille Cramer (p. 42). Ce constat aboutira à l'article X du *Règlement de l'illustre Médiation* de 1738 qui stipule que « *Outre les limitations des degrés de parenté, établis par les précédents Edits, les Frères de même rang, ainsi que les Uterins, Oncles & Neveux d'une même famille, comme aussi les Neveux d'alliance de même nom, seront exclus à l'avenir du petit Conseil.* ». En 1750, Nicolas Bernoulli réagira à l'envoi de la dissertation inaugurale de Cramer sur l'importance de la philosophie dans le gouvernement de la cité (G. Cramer 1750c) en écrivant : « *Si la place de Mr. Vôte Frère, qu'on m'a dit être déjà parvenu à la première dignité de syndic, ne mettoit pas un obstacle à Vôte entrée dans la Magistrature, je voudrois souhaiter, qu'un jour on trouvat le portrait de vôte personne dans vôte discours sur le Philosophe Magistrat; mais il faut acquiescer à ce qu'il plaira à la Providence divine d'ordonner* »¹⁹⁶.

Cette focalisation sur des enjeux locaux entre 1734 et 1740 explique peut-être le fait que Cramer ait progressivement négligé, voire abandonné la correspondance scientifique engagée à la fin des années 1720. Selon l'inventaire de sa correspondance conservée, les échanges épistolaires avec ses correspondants à Bâle, Leyde, Paris et Londres, fréquents avant 1733, s'espacent nettement, voire cessent après cette date. Quelques-uns de ces échanges reprennent tout de même, mais timidement, dans la période 1737-1739, à la faveur du Grand Tour de formation de son ancien élève Jean Jallabert suivant les traces de son maître et le rappelant au bon souvenir de ses amis bâlois (Daniel et Nicolas Bernoulli) ou parisiens (Dortous de Mairan).

La décennie 1730-1740 peut être perçue pour Cramer comme celle du dilemme entre patrie et science, entre République de Genève et République des lettres. Mais un changement s'opère à partir de 1740 : il entreprend des travaux scientifiques d'envergure, engage de nouvelles relations épistolaires, réactive ses correspondances momentanément délaissées, se positionne vis-à-vis des académies et sociétés savantes d'Europe : s'ouvre ainsi pour lui le temps des ambitions.

196. Lettre de Nicolas Bernoulli à Gabriel Cramer, Bâle, 30 septembre 1750.

Chapitre 3

1740-1752 : le temps des ambitions

La toute fin des années 1730 voit un Gabriel Cramer d'âge mûr – il a 36 ans en 1740 – s'ouvrir à nouveau à des horizons plus larges, redéfinir ses priorités et renouveler les modalités de son action scientifique. Sa confiance en la solidité des fondations de la République genevoise a été sérieusement éprouvée par les événements de 1737-1738 (comme on peut le lire dans ses lettres à Jallabert). Cette crise politique lui a permis de mesurer la difficulté et la fragilité de l'action politique, et les nouveaux statuts de la République lui ont interdit l'accès aux plus hautes instances du gouvernement, son frère aîné Jean occupant la place : autant d'éléments qui l'incitent à se recentrer sur son activité scientifique.

De plus Gabriel Cramer a vu son ancien élève Jean Jallabert prendre, en 1737, la route que lui-même avait empruntée dix ans plus tôt vers les principaux centres de la République des lettres (Bâle, Leyde, Londres et Paris) auprès de ses anciens maîtres et pairs¹⁹⁷. Il a donc repris la plume pour écrire à ses correspondants européens afin de leur recommander son protégé, se rappelant à leur bon souvenir après quelques années de silence. Dans la continuité de ce premier mouvement, la réactivation de ses réseaux de correspondance, notamment parisiens, au début de l'année 1744, et son association à diverses académies et sociétés royales à partir de 1743, viendront appuyer ses nouvelles ambitions et achèveront de l'installer comme un acteur très important de la République des lettres.

Mais c'est essentiellement au travers de son activité d'éditeur d'ouvrages de quelques-uns de ses plus prestigieux contemporains qu'il se fera connaître au début de cette décennie. Les liens familiaux qu'il entretient avec le monde de l'imprimerie et de la librairie¹⁹⁸ faciliteront sûrement son implication dans de nombreux projets de ce type, notamment les *Œuvres*

197. Parti de Genève en septembre 1737, Jallabert séjourna d'abord chez Daniel Bernoulli à Bâle, puis remonta le Rhin en mars 1738 jusqu'à Leyde où il resta cinq mois auprès de 's Gravesande et Musschenbroek. À l'automne 1738, il gagna Londres où il rencontra, comme son maître genevois, Stirling, de Moivre et Desaguliers. Il termina son grand tour à Paris où il séjourna de décembre 1738 à mai 1739 chez son compatriote banquier François Tronchin, et où il rencontra Dortous de Mairan, Buffon, Réaumur et l'abbé Nollet, auprès de qui il s'intéressa aux recherches sur l'électricité (Sigrist 2011, p. 91-92).

198. Alliée de la famille De Tournes, libraires à Lyon, la famille Cramer occupe une place privilégiée dans ce commerce à Genève au début du XVIII^e siècle. Le frère de son grand-père, Jean-Antoine Cramer (mort en 1725), a fondé avec son fils Guillaume Philibert la société *Cramer et Perachon*, qui fut perpétuée par ses petits-fils (et donc cousins de notre savant) Gabriel et Philibert Cramer sous la raison *Frères Cramer et Claude Philibert* (Kleinschmidt 1948, p. 91-94). C'est cette société qui imprima l'*Introduction* de Gabriel Cramer, mais aussi nombre d'œuvres de Voltaire.

des frères Jean I et Jacques Bernoulli, qui lui procureront à la fois l'estime de ses pairs et un certain renom dans l'Europe savante.

Cramer éditeur

Gabriel Cramer consacre une importante partie des années 1740-1745 à l'édition et l'annotation des œuvres de ses contemporains, notamment celles des frères Jean et Jacques Bernoulli et de Leonhard Euler, en collaboration avec leurs imprimeurs (Marc-Michel Bousquet à Lausanne, les frères Cramer à Genève). On se souvient des manifestations d'estime réciproque entre Jean Bernoulli et Gabriel Cramer suite à son séjour bâlois de 1727 : c'est une forme d'hommage que l'élève rend donc à son ancien maître Jean et à son frère Jacques en acceptant de s'occuper de mettre en ordre et de commenter leurs œuvres mathématiques dès 1740. Par ailleurs, la proposition de Leonhard Euler de s'occuper de l'édition de son livre sur les isopérimètres en 1743 marquera le début d'une riche et régulière correspondance entre les deux savants qui, dans la seconde partie de la décennie, travaillent sur des sujets de recherche communs.

Les Œuvres des frères Bernoulli

C'est sur sollicitation de Jean II Bernoulli (fils de Jean) et de l'imprimeur Marc-Michel Bousquet que Cramer a accepté de s'atteler à la tâche de prendre soin de l'édition des *Opera Omnia* de Jean I¹⁹⁹ ; une lettre de Jean II à Cramer, datée d'octobre 1740, nous apprend que « *cette nouvelle le [Jean I Bernoulli] rassure sur bien des inquietudes ou il étoit par rapport à cette impression, la confiance qu'il a en vous Monsieur ne lui permettant pas de douter que tout ne se fasse beaucoup mieux sous vos yeux, que s'il y étoit lui-même présent* »²⁰⁰. La correspondance entre Gabriel Cramer et Jean II Bernoulli relative aux *Opera Omnia* de Jean I contient vingt-quatre lettres, sur la période allant d'octobre 1740 à mai 1743, aujourd'hui conservées à Bâle et à Genève²⁰¹ ; complétée de la trentaine de lettres de Marc-Michel Bousquet à Jean II Bernoulli sur la même période, elle nous donne de précieux renseignements sur le travail d'édition et d'impression des quatre volumes in-quarto qui paraîtront finalement au printemps 1743. On y lit que cette tâche, loin d'être anodine, a donné énormément de travail à Gabriel Cramer, comme en témoigne Bousquet auprès de Jean II Bernoulli dans

199. Des échanges épistolaires entre Jean II Bernoulli et Bousquet remontant à l'été 1740 indiquent que le projet d'imprimer ces *Opera omnia* est en cours depuis plusieurs mois avant que Cramer n'y prenne part, mais qu'il se heurte à des difficultés de mise en œuvre, pour l'essentiel liées à la distance séparant Bâle de Lausanne (où Bousquet est alors installé). Le besoin de faire superviser cette impression par un savant devient rapidement prégnant. On y apprend que Samuel König (alors à Berne, mais candidat à une chaire de professeur de droit à Lausanne) a été pressenti pour tenir ce rôle, finalement dévolu à Cramer suite à une visite de Bousquet à Genève en septembre 1740. Cette correspondance entre Jean II Bernoulli et Bousquet est conservée à la Bibliothèque de l'université de Bâle sous la cote L Ia 680.

200. Lettre de Jean II Bernoulli à Gabriel Cramer, Bâle, le 12 octobre 1740.

201. Voir l'inventaire de cette correspondance en annexe, p. 390.

une lettre²⁰² datée de décembre 1742, alors que l'édition entre dans sa dernière phase et que Cramer est sollicité pour écrire une préface :

« J'entre bien dans vos raisons Monsieur pour la Préface, je viens de Geneve & j'en ay conféré avec Mr. Cramer, ce n'est que faute de tems qu'il ne peut la faire, car des personnes de distinction se sont plaint à moi que notre ouvrage derangeoit totalement les Etudes des jeunes gens, à qui Mr. Cramer ne peut donner aucune leçon particuliere, non plus qu'aux etrangers, qui en ont pourtant grande envie. Tous sont obligés d'attendre que Bernoulli soit achevé; l'arrangement de la copie, la correction des feuilles qu'il revoit 2 fois, & enfin la Table qu'il compose à mesure que se fait l'edition l'occupent si fort qu'il n'y a pas moyen qu'il puisse travailler à la Preface, qui nous est cependant fort pressée. »

Cramer, tout au long de ce travail d'édition, tâche de faire apparaître son mentor bâlois sous le meilleur jour possible : certains choix éditoriaux, explicités dans la correspondance avec Jean II Bernoulli sont clairement orientés pour ne pas froisser le patriarche de la dynastie Bernoulli (Guicciardini 2015, p. 350-351). Il y aurait par ailleurs une étude intéressante à mener sur les annotations et les commentaires de Gabriel Cramer présents dans cette édition, pour évaluer finement l'étendue de ses apports scientifiques à cette édition, mais les limites de cette thèse ne me permettent pas de l'aborder ici.

Les quatre volumes de l'ouvrage (la page de titre du premier volume est reproduite p. 74) sont publiés en avril 1743, avec un avis au lecteur rédigé par Cramer qui fait office de préface (Jean Bernoulli 1742, p. xvii-xxiv). La qualité du travail de Cramer est unanimement reconnue, à commencer par le premier intéressé, Jean I Bernoulli, qui lui écrit cette lettre de remerciements²⁰³ le 1^{er} mai 1743 :

« Si c'est une sorte de douceur pour moi de voir le recueil de mes ouvrages publié encore avant la fin de mes jours²⁰⁴, je sens, Monsieur, que c'est à vous que j'en suis le plus redevable. Je sai combien cette Edition vous a couté de soins, d'attentions et de complaisance et que sans vous le libraire bien loin de venir à bout d'un ouvrage pour lequel il avoit un si grand besoin de vos secours, il n'auroit pas osé l'entreprendre. »

Quelques années plus tard, D'Alembert, dans son *Mémoire Historique sur la vie et les ouvrages de M. Jean Bernoulli*²⁰⁵, rappelle encore l'importance du travail de Cramer sur cette édition qui a fait date :

« On a publié en 1743 à Lausanne le recueil de tous les écrits de Bernoulli : ce recueil précieux, fait avec un soin et une intelligence qui méritent la reconnaissance de tous les Geomètres, est dû à l'un des plus célèbres disciples de l'Auteur,

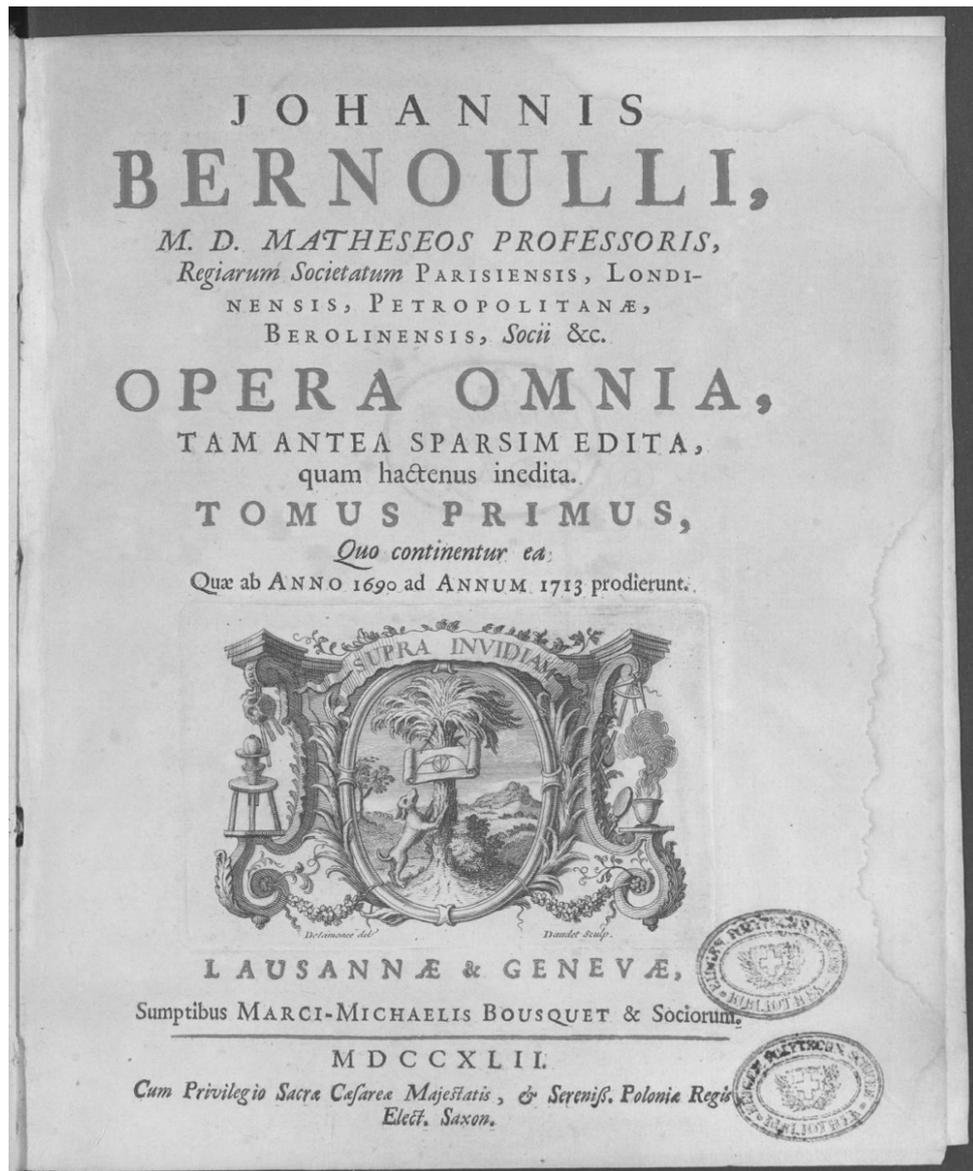
202. Lettre de Marc-Michel Bousquet à Jean II Bernoulli, Lausanne, 25 décembre 1742, Bibliothèque de l'université de Bâle L Ia 680 f. 322-323.

203. Lettre de Jean I Bernoulli à Gabriel Cramer, Bâle, le 1^{er} mai 1743.

204. Jean Bernoulli ne décédera que cinq ans plus tard, le 1^{er} janvier 1748.

205. Publié au Mercure de France en mars 1748 (D'Alembert 1748a, p. 78) et reproduit presque à l'identique dans son *Eloge de Bernoulli* inséré dans ses *Œuvres complètes* en 1821 (D'Alembert 1821, p. 359).

FIGURE 3.1 – Page de titre des *Opera Omnia* de Jean I Bernoulli, Lausanne, 1742. Source : e-rara.ch <http://dx.doi.org/10.3931/e-rara-3594>.



M. Cramer Professeur de Mathématiques à Genève, que l'étendue de ses connoissances dans la Géométrie, dans la Physique & dans les Belles Lettres rendent digne de toutes les Sociétés sçavantes, & dont l'esprit philosophique & les qualités personnelles relèvent encore les talents. »

Un an plus tard, Bousquet se fendra même d'une épître dédicatoire, en son propre nom, à l'occasion une traduction d'un livre de Christian Wolff qu'il imprime pour rendre à son tour hommage à Cramer et que je reproduis partiellement ici :

« A Monsieur Gabriel Cramer, Professeur en Philosophie & Mathematiques à Genève.

« Monsieur,

« Je vous ai trop d'obligations, pour ne pas profiter du moyen que me fournit heureusement ma presse, afin de rendre ma reconnoissance publique. Ce sont vos soins & votre bonté, Monsieur, qui m'ont mis en état de présenter à un grand Roi²⁰⁶ les Œuvres de Mr Bernoulli, & de publier d'autres Ouvrages du même genre qui m'occupent actuellement. Et de quelle autre main aurois-je pû tirer autant de secours, pour ce qu'il y a de plus sublime dans la Philosophie et dans les Mathematiques?

« En voyant le goût d'élégance et de belle Litterature qui orne tout ce qui sort de votre bouche & de votre plume, on ne croiroit pas devoir encore trouver dans la même personne un profond Géometre. [...] Il n'y a qu'une chose, Monsieur, qui puisse augmenter la reconnoissance qui vous est dûe; c'est, si non content de faire un des plus grands ornemens de l'Academie de Geneve, vous vouliez bien répandre vos lumieres plus loin, & qu'au lieu de mettre au jour les productions d'autrui, vous ne vous fissiés pas de la peine de communiquer les votres [...]. » (Wolff 1744, p. iii-vi)

Cette adresse à Cramer est assortie d'une recommandation amicale de publier ses propres œuvres, ce qui est une référence au projet de traité des courbes du Genevois, qu'il a commencé en 1740, et dont il a dévoilé les grandes lignes à Bousquet, comme il le raconte dans une lettre à Euler en septembre 1744²⁰⁷.

La collaboration avec Bousquet sur les *Œuvres* de Jean I Bernoulli se prolonge jusqu'en 1745 avec la publication des deux tomes du *Commercium Philosophicum et Mathematicorum* entre Leibniz et Jean Bernoulli (Leibniz et Bernoulli 1745).

Il faut noter que, presque dans le même temps que l'édition des *Opera* de Jean I Bernoulli par Cramer, son ami Jean-Louis Calandrini supervise l'édition genevoise des *Principia* de Newton confiée à l'imprimeur Jacques François Barrillot (Newton 1739-1742). Cette édition, qui contient les commentaires des pères Minimes François Jacquier et Thomas Le Seur, installés à Rome, s'est trouvée également considérablement enrichie par des contributions originales de Calandrini (Guicciardini 2015). Il se trouve Cramer est également crédité

206. Ce « grand Roi » est Frédéric II de Prusse, à qui était dédié l'ouvrage.

207. « *Cependant Mr Bousquet à qui j'ai eu la foiblesse d'en parler, me sollicite de lui laisser voir le jour et m'offre sa presse* ». Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Genève, 30 septembre 1744.

d'une longue note de vingt pages²⁰⁸ sur la propagation du son dans le second volume paru en 1740 (Newton 1739-1742, vol. 2, p. 364-383), ce qui peut laisser penser que Cramer a pu être consulté à plusieurs reprises par Calandrini sur cette édition (Guicciardini 2015, p. 357).

Parallèlement à cet immense travail sur les *Opera* de Jean I Bernoulli, Cramer a également été mobilisé sur l'édition genevoise des *Opera* de son défunt frère Jacques Bernoulli. Cette sollicitation provient des frères Gabriel et Philibert Cramer, cousins de notre savant et imprimeurs-libraires à Genève, dès la fin de l'année 1740. Apprenant que l'édition des *Œuvres* de Jean Bernoulli est en préparation à Lausanne, les frères Cramer ont formé le projet d'imprimer celles de son frère Jacques, et ont pris l'intermédiaire de Cramer pour demander l'appui et le concours de Nicolas Bernoulli, neveu de Jacques et de Jean. C'est en leur nom que notre mathématicien reprend la plume après trois ans de silence pour écrire cette lettre²⁰⁹ à Nicolas Bernoulli, avec qui il avait déjà longuement correspondu jusqu'en 1737 :

« Je prens la liberté de vous demander une grace pour Mrs les héritiers Cramer & Frères Philibert, libraires de nôtre Ville. A l'occasion de l'entreprise de Monsr Bousquet, qui se dispose à imprimer incessamment les œuvres de Monsieur Jean Bernoulli, ces Messieurs ont formé celle d'imprimer aussi celles de feu Monsr Jaques Bernoulli, afin que le public puisse avoir en même tems un recueil complet des ouvrages de ces deux illustres mathématiciens, l'ornement de nôtre Suisse. Comme ils se sont ouverts à moi de ce dessein & qu'ils m'ont même prié de les aider dans cette entreprise, j'ai cru devoir les y encourager, persuadé qu'en travaillant à rendre plus communs les travaux de ces grands hommes, je contribuerois au bien public & à répandre leur gloire. J'ajoutai, Monsieur, qu'officieux & obligeant comme vous êtes, j'esperois que vous ne leur refuseriez pas votre assistance, & que vous consentiriez à les aider de vos bons conseils. C'est pour vous les demander en leur nom que j'ai l'honneur de vous écrire la presente. »

C'est à travers la correspondance de Gabriel Cramer et Nicolas Bernoulli que nous avons connaissance des détails de cette édition des *Opera* de Jacques Bernoulli, qui s'étend sur près de trois ans. Une douzaine de lettres échangées entre novembre 1740 et septembre 1743 nous sont parvenues, témoins des actions entreprises par Cramer et ses cousins imprimeurs pour collecter, mettre en ordre et annoter les écrits épars de Jacques Bernoulli (articles, manuscrits, thèses, ouvrages devenus difficiles à trouver, etc.) sous les instructions de son neveu. Ici encore, une étude précise des contributions de Cramer à cet ouvrage, au travers de ses choix d'éditeur et de ses annotations, serait fort utile, mais sort du cadre de notre travail.

Un moment particulier de cette correspondance est particulièrement intéressant dans le cadre de notre travail : il s'agit des lettres échangées entre juin et octobre 1741, où Cramer prend connaissance d'un écrit de Jacques Bernoulli sur « *le dénombrement de 33 lignes du*

208. Il est identifié dans le préambule de cette note : « *Observationes suas hanc in rem nobis communicavis Vir Doctissimus Gabriel Cramer. . .* ». Suit une critique de la proposition XLVII de la section VII du second livre (Baskevitch 2016, p. 353).

209. Lettre de Gabriel Cramer à Nicolas Bernoulli, Mont-sur-Rolle, 4 novembre 1740.

3^{me} ordre, dont les équations sont exprimées seulement par deux ou trois termes»²¹⁰. Nous verrons dans la seconde partie de cette thèse que Cramer a commencé à rédiger, quelques mois auparavant, une première version de son traité des courbes. Se contentant dans un premier temps de dire que Newton en a « épuisé la matière »²¹¹, il se montre néanmoins intéressé pour voir cet écrit considéré comme mineur par Nicolas Bernoulli, avant de convenir avec lui qu'il ne mérite probablement pas d'être ajouté à l'édition en cours. Mais il prolonge la discussion au cours des lettres suivantes avec un luxe de précisions et de détails qui ne laisse que peu de doutes sur l'avancée de sa réflexion sur ce sujet précis, évoquant en passant son « *petit ouvrage commencé ou plutôt ébauché sur l'Analyse des Courbes* »²¹².

Un long silence de deux ans se fait néanmoins entre les deux hommes entre octobre 1741 et septembre 1743, date à laquelle Cramer reprend la plume pour annoncer la publication prochaine de l'ouvrage, et lui soumettre la dédicace qu'il a rédigée en son honneur. Nicolas Bernoulli, manifestement mécontent de ne pas avoir été tenu au courant de l'évolution de l'édition au cours de ces longs mois, se montre néanmoins heureux de voir le travail aboutir. L'ouvrage en deux tomes sort finalement des presses genevoises des héritiers Cramer et frères Philibert au tout début de l'année 1744, après de nombreux retards imputés par Cramer à la lenteur des graveurs et des imprimeurs. Gabriel Cramer lui-même en assurera la publicité, notamment auprès de ses correspondants parisiens.

Le *Methodus* d'Euler

Alors que les premiers exemplaires des *Opera Omnia* de Jean I Bernoulli sont à peine sortis des presses, et que les *Opera* de Jacques sont en cours de finalisation, Leonhard Euler, sur recommandation de Bousquet, prend la plume à son tour pour écrire à Cramer à Genève²¹³ afin de lui demander de superviser l'édition de son ouvrage sur les isopérimètres²¹⁴ :

Monsieur, Il y a long tems que l'estime pour Vos rares talens m'a inspiré un grand desir d'être en quelque commerce avec Vous, et j'ai bien d'obligation à Mr Bousquet que par son entremise mon devoir exige de Vous écrire ces lignes. Il s'est chargé d'imprimer un petit ouvrage sur le probleme des Isoperimetres pris dans un sens bien plus general, qu'il n'a été traité jusqu'à présent, et il Vous priera d'en corriger les épreuves. Comme c'est un service qui me regarde autant que Mr Bousquet, je Vous prie de même très humblement de me vouloir bien accorder cette bienveillance, et d'être assuré, que je serai toujours prêt, de Vous en temoigner ma très parfaite reconnoissance. Cet ouvrage est tout à fait achevé, et ne manque que d'une petite préface, dont on se pourroit passer à mon avis, en cas que Vous ne trouveries

210. Lettre de Nicolas Bernoulli à Gabriel Cramer, Bâle, 30 juin 1741

211. Lettre de Gabriel Cramer à Nicolas Bernoulli, Genève, juillet 1741.

212. Lettre de Gabriel Cramer à Nicolas Bernoulli, Genève, 15 août 1741.

213. Lettre de Leonhard Euler à Gabriel Cramer, Berlin, 21 mai 1743. C'est la première lettre d'une riche correspondance entre les deux savants, qui se prolongera jusqu'au décès du Genevois. Voir l'inventaire de cette correspondance en annexe, p. 400. Elle sera très prochainement éditée par Bodenmann et Kleinert (2017).

214. Il s'agit ici du *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes, sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti* (Euler 1744).

à propos d'y ajouter une de Votre façon; et si Vous me voulies faire cet honneur, je Vous en serois infiniment obligé. Au reste comme c'est une matiere extremement epineuse, je Vous prie de l'examiner soigneusement, et de me communiquer Vos remarques la dessus; car si Vous y trouviez quelques fautes, je souhaiterois de les corriger à la fin.

Cramer répond favorablement à la demande d'Euler dans sa lettre du 18 juin 1743, tout empreinte de la modestie dont il est coutumier, mais décline l'invitation à rédiger la préface, pensant laisser la priorité à Daniel Bernoulli qui, entretemps, s'était porté volontaire auprès de Bousquet²¹⁵. Si les deux hommes ont correspondu à propos de cette édition, alors aucune lettre ne semble être parvenue jusqu'à nous, mais le travail d'éditeur de Cramer sur cet ouvrage ne relève que de la correction des épreuves et de la supervision du travail de l'imprimeur. Leur correspondance reprend plus d'un an après, en septembre 1744, avec une lettre²¹⁶ de Cramer à Euler dans laquelle il le félicite de la parution de son ouvrage :

« Agréés que je vous félicite de ce qu'enfin, après tant de Delais, votre bel Ouvrage sur les Courbes qui sont elles mêmes des Maxima ou des Minima vient de sortir de la presse. Je serai très content si les soins, que j'ai pris pour que cette ouvrage parut sous une forme convenable à son excellence, peuvent vous être agréables, n'ayant rien de plus cher que de vous marquer l'estime toute particulière que je fais de vos talens distingués, et l'attachement sincère que j'ai pour votre personne. »

Dans cette même lettre du 30 septembre 1744, Gabriel Cramer indique que Bousquet lui a proposé de s'occuper également de l'édition d'un nouvel ouvrage d'Euler en préparation, l'*Introductio in analysin infinitorum*²¹⁷, mais décline poliment cette nouvelle proposition :

« Mons^r Bousquet m'a fait parvenir un autre Livre de votre composition qui est l'Introduction à l'Analyse des infiniment petits, avec prière de prendre pour l'impression les mêmes soins que j'avois pris pour le premier. Il est certain, Monsieur, qu'un Ouvrage de ce genre nous manque, et que la plus part de ceux qui étudient les Mathématiques passent trop rapidement de l'Analyse commune au Calcul des infiniment petits. C'est pourquoi je désire passionnement de pouvoir m'employer pour l'impression de cet Ouvrage qui sera si utile au Public, et qui est si bien fait, venant de vous. Mais je ne dois pas vous cacher, Monsieur, ce que j'ai répondu à Mons. Bousquet, que deux choses y font quelque obstacle. La première, c'est le grand nombre d'autres occupations, qui quoi que minces chacune à part, font toutes ensemble une grande charge. La seconde un peu plus délicate, c'est que j'ai aussi composé moi même il y a 4 ou 5 ans, un petit Essai qui roule sur la même matiere que la seconde partie de votre Traité. Je l'avois intitulé Introduction à l'Analyse des lignes courbes. »

215. L'ouvrage paraîtra finalement en 1744... sans préface.

216. Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Genève, 30 septembre 1744.

217. Cet ouvrage ne sera finalement publié qu'en 1748.

La collaboration avec Euler dans ce rôle d'éditeur se termine ainsi, mais ces échanges de 1743-1744 ne sont que le prélude de leur importante correspondance scientifique qui se prolongera jusqu'au décès de Cramer en 1752; j'aurai de nombreuses occasions d'y revenir.

Autres collaborations

Gabriel Cramer est crédité d'une participation active à l'édition genevoise des *Elementa Matheseos Universæ* de Christian Wolff (1743) par l'imprimeur genevois Henri-Albert Gosse, notamment du premier tome traitant de mathématiques pures²¹⁸ paru en 1743. Dans un des éloges attribués à Baulacre, on peut lire que « *Mr. Wolff lui avoit déjà l'obligation de l'Édition in-4. faite à Genève en 1741 des ses Œuvres Mathématiques, mais en particulier d'une 2de Edition du I. vol. qui n'est pas le moins bon, ni le moins parfait* » (Baulacre 1752a). Les éloges de Lubières et de Jallabert créditent également Cramer de cette édition, mais je n'ai pas trouvé d'autre source le confirmant.

Il est difficile d'avoir un panorama complet de l'activité d'éditeur de Cramer, car il a pu avoir d'autres collaborations qui nous sont aujourd'hui inconnues. À titre d'exemple citons cette lettre à Levesque de Champeaux, datant de 1745, dans laquelle il lui demande de faire part de son estime et de son dévouement à Monsieur Levesque de Pouilly, son frère, et qu'il « *[s]'estimeroi[t] heureux qu'il voulut agréer [ses] soins pour l'impression de son Ouvrage* ». L'ouvrage en question était probablement une *Théorie des sentiments agréables* que Levesque de Pouilly a en effet fait paraître en 1747 à Genève, chez Barrillot, mais la préface signée J.V. laisse plutôt entendre que le travail d'édition a finalement été confié à Jacob Vernet.

Réactivation des réseaux : correspondances, académies royales et sociétés savantes

Gabriel Cramer se saisit de l'occasion de la publication des *Opera* de Jacques Bernoulli, au tout début de janvier 1744, pour écrire à de nombreux correspondants parisiens (Clairaut, Buffon, Maupertuis, Dortous de Mairan, Fontenelle et Trudaine²¹⁹), mettant ainsi fin, pour certains d'entre eux (comme pour Buffon ou Clairaut) à plusieurs années de silence.

Correspondance avec Clairaut

On lit dans ces lettres, hormis une certaine fierté de présenter cette édition des Œuvres complètes de Jacques Bernoulli qui fait écho à celle de son frère Jean publiées quelques mois

218. Le titre complet de ce premier tome est *Tomus I, qui commentationem de methodo mathematica, arithmetica, geometriam, trigonometriam planam & analysim, tam finitorum quam infinitorum complectitur*.

219. Ces cinq correspondants ont reçu une lettre de Cramer écrite de Genève le 10 janvier 1744, accompagnant l'envoi d'un exemplaire des Œuvres de Jacques Bernoulli.

plus tôt, un réel désir de relancer des relations épistolaires avec ses homologues parisiens comme en témoigne l'introduction de sa lettre²²⁰ adressée à Clairaut :

« C'est avec un grand regret que je me rappelle le temps où j'avais le bonheur de jouir quelquefois à Paris des agréments de votre conversation, et du charme de votre connaissance et de celui où vos chères lettres diminuaient du moins le chagrin de ce premier avantage. Pourquoi faut-il que je n'aie plus cet agrément, qui m'était si sensible et dont je retirais tant de douceur et tant d'utilité? Votre bon cœur m'est trop bien connu pour que je puisse croire que votre voyage en Laponie²²¹ vous ait fait oublier un ami qui vous chérit si tendrement, et les assurances que M. de Champeaux²²² m'a apportées il y a quelque temps de votre souvenir ne me permettent pas d'avoir le moindre doute sur cet article. C'est donc ma faute si j'ai perdu la douceur d'un commerce que j'ose vous supplier de vouloir bien renouveler, si les plaisirs que vous trouvez sans doute dans tant de découvertes ne vous transportent pas au point de vous faire oublier tout le monde. »

Clairaut lui répond²²³ un mois plus tard, visiblement heureux de la reprise du commerce épistolaire avec le Genevois :

« Je viens de recevoir des mains du S. David votre lettre du 10 janv. et je ne peux pas différer d'un moment à y répondre pour vous marquer que c'est avec une satisfaction infinie que j'ai vu votre envie de renouer connaissance avec moi. Je vous assure très sincèrement que je me reprochais tous les jours d'avoir cessé un commerce aussi aimable que le vôtre et que sans la honte de mon tort, j'aurais cédé à l'envie que j'ai eue plus de cent fois de vous prier de vouloir bien continuer à m'honorer de vos lettres. »

La correspondance avec Clairaut²²⁴, dans cette seconde période (pour laquelle une vingtaine de lettres écrites entre 1744 et 1750 nous sont parvenues aujourd'hui), est d'une grande richesse scientifique. Un thème central de ces échanges est la théorie de la Lune : Clairaut cherche alors à expliquer les anomalies constatées dans le mouvement des apsides de la Lune, entre les observations réalisées par les astronomes et les prévisions données par le calcul et souhaite introduire un terme correctif dans la loi inverse des carrés de Newton pour rendre compte de ces observations²²⁵. Cramer n'a pas de compétence particulière à faire valoir sur ce sujet précis, mais il fait office d'intermédiaire dès 1744 entre Clairaut à

220. Lettre de Gabriel Cramer à Alexis-Claude Clairaut, Genève, 10 janvier 1744.

221. Clairaut accompagnait Maupertuis dans son voyage en Laponie en 1736-1737 pour sa mesure du degré de méridien.

222. Gérard Levesque de Champeaux (1694-1778) occupa entre 1739 et 1749 la fonction diplomatique de Résident de France dans la République de Genève. Sur la résidence de France à Genève, voir Brandli (2012, p. 94-111).

223. Lettre de Clairaut à Cramer, Paris, 10 février 1744.

224. L'édition de cette correspondance par Pierre Speziali (1955) pourra être complétée avec profit par l'édition électronique proposée par Olivier Courcelle (2013) sur son site internet clairaut.com.

225. Pour plus de détails sur cette controverse qui a impliqué Clairaut, D'Alembert, Buffon et Euler, voir Chapront-Touzé (2002) et Bodenmann (2013).

Paris et Calandrini à Genève²²⁶, lequel a bien travaillé la question – et proposé une solution conforme à la théorie de Newton, par des considérations sur l'excentricité de l'orbite de la Lune – dans l'édition genevoise des *Principia* de (Newton 1739-1742). Quelques années plus tard nous le retrouverons dans ce rôle d'intermédiaire entre Calandrini et Clairaut sur la même question des apsides lunaires, après qu'il a assisté à la fameuse séance publique du 15 novembre 1747 à l'Académie royale des sciences au cours de laquelle Clairaut a présenté les résultats de ses travaux sur le mouvement de la Lune²²⁷, notamment en transmettant à Clairaut un long texte²²⁸ de Calandrini en défense de sa thèse et ses calculs.

Cramer trouve également en Clairaut un interlocuteur pour son travail sur les courbes algébriques : il l'informe dans une lettre datée de mars 1744, qu'il a « travaillé en dernier lieu à démontrer un Principe généralement admis, mais sans démonstration qu'il sache. C'est que deux courbes algébriques, l'une de l'ordre m , l'autre de l'ordre n ne peuvent se rencontrer en plus de mn points »²²⁹. Cette discussion l'amène, sur invitation de Clairaut qui occupe alors la fonction de directeur de l'Académie, à lui envoyer un mémoire, aujourd'hui hélas perdu, dans lequel, si l'on accepte qu'il soit proche du texte que Cramer mettra en annexe de son *Introduction* (G. Cramer 1750b, p. 656-676), il décrit ce qui est aujourd'hui connu comme la règle de Cramer pour la résolution des systèmes linéaires d'équations. Voici ce qu'il en dit dans sa lettre²³⁰ de mai 1744 :

« Je ne puis donc assés admirer mon imprudence de vous envoyer ce gros Mémoire où je nomme ce que vous avés souhaité de voir sur le nombre des intersections de 2 Courbes algébriques. Je l'ai intitulé de l'Evanouissement des gr. inconnuës, parce qu'en effet c'est là son principal objet et le principe d'où découle la démonstration de ce Théorème sur les inters. des Courbes. Je crois ce principe assés fécond, et il est certain qu'il y a beaucoup de choses dans l'Algèbre des Courbes, permettes moi cette expression, qui en dépendent. [...] Je souhaite de tout mon cœur que vous la puissiez parcourir sans ennui. Pour ce qui est de la présenter à l'Académie, j'ai peine à croire qu'elle mérite cet honneur et il seroit, je pense assés difficile de lire un Mémoire tel que celui-là chargé d'Algèbre et de notations nouvelles. »

Le texte de la réponse de Clairaut en date du 12 juillet 1744 ne nous est hélas pas connu ; néanmoins il faut croire que Cramer avait correctement identifié les difficultés à présenter son travail car il écrira à Euler, quelques années plus tard : « Ce que j'ai inséré dans l'Appendice n° 2 de mon ouvrage est un extrait d'un mémoire plus long et plus détaillé que j'avois envoyé il y a plusieurs années à Mr Clairaut, qui vouloit le lire à l'académie de Paris, mais qui en fut détourné par la singularité de la notation, difficile à exprimer en parlant »²³¹.

226. Lettres de Gabriel Cramer à Alexis-Claude Clairaut, Genève, mai et août 1744.

227. Voir les procès-verbaux des séances de l'Académie royale des sciences de Paris pour 1747, T. 66.

228. Lettre de Jean-Louis Calandrini à Gabriel Cramer, Genève, 20 février 1748.

229. Ce résultat, connu aujourd'hui sous le nom de théorème de Bézout pour les courbes, est bien entendu présenté avec sa démonstration dans l'*Introduction*. Voir la partie IV.

230. Lettre de Gabriel Cramer à Alexis-Claude Clairaut, Genève, mai 1744, éditée par Pierre Speziali (1955).

231. Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Genève, 27 novembre 1750.

En 1746, Clairaut adresse à Cramer ses « *Elemens d'Algèbre publiés à ses frais, en lui demandant d'engager les libraires de Genève à en commander et de le faire adopter dans les classes* » selon la courte notice²³² écrite par Speziali (1955, p. 222). Les échanges reprendront avec plus de vigueur et de régularité après le séjour parisien de 1747-48 de Gabriel Cramer.

Avec Buffon, Maupertuis et Dortous de Mairan

De la même manière, Buffon se félicite de renouer avec Cramer après quelques années d'interruption de leur correspondance²³³ : il conclut sa lettre en promettant de « *cultiver dans la suite [son] amitié par une correspondance plus exacte* ». Le contenu de cette correspondance diffère beaucoup des lettres du début des années 1730 qui étaient essentiellement centrées sur les mathématiques : Buffon a renouvelé son champ d'activité scientifique, et se consacre désormais à la chimie, la botanique et l'histoire naturelle²³⁴. Dans cette lettre²³⁵ du 4 avril 1744, il retrace lui-même à l'attention de son correspondant genevois, son parcours au long des huit années précédentes, ce qui accrédite le fait qu'il n'a pas écrit à Cramer depuis 1736. Il semble, malgré le ton chaleureux de cette reprise de contact, que cette correspondance ne deviendra réellement régulière qu'après 1748 et le second séjour parisien de Cramer.

Gabriel Cramer renoue également avec Maupertuis en lui envoyant à lui aussi, le 10 janvier 1744, une lettre accompagnant les *Œuvres* de Jacques Bernoulli. En réponse, Maupertuis envoie plusieurs livres au Genevois, dont son *Astronomie nautique* récemment publiée²³⁶. C'est au Maupertuis directeur de l'Académie des sciences et belles-lettres de Berlin que Cramer écrira en décembre 1746 pour le remercier d'avoir été élu membre étranger.

Contrairement à Clairaut ou Buffon, correspondants de la première heure quelque peu délaissés au cours des années 1730, Dortous de Mairan a été presque continûment en relation épistolaire avec Cramer de 1730 à 1751 (avec toutefois une certaine rareté dans les années 1734-1738 et 1744-1746)²³⁷. Sur le plan scientifique, cette correspondance aborde des thèmes nombreux et variés²³⁸, offrant au lecteur une grande richesse de contenu et un luxe de détails sur la vie à l'Académie des sciences. De plus, elle illustre particulièrement bien la circulation des livres et des journaux dans la République des lettres : de nombreux textes imprimés (au premier rang desquels les volumes successifs de l'*Histoire de l'Académie royale*

232. Le texte original de la lettre, datée du 19 octobre 1746, ne nous est pas accessible.

233. La dernière lettre de cette correspondance qui nous soit parvenue date de 1736 mais, dans sa réponse à Cramer du 4 avril 1744, Buffon évoque une lettre commencée, non terminée, près de trois ans auparavant (vers 1741, donc) en réponse à une lettre de Cramer « *en défense de Leibniz* ». Cette lettre n'a pas été retrouvée.

234. En 1739, Buffon intègre la classe de botanique de l'Académie royale des sciences de Paris et est nommé intendant du Jardin du Roi.

235. Lettre de Buffon à Gabriel Cramer, Paris, 4 avril 1744, éditée par Françoise Weil (1961, p. 123-124).

236. Lettre de Maupertuis à Gabriel Cramer, Paris, 10 août 1744.

237. Pour l'essentiel, ce sont les lettres de Dortous de Mairan adressées à Gabriel Cramer qui sont parvenues jusqu'à nous : sur les cinquante-quatre lettres référencées dans l'inventaire de cette correspondance, quarante et une ont été écrites par Mairan. Voir l'inventaire de leur correspondance en annexe, p. 405.

238. Je renvoie à nouveau vers l'ouvrage que lui consacre Ellen McNiven Hine (1996) qui détaille fort bien le contenu scientifique des échanges entre l'académicien parisien et ses correspondants genevois, dont Gabriel Cramer est au premier rang.

des sciences, mais également bien d'autres) sont envoyés de Paris à Genève, et réciproquement, mobilisant des acteurs divers (des libraires, des savants de passage, mais également l'Intendant des Postes, le comte d'Onsenbray). Enfin, sur un plan humain, ces lettres sont les témoins du profond respect que les deux savants avaient l'un pour l'autre.

Entre 1739 et 1740, les lettres échangées entre les deux hommes traitent de phénomènes encore mal élucidés mais traités dans la physique newtonienne : la lumière et les couleurs d'une part, la propagation du son d'autre part. Certains extraits des lettres sur le son de juillet-octobre 1740, faisant suite à un mémoire de Dortous de Mairan inséré dans les *Mémoires de l'Académie royale des sciences* (Mairan [1737] 1740), ont même fait l'objet d'une publication dans le *Journal des Sçavans* (Mairan 1741a). Les deux hommes y discutent de l'hypothèse de Mairan sur la propagation du son dans l'air supposant l'existence de « *particules de différente élasticité, & capables par là de vibrations d'autant de différentes durées qu'il y a de tons différents dans les corps sonores.* » (p. 510). Cramer semble adhérer à l'hypothèse de l'académicien : « *Vous avez fait, M^r, dans l'Acoustique, ce que M^r Newton a fait dans l'Optique : vous l'avez fait comme lui, pour le fonds, & beaucoup mieux pour la forme.* » (p. 514), mais il formule quelques réserves ultérieures sous la forme de demandes d'éclaircissement. Cet échange se place dans le prolongement des réflexions de Cramer sur la propagation du son, et des remarques qu'il a exprimées sur ce sujet dans une longue note de l'édition genevoise des *Principia* supervisée par Calandrini. Cette critique de la théorie newtonienne de la propagation du son ne va pas jusqu'à l'adhésion de Cramer au système proposé par Dortous de Mairan, même si la prudence du ton utilisé vis-à-vis de son ami parisien le laisse accroire (Baskevitch 2016, p. 353-356). Il serait intéressant de comparer les positions de Cramer vis-à-vis de la propagation du son dans l'air exprimées dans ces lettres, aux thèses qu'il a soutenues sur le sujet près de vingt ans auparavant (G. Cramer 1722) et dans lesquelles il adoptait pleinement le point de vue newtonien (Cannon et Dostrovsky 1981).

Cette correspondance se poursuit avec régularité après 1740 : le tout nouveau Secrétaire perpétuel de l'Académie²³⁹ y parle longuement de ses propres travaux et publications, notamment d'un mémoire sur les courbes réfractives ou anaclastiques (paru dans l'*Histoire de l'Académie* pour 1740) ou de la réédition de sa *Dissertation sur l'estimation et la mesure des forces motrices des corps*²⁴⁰ en 1741. Il y évoque aussi les événements qui rythment la vie de l'Académie des sciences à Paris, comme les nouvelles en provenance de l'expédition du Pérou, ou l'observation d'une comète en mars 1742 : à ce propos, Dortous de Mairan répond le 15 mai à une lettre, hélas perdue, de Gabriel Cramer datée de la semaine précédente dans laquelle ce dernier fait part à l'Académie et à son Secrétaire de ses propres observations de cette comète, qui sera lue en séance le 14 mars 1742²⁴¹. La correspondance entre les deux

239. Dortous de Mairan accepta de prendre la relève de Fontenelle à cette fonction fin 1740, pour une durée de trois ans. Il démissionna effectivement en 1743, laissant la place à Grandjean de Fouchy, et trouva la même année un fauteuil à l'Académie française (Bruneau et Passeron 2015).

240. Édition accompagnée d'une adresse à Émilie du Châtelet en réponse aux vertes critiques de ce mémoire contenues dans les *Institutions de physique* de la Marquise. Voir le paragraphe suivant.

241. Procès-verbaux des séances de l'Académie royale des sciences de Paris pour 1742, T. 61.

hommes semble néanmoins marquer à nouveau le pas entre 1744 et 1747, date de son second séjour parisien.

Avec la marquise du Châtelet : le retour des forces vives

C'est également en 1744 que Gabriel Cramer débute une courte mais très intéressante correspondance scientifique avec la Marquise du Châtelet, traitant essentiellement de la question toujours vivement controversée des forces vives. Il s'agit d'un des sujets traité dans ses *Institutions de Physique* publiées en 1740, dans lesquelles elle adopte les positions leibniziennes et tente, sans trop de succès, de promouvoir une voie médiane entre cartésianisme et newtonianisme (Shank 2008, p. 444). Elle y réfute notamment les positions prises par Mairan sur les forces vives dans son *Discours sur l'estimation et la mesure de la force motrices des corps* de 1728 : ce dernier s'en plaint d'ailleurs amèrement auprès de Cramer²⁴². L'académicien s'engagera alors dans une controverse avec la Marquise, ce qui ne lui réussira guère²⁴³. Il envoie néanmoins à Genève deux exemplaires du livre de la Marquise, le premier pour Cramer, le second pour Jallabert. Les *Institutions de physique* seront un succès, qui donnera lieu à une réédition, et une traduction en allemand et en italien, en 1742. Cramer, en fervent partisan de l'interprétation leibnizienne des forces, a dû suivre très attentivement les débats : on l'imagine très partagé entre son admiration portée à Émilie du Châtelet, qui a remis en lumière avec succès les idées de Leibniz et Jean Bernoulli que lui-même n'avait pas su porter quinze ans auparavant, et sa compassion pour son ami Dortous de Mairan qui s'enferme dans une dispute dont il sort ridiculisé.

Cette fois, la correspondance est probablement à l'initiative d'Émilie du Châtelet : l'inventaire de la correspondance signale une première lettre de la Marquise à Gabriel Cramer en mai 1744 mais le texte de cette lettre, passée sur le marché des manuscrits, ne nous est pas connu. En août, Cramer écrit à Clairaut²⁴⁴ pour se féliciter que la Marquise, par le biais de François Jacquier, lui fait parvenir une copie de sa lettre à James Jurin sur le sujet des forces vives²⁴⁵ et s'enquiert de l'ouvrage récemment publié par la Marquise²⁴⁶ :

« Comme l'ouvrage de Mme du Châtelet ne me parviendra apparemment qu'un peu tard (car MM. les libraires n'usent pas de diligence dans leurs envois), faites-moi la grâce de me dire en un mot ce que c'est. Je m'imagine que ce sera la dispute avec M. de Mairan sur les forces vives. Mais peut-être y aura-t-il quelques additions. Cette illustre dame m'a fait l'honneur de m'envoyer par le P. Jacquier une copie de la réponse qu'elle a faite à Mr de Jurin sur le même sujet. Il me semble

242. Lettre de Dortous de Mairan à Gabriel Cramer, Paris, 24 décembre 1740.

243. Pour plus de détails sur le rôle d'Émilie du Châtelet dans la dispute des forces vives, et sa controverse avec Dortous de Mairan, voir Terrall (2004) et Reichenberger (2011).

244. Lettre de Gabriel Cramer à Alexis-Claude Clairaut, Genève, août 1744, éditée par Speziali (1955, p. 219-220).

245. Émilie du Châtelet a sans doute fait parvenir à Cramer une copie de sa lettre à Jurin en date du 30 mai 1744, dans laquelle elle expose ses arguments en faveur des forces vives et réfute ceux de son interlocuteur, dans une dispute par lettres entamée dès 1741.

246. Il s'agit de la *Dissertation sur la nature et la propagation du feu*, paru à Paris, chez Prault (1744), et non d'un ouvrage sur les forces vives comme le pense Cramer.

qu'elle a raison sur tous les points, et qu'elle le prouve avec beaucoup de force, de netteté et d'élégance. Ayez la bonté de m'apprendre comment il faut m'adresser pour lui écrire. Je sais que Cirey est en Champagne; mais j'appréhende qu'une adresse aussi vague ne fasse égarer la lettre.»

La première lettre de Gabriel Cramer à Émilie du Châtelet nous est connue par deux documents distincts, datés d'août 1744 : un brouillon en porte la première partie, et une minute de la main de Cramer permet de prendre connaissance de la seconde partie (et fin) de la lettre²⁴⁷. Il y fait l'éloge des *Institutions de physique* de la Marquise, notamment du dernier chapitre qui traite de la question des forces vives :

« Il est surprenant que le dernier chapitre de votre admirable ouvrage vous ait laissé quelques adversaires à combattre; mais il est heureux que ces adversaires vous fournissent de nouvelles occasions de déployer ce puissant génie & d'éclairer le genre humain.»

Suit un long commentaire de Cramer sur les arguments de la Marquise, qu'il applaudit, et ceux de Jurin qu'il prend un visible plaisir à réfuter à son tour : comme il se plaît à l'écrire, « *Son [Jurin] destin est glorieux. Il est tombé sous les traits de l'Amazone de Cirey. Il est tombé sans retour* ».

Émilie du Châtelet met plusieurs mois à lui répondre, mais cette réponse²⁴⁸ est flatteuse pour le Genevois :

« Je n'ai pas pu me résoudre à en attendre la fin pour vous marquer l'estime infinie que vos ouvrages m'ont inspiré depuis longtems, et a laquelle votre lettre me fait joindre la reconnoissance, j'en dois à Mr de Mairan, puisque son obstination a estimer la force des corps par ce qu'ils ne font point, et celle de M. Jurin a defendre cet étrange paradoxe m'ont procuré l'avantage de votre comerce, l'aprobation que vous avés bien voulu doner a la derniere reponse que j'ay fait a cet odieux anglois, m'a enhardie a la rendre publique, le P. Jacquier a voulu absolument l'envoier a un journal d'Italie, et j'ay pensé que puisqu'il vs l'avoit comuniquée, et que vs en étiez content, je ne pouvois plus craindre pr son succès.»

Elle examine avec attention les exemples et suggestions de fond proposés par Cramer (l'ensemble de cette courte correspondance a un très fort contenu scientifique), avant de conclure en promettant à Cramer d'être plus exacte dans son commerce épistolaire avec lui. Mais cette promesse n'a manifestement pas été suivie d'effets, puisque cette correspondance semble s'arrêter à ce moment-là; en tous cas je n'ai retrouvé aujourd'hui qu'un brouillon de la réponse²⁴⁹ de Cramer en juin 1745, qui, tant est que la lettre ait bien été envoyée à la Marquise, restera sans suite. Mais elle permet aujourd'hui de voir que Cramer jouit, au milieu des années 1740, de suffisamment de prestige pour être consulté par Émilie du Châtelet sur une des principales controverses scientifiques de ce temps, et que les efforts de Cramer pour

247. Voir l'inventaire de la correspondance avec Émilie du Châtelet en annexe, p. 396.

248. Lettre d'Émilie du Châtelet à Gabriel Cramer, Paris, 8 mai 1745.

249. Lettre de Gabriel Cramer à Émilie du Châtelet, Genève, juin 1745.

promouvoir le point de vue de Leibniz et Jean Bernoulli sur les forces des corps en mouvement autour de 1730 ne sont pas restés méconnus de l'Europe savante.

Il faut également noter que c'est par l'intermédiaire de Cramer que la Marquise du Châtelet a pu se procurer la dernière édition de Londres des *Principia* de Newton, sur laquelle elle travaillera pour en donner sa fameuse traduction en français, en 1749. C'est un échange de lettres²⁵⁰ avec Jean II Bernoulli qui nous l'apprend : sur sollicitation du baron de Thun, ami de Maupertuis, le Genevois demande à son correspondant bâlois de lui rétrocéder l'ouvrage qu'il avait lui-même procuré à son père. Les Bernoulli père et fils accepteront sous réserve que Cramer leur en procure un nouvel exemplaire, ce qu'il parviendra à faire avec un certain retard.

Avec Euler et Formey à Berlin

Les relations parisiennes ne sont pas les seules à bénéficier du commerce épistolaire de Gabriel Cramer. Leonhard Euler a écrit une première fois au Genevois en mai 1743 pour l'entretenir de questions relatives à l'édition d'un de ses ouvrages ; la correspondance entre les deux savants s'est poursuivie dans les années suivantes, et se trouve être d'une grande densité et richesse scientifique²⁵¹. Un des thèmes récurrents de cette correspondance est celui des courbes algébriques : Euler prépare son *Introductio in analysin infinitorum* qui paraîtra en 1748, et Cramer a déjà écrit un premier jet de son traité des courbes qui sera publié en 1750, les deux hommes ont donc des sujets de recherche communs à ce moment de leur vie. C'est ainsi qu'on trouve dans cette correspondance de longs échanges sur les points de rebroussement de seconde espèce (ou « rebroussements en bec », comme les nomme Cramer), introduits par le Marquis de L'Hospital en 1696 avant d'être réfutés par De Gua de Malves en 1740 dans ses *Usages de l'analyse de Descartes*. Euler, dans un premier temps, les avait également rejetés avant de se raviser et d'exhiber un exemple de quartique présentant un tel point singulier²⁵², achevant de convaincre Cramer, qui, suivant De Gua de Malves, avait lui aussi des réserves. Nous reviendrons en détail sur la question des points de rebroussement dans la seconde partie de cette thèse (voir p. 136).

Toujours sur la question des courbes algébriques, on trouve dans cette correspondance des lettres traitant de ce qui est aujourd'hui connu sous le nom de *paradoxe de Cramer* : s'étonnant de l'affirmation d'un savant anglais nommé Braikenridge selon lequel le nombre de points nécessaires pour déterminer une courbe algébrique d'ordre n est égal à $n^2 + 1$, Cramer le corrige en indiquant que la valeur correcte est $\frac{(n+1)(n+2)}{2} - 1 = \frac{n(n+3)}{2}$ mais ajoute²⁵³ :

« Cependant, voici qui favorise la pensée de cet Anglois. Deux lignes du 3^e ordre se peuvent couper en 9 points. Ainsi une ligne du 3^e ordre n'est pas suffisamment

250. Lettres de Gabriel Cramer à Jean II Bernoulli, Genève, 11 juin et 26 juillet 1745, et réponse de Jean II Bernoulli à Cramer, Bâle, 16 juin 1745.

251. Voir l'inventaire de cette correspondance en annexe, p. 400. À propos des réseaux de correspondance d'Euler au sein de la République des lettres, voir Bodenmann (2008).

252. Lettre de Leonhard Euler à Gabriel Cramer, Berlin, 20 octobre 1744.

253. Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Genève, 30 septembre 1744.

déterminée en la faisant passer par 9 points, et de même pour les ordres supérieurs. Auriez vous, Monsieur, vous qui savez si bien approfondir les matières, quelque bonne explication de cette Difficulté.»

Euler propose à Cramer quelques éléments de réponse²⁵⁴ dans sa lettre du 20 octobre 1744, mais développera sa pensée dans un mémoire publié dans l'*Histoire de l'Académie royale des sciences et belles-lettres* de Berlin pour 1748 (Euler [1748] 1750) (voir p. 135).

En réponse, Cramer communiquera à Euler son théorème sur « *la recherche de plusieurs indéterminées par le moien d'autant d'équations, où ces indéterminées ne montent qu'au premier degré* », autrement dit l'essentiel de son mémoire sur l'« évanouissement des grandeurs inconnues » qu'il a déjà donné à Clairaut plus tôt cette année-là, et qui fera la matière du premier appendice de son traité des courbes²⁵⁵. En l'espace de quelques lettres, les deux savants ont échangé sur des questions essentielles de l'« *Algèbre des courbes* »²⁵⁶. D'autres sujets majeurs y sont abordés, comme les logarithmes des nombres imaginaires²⁵⁷, ou des considérations sur la propagation de la lumière et du son; à tous ces titres, la correspondance des années 1743-1746 entre Euler et Cramer est scientifiquement et historiquement de toute première importance.

Euler n'est pas le seul correspondant de Cramer à Berlin : nous sont également parvenues de nombreuses lettres échangées avec Jean Henri Samuel Formey, qui faisait alors office de secrétaire de la classe de philosophie à l'Académie de Berlin²⁵⁸. La correspondance entre les deux hommes prend naissance en mars 1742, à propos d'éclaircissements demandés par Formey sur des questions d'hydrodynamique²⁵⁹. Elle se poursuit par deux lettres particulièrement intéressantes dans lesquelles le Genevois expose quelques réflexions personnelles sur un projet de *Dictionnaire philosophique* porté par Formey²⁶⁰ qui montrent qu'il a bien réfléchi à la manière d'organiser et de présenter un ouvrage encyclopédique²⁶¹ : mais le projet de Formey n'ira pas plus loin, et le sujet ne sera abordé qu'une seule fois de plus entre les deux hommes, en 1746, sans qu'une collaboration de Cramer ne soit envisagée. Les deux

254. Essentiellement, l'argument d'Euler revient à dire que les équations découlant des conditions de passage de la courbe par les neuf points ne sont pas nécessairement indépendantes, et donc que la donnée des neuf points n'est pas toujours suffisante pour déterminer la cubique.

255. Cet appendice expose la règle qui porte aujourd'hui son nom pour la résolution des systèmes d'équations linéaires du premier degré, autrement connue comme « règle des déterminants ».

256. L'expression est utilisée par Cramer dans la lettre de mai 1744 adressée à Clairaut contenant le mémoire sur l'« évanouissement des grandeurs inconnues ».

257. Lettre de Leonhard Euler à Gabriel Cramer, Berlin, 24 septembre 1746. Sur ce sujet, et la controverse qui a opposé Euler à D'Alembert, voir Gilain (2008).

258. Voir l'inventaire de cette correspondance en annexe, p. 401. La correspondance entre les deux hommes a été éditée par Bandelier et Eigeldinger (2010). À propos des correspondances scientifiques de Formey, lire Häselser (2008).

259. Lettre de Gabriel Cramer à Jean Henri Samuel Formey, Genève, 25 mars 1742.

260. Cramer a été informé de ce projet par un ami commun, le pasteur genevois Jean Peschier. Lettres de Gabriel Cramer à Jean Henri Samuel Formey, Genève, 9 avril 1742 et 29 août 1742, éditées par Bandelier et Eigeldinger (2010, p. 28-43).

261. Ces lettres ont été analysées par André Bandelier dans le chapitre intitulé *L'encyclopédisme avant l'Encyclopédie : attentes genevoises et projet de « dictionnaire philosophique » de J.-H.-S. Formey*, dans Häselser (2005, p. 55-68).

correspondants berlinois de Cramer lui seront de précieux appuis pour son élection à l'Académie de Berlin, en 1746.

Premières affiliations académiques : Montpellier, Bologne et Berlin

La qualité du travail d'édition scientifique mené par Gabriel Cramer à l'occasion de la publication des Œuvres des frères Bernoulli en 1743-44 lui procure la reconnaissance d'une partie de la communauté savante européenne d'une part, et l'occasion de (re)nouer commerce avec de nombreux et prestigieux correspondants (à Paris ou à Berlin) d'autre part. Cette visibilité acquise dans l'Europe savante s'accompagne de démarches visant à le légitimer davantage au sein de la République des lettres, en tentant d'ajouter aux réseaux de correspondances celui des académies et sociétés royales des grands pôles intellectuels européens (Paris, Berlin, Londres).

Au début du XVIII^e, alors que l'Académie royale des sciences de Paris vient d'adopter ses statuts et règlements définitifs (1699), le mouvement de création de sociétés savantes s'accélère. Souvent bâties sur le modèle parisien, elles essaient dans le premier dix-huitième siècle sur tout le continent (Berlin, Saint-Petersbourg, Bologne, Stockholm) et dans les provinces françaises (Bordeaux, Montpellier, Lyon) (McClellan 1985, p. 67-68). C'est donc tout naturellement que Gabriel Cramer, tout comme quelques-uns de ses devanciers ou contemporains genevois²⁶², cherche à intégrer ce réseau institutionnel qui croît rapidement et devient essentiel au fonctionnement de la République des lettres.

Les premières affiliations de Gabriel Cramer aux académies étrangères²⁶³ se situent dans la période 1743-1746. Dans les années 1740, la Société royale des sciences de Montpellier, établie par le pouvoir royal dès 1706, compte alors parmi ses membres des savants reconnus dans différents champs scientifiques : citons par exemple le médecin et botaniste François Boissier de Sauvages, ou le jeune astronome et physicien Étienne-Hyacinthe de Ratte. Très étroitement associée à sa « grande sœur » parisienne²⁶⁴, elle est bien plus qu'une simple académie provinciale (p. 95-97). D'ailleurs Jean-Jacques Dortous de Mairan²⁶⁵ en est le correspondant à l'Académie de Paris. En 1743 la Société demande au Roi l'ouverture d'une classe d'associés étrangers : les premiers élus seront les Genevois Gabriel Cramer et Jean Jallabert, en compagnie de Musschenbroek de Leyde, Linné d'Uppsala et Zanotti de Bologne (*Histoire de la Société royale des sciences 1778*). Dortous de Mairan salue cette élection²⁶⁶ :

262. Les médecins Daniel Le Clerc et Jacques Chenaud sont nommé correspondants de l'Académie de Paris dès 1699, tout comme Jean Jallabert en 1739 et Charles Bonnet en 1740 (Delorme 1951). Nicolas Fatio de Duillier est élu *fellow* de la Royal Society en 1688, son frère Jean-Christophe en 1706.

263. En termes de sociabilité savante, nous avons vu que Cramer a déjà été associé dès 1730 à l'éphémère *Société des Arts* de Paris, grâce à Clairaut. Il s'est également montré très actif dans les cercles savants genevois lancés dans les années 1730.

264. Les lettres patentes de Roi stipulent que cette Société « ne sera regardée que comme une extension & une partie » de l'Académie royale des sciences de Paris (*Histoire de la Société royale des sciences, établie à Montpellier 1766*, p. 13).

265. Dortous de Mairan était déjà le co-fondateur, avec son ami médecin Jean Bouillet, de la toute proche académie de Béziers en 1723.

266. Lettre de Dortous de Mairan à Gabriel Cramer, Paris, 22 mai 1743.

« Je suis ravi du nouvel honneur que j'ai d'être votre confrère à l'Académie ou Société de Montpellier, elle ne pouvoit faire un plus digne choix, et notre liaison assurément, dont je retire seul le profit, ne vous a aidé en rien dans les suffrages que vous a accordés cette compagnie. »

Cramer fournit à la Société un mémoire de dioptrique²⁶⁷ intitulé *Sur le foyer des rayons rompus par un nombre quelconque de verres convexes ou concaves*, ainsi présentée dans l'*Histoire de la Société Royale* :

« Déterminer d'une manière générale le foyer réel ou imaginaire des rayons rompus par un nombre quelconque de verres convexes ou concaves, c'est renfermer dans un seul Problème presque toute la Dioptrique.

« L'Algèbre seule peut s'élever à cette grande généralité, & c'est aussi par une formule algébrique, applicable à tous les cas particuliers, que M. Cramer a résolu cet important Problème, digne d'un Géomètre tel que lui. » (p. 202)

Dans son éloge de Cramer, De Ratte rappellera que « la Société Royale peut ici se glorifier d'avoir été la première, qui ait songé à l'acquérir ».

La seconde académie à s'associer le savant genevois est l'Académie des sciences de l'Institut de Bologne, toujours en 1743. Cette société, fondée en 1714, s'est fortement structurée sous l'action de son secrétaire perpétuel nommé en 1723 Francesco Zanotti, mais n'aura ni l'influence ni le rayonnement de ses homologues anglaises, prussiennes ou française (McClellan 1985, p. 99-104). Je n'ai retrouvé aucune trace d'une quelconque contribution de Gabriel Cramer à la vie de cette académie, ni dans sa correspondance, ni dans les *Commentarii* publiés en 1745-1746.

Son élection à l'Académie de Berlin en décembre 1746 est bien plus prestigieuse. La *Societas Regia Scientiarum* est établie à Berlin en 1700 par Frédéric I de Prusse (et dans ses premières années présidée par Leibniz). En déclin suite au décès de Leibniz en 1716, et au désintérêt marqué par le roi Frédéric-Guillaume I^{er} au cours de son règne (1713-1740), cette société est restructurée et revitalisée sous l'impulsion du roi Frédéric II dès son arrivée au pouvoir en 1740, en suivant de près le modèle de l'Académie royale des sciences de Paris. Il fait venir Euler de Saint-Petersbourg et Maupertuis de Paris. La *Societas* est renommée Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres de Prusse en 1744, et Maupertuis en devient le président à vie en 1746 (p. 68-74). Les recrutements ont ainsi été très nombreux à partir de 1744, mais pas toujours d'une grande qualité²⁶⁸. C'est Gabriel Cramer lui-même qui formule la demande d'être associé à l'Académie, dans deux lettres expédiées à Berlin le 30 août 1746,

267. Ce mémoire a été imprimé dans l'*Histoire de la Société royale des sciences établie à Montpellier* (G. Cramer [1743] 1778). Le résultat démontré par Cramer utilise les fractions continues; il en donnera également une version latine condensée à Euler dans sa lettre du 30 septembre 1744 (Saint-Petersbourg AAN, f 136. op. 2, n° 13, f 4-5v).

268. On peut voir la liste des membres pour 1700-1750 à l'adresse <http://www.bbaw.de/die-akademie/akademiegeschichte/mitglieder-historisch/chronologische-sortierung>. C'est Euler, dans sa lettre à Cramer du 24 septembre 1746, qui laisse entendre que l'Académie s'est montrée bien trop « libérale » dans son recrutement au cours des années précédentes; voir plus bas.

la première adressée à Formey²⁶⁹ (alors secrétaire de la classe de philosophie de l'Académie), et la seconde à Leonhard Euler²⁷⁰, dont voici un extrait :

« Je devrois pourtant être plus soigneux de vous ménager et de tâcher à mériter votre estime, puisque je me propose de vous demander une grace. C'est de vouloir bien vous intéresser à me faire avoir une place parmi les Membres étrangers de vôtre illustre Société Royale. Je sens que c'est un honneur fort au dessus de mon mérite. Aussi en aurois-je toute la reconnaissance possible, et je m'efforcerois à m'en rendre digne, sinon par le Genie et le Savoir, qui me manquent, du moins par les sentimens et le zèle pour tout ce qui pourroit contribuer à l'honneur et au bien d'une Compagnie si respectable. Faites moi la grace, Monsieur, de vous entretenir sur la manière la mieux séante d'obtenir cet honneur, avec M^r le Prof. Formey, qui me fait la grace de me vouloir du bien, et à qui j'écris au même sujet. J'espère que Mons. de Maupertuis sera porté favorablement pour moi, et que M^{rs} Achard²⁷¹, mes compatriotes, n'auront pas oublié l'amitié, si je puis me servir de ce terme, qu'il y a euë autrefois entre nous, et que je conserve précieusement. »

La réponse d'Euler ne tarde pas : il écrit²⁷² à Cramer trois semaines après avoir reçu sa lettre, en l'assurant de son appui et en ne laissant guère de doute sur l'issue de sa requête :

« Finalement j'aurai l'honneur de Vous assurer, qu'à la première entrée de M^r de Maupertuis dans l'Academie (qui sera de retour demain) Vous seres reçu membre de notre Academie : à quoi il ne faut aucune formalité : car comme la proposition regarde la mathematique tout ne dependra que de M^r de Maupertuis et de moi, et je ne doute pas, que Vous ne sauries conter aussi seurement sur Lui, que sur moi. C'est toujours beaucoup d'honneur pour nous, si des Personnes de Vos merite[s] souhaitent à entrer dans notre Academie, car cy devant, on a été si liberal sur cet article, que nous avons eu lieu de craindre, si cet honneur sera recherché à l'avenir. »

En effet, l'élection de Cramer sera prononcée le 8 décembre 1746, ce dont il sera informé dès le lendemain par Formey²⁷³. Gabriel Cramer remerciera ses deux intercesseurs à la fin du mois de décembre²⁷⁴ ainsi que Maupertuis²⁷⁵, se fendant également d'une lettre très solennelle de remerciements aux membres de l'Académie²⁷⁶.

269. Lettre de Gabriel Cramer à Jean Henri Samuel Formey, Genève, 30 août 1746, éditée par Bandelier et Eigeldinger (2010, p. 156-158).

270. Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Genève, 30 août 1746.

271. Les frères Antoine et François Achard, originaires de Genève, respectivement théologien et juriste, ont été élus à l'Académie le 23 janvier 1744.

272. Lettre de Leonhard Euler à Gabriel Cramer, Berlin, 24 septembre 1746.

273. Lettre de Jean Henri Samuel Formey à Gabriel Cramer, Berlin, 9 décembre 1746, éditée par Bandelier et Eigeldinger (2010, p. 163-164).

274. Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Genève, 26 décembre 1746. Lettre de Gabriel Cramer à Jean Henri Samuel Formey, Genève, 30 décembre 1746.

275. Lettre de Gabriel Cramer à Maupertuis, Genève, 30 décembre 1746.

276. Lettre de Gabriel Cramer à l'Académie de Berlin, Genève, 30 décembre 1746, reproduite par Bandelier et Eigeldinger (2010, p. 169).

La sollicitation directe des deux hommes visant à obtenir leur soutien pour devenir membre de l'Académie de Berlin illustre bien l'ambition de Gabriel Cramer, au milieu des années 1740, d'être reconnu par ses pairs comme un acteur majeur de la République des lettres et de s'inscrire dans le réseau des académies. On l'a vu ainsi prendre le prétexte de la publication des *Ceuvres complètes* des frères Bernoulli pour réactiver son réseau de correspondants, puis le mobiliser en partie pour intégrer celui des académies. Après les années 1727-1729, qui l'avaient vu parcourir l'Europe savante et initier ses premières correspondances, suivies d'une décennie essentiellement consacrée à ses activités genevoises, les années 1740-1746 peuvent être considérées, dans le parcours de Cramer, comme celles de la réintégration aux réseaux de la République des lettres et de la réouverture à l'espace scientifique européen. Cette tendance sera renforcée par son second séjour parisien de 1747-1748 et trouvera de nombreuses illustrations dans les dernières années de sa vie.

Le second séjour à Paris

Préceptorat du prince héréditaire de Saxe-Gotha

En septembre 1744, Genève accueille le jeune prince héréditaire de Saxe-Gotha²⁷⁷, à peine âgé de 9 ans, qui y est envoyé pendant quelques années pour ses études par son père, le duc Frédéric III de Saxe-Gotha-Altenbourg. L'enseignement du jeune prince est pris en charge par les professeurs de l'Académie : citons par exemple Jacob Vernet pour les belles-lettres²⁷⁸ et Jean-Louis Calandrini pour la géométrie²⁷⁹. Gabriel Cramer est lui aussi sollicité pour lui enseigner l'arithmétique, si l'on suit ce qu'écrit Charles-Benjamin de Lubières dans son éloge en 1752 :

« On trouve aussi dans ses papiers des *Elémens d'Arithmétique en François, dont il n'y a que la moitié d'achevée*. [...] *Ces Élémens d'Arithmétique, de même que d'autres de Géométrie*²⁸⁰, furent composés pour l'usage du jeune Prince FREDRIC, Duc héréditaire de Saxe-Gotha, qui étant venu passer quelques années à Genève, prenoit des leçons de lui, & recherchoit encore plus sa conversation. » (Lubières 1752, p. 381)

Le baron Ulrich de Thun, gouverneur du prince, cherche dès 1746 à le faire voyager pour qu'il achève ses études dans une autre ville d'Europe : c'est ainsi que Gabriel Cramer s'en-

277. Procès-verbaux des séances du Petit Conseil pour 1744, AEG R.C. 244 p. 348.

278. Vernet publiera une partie de ses leçons en 1753 dans ses *Dialogues Socratiques, Composés pour l'instruction De Son Altesse Sérénissime le Prince Héréditaire De Saxe-Gotha*.

279. D'après la traduction en français d'une lettre écrite en anglais de Calandrini au révérend John Williamson à Londres, en février 1745, retranscrite par J. B. G. Galiffe (1877, p. 28) : « Nous avons ici [...] le prince héréditaire de Saxe-Gotha. Il a dix ans et je lui enseigne la géométrie. Comme il est de très-bonne composition, j'espère que nous en viendrons à bout, à l'aide de divers appareils pour accommoder la matière à son âge, bien que nous suivions Euclide et que je sois sévère quant à la netteté des démonstrations ».

280. Ces *Éléments d'arithmétique* n'ont pas été retrouvés dans les papiers conservés à la Bibliothèque de Genève. On y trouve bien un manuscrit intitulé *Les premiers éléments de géométrie expliqués par Mr Cramer, Professeur en Philosophie à Genève*, mais ils sont datés de 1741.

quiert auprès de Formey²⁸¹ de la possibilité de le faire venir à Berlin : « *Le gouverneur d'un jeune seigneur qui a su que j'avois l'honneur de vous connoître, & qui veut savoir si le séjour de Berlin seroit propre à perfectionner l'éducation de son élève, m'a prié de m'informer auprès de vous à ce sujet.* »

Mais, comme il le relate à Formey quelques mois plus tard²⁸², le choix du Duc de Saxe-Gotha-Altenbourg et du baron de Thun se porte finalement sur Paris. Mais ce choix s'accompagne de l'invitation faite à Gabriel Cramer par le Duc d'accompagner son fils en tant que précepteur, ce qui lui fournit l'occasion inespérée de revenir à Paris dix-huit ans après son premier séjour :

« [...] *M^r de Thun a levé toutes les difficultés qu'on opposoit au voiage de Paris, & la Cour de Gotha y a consenti. Je ne pensois guères à être de la partie, & je ne croiois pas pouvoir me trouver dans des circonstances qui m'engageroient à quitter Geneve. Mais M^r de Thun m'ayant sollicité à accompagner le Prince, & le Duc son père m'ayant demandé à nôtre Magistrat par une lettre fort obligeante²⁸³, je me suis laissé vaincre [...].* »

La demande du Duc est donc officiellement formulée le 14 février 1747, et le Petit Conseil lui donne une suite favorable le 7 mars. Sur la suggestion de Cramer, le 10 mars, la Vénérable Compagnie des pasteurs propose au Magnifique Conseil que Jallabert prenne la charge d'assurer les cours de Cramer à l'Académie de Genève en son absence²⁸⁴. Gabriel Cramer se rend à Paris dès le mois suivant : il s'installe d'abord à l'Hôtel d'Anjou rue Croix-des-Petits-Champs, avant de s'établir au mois d'août chez le Comte de Rothes, rue Richelieu, avec le prince héréditaire et son entourage. L'enseignement de Cramer porte essentiellement sur les mathématiques, comme il le rapporte lui-même : « [...] *pendant le terme des cinq ou six mois, j'ai lû avec le prince héréditaire presque toute l'Histoire ancienne, je lui ai fait repasser toute la Géométrie des Lignes & des surfaces, je lui ai donné un petit Cours d'Algèbre, & je l'ai longtemps exercé en Arithmétique* »²⁸⁵.

281. Lettre de Gabriel Cramer à Jean Henri Samuel Formey, Genève, 18 octobre 1746, éditée par Bandelier et Eigeldinger (2010, p. 162-163).

282. Lettre de Gabriel Cramer à Jean Henri Samuel Formey, Paris, 25 juin 1747, éditée par Bandelier et Eigeldinger (2010, p. 177-178).

283. La demande du Duc figure en effet au Registre du Petit Conseil pour 1747, avec la mention manuscrite « Lettre de S.A.S le Duc de Saxe. Du 24^e fevrier 1747. Répondu le 14^e mars 1747 ». Procès-verbaux des séances du Petit Conseil pour 1747, AEG R.C. 247 p. 106.

284. Procès-verbaux des séances de la Compagnie des Pasteurs pour 1750, AEG Cp. Past. R 26 p. 232-233.

285. Ces lignes sont extraites d'un projet de lettre de Cramer au Duc de Saxe-Gotha, daté de novembre 1747, sans doute jamais expédiée, dans laquelle il demande à être soulagé de sa mission et rentrer à Genève : « *Mais [...] puisque je ne puis rester dans cette Ville d'une façon convenable à ma santé, à mon âge, & à mon rang, sans faire des dépenses considérables, j'ai cru devoir prendre, de concert avec M^r le Baron de Thun, la résolution de retourner dans ma Patrie* » (lettre de Gabriel Cramer à Frédéric III, Duc de Saxe-Gotha-Altenbourg, Paris, novembre 1747). Cette demande fait suite à la nouvelle du décès à l'âge de 17 ans de son neveu Jean-Isaac, fils de Jean, survenue fin octobre, qui semble l'avoir beaucoup affecté ; il a longtemps envisagé un retour à Genève avant de se raviser mi-novembre, comme il l'explique à Jallabert (lettre de Gabriel Cramer à Jean Jallabert, Paris, 17 novembre 1747).

Sociabilité mondaine et savante

Ces enseignements dispensés au prince lui laissent bien évidemment le temps d'aborder le cœur du programme qu'il s'était fixé en venant à Paris et qu'il partage avec Formey, dans la lettre du 25 juin 1747 précédemment citée : « [...] & je suis venu à Paris, dans l'idée principalement de renouer la connoissance avec plusieurs personnes que j'y avois vues dans un précédent voyage, d'en former de nouvelles, & d'acquérir les lumières qui me manquent sur tant de choses qu'on est curieux de savoir ».

Au premier rang de ces personnes avec qui il « renoue connoissance » se trouve Georges-Louis Le Clerc, maintenant connu comme comte de Buffon. Gabriel Cramer écrit une première lettre²⁸⁶ à Jallabert le 12 avril, très peu de temps après son arrivée, dans laquelle Cramer y raconte ses retrouvailles avec celui qui occupe désormais la charge d'Intendant des jardins du Roi et détaille ses expériences sur les miroirs ardents d'Archimède, qu'il doit présenter dans un mémoire lu à l'Académie royale des sciences le jour même²⁸⁷.

Gabriel Cramer, par l'entregent de Buffon et de ses autres amis parisiens, est très rapidement intégré à la bonne société parisienne. Un billet²⁸⁸ signé Helvetius, daté du samedi 22 avril 1747, l'invite à dîner chez lui avec Buffon le lundi suivant, mais Cramer décline l'invitation pour honorer celle de madame du Romain²⁸⁹ avant d'être à nouveau empêché, ce qui amuse beaucoup Buffon²⁹⁰ :

« Vous vous faites de belles affaires mon cher ami, vous refusez à Mr Helvetius parce que vous êtes engagé chez Mde du Romain et vous manquez à celle cy qui avait prié M. Saladin ou Mussard à cause de vous. Si cette bonne comtesse n'était pas la meilleure femme du monde elle ne vous le pardonnerait pas, mais elle s'est contentée d'exiger de moy de vous amener mercredi prochain dîner avec elle et je vous conseille de n'y pas manquer. »

Voilà qui donne le ton du séjour de Gabriel Cramer à Paris ! En effet, dès son arrivée en avril, il est entraîné dans un tourbillon de distractions et de mondanités que le paisible Genevois a du mal à complètement assumer ; il écrit ainsi dès juin 1747 à Formey²⁹¹, à peine deux mois après son arrivée, avec peut-être une pointe de mauvaise foi rigoriste :

« Mais pour ce qui est d'acquérir des lumières, je désespère presque d'y réussir. Non pas qu'il y ait bien des occasions, bien des savans qui sont remplis de connoissances & qui n'en font pas mystère : mais c'est que je mène, contre mon goût & par

286. Lettre de Gabriel Cramer à Jean Jallabert, Paris, 12 avril 1747.

287. Il est intéressant de noter que ce sujet était connu de Cramer, qui en avait fait le thème d'une de ses harangues prononcées lors de la fête des Promotions de 1731 à l'Académie de Genève intitulée *S'il est vrai qu'Archimède ait mis le feu à des Vaisseaux ennemis avec des Miroirs concaves, & si une telle façon de défendre les Places pourroit être mise en usage à-présent ?*, selon Lubières (1752). Cramer fera une description plus détaillée du dispositif expérimental de Buffon dans sa lettre à Jallabert du 15 juin.

288. Lettre de Helvetius à Gabriel Cramer, Paris, 22 avril 1747.

289. Il s'agit de Constance-Simone-Flore-Gabrielle Rouault de Gamaches, dite Mademoiselle de Cayeu, comtesse du Romain (1725-1781 ?).

290. Lettre de Buffon à Gabriel Cramer, Paris, 24 avril 1747.

291. Lettre de Gabriel Cramer à Jean Henri Samuel Formey, Paris, 25 juin 1747, éditée par Bandelier et Eigeltinger (2010, p. 177-178).

force, une vis si dissipée, si occupée de bagatelles, si remplie de petits riens, qu'il me reste à peine quelques moments pour les donner à des occupations tant soit peu sérieuses.»

Gabriel Cramer fréquente donc avec assiduité la table de la comtesse du Romain, et ce pendant toute la durée de son séjour²⁹². Nous ne savons que peu de choses d'elle, mis à part le portrait fourni par Casanova quelque dix ans plus tard²⁹³ : « *Madame du Romain était plus belle que jolie, mais elle se faisait surtout remarquer par sa douceur, la bonté de son caractère, par sa franchise et son empressement à servir ses amis. D'une taille superbe, c'était une sollicitieuse dont la présence imposait à tous les magistrats de Paris. Je fis chez elle la connaissance de Mmes de Valbelles, de Roncerolles, de la princesse de Chimai et de plusieurs autres qui faisaient les délices de ce qu'on nommait alors à Paris la bonne compagnie* » (Casanova 1871, p. 371). Elle reçoit dans son hôtel rue des Saints-Pères, faubourg Saint-Germain, sans que l'on sache exactement qui y était invité, hormis Buffon. Les lettres échangées entre elle et Cramer permettent seulement de supposer qu'elle était familière de l'entourage du prince héréditaire de Saxe-Gotha. Cette correspondance, qui débutera dès le retour de Cramer à Genève en mai 1748, n'est pas exempte d'une certaine tendresse, comme on peut le constater à la lecture des quatre lettres aujourd'hui conservées à la Bibliothèque de Genève dans lesquelles elle lui donne du « *mon philosophe* ».

Buffon, qui a si bien accueilli le Genevois à son arrivée à Paris en avril, lui fait ses adieux dès le mois de juin²⁹⁴ : il quitte Paris pour Montbard où, conformément à son habitude, il va passer plusieurs mois²⁹⁵, avec cette fois pour objectif de commencer la rédaction de son *Histoire naturelle*²⁹⁶. Clairaut et Dortous de Mairan sont également très présents pour leur ami genevois, et favorisent sa sociabilité mondaine en le faisant inviter dans les dîners et soupers où l'on parle de science et de philosophie.

C'est ainsi par l'intermédiaire de Clairaut que Gabriel Cramer entre dans la société²⁹⁷ de mademoiselle Ferrand. Cette dernière reçoit dans son logement sis au couvent des filles de Saint-Joseph, rue saint-Dominique dans le faubourg Saint-Germain, en compagnie de la comtesse de Vassé qui occupait un logement contigu²⁹⁸. La maison est fréquentée par Ré-

292. Clairaut, essayant de le faire venir chez la marquise d'Ancezone, lui écrit le 6 mars 1748 : « *Voyés donc si vous pouviés mettre de coté pour une fois seulement votre diner de Me Durumin sinon attendés moi lundy prochain nous irons ensemble dans une maison où vous etes desiré comme vous le devés être partout où l'on connoit le merite* ». Lettre de Clairaut à Cramer, Paris, 6 mars 1748. Souligné par moi.

293. On connaît également d'elle un portrait avec ses deux filles réalisé par Carmontelle.

294. Lettre de Buffon à Gabriel Cramer, Paris, sans date, éditée par Weil (1961, p. 125).

295. Il sera de retour à Paris en décembre 1747, selon les registres de l'Académie royale des sciences.

296. « *Il y fera travailler à Montbar, où il va passer quelques mois, pour s'occuper d'un grand Ouvrage qu'il a entrepris avec M^r D'Aubenton. C'est la description du Cabinet du Roi, qui contiendra XII ou XV volumes, d'un format & d'une épaisseur pareilles aux Memoires de l'Académie* ». Lettre de Gabriel Cramer à Jean Jallabert, Paris, 15 juin 1747.

297. Au XVIII^e siècle le mot « salon » n'est pas en usage (il ne le sera qu'au début du XIX^e siècle). Les termes alors utilisés pour désigner ce que l'on appelle aujourd'hui des salons sont « compagnie », « maison » ou « sociétés » (Lilti 2005, p. 80-88).

298. Pour les détails biographiques sur Élisabeth Ferrand, la référence est le chapitre que lui consacre Laurence Bongie dans son livre *Diderot's femme savante* (Bongie 1977, p. 147-163). Un portrait d'elle « méditant sur Newton », magnifique pastel réalisé par Quentin de la Tour en 1752, est conservé à la Alte Pinakothek de Munich ; voir l'étude que lui a consacré Neil Jeffares (2015).

aumur, Helvetius, le Résident de France à Genève Gérard Levesque de Champeaux, l'abbé Bonnot de Mably et son frère l'abbé Bonnot de Condillac : c'est donc très probablement là que Cramer fait la rencontre de l'auteur du *Traité des sensations*²⁹⁹ qui sera publié en 1754, et avec qui il entretiendra une fois revenu à Genève une riche correspondance philosophique³⁰⁰. Mademoiselle Ferrand, loin de se contenter de recevoir, a toute la considération de sa société (et au-delà) en tant géomètre et philosophe, et elle laissera une forte impression à Cramer à l'issue son séjour à Paris. Il ne manque pas de la saluer dans sa correspondance ultérieure avec Condillac et Clairaut, comme dans la conclusion de cette lettre³⁰¹ écrite quelques jours après son retour de Paris : « *N'oubliez pas non plus, je vous en prie, Mlle Ferrand, et son aimable société. Les doux momens que j'ai passés chez elle ne sortiront jamais de ma mémoire. Je fais pour sa santé les vœux les plus tendres, et les plus ardents* ».

On peut déduire de leur correspondance que Clairaut introduit également Cramer auprès de son amie la marquise d'Ancezune³⁰² et peut-être aussi de Monsieur et madame Dupré de Saint-Maur³⁰³, dont Buffon était également proche, où il a pu approcher le puissant et influent Daniel-Charles Trudaine³⁰⁴ et Montesquieu, qui faisait alors imprimer son *Esprit des lois* à Genève sous les bons soins de Jacob Vernet³⁰⁵.

Dortous de Mairan, de son côté, introduit Gabriel Cramer chez madame de Tencin³⁰⁶ (quelques mois seulement avant son décès). Dans sa maison de la rue Saint-Honoré, elle accueille la meilleure société (qu'elle appelait sa « ménagerie ») depuis quinze ans déjà, et Cramer y retrouve notamment Fontenelle, Réaumur, Helvetius et Montesquieu. Il y rencontre aussi peut-être Marie-Thérèse Rodet qui dès le début des années 1740 a fréquenté la maison

299. Élisabeth Ferrand joue d'ailleurs un rôle très fort dans la rédaction du *Traité des sensations* comme l'écrit Condillac lui-même dans sa préface, en mémoire à son amie décédée deux ans plus tôt : « *Il y a sans doute bien des difficultés à surmonter, pour développer tout ce système; & j'ai souvent éprouvé combien une pareille entreprise étoit au dessus de mes forces. Mademoiselle Ferrand m'a éclairé sur les principes, sur le plan & sur les moindres détails & j'en dois être d'autant plus reconnoissant, que son projet n'étoit ni de m'instruire, ni de faire un Livre. Elle ne s'appercevoit pas qu'elle devenoit Auteur, & elle n'avoit d'autre dessein que de s'entretenir avec moi des choses auxquelles je prenois quelque intérêt.* » (Condillac 1754, p. 10).

300. Cette correspondance a été éditée par Le Roy (1953). Voir l'inventaire de la correspondance de Cramer p. 387.

301. Lettre de Gabriel Cramer à Clairaut, Genève, 11(15?) mai 1748, éditée par Speziali (1955, p. 222-223).

302. On ne sait que peu de choses sur cette marquise, mais sa mort en 1749 affectera beaucoup Clairaut, qui l'écrira à Cramer en ces termes : « *J'ai perdu l'année dernière une amie chez laquelle vous aviés aussi extrêmement reussi c'étoit la pauvre Mde d'Ancezune. Je la regrette tous les jours. On retrouve bien peu de ses sortes de caracteres parmi les gens du monde, meme ceux qui se piquent le plus d'aimer les gens de lettres. Paris est plein de personnes qui se font un honneur d'attirer chez eux les savans, mais sans les aimer veritablement* ». Lettre d'Alexis-Claude Clairaut à Gabriel Cramer, Paris, 2 février 1750.

303. Nicolas François Dupré de Saint-Maur (1695-1774) occupait la charge importante de Trésorier de France, et était membre de l'Académie française depuis 1733. Il a fourni à Buffon des tables de mortalité qui ont été insérées dans le second tome de son *Histoire naturelle* publié en 1749. Il recevait avec sa femme, née Marie-Marthe Alléon (1678-1771), dont Rousseau dit qu'elle fut à l'origine de l'incarcération de Diderot à Vincennes après sa *Lettre sur les aveugles*.

304. Outre sa fonction d'administrateur du service des ponts et chaussées, Trudaine est également membre honoraire de l'Académie royale des sciences depuis 1743. Il entrera ponctuellement en correspondance avec Cramer après son retour à Genève.

305. Cramer endossera même très brièvement le rôle d'intermédiaire entre Montesquieu à Paris et ses éditeurs genevois : lettre de Montesquieu à Gabriel Cramer, Paris, 24 mars 1748.

306. Claudine-Alexandrine Guérin de Tencin (1682-1749), dont la société était très recherchée, est également connue comme étant la génitrice de Jean Le Rond D'Alembert (Passeron 2015, p. lvii-lxi).

de madame de Tencin afin d'y apprendre l'art de recevoir (Lilti 2005, p. 135). Cette dernière, plus connue sous le nom de madame Geoffrin³⁰⁷ l'accueille également dans son hôtel tout proche de celui de madame de Tencin, rue Saint-Honoré. On peut raisonnablement penser, malgré le manque de sources pour conforter cette affirmation, qu'il y fait la rencontre décisive de Jean Le Rond D'Alembert, qui fréquente la société de madame Geoffrin depuis quelques années déjà (Passeron 2015, p. lxxvi). Les deux savants entretiendront une correspondance régulière à partir de juin 1748, empreinte d'un profond respect du jeune savant parisien envers son aîné genevois, uniquement interrompue par le décès de ce dernier, et remarquable par sa richesse et sa qualité scientifique³⁰⁸, sur laquelle nous aurons de nombreuses occasions de revenir. Par ailleurs, nous verrons de quelle manière madame Geoffrin usera de son influence pour appuyer les différentes candidatures de Gabriel Cramer à la place d'associé étranger de l'Académie royale des sciences, ce qui en fera son soutien le plus zélé du Genevois lors des élections de 1748 et 1750.

Cramer assiste aux séances publiques³⁰⁹ de l'Académie royale des sciences des 12 avril et 15 novembre 1747 (cette dernière marquant la reprise des travaux de l'Académie suite aux deux mois de vacances académiques). Il écrit à Jallabert³¹⁰ un compte rendu très détaillé de cette seconde séance au cours de laquelle Clairaut commence de lire son mémoire sur le mouvement de la Lune et se propose, pour résoudre le problème du calcul des apsides de la Lune qui ne s'accorde pas avec les observations, d'ajouter un terme en $\frac{1}{r^3}$ ou en $\frac{1}{r^4}$ à la loi de gravitation de Newton pour les faire coïncider³¹¹. Cette lettre fut sans doute communiquée par Jallabert à Calandrini qui, le 12 décembre, écrit à Cramer³¹² afin d'obtenir des éclaircissements sur l'exposé de Clairaut, et rappelle son approche de la question, mise en œuvre dans le commentaire des *Principia* de Newton publié au début des années 1740 par Le Seur et Jacquier, dans laquelle il n'est nul besoin de modifier la loi de l'attraction. Dès lors, pour la seconde fois après les premiers échanges de 1744, Cramer se fait l'intermédiaire entre Clairaut et Calandrini dans cette courtoise dispute qui se conclura par la rétraction de Clairaut (Bodenmann 2013). Le compte rendu de cette séance porte également sur l'exposé de Réaumur sur « la manière de faire éclore les œufs dans le fumier », et sur celui de l'abbé Nollet sur l'« effet de la vertu électrique des corps organisés » (expériences sur des plantes et des

307. Marie-Thérèse Rodet Geoffrin (1699-1777), bourgeoise aisée, dotée d'une solide fortune provenant des parts détenues dans la Manufacture royale des glaces dont son mari avait été administrateur, sera la bienfaitrice et la protectrice de nombreux savants (au premier rang desquels Jean Le Rond D'Alembert). Elle a été immortalisée dans le célèbre tableau de Lemonnier, intitulé *La lecture chez madame Geoffrin*, réalisé en 1814 sur commande de Joséphine de Beauharnais, qui exprime une vision idéalisée du salon littéraire du XVIII^e siècle, représentant l'hôtesse entourée de plusieurs rangs de philosophes, hommes de lettres et aristocrates qui n'ont pas toujours pu s'y croiser (Lilti 2005, p. 15-16).

308. Cette correspondance a récemment éditée par Irène Passeron (2015).

309. Les séances de l'Académie ne sont autorisées qu'aux académiciens eux-mêmes, en dehors de deux assemblées publiques annuelles : celle qui suit le dimanche de Pâques, et celle qui marque la reprise des travaux de l'Académie après la Saint-Martin, en novembre. Néanmoins des personnes extérieures peuvent être introduites en séance pour y lire des mémoires ou y présenter des découvertes (Passeron 1996).

310. Lettre de Gabriel Cramer à Jean Jallabert, Paris, 17 novembre 1747.

311. Le mémoire de Clairaut, intitulé *Du système du Monde dans les principes de la Gravitation universelle*, se trouve sous forme manuscrite dans les Procès-verbaux des séances de l'Académie royale des sciences de Paris pour 1747, T. 66, p. 517-527.

312. Lettre de Jean-Louis Calandrini à Gabriel Cramer, Genève, 12 décembre 1747.

animaux). Les études sur l'électricité provoquent alors un grand intérêt partout en Europe : l'abbé Nollet – qui l'enseigne depuis longtemps dans son cours privé de physique expérimentale³¹³ – présente à l'Académie, tout au long de l'année 1747, de nombreux mémoires sur cette question, et Cramer en informe régulièrement Jallabert à Genève³¹⁴. Le 26 janvier, le Genevois s'adresse directement à l'abbé pour lui décrire le cas d'une supposée guérison d'un paralytique par l'électricité : sa lettre est lue en séance par Nollet le 3 février, et Cramer lui-même est invité à la séance du 7 février³¹⁵ à donner lecture aux académiciens d'une seconde lettre³¹⁶ de Jallabert sur le même sujet³¹⁷.

Le temps de son séjour, il entretient une correspondance régulière avec ses amis et collègues restés à Genève, et ne manque pas une occasion de saluer les membres de la « Société du Samedi »; ceux-ci, en retour, lui donnent les nouvelles de Genève³¹⁸. Les lettres de Cramer contiennent néanmoins relativement peu d'éléments propres à nous éclairer sur son quotidien à Paris; il discute principalement de sujets scientifiques ou philosophiques avec ses correspondants. Celles échangées avec Calandrini traitent pour l'essentiel de la théorie de la Lune de Clairaut, Cramer jouant un rôle d'intermédiaire entre les deux savants. Jean Jallabert soumet régulièrement à Cramer les avancées du manuscrit de son ouvrage sur l'électricité : dans ses lettres Cramer lui oppose ses critiques et ses questions, toujours courtoises mais précises et nombreuses³¹⁹. Ces critiques permettront à Jallabert d'améliorer son manuscrit et de publier ses *Expériences sur l'électricité* à Paris en 1749. Les deux savants genevois ont également en août 1747 un échange très intéressant sur la propagation de la lumière³²⁰. Enfin, Cramer a avec Charles Bonnet des échanges nourris sur des questions philosophiques et théologiques à propos de la liberté humaine³²¹.

313. Il invite d'ailleurs Cramer à y assister le 2 février 1748 : lettre de Jean-Antoine Nollet à Gabriel Cramer, Paris, 2 février 1748.

314. Lettres de Gabriel Cramer à Jean Jallabert, Paris, 15 juin et 2 août 1747.

315. C'est la seule séance non publique pour laquelle nous sommes sûrs de la participation de Cramer, car son intervention est notée dans le procès verbal de la séance; néanmoins plusieurs endroits de sa correspondance peuvent laisser croire qu'il y a assisté de manière plus régulière. Par exemple : « Où en sont vos recherches sur l'Electricité? L'Abbé Nollet en lit de tems en tems quelque chose à l'Académie. Jusqu'ici pourtant je n'ai rien entendu de bien nouveau. » (lettre de Gabriel Cramer à Jean Jallabert, Paris, 2 août 1747). Ou encore ce passage : « On distribua l'autre jour à l'Acad. un petit ouvrage qui lui est dédié, intitulé Observations sur l'électricité [...]. On me prit pour un académicien, et j'en reçus un exemplaire... » (lettre de Gabriel Cramer à Jean Jallabert, Paris, 24 septembre 1747).

316. La lettre originale de Jallabert ne s'est pas retrouvée, mais le passage lu par Gabriel Cramer est reproduit dans le procès verbal de la séance. Cramer, dans sa réponse à Jallabert, donne les circonstances dans lesquelles il a été amené à lire son contenu « devant toute la Compagnie » : lettre de Gabriel Cramer à Jean Jallabert, Paris, 8 février 1748.

317. Procès-verbaux des séances de l'Académie royale des sciences de Paris pour 1748, T. 67 p. 43-44.

318. Les deux lettres d'Amédée De la Rive, en date des 29 décembre 1747 et 28 février 1748, sont particulièrement riches sur ce plan.

319. La lettre de Gabriel Cramer à Jean Jallabert datée du 29 septembre 1747 en contient près de trois pages.

320. Lettre de Gabriel Cramer à Jean Jallabert, Paris, 21 août 1747.

321. Voir l'inventaire de la correspondance entre les deux hommes en annexe, p. 393. De larges extraits des lettres sur la liberté sont transcrits et commentés par Bonnet dans ses *Mémoires autobiographiques* édités par Savioz (1948, p. 132-138).

Ambitions académiques : les élections de 1748

Le début de l'année 1748 est marqué par une mauvaise nouvelle en provenance de Bâle : Jean Bernoulli vient de décéder le 1er janvier, à l'âge de 80 ans. Au-delà de la perte que cela représente pour la République des lettres, cette nouvelle signifie qu'une des huit places d'associé étranger à l'Académie des sciences devient vacante³²². À peine quelques semaines après, on apprend le décès de Joseph Cervi, médecin à la cour d'Espagne et associé depuis 1739, survenu le 24 janvier, qui libère une seconde place ! Pour un savant étranger, le prestige d'une association à l'Académie est considérable : les candidats sont nombreux et non des moindres, puisque Daniel Bernoulli et Euler sont également sur les rangs. Cramer, qui a été élu à l'Académie de Berlin un an auparavant, ne cache pas son ambition de se faire élire et se porte discrètement candidat. Ses amis œuvrent en coulisses : ainsi, dans un court billet daté du 11 janvier adressé à Cramer, Dortous de Mairan confie :

« Je sondai hier le gué, Monsieur, auprès de ceux à qui, selon mes vues, je devois plutôt m'adresser. Je trouvai tous très disposé à vous nommer avec la personne dont nous avons parlé³²³. Ce n'est pas tout à fait ce que je désirerois ; mais c'en est une partie faute de mieux. Je ne suis pas aisé à satisfaire dans mes desirs à votre égard. »

Madame Geoffrin et Elisabeth Ferrand mobilisent également leurs influentes relations parmi leurs amis savants ou protecteurs des sciences, hélas sans succès pour le Genevois. Ainsi le 21 juin 1748 sont nommés, pour succéder à Jean Bernoulli, son fils Daniel et l'astronome britannique James Bradley : le 24 juin, le comte de Maurepas fait savoir à l'Académie que le choix du Roy s'est porté sur Daniel Bernoulli³²⁴. Un mois plus tard, le 17 juillet, l'Académie propose les noms de James Bradley et Leonhard Euler pour succéder à Cervi : le 24 juillet, Maurepas informe l'Académie que l'élection revient à Bradley. Cramer, entre-temps rentré à Genève, remercie ses soutiens, comme Fontenelle par exemple, à qui il écrit³²⁵ : *« Je suis plus glorieux d'avoir eu le suffrage de M^r de Fontenelle qu'humilié d'avoir manqué celui de l'Académie. »*. Le 18 août madame Geoffrin lui écrit³²⁶ pour lui faire part de ses regrets, et ajoute :

« M^r de Mairan a fait tout ce qui luy a été possible de faire, je lui dois cette justice, et vous lui en devés des remerciements, il vous aime beaucoup et je l'en aime davantage. Vous avez eu beaucoup de voix, cela me fait esperer que le premiere [occasion] vous les [aurez] toutes. »

322. Sur l'organisation de l'Académie royale des sciences de Paris, lire Hahn (1993, p. 107-111).

323. Pour les élections des associés étrangers, l'Académie propose deux noms, et le Roi choisit entre les deux propositions.

324. Choix annoncé en séance le 26 juin : voir les procès-verbaux de l'Académie royale des sciences de Paris pour 1748, T. 67 p. 281. Dans une lettre de la comtesse du Romain adressée à Gabriel Cramer le 18 juillet, on apprend que Cramer aurait été devancé par Bradley pour trois voix pour être nommé en second : *« [On] a donc nommé M^r de Bernouilli, vous avez [eu] sept voix et même celle de Reaumur à ce que [Bouguer] m'a dit le tout en second mais l'anglois en aiant [eu] dix a été nommé en second et le sera en premier mercredi selon les apparences. »*.

325. Lettre de Gabriel Cramer à Fontenelle, Genève, août 1748

326. Lettre de Marie-Thérèse Geoffrin à Gabriel Cramer, Paris, 18 août 1748.

Elisabeth Ferrand, de son côté, l'assure du soutien de Clairaut :

« Mr Clairaut qui vous est extrêmement attaché a fait de son mieu[x] pour vous en donner des preuves dans la dernière élection de l'Académie. M^{rs} de Fontenelle, et de Mairan, et plusieurs autres ont étez aussi très zélés. »

Dortous de Mairan, Fontenelle, Réaumur, Clairaut et sans doute quelques autres : parmi les proches de Cramer, seule la voix de Buffon a pu manquer lors de ces élections, ce dernier partant habituellement rejoindre sa campagne de Montbard au mois de juin³²⁷. L'essai est donc manqué, mais Cramer quitte Paris à la fin d'avril 1748 en ayant marqué les esprits dans les cercles mondains et savants qu'il a assidûment fréquentés ; ainsi, madame Geoffrin, dans sa lettre du 18 août (écrite à l'occasion du passage de Jallabert à Paris), ajoute-t-elle ces quelques mots qui, sous une certaine légèreté de ton, montrent bien la faveur rencontrée par le Genevois chez les académiciens et les maîtresses de maison :

« Mr Jalabert est revenu d'Angleterre, et j'ay déjà eu l'honneur de le voir plusieurs fois. Il me paroît un homme de mérite, d'esprit, et sçavant. Mais ce n'est pas vous. Il a été à l'Academie, et il [s]'est tout d'un coup trouvé entouré de tout le monde qui luy demandoit de vos nouvelles, et partout ou il va on ne luy a encore parlé que de vous. [...] Je vous dis sous le s[c]eau du secret qu'il ne sera point ici votre rival. Je trouverois tout simple que les femmes vous restassent fidelles parce qu'il n'est pas si joli que vous. Mais ce [qu'il y] a de glorieux pour vous, [c'est] que tous les sçavants pensent de même que nous. »

Retour à Genève

Gabriel Cramer rentre à Genève à la fin d'avril ou au début de mai 1748. Son séjour d'un an lui a permis de consolider ses relations avec ses amis parisiens de 1729 (Dortous de Mairan, Fontenelle, Clairaut) mais également d'en nouer de nouvelles, parmi lesquelles Condillac, D'Alembert, mademoiselle Ferrand et madame Geoffrin. De retour à Genève, Cramer retrouve sa famille et ses amis de la société du Samedi, reprend son siège au Conseil des Deux Cents et sa mission à la chambre des Fortifications, se rassoit à la table de la Compagnie des pasteurs et reprend l'enseignement de mathématiques qu'il avait confié à Jallabert un an plus tôt. Les projets sont nombreux, et le premier d'entre eux est l'impression de son *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* dont il a amené le manuscrit à Paris, que ses soutiens parisiens pour l'élection à l'Académie (comme madame Geoffrin ou Levesque de Champeaux) ont convaincu de faire imprimer au plus vite afin de donner du poids à sa candidature : cette impression connaîtra d'exaspérantes lenteurs et de grands retards pour n'aboutir qu'à l'été 1750. J'étudierai en détail le processus de rédaction et de publication du traité des courbes, qui s'étend sur toute la décennie 1740-1750, dans la seconde partie de cette thèse.

327. La dernière séance de l'Académie à laquelle Buffon est porté présent est celle du 31 mai 1748.

Enjeux locaux

Les affaires académiques reprennent leur cours et les années 1748-1749 s'écoulent paisiblement. Néanmoins un épisode qui mérite d'être relaté s'ouvre en 1748, alors qu'un ancien élève de Gabriel Cramer, jeune maître de mathématiques âgé de 25 ans, Georges-Louis Le Sage, commence à bâtir sa théorie mécaniste de la gravitation, basée sur l'existence d'atomes gravifiques appelés « corpuscules ultramondains ». Le jeune savant souhaite concourir au prix de l'Académie royale des sciences pour 1748 mais la pièce dans laquelle il expose cette théorie n'est pas retenue par Grandjean de Fouchy, le secrétaire perpétuel de l'Académie, qui la reçoit trop tard (le 30 mars 1748). Informé par Le Sage dès son retour de Paris, Cramer ne goûte que très peu l'initiative de son ancien disciple, et ne lui manifeste qu'« incomplaisance » et « dédain »³²⁸, probablement par peur des railleries de la part des académiciens à Paris si son nom était associé à cette théorie jugée peu conforme aux principes newtoniens alors bien établis. Au moment de finaliser une seconde version de son mémoire intitulé *Essai sur l'origine des forces mortes*, en août 1749, Le Sage découvre par Firmin Abauzit qu'une hypothèse assez proche de la sienne a été développée dans les thèses *De Gravitate* soutenues par Jallabert³²⁹ sous la présidence de Cramer en 1731. Il semble alors – toujours selon Le Sage – que Cramer ait connu une « *conversion subite et totale* »³³⁰ à la lecture de cette seconde version, et qu'il souhaitât même collaborer avec Le Sage pour retravailler le manuscrit et le publier en commun. Mais Le Sage prend tout de même la décision de l'envoyer sans attendre à Paris pour le concours de 1750, ce qui aurait coupé court à ce projet de publication commune.

Début 1750, Cramer est très occupé par les dernières étapes de l'impression de son traité des courbes, ce qui lui sert à justifier son refus d'occuper la charge de recteur de l'Académie que lui propose la Vénérable Compagnie des pasteurs le 16 janvier³³¹. Le plus grand bouleversement à l'Académie de Genève est l'élection de Jean-Louis Calandrini comme conseiller d'état : le 10 avril 1750, il prête serment devant le Petit Conseil³³² et laisse vacante la chaire de philosophie qu'il occupait depuis 1734, quittant définitivement le champ du scientifique pour celui du politique. Sitôt informée, la Vénérable Compagnie demande au Magnifique Conseil l'autorisation « *de ne pas suivre les formalités usitées dans de semblables élections* », afin de nommer rapidement et sans concours Gabriel Cramer à la profession de philoso-

328. Ce sont les termes utilisés par Le Sage sur deux enveloppes contenant des cartes à jouer portant ses notes personnelles : *Incomplaisance de Mr Cramer quant à nos mecanismes de la Gravité : depuis son retour, au printems de l'an 1748; jusques vers le mois d'août suivant. Laquelle me réduisit au silence avec lui sur ce sujet, pendant toute une année ensuite* (enveloppe 5) et *Dédain que me manifesta Mr Cramer en 1748 pour sa propre Hypothèse, & pour tout ce qui lui ressemblerait, & conjectures sur les causes de ce dédain.* (enveloppe 8), BGE Ms Fr 2017a.

329. L'hypothèse défendue par Jallabert est issue des travaux sur les causes de la pesanteur de Nicolas Fatio de Duillier à la fin du XVII^e siècle, alors non publiés.

330. Selon le titre porté par une autre enveloppe. BGE Ms Fr 2017a, enveloppe 6. La question de l'éventuelle acceptation par Cramer de la thèse des corpuscules ultramondains pour expliquer le mécanisme de la gravitation doit être tranchée par une étude plus profonde (notamment à partir des papiers de Georges-Louis Le Sage), qui ne peut avoir place dans cette thèse : elle est cependant suffisamment importante pour être mentionnée ici, dans l'attente de nouveaux développements.

331. Procès-verbaux des séances de la Compagnie des Pasteurs pour 1750, AEG Cp. Past. R 26, p. 441.

332. *Ibid.* p. 164

phie. Cette élection est entérinée par le Conseil le 2 mai; la décision portée au registre³³³ mentionne qu'il lui est permis de conserver son titre de professeur en mathématiques :

« *La Compagnie aiant procédé à l'Election d'un Professeur en Philosophie avoit fait choix de Sp^{le} Gabriel Cramer dont la science et les talens sont generalement reconnus et auquel le Conseil avoit deja conféré le titre de Professeur en Philosophie et qu'ils venoient pour prier le Conseil de vouloir confirmer cette election après quoi Mr Cramer a prié le Conseil de vouloir agréer que la Sp^{le} Gabriel Cramer conservat le titre de Professeur en Mathématique travaillant a un ouvrage qui devoit bientot paroître en public.* »

Jean Jallabert est promu professeur de mathématiques dès la semaine suivante, également sans concours. Au mois de juin, lors de la fête des Promotions de l'Académie, Cramer prononce un discours très remarqué prenant la forme d'un dialogue sur la question de savoir « si le blé se change en ivraie »³³⁴ qui sera publié en 1752 dans le *Museum Helveticum* (G. Cramer 1752). Le mardi 11 août, Cramer prononce sa harangue inaugurale à l'Auditoire sur le thème *De utilitate philosophiæ in civitatibus regendis* (De l'utilité de la philosophie dans le gouvernement) : ce discours est également suffisamment apprécié pour faire l'objet d'une impression (G. Cramer 1750c), dont Cramer assurera largement la diffusion vers ses principaux correspondants à l'automne. Quelques jours après il écrit à la comtesse du Romain³³⁵, la créditant au passage de quelques idées qui y sont développées :

« *Notre Professeur de Philosophie aiant été fait Conseiller d'Etat, a laissé sa Chaire vacante : on me la accordée sans difficulté & de la manière du monde la plus agréable, mais ces permutations ne se font pas sans Ceremonies : vous ne savez pas M^e ce que c'est que les formalités des Universités; imaginez vous qu'il n'y en a guères moins que dans le Parlement; en particulier Discours à faire, à apprendre par cœur & à réciter. J'en prononçai un mardi dernier sur l'utilité de la Phil. dans le Gouvernement où je profitai de quelques idées que j'avois prises de vous, en les modifiant pourtant d'une manière relative à la forme de notre République. Ce Discours a assez bien réussi, si j'en crois les compliments qu'on m'en veut faire de plusieurs côtés.* »

En plus de ces « cérémonies » et « formalités » académiques, Cramer répond aux sollicitations de la République de Genève, qui en 1749 requiert ses compétences pour étudier, avec Calandrini, comment peuvent se faire les réparations du Temple Saint-Pierre dont la façade nord menace de s'écrouler. En février 1749, l'état de délabrement du temple est tel que le Conseil décide que les sermons ne pourront plus s'y tenir, et qu'il faudra désormais qu'ils se fassent dans la chapelle de l'Auditoire de l'Académie³³⁶. Dans les mois qui suivent, Cramer

333. Procès-verbaux des séances du Petit Conseil pour 1750, AEG R.C. 250, p. 196.

334. Ce discours, a priori anodin, a fait date dans l'histoire de la botanique genevoise : il est évoqué par Charles Bonnet dans ses *Recherches sur l'usage des feuilles* (Bonnet 1754, p. 314) et par Augustin-Pyramus de Candolle dans son discours prononcé à la cérémonie académique des promotions en juin 1830, imprimé sous le titre *Histoire de la botanique genevoise* (Candolle 1830, p. 11).

335. Lettre de Gabriel Cramer à madame du Romain, Genève, 1(7) août 1750.

336. Procès-verbaux des séances du Petit Conseil pour 1749, AEG R.C. 249 p. 44.

et Calandrini s'emploient à explorer les différentes options pour la reconstruction de l'édifice, et soumettent leurs préconisations en septembre dans un mémoire remis au Conseil. Ce rapport écarte la possibilité d'une simple réparation, et promeut une solution de reconstruction impliquant la suppression d'une à trois travées et l'édification d'une façade dans le style de la Rotonde de Rome : le projet final, reprenant la plupart des propositions du mémoire de Calandrini et Cramer, sera finalement adopté en 1751 (Buysens et al. 2003). Sur le plan de la politique intérieure, Cramer est élu en janvier 1751 au Conseil des Soixante³³⁷, charge essentiellement honorifique.

Renouvellement des réseaux de correspondance

Mais loin d'être un repli sur la scène académique et politique locale, le retour de Cramer à Genève s'accompagne d'une accentuation de son intégration dans les réseaux et les institutions de la République des lettres. Conforté par le succès rencontré lors de son séjour à Paris, il affirme ses ambitions et étend son réseau de correspondance. Si son passage à Paris lui permet de réactiver ou vivifier les échanges épistolaires avec ses correspondants de la première heure – Buffon, Clairaut et Dortous de Mairan – ses nouvelles amitiés avec D'Alembert, Condillac et madame Geoffrin se prolongent par des lettres qui constituent des sources précieuses, tant par leur contenu scientifique et philosophique que par ce qu'elles donnent à voir des préoccupations et des intérêts du Genevois.

La correspondance de D'Alembert avec Cramer commence à la date du 16 juin 1748, quelques semaines après le départ du Genevois. D'Alembert, alors âgé de 30 ans, n'a pas encore un réseau de correspondance très étendu : Frédéric II de Prusse, Maupertuis et surtout Euler en sont les principaux bénéficiaires depuis sa réception à l'Académie de Berlin en juin 1746. Les premières lignes de cette lettre de D'Alembert – la première d'une longue série³³⁸ qui ne s'interrompra qu'avec le décès du Genevois en janvier 1752 – laissent entendre que la rencontre avec Cramer lui a fait forte impression :

« Je sens toute la perte que nous avons faite en vous perdant, et je suis charmé que vous vouliez bien me permettre de m'en dédommager quelquefois. Vous ne pouviez refuser votre amitié à l'estime que j'en fais, et je voudrais vous avoir donné de plus grandes preuves de la mienne, et du cas infini que je fais de vous à tous égards. Je n'ay pas besoin de vous dire que vous ne devés point prendre cela pour un compliment : ce seroit me faire une espece d'injure, & je suis bien plus sensible à la reputation d'homme sincere qu'a toute autre; je l'ay cherchée aux depens de ma propre fortune. Croyés donc que je ne connois personne qui reunisse à la fois plus de connoissances, plus d'esprit, plus de Philosophie speculative & pratique, plus de goût, et un caractère plus aimable dans la société; voilà ce que je pense

337. Procès-verbaux des séances du Petit Conseil pour 1751, AEG R.C. 251 p. 9-10.

338. La correspondance de D'Alembert avec Cramer, qui compte 25 lettres aujourd'hui conservées – 19 lettres originales autographes de D'Alembert, 6 brouillons ou minutes de Cramer – a récemment été éditée dans le volume V/2 de ses Œuvres complètes (Passeron 2015). J'utiliserai dans la suite la numérotation des lettres adoptée dans cette édition pour y faire mention. Voir l'inventaire de cette correspondance en annexe, p. 398.

de vous, et ce que je mourrois d'envie de vous dire après l'avoir dit à toutes nos connoissances communes. »

Cette correspondance avec D'Alembert aborde des sujets variés : les deux hommes échangent aussi bien sur leur actualité scientifique que sur les nouvelles littéraires (ouvrages récents, nouveaux spectacles³³⁹). Ce sont les travaux astronomiques de D'Alembert sur les irrégularités de mouvement de la Lune³⁴⁰, ou sur la précession et la nutation de la Terre³⁴¹, qui constituent la majeure partie du contenu scientifique des lettres de 1748-1749. Dans trois des lettres de D'Alembert, datées de décembre 1748 et mars 1749, est également abordée la question des points de rebroussement de la seconde espèce pour les courbes algébriques, en réaction à un passage confus de l'*Introductio in analysin infinitorum* d'Euler paru en 1748 (voir p. 139).

Début 1750, D'Alembert mentionne pour la première fois le projet de l'Encyclopédie et écrit à Cramer qu'il en fera la préface³⁴². Le sujet reviendra dans leur correspondance après la parution du *Prospectus* en novembre 1750, Cramer envoyant à D'Alembert en mars 1751 les lettres de change correspondant à six souscriptions, pour le compte de « riches amis » genevois³⁴³ et, peut-être, son propre compte. De plus certains passages des lettres de D'Alembert à Cramer montrent qu'il avait suffisamment d'estime pour le Genevois pour lui soumettre son *Discours préliminaire*³⁴⁴, sans que l'on trouve aujourd'hui trace d'un tel envoi :

*« Je travaille à la Preface de l'Encyclopedie; c'est un morceau que je veux rendre interessant, s'il est possible. Que ne suis-je a portée de vous le communiquer, et de profiter de vos lumieres. Je ne reponds pourtant pas que je ne fasse l'impossible pour vous consulter, & si l'ouvrage etoit assés tot fini, je tacherois de vous l'envoyer par quelque occasion. Ce seroit pour moy une bonne fortune que je n'ose esperer. »*³⁴⁵

Enfin les lettres de l'automne 1750 faisant suite à l'envoi par Cramer d'un exemplaire de son traité des courbes à D'Alembert³⁴⁶ sont particulièrement intéressantes dans le cadre de

339. Lire par exemple les longs passages des lettres 48.13 et 49.01 où D'Alembert critique vertement *Catilina*, la pièce de Crébillon, jouée pour la première fois le 20 décembre 1748 à Paris.

340. Le sujet est d'une brûlante actualité depuis l'annonce par l'Académie du prix pour 1748 « sur les inégalités de mouvement de Saturne & de Jupiter » et surtout la lecture par Clairaut devant l'Académie des sciences en novembre 1747 du mémoire sur le mouvement des apogées lunaires, dans lequel il remettait en cause la loi de gravitation de Newton. On se souvient que Cramer, alors à Paris, avait été impliqué en jouant un rôle d'intermédiaire entre Clairaut et Calandrini sur ce sujet au début de l'année 1748. Nul doute, donc, que la question a fait l'objet de discussions préalables entre D'Alembert et Cramer avant son retour à Genève, et ce n'est pas surprenant qu'elle constitue le point de départ de leur correspondance.

341. Les *Recherches sur la précession des équinoxes, et sur la nutation de l'axe de la terre, dans le système newtonien* de D'Alembert paraissent en juillet 1749.

342. La lettre 50.02 du 9 janvier 1750 contient ainsi la première allusion de D'Alembert au *Discours préliminaire* dans sa correspondance (Passeron 2015, p. 248).

343. Dans la lettre 51.02 en date du 5 janvier 1751, D'Alembert avait en effet fait l'article de l'Encyclopédie et exhorté son correspondant genevois à « engager [ses] riches amis à souscrire » (p. 314).

344. Comme il l'a fait avec certains de ses amis à Paris comme Buffon ou Rousseau, par exemple (p. 328).

345. Lettre 51.04 en date du 15 février 1751 (p. 324).

346. Lettre de Gabriel Cramer à D'Alembert, Genève, 5 août 1750, éditée par Passeron (2015, p. 270-272), numérotée 50.10.

notre étude, D'Alembert se montrant lecteur particulièrement attentif de l'ouvrage de Cramer; j'y reviendrai en détail au moment d'étudier la réception immédiate de l'*Introduction*.

Une autre correspondance importante s'engage avec Étienne Bonnot de Condillac³⁴⁷, philosophe proche de Locke et ami de Jean-Jacques Rousseau et de D'Alembert, pendant le séjour de Cramer à Paris, les deux hommes ayant appris à s'apprécier en fréquentant la société de mademoiselle Ferrand. Elle débute avec une discussion, étalée sur plusieurs mois de 1747, portant sur certaines notions (perception, attention) étudiées dans l'*Essai sur l'origine des connaissances humaines*, publié par l'abbé l'année précédente, Condillac répondant point par point aux critiques et demandes d'éclaircissement du Genevois. Après le retour de Cramer à Genève, tout comme D'Alembert, Condillac lui écrit ses critiques sur les nouveaux spectacles qu'il lui est donné de voir à Paris³⁴⁸, comme le *Semiramis* de Voltaire, le *Catilina* de Crébillon ou encore les *Amazones* de madame du Boccage. Mais les échanges philosophiques³⁴⁹ restent réguliers et profonds, comme le montrent les lettres de l'automne 1749 par exemple, où Condillac, alors à Grenoble pour affaires familiales, prend le temps de répondre de manière précise et détaillée aux objections et questions de Cramer sur la nature de la substance ou de l'essence d'un corps³⁵⁰.

Enfin, Gabriel Cramer entretient une nouvelle correspondance – moins dense mais tout aussi intéressante – avec les maîtresses de maison qui l'ont accueilli dans leur société lors de son séjour parisien. Si, parmi les lettres qui nous sont parvenues, l'unique lettre adressée à la marquise d'Urfé ou celle reçue de Marie-Marthe Alléon, plus connue comme madame Dupré de Saint-Maur, n'offrent guère d'autres informations intéressantes que celles de la fréquentation de leur maison par Cramer et de l'identification des personnes qu'il a pu y rencontrer, il n'en est pas de même des lettres échangées avec mademoiselle Ferrand, madame du Romain et surtout madame Geoffrin, qui livrent des informations tout à fait remarquables concernant, en particulier, les jeux d'influence qui sont à l'œuvre pour les élections académiques et dont ces femmes sont les témoins, les relais, sinon les instigatrices : nous l'avons déjà vu à l'occasion des deux élections de 1748 qui ont vu Daniel Bernoulli puis Bradley être élus associés étrangers de l'Académie royale des sciences. Je montrerai aussi, dans la prochaine section, comment ce nouveau réseau composé de maîtresses de maison, d'aristocrates et de savants influents réunis dans les salons s'est mobilisé pour soutenir la candidature de Cramer à l'élection de 1750 qui fait suite au décès de Crousaz.

347. Cette correspondance, qui comprend treize lettres aujourd'hui connues, a été partiellement éditée par Georges Le Roy (1953). Voir l'inventaire de cette correspondance en annexe, p. 397.

348. Lettres de Condillac à Gabriel Cramer, Paris, datées des 17 septembre 1748, 24 décembre 1748 et 21 août 1749.

349. Cette correspondance, en complément de celle de Cramer avec Charles Bonnet, serait d'un précieux secours pour étudier la philosophie du Genevois si les lettres de Gabriel Cramer adressées à Condillac pouvaient être retrouvées.

350. Lettres de Condillac à Gabriel Cramer, Grenoble, datées des 24 septembre, 14 octobre et 22 [novembre?] 1749. Lettre de Gabriel Cramer à Condillac, Genève, janvier 1750.

Élections académiques

Cramer a renoué avec Buffon à l'occasion de ce séjour à Paris. Dès son retour à Genève en mai 1748, il lui envoie une lettre aujourd'hui perdue à laquelle Buffon répond le 30 mai³⁵¹, juste avant de partir pour son traditionnel séjour estival à Montbard. Dans cette lettre nous apprenons que Buffon a intercédé auprès de Martin Folkes, alors Président de la Royal Society de Londres, afin de faire élire Gabriel Cramer *fellow* de la Société londonienne³⁵² :

« Votre mémoire³⁵³ et ma lettre ont été rendus à M. Folkes et j'espère que j'aurai réponse dans peu. Ce sera probablement à la Saint-André³⁵⁴ que vous serez reçu à la Société Royale. »

Madame Geoffrin encourage également Cramer dans cette voie, après la déception des élections à l'Académie des sciences de Paris de 1748 : « *A présen[t] que voilà la paix³⁵⁵ vous devriés penser à la Société roiale de Londres* »³⁵⁶, lui écrit-elle en août. La candidature de Cramer à la Royal Society est enregistrée le 10 novembre 1748 et sanctionnée par son élection comme *fellow* le 9 février 1749, suivant de près celle de D'Alembert (22 décembre 1748). Le certificat de l'élection est signé par Abraham Trembley (son ancien étudiant devenu naturaliste, *fellow* depuis 1743), Cromwell Mortimer et Martin Folkes (respectivement secrétaire et président de la Société)³⁵⁷.

Un an plus tard, le 22 février 1750, Jean-Pierre de Crousaz, professeur de philosophie à Lausanne, décède et laisse vacant le siège d'associé étranger à l'Académie royale des sciences de Paris qu'il occupait depuis 1725. C'est l'occasion attendue par Cramer pour porter une nouvelle candidature et effacer les deux échecs de 1748. Madame Geoffrin est à la manœuvre avec le fidèle Dortous de Mairan; dès le 10 mars 1750, elle conseille à Cramer de mieux entretenir la flamme de ses soutiens parisiens :

*« J'ay communiqué à Mr de Mairan votre lettre³⁵⁸. Je n'aprouve point que vous n'entreteniés pas la chaleur de vos amis les académiciens. Le sentiment de ces messieurs a besoin d'allumettes. Je mets M^r de Mairan [h]or[s] de ce nombre. Son amitié pour vous ressemble à celle de nous aûtres bêtes. Elle va toujours son train. Il avoit déjà pensé à vôtre affaire. Nous avons pri[s] un rendévous pour en parler à fond. Et je serai bien aise d'avoir une nécessité indispensable de vous écrire pour vous en rendre compte. »*³⁵⁹

Cette fois, le Genevois veut mettre toutes les chances de son côté, et la publication d'un ouvrage d'importance signé de son nom serait un atout très précieux pour appuyer sa can-

351. Lettre de Buffon à Gabriel Cramer, Paris, 30 mai 1748, éditée par Weil (1961, p. 126-128).

352. Buffon est lui-même membre de la Royal Society depuis février 1740.

353. Ce mémoire est aujourd'hui perdu et son contenu ne nous est pas connu.

354. La Saint-André est fêtée le 30 novembre

355. Les négociations pour le traité d'Aix-la-Chapelle étaient en cours, mettant ainsi fin à la guerre de succession d'Autriche (1740-1748) au cours de laquelle la France et l'Angleterre avaient pris des partis antagonistes.

356. Lettre de Marie-Thérèse Geoffrin à Gabriel Cramer, Paris, 18 août 1748.

357. The Royal Society, GB 117, Certificates of Election and Candidature : Cramer, Gabriel EC/1748/20.

358. Cette lettre est aujourd'hui perdue.

359. Lettre de Marie-Thérèse Geoffrin à Gabriel Cramer, 10 mars 1750.

didature. Or son *Introduction à l'analyse des courbes algébriques* est sous la presse des frères Cramer, ses cousins imprimeurs, depuis plus d'un an déjà³⁶⁰. Gérard Levesque de Champeaux³⁶¹ lui enjoint de s'empresse de faire imprimer son livre, mais Cramer lui répond³⁶², dans une lettre qui livre de précieux renseignements sur les coulisses de cette élection, que l'ouvrage ne sera pas prêt à temps pour venir en appui de sa candidature :

« C'est peut être un malheur que mon Imprimeur ait-il travaillé si lentement : mais il n'y a point de ma faute. Vous avez été témoin du chagrin que ses longueurs me causoient, & je serois peu philosophe si je m'affligeois à l'excès d'un malheur qui n'a point dépendu de moi. Et puis, que sçai-je, si cet Ouvrage ne contribuera point, plutôt à m'éloigner du but qu'à m'en approcher. Il y a environ 550 pages d'imprimées, j'en compte encore environ 200 à imprimer. [...] Ainsi je ne puis point espérer que ce Livre voie le jour avant la décision du Procès. »

Dans cette lettre, Cramer fait état des soutiens actifs de mademoiselle Ferrand et de la comtesse de Vassé, sans qu'on en sache le détail³⁶³. Madame Geoffrin, elle aussi, presse Gabriel Cramer de publier son ouvrage en appui de sa candidature et informe le Genevois des efforts de Dortous de Mairan pour favoriser son élection³⁶⁴ :

« Votre affaire de l'academie ne m'a point sortie de la tête et je dois la justice à Mr de Mairan qu'il en a été tres [oc]cupé. Voila un petit papier [c]i joint³⁶⁵ qui vous fera voir qu'il a suivi cette affaire avec exattitude. Lui et vos amis, et vous en avez beaucoup, desireroient que vous fissiez imprimer quelques choses. Cela fait une autorité aupres des ministres a qui on ne peut parler assés long tems pour leur faire conoitre les merites et l'esprit des personnes que l'on leur recommande, un livre est plus tot montré. »

On voit ici toute l'importance des salons dans les élections académiques : les maîtresses de maison mobilisent, au sein de leurs cercles mondains, leurs amis savants bien placés et protecteurs aristocrates influents afin de faire pencher la balance en faveur de leur champion (Lilti 2005, p. 174-175).

Enfin, on y apprend aussi que Clairaut, dans une lettre aujourd'hui perdue, a conseillé à Cramer d'adopter un profil bas et de garder le silence en attendant le résultat de cette élection³⁶⁶, ce qui expliquerait la relativement faible activité épistolaire connue de Cramer

360. « Je suis bien fâché que votre ouvrage sur les courbes aille si lentement, je seray charmé de le lire [...] ». Lettre 49.01 de D'Alembert à Gabriel Cramer, Paris, 4 mars 1749, éditée par Passeron (2015, p. 199-206).

361. Celui-ci vient de quitter la Résidence de France à Genève pour une position de ministre de France à Hambourg.

362. Lettre de Gabriel Cramer à Levesque de Champeaux, Genève, mars 1750.

363. Dans la lettre à Levesque de Champeaux, citée juste avant, on peut également lire : « Les savans que Mad. de Vassé nomme dans sa lettre sont véritablement des personnes de premier mérite. ». Sans doute s'agit-il d'une liste des soutiens potentiels de Cramer parmi les académiciens, dans une lettre de la comtesse de Vassé aujourd'hui perdue.

364. Lettre de Marie-Thérèse Geoffrin à Cramer, Paris, 26 juin 1750.

365. Ce billet de Dortous de Mairan est aujourd'hui perdu.

366. Ce qu'il confirme dans sa lettre à Clairaut du 5 août 1750, lorsqu'il reprend contact avec la plupart de ses correspondants parisiens pour leur annoncer la parution de son traité des courbes : « Je me suis fait la loi, pendant que la place d'académicien étranger était vacante de n'écrire à personne, et je n'ai pas même cru

vers ses correspondants académiciens à Paris au cours des semaines qui l'ont précédée : aujourd'hui, hormis les minutes de quatre lettres écrites à Levesque de Champeaux, nous n'avons même aucune lettre de la main de Cramer pour la période allant de février à juillet 1750.

Les protections aristocratiques sont recherchées : dans sa lettre suivante, Cramer répond à Levesque de Champeaux à propos de sa suggestion de dédicacer son ouvrage au marquis de Paulmy, alors ambassadeur de France près le Corps helvétique³⁶⁷, proposition écartée par le Genevois, ce dernier craignant que cela soit perçu à Genève comme « *une affectation bien marquée que certaines gens ne manqueraient pas de tourner en mal ou en ridicule* »³⁶⁸.

Pendant ce temps, le 29 avril 1750, Gabriel Cramer et Jean Jallabert sont proposés³⁶⁹ comme académiciens associés à la Société royale des Beaux-arts de Lyon ; les registres de la Société³⁷⁰ mentionnent ainsi, à la date du 13 mai 1750 :

« Mrs. Cramer et Jalabert professeurs de Geneve qui avoient été proposés le 29e avril dernier pour être reçûs academiciens associés ont été admis aujourdhuy dans cette qualité. »

Un peu plus loin on trouve, à la date du 25 juin 1750 :

« Mr. le Directeur a fait lecture d'une Lettre du 18e May dernier des Mrs. Cramer et Jalabert, par laquelle ces Messieurs le prient de faire leurs remerciements a la Societé Royale de leur reception en qualité d'Associés. »

Cramer a juste le temps de faire porter ce nouveau titre aux affiliations académiques listées sur la page de titre de son traité des courbes, qui indiquera que l'auteur est « Professeur de Philosophie & de Mathématiques ; des Académies et Sociétés Royales de Londres, de Berlin, de Montpellier, de Lyon, & de l'Académie de l'Institut de Bologne ».

Mi-juin, une bonne nouvelle parvient à Genève de l'Académie des sciences de Paris : en séance du mercredi 10 juin est annoncé le résultat la délibération de l'Académie pour la place d'associé étranger³⁷¹, et Cramer, cette fois, est nommé (en second) :

« L'Académie ayant procédé selon la forme ordinaire à l'élection de deux sujets pour remplir la place d'Associé étranger vacante par la mort de M. Crousaz, la pluralité des voix a été pour M. le Baron de Wanschuieten³⁷² Premier Médecin et Bibliothécaire de l'Empereur, et Mr Crammer. »

devoir faire d'exception pour vous, le plus cher de mes amis». Lettre de Gabriel Cramer à Alexis-Claude Clairaut, Genève, 5 août 1750, éditée par Speziali (1955).

367. Antoine-René de Voyer de Paulmy, marquis d'Argenson (1722-1787), occupera cette ambassade de 1749 à 1751 avant de devenir secrétaire d'état de la guerre en survivance de son oncle, le comte d'Argenson.

368. Lettre de Gabriel Cramer à Levesque de Champeaux, Genève, avril 1750.

369. On ne sait pas qui étaient les proposants.

370. Par aimable communication de Pierre Crépel le 12 septembre 2014, en qualité de bibliothécaire de l'Académie des sciences, belles-lettres et arts de Lyon. Voir aussi l'*Almanach astronomique et historique de la Ville de Lyon* (Anonyme 1752a).

371. Procès-verbaux des séances de l'Académie royale des sciences pour 1750 T. 69 p. 231.

372. Le procès verbal de séance porte, juste au-dessus de ce nom, l'ajout du nom « Swieten ». Il s'agit en effet de Gherard van Swieten (Leyde 1700, Vienne 1772), alors médecin auprès de l'impératrice Marie-Thérèse d'Autriche.

Cette seconde place ne laisse que très peu d'espoir à Cramer d'être effectivement choisi; deux semaines plus tard, est lue lors de la séance du mardi 23 juin³⁷³ la lettre du comte d'Argenson qui rend compte de la décision du Roi, comme attendu favorable au médecin de l'impératrice Marie-Thérèse :

« J'ai Mr rendu compte au Roy de la Délibération de l'Acad. des Sc. au sujet de la Place d'Associé Etranger vacante par la mort de Mr de Crousaz. S. M. a choisi Mr le Baron de Wandsuieten conformément aux souhaits de l'Académie. »

Madame Geoffrin, le 26 juin, ne semble pas encore au courant de la décision finale : en tous cas, dans la seconde page de sa lettre³⁷⁴ à Cramer, elle conserve quelque espoir et continue à mobiliser ses amis pour que Cramer soit choisi plutôt que ce « vilain médecin » :

« Comme j'ay vu, depuis qu'il est question de la place, que cela [s]e tournoit du côté de ce vilain medecin, et que vous n'aviés aucune démarche a faire, je n'ay pas forcé mes étourdissements et mes aûtres calamités, pour vous dire des choses qui n'étoient pas pressées et que vous sçaviés peutêtre d'ailleurs mais je vous le répète soiés bien sur que M^r de Mairan et moy ne perdrons pas cela de vue. Il faut aussi que je vous dise que D'Alembert est fort de vos amis et j'employe [tous] les miens. J'ay fait porter à M^r d'Argenson par son fils, et a son fils par M^r Watelet, qui est son ami particulier. J'ay eu pour reponse qu'il falloit que le medecin passa. Mais à la fin j'espère que vous passerés aussi. »

Le 10 (ou le 12) juillet suivant, Cramer prend la plume³⁷⁵ pour remercier Dortous de Mairan de son indéfectible soutien :

« La nomination de l'Académie est assurément plus que je ne mérite & tout ce que je pouvais attendre dans les circonstances. Je sens parfaitement que c'est surtout à vous, Monsieur, que je suis redevable de cet honneur, & si je savois où trouver des termes qui puissent marquer toute l'étendue de ma reconnaissance, je chercherois à vous l'exprimer. »

Fin juillet et début août, la distribution de son ouvrage fraîchement imprimé occupe tout son temps : il reprend contact avec ses autres correspondants parisiens le 5 août dans des lettres accompagnant l'envoi de son *Introduction à l'analyse des courbes algébriques* qui, s'il arrive trop tard pour peser sur l'issue de l'élection à l'Académie, reste une œuvre à faire valoir dans toute l'Europe savante, et plus particulièrement à Paris. Ces lettres lui donnent l'opportunité de briser le silence qu'il s'est imposé et d'en (re)donner les raisons, comme il l'écrit³⁷⁶ à D'Alembert par exemple :

« Vous laisseriez mourir vos amis sans leur demander de leurs nouvelles mon cher Monsieur. Voila, direz vous un reproche bien mal placé. Il est vrai que je suis en arriere avec vous, mais avez vous pu croire que j'aie laissé écouler 6 mois sans

373. *Ibid*, p. 277.

374. Lettre de Marie-Thérèse Geoffrin à Cramer, Paris, 26 juin 1750.

375. Lettre de Cramer à Dortous de Mairan, Genève, 10 (ou 12) juillet 1750.

376. Lettre de Cramer à D'Alembert (50.10), Genève, 5 août 1750, éditée par Passeron (2015, p. 270-272).

vous écrire si je n'avois pas eu des raisons pour cela. Je pourrois bien vous dire que je me suis fait la loi de ne point écrire à Paris pendant la vacance de la place d'academicien etranger : mais cette loi ne devoit pas être pour vous à qui je tiens par des liens d'amitié plus forts que toutes les loix du monde. »

Ainsi se clôt le chapitre des élections académiques : Cramer n'aura hélas pas d'autre occasion d'être candidat à Paris.

Fin de vie

Après un séjour parisien riche d'enseignements et de nouvelles rencontres, la publication très bien accueillie de son traité des courbes, son agrégation à d'importantes sociétés et académies royales en Europe, sa promotion à la chaire de philosophie de l'Académie de Genève et son élection au Conseil des Soixante, Gabriel Cramer est, à quarante-sept ans, un citoyen distingué de la République des lettres comme de la République de Genève. Il a résolu de belle manière les dilemmes qui avaient pu le traverser dans les années 1730 pour affirmer ses ambitions personnelles et s'inscrire durablement dans les réseaux et les institutions de l'espace savant européen, aux côtés des Clairaut, D'Alembert, Dortous de Mairan, Nicolas Bernoulli ou Euler, avec qui il est en correspondance régulière, depuis longtemps pour certains d'entre eux. Son récent échec à l'Académie royale des sciences de Paris est un simple accident de parcours, qu'il a de bonnes chances d'effacer à la prochaine élection.

Il ne lui reste hélas que quelques mois à vivre pour en profiter. Tout au long de l'année 1751, sa santé se dégrade, et il est de moins en moins apte à travailler ou à entretenir sa correspondance. Est-ce le début d'une maladie qui ne fera qu'empirer avec le temps? Ou alors est-ce cet « *accident de carrosse* » qu'il relate à D'Alembert³⁷⁷, qui le « *cloue au lit pour un mois* » en juillet 1750, qui serait à l'origine de ces problèmes?

« Je commençois à respirer, quand un accident malheureux me clouë au lit pour un mois. C'est une chute faite en voulant sauter d'un carosse dont les chevaux avoient pris le mors au dent & cela pour aller au secours d'une dame qui m'avoit donné l'exemple du saut & que je croiois écrasée sous les roues. »

En février 1751, la santé de Cramer semble préoccupante, et l'empêche même de travailler, s'inquiète Jean Peschier³⁷⁸ auprès de Formey le 1^{er} mars : « *Mons^r le prof. Cramer est sujet actuellement à des douleurs dans le ventre qui ne lui permettent pas d'écrire* ». D'ailleurs, le 7 septembre suivant, Cramer reprend la plume pour écrire à Formey³⁷⁹ afin de lui recommander un certain monsieur Giot, mais sa santé ne semble pas s'améliorer : « *Je voulois vous écrire, mon cher Monsieur, par le canal de Mr Mallet. L'état languissant de ma santé & les defenses severes qu'on m'a faites de tout ce qui exige la moindre application ne me l'a pas*

377. Lettre de Gabriel Cramer à D'Alembert (50.10), Genève, 5 août 1750 (p. 270-272).

378. Lettre de Jean Peschier à Jean Henri Samuel Formey, Genève, 1^{er} mars 1751, éditée par Bandelier et Eigeldinger (2010, p. 306-307).

379. Lettre de Gabriel Cramer à Jean Henri Samuel Formey, Genève, 7 septembre 1751 (p. 349-350). C'est la dernière lettre autographe de Cramer dont nous avons connaissance.

permis». Durant toute cette période, il assiste pourtant régulièrement aux séances de la Vénérable Compagnie, selon les états de présence portés aux registres³⁸⁰.

Le 10 décembre 1751, son état de santé est tel qu'il se voit dans l'obligation de demander un congé à la Compagnie pour faire un voyage dans le sud de la France dont le but est de lui permettre de bénéficier d'un meilleur climat pour recouvrer sa santé, ce qui lui est immédiatement accordé. Jallabert le remplace à l'Académie, et Cramer prépare son voyage en compagnie de ses compatriotes et amis avocats Jean-Louis Du Pan et Jean-Robert Tronchin, ainsi que son neveu Jean-Manassé. Cramer rédige également son testament le 12 décembre³⁸¹. Le convoi part de Genève le 21 ou le 22 décembre en direction de la Provence et, après un passage par Lyon, s'arrête à quelques kilomètres de Nîmes, à Bagnols-sur-Cèze, le 3 janvier 1752. L'état de santé de Cramer s'aggrave brusquement et, après une nuit de souffrances, il s'éteint au petit matin du 4 janvier, devant ses compagnons impuissants. Une lettre de Jean-Louis Du Pan³⁸², envoyée de Bagnols-sur-Cèze le jour même, et adressée à Jean Cramer, donne le détail de ces derniers jours :

« Il étoit assez bien en partant de Lion, nous avions du moins l'espérance qu'il pourroit soutenir la fatigue du voyage, nous avons fait de petites journées pour le ménager, il se trouva si accablé à Pierrelate que nous crumes devoir y passer deux nuits, il y dormit beaucoup, ce qui semblait lui avoir donné quelque force, mais nous voyions le derangement de son estomach augmenter considérablement, et ces vomissements, auxquels il nous a dit être sujet depuis plusieurs mois le matin, devinrent plus frequents, et quoique nous ne le nourrissions qu'avec du bouillon et du chocolat pour ne pas le surcharger, il en rendoit toujours une partie, c'est ce qui nous fit prendre le parti de le conduire droit à Montpellier. Nous ne fimes hier que trois postes, il se trouvait d'abord assez bien dans la voiture, il eut en route quelques nausées qui lui firent rendre de la bile toute pure, ce que nous regardions comme un bien, nous le mimes au lit en arrivant ici, il prit un bouillon qu'il garda, et comme il n'avoit point été du ventre depuis deux jours, nous consentimes à lui laisser prendre un lavement esperant comme lui qu'il seroit soulagé de quelque embarras intérieur qu'il sentoit, il en recut un tout simple, tel que Mr votre frère l'avoit ordonné dans ses instructions. Ce premier n'ayant fait que très peu d'effet on lui en donna un second, qui lui a fait faire quelques selles, les maux de cœur et les vomissements cessèrent, mais le malaise, la faiblesse et les angoisses n'ont fait qu'augmenter, ce qui nous a obligés à demander un médecin dans la nuit; il n'étoit plus tems, les forces lui ont manqué et ont diminüé avec une rapidité surprenante, et l'on n'a rien pu lui donner pour le sauver, il a cessé de vivre ce matin à sept heures, sans le sentir, sans douleur, et presque sans agonie. »

380. Voir les Procès-verbaux des séances de la Compagnie des Pasteurs pour l'année 1751, AEG Cp. Past. R 27.

381. Ce testament est consigné dans le registre des testaments holographes et nuncupatifs conservé aux Archives d'État de Genève, sous la cote Jur. Civ. E 13, p. 601-602.

382. Lettre de Jean-Louis Du Pan à Jean Cramer, Bagnols-sur-Cèze, 4 janvier 1752. Archives du Musée d'Histoire des sciences de Genève, Z 211.

Il ajoute en post-scriptum que le décès était brutal et inattendu :

« [...] *tout à coup sans aucun indice antérieur la machine s'est affaissée comme un édifice ruineux qui croule dans quelques moments, sans doute quelque chose dans l'intérieur est en cause, mais nous n'avons pas jugé nécessaire de le faire ouvrir, et dans ce lieu il faut éviter l'éclat.* »

La nouvelle de la mort du savant genevois atteint sa Patrie quelques jours plus tard³⁸³. Le 18 janvier, une délégation de la Compagnie se présente devant les Magnifiques Seigneurs du Conseil des Deux Cents³⁸⁴ et obtient la permission de se dispenser des formalités habituelles (c'est-à-dire sans examen ou dispute publique) pour nommer Jean Jallabert comme professeur de philosophie³⁸⁵, ce qui est définitivement entériné le 21 janvier³⁸⁶.

Cramer meurt célibataire³⁸⁷ et sans descendance. Dans son testament, il désigne ses deux frères comme héritiers universels, et répartit une somme d'environ trois mille livres entre sa belle-sœur Sara Chomel, sa nièce Adrienne, son neveu Jean-Manassé, la Vénérable Compagnie et diverses Œuvres (l'Hôpital général, la Bourse Française, Société pour l'instruction des catéchumènes). Il lègue également sa bibliothèque selon la répartition suivante : trente volumes au choix pour Jean Jallabert, quinze pour Calandrini et dix pour Ami De la Rive, à la suite de quoi la Bibliothèque publique de la ville pourra y prélever « *tous ceux qu'elle ne contient pas déjà* » (réservant explicitement à la Bibliothèque publique « *le beau volume des Principes de Newton, lequel a appartenu à ce grand homme, et qui m'a été donné par Monsieur Bell* »). Ce qui reste de sa bibliothèque ira à son neveu Jean-Manassé.

Je n'ai hélas pas retrouvé l'inventaire complet de la bibliothèque de Gabriel Cramer qui a servi de base à cette répartition entre les différents héritiers. Ce catalogue est mentionné par De la Rive, dans la lettre à Jean Cramer dans laquelle il choisit les dix livres qui lui sont dévolus³⁸⁸ :

« *Je vous rends mille graces de la bonté que vous avés eue de m'envoyer le catalogue de la Bibliothèque de [eu] Mons^r votre frère. C'est un tres bel assortiment de livres de Mathématiques; de Philosophie et de belles lettres, et parfaitement complet, par rapport au 1^{er} chef.* »

383. Le samedi 8 janvier, selon les registres de la Vénérable Compagnie qui, « *pénétrée de douleur* », en fait état lors de la séance du lundi 10 et prend les premières dispositions pour le remplacer à la chaire de philosophie de l'Académie. Voir les procès-verbaux des séances de la Compagnie des Pasteurs pour 1751, AEG Cp. Past. R 27, p. 115.

384. Un manuscrit de l'adresse du représentant de la Compagnie devant le Conseil se trouve aux archives du musée d'histoire des sciences de Genève, sous la cote Z 211.

385. Procès-verbaux des séances du Petit Conseil pour 1752, Archives d'État de Genève, R.C. 525, p. 39.

386. Procès-verbaux des séances de la Compagnie des Pasteurs pour 1751, Archives d'État de Genève, Cp. Past. R 27, p. 120-121

387. On ne lui connaît aucune relation amoureuse. Seule une note portée par Georges-Louis Le Sage sur un de ses cartes à jouer fait état d'une rumeur à ce sujet : « *On prétend donc : qu'ayant offert sa main à une Demoiselle, dont il était bien fondé à se croire digne; & ayant essuyé un Refus ; il résolut à cette occasion, de demeurer pour toujours dans le célibat.* » Papiers Lesage, BGE Ms Fr 2017a, enveloppe 8, *Dédain que me manifesta Mr Cramer en 1748 pour sa propre Hypothèse, & pour tout ce qui lui ressemblerait, & conjectures sur les causes de ce dédain.*

388. Lettre d'Amédée De la Rive à Jean Cramer, Genève, 31 janvier 1752, Archives du Musée d'histoire des sciences de Genève, Z 211 enveloppe 8. De La Rive choisit les ouvrages suivants : les *Opera* de Gassendi en six volumes (numéro 575 du catalogue) et le *Thesaurus linguæ Latinæ* de Robert Estienne en quatre volumes (numéro 758).

Néanmoins la liste des 117 livres légués par Cramer à la Bibliothèque publique de Genève a été consignée dans un registre des Archives de la Bibliothèque de Genève³⁸⁹. Jean-Daniel Candaux m'a très aimablement communiqué cette liste : il a retrouvé dans les fonds de la Bibliothèque la plupart des livres qui y sont référencés, porteurs de l'ex-libris de Gabriel Cramer (voir p. 13) dont certains sont des dons de l'auteur. Citons par exemple le *Traité de dynamique* de D'Alembert (1743), le *Doctrine of chances* de Moivre (1738), les *Éléments de géométrie* de Clairaut (1741) et, bien entendu, les *Principia* de Newton (« *Exemplaire qui avoit appartenu à l'Auteur lui même, et où il y a plusieurs Remarques écrites de sa main* », selon le catalogue.).

Conclusion de la première partie

Gabriel Cramer – au même titre que son ami Calandrini – est une figure centrale pour qui veut comprendre le formidable développement de la science à Genève dans la première partie du XVIII^e siècle. J'ai montré comment, au plan local, les mutations scientifiques et philosophiques à l'œuvre dans l'enseignement proposé à l'Académie autour de 1700 ont rendu possible une réception précoce des nouvelles idées en provenance d'Allemagne et d'Angleterre, tout en restant compatible avec les objectifs d'une oligarchie et d'une église soucieuses de leurs intérêts. Gabriel Cramer a pu bénéficier, malgré (ou grâce à?) ce contexte social et institutionnel particulièrement contraint, d'un enseignement fortement empreint de cartésianisme mais ouvert aux évolutions proposées par Newton, Leibniz et leurs prosélytes. Sa formation l'a mené dans les principaux foyers scientifiques européens (Bâle, Londres, Leyde, Paris) dans lesquels il a pu puiser les ressources pour importer à Genève, au travers de son enseignement à l'Académie et de son animation des cercles savants genevois, les éléments nécessaires pour construire les fondations d'une communauté scientifique locale à proprement parler, dont Calandrini et lui-même sont les chefs de file. Nous avons pu constater l'excellente insertion de Cramer dans les réseaux de la République des lettres, qui s'est manifestée par ses contributions aux journaux et périodiques qui en sont des vecteurs importants, par sa correspondance nourrie avec les savants de toute l'Europe et la circulation des livres et des idées qu'elle permet, et par la visibilité donnée par son agrégation aux sociétés et académies royales. Ses étudiants – Jean Jallabert, Charles Bonnet, Abraham Trembley, Georges-Louis Le Sage – ont tout autant bénéficié des bienfaits de cette intégration aux réseaux savants que de l'étendue de ses savoirs et de ses appétits pour des champs scientifiques et philosophiques extrêmement divers (mathématiques, astronomie et mécanique céleste, sciences expérimentales) pour prendre le relais de leurs maîtres et devenir le noyau de cette communauté scientifique à Genève qui s'affirme tout au long du siècle³⁹⁰.

L'examen du parcours de vie de Gabriel Cramer permet de dévoiler progressivement différents contextes dans lesquels il s'inscrit. On a vu le rôle joué par les contraintes sociales

389. Archives de la Bibliothèque de Genève, Dd 4, Département des imprimés, Dons anciens et dons divers 1616- , p. 250-254.

390. Voir les travaux de Montandon (1975) et de Sigrist (2004, 2011).

et institutionnelles locales dans ce parcours : si l'appartenance de la famille Cramer au patriciat genevois lui facilite l'accès aux études puis aux responsabilités académiques, et favorise son activité scientifique tant qu'elle rejoint ses intérêts, elle peut également constituer un frein au développement de l'activité scientifique par les exigences de participation aux instances de gouvernement que la République de Genève impose à ses savants les plus éminents (illustrées par les carrières interrompues de Chouet, Calandrini ou Jallabert). À ce titre le contexte socio-politique genevois est fortement structurant dans le parcours de Cramer, qui ne peut être compris qu'en en tenant compte : il n'a que peu en commun avec celui d'un Leonhard Euler ou d'un Daniel Bernoulli, pour prendre des exemples chronologiquement et géographiquement proches. Par ailleurs, la nécessité de l'ouverture sur un espace géographique et scientifique débordant largement les limites de la petite République de Genève bouscule cette grille de lecture locale. La formation du jeune savant genevois l'oblige à parcourir l'Europe savante pour prendre connaissance des récents progrès des idées et des méthodes, nouer de premiers liens avec les principaux acteurs de la République des lettres. Les modalités de fonctionnement de cette autre République fournissent un autre contexte d'étude du parcours de Gabriel Cramer, qui s'inscrit dans un cadre bien plus large et qui a des contraintes bien différentes, bien souvent obliques à celles du gouvernement genevois. Nous avons pu voir toutes les tensions induites par la superposition de ces deux contextes très différents dans la carrière de Cramer, qui justifient le titre adopté pour cette première partie : il n'est pas toujours simple d'être citoyen des deux Républiques.

Cette enquête biographique avait pour premier enjeu de donner un portrait actualisé du savant genevois. Le bilan historiographique sur la personne de Cramer montre qu'il est souvent présenté comme un *mathématicien* plutôt mineur, qui a fourni des résultats importants en algèbre (sur les déterminants et la théorie de l'élimination) dans son unique publication d'importance, un traité des courbes algébriques, et qui a contribué à faire de Genève, avec son ami Calandrini, un foyer important de réception et de diffusion de la science newtonienne. En revisitant les notices biographiques connues aujourd'hui, souvent incomplètes ou imprécises, à l'aide de sources encore peu exploitées (correspondances méconnues et inédites, registres des conseils de Genève ou de la Compagnie des Pasteurs, annales des académies et sociétés royales, etc.), j'espère avoir montré que le portrait du savant genevois est bien plus riche et nuancé, et avoir remis en lumière des aspects méconnus de son activité savante. Celle-ci couvre de nombreux champs, qui ne se réduisent pas à la géométrie des courbes et à l'algèbre, qui restent d'ailleurs à explorer plus avant : si les récentes recherches de Thierry Martin (2006) dévoilent ses contributions au calcul des probabilités, bien d'autres aspects de sa pensée et de sa pratique scientifique restent à explorer dans les domaines des sciences expérimentales, de la physique (forces des corps en mouvement, gravitation, propagation de la lumière et du son), de la mécanique céleste, etc. De même, une étude de sa philosophie et de ses affiliations avec les travaux de Wolff, Leibniz et Locke, assortie d'une exploitation de sa correspondance avec Condillac et Bonnet, serait très intéressante à mener, là aussi à condition de retrouver de nouvelles sources pour l'alimenter (comme les lettres

adressées à Condillac, par exemple). J'ai également voulu montrer de quelle manière les différentes identités de Cramer (savant, enseignant, éditeur, citoyen...) s'articulent entre elles pour former le portrait fidèle d'un homme de son temps qui, s'il n'a pas la stature des Bernoulli ou d'Euler, était alors reconnu comme un acteur majeur de la République des lettres, respecté et consulté. Le peu de publications qu'on peut lui attribuer à certainement joué dans cette perception : comme pour Calandrini ou même Jallabert, qui affichent également une production scientifique publiée sommes toutes réduite, la spécificité de la République de Genève vis-à-vis de ses savants a joué un rôle important.

Mais ce premier enjeu ne doit pas masquer le second, bien plus important dans le cadre de cette thèse : il s'agissait ici de fixer les arrière-plans devant lesquels se joue l'histoire de cette dyade œuvre/auteur, de « planter le décor » afin d'être en situation de comprendre les conditions de la conception, de l'écriture et de la publication de son *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* armés de ces connaissances sur son auteur. L'enquête biographique va maintenant porter en contrechamp sur le texte, l'œuvre vue comme objet historique, en relation avec les événements et les contextes de la biographie de son auteur.

Deuxième partie

Genèse du traité des courbes : jalons, sources et dynamiques d'écriture

Intéressons-nous maintenant spécifiquement au traité des courbes de Cramer. *L'Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* est publiée fin juillet ou début août 1750 : c'est le moment où le projet éditorial du Genevois, après une décennie d'écriture, devient un objet matériel, figé dans son contenu, s'émancipe de son auteur et est enfin soumis au regard de son lectorat. Cette date marque la frontière entre les deux grands cycles de la vie de l'ouvrage : sa genèse d'une part, sa réception de l'autre. Dans sa phase de conception, le texte en tant que projet est soumis à de nombreuses transformations de toutes sortes liées aux dynamiques d'écriture de l'auteur. Dans sa phase de réception, d'autres dynamiques sont à l'œuvre, qui font que l'objet acquiert différents statuts selon les moments et selon les lecteurs. De la même manière qu'il a été possible d'écrire la biographie de son auteur en s'appuyant sur les sources historiques à notre disposition – archives, registres, témoignages, correspondances, etc. – il est maintenant envisageable de reconstituer et de « raconter » la vie de l'ouvrage, d'en décrire la trajectoire au fil des ans en tant qu'objet scientifique et historique, dans sa dimension conceptuelle comme matérielle, soumis à l'action et au regard de divers acteurs. Il s'agit donc d'écrire une biographie du traité, dans le sens que je lui ai donné en introduction de ce mémoire, en se plaçant dans une perspective historique qui ne se limite pas à une étude scientifique du contenu mathématique de l'œuvre elle-même (en réseau avec d'autres textes apparentés), mais qui englobe dans une temporalité longue les aspects socio-historiques, matériels et conceptuels de sa genèse et de sa réception, et qui interroge tout au long les rapports entre le texte et son environnement scientifique et social. Si les documents et les sources à considérer restent finalement les mêmes, l'approche biographique que j'ai classiquement utilisée dans la première partie de cette thèse pour étudier la vie du savant genevois ne sera pas mobilisée tout à fait de la même manière pour appréhender le parcours de vie de son ouvrage. L'étude à mener sur *L'Introduction* de Cramer doit se faire en prenant en considération des échelles temporelles et géographiques très variables, à la lumière des contextes scientifiques, historiques, sociaux et économiques qui l'ont vu naître, se construire et se diffuser.

Dans cette partie je me focaliserai sur le genèse de l'ouvrage de Cramer, depuis la première mention connue de ce projet en novembre 1740 jusqu'aux premiers exemplaires sortis des presses genevoises des frères Cramer à l'été 1750. J'adopterai dans ce but quelques éléments d'une démarche empruntée à la génétique des textes aujourd'hui régulièrement mise en œuvre dans les études de textes littéraires, définie comme « *interprétation de l'œuvre à la lumière de ses brouillons ou de ses documents préparatoires* » (De Biasi 2011, p. 5). Cette approche n'est pas encore très répandue en histoire des sciences, notamment sur des périodes antérieures au XIX^e siècle pour lesquelles peu de sources (manuscripts préparatoires, brouillons, épreuves, etc.) sont disponibles; mais l'approche génétique des textes scientifiques, avec ses limites et ses spécificités, est parfaitement en adhérence avec la démarche qui est la mienne dans cette thèse, qui est de rendre compte des différentes étapes du cycle de vie du traité des courbes de Cramer, dont la conception et la rédaction ne sont pas les moins importantes. La lecture du plaidoyer pour la mobilisation de la génétique textuelle

en histoire des sciences, qui ouvre le numéro que la revue *Genesis* lui a consacrée en 2003, donne à ce sujet des perspectives intéressantes, que je vais tenter d'ouvrir et d'appliquer à mon étude, dans la mesure du possible (De Biasi 2003). La recherche systématique des indices matériels à laquelle invite la génétique textuelle me permettra ainsi d'éclairer, dans les limites imposées par des sources peu nombreuses et lacunaires, le processus de conception et de rédaction du traité de Cramer. J'ai donc constitué un « dossier génétique », qui n'a pas l'épaisseur de celui qui servirait à l'étude d'un texte littéraire moderne, mais qui est porteur d'informations intéressantes sur les différentes étapes qui jalonnent les dix ans durant lesquels Cramer rédige et affine son texte.

Je mobiliserai dans un premier temps des extraits de la correspondance du Genevois, qui me permettront de restituer la chronologie de l'écriture du traité, d'entrevoir les motivations de l'auteur et les difficultés qu'il a pu rencontrer : c'est l'objet du quatrième chapitre qui ouvre cette partie³⁹¹. Le chapitre suivant sera consacré à la pièce maîtresse du dossier de genèse : le manuscrit de l'*Introduction* conservé aux archives de la Bibliothèque de Genève dans les papiers de Jean Jallabert que j'étudierai et analyserai en détail. Enfin, après avoir donné un aperçu des résultats et des méthodes contenus dans le livre publié et évalué les changements intervenus dans la rédaction du texte final, je compléterai cette analyse génétique en menant une étude des sources auxquelles l'auteur a puisé, et en recherchant d'éventuelles connexions intertextuelles entre le traité de Cramer et le corpus composé de ces sources, pour l'essentiel délimité par l'auteur lui-même au travers de sa préface et de ses références bibliographiques. Je donne ainsi le point de vue le plus complet possible sur la généalogie et la conception du traité, me permettant de mettre en lumière les conditions, les motivations et les dynamiques d'écriture qui traversent cette longue période de gestation.

391. L'exploitation de la correspondance de Cramer est bien entendu strictement nécessaire pour l'étude de la genèse – et, plus loin, de la réception – de l'*Introduction*, mais elle n'est pas suffisante. Il faut veiller à multiplier les sources et élargir les points de vue, dans toute l'étendue de l'entreprise biographique, pour notamment éviter le piège de la construction téléologique sur lequel nous alerte Peiffer (1998).

Chapitre 4

Dynamiques d'écriture : quelques jalons

(1740-1750)

La rédaction du traité, entre les premières lignes écrites à l'automne 1740 et sa publication à l'été 1750, s'étend sur une décennie entière. Cette décennie coïncide avec une période particulièrement active de la vie de l'auteur : son activité scientifique s'enrichit (au travers, notamment, de son activité éditoriale sur les *Œuvres* des Bernoulli), ses réseaux se densifient, ses ambitions s'affermissent. Animateur des cercles savants genevois, professeur de mathématiques respecté et admiré à l'Académie, acteur zélé des instances de la République de Genève mais dans l'impossibilité d'accéder à des fonctions plus élevées, Cramer trouve progressivement sa place dans la République des lettres et cherche à y laisser son empreinte. C'est dans ce contexte qu'il élabore, sur une durée peu commune (une décennie), ce qui deviendra l'œuvre d'une vie et sera publiée quelques mois seulement avant sa mort prématurée : son « *Analyse des courbes* », comme il la désigne lui-même souvent dans sa correspondance.

Dans ce chapitre je me focaliserai sur les dynamiques d'écriture du traité, en marquant les jalons temporels du processus de rédaction du traité jusqu'à sa publication. Je mobiliserai dans ce but les lettres échangées entre Cramer et ses principaux correspondants dans lesquelles il évoque, de manière allusive ou détaillée selon les cas, les motivations, les conditions et les étapes successives de l'écriture de son ouvrage. Cela me permettra, dans une certaine mesure, de m'essayer à la reconstruction du premier manuscrit de l'ouvrage, et de suivre les évolutions de ce manuscrit au fur et à mesure des échanges avec ses correspondants, en les mettant en regard des événements de la vie de son auteur. Je tâcherai également de mettre en évidence et de comprendre les motivations du projet éditorial de Gabriel Cramer, qui ne sont pas toutes purement scientifiques.

Le premier jet : le manuscrit de 1740-1741

La toute première évocation d'un projet d'écriture d'un ouvrage sur les courbes par Gabriel Cramer se trouve dans une lettre de Jean-Louis Calandrini, datée du 8 janvier 1728.

Cramer est arrivé en Angleterre au mois de novembre 1727, et passe l'hiver à Cambridge, près de Nicholas Saunderson, qui tient alors la chaire lucasienne de mathématiques. Ce dernier professe un cours de mathématiques qui porte essentiellement sur l'algèbre et la méthode des fluxions; du fait de sa cécité, il est probable que son enseignement favorise les méthodes analytiques aux méthodes géométriques (Guicciardini 2003, p. 24). De plus, alors que l'on aurait pu s'attendre à ce que le principal sujet d'études et de recherche en Angleterre à cette époque soit le calcul des fluxions, il est tout à fait possible que l'attention des mathématiciens comme Saunderson se porte plutôt sur d'autres aspects de l'héritage newtonien comme la géométrie des courbes algébriques et la méthode des séries (p. 28). Cramer, au cours de l'hiver 1727-1728, est donc probablement en contact direct avec ces sujets et ces méthodes qui marquent l'origine de son intérêt pour l'étude des courbes, intérêt qui sera conforté quelques semaines plus tard lorsqu'il se rendra à Londres en mars 1728 et rencontrera Stirling, qui a publié son *Lineæ tertii ordinis Newtonianæ* quelque dix ans plus tôt. Mais revenons à la lettre de Calandrini³⁹², qui répond à une lettre hélas perdue de Cramer, dans laquelle ce dernier annonçait manifestement se lancer dans l'écriture d'un ouvrage sur les courbes :

« Je me réjouis fort de voir votre traité, et il ne fâche pas qu'il devienne grand. Dites-moi, ces courbes serpentées, sont-elles le genre des développées, des cycloïdes, ou le genre commun des deux? A quels cas pratiques s'appliquent-elles? Un mot là-dessus; j'attendrai votre livre pour en savoir davantage. »

Que sont exactement ces « courbes serpentées »? Quel était le niveau de maturité et d'avancement d'un tel projet? Je n'en sais hélas pas davantage : ni les lettres chronologiquement proches de celle-ci, échangées avec Jean ou Nicolas Bernoulli, ni aucune autre source – pas même la correspondance connue avec Stirling ou 's Gravesande, pourtant actifs sur ces champs de recherche, et largement crédités dans la préface de l'*Introduction* – n'en portent mention, laissant entendre que le Genevois n'a pas été plus loin que ces premières intentions.

Il est intéressant de signaler ici qu'un *Cours de géométrie sublime*³⁹³ de Jean-Louis Calandrini, daté de 1731, est conservé à la Bibliothèque de Genève³⁹⁴. Le premier tome est intitulé *Traité des lignes courbes*, et se divise en cinq chapitres. Le premier chapitre, dont le titre est « *Des courbes en général* », commence classiquement par donner quelques définitions utiles

392. Lettre de Jean-Louis Calandrini à Gabriel Cramer, 8 janvier 1728, citée dans J. B. G. Galiffe (1877, p. 12).

393. Selon l'Encyclopédie, la géométrie est divisée en géométrie *élémentaire* et géométrie *transcendante*, cette dernière étant « *proprement celle qui a pour objet toutes les courbes différentes du cercle, comme les sections coniques & les courbes d'un genre plus élevé* »; de plus il est précisé que « *la partie de la Géométrie transcendante qui applique le calcul différentiel & intégral à la recherche des propriétés des courbes, est celle qu'on appelle plus proprement Géométrie transcendante, & qu'on pourroit nommer avec quelques auteurs modernes, Géométrie sublime, pour la distinguer non-seulement de la Géométrie élémentaire, mais de la Géométrie des courbes qui n'emploie pas les calculs différentiel & intégral, & qui se borne ou à la synthèse des anciens, ou à la simple application de l'analyse ordinaire* ». Plus loin : « *Après le plan que nous avons tracé pour la Géométrie transcendante, on voit que le calcul différentiel & ses usages y sont presque épuisés; il ne reste plus à la Géométrie sublime que le calcul intégral, & son application à la quadrature & à la rectification des courbes. Ce calcul fera donc la matière principale & presque unique de la Géométrie sublime* » (D'Alembert 1751–1765, vol. VII p. 637a).

394. *Géométrie sublime, de M. le prof. Calandrini, 1731, Bibliothèque de Genève Ms Fr 654.*

(axe, abscisse ou coupée, ordonnée ou appliquée) puis aborde la question des courbes dans leur généralité selon plusieurs définitions ou modes de génération : équation algébrique, mais aussi par section d'un solide, par une définition cinématique ou à partir de situations physiques (comme pour la chaînette, par exemple). Il se limite dans les chapitres suivants à l'étude du cercle et des coniques, en mobilisant des outils du calcul différentiel et intégral, notamment pour le calcul de quadratures : le second chapitre est consacré au cercle, le troisième à l'ellipse, le quatrième à la parabole (incluant une partie sur « *le mouvement des corps jettez* »), le cinquième et dernier à l'hyperbole et ses asymptotes. Difficile de dire si ce travail a une quelconque résonance avec celui projeté par Cramer, mais il est important de voir que le sujet de la géométrie transcendante, ou sublime, après les séjours de Cramer et Calandrini à Bâle, Londres et Leyde, est, dès les années 1730, traité dans leurs cours à l'Académie ou en dehors, dans les cours privés.

Il faudra attendre une douzaine d'années pour voir apparaître la première référence au traité des courbes qui sera publié dix ans plus tard. Gabriel Cramer, en ce début du mois de novembre 1740, fait son séjour annuel dans sa campagne de Mont-sur-Rolle, à une trentaine de kilomètres de Genève, sur les bords du Léman, où il est arrivé pour la saison des vendanges au début du mois d'octobre. Il vient d'accepter de travailler sur les *Opera* de Jean I Bernoulli et envisage, sur la sollicitation de ses cousins imprimeurs, de s'occuper de l'édition de celles de Jacques Bernoulli ³⁹⁵, comme il l'écrit à Jean Jallabert le 6 novembre, quelques jours avant son retour à Genève. Cette lettre ³⁹⁶ se conclut de manière presque anodine par une allusion à un travail sur un « *traité de l'Analyse des Courbes* » commencé lors de ce séjour :

« *Je m'étois un peu amusé, quelques matins, à commencer un petit traité de l'Analyse des Courbes. Il nous manque un ouvrage de ce genre qui soit élémentaire. J'aurois voulu d'abord expliquer les différentes sortes de courbes, la manière d'exprimer leur Nature par une Equation, les degrés analytiques des Courbes, les propriétés de celles du 2nd ordre qui sont les Sections Coniques démontrées analytiquement & quelques exemples des plus connues des Courbes des Ordres supérieurs. Mais je n'ai gueres avancé, le travail devient long, quand on n'a point le secours des livres, & je n'ai ici que des livres de bagatelles, desquels je m'occupe plus que rien autre.* »

Cramer trace ici les grandes lignes de son premier projet en ne livrant peu d'informations, notamment sur les méthodes mises en action pour l'étude des courbes. En première lecture l'expression « *Analyse des courbes* » elle-même, qu'il utilise pour décrire l'objet de son traité, n'est pas d'un grand secours, le terme *analyse* restant ambigu au XVIII^e siècle ³⁹⁷.

395. Lettre de Gabriel Cramer à Jean II Bernoulli, Mont-sur-Rolle, 25 octobre 1740.

396. Lettre de Gabriel Cramer à Jean Jallabert, Mont-sur-Rolle, 6 novembre 1740. La seconde page de la lettre, qui porte l'extrait cité, est reproduit page 122.

397. Christian Gilain montre en s'appuyant sur les textes encyclopédiques que, au milieu du XVIII^e siècle, l'usage du mot *analyse* est ambivalent, et que c'est seulement dans la seconde partie du siècle que l'analyse commence à s'émanciper de l'algèbre et à prendre son statut de branche spécifique des mathématiques, dans un sens proche de celui qu'on lui donne aujourd'hui. Ainsi, dans l'article ANALYSE de l'Encyclopédie, rédigé

FIGURE 4.1 – Lettre de Cramer à Jallabert, Mont-sur-Rolle, 6 novembre 1740, Bibliothèque de Genève, Ms 242 f. 50v.

J'ai vu en Suisse de Bralle, plusieurs lettres de M. Bernoulli me prie
 au nom de son père, de me charger de l'Édition de ses Ouvrages que
 j'ai refusé. Vous que. Vous jugez bien que je n'ai pas pu refuser.
 J'ai écrit pour le peu que nous de confier à l'impression de son ouvrage il s'est joint
 avec M. Lerdner, & autres, & je crois qu'il y confiera. En ce cas, je compte
 mon cher ami, sur votre honneur. M. Koenig n'a aussi écrit ~~à propos~~
~~de l'ouvrage de son père~~ & vous fait mille compliments. Il s'agit de
 vous voir à Genève, au commencement de la semaine prochaine
 les bandages s'attachent non seulement avec du pain. Je n'ai rien
 peu amuse, quelques matières, à commencer un petit traité de l'Analyse
 de Courbes. Il nous manque un ouvrage de ce genre, qui soit élémentaire.
 J'avois voulu d'abord expliquer les différences des Courbes, la manière
 de déterminer leur nature par une équation, les Axes Analytiques
 de Courbes, les propriétés de celles du 2^e ordre qui sont les sections Coniques,
 démonstration analytique, & quelques exemples des plus connus de
 Courbes du 3^e ordre & supérieures. Mais je n'ai guère avancé, le travail
 de vient long, quand on n'a point le secours des Livres, & je n'ai rien
 que de l'ouvrage de bagatelles, de quels je m'occupe plus que de rien autre.
 Adieu, mon cher ami, quoique je vous croie en ville, j'adresse
 à votre bonne foi, attachée à votre cher Monsieur Koenig, que
 je vous prie d'assurer de mes respects & de me voir bien
 sincèrement
 Tous vôtres
 J. Cramer

Mont, ce 6 Novemb. 1740

Il n'est pas plus aisé, à la lecture de ce passage, d'en extraire une motivation possible pour que Cramer initie ce projet de livre. Le « *nous* », utilisé dans la phrase « *Il nous manque un ouvrage de ce genre qui soit élémentaire* », pose question : désigne-t-il simplement le petit groupe des enseignants en mathématiques et philosophie de l'Académie de Genève, ou englobe-t-il les savants de l'Europe qui s'occupent de la géométrie des courbes, parmi lesquels se comptent Cramer et Jallabert ? Dans le premier cas, ces quelques lignes écrites à un collègue professeur pourraient laisser entendre que ce traité répond à un besoin de proposer un cours de mathématiques sur l'étude des courbes algébriques (de petits ordres) basé sur des méthodes analytiques. Cramer ne pouvant méconnaître le *Cours de géométrie sublime* déjà écrit par son collègue et ami Calandrini presque dix ans plus tôt, on pourrait donc supposer que, tant par son étendue que par les méthodes mises en œuvre, ce premier jet en est très différent, et plus ambitieux. Dans le second cas, on pourrait dire que Cramer déplore l'absence d'un ouvrage qui poserait les fondations de l'analyse des courbes algébriques et en expliciterait les notions, les méthodes et les principaux résultats. Il est vrai que l'*Enumeratio* de Newton est très aride de ce point de vue, et que le commentaire de Stirling, s'il a pour but d'explicitier les méthodes analytiques newtoniennes, ne propose pas un exposé systématique, élémentaire (au sens des *Éléments* d'Euclide, par exemple), de ce champ d'étude particulier. De plus, il est possible qu'il n'ait pas connaissance, au moment d'écrire ces lignes, du livre de l'abbé De Gua, qui est sans doute ce qui se rapproche le plus en 1740 d'un ouvrage élémentaire sur le sujet. Enfin, cette phrase peut être lue comme une indication sur le fait que Cramer choisit de ne pas s'appuyer sur des méthodes différentielles pour son étude des courbes : il ne peut ignorer l'*Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* de L'Hospital (1696), qui remplit fort bien le rôle d'« ouvrage élémentaire » en cette matière. Cramer cherche donc à écrire un traité qui donnerait les bases (définitions, méthodes, théorèmes généraux) de l'analyse des courbes, avec le recours exclusif à des calculs algébriques, sans utiliser les outils du calcul différentiel. Il passe néanmoins sous silence l'utilisation possible du parallélogramme de Newton et de la méthode des séries, dont il fera un outil central de sa méthode, mais il reste probable que cela soit sous-jacent à ce premier travail. On ne lit par ailleurs ici aucune ambition de classification systématique des courbes du troisième ordre ou supérieur, et on peut souligner l'absence de mention à l'*Enumeratio* de Newton.

La suite permet à Cramer de donner un aperçu de l'organisation et de la structure de ce manuscrit. Ainsi commence-t-il par décrire « *les différentes sortes de courbes* » ; il s'agit probablement de la distinction faite entre courbes régulières et irrégulières (tracées à la main, sans loi), puis, au sein des lignes régulières, de la distinction entre les courbes transcen-

par D'Alembert en 1751, les mots *analyse* et *algèbre* « *sont souvent regardés comme synonymes* ». En regardant les désignants utilisés pour cet article, l'analyse y est vue comme un domaine des mathématiques, lui-même divisé entre *analyse des quantités finies* (algébrique) et *analyse des quantités infinies* (ou « *nouvelle analyse* »), qui comprend le calcul différentiel et intégral. Mais, par ailleurs, le terme *analyse* n'apparaît pas dans le *Système figuré des connaissances humaines*, qui présente l'algèbre divisée en *algèbre élémentaire* et en *algèbre infinitésimale* (Gilain 2010). Il est donc difficile, dans ce contexte où le sens du terme n'est pas encore figé, de comprendre quelle acception Cramer donne à ce mot dans l'expression « *Analyse des courbes* ».

dantes (ou encore mécaniques, irrationnelles) et les courbes algébriques (ou géométriques, rationnelles), qui peuvent se représenter par des équations algébriques. On peut supposer, préalablement à cette partie, ou dans son contenu même, que les définitions de base sont données : abscisse / ordonnée, axe, origine, et peut-être même les définitions de diamètre, de centre, de branche ou d'asymptote qui seront utiles pour l'étude des coniques et des courbes d'ordre supérieur. Suite à ce premier point, il se propose de traiter « *la manière d'exprimer leur Nature par une Equation* », dans une partie qui doit être un résumé ou une exposition des principaux résultats connus depuis Descartes sur la représentation des courbes géométriques par des équations algébriques. Cela lui permet d'introduire ce qu'il nomme ensuite « *les degrés analytiques des Courbes* », qui renvoie sans doute possible à la notion d'ordre d'une courbe algébrique, basée sur le degré commun des équations pouvant représenter une même courbe. Enfin, assez classiquement – à l'image de ce qui est fait dans la *Cours de géométrie sublime* de Calandrini, par exemple – il traite des « *propriétés de celles du 2nd ordre qui sont les Sections Coniques démontrées analytiquement* » puis, de manière plus originale, et sans doute pour montrer la portée des méthodes analytiques qu'il met en œuvre, « *quelques exemples des plus connus des Courbes des Ordres supérieurs* ».

Ce premier travail a une envergure sans doute limitée : Cramer, s'il n'a pas fait que jeter les bases du plan de son traité (comme le laisse entendre l'expression « *j'aurais voulu* »), n'a pas pu écrire plus de quelques dizaines de pages en « *quelques matins* ». Il est à Mont-sur-Rolle depuis quatre ou cinq semaines seulement, loin de son cabinet de travail, et vient d'échanger quelques lettres avec Jean II Bernoulli pour commencer à préparer l'édition des *Œuvres* de son père Jean I. Il termine d'ailleurs en disant que son ouvrage a peu avancé, et qu'il lui faut attendre de pouvoir accéder à sa bibliothèque de travail pour le continuer, ce qu'il fera quelques jours plus tard, à son retour à Genève aux alentours du 15 novembre. Et c'est d'ailleurs sans doute à ce moment-là, de retour dans son cabinet à Genève, qu'il décidera de s'appuyer sur le récent ouvrage de l'abbé De Gua de Malves intitulé *Usages de l'analyse de Descartes pour découvrir sans le secours du calcul différentiel les propriétés ou affections principales des lignes géométriques de tous les ordres* (De Gua de Malves 1740), dont l'apport sera souligné par Cramer dans sa préface (G. Cramer 1750b, p. xi) :

« *Cet Essai étoit à peu près fini, quand Mr. l'Abbé DE GUA fit paroître l'Usage de l'Analyse de DESCARTES pour découvrir les propriétés des Lignes géométriques de tous les Ordres. La substitution qu'il y fait du Triangle algébrique au Parallélogramme de NEWTON est une idée heureuse, dont j'ai profité avec reconnoissance, aussi bien que de quelques autres pensées ingénieuses de cet Auteur.* »

Je n'ai pas retrouvé d'indication sur la date à laquelle Gabriel Cramer a pu se procurer l'ouvrage de De Gua, mais ce livre étant paru au début de l'année 1740 à Paris³⁹⁸, on peut penser, d'après l'extrait précédent, qu'il ne l'a eu en main qu'après le tout premier jet de son manuscrit, à la fin de 1740 ou au début de 1741, et qu'il s'en est servi pour modifier

398. On trouve dans le *Journal des sçavans* pour mai 1740 la recension par D'Alembert de l'ouvrage de l'abbé De Gua (D'Alembert 1740), permettant une datation indirecte de la parution du livre.

son manuscrit en y intégrant le triangle algébrique. Un point important est que l'utilisation de la méthode des séries et du parallélogramme de Newton (puis de sa variante « triangle algébrique » empruntée à De Gua) font partie intégrante de la première version du manuscrit du traité au début de 1741.

La seconde mention au traité des courbes de Cramer intervient quelques mois plus tard dans sa correspondance avec Nicolas Bernoulli, alors que le Genevois collationne les différents textes qui vont venir composer les *Opera* de Jacques Bernoulli. Le Bâlois vient de lui envoyer, le 5 août 1741, un écrit de son oncle sur les lignes du troisième ordre³⁹⁹ sans être vraiment convaincu de la pertinence de l'inclure dans l'édition en cours :

« Je vous envoie ci-joint l'Essai de feu mon Oncle sur les lignes du 3^{me} ordre, il est écrit de la main de feu Mr. Herman, qui me l'a communiqué, il y a long tems. [...] Je vous l'envoie pour vous faire plaisir, et pour satisfaire vôtre curiosité plutôt, que pour le faire imprimer. »

Dans sa réponse⁴⁰⁰, Cramer agréé aux propos de Nicolas Bernoulli sur le fait que ce travail n'est pas assez abouti pour être publié dans les *Opera*. Il en profite pour indiquer qu'il a déjà travaillé sur la classification des courbes du troisième ordre de Newton, et qu'il a intégré ce travail à son projet de traité des courbes, qu'il évoque, pour l'occasion, à son correspondant :

« J'ai cru pourtant qu'on pouvoit reduire avec un peu plus de facilité, l'equation generale aux 4 Classes de Mr. Newton, & je l'avois fait dans un petit Ouvrage commencé ou plutot ébauché sur l'Analyse des Courbes, qui n'est pas encore, & ne sera vraisemblablement jamais fini, faute de loisir. Le nombre des Espèces des Courbes est assés difficile à determiner parce que le mot même d'espece est equivoque. la Courbe que vous ajoutés après la 54^e de Mr. Newton, est une correction nécessaire. Mais il en manque également une après la 55^e Espèce, ou du moins celle ci est double. [...] Je crois outre cela qu'on peut trouver quelques espèces en epluchant bien tous les cas. Cependant il est vrai de dire que cet Ouvrage de Mr. Newton est magnifique. »

On peut sans doute déduire de ce passage que le manuscrit de novembre 1740 a été amélioré, peut-être même profondément retravaillé au premier semestre de l'année 1741. Cramer s'est employé, dans son « *petit Ouvrage* », à « *reduire [...] l'equation generale aux 4 Classes de Mr. Newton* », ce qui indique qu'il a formellement entamé un travail de classification des courbes algébriques, au moins pour les courbes du troisième ordre, en se basant sur les travaux de Newton, et plus particulièrement sur son *Enumeratio*. C'est autrement plus ambitieux que de simplement donner à voir les méthodes algébriques en action sur quelques exemples isolés de courbes d'ordres supérieurs, et il serait étonnant que Cramer ne l'ait pas mentionné à Jallabert dans sa lettre du 6 novembre 1740 si cela avait fait partie du projet originel. L'objet et les ambitions du traité que Cramer a commencé à rédiger peuvent ainsi être réévalués à

399. Lettre de Nicolas Bernoulli à Gabriel Cramer, Bâle, 5 août 1741.

400. Lettre de Gabriel Cramer à Nicolas Bernoulli, Genève, 15 août 1741.

la lumière de cet échange avec Nicolas Bernoulli, en complétant les premières informations issues de l'analyse de la lettre à Jallabert.

On lit aussi dans ce passage toute l'ambiguïté de Cramer face à l'ouvrage qu'il a commencé d'écrire, et dont il ne se départira pas avant 1748, lorsqu'il se décidera enfin à le publier. Il minore systématiquement la portée son travail vis-à-vis de ses correspondants, laisse entendre que ce qu'il a déjà réalisé ne peut pas suffire pour envisager une publication, et qu'il n'a de toutes façons guère le temps d'y consacrer le temps nécessaire pour y parvenir (« *un petit Ouvrage commencé ou plutot ébauché sur l'Analyse des Courbes, qui n'est pas encore, & ne sera vraisemblablement jamais fini, faute de loisir* »). Il est vrai qu'entre les cours de mathématiques assurés à l'Académie, les tâches liées à son mandat au Conseil des Deux Cents, et les travaux d'édition des *Œuvres* qu'il a récemment pris en charge, il ne doit avoir que peu de temps pour y travailler. Mais le fait même de mentionner à un correspondant aussi important que Nicolas Bernoulli la simple existence de ce projet éditorial indique en filigrane 1° qu'il y accorde de l'importance à titre personnel, 2° qu'il ne s'agit pas d'un simple cours pour l'Académie, à portée locale, mais bien d'un futur traité à publier, susceptible d'intéresser les savants comme Nicolas Bernoulli, et 3° qu'il recherche peut-être chez son correspondant le signe d'approbation qui lui donnerait le courage de s'exposer au regard de ses pairs, sans être complètement certain d'avoir les qualités requises. Le travail d'édition auquel il se livre alors en collaboration avec Nicolas et Jean II Bernoulli, sous l'ombre portée des deux grands savants bâlois dont il compile et commente les *Œuvres*, lui occasionne à ce titre une exposition personnelle bien moindre, et donc une position plus rassurante.

L'échange se poursuit à l'automne, au cours duquel Cramer détaille⁴⁰¹ justement à Bernoulli sa manière de réduire l'équation générale des courbes du troisième ordre aux quatre classes de Newton :

« *La manière dont je m'y prends dans le petit Traitté ebauché dont je vous parlois, pour reduire l'equation generale $ay^3 + bxy^2 + cx^2y + dx^3 + ey^2 + fxy + gx^2 + hy + ix + k = 0$, des Lignes du 3^e Ordre, aux 4 Classes de Mr. Newton, consiste en deux transformations successives, dont la première distingue la 1^e Classe des trois autres, & la seconde donne les equations les plus simples, qui sont justement celles de Mr. Newton.* »

Cette correspondance s'éteint provisoirement en octobre 1741, sur une lettre du Bâlois laissée sans réponse connue par Cramer, qui lui demande des précisions sur le raisonnement qu'il vient de lui exposer. Nous n'en saurons pas davantage, mais nous avons tout de même appris que le projet de traité des courbes de Cramer, initié à l'automne 1740 et tel qu'il est avancé à l'été 1741, inclut une énumération (classification) des lignes du troisième ordre basée sur celle de Newton. Il est possible toutefois d'extrapoler le contenu de ce manuscrit à l'été 1741 à partir de ces quelques extraits de lettres à Jallabert et à Nicolas Bernoulli : une exposition assez générale des différentes sortes de courbes, et de la manière d'associer une équation algébrique aux courbes géométriques ; l'explicitation de la notion d'ordre

401. Lettre de Gabriel Cramer à Nicolas Bernoulli, Genève, 26 septembre 1741.

à partir du degré des équations algébriques représentant une courbe; la mise en action des méthodes analytiques pour l'étude des sections coniques et de quelques courbes « bien connues » d'ordres supérieurs (sans doute essentiellement des courbes d'ordre trois) dont, peut-être, le parallélogramme analytique de Newton et la méthode des séries; et enfin un travail de classification systématique des courbes d'ordre trois (au moins) reprenant les résultats de l'*Enumeratio* de Newton.

Les nombreuses occupations de Cramer, au premier rang desquelles se trouve l'édition des *Œuvres* des Bernoulli et d'Euler, l'accaparent de l'automne 1741 jusqu'au début de l'année 1744. On se souvient également qu'il a été sollicité, en 1743, par le gouvernement de la République de Genève, pour mettre ses compétences au service de la défense de la République face à la menace constituée par la présence des troupes espagnoles en Savoie leur arrivée à proximité de la cité. En plus de sa charge d'enseignement à l'Académie, ces occupations peuvent certainement expliquer qu'il n'aura guère le loisir de travailler à son Analyse des courbes pendant cette période. En fait, il n'en reparle à nouveau que près de deux ans et demi plus tard, en 1744, après la publication des *Opera* de Jacques Bernoulli, lorsque l'occasion lui sera donnée d'aborder le sujet dans sa correspondance avec Clairaut et Euler.

La maturation : échanges avec Clairaut et Euler en 1744-1746

Le mémoire sur l'évanouissement des grandeurs inconnues envoyé à Clairaut (printemps 1744)

En janvier 1744, Cramer reprend contact avec ses principaux correspondants, notamment parisiens. C'est dans un échange avec Clairaut, tenu au printemps, que l'on trouve de nouvelles indications sur les recherches de Cramer sur l'analyse des courbes. Alors que le savant parisien s'enquiert des récentes occupations mathématiques de son correspondant genevois, ce dernier lui répond ⁴⁰² :

« Des bagatelles qui se suivent sans interruption m'empêchent toujours de m'attacher à rien de bon; et quand elles m'en laisseroient le loisir il faudroit des talens bien supérieurs aux miens pour produire quelque chose digne de vous. Vous ne serés guères content de moi quand je vous dirai que j'ai travaillé en dernier lieu à démontrer un Principe généralement admis, mais sans démonstration que je sache. C'est que deux courbes algébriques, l'une de l'ordre m , l'autre de l'ordre n ne peuvent se rencontrer en plus de mn points. Cela ne laisse pas de faire un assez long Mémoire parce qu'il a fallu remonter plus haut, et chemin faisant, il s'est présenté quelques considérations, qui ne sont pas inutiles dans l'algèbre commune. »

Clairaut lui répond le 13 avril en l'engageant à lui envoyer ce mémoire, ce que le Genevois fait en le lui adressant en mai ⁴⁰³, accompagné de ces quelques mots d'explication :

402. Lettre de Gabriel Cramer à Clairaut, Genève, mars 1744, éditée par Speziali (1955, p. 216-217).

403. Lettre de Gabriel Cramer à Clairaut, Genève, mai 1744.

« Je ne puis donc assés admirer mon imprudence de vous envoyer ce gros Mémoire où je nomme ce que vous avés souhaité de voir sur le nombre des intersections de 2 Courbes algébriques. Je l'ai intitulé de l'Evanouissement des gr. inconnuës, parce qu'en effet c'est là son principal objet et le principe d'où découle la démonstration de ce Théorème sur les inters. des Courbes. Je crois ce principe assés fecond, et il est certain qu'il y a beaucoup de choses dans l'Algèbre des Courbes, permettés moi cette expression, qui en dépendent. »

Le contenu de ce mémoire, aujourd'hui perdu, est très probablement repris pour l'essentiel dans le second appendice de l'*Introduction* (G. Cramer 1750b, p. 660-676), dans lequel Cramer propose une démonstration de ce théorème sur les courbes qui sera connu sous le nom de « théorème de Bézout »⁴⁰⁴. Le contenu de ce mémoire est pour l'essentiel algébrique, et il est remarquable que Cramer, lorsqu'il en parle à Clairaut, ne rattache pas ce travail à son traité sur les courbes en cours de rédaction, qu'il ne mentionne en aucun endroit dans sa lettre. Mais il ne fait pas de doute qu'il s'agit bien là du prolongement des travaux entamés par le Genevois en 1740-1741, ce qui confirme que Cramer souhaite se placer à un haut degré de généralité en démontrant ce théorème sur le nombre de points d'intersection de deux courbes algébriques de degrés quelconques. L'utilisation singulière de l'expression « *Algèbre des courbes* » est également à relever : s'agit-il d'un moyen pour lui de dire que son travail sur les courbes s'inscrit dans un contexte purement algébrique, et que l'expression usuelle « analyse des courbes » est trop ambiguë à son goût ? Ou alors pressent-il que le résultat qu'il présente à Clairaut sur l'évanouissement des grandeurs inconnues dessine les contours d'un nouveau domaine d'étude, que l'on appelle aujourd'hui la théorie de l'élimination ? Toujours est-il que je ne trouverai pas d'autre occurrence de cette expression.

On notera encore, à la lecture de ce passage, que Cramer se plaint toujours de ses nombreuses occupations qui l'empêchent de se consacrer à ses recherches personnelles, et qu'il continue de présenter ses travaux de manière très modeste, avec beaucoup de retenue et de (fausse ?) pudeur. Il est ainsi remarquable que, connaissant les travaux antérieurs de Clairaut sur les courbes gauches, Cramer n'ose pas porter à son attention l'ouvrage sur l'Analyse des courbes qu'il a commencé à rédiger trois ans auparavant. Néanmoins il s'enhardit à lui communiquer ses travaux en algèbre en lui envoyant ce long mémoire dont Clairaut, qui occupe alors la fonction de directeur à l'Académie des sciences, lui propose d'en faire lecture devant ses collègues. Mais Cramer le prévient, cette lecture sera difficile, à cause des notations qu'il a adoptées :

« Pour ce qui est de la présenter à l'Académie, j'ai peine à croire qu'elle mérite cet honneur et il seroit, je pense assés difficile de lire un Mémoire tel que celui-là chargé d'Algèbre et de notations nouvelles. Car le tout consiste, comme vous le verrés dans un nouvel usage des chiffres. Mr de Leibnitz avoit déjà autrefois pensé à les employer pour désigner des coefficients, mais cela n'avoit rien de commun

404. Sur le problème de l'élimination et le « théorème de Bézout », voir Alfonsi (2008) et Penchèvre (2004). La question de la lecture de Cramer par Bézout sera abordée dans la troisième partie de ce mémoire, p. 356 et suivantes.

avec l'emploi que j'en fais ici. Quoiqu'il en soit si cet Essai ne vous déplaît pas, faites-moi le plaisir de le communiquer à Mr de Mairan, qui m'honore aussi de son amitié, et vous verrés ensemble s'il vaut la peine de le présenter à l'Académie.»

La réponse de Clairaut est tardive – elle est datée du 12 juillet 1744 – et, malheureusement, son contenu nous est inconnu, car la lettre est passée sur le marché des manuscrits⁴⁰⁵. La description donnée par Speziali est : *Sur un Mémoire adressé par Cramer à l'Académie des sciences de Paris*. On peut supposer que Clairaut explique à Cramer que son mémoire est, en effet, trop « chargé d'Algèbre et de notations nouvelles » pour être lu à l'Académie, ou bien que Clairaut n'y a pas prêté suffisamment d'attention. Toujours est-il que ce texte ne sera jamais présenté aux académiciens⁴⁰⁶ comme le confirmera Cramer quelques années plus tard dans une lettre⁴⁰⁷ à Euler :

« Ce que j'ai inséré dans l'Appendice N° 2 de mon Ouvrage est un Extrait d'un Mémoire plus long et plus détaillé, que j'avois envoyé il y a plusieurs années à Mr Clairaut, qui vouloit le lire à l'Académie de Paris, mais qui en fut détourné par la singularité de la Notation, difficile à exprimer en parlant. »

Nous ne savons pas plus si le mémoire a bien été transmis à Dortous de Mairan, comme demandé par Cramer. Ce dernier ne le mentionne pas dans sa lettre datée du 6 mai 1744 à son ami parisien⁴⁰⁸. Le mémoire de 1744 sombre ainsi dans l'oubli ; le manuscrit n'a d'ailleurs pu être retrouvé dans les archives de l'Académie des sciences de Paris. Il faut néanmoins signaler que l'essentiel du contenu de ce mémoire sur l'évanouissement des grandeurs inconnues fera l'objet d'une courte présentation de Cramer dans une lettre à Euler écrite en novembre 1744. Cette lettre s'inscrit dans un échange plus large avec Euler sur le sujet des courbes algébriques en 1744-1745, que je vais maintenant détailler.

Les échanges avec Euler (automne 1744)

Entre septembre 1744 et septembre 1746 se déroule un échange épistolaire avec Leonhard Euler, essentiel à la compréhension de la dynamique de l'écriture du traité des courbes. Cramer est alors bien connu de la communauté savante européenne pour ses travaux d'éditeur scientifique : l'édition des *Œuvres* des frères Bernoulli est un vrai succès, et Euler a pu apprécier ses compétences en la matière lors de l'édition de son *Methodus* en 1743. Ce dernier sollicite à nouveau ses services, via Marc-Michel Bousquet, pour l'édition de son *Introductio in analysin infinitorum* : Cramer décline cette offre pour deux raisons majeures, écrit-il⁴⁰⁹ à Euler le 30 septembre 1744 :

405. Lettre de Clairaut à Gabriel Cramer, Paris, 12 juillet 1744.

406. Les procès-verbaux des séances de l'Académie pour 1744 n'en font aucune mention, préférant manifestement se consacrer aux ardentes disputes entre deux académiciens sur la résistance des tuyaux cylindriques. Procès verbaux des séances de l'Académie royale des sciences de Paris (1744), T.63, Archives de l'Académie des sciences.

407. Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Genève, 27 novembre 1750. Souligné par moi.

408. Lettre de Gabriel Cramer à Dortous de Mairan, Genève, 6 mai 1744.

409. Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Genève, 30 septembre 1744. Souligné par moi.

« *La première, c'est le grand nombre d'autres occupations, qui quoi que minces chacune à part, font toutes ensemble une grande charge. La seconde un peu plus délicate, c'est que j'ai aussi composé, il y a déjà 4 ou 5 ans, un petit Essai qui roule à peu près sur la même matière, que la seconde partie de votre traité. Je l'intitulois Introduction à l'Analyse des lignes courbes.* »

En dehors de la confirmation que Cramer semble vraiment gêné dans ses recherches et son travail de rédaction par les diverses tâches liées à sa fonction de professeur à l'Académie ou à son statut de membre du Conseil des Deux Cents, cette lettre nous donne de nouvelles informations. Tout d'abord, on peut y lire que Cramer considère que l'essentiel de son traité a été rédigé « *il y a déjà 4 ou 5 ans* », ce qui indique que le manuscrit de son Analyse des courbes était déjà très avancé, sinon presque finalisé, en 1740-1741. Cela laisse à penser que le manuscrit a subi peu de transformations ou d'ajout depuis sa première version. Nous apprenons également qu'il lui a donné ce qui sera son titre définitif (ou presque) : *Introduction à l'Analyse des lignes courbes*, signe qu'il considère que son projet d'ouvrage a atteint un certain niveau de maturité, suffisant pour qu'il en parle spontanément à Euler comme d'un traité comparable à celui de son correspondant, dont il a eu le manuscrit en main. Les pudeurs qu'il a pu avoir dans les lettres à Clairaut du printemps précédent ne sont plus de mise, car le voilà contraint, par la connaissance du projet d'Euler, de dévoiler le sien qui en est très proche par son objet même.

La suite de cette lettre de nouveaux détails sur le plan suivi par le Genevois pour ce traité :

« *Je crois être obligé de vous donner ici, Monsieur, quelque idée de l'ordre que j'ai suivi dans cet Essai. Je distingue d'abord les Courbes en régulières et irrégulières, puis en courbes à simple et à double courbure. J'explique ce que c'est que la Nature des premières, et ici vient la Division des Courbes en algébriques, mécaniques et exponentielles.* »

Ce premier point vient préciser et compléter l'information donnée à Jallabert quatre ans auparavant, à qui il écrivait qu'il voulait « *d'abord expliquer les différentes sortes de courbes* ». Les distinctions entre courbes régulières et irrégulières, puis entre courbes à simple et à double courbure, confirment que le manuscrit de Cramer se place à un niveau élevé de généralité, et qu'il se veut élémentaire en posant d'entrée les définitions des objets de son champ d'étude. Par ailleurs, la partition entre courbes algébriques, mécaniques et exponentielles⁴¹⁰ est intéressante : la troisième catégorie est rarement distinguée des deux autres à cette époque. La *Cyclopædia* de Chambers, par exemple, ne distingue, à la suite de Descartes, que les courbes *algébriques* (ou géométriques) et *transcendantes* (ou mécaniques) dans l'article CURVE (Chambers 1728).

« *Me bornant aux algébriques, je fais voir ce que c'est que son équation, comment elle représente la courbe, comment chaque racine en exprime une branche, en quel cas elle est l'équation d'une seule courbe, ou l'équation de plus[ieurs] tracées sur un même plan.* »

410. Ce sont les courbes dont les équations présentent une inconnue en exposant.

Ici encore, le propos vient préciser la description faite en 1740, qui se contentait simplement de mentionner « *la manière d'exprimer leur Nature par une Equation* ». Il poursuivait alors en indiquant aborder la notion de « *degrés analytiques des Courbes* », ce qu'il développe fortement dans la lettre à Euler en préférant maintenant utiliser le mot « ordre » :

« Je divise ensuite les courbes en leurs differens ordres, j'examine combien il faut de points pour determiner une Courbe d'un ordre donné, je viens ensuite à la transposition des coordonnées, et je fais voir que cette transposition ne fait point passer une Courbe d'un ordre dans l'autre; j'indique plus[ieurs] methodes pour operer commodément ces transformations si nécessaires : je demontre que la ligne droite est la seule ligne du premier ordre, qu'elle ne sauroit couper une Courbe qu'en autant de points qu'il y a d'unités dans l'exposant de son ordre, et que deux lignes ne se coupent pas en plus de points qu'il n'y a d'unites dans le produit des exposants de leurs ordres. (Principe qui n'a point encore été démontré que je sache, quoi que comunément reçu et très utile dans la connoissance des Courbes). »

Ce passage confirme que Cramer cherche à établir des résultats très généraux sur les courbes algébriques, qui ne sont pas tous encore complètement partagés⁴¹¹ ou suffisamment démontrés. C'est le cas pour la démonstration annoncée du théorème affirmant que « *deux lignes ne se coupent pas en plus de points qu'il n'y a d'unites dans le produit des exposants de leurs ordres* », qui faisait l'objet du mémoire sur l'évanouissement des grandeurs inconnues, envoyé à Clairaut et à l'Académie des sciences de Paris au printemps précédent, démonstration manifestement intégrée au manuscrit du Genevois.

La suite diffère sensiblement des indications données à Jallabert en 1740. À l'époque, Cramer ne mentionnait comme faisant partie de son premier jet que « *les propriétés de celles du 2nd ordre qui sont les Sections Coniques démontrées analytiquement & quelques exemples des plus connus des Courbes des Ordres supérieurs* ». La description faite à Euler s'enrichit fortement de plusieurs informations, d'ordre méthodologique notamment :

« A cette occasion je dis un mot de la construction des equations. Je dis ensuite, que les courbes n'ont rien de plus remarquable, ni qui les distingue mieux que leurs branches infinies, et leurs points singuliers, soit multiples, soit d'inflexion simples ou composés. J'entre dans un grand détail, suivant la Methode de M^r de Gua, sur la manière de determiner le nombre, la position et la nature de ces branches infinies et de ces points singuliers; ce qui ne se peut sans chercher la Tangente et quelque-fois la Parabole osculatrice de la Courbe : et cela mène aux Recherches des Maxima et Minima, comme aussi des developées. De là je passe aux divisions generales des Lignes du 2. 3. et 4. ordre avec quelque detail sur les deux premiers, car pour le dernier je l'ai trouvé immense. Je viens ensuite aux propriétés generales des Courbes de chaque ordre tirées de leur equation, aux diametres rectilignes et curvilignes, et aux Contrediametres et Centres généraux. »

411. Voir, par exemple, l'évaluation erronée du nombre de points nécessaires pour définir une courbe par Braikenridge, p. 86.

On pouvait supposer, d'après la lettre à Jallabert de novembre 1740, que le premier manuscrit était assez succinct et passait très rapidement de quelques généralités sur les courbes algébriques, leurs équations et leurs ordres à un traitement analytique des sections coniques et de quelques courbes d'ordres supérieurs bien choisis. Après la lecture de cette lettre à Euler, on est certain que ce manuscrit s'est considérablement enrichi et densifié dans la période de quatre ans qui sépare les deux lettres. Tout d'abord, Cramer écrit qu'il a inséré une section, classique depuis Descartes, sur la construction géométrique des équations⁴¹². Ensuite, il déclare être « *entré dans un grand détail* » sur l'étude des branches infinies et des points singuliers « *suivant la Methode de M^r de Gua* » : le manuscrit de 1744 présente donc une conséquente partie théorique exposant le dispositif du triangle algébrique et son application à la détermination des branches infinies et des points singuliers, en incluant également la recherche des tangentes, des courbures, des extrema et le calcul des développées. Cette assise théorique lui permet, dans le mouvement, de s'atteler à une étude systématique et une classification des courbes des second et troisième ordres, et d'aborder celle des courbes du quatrième ordre⁴¹³. Enfin, il prend le temps de définir les notions de diamètre, contre-diamètre et centre d'une courbe, avant de revenir au traitement analytique du cas des sections coniques et de quelques courbes d'ordres supérieurs, qui se trouvaient déjà dans le manuscrit de 1740 :

« *Tout cela se termine par des Demonstrations purem[en]t analytiques des propriétés des Sections Coniques, traitées dans cet Ordre, Hyperbole, Parabole, Ellipse. J'avois dessein d'examiner ensuite les diverses descriptions des Courbes qui se trouvent dans les Autheurs, et de les rendre aussi generales qu'il me seroit possible. Mais ce morceau est encore en herbe, n'en aiant que les principaux Materiaux. Le reste est à peu près fini, il y a plus de 4 ans.* »

S'il semble, au ton ferme et assuré adopté par Cramer dans les passages précédents de sa lettre, qu'une très grande partie du projet de traité est bien en place, avec une structure cohérente, probablement une rédaction avancée de plusieurs chapitres, bien articulés entre eux, ce n'est pas le cas de la fin du manuscrit. Cramer affirme être parvenu à traiter analytiquement, dans ses dernières pages, les diverses propriétés des sections coniques en s'appuyant sur les parties théoriques et méthodologiques qui précèdent, mais il confie au final ne pas être allé très loin dans l'application de ses méthodes aux courbes d'ordre supérieur « *qui se trouvent dans les Autheurs* » et d'en donner une description générale.

L'affirmation finale, selon laquelle la plus grande partie du manuscrit aurait été à peu près achevée un peu plus de quatre ans auparavant (soit à l'automne 1740), me semble quelque peu imprécise. Cramer a dû attendre de retrouver sa bibliothèque de travail à son retour à Genève en novembre 1740 pour intégrer les modifications opérées suite à la lecture

412. Sur le sujet de la construction des équations, et du déclin de l'intérêt qui y est porté lors de la première moitié du XVIII^e siècle, voir Bos (1984).

413. Dans le brouillon de cette lettre, Cramer précise : « *Cela me donne lieu de diviser 1^o les lignes du second ordre en leurs 3 espèces, 2^o celles du 3^e [biffé : en 78 espèces] selon la div. de M. Newton, [biffé : qui en a ? oublié 6], 3^o celles du 4^e en general, car le detail serait immense.* ».

des *Usages* de De Gua, ce qu'il n'a raisonnablement pas pu achever avant le début de l'année 1741 (sachant qu'il lui aurait été difficile de rédiger plus de quelques dizaines de pages à Mont-sur-Rolle, sans le secours de ses livres). De plus, dans les échanges avec Clairaut au printemps 1744, Cramer laissait entendre que son mémoire sur l'évanouissement des grandeurs inconnues, et sa démonstration du théorème sur le nombre de points d'intersection de deux courbes algébriques, étaient assez récents (« *Vous ne serés guères content de moi quand je vous dirai que j'ai travaillé en dernier lieu à démontrer un Principe généralement admis, mais sans démonstration que je sache* », écrivait-il dans sa lettre de mars 1744). J'en conclus que le gros du travail de rédaction s'est fait sur la première partie de 1741, et que quelques ajustements ou ajouts ont pu intervenir dans les trois ans qui ont suivi, notamment la partie sur l'évanouissement des grandeurs inconnues, jusqu'à cette lettre à Euler du 30 septembre 1744. En l'absence d'autres sources, voilà l'hypothèse à privilégier.

Nous voici donc, grâce à cette lettre à Euler, avec un aperçu assez précis de l'état du manuscrit du traité des courbes à l'automne 1744 : les notions et concepts essentiels (courbe, équation, ordre, branches infinies et points singuliers) sont introduits et définis ; les outils et méthodes algébriques (transposition des axes, triangle algébrique, méthode des séries) sont exposés ; des résultats généraux sur les courbes sont démontrés ; une classification des courbes de degrés 2 et 3, ainsi qu'un début de classification pour les courbes de degré 4, sont proposées ; enfin, une application aux propriétés des sections coniques vient compléter cet ensemble de généralités. Il ne lui reste plus, selon ce qu'il en dit à Euler, qu'à travailler sa dernière partie sur les courbes classiques d'ordres supérieurs (cubiques, quartiques) pour finaliser son traité.

On pourrait ainsi, pour synthétiser les informations contenues dans cette lettre, dégager le plan suivant pour le traité des courbes à l'automne 1744 (qui pourrait être celui du manuscrit à son état de 1741, si l'on admet que Cramer dit vrai en disant qu'il « *était à peu près fini, il y a quatre ans* ») en respectant la chronologie donnée :

- 1° Nature des courbes algébriques et de leurs équations.
- 2° Ordre d'une courbe algébrique, conservation de l'ordre après transposition des coordonnées.
- 3° Nombre de points d'intersection d'une droite et d'une courbe, de deux courbes.
- 4° Construction des équations.
- 5° Branches infinies (nombre, position, nature).
- 6° Points singuliers (multiples, inflexions).
- 7° Recherche des tangentes, des paraboles osculatrices, des maxima, des développées.
- 8° Division générale des courbes des 2^e, 3^e, 4^e ordres.
- 9° Propriétés générales : diamètres, contre-diamètres, centres.
- 10° Démonstrations analytiques des propriétés des coniques et de quelques courbes d'ordres supérieurs.

Concernant les motivations de son projet éditorial, dans la même lettre du 30 septembre, Cramer lève un peu le voile et donne de nouvelles indications, inattendues ; voici comment elle se poursuit :

« Je l'avois composé pour un ami, qui s'amuse à ces speculations, et qui en a pris copie dans ce tems là et depuis. Dès lors je l'avois négligé, entraîné par d'autres occupations, dans le dessein de le reprendre quelque jour, et d'y donner les coups de lime dont il a besoin. »

Qui est donc cet ami pour qui Cramer a rédigé ce premier manuscrit, qui « s'amuse à ces speculations » et « en a pris copie » ? Je n'ai hélas trouvé aucun indice qui me permettrait de l'identifier, même si plusieurs pistes sont à envisager, comme Charles-Benjamin De Langes de Lubières, ses amis avocats Jean-Louis Du Pan et Jean-Robert Tronchin, voire Gérard Levesque de Champeaux. Mais qui que soit cet ami, Cramer livre ici une nouvelle motivation pour l'écriture de son traité : là où, dans sa lettre à Jallabert de 1740, il laissait entendre qu'il s'était engagé dans ce travail pour des raisons intrinsèques à son activité de savant et/ou de professeur, ce passage de la lettre à Euler indiquerait qu'une action extrinsèque (la sollicitation d'un ami) est la véritable origine du projet.

La suite de cette lettre montre le positionnement de Cramer vis-à-vis de l'ouvrage d'Euler en préparation, dont le second volume traite des mêmes questions que son traité des courbes :

« Mais que dis-je : il n'a plus besoin de rien puisque votre travail condamne le mien à rester dans le bureau, où il est enseveli depuis si longtemps. Cependant Mr Bousquet à qui j'ai eu la faiblesse d'en parler, me sollicite de lui laisser voir le jour et m'offre sa presse. Il me represente que votre Livre estant en Latin, et mon Essai en françois, l'un et l'autre peuvent avoir leur utilité. J'ai peine à résister à ses empressements, mais je ne voudrois pas pour rien au monde faire quelque chose qui pût vous désobliger. »

Cramer s'autorise donc à poursuivre la rédaction de son traité malgré la proximité de leurs sujets d'étude. Euler, dans sa réponse⁴¹⁴ du 20 octobre, lui donne d'ailleurs son approbation :

« J'ai appris avec bien du plaisir, que Vous ayes composé un ouvrage sur la même matière, et comme je suis extrêmement curieux de le voir, je joins mes sollicitations à celles de Mr Bousquet, pour Vous en demander la publication. Ce sont à mon avis de telles matières, qui pour la plupart ne sont pas encore mises dans tout leur jour, et je ne doute nullement, que Vous n'en ayes éclairci quantité de circonstances, qui me sont échappées aussi bien qu'à d'autres, qui ont écrit sur cela. »

Ce à quoi Cramer répond⁴¹⁵, dans sa lettre du 11 novembre :

« Pour ce qui regarde mon petit Essai, je devois assurément le cacher, après la publication du Votre : et je ne sais encore ce que j'en ferai, d'autant plus que le

414. Lettre de Leonhard Euler à Gabriel Cramer, Berlin, 20 octobre 1744.

415. Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Mont-sur-Rolle, 11 novembre 1744.

Tems me manque assez pour le mettre au Net. Si je pouvois trouver quelque moien de vous le faire parvenir, je serois bien charmé qu'il passat sous les yeux d'un aussi bon Juge que vous l'êtes avant que de l'exposer à ceux du Public.»

La suite de la correspondance n'indique pas que Cramer a pu transmettre son manuscrit à Euler.

Sur quelques difficultés abordées dans la correspondance avec Euler (1744-1746)

Les échanges avec Euler vont dès lors lui permettre d'affiner sa réflexion sur quelques points difficiles comme, par exemple, un paradoxe lié au nombre de points d'intersection de deux cubiques⁴¹⁶, ou l'existence d'une certaine catégorie de points singuliers qu'on ne trouve que dans les lignes algébriques d'ordre au moins égal à quatre, les points de rebroussement de seconde espèce⁴¹⁷.

Le paradoxe d'Euler-Cramer

Toujours dans la lettre du 30 septembre 1744, Cramer soumet à Euler cette question qui lui pose une sérieuse difficulté :

« Deux lignes du 3^e ordre se peuvent couper en 9 points. Ainsi une ligne du 3^e ordre n'est pas suffisamment déterminée en la faisant passer par 9 points, et de même pour les ordres supérieurs. Auriez vous, Monsieur, vous qui savez si bien approfondir les matières, quelque bonne explication de cette Difficulté.»

En effet, Cramer a établi deux résultats qui semblent se contredire :

- une courbe algébrique d'ordre n est déterminée par la donnée de $\frac{n(n+3)}{2}$ points ;
- deux courbes algébriques d'ordres m et n se coupent en $m \times n$ points.

Pour $n = 3$ (qui reste valable pour les valeurs supérieures de n) le paradoxe est le suivant : comment expliquer que deux cubiques distinctes peuvent se couper en neuf points (3×3), sachant que ces neuf points $\frac{3(3+3)}{2}$ déterminent a priori une seule cubique⁴¹⁸ ? Euler dans sa lettre du 20 octobre, y répond en invoquant un argument de dépendance entre ces neuf points (Bradley et Stemkoski 2011), qu'il développera dans un mémoire donné à l'Académie de Berlin intitulé *Sur une contradiction apparente dans la doctrine des lignes courbes* (Euler [1748] 1750). Cette discussion se prolonge sur les lettres suivantes, et trouvera sa conclusion dans les lettres échangées à l'été 1746. Dans celle datée du 11 novembre 1744, Cramer expose

416. Ce paradoxe est aujourd'hui connu comme le « paradoxe d'Euler-Cramer », ou simplement « paradoxe de Cramer ».

417. Encore appelés « *rebroussements en bec* » comme il les désignera dans l'ouvrage publié. Les échanges entre Cramer, Euler et D'Alembert à propos de cette question des points de rebroussement forment une belle illustration d'« *une construction collective du savoir à travers la confrontation et les discussions au-delà des frontières régionales (et nationales)* » (Peiffer 1998, p. 153).

418. Ce point était déjà soulevé dans la *Geometria organica* de Maclaurin (1720, p. 137).

son théorème trouvé à l'occasion de ses recherches sur l'évanouissement des inconnues, et qui fera l'objet du premier appendice du traité publié, ce à quoi Euler répondra⁴¹⁹ :

« Je suis ravi que Vous ayez été satisfait de la solution de l'enigme sur la description des lignes courbes par des points donnés, que Vous me proposates dernièrement. Mais il me semble, que la même solution Vous avoit été connue bien longtems auparavant; les belles formules, que Vous avies trouvées pour cet effet n'ayant pu manquer de Vous y conduire d'abord. »

L'existence des points de rebroussement de la seconde espèce

La discussion sur les points de rebroussement de seconde espèce est également très intéressante⁴²⁰. Le marquis de L'Hôpital est le premier à évoquer cette sorte de points singuliers, qu'il baptise « *points de rebroussement de la seconde sorte* » (par référence aux points de rebroussement ordinaires, bien connus), dès 1696 dans son *Analyse des infiniment petits*, dans laquelle il annonce que ce genre de point apparaît dans la développée d'une courbe autour d'un point d'inflexion (L'Hospital 1696, p. 102). Maupertuis, dans son mémoire de 1729 sur les affections des lignes courbes, le définit comme l'union d'un point de rebroussement et d'un point d'inflexion (Maupertuis [1729] 1731, p 279-280). Néanmoins l'existence de ces points est fortement remise en cause par l'abbé De Gua de Malves dans ses *Usages de l'analyse de Descartes*, où il réfute fermement la possibilité qu'ils puissent se rencontrer dans les courbes géométriques :

« Je fais voir de même à la suite du Lemme second que deux parties d'une Branche de Courbe ne peuvent s'unir l'une à l'autre que par des Points de trois figures différentes, & la démonstration que je donne de cette verité me sert aussi à démontrer l'impossibilité du Point qu'on nomme communément Rebroussement de la seconde Espèce; Point qu'on avoit toujours cru possible depuis que M le Marquis de L'Hopital en avoit supposé l'existence, & donné la description. » (De Gua de Malves 1740, p xvi-xvii)

Ce point de vue semble être largement partagé au début des années 1740; en témoigne la recension faite par D'Alembert de l'ouvrage de l'abbé De Gua dans le *Journal des Sçavans*, en 1740, où il marque son accord avec l'auteur sur ce point :

« [L'abbé de Gua] prouve que ce ne peut être que par des points semblables de figure ou aux points ordinaires, ou aux inflexions ou aux rebroussements ordinaires; par conséquent les deux parties d'une même branche de courbe ne peuvent être unies, de façon que la convexité de l'une regarde la concavité de l'autre. Donc ce point singulier que M. le Marquis de L'Hôpital, a nommé rebroussement de la seconde espèce, & qu'il a fait naître du développement d'une courbe à inflexion, ne peut avoir lieu dans les courbes. » (D'Alembert 1740, p. 866-867)

419. Lettre de Leonhard Euler à Gabriel Cramer, Berlin, 15 décembre 1744.

420. À ce sujet, on pourra se référer à Bradley (2006) et Joffredo (2016).

Cette discussion est relancée par Euler qui, dans sa lettre à Cramer du 20 octobre 1744, reconnaît une erreur commise dans le manuscrit de son *Introductio* à propos de la réalité de l'existence de ces points de rebroussement de seconde espèce :

« Il s'y trouve même des recherches si épineuses, où il faut apporter toute l'attention possible pour ne s'y tromper pas, ce qui m'est arrivé en développant la nature du point de rebroussement de la seconde espèce. M^r le Marquis de l'Hospital avoit fait voir qu'il y avoit en effet des courbes douées d'un tel point, mais M^r Gua de Malves pretend, que les deux branches de la courbe, qui forment ce point, s'étendent tousjours de l'autre côté, de sorte que selon lui ce point n'est autre chose, qu'une intersection de deux branches, qui se croisent à un angle infiniment petit. Les raisons qu'il en apporte me sembloient asses fortes, et j'en ai encore trouvé d'autres, qui m'ont déterminé à croire, qu'il avoit raison, comme Vous aures sans doute remarqué en parcourant mon ouvrage. Mais depuis j'ai reconnu très clairement, que je m'étois trompé sur ce point, et qu'il y a effectivement des courbes, qui ont un tel point de rebroussement tout net, sans qu'on le puisse regarder comme une intersection infiniment proche de deux branches. »

Euler propose l'exemple suivant, équation d'une courbe du quatrième ordre :

$$y^4 - 2xy^2 + xx = x^3 + 4yxx$$

qui peut se représenter de la manière suivante (à l'aide d'un logiciel de géométrie moderne) :

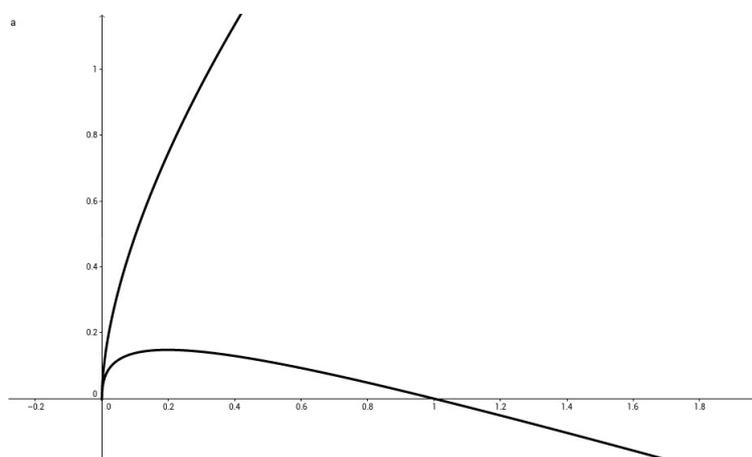


FIGURE 4.2 – La courbe d'Euler, qui présente un rebroussement de la seconde espèce à l'origine.

L'exhibition de cette courbe fait changer Cramer d'opinion sur le point de rebroussement de seconde espèce, malgré tout le soin qu'il a apporté à tenter de mettre en défaut l'exemple d'Euler; voici ce qu'il écrit à ce sujet dans sa réponse⁴²¹ du 11 novembre 1744 :

« Le point de rebroussement de la seconde espèce est un véritable Paradoxe. Il est bien vrai que les raisons de Mr de Gua ne m'avoient pas paru tout à fait de-

421. Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, 11 novembre 1744.

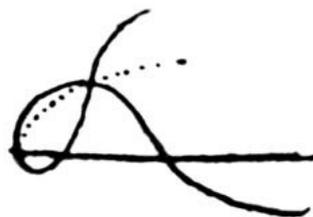
monstratives : c'est pourquoi je n'en avois rien dit, me contentant de passer cette espèce de point sous silence dans l'énumération des diverses sortes de points doubles. Mais je vous avouerai pourtant que, comme vous, j'étois fort prévenu contre l'existence de ces points-là, n'en aiant jamais trouvé avant celui que Vous m'indiquez. J'ai fait tout mon possible pour chicaner votre Courbe. Mais il n'y a point moien de resister à l'evidence. D'abord j'ai voulu croire qu'elle se terminoit en une sorte de petit sac fort allongé, en cette forme, et cela paroissoit devoir etre ainsi, parce que



cette Courbe semble n'être que la Parabole $y^4 = ax^3$, dont l'axe est contourné en Parabole ordinaire. Mais un moment après, j'ai vû qu'en contournant cet axe, on laisse les Ordonnées parallél[es] à leur première position, [et] que près de l'origine elles sont infiniment inclinées ou parallèles à la Parabole ordinaire, ce qui change le prétendu sac en bec d'oiseau. D'ailleurs il est clair par l'équation de la Courbe que ses deux branches ont pour tangente l'ordonnée primitive. Ensuite j'ai examiné, si ce point du sommet ne seroit pas un point de rebroussement ordinaire, dont une branche par une inflexion fort proche du sommet retourne sa concavité vers l'autre branche, comme cela arrive à des courbes que je connois, et dont le sommet à cette figure. Ce qui donnoit quelque apparence à ce soupçon, c'est qu'on peut concevoir ce point, comme formé par l'évanouissement d'une feuille⁴²². Car si au lieu de l'équation] $y = 4\sqrt{ax} \pm \sqrt{ax^3}$, on prend $y = 4\sqrt{ax} \pm \sqrt{ax(x-b)^2}$, la Courbe aura cette forme à peu près et b diminuant à l'infini, la feuille s'éva-



nouit. Or il est ordinaire qu'un foliolum evanescens produise un point de rebroussement de le prem[ière] espèce. Mais il a falu encore renoncer à cette conjecture.



[...] *En un mot, quelque Construction qu'on imagine, il est constant que la Courbe $y^4 - 2xy^2 - 4x^2y - x^3 + x^2 = 0$ a au sommet un point de rebroussement de la 2e espèce, desquels par conseq[uent] l'existence est mainten[ant] incontestable.* »

422. Lire « feuille » ; l'orthographe « fueille » était alors parfois utilisée.

Il est intéressant de souligner ici que la conviction de Cramer se forge d'abord autour d'arguments géométriques, comme en témoigne la présence de ces quelques figures dans le corps de sa lettre, tracées pour tenter de mettre en défaut l'exemple fourni par Euler. Le Genevois, de manière surprenante, ne fait pas usage d'arguments analytiques pour trancher la question, alors qu'il a tout à fait le loisir, à ce moment-là, d'utiliser des développements en série locaux pour confirmer l'existence d'un point de rebroussement de la seconde espèce à l'origine de cette courbe. On le verra plus confiant dans la capacité de l'analyse à traiter cette question des points singuliers dans les échanges qu'il aura avec D'Alembert en 1750 autour des points de serpentement (voir p. 293), comme je le détaille dans un article qui s'attache à démontrer une évolution de posture de Cramer au cours des années 1745-1750, qui bascule d'une approche géométrique (juger par la vision, le dessin) vers une approche algébrique (juger par le calcul) (Joffredo 2016).

L'échange se poursuit dans trois lettres échangées entre décembre 1744 et juillet 1745, dont je ne donne pas le détail ici⁴²³, mais qui achèvent de convaincre Cramer de l'existence de ce type de points singuliers. Laissons la conclusion de cet échange à Euler qui, pour conclure sa lettre⁴²⁴ à Cramer en date du 6 juillet 1745, écrit ces quelques mots :

« Le doute que Vous avez encore sur la courbe dont l'équation est $y = \sqrt{x} \pm \sqrt[4]{x^3}$ est fort bien fondé, et en considérant la chose selon la géométrie, l'axe de cette courbe devrait être en même tems un diamètre. Mais la géométrie n'est pas toujours d'accord avec l'analyse, et il y a aussi bien des cas où la géométrie donne par ses constructions des courbes defectueuses qu'abondantes. »

Nous avons, avec cette discussion sur les points de rebroussement de la seconde espèce avec Euler de 1744-1745, un jalon important dans la rédaction de l'*Analyse des courbes* de Cramer. En effet ce dernier décide, à l'occasion de cet échange, d'intégrer les points de rebroussement de seconde espèce à son traité des courbes, comme il le confirmera a posteriori dans une lettre à Euler, écrite quelques semaines après la publication de l'*Introduction* : *« J'en avois dès 4 ou 5 ans changé quelques endroits du dernier Chap[itre] sur les Rebroussemens, que j'appelle en Bec, au sujet des éclaircissemens que vous aviez eu la bonté de me donner, dans les Lettres que nous échangeions en ce tems-là »*⁴²⁵. Nous pourrions le constater dans les manuscrits et dans le livre publié, où il les définira de la manière suivante :

« Il y a aussi deux sortes de Rebroussement. L'un, qui est le Rebroussement proprement dit, est une demi-Osculation formée par deux Branches qui tournant leurs convexités l'une contre l'autre, se terminent au point de contact. L'autre, qui est un demi-Embrassement, est formé par deux branches qui tournent leurs conca-

423. On y apprend notamment qu'Euler demande à Cramer d'intercéder auprès de l'imprimeur Marc-Michel Bousquet à Lausanne pour qu'il insère une note corrective dans son ouvrage. Hélas, sur un malentendu, cette insertion se fera à un endroit inadéquat, ne faisant qu'ajouter de la confusion au texte d'Euler, ce dont il fut fort mécontent. Voir à ce sujet la correspondance entre D'Alembert et Euler en septembre-octobre 1747 éditée dans Passeron (2015, p. 161-180).

424. Lettre de Leonhard Euler à Gabriel Cramer, Berlin, 6 juillet 1745.

425. Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Genève, 25 septembre 1750.

vités d'un même côté & se terminent où elles se rencontrent. On peut le nommer Rebroussement en bec, ou simplement Bec.» (G. Cramer 1750b, p. 572)

Pour être complet, on peut ajouter ici que D'Alembert est également intervenu sur ce sujet des points de rebroussement de la seconde espèce dans un échange de lettres, parfois assez confuses, avec Euler et Cramer en 1747-1748, dans lequel il revendique même la priorité sur Euler quant à la découverte de l'existence de ces points – revenant ainsi sur ce qu'il avait écrit dans la recension des *Usages* de l'abbé De Gua. Le point de rebroussement de la seconde espèce fait en effet l'objet d'une courte mention dans son mémoire intitulé *Recherches sur le calcul intégral* (D'Alembert 1748b, p. 182-224). Euler a publié quelque temps plus tard un autre mémoire sur le sujet dans lequel il reprend l'exemple donné à Cramer en 1744 (Euler [1749] 1751); néanmoins Euler, qui a certainement la priorité comme en témoignent les lettres échangées avec Cramer fin 1744, la concède à D'Alembert dans un avertissement inséré dans l'Histoire de l'académie de Berlin⁴²⁶ (Euler [1750] 1752, p. 412). Dans l'article REBROUSSEMENT de l'Encyclopédie, D'Alembert vient définitivement établir après Cramer (et donc, dans une certaine mesure, Euler) l'existence de ce type de points dans les courbes algébriques, tout en réaffirmant la priorité de cette découverte :

« Rebroussement : s. m. (Géometrie.) est la même chose que ce que l'on appelle en latin flexus contrarius, flexion contraire. [...] Rebroussement de la seconde espèce est un point A (fig. 7. Analys.), où les deux branches PM, pm, du rebroussement ne sont pas convexes l'une vers l'autre comme dans le rebroussement ordinaire, mais placées de manière que la concavité de l'une regarde la convexité de l'autre. [...] Voyez à ce sujet les recherches sur le calcul intégral, imprimées dans le second volume en françois des mém. de l'acad. des Sciences de Prusse. Je suis le premier qui ait démontré invinciblement l'existence de ces points, que d'habiles géometres avoient attaquée, comme le savant M. Euler l'a reconnu dans les mém. de l'acad. de Berlin de 1750, pag. 112.» (D'Alembert 1751–1765, vol. XV p. 112a-112b)

Cramer est resté remarquablement neutre dans ces échanges entre les trois hommes sur ces points de rebroussement, alors qu'il aurait pu facilement venir au secours d'Euler en rappelant à D'Alembert les échanges qu'il a pu avoir avec le Bâlois en 1744; peut-être doit-on y voir la peur de froisser l'un de ses deux correspondants? Il est également remarquable de noter qu'à l'endroit de son ouvrage où il introduit ces points de rebroussement de la seconde espèce, Cramer ne citera aucun des deux savants, peut-être pour cette même raison.

426. Cet épisode a fait l'objet du mémoire de Master 2 de Jean-Fabien Sardin, *De l'existence du point de rebroussement de seconde espèce : l'inadvertance de l'abbé De Gua de Malves*, sous la direction d'Olivier Bruneau, Centre François Viète, Université de Nantes, 2011.

La publication : stratégies académiques (1748-1750)

Entre 1745 et 1747, après quelques années passées à faire lentement progresser son projet initial, et après avoir échangé à ce sujet avec quelques-uns de ses correspondants et proches collègues⁴²⁷, le Genevois met la dernière main à son manuscrit et commence à envisager une publication. Néanmoins le poids des affaires courantes, et son second séjour parisien, feront que Cramer ne touchera guère à son manuscrit après 1747, comme il l'explique⁴²⁹ à Leonhard Euler en 1750, au moment de lui envoyer son ouvrage fraîchement sorti des presses :

« La vie ambulante que j'ai menée depuis environ 3 ans, et surtout un voyage de plus d'une année à Paris, où j'ai vécu dans toute la dissipation qu'emporte le séjour dans une Capitale et la fréquentation du grand monde, ne m'a point permis de retoucher mon Ouvrage et de l'enrichir de plusieurs bonnes idées que la Lecture du vôtre m'auroit pû faire naître⁴³⁰. J'en ai certainement grand regret, mais le Public n'y perdra rien, si vous voulez continuer, Mr., à lui faire part de vos brillantes découvertes. Il a donc falu mettre sous la presse cet Ouvrage dans l'état où il se trouvoit. »

On ne trouve ainsi dans sa correspondance nulle mention de ce traité des courbes avant son retour de Paris en mai 1748. Si l'on en croit ce qu'il écrit⁴³¹ à Clairaut le 11 mai, il avait emporté avec lui son manuscrit afin de le présenter à Paris :

« J'aurois bien voulu vous voir pour vous demander vos bons avis sur le Plan de mon ouvrage des Courbes. Vous entendez ces matières mieux qu'aucun géomètre et vous êtes plus en état qu'aucun autre de me donner des conseils, et je les recevrai plus volontiers de vous, que de personne. Mais puisque je ne sais quelle fatalité ne m'a pas permis ce bonheur, je vais envoyer cet ouvrage à l'Imprimeur, tel qu'il est. »

On ne sait s'il a eu plus de succès avec ses autres relations parisiennes qu'avec Clairaut. Mais il ressort des diverses correspondances qu'il entretient avec elles après mai 1748 que la décision de publier son traité a été prise à Paris et qu'elle s'inscrit dans une stratégie qui sert l'ambition de Cramer de se faire élire à l'Académie royale des sciences. On se souvient que deux places d'associé étranger se sont libérées avec les décès successifs, en janvier 1748, de Jean Bernoulli et de Joseph Cervi, et que les soutiens de Cramer se sont rapidement organisés autour des salons de madame Geoffrin et de mademoiselle Ferrand. C'est afin d'appuyer cette candidature que Cramer décide de faire enfin imprimer son ouvrage, sur la suggestion de ses amis. Deux lettres viennent soutenir cette hypothèse; la première⁴³² prend place dans

427. Calandrini écrit en février 1745 à un des anciens étudiants de l'Académie, John Williamson, une lettre⁴²⁸ partiellement traduite et reproduite par (J. B. G. Galiffe 1877, p. 26-29) dans laquelle je relève ce passage : « Notre Cramer fait de meilleures choses. Il prépare un grand ouvrage sur les courbes en général, ou considérées relativement aux équations. J'en ai parcouru quelques parties. On y trouve bon nombre de propositions nouvelles, et les anciennes sont démontrées avec plus d'exactitude que ce n'est généralement le cas. ».

429. Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Genève, 25 septembre 1750.

430. L'*Introductio* d'Euler, dont Cramer a eu le manuscrit en main en 1744, est finalement paru en 1748.

431. Lettre de Gabriel Cramer à Alexis-Claude Clairaut, Genève, 11 mai 1748.

432. Lettre de Gabriel Cramer à Levesque de Champeaux, Genève, mars 1750.

un échange entre Cramer et Levesque de Champeaux, qui se tient au printemps 1750, alors que l'ouvrage est sous presse depuis déjà plusieurs mois :

« *Et puis, que sçai-je, si cet ouvrage ne contribuera point, plutôt à m'éloigner du but qu'à m'en aprocher. Il y a environ 550 pages d'imprimées, j'en compte encore environ 200 à imprimer. [...] Ainsi je ne puis point espérer que ce livre voie le jour avant la décision du procès*⁴³³. »

La seconde⁴³⁴ vient de madame Geoffrin qui, au moment même où l'élection de 1750 se joue, rappelle à son correspondant genevois la valeur d'un ouvrage publié pour les personnes qui prennent part aux décisions lors des élections académiques :

« *Lui [Dortous de Mairan] et vos amis (et vous en avés beaucoup) désir[e]roient que vous fissiez imprimer quelques choses; cela fait une autorité aupres des ministres à qui on ne peut pas parler assés long tems pour leur faire conoitre le mérite, et l'esprit des personnes que l'on leur recommande, un livre est plus tot montré.* »

La question des motivations est ici abordée sous un nouvel angle. Le projet d'ouvrage sur l'analyse des courbes est né de la nécessité de disposer d'un traité élémentaire sur le sujet, qui manque encore en 1740, selon Cramer. Il répondait également à la sollicitation d'un ami non identifié du Genevois, qui s'intéressait assez au sujet pour enjoindre Cramer à se lancer dans la rédaction d'un tel traité. Après de nombreuses années pendant lesquelles le manuscrit a subi des ajouts, des modifications et des corrections, ou dormi dans un tiroir de son cabinet, Cramer se décide à le montrer à Paris, pour le confronter au regard de ses homologues, et perçoit alors qu'il peut constituer un argument de poids en faveur de sa candidature au poste d'associé étranger de l'Académie royale des sciences, position fort convoitée. Cette fois, ce n'est plus la question des motivations de l'écriture du traité qui est posée, mais celle des motivations de sa publication : huit ans après avoir commencé sa rédaction, Cramer se laisse convaincre de mettre une forme définitive et de publier son traité, pour des raisons essentiellement liées à des questions de sociabilité savante assez éloignées de l'objectif scientifique initial.

Dès son retour de Paris, en mai 1748, Cramer entretient certains de ses correspondants de la réalisation de ce projet d'édition. Clairaut s'impatiente de voir enfin le traité des courbes sortir de l'imprimerie; en février 1749 d'abord⁴³⁵ :

« *Qu'est devenu le livre des Courbes. Vous m'avés dit une fois des raisons très recevables pour differer de commencer l'impression mais vous ne me dites point si on s'y est mis actuellement, si l'ouvrage est prest en entier. S'il sera fort étendu sur quoy rouleront les choses les plus neuves.* »

Puis un an plus tard⁴³⁶, en février 1750 :

433. C'est-à-dire la décision concernant l'élection à l'Académie.

434. Lettre de Marie-Thérèse Geoffrin à Gabriel Cramer, Paris, 26 juin 1750.

435. Lettre d'Alexis-Claude Clairaut à Gabriel Cramer, Paris, 10 février 1749, éditée par Speziali (1955, p. 223).

436. Lettre d'Alexis-Claude Clairaut à Gabriel Cramer, Paris, 2 février 1750, éditée par Courcelle (2013).

« Vous ne me parlés non plus de votre ouvrage sur les courbes que si je ne m'intéressois pas a tout ce qui vous regarde et en particulier à cette matiere que j'ai beaucoup étudiée autrefois. J'en sais cependant des nouvelles par M^r de Champeaux avec qui j'ai eu le plaisir de m'entretenir beaucoup de vous, et de M^r Calendrini sans oublier même M^r Abozi [Abauzit] que je ne connoissais pas encore de nom. »

De même, D'Alembert s'enquiert régulièrement de l'avancement de l'impression auprès de Cramer : « Je seray bien charmé de voir votre *Theorie des courbes* », écrit-il⁴³⁷ le 25 décembre 1748, en signalant au passage son intérêt pour la question des points de rebroussement de la seconde espèce, annonçant à tort qu'Euler les a réfutés devant l'Académie de Berlin. L'échange se poursuit en mars⁴³⁸, D'Alembert revenant sur cette erreur :

« Je me suis apparemment mal expliqué sur les points de Rebroussement de la 2^{de} espèce. M. Euler dans son *Introduction* les avoit d'abord réfutés d'après les memes principes que l'abbé de Gua; il est ensuite convenu de leur existence⁴³⁹ apres avoir lu mon memoire⁴⁴⁰, & s'est haté d'envoyer à l'imprimeur une espee de retractation en laissant pourtant subsister tout ce qu'il avoit dit, et il resulte de tout cela une contradiction manifeste pag. 180 & 181 de son second volume. Depuis, M. de Maupertuis m'a mandé qu'il avoit lu à l'Academie un memoire jusqu'a present manuscrit⁴⁴¹, ou il refute l'abbé De Gua. [...] Je suis bien faché que votre ouvrage sur les courbes aille si lentement, je seray charmé de le lire, et cette importante matiere avoit besoin d'etre traitée par un homme comme vous. »

L'impression de l'ouvrage est confiée à la maison d'édition Frères Cramer et Claude Philibert : elle a débuté probablement dès la fin de l'année 1748, au vu des indices laissés dans la correspondance. Un mot sur les imprimeurs : Gabriel et Philibert Cramer sont des cousins de l'auteur⁴⁴².

L'imprimerie et la librairie sont des affaires que la famille Cramer connaît bien, depuis les premiers pas dans le métier de Jean-Antoine Cramer en 1681 comme associé de Léonard Chouet. La maison d'édition qui imprime l'*Introduction*, connue sous la raison sociale Frères Cramer et Claude Philibert, existe elle-même depuis très peu de temps. Elle est issue,

437. Lettre de D'Alembert à Gabriel Cramer, Paris, 25 décembre 1748 (Passeron 2015, p. 189-194).

438. Lettre de D'Alembert à Gabriel Cramer, Paris, 4 mars 1749 (p. 199-206).

439. Euler a publié un mémoire sur la question de ces points de rebroussement de la seconde espèce dans l'Histoire de l'académie de Berlin pour 1749 (Euler [1749] 1751).

440. Le point de rebroussement de la seconde espèce fait en effet l'objet d'une courte mention dans le mémoire intitulé *Recherches sur le calcul intégral* (D'Alembert 1748b, p. 186), antérieur à celui d'Euler cité au-dessus. Néanmoins il se trompe lorsqu'il avance que c'est suite à la lecture de ce mémoire qu'Euler a changé d'avis : ce dernier a demandé des corrections à son imprimeur, par l'intermédiaire de Cramer, dès 1744. De manière étonnante, Cramer ne précise pas ce point à D'Alembert, laissant ce dernier ouvrir une dispute avec Euler qui se fendra finalement – et fort civilement – d'un avertissement inséré dans l'Histoire de l'académie de Berlin en 1750, dans lequel il lui concédera la priorité (Euler [1750] 1752).

441. Maupertuis a cité dès 1729 les points de rebroussement de la seconde espèce dans un mémoire intitulé *Sur quelques affections des courbes* dans l'Histoire de l'Académie royale des sciences (Maupertuis [1729] 1731).

442. Pour être plus précis, ce sont des cousins issus de germain : leurs grand-pères paternels – Jean-Antoine (1655-1725) et Gabriel (1641-1724) – sont frères, et fils de Jean Isaac Cramer, qui fut le premier à accéder à la Bourgeoisie en 1668 (J. A. Galiffe 1836, p. 147-154).

en 1748, du renouvellement de la société Héritiers Cramer et frères Philibert qui a officié durant les années 1738-1748, dans laquelle les deux frères Cramer (encore mineurs en 1738) ont fait leur apprentissage du métier de libraire auprès des frères Antoine et Claude Philibert, ce dernier gardant des parts dans la société après le départ de son frère en 1748. La société Héritiers Cramer et frères Philibert est-elle même issue de la maison Cramer et Perachon, fondée en 1713 par Jean-Antoine Cramer, le grand-père de Gabriel et Philibert, (Kleinschmidt 1948, p. 91-95). Cette proximité de notre mathématicien et philosophe avec le monde de la librairie et de l'imprimerie a naturellement facilité et favorisé son activité d'éditeur auprès de Marc-Michel Bousquet⁴⁴³ pour les *Opera omnia* de Jean I Bernoulli (1742) et le commerce épistolaire avec Leibniz (1745) ou encore, bien entendu, des Héritiers Cramer et frères Philibert pour les *Opera* de Jacques Bernoulli (1744). Ces collaborations antérieures, ainsi que les liens familiaux, font que Gabriel Cramer se tourne naturellement vers ses cousins pour leur confier l'impression de son traité des courbes.

L'impression ne se déroule pas comme prévu, et les retards pris sont tels que Cramer ne cherche pas à cacher son impatience à ses correspondants. Tout d'abord à D'Alembert, lorsque ce dernier répond à une lettre de Cramer aujourd'hui perdue, datant du début de l'année 1749, compatissant avec le Genevois et lui assurant qu'il est « *bien faché que [son] ouvrage sur les courbes aille si lentement* ». Près d'un an plus tard, en février 1750, c'est véritablement exaspéré par ce retard, alors même que la parution du traité serait un atout dans sa candidature à l'Académie des sciences de Paris, qu'il écrit à Dortous de Mairan⁴⁴⁴ :

« *Mon Traitté des Courbes devoit être imprimé, il y a longtems, mais la lenteur de l'imprimeur est désespérante. Il ne s'imprime gueres qu'une feuille en 5 jours, et le livre en aura encore 80. J'éprouve ce que disoit Mr Godeau, que le Paradis d'un Auteur, c'est la composition de son Ouvrage, que son Purgatoire est la Revision, & l'Enfer l'impression. Je compte pourtant de sortir de cet Enfer dans quelques mois.* »

C'est ensuite auprès de Levesque de Champeaux qu'il exprime sa résignation, tout empreinte de stoïcisme, dans une lettre datée entre mars 1750, déjà citée. On y lit ainsi quelques détails intéressants sur la dernière phase de l'impression :

« *C'est peut être un malheur que mon Imprimeur ait travaillé si lentement : mais il n'y a point de ma faute. Vous avez été témoin du chagrin que ses longueurs me causoient, & je serois peu philosophe si je m'affligeois à l'excès d'un malheur qui n'a point dépendu de moi. [...] Il y a environ 550 pages d'imprimées, j'en compte encore environ 200 à imprimer. Les figures sont toutes gravées au nombre de 33 Pl[anches] : mais on ne peut encore tirer les dernières parce qu'il faut marquer au haut de chaque Planche à quelle page du livre elle doit être insérée, ce qui*

443. On sait que Bousquet, qui fut imprimeur-libraire à Genève dès 1724 avant de s'installer à Lausanne en 1736, avait été en discussions avec Guillaume-Philibert Cramer – fils de Jean-Antoine, gérant de Cramer et Pérachon entre la mort de son père en 1725 et son propre décès en 1738 – pour s'associer dans une société commune en 1736, sans suite donnée (Kleinschmidt 1948).

444. Lettre de Gabriel Cramer à Dortous de Mairan, Genève, février 1750.

ne se peut connoître que par l'impression. Ainsi je ne puis point espérer que ce livre voie le jour avant la décision du Procès. »

Au cours de cette phase d'impression intervient un acteur inattendu : Georges-Louis Le Sage, alors installé comme maître de mathématiques et de physique à Genève. Il semble que ce dernier ait été sollicité par Cramer et/ou par les imprimeurs-libraires pour corriger les épreuves du traité des courbes. C'est lui-même qui l'écrit au dos d'une de ses cartes à jouer (un roi de pique), datée de 1750, rangée dans une enveloppe intitulée *Dates de mes relations & conversations avec Mr Cramer sur d'autres objets que la Gravité*⁴⁴⁵ :

« Je corrigeai les 2ndes épreuves de l'Introd. à l'Anal. des Lignes courbes algébriques. Ce qui me valut de la part des libraires, un accroissement notable à ma bibliothèque. »

Il donne même, sur une autre carte à jouer (une dame de pique, cette fois) placée dans l'enveloppe *Notices sur les Eloges historiques de Mr Cramer et petit supplément à ces éloges*, des détails pratiques sur la manière qu'a eue Cramer de travailler avec ses imprimeurs :

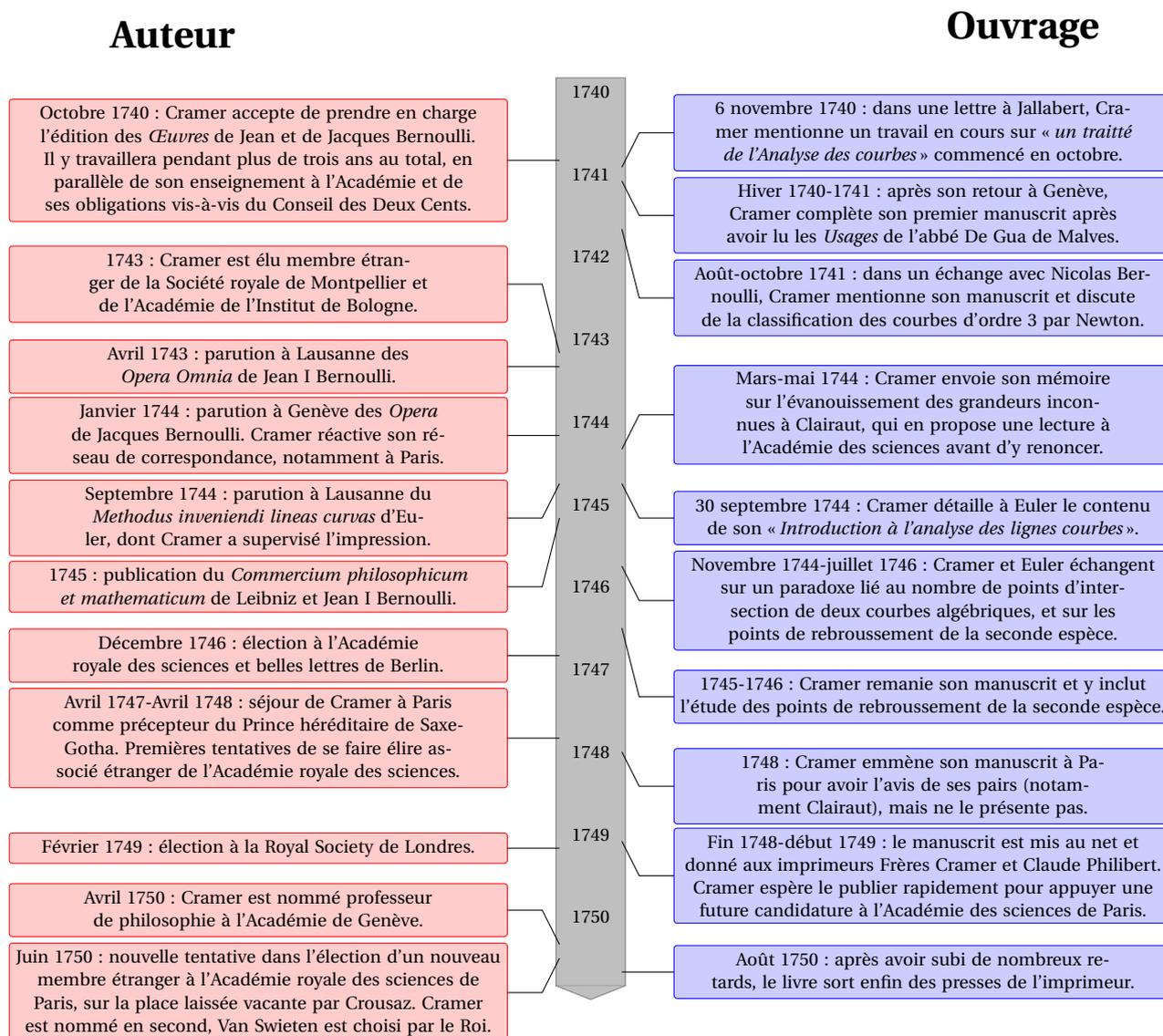
« En mettant au net pour l'Impression, une copie de son Introduction & c. ; Mr Cramer mit en usage un Moyen bien commode, pour remplacer les Soulignemens qui auroient surchargé les calculs : savoir ; d'écrire avec de l'encre rouge tout ce qui devoit être imprimé en caractères italiques. Mais il me rapporta : Que les Imprimeurs, loin de lui en savoir bon gré, en avoient beaucoup murmuré ; parce que cela les sortoit de leur Routine habituelle. »

Les premiers exemplaires de l'ouvrage, dans une belle édition in-quarto, sortent finalement des presses des imprimeurs au tout début du mois d'août 1750⁴⁴⁶ : trop tard pour peser sur l'opinion des juges qui ont finalement décidé, au mois de juin, d'élire Van Swieten à la place d'associé étranger convoitée par Cramer. Pour conclure ce chapitre, voici une chronologie comparative mettant en regard les différentes indications recueillies sur les étapes du processus de rédaction du traité avec les principaux événements de la vie de Cramer (p. 146).

445. Papiers Georges-Louis Le Sage père et fils. Polémique avec Gabriel Cramer au sujet de la découverte du mécanisme de la gravité, Bibliothèque de Genève Ms Fr 2017.

446. Date donnée par Cramer lui-même dans une lettre adressée à Levesque de Champeaux datée du 7 septembre 1750, dont un brouillon est conservé à la Bibliothèque de Genève sous la cote Ms. Fr. 657b, f. 75.

FIGURE 4.3 – Chronologie comparative de l'écriture du traité des courbes et des principaux événements de la vie de Cramer (1740-1750).



Chapitre 5

Le manuscrit autographe des papiers

Jallabert

La première partie de cette étude génétique est maintenant close : en mobilisant entre autres la correspondance de Cramer, je suis parvenu à reconstituer les différentes étapes de la rédaction du traité, élucider les dynamiques d'écriture et mettre en évidence quelques-unes des motivations de l'auteur. Examinons maintenant la pièce maîtresse de ce dossier, qui est un manuscrit de l'*Introduction* retrouvé dans les papiers de Jean Jallabert à la Bibliothèque de Genève.

Description du manuscrit : un document hétérogène

Les seuls manuscrits de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* qui soient parvenus jusqu'à nous sont conservés à la Bibliothèque de Genève dans un volume relié in-folio, sous la cote Ms. Jallabert 48. Les papiers d'Étienne et de Jean Jallabert incluent de nombreux manuscrits scientifiques (dont des papiers de Firmin Abauzit et de Nicolas Fatio de Duillier), qui sont pour beaucoup des copies de cours de l'Académie (comme ceux de Jean-Robert Chouet, Antoine Léger, Jean-Antoine Gautier par exemple). C'est d'ailleurs comme la copie manuscrite d'un cours qu'est actuellement présenté le volume Ms. Jallabert 48 dans le catalogue de la Bibliothèque (consulté le 4 août 2016) : d'ailleurs une mention manuscrite récente, sur la première page, présente le document comme « *Cours de Gabriel Cramer* ». Plus bas sur cette première page, une note manuscrite plus ancienne annonce « *Mémoires de divers sujets de mathématiques* ». Il ne s'agit ni de la copie manuscrite d'un cours professé par le Genevois, ni d'une collection de divers mémoires de mathématiques, mais bien d'une collection de manuscrits autographes de l'*Introduction* de Gabriel Cramer, que je vais m'attacher à détailler et analyser au long de ce chapitre.

Le manuscrit Ms. Jallabert 48 se présente sous la forme d'un volume relié in-folio, non daté, contenant 254 feuillets manuscrits. Les folios sont doublement numérotés : à une foliotation manuscrite sans doute autographe, le plus souvent faite à l'encre noire, parfois au crayon, s'est adjointe une foliotation mécanique, plus récente. Le volume est relié as-

sez serré, ce qui fait que quelques éléments du texte peuvent être partiellement masqués sur certaines pages. Enfin, les bordures extérieures des pages sont parfois irrégulières et abîmées, mais le texte est parfaitement lisible tout au long. L'écriture sur tous les feuillets de ce volume est la même, et est sans conteste celle de Gabriel Cramer : nul besoin d'une comparaison approfondie avec les lettres, minutes et brouillons de Cramer à notre disposition pour conclure que ces manuscrits sont autographes. Une reproduction de la première page manuscrite est présentée p. 149.

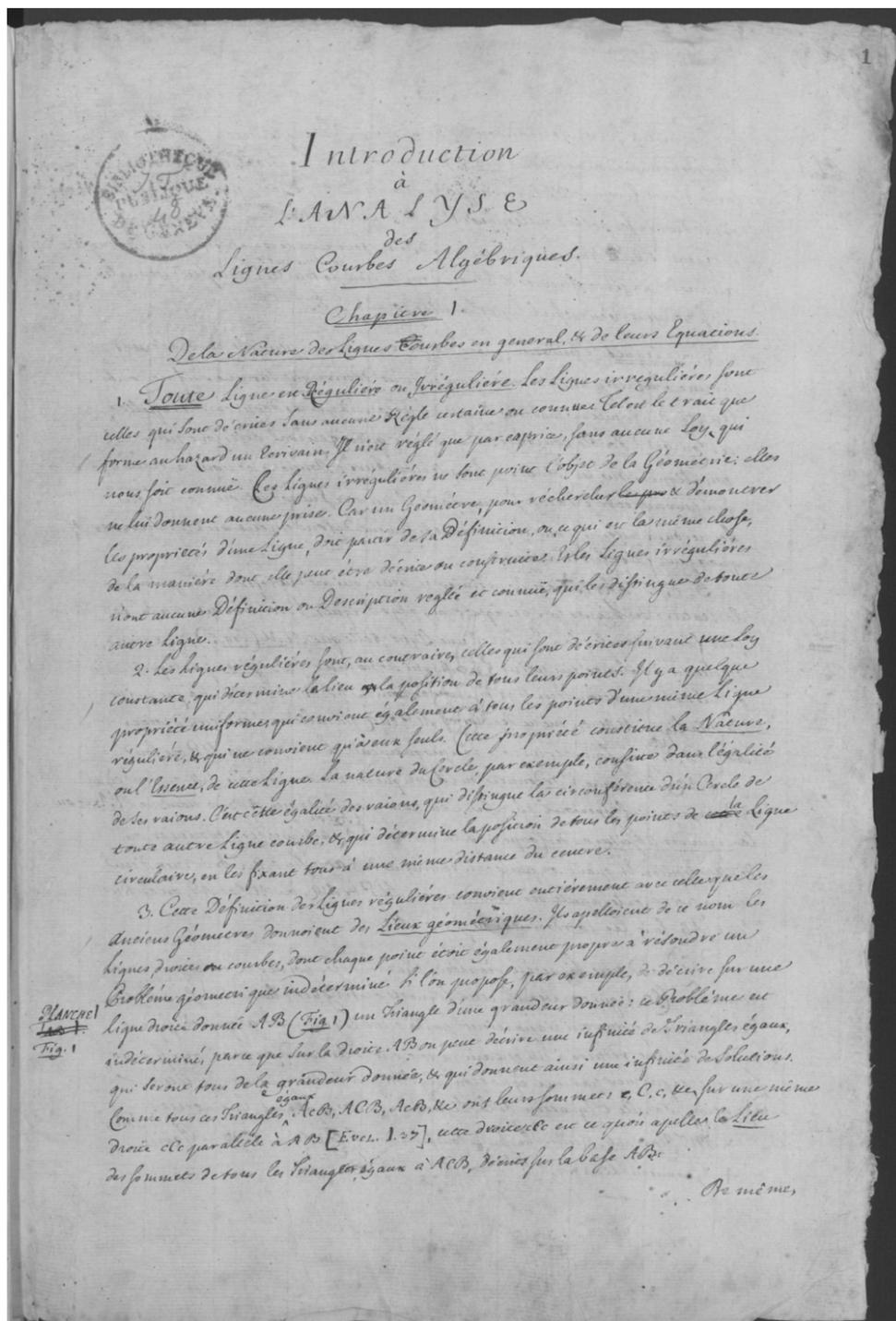
Le volume est divisé en deux parties principales : les 227 premiers feuillets forment le traité des courbes ; les 27 derniers forment un recueil de notes, de calculs, de croquis, de brouillons partiels ou intermédiaires, et enfin de versions alternatives de certaines pages manuscrites déjà présentes dans la première partie, qui présentent également pour certains une foliotation manuscrite.

La première partie du volume est divisée en seize chapitres, suivis d'un appendice et de cinq planches de figures, dont les intitulés sont les suivants (en respectant au mieux la graphie originale, sans les corrections et les ratures) :

- *Chapitre I. De la Nature des Lignes Courbes en general, & de leurs Equations* (f. 1-11) ⁴⁴⁷.
- *CHAPITRE II. Des transformations que subit l'équation d'une courbe lorsqu'on la rapporte à d'autres coordonnées* (f. 14-18).
- *CHAPITRE III. Des différens ordres des lignes algébriques* (f. 19-29).
- *Chapitre IV. Digression sur l'évanouissement des quantités indéterminées* (f. 30-34).
- *CHAPITRE V. Quelques Remarques sur la construction géométrique des Egalités* (f. 35-44).
- *CHAPITRE VI. Valeur du produit de toutes les Ordonnées d'une même abscisse* (f. 45-50).
- *CHAPITRE VII. Des Diamètres, Contre-Diamètres, & Centres des Lignes Courbes* (f. 51-56).
- *CHAPITRE VIII. Détermination des plus grands termes d'une équation indéterminée. Principes de la Méthode des Séries ou Suites infinies* (f. 57-76).
- *CHAPITRE IX. Des branches infinies des courbes, & premièrement de leur nombre & de leur position* (f. 77-81).
- *CHAPITRE X. 2^o Des différentes espèces de branches infinies. Branches Hyperboliques & Paraboliques* (f. 82-86).
- *CHAPITRE XI. III^o Détermination plus précise du nombre, de l'espèce & de la position des branches infinies d'une courbe* (f. 87-121).
- *Chapitre XII. Divisions generales des lignes des second, troisième & quatrième Ordre* (f. 122-133).

447. On trouve un folio non mécaniquement numéroté entre les f. 3 et 4, un autre entre les f. 8 et 9. Les folios 12 et 13 qui suivent ce chapitre n'en font manifestement pas partie. Pour toute référence aux contenus du manuscrit, j'utiliserai la foliotation imprimée.

FIGURE 5.1 – Première page du manuscrit de l'*Introduction*, Bibliothèque de Genève Ms. Jallabert 48



- *CHAPITRE XIII. Des Points Singuliers, & de leurs deux genres, les Points multiples & les Points d'inflexion et de serpentement* (f. 134-152).
- *CHAP XIV. De la Methode des Tangentes, des Points d'inflexion, Des plus grandes & des plus petites ordonnées, & c* (f. 153-178).
- *Chapitre XV. De la courbure des lignes courbes en leurs différents points* (f. 179-188).
- *Chapitre XIV. Des différentes espèces de points multiples dont sont susceptibles les Courbes des six premiers Ordres* (f. 189-213).
- *Appendix N° I* (folio 214).
- *Planches* : planche I (f. 215), planche IV (f. 216), planche non numérotée (partielle, f. 217), planche VI (f. 218), planche VIII (f. 219).

La seconde partie du recueil se décompose de cette manière :

- Un feuillet de brouillons, présentant au recto la fin d'un article et le début d'un autre, numéroté 242, et au verso un début d'article numéroté 229, avec des brouillons de calculs algébriques (f. 220).
- Une page portant des instructions de corrections et d'améliorations à apporter au chapitre VIII (f. 221 recto), suivie d'un folio vierge (f. 222).
- Un petit feuillet de brouillon portant recto-verso portant deux articles sur les tangentes (f. 223).
- Deux feuillets de brouillon contenant des passages sur la courbure (f. 224-225).
- Trois feuillets de brouillons de calculs algébriques (f. 226-228).
- Un feuillet présentant au verso des croquis géométriques et architecturaux (façade du Temple Saint-Pierre?), ainsi que deux lignes de calcul infinitésimal (f. 229).
- Deux feuillets de texte sur l'évanouissement des grandeurs inconnues, manuellement foliotés **55** et **56** (f. 230-231).
- Quatre feuillets de texte sur des transformations d'équations et des calculs de séries menés à l'aide du triangle analytique (f. 232-235).
- Deux feuillets de texte sur les branches infinies manuellement foliotés **78** et **79** (f. 236-237).
- Sept feuillets de texte sur le calcul des asymptotes, manuellement foliotés **108** à **113** avec une répétition du numéro **113** (f. 238-244).
- Deux feuillets de texte sur les cubiques et leurs asymptotes, manuellement foliotés **120** et **121** (f. 245-246).

Avant d'entrer dans le détail de l'étude du manuscrit, afin d'en examiner les contenus et de proposer une datation, quelques observations complémentaires peuvent être faites, nécessaires pour bien comprendre comment ce recueil a été constitué. Pour cela je vais m'appuyer sur un examen et une analyse fine des éléments de repérage présents dans le manuscrit à plusieurs niveaux : foliotation manuscrite, numérotation des chapitres et numérotation des articles, utilisation des réclames, autant d'indices essentiels à la bonne intelligence de la composition du document.

Une première remarque faite suite à l'examen du manuscrit est que la foliotation manuscrite diffère assez régulièrement de la foliotation mécanique imprimée. Cette foliotation manuscrite, dans l'arrangement des feuillets adopté au moment de la reliure, n'est pas continue : les feuillets des chapitres VIII, XI et XII en sont exempts, par exemple, mais c'est le cas en plusieurs autres endroits du document.

En plus de ces observations sur la numérotation manuelle des feuillets, j'ai également examiné les irrégularités dans la numérotation des articles, qui est régulièrement corrigée dans ce recueil par des suppressions ou des ajouts de numéros, mais surtout par ratures de substitution ou en écrivant par-dessus le numéro original, comme on peut en voir un exemple sur la figure 5.2 p. 153, où les numéros des articles 77 et 78 sont corrigés en 36 et 37. Le rétablissement des numéros initiaux de articles (avant corrections) m'aidera donc également à reconstituer la structure originale du manuscrit.

J'observerai également les discontinuités dans l'usage des *réclames*, ces mots situés en fin de page ou de feuillet correspondant au premier mot de la page suivante : si l'usage de ces réclames est systématique dans certains chapitres du recueil, elle est totalement ignorée dans les autres. Ces trois éléments (foliotation manuscrite, numérotation des articles, usage des réclames) seront les caractéristiques sur lesquelles je fonderai mon analyse, qui mettra en évidence que des manuscrits d'origines différentes ont été assemblés pour former le présent recueil. L'examen de ces irrégularités dans les éléments de repérage du manuscrit permettra ainsi d'en identifier les parties « originales » d'une part, et les parties ajoutées, supprimées ou réécrites d'autre part.

J'ajoute pour terminer une dernière observation sur la numérotation des chapitres. Il est important de remarquer que, par exemple, l'intitulé du second chapitre présente une rature de suppression : originellement écrit « CHAPITRE III », le premier « I » a été biffé pour que l'intitulé devienne « CHAPITRE II ». Ce décalage dans les numéros de chapitres, visible au travers des corrections manuscrites dans les intitulés de ces chapitres, persiste jusqu'au chapitre VI : par exemple, on trouve derrière le « V » de « CHAPITRE V » un « I » biffé, montrant qu'à l'origine ce chapitre était le sixième, et le « I » du chapitre VI est en fait la réunion de deux « I » dont l'interstice a été encré, montrant que ce chapitre était initialement le septième (voir figure 5.3 p. 154).

Le tableau 5.1 ci-dessous documente et récapitule l'ensemble des éléments de numérotation des feuillets, des chapitres et des articles du manuscrit :

TABLE 5.1 – Tableau récapitulatif de la structure du manuscrit.

Folio		Foliotation manuscrite ⁴⁴⁸	Articles : n ^{os} initiaux (<i>n^{os} corrigés</i>) ⁴⁴⁹	Réclames
1	Ch. I	[1] 2-13	1-30	Oui
12		34-35	68-69	Oui
14	Ch. III (<i>II</i>) ⁴⁵⁰	36 [1] 38 [2]	70-74 , 35 (<i>30-35</i>)	Oui

448. Les nombres entre crochets signalent des folios sans numérotation manuscrite.

449. En gras, les numéros de articles qui ont subi une correction (remplacement, suppression).

450. Le numéro du chapitre a été corrigé à la main, comme les quatre chapitres suivants. J'écrirai entre parenthèses et en italique les numéros corrigés.

19	Ch. IV (III)	40-50	77-100 (36-55)	Oui
30	Ch. V (IV)	51-53 [2] 54	101-111 (56) ⁴⁵¹	Oui
35	Ch. VI (V)	57-61 [1] 62-63 [1] 64	117-130 , 71 (57-71)	Oui
45	Ch. VII (VI)	65-70	131-151 (72-74) ⁴⁵²	Oui
51	Ch. VII	71-72 ⁴⁵³ [1] 73-75	75-78, 157-164 (75-82)	Oui
57	Ch. VIII	[20]	83-114	Non
77	Ch. IX	[1] 78-80 [1]	115-118, 171-172 (115-118)	2 ^e part.
82	Ch. X	81-85	173-190 (119-133) ⁴⁵⁴	Oui
87	Ch. XI	[35]	134-154	Non
122	Ch. XII	[12]	155-159	Non
134	Ch. XIII	127-132 [1] 133-144	276-319 (159-170) ⁴⁵⁵	Oui
153	Ch. XIV	145-162 [6]	320-378 , 190-195 (171-195)	1 ^{re} part.
179	Ch. XV	170-175 [4]	397-410 , 205-206, 418-419 (196-207)	1 ^{re} part.
189	Ch. XIV	[24]	208-215	Non
214	Appendix	[1]		
215	Planches	[5]		
220	Notes, brouillons	[10]		
230		55-56	112-116 ⁴⁵⁶	Oui
232		[4]	109-112	Oui
236		78-79	171-172	Oui
238		108-113 bis	229-243	Oui
245		120-121	260-263	Oui

Ces premières observations montrent que nous avons affaire à un document hétérogène et composite. Dans la première partie du recueil, censée former un tout cohérent, on distingue des fractures, des irrégularités, des indices de suppression, d'ajout ou de substitution de contenus pour réécriture, que je vais mettre en évidence. Ce recueil ne représente donc probablement pas l'état d'avancement du manuscrit à un moment donné, mais est une reconstitution *a posteriori* à partir de papiers d'origines diverses, soit par l'auteur lui-même au fur et à mesure des évolutions qu'il apporte à un manuscrit initial (dont les contours restent encore flous), soit plus tardivement par la personne qui a choisi et compilé ces papiers avant de les faire relier.

Suppressions, réécritures et ajouts

L'exploitation de ces données descriptives révèle les évolutions de diverses natures subies par le manuscrit initial. Les endroits du manuscrit auxquels la foliotation manuscrite est absente indique des réécritures ou des adjonctions, généralement confirmées par l'examen de la numérotation des articles autour de ces endroits, que je vais tâcher de systéma-

451. La presque totalité des numéros de articles a été transformée en items d'une liste numérotée.

452. La presque totalité des numéros de articles a été transformée en items d'une liste numérotée.

453. La foliotation manuscrite des f. 51 et 52 n'est pas autographe.

454. Plusieurs numéros de articles ont été transformés en items d'une liste numérotée.

455. Plusieurs numéros de articles ont été transformés en items d'une liste numérotée, ou supprimés.

456. Les numéros de articles ont été transformés en items d'une liste numérotée, allant de 12 à 17.

FIGURE 5.2 – Sur la première page du chapitre III : corrections des numéros des articles 77 et 78 en 36 et 37 (f. 19).

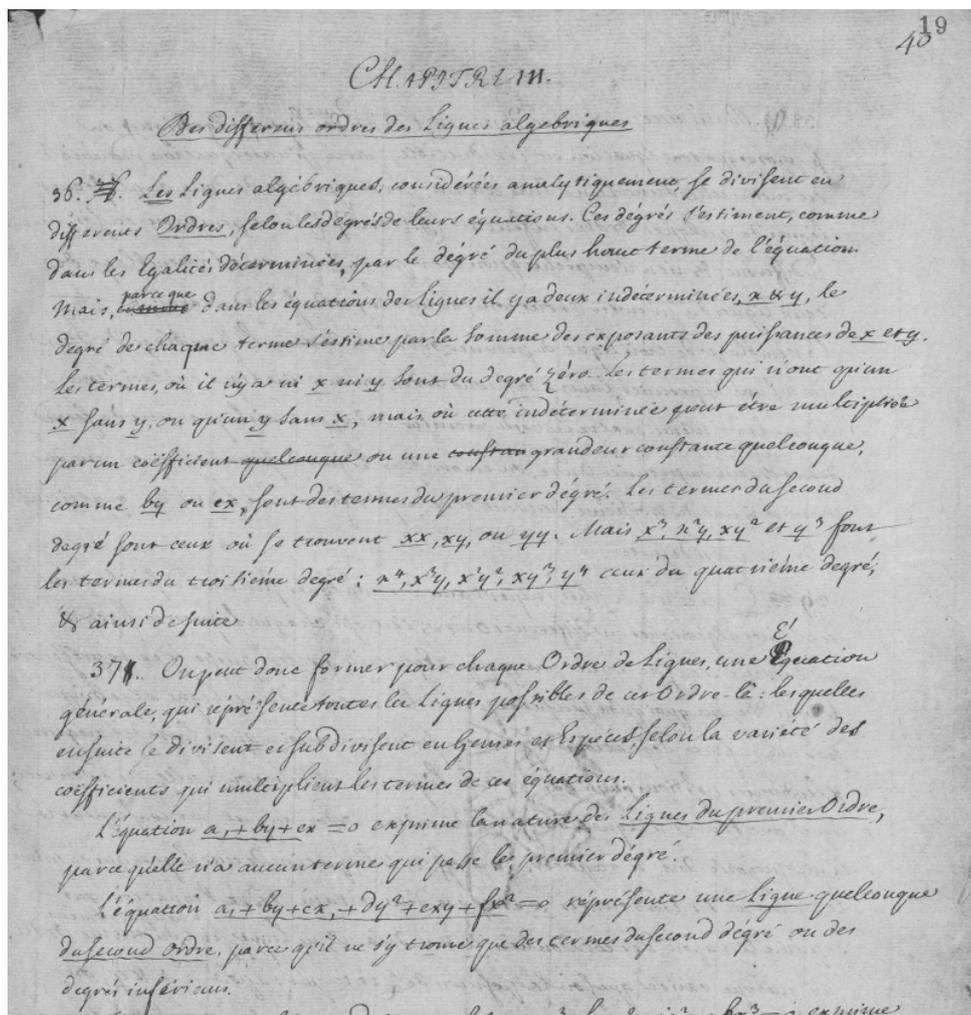
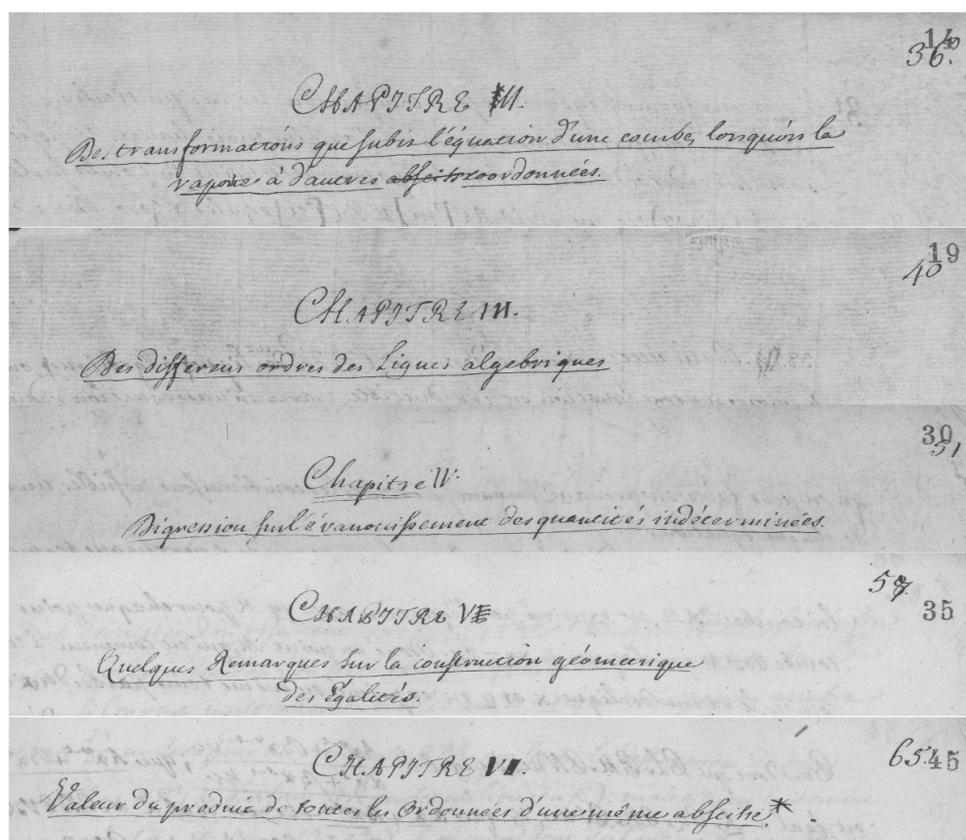


FIGURE 5.3 – En-têtes des chapitres II à IV dans le manuscrit de l'*Introduction*, Bibliothèque de Genève Ms. Jallabert 48.



tiquement décrire par la suite. À l'inverse, les feuillets manuellement numérotés, et pour lesquels la numérotation des articles a été corrigée (à partir du chapitre II), sont très probablement issus d'une version initiale du manuscrit, que je vais m'attacher à reconstituer. Il ne restera alors qu'à examiner les contenus de ce manuscrit, à la lumière de cette analyse, afin d'essayer d'en dater les différentes composantes et d'en tirer quelques enseignements supplémentaires sur les dynamiques d'écriture de l'auteur au cours de la période de rédaction du traité.

Contenus supprimés ou manquants

La première divergence significative dans la foliotation manuscrite se situe dès la fin du chapitre I : deux feuillets « orphelins » (f. 12-13), intercalés entre la fin du chapitre I et le début du chapitre II, sont manuellement numérotés **34** et **35**, alors que le dernier feuillet du chapitre I est numéroté **13** (f. 11)⁴⁵⁷. Si l'on suit la foliotation manuscrite, il manquerait donc à cet endroit les vingt feuillets chiffrés **14** à **33**. Cela est cohérent avec la numérotation des articles : le dernier article du chapitre I est numéroté 30, les deux articles écrits sur les deux feuillets orphelins sont numérotés 68 et 69, et le chapitre II s'ouvre sur un article 70, assez

457. Lorsque cela sera nécessaire, afin de lever toute ambiguïté lors des appels à ces deux foliotations concurrentes, j'écrirai en gras les numéros issus de la foliotation manuscrite, alors que la numérotation imprimée restera écrite avec un caractère maigre. Ainsi « feuillet **36** (f. 14) » signifie que le feuillet considéré est folioté manuellement 36, et mécaniquement 14.

grossièrement corrigé à la main pour en faire un 30. Ajoutons à cela que la fin du feuillet **35** (f. 13) (« *Mais ce transport de l'origine transforme l'équation de la courbe, comme on le verra plus au long dans le chapitre suivant* ») est tout à fait cohérente avec le début du chapitre II, qui commence juste après, au feuillet **36** (f. 14), et qui est intitulé *Des transformations que subit l'équation d'une courbe lorsqu'on la raporte à d'autres coordonnées*. Tous ces éléments conduisent à formuler l'hypothèse raisonnable que, dans ce document, la plus grande partie d'un chapitre manque, composée des vingt feuillets dont la numérotation manuscrite se situe entre **14** et **33**) et dont seuls subsistent les deux derniers feuillets, chiffrés **34** et **35** (f. 12-13). Il faut remarquer que les corrections manuelles apportées aux numéros de chapitres II à VI, originellement numérotés de III à VII, viennent naturellement confirmer l'existence de ce chapitre manquant et sa suppression du recueil. Ces corrections – si elles ont bien été réalisées par l'auteur lui-même, ce qui est une hypothèse raisonnable – laissent accroire que cette réorganisation du manuscrit par Cramer, suivant l'exclusion du second chapitre, n'a pas nécessité de réécrire ces cinq chapitres mais seulement de reprendre leur numérotation. Par contre elle induit également la mise en place d'une nouvelle numérotation des articles, dont les traces sont visibles sur une grande partie du reste du manuscrit, au travers de corrections ou de surcharges des numéros initiaux.

De quoi traiterait ce chapitre manquant ? Au vu des contenus de ces deux folios orphelins, on devine que ce chapitre était consacré à un exposé de la méthode des séries se basant sur l'utilisation du parallélogramme analytique de Newton. Ainsi commence l'article 68 (f. 12) :

« *Il ne sera pas utile de retracer, en peu de mots, toutes les Règles que prescrit cette Méthode des Séries.* »

« *1. Une équation indéterminée étant proposée, dans laquelle y représente la variable inconnue, dont on cherche la valeur par une Série des puissances de x, variable connue; on substituera, dans cette équation, Ax^h & ses puissances au lieu de y et ses puissances; ce qui transformera l'équation en une autre, qui n'aura plus de variables que x.* »

« *2. On placera sur le Parallélogramme les exposants de x, en marquant d'une étoile les Cases qui renferment ces exposants : ou plutôt, on fera un Parallélogramme avec des points bien rangez, & on changera en étoiles ceux de ces points qui représentent les exposants de l'équation transformée.* »

« *3. Si l'on veut une Série ascendante, on cherchera avec une Règle sur le Parallélogramme les Déterminatrices inferieures; Et on cherchera les Déterminatrices superieures, si on veut une Série descendante.* »

Ce passage est important, car il montre que Cramer, à cet endroit de son texte, termine d'expliquer la méthode des séries en usant du *parallélogramme analytique*, et non du *triangle analytique* emprunté à De Gua, qui n'est introduit que dans le chapitre III du manuscrit. D'ailleurs on trouve, dans ce chapitre III, juste au moment où Cramer mentionne à nouveau le parallélogramme analytique de Newton (f. 20), un renvoi vers un article numéroté 40 qui faisait partie de ce second chapitre expurgé.

La question qui se pose est de savoir pourquoi ce chapitre a été expurgé du volume, à l'exception de ces deux feuillets. Probablement est-ce la trace d'une réorganisation du traité par Cramer, à la suite de la lecture de De Gua, et d'une volonté de reprendre son manuscrit pour mieux y intégrer le triangle analytique, et présenter la méthode des séries, dans le cours du chapitre VIII, intitulé *Détermination des plus grands termes d'une équation indéterminée. Principes de la Méthode des Séries ou Suites infinies*, où il trouve sa place plus naturellement, juste avant l'étude des branches infinies. On peut aussi retourner la question, et se demander pourquoi ces deux feuillets ont été conservés à la reliure : est-ce par erreur, ou à dessein ? Peut-être que le compilateur du manuscrit a jugé important ou intéressant de conserver ces deux feuillets récapitulatifs de la méthode des séries comme témoins de la manière dont elle était alors opérée, au détriment de la cohérence de sa compilation.

Une seconde discontinuité de la foliotation manuelle se situe juste après le feuillet qui semble fermer le chapitre IV intitulé *Digression sur l'évanouissement des quantités indéterminées*. Le verso de ce feuillet, chiffré manuellement 54 (f. 34), se termine par un article 112 complètement raturé, et le chapitre V commence dès le feuillet suivant, qui porte le numéro manuscrit 57 (f. 35). Si l'on suit cette numérotation manuelle, il manque donc deux feuillets au manuscrit, numérotés 55 et 56. Cette fois, nul besoin d'aller chercher très loin ces deux feuillets manquants, qui se trouvent dans la seconde partie du recueil (f. 230-231). Ils continuent de manière parfaite la fin du chapitre IV, en présentant les articles numérotés 112 à 116, corrigés en items 12 à 16 de la liste commencée en début de chapitre (f. 30), et le verso du feuillet 231 se conclut par les mots « *Ce qu'il falloit prouver* », achevant ainsi la démonstration présentée dans ce chapitre. Nous avons donc là deux feuillets qui, au moment de la reliure, n'ont pas été correctement intégrés dans l'agencement des manuscrits composant la première partie du recueil, plus probablement par erreur que volontairement, cette fois.

Réécritures partielles ou totales

La discontinuité suivante dans la foliotation manuscrite est bien plus discrète et subtile, et révèle un autre type de modification du manuscrit original : les feuillets 51 et 52, qui ouvrent le chapitre VII sur les diamètres et centres des courbes algébriques, présentent bien une numérotation manuelle (71 et 72), mais qui à l'examen se révèle indubitablement non autographe. Le folio 53, lui, ne présente pas de foliotation manuelle. L'analyse de la numérotation des articles du chapitre permet de confirmer cette discontinuité : les numéros des articles 75 à 78, lisibles sur les deux premiers feuillets, n'ont pas été corrigés, alors que les articles suivants, initialement numérotés de 157 à 164, ont été retouchés pour assurer la continuité avec les quatre premiers en les renumérotant de 79 à 82. De plus l'utilisation systématique des réclames en bas de chaque page dans la seconde partie du chapitre, et son absence sur les trois premières pages, viennent confirmer que nous avons ici réunis les indices d'une réécriture du début du chapitre VII.

Ce n'est pas le seul endroit où l'on peut observer des indices d'une réécriture partielle de chapitres du traité. Les mêmes symptômes (courte interruption de la numérotation ma-

nuscrite, ajustement de la numérotation des articles, absence de réclames) se manifestent également à plusieurs occasions dans la suite du manuscrit. Ainsi, au début du chapitre IX sur les branches infinies, le folio 77 ne porte pas de numérotation manuscrite, et les numéros des articles présents sur ce feuillet sont alignés, sans corrections, avec la nouvelle numérotation. Dès le feuillet suivant, la numérotation manuelle des feuillets reprend, et l'on constate des ajustements sur la numérotation des articles. De plus, l'écriture sur le feuillet 77 semble un peu plus dense que celle sur le feuillet suivant, écrite avec une encre légèrement plus foncée, et le haut de la marge du recto du feuillet 78 a été utilisé pour écrire deux lignes de texte supplémentaires qui ne rentraient pas dans le feuillet précédent. Là encore je ne retrouve pas ailleurs dans le recueil ce folio initialement numéroté **77**, et en suis réduit aux conjectures quand aux raisons de sa réécriture. Il est probable que, comme dans le cas précédent, il s'agisse de peaufiner l'ouverture de ce chapitre sur les branches infinies en corrigeant ou en précisant des définitions, des calculs ou des arguments utilisant le triangle analytique. De manière tout à fait intéressante, il semble que les deux feuillets suivants (f. 78-79, manuellement foliotés **78-79** également) aient aussi subi une réécriture : en effet se trouvent à la fin du recueil deux feuillets (f. 236 et 237) portant également les numéros manuscrits **78** et **79**, et traitant exactement des mêmes contenus (les exemples étudiés dans ces pages sont identiques, entre autres) avec quelques différences, présentant la numérotation initiale des articles, sans correction (articles 171-172) ; cette partie du chapitre IX est donc également une réécriture, dont les feuillets originaux sont conservés en fin de recueil. Le reste du chapitre (qui se réduit au f. 80), tout comme le chapitre X qui suit, donnent toutes les apparences d'appartenir au manuscrit original : la numérotation manuscrite des feuillets est continue, et l'on voit que les numéros des articles ont été, là encore, simplement corrigés ou surchargés pour assurer la cohérence de la nouvelle numérotation.

Le chapitre XI, troisième et dernier chapitre portant sur ce sujet des branches infinies et des asymptotes, montre toutes les caractéristiques d'un chapitre cette fois complètement réécrit. La foliotation manuscrite a disparu, les numéros des articles n'ont pas subi de correction (contrairement au chapitre X qui précède) et l'usage des réclames, s'il n'est pas continu, est tout de même respecté. De plus, on trouve dans la seconde partie du recueil sept feuillets (f. 238-244), manuellement numérotés **108-113bis**⁴⁵⁸, qui forment un fragment du chapitre XI tel qu'il était écrit dans le manuscrit initial. La comparaison de ces sept feuillets conservés en fin de recueil avec le texte du chapitre XI (f. 106 et suivants) permet d'ailleurs de constater que la réécriture de ce passage, sinon du chapitre, est assez profonde et radicale.

Suivant immédiatement les trois chapitres sur les branches infinies et les asymptotes, on trouve un chapitre XII consacré à une classification des courbes algébriques des quatre premiers ordres qui, tout comme le chapitre XI, présente également les caractéristiques d'un chapitre réécrit. Les deux derniers feuillets situés en seconde partie du recueil (f. 245-246), dont la foliotation manuscrite est **119-120**, sont un fragment du manuscrit original de ce

458. Il y a là deux feuillets qui se suivent et qui portent le numéro 113 : il s'agit sans doute d'une erreur de numérotation, car le **113bis**, si l'on suit la numérotation des articles, devrait probablement être numéroté **115**, au moins un feuillet intermédiaire étant manquant.

chapitre, réécrit dans les feuillets 124 à 126. Là encore, on peut constater des différences significatives dans les deux versions de ce passage sur la classification des cubiques.

Il est également possible de mettre en évidence des réécritures partielles de la fin du chapitre XIV sur les tangentes et les points d'inflexion (f. 173-178) et du chapitre XV sur la courbure (f. 185-187). Dans les deux cas les derniers feuillets du chapitre ne sont pas numérotés manuellement, les numéros des articles non corrigés, et les réclames en sont totalement absentes, alors que les autres sont visiblement des feuillets conservés de la version initiale. Les articles réécrits (ou plus vraisemblablement ajoutés) à la fin du chapitre XIV s'attachent à retrouver les résultats précédents sur les minima et maxima, ainsi que sur les points d'inflexion, en utilisant la méthode des séries : « 190. On peut résoudre tous ces mêmes Problèmes, tant directs qu'inverses, par la Méthode des Séries » (f. 171v). Quant aux articles qui ont été réécrits ou ajoutés à la fin du chapitre XV, ils précisent comment déterminer la courbure d'une courbe en un point en considérant les paraboles osculatrices. Dans ces deux cas, la réécriture de la fin du chapitre répond à un souhait de préciser ou de compléter des points abordés dans les premières pages, soit par une réécriture et une substitution des feuillets initiaux soit par un ajout de nouveaux contenus.

Déplacements et ajouts tardifs

Je vais maintenant traiter le cas des chapitres VIII (f. 57-76) et XVI (f. 189-213). Le premier des deux traite de l'utilisation du triangle analytique pour la détermination des plus grands termes de l'équation algébrique d'une courbe et le calcul des séries. Nous avons vu que c'était l'objet du chapitre II, présent dans la version originale du manuscrit, expurgé par l'auteur après avoir choisi de remplacer le parallélogramme analytique par sa variante triangulaire. À ce titre, le chapitre VIII est une réécriture de ce chapitre expurgé : d'ailleurs le nombre de feuillets du chapitre original, estimé à vingt-deux unités grâce aux lacunes de la foliotation manuscrite (**14-33**, plus les deux feuillets **34** et **35** conservés), correspond à peu près au nombre de feuillets du chapitre VIII. Mais cette réécriture s'est accompagnée d'un déplacement, du début de l'ouvrage (juste après les généralités du chapitre I) vers le milieu, où il est plus utile d'exposer ces principes juste avant d'aborder les branches infinies et les asymptotes (déplacement dont est témoin la correction manuelle des numéros des chapitres II à VI, la première page du chapitre VII ayant été réécrite le numéro de ce chapitre ne présente pas de telle correction).

Dans le cadre d'une étude de ce chapitre VIII, deux documents conservés dans la seconde partie du recueil sont intéressants à examiner. Prenons tout d'abord le cas des feuillets 232-235 qui sont probablement issus d'un brouillon ou d'une première version du chapitre : les articles 108 à 111 qui y sont développés correspondent en grande partie aux articles 109 à 111 présents dans la première partie du recueil (f. 67-70), qui se trouvent ainsi assez fortement reformulés (présentation des calculs, explications méthodologiques). Ces trois feuillets ne présentent pas de foliotation manuelle, et les numéros des articles qu'ils contiennent n'ont pas été corrigés : a priori ils ne sont donc pas à inclure dans le manuscrit dit original. Dans le

cadre d'une étude de chapitre VIII, il est également très intéressant de lire la note manuscrite du feuillet 221 : elle comporte quelques pistes ou instructions de corrections, écrites par Cramer pour son propre usage, dans laquelle on peut lire des choses comme « *Supprimer le 114* », « *90 avant 91* », « *Supprimer la 1^{re} partie du 91 & la joindre à 100* » ou encore « *Corriger le 89 ainsi* ».

Le cas du tout dernier chapitre (numéroté XIV sur le manuscrit, alors qu'il vient après le chapitre XV), consacré aux différentes sortes de points multiples que l'on peut rencontrer dans les courbes algébriques, est problématique. S'il présente les critères pour être un chapitre réécrit ou ajouté (pas de foliotation manuscrite apparente, numéros d'articles non corrigés, pas de réclames), il possède d'autres caractéristiques intéressantes. Tout d'abord, le numéro du chapitre pose question : est-ce une erreur de la part de Cramer, qui aurait dû en faire le seizième, ou a-t-il été numéroté XIV à dessein ? Il ne serait pas difficile d'imaginer que ce chapitre a été déplacé dans le manuscrit et qu'il aurait dû venir après le chapitre XIII, sur les points singuliers (points multiples et points d'inflexion), car leurs sujets sont très proches ; mais matériellement, l'analyse du manuscrit laisse peu de place à ce scénario, car la liaison entre les chapitres XIII et XIV, que ce soit au niveau de la foliotation manuscrite ou de la numérotation des articles, ne souffre d'aucune irrégularité. De plus, un coup d'œil au livre publié montre que c'est bien dans cet ordre-là que les chapitres seront présentés au final. Enfin les renvois internes contenus dans ce chapitre pointent bien vers les numéros d'articles corrigés dans les chapitres précédents : par exemple, f. 189r, on trouve un renvoi vers l'exemple IV de l'article 168 sur la conchoïde, contenu dans le chapitre XIII ; ou encore, un peu plus loin, un renvoi vers des exemples associés aux articles 171 et 175 qui sont contenus dans le chapitre XIV. Il est donc difficile d'interpréter ce numéro erroné autrement que par une erreur de l'auteur, qui a écrit XIV au lieu de XVI, à moins d'imaginer une fragile hypothèse selon laquelle ce chapitre a été rédigé plus tardivement que tous les autres, à un moment où les trois chapitres IX, X et XI seront fusionnés pour n'en faire plus qu'un (comme cela sera le cas dans le livre publié), et que celui-ci aurait été adjoint au recueil sans que le numéro du chapitre soit corrigé. À l'appui de ce scénario, remarquons que c'est dans ce chapitre qu'est abordée la notion de *point de rebroussement de la seconde espèce*, ou *rebroussement en bec* ; or nous savons que la partie concernant ce type de point singulier n'a été rédigée qu'après l'été 1745, voire en 1746, lorsque la correspondance avec Euler à ce sujet s'est achevée. Quoi qu'il en soit, nous pouvons considérer qu'il s'agit d'un ajout au manuscrit initial, Cramer ayant pu considérer que les rebroussements en bec méritaient un développement particulier dans un chapitre final dédié à une énumération des différents types de points multiples.

Pour terminer, la présence de l'appendice n° I à la suite du dernier chapitre (f. 214) est sans doute le résultat d'un autre ajout tardif de la part de celui qui a composé le recueil. Tout d'abord, le contenu même de cet appendice (concernant la méthode de résolution simultanée d'équations algébriques du premier degré à plusieurs inconnues, qui restera plus tard connue comme la « règle de Cramer » utilisant les déterminants) est déjà présent dans le

manuscrit, en note de bas de page, dans le chapitre III (f. 21-22). De plus cet appendice possède une particularité : tous les symboles mathématiques, plus le mot « *derangement* », sont écrits à l'encre rouge. Or, cette écriture à l'encre rouge était le code utilisé par Cramer sur le manuscrit mis au net pour signaler à ses imprimeurs les passages à imprimer en italique, d'après le témoignage de Le Sage (voir *supra*, p. 145). Ce feuillet serait donc issu de la mise au net du manuscrit pour les imprimeurs, et ajouté aux manuscrits antérieurs au moment de la reliure. Il est également à noter que, parmi les quelques planches de figures ajoutées en fin de volume, beaucoup ne sont pas en cohérence avec les renvois situés dans le corps du manuscrit. Par exemple, dans le chapitre III (f. 46), les situations décrites sur les équations de droites renvoient à des figures qui ne correspondent pas à celles présentées sur la planche IV (f. 216), les numéros des figures présentent un décalage qui se propage dans toutes les autres planches. On peut donc également supposer que les planches incluses dans ce recueil sont des ajouts tardifs, dont les figures ne sont pas numérotées en cohérence avec le texte.

Les conclusions de l'analyse de ce recueil de manuscrits sont réunies dans le schéma de synthèse présenté page 161.

Bilan de l'analyse du manuscrit

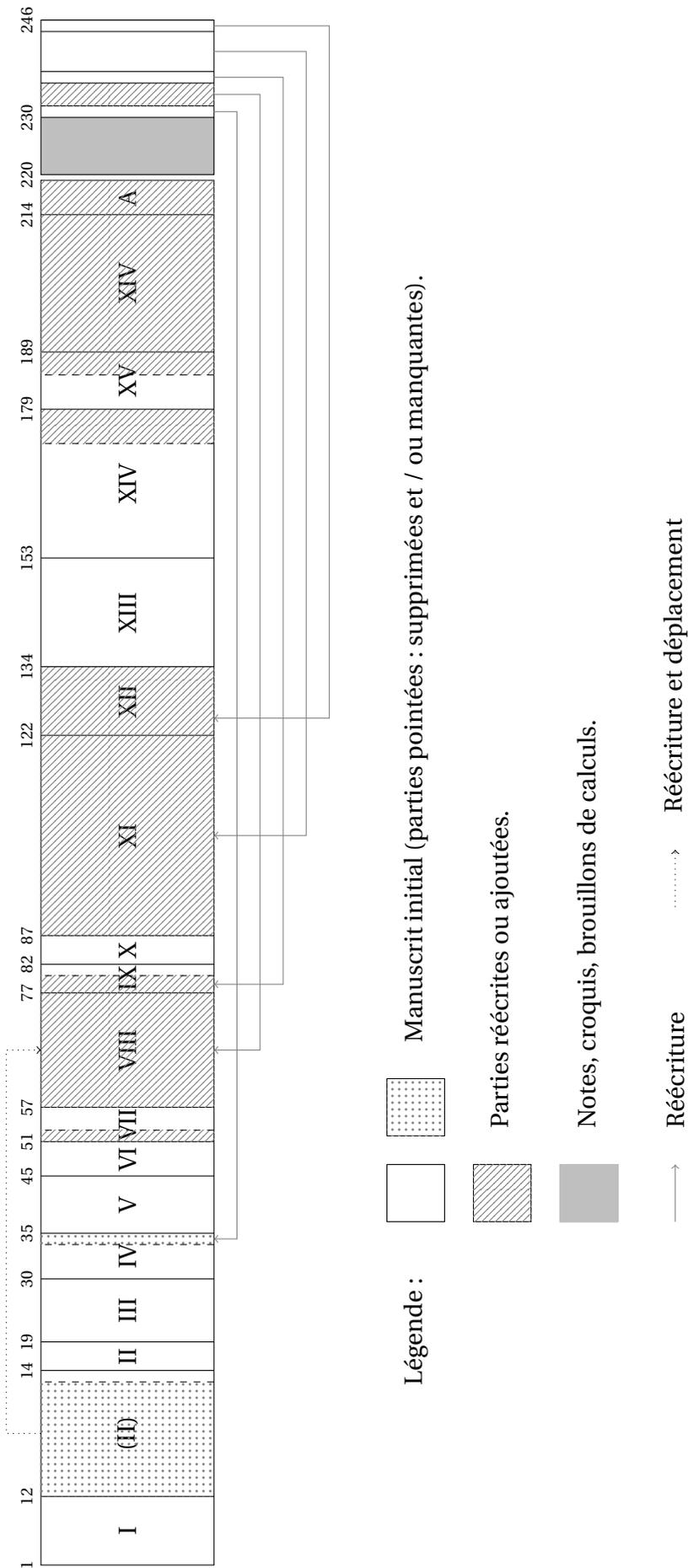
L'analyse du document révèle donc un manuscrit initial, identifié par plusieurs caractéristiques (foliotation manuscrite, numérotation des articles, usage systématique des réclames), qui est organisé comme suit :

- *Ch I. Nature des courbes et de leurs Equations.*
- *Ch II. Méthode des séries, utilisation du parallélogramme analytique*
- *Ch III. Transposition des coordonnées.*
- *Ch IV. Ordres des courbes algébriques.*
- *Ch V. Évanouissement des quantités indéterminées.*
- *Ch VI. Construction géométrique des égalités.*
- *Ch VII. Valeur du produit de toutes les ordonnées d'une même abscisse.*
- *Ch VIII. Diamètres, contre-diamètres et centres des courbes.*
- *Ch IX. Branches infinies des courbes (nombre et position).*
- *Ch X. Branches infinies (espèces).*
- *Ch XI. Branches infinies (précisions, exemples).*
- *Ch XII. Division générale des lignes des 2^e, 3^e et 4^e Ordre.*
- *Ch XIII. Points singuliers (points multiples et points d'inflexion).*
- *Ch XIV. Tangentes, points d'inflexion, maxima.*
- *Ch XV. Courbure.*

Cette analyse montre que ce manuscrit original a subi quelques évolutions (suppressions, réécritures, adjonctions) qu'il est possible de résumer comme suit :

- suppression, réécriture et déplacement du chapitre II sur la méthode des séries ;
- réécriture totale ou partielle des chapitres VII, VIII, IX, XI, XII, XIV et XV ;

FIGURE 5.4 – Récapitulatif : structure et évolutions du manuscrit.



- ajout tardif d'un dernier chapitre sur les points multiples, adjonction au recueil de l'appendice et des planches de figures.

Je vais maintenant tâcher de dater les différentes parties de ce recueil en m'appuyant sur leurs contenus.

Datation et dynamiques d'écriture

Le manuscrit n'est pas proprement daté, mais le contenu lui-même donne des indices qui nous permettent d'avancer quelques hypothèses raisonnables sur la datation de ses différentes composantes.

Exploitation des références bibliographiques

Le chapitre II, expurgé du manuscrit, est particulièrement intéressant à cet égard. Les deux feuillets qui subsistent, qui ferment ce chapitre, présentent un récapitulatif des règles de mise en œuvre de la méthode des séries, à l'aide du parallélogramme analytique de Newton. Il a donc été rédigé soit avant que Cramer ne prenne connaissance des *Usages* de l'abbé De Gua de Malves, soit après qu'il ait lu cet ouvrage mais sans avoir encore effectivement substitué le triangle au parallélogramme analytique dans cette partie de son manuscrit. Il est donc possible que ces deux feuillets (et le chapitre II dans son ensemble) aient été rédigés de manière très précoce, dès la première version de 1741, et qu'ils aient été conservés dans le recueil pour mémoire.

Néanmoins des éléments de contenu extraits des chapitres voisins viennent remettre en question la première datation de ce fragment, ou tout du moins empêchent de l'élargir au reste du manuscrit original. J'ai notamment recensé les références bibliographiques données par l'auteur dans les notes de bas de page du manuscrit, que j'étudierai de manière plus systématique dans l'étude des sources qui fera l'objet du prochain chapitre. Ces références bibliographiques, très souvent présentes dans les sept premiers chapitres, sont pratiquement absentes à partir du chapitre VIII. De nombreux textes relativement anciens sont cités : du côté des auteurs britanniques, citons les *Enumeratio linearum tertii ordinis* et *Arithmetica universalis* de Newton (1704, 1707), le *Lineæ tertii ordinis Neutonianæ* de Stirling (1717) ou la *Geometria organica* de Maclaurin (1720). Du côté des auteurs français, après des références isolées à la *Géométrie* de Descartes (1637) ou aux *Recherches sur les courbes à double courbure* de Clairaut (1731), on voit quelques citations du *Traité des sections coniques* du marquis de L'Hospital (1707), ainsi que plusieurs renvois à différents articles de l'*Histoire* ou des *Mémoires de l'Académie royale des sciences* de Paris pour les années 1708, 1709, 1712, 1729, 1730 et 1732. Mais l'ouvrage le plus cité du manuscrit est sans conteste les *Usages de l'analyse de Descartes* de l'abbé De Gua de Malves (1740), qui apparaît à huit reprises, dans les chapitres I, II, III, VI et VII. Ceci ne fait que nous confirmer que la partie « originale » du manuscrit n'a pas pu être écrite avant fin 1740-début 1741, date à laquelle Cramer a pris

connaissance de l'ouvrage, au retour de son séjour à la campagne de l'automne 1740 à Mont-sur-Rolle.

Mais la citation la plus importante dans ce contexte est celle des *Opera* de Jacques Bernoulli (1744) qui intervient à trois reprises au chapitre V sur la construction des égalités, avec mention explicite des pages des deux volumes vers lesquelles Cramer renvoie son lecteur. Je n'ai aucune raison de penser que ces références bibliographiques soient postérieures à l'écriture du manuscrit original, des ajouts tardifs au texte qui seraient intervenus après la publication de l'ouvrage au début de 1744. Cramer, en tant qu'éditeur scientifique de ces *Opera*, avait bien entendu accès aux contenus de l'ouvrage avant sa publication, mais il semble difficile de croire qu'il ait pu connaître les pages précises des extraits qu'il souhaitait citer avant la sortie des presses des premiers exemplaires, ou en tous cas avant la constitution de la table des matières dont il a dû se charger quelques semaines avant la publication, tout au plus. Si nous acceptons l'hypothèse que ces renvois bibliographiques vers les *Opera* de Jacques Bernoulli, insérés dans le chapitre V, ont été écrits de manière contemporaine de ce chapitre V, et donc de toute la partie du recueil précédemment identifiée comme le « manuscrit original », alors nous devons admettre l'année 1744 comme borne inférieure pour une date de rédaction de cette partie du recueil.

Comparaison avec le plan donné à Euler en septembre 1744

Un autre élément plaide pour que cette partie du manuscrit ait été écrite postérieurement à 1744 : il s'agit de la comparaison du plan mis à jour par l'analyse de ce manuscrit dit « original » extrait de Ms Jallabert 48 (p. 160), avec le plan donné par Cramer à Euler dans sa lettre de septembre 1744 (voir page 133). Mettons en regard ces deux plans l'un de l'autre dans le tableau 5.2.

TABLE 5.2 – Comparaison des plans du traité des courbes.

Lettre à Euler sept. 1744	Manuscrit original Ms. Jallabert 48
Nature des courbes algébriques et de leurs équations	Nature des courbes et de leurs Equations
	Méthode des séries, utilisation du parallélogramme analytique
	Transposition des coordonnées
Ordre d'une courbe algébrique	Ordres des courbes algébriques
Nombre de points d'intersection d'une droite et d'une courbe, de deux courbes	Évanouissement des quantités indéterminées
Construction des équations	Construction géométrique des égalités
	Valeur du produit de toutes les ordonnées d'une même abscisse
	Diamètres, contre-diamètres et centres des lignes courbes

Branches infinies (nombre, position, nature)	Branches infinies des courbes (nombre et position)
	Branches infinies (espèces)
	Branches infinies (précisions, exemples)
Points singuliers (multiples, inflexions)	
Recherche des tangentes, des paraboles osculatrices, des maxima, des développées	
Division générale des courbes des 2 ^e , 3 ^e , 4 ^e ordres	Division générale des lignes des 2 ^e , 3 ^e et 4 ^e Ordre
	Points singuliers (points multiples et points d'inflexion)
	Tangentes, points d'inflexion, maxima
	Courbure
Propriétés générales : diamètres, contre-diamètres, centres	
Démonstrations analytiques des propriétés des coniques et de quelques courbes d'ordres supérieurs	

Malgré certaines similitudes, cette comparaison fait apparaître de nombreuses et importantes différences entre les deux structures. On constate, pour commencer, que dans la lettre de septembre 1744, il n'est pas fait mention d'un chapitre spécifiquement consacré à l'exposé de la méthode des séries et de l'utilisation du parallélogramme (ou du triangle) analytique, que ce soit juste au début du traité, ou juste avant les chapitres sur les branches infinies. Cela peut éventuellement s'expliquer par une omission de Cramer dans son exposé à Euler, qui pourrait préférer mettre en valeur les aspects les plus structurants de son étude des courbes sans s'appesantir sur des questions méthodologiques qu'il considère peut-être comme allant de soi. Néanmoins, j'avais déjà souligné que le passage disant « *J'entre dans un grand détail, suivant la Methode de Mr de Gua, sur la manière de déterminer le nombre, la position et la nature de ces branches infinies et de ces points singuliers* » sous-entend clairement que ces aspects méthodologiques sont bel et bien abordés à un endroit ou un autre du manuscrit de 1741, même si celui-ci n'est pas explicité dans la lettre à Euler. De la même manière, dans la lettre à Euler, Cramer ne mentionne pas de chapitre dédié aux opérations algébriques de changement d'origine ou de changement des axes, mais suggère tout de même l'existence d'une partie dans laquelle cette question est traitée, en écrivant : « *[J]e viens ensuite à la transposition des coordonnées, et je fais voir que cette transposition ne fait point passer une Courbe d'un ordre dans l'autre; j'indique plus[ieurs] methodes pour operer commodément ces transformations si nécessaires* ». Il reste que, dans ces deux cas, la manière dont Cramer présente l'organisation de son traité à Euler peut laisser penser que ces deux parties méthodologiques étaient directement incluses dans les chapitres qui les nécessitaient

(le chapitre sur l'ordre des courbes algébriques pour les transpositions de coordonnées, le chapitre sur les branches infinies pour le triangle analytique et la méthode des séries) et ne faisaient pas l'objet de chapitres dédiés, ce qui constituerait une différence entre le manuscrit de 1741 et celui-ci; mais cette hypothèse est naturellement très discutable, et la simple analyse de la lettre à Euler ne saurait donner des certitudes sur ce point.

Les différences les plus sensibles sont ailleurs, notamment dans l'ordre dans lequel sont abordées les différentes notions du traité. Par exemple, la position du chapitre sur les centres et diamètres des courbes, dans ce qu'il est donné à voir dans la lettre à Euler, est bien plus tardive que celle qui est donnée dans le manuscrit. Alors que, dans sa présentation à Euler, Cramer indique que ce point particulier est abordé uniquement à la toute fin du traité, juste avant les démonstrations analytiques sur les coniques, nous le voyons placé avant l'étude des branches infinies dans le manuscrit Jallabert, sans que l'on ait d'indices particuliers montrant que ce chapitre y ait subi un déplacement. De même, dans la description donnée par Cramer du manuscrit de 1741, l'étude des points singuliers (points multiples, points d'inflexion) et la recherche des tangentes et des maxima précèdent la division générale des courbes du 2^e, 3^e et 4^e ordres, alors que dans le manuscrit Ms. Jallabert 48 s'opère une inversion : ces questions, ainsi que celle de la courbure, sont traitées après la classification des courbes des quatre premiers ordres, qui s'appuie directement sur l'étude du nombre et de la position des branches infinies.

Enfin, il est possible de mettre en évidence des différences de contenu entre le manuscrit de 1741 tel qu'il est décrit par Cramer et celui que nous étudions. On peut observer que Cramer, dans sa lettre à Euler, accompagne sa recherche des tangentes et des maxima d'une étude des développées, qui n'est abordée, dans le manuscrit, qu'au moment du chapitre XIV sur la courbure (f. 183-184), tout comme la recherche des paraboles osculatrices (f. 185-186). Mais il n'est fait nulle mention dans la lettre de 1744 de ce chapitre sur la courbure, le terme *courbure* lui-même n'y apparaissant pas. Enfin, toujours dans sa lettre à Euler, Cramer dit finir son traité par l'application de ce qui précède aux démonstrations analytiques des propriétés des coniques et de quelques courbes d'ordre supérieur, ce que nous ne retrouvons pas dans le manuscrit analysé plus haut.

Datation

Malgré quelques précautions à prendre, en l'absence d'autres sources, en raison du caractère déclaratif et non vérifiable du contenu de la lettre à Euler, on ne peut que constater la distance qui sépare la description qu'il donne en septembre 1744 de son traité en cours d'écriture avec le manuscrit conservé à la Bibliothèque de Genève. La lettre à Euler décrit le manuscrit de *l'Introduction* tel qu'il était construit en 1741, dont l'organisation ne correspond pas à celle du manuscrit « original » extrait de Ms. Jallabert 48. En considérant de surcroît l'examen des renvois bibliographiques, qui comprennent des mentions aux *Opera* de Jacques Bernoulli, je suis conduit à proposer une datation plus tardive de ce manuscrit original, qui pourrait donc être le résultat d'un remaniement au cours des années 1745-1746,

mené suite aux échanges avec Euler (et peut-être avec d'autres pairs, comme Calandrini, qui dit avoir lu le manuscrit en février 1745).

Il est d'ailleurs tout à fait envisageable que cet échange avec Euler ait été le déclencheur de ce travail de reprise du manuscrit de 1741. En dehors de la simple exposition à son correspondant de son manuscrit en cours d'écriture, deux questions de fond importantes ont été discutées par les deux savants : la première est la question aujourd'hui connue sous le nom de « paradoxe de Cramer », à propos du nombre de points d'intersection de deux courbes, et la seconde à propos de l'existence des points de rebroussement de la seconde espèce, encore appelés « rebroussements en bec ». Or ces deux points sont bien présents dans le manuscrit Jallabert : le premier est abordé à la fin du chapitre III sur les ordres des lignes algébriques, et le second dans l'ultime chapitre du manuscrit qui traite des différents types de points multiples qu'on peut rencontrer dans les courbes des six premiers ordres. Sur le premier point, on lit (f. 29v) que Cramer intègre à son manuscrit des éléments de réponse à l'apparente contradiction qu'il a discutée avec Euler, d'une manière un peu elliptique et confuse, néanmoins⁴⁵⁹ :

« C'est qu'encore qu'on ait autant d'équations qu'il en faut généralement parlant pour déterminer tous les coefficients de l'équation qu'on prend pour représenter de manière indéterminée l'équation de la courbe qui doit passer par un certain nombre de points donnés, il est très possible néanmoins que quelques uns de ces coefficients restent indéterminés. Alors l'équation de la courbe reste elle même indéterminée, & représente une infinité de courbes du même ordre. »

Quant à la question des points de rebroussements « en bec », rappelons ici que c'est Cramer lui-même qui écrit à Euler qu'il a intégré en 1745 ou 1746 des modifications suite à leurs échanges (voir p. 139) :

« J'en avois dès 4 ou 5 ans changé quelques endroits du dernier Chap. sur les Rebroussemens, que j'apelle en Bec, au sujet des éclaircissemens que vous aviez eu la bonté de me donner, dans les Lettres que nous échangeions en ce tems-là. »

En effet, on peut lire les lignes suivantes dans le tout dernier chapitre du manuscrit Jallabert (f. 190v) :

« Il y a aussi deux sortes de Rebroussement, le premier, qui est le Rebroussement proprement dit, est une demi-osculation, formée par deux branches, qui tournant leur convexité l'une contre l'autre, se terminent au point de cont[act]. L'autre, qui est un demi embrassement, est formé par deux branches, qui tournent leur concavité du même côté, & se terminent où elles se rencont[rent]. On peut le nommer Rebroussement en Bec, ou simplement Bec. »

L'analyse des apports de la correspondance avec Euler à l'écriture du traité des courbes, et la comparaison avec les contenus des manuscrits, confirment donc qu'ils ont été pour

459. À comparer avec la clarté dont Euler fait preuve lorsqu'il expose son explication au paradoxe dans son mémoire *Sur une contradiction apparente dans la doctrine des lignes courbes* (Euler [1748] 1750).

leur très grande majorité écrits au cours des années 1745-1746, entre l'échange avec Euler et le départ pour son second séjour parisien (en avril 1747). Nous avons donc ici très probablement affaire à une seconde version, réorganisée, enrichie et améliorée, du premier manuscrit de 1741. Dans les dynamiques mises au jour dans les sections précédentes, la partie « originale » de cette nouvelle version du manuscrit pourrait être datée de 1745, et toutes les modifications que j'ai relevées (réécritures, adjonctions) pourraient relever d'un autre travail de reprise postérieur, au plus tard daté de 1746. Les seuls feuillets qui pourraient être datés de manière encore plus récente sont l'appendice et les planches : d'une part l'appendice, du fait de l'utilisation de l'encre rouge, et qui est une reprise d'un contenu originellement situé en note de bas de page, est probablement issu de la mise au net destinée à l'imprimeur, et doit donc être daté de l'année 1749 ou 1750 ; les planches, dont les figures ne sont pas numérotées de manière cohérente avec le manuscrit, mais qui sont proches des planches publiées sans être identiques, sont probablement à dater de la même période, très proche de la publication.

Étude de quelques exemples de corrections et de réécritures

Dans les sections précédentes, j'ai étudié et exploité quelques exemples de corrections (ratures, surcharges) visibles dans le manuscrit, au niveau des numéros de chapitres ou d'articles, notamment. Cela m'a permis d'identifier des adjonctions, des réécritures et des déplacements de contenus. Celui-ci comprend bien d'autres traces de corrections qu'il est intéressant de recenser, d'identifier et d'analyser à leur tour pour éclairer certains aspects du processus de rédaction de Cramer sur la période d'écriture de ce manuscrit (entre 1745 et 1746).

Ratures

Les nombreuses ratures⁴⁶⁰ que l'on observe dans le manuscrit sont sans aucun doute autographes dans la quasi-totalité des cas : outre les numéros de chapitres ou d'articles, elles viennent souvent altérer un mot ou un groupe de mots, parfois des paragraphes entiers. Les fonctions de ces ratures peuvent être très diverses : dans le cas présent, j'en ai distingué deux principales. Beaucoup de ces ratures sont des ratures de suppression, réalisées soit en biffant d'un simple trait horizontal un mot, une expression ou une phrase, soit par des traits obliques ou verticaux qui viennent éliminer un paragraphe entier, sans que le texte supprimé soit corrigé ou réécrit ailleurs. Mais la plupart sont des ratures de substitution, pour lesquelles un segment du texte (mot, groupe de mots, paragraphe) est biffé pour être remplacé par un autre segment, écrit juste à proximité (quand le segment est court) ou plus loin dans le manuscrit (dans le cas d'un paragraphe entier).

460. Pour une typologie des ratures que l'on peut rencontrer dans les manuscrits, voir De Biasi (2011, p. 121-129).

Certaines des suppressions de contenu sont assez faciles à interpréter : par exemple, la suppression d'un long article, originellement numéroté 89, sur le f. 24, s'explique par une volonté de Cramer d'alléger le texte en évitant des redondances. Dans ce cas précis, Cramer démontre d'abord qu'une droite ne peut pas couper une ligne courbe en plus de points qu'il n'y a d'unités dans son ordre, puis supprime l'article où il énonce cette même propriété dans le cas particulier d'un des deux axes de coordonnées, qui n'apporte pas grand-chose puisqu'elle découle de la proposition précédente. De manière plus intéressante, certaines de ces suppressions viennent illustrer et confirmer les évolutions du manuscrit que nous avons déjà constatées par d'autres moyens. Par exemple, le feuillet 20 présente un paragraphe supprimé qui fait référence à un article qui était inclus dans le chapitre expurgé sur le parallélogramme analytique : « *Ainsi chaque terme occupe précisément la Case où logeait son exposant quand on les plaçait sur ce Parallélogramme pour avoir des séries infinies (§ 50)* ». La même situation est observée dans le chapitre IX, sur le feuillet 78, où Cramer a supprimé un paragraphe dans lequel il explique que le placement des coefficients d'une équation sur le triangle analytique « *se fait promptement en faisant un Triangle avec des points disposés en quinconce, & qui désignent chacun une Case du Triangle analytique, se changeant ensuite en croix ou en étoile ceux de ces points qui repondent aux cases que rempliraient les termes de l'équation proposée* » : ce passage est repris dans la réécriture du chapitre VIII où la même consigne est formulée avec des mots différents (f. 61). Ces deux raturs de suppression sont donc les témoins des réorganisations du manuscrit par son auteur, qui viennent conforter notre analyse précédente. Enfin, il arrive que l'auteur hésite à supprimer un passage, en mentionnant son intention dans une note en marge sans pour autant raturer son manuscrit (ce qui peut être vu comme une « rature suspensive » (De Biasi 2011, p. 126-127)) ; c'est le cas au verso du f. 68, où Cramer écrit, en marge d'un exemple assez long : « *NB : Omettre peut être ceci* ».

En dehors des corrections sur les numérotations, déjà étudiées, qui ont un impact fort sur l'analyse de la structure du manuscrit, l'immense majorité des raturs de substitution recensées ne présentent qu'un intérêt limité, montrant l'auteur ajuster son texte en modifiant un mot ou une expression, en reformulant une phrase pour mieux servir son propos, et qu'il est inutile d'illustrer ici. Elles concernent parfois des calculs qui ne sont pas menés ou présentés correctement, démontrant par la même occasion que ce manuscrit est essentiellement un brouillon, dont des pages entières semblent bien souvent écrites d'un seul jet, sans autre forme de préparation. À titre d'exemple, les feuillets 74 et 75 montrent de nombreuses corrections apportées à des calculs erronés (ce qui arrive régulièrement). La plupart du temps, lorsque des passages entiers sont biffés avant d'être immédiatement réécrits, les raturs illustrent seulement le fait que l'auteur corrige son manuscrit au fil de son écriture, estimant qu'une reprise complète du passage fautif est nécessaire. Un cas intéressant est celui du premier exemple proposé sur le verso du folio 61 : une première version de cet exemple est écrit par Cramer, qui le biffe et le remplace par une seconde version dans laquelle il présente le triangle analytique dans trois positions différentes (au lieu d'une seule dans la ver-

sion initiale), ce qui lui permet de couvrir davantage de cas et de se montrer plus didactique dans l'utilisation de cet exemple.

Lorsque la rédaction a bien avancé, et que la correction du passage fautif ne peut plus se faire directement sur la page, elle peut trouver sa place sur un petit encart inséré entre deux feuillets (voir f. 107-108 ou f. 202-203) ou sur une paperolle, petite bande de papier collée à la page du manuscrit (comme c'est le cas sur le verso du folio 196). Il est intéressant de noter que ces deux derniers exemples de substitutions se trouvent dans l'ultime chapitre sur les points singuliers, et qu'elles concernent des corrections a posteriori de paragraphes en relation avec les points de rebroussement de seconde espèce, ou rebroussements en bec. Cela fait écho à la lettre déjà citée de Cramer à Euler en date du 25 septembre 1750, dans laquelle il lui dit avoir modifié son manuscrit en « *quelques endroits du dernier Chap. sur les Rebroussemens* » (p. 139) ; nous sommes donc sans doute en présence des traces de ces modifications (f. 196v, f. 202). Dans de rares cas, par ailleurs, il n'y a même pas de rature à proprement parler : le passage à corriger est masqué par un papier sur lequel le texte corrigé est écrit, que l'on est venu directement coller sur le texte original (c'est le cas sur le haut du recto du f. 15, par exemple, ou sur le f. 196).

Enfin, il apparaît que certaines ratures de substitution soient les témoins d'hésitations de l'auteur dans le lexique mathématique à utiliser, montrant ainsi que le vocabulaire n'est pas encore fixé. Un exemple parlant est la substitution systématique, sur la totalité du manuscrit, de l'expression *axe des abscisses* à l'expression *ligne des abscisses* (visible dès le f. 1v). Cela s'explique probablement par le fait que le mot *Axe*, à l'époque où le manuscrit est rédigé, désigne encore souvent ce que Cramer appelle, lui, les *diamètres* des sections coniques⁴⁶¹. Ainsi, son usage du mot *axe* dans ce contexte, en lieu et place du mot *ligne*, et la correction de toutes les occurrences du mot *ligne* dans son manuscrit, est le signe d'une volonté d'adapter son lexique aux standards de l'époque. De la même manière, on constate en plusieurs endroits des ratures de substitution indiquant le remplacement du mot *équation* par le mot *égalité* (f. 3, 36-38 par exemple). Il semble qu'ainsi Cramer réserve l'usage du mot *équation* aux *équations indéterminées*, qui sont les équations à deux inconnues qui représentent les courbes algébriques, et qu'il utilise les mots *égalité* ou *égalité déterminée* pour désigner les équations ne comportant qu'une inconnue⁴⁶². D'ailleurs, le chapitre V s'intitule bien « *Quelques remarques sur la construction géométrique des Égalités* ».

Une dernière rature de substitution est intéressante à examiner : elle concerne cette fois le schéma du parallélogramme de Newton qui est située au début du chapitre III (f. 20). Dans

461. Voir, par exemple, l'entrée AXE de l'Encyclopédie qui nous apprend que : « *Suivant les définitions précédentes l'axe d'une courbe est en général une ligne tirée dans le plan de cette courbe, & qui divise la courbe en deux parties égales, semblables, & semblablement posées de part & d'autre de cette ligne. Ainsi il y a un grand nombre de courbes qui n'ont point d'axe possible : cependant pour la facilité des dénominations, on est convenu d'appeler généralement axe d'une courbe, une ligne quelconque tirée où l'on voudra dans le plan de cette courbe, sur laquelle on prend les abscisses, & à laquelle les ordonnées de la courbe sont perpendiculaires.* » (D'Alembert 1751-1765, vol. I p. 905a), souligné par moi.

462. Toujours selon l'Encyclopédie, les deux mots étaient peu ou prou synonymes : « *Egalité, en Algebre, est la même chose qu'équation. Voyez ce mot, qui est aujourd'hui plus en usage, quoique l'autre ne soit pas proscrit.* » (vol. V p. 415a).

une première version de ce schéma, Cramer positionne les coefficients sans x dans la première ligne en bas du parallélogramme, et les coefficients sans y dans la première colonne à gauche, suivant en cela la forme précédemment adoptée par Newton (1711) lui-même, ainsi que par Buffon dans sa traduction de la *Méthode des fluxions* (Newton 1740, p. 10). Mais il se ravise et inverse le tableau par rapport à sa première bissectrice, peut-être afin de s'aligner sur la disposition qui a été choisie par De Gua de Malves dans ses *Usages* (De Gua de Malves 1740, fig. 4). Cette inversion du parallélogramme de Newton par Cramer a donné lieu à d'autres corrections par la suite, notamment dans le triangle analytique représenté plus bas (voir fig. 5.5), mais aussi dans certains calculs traités par la suite.

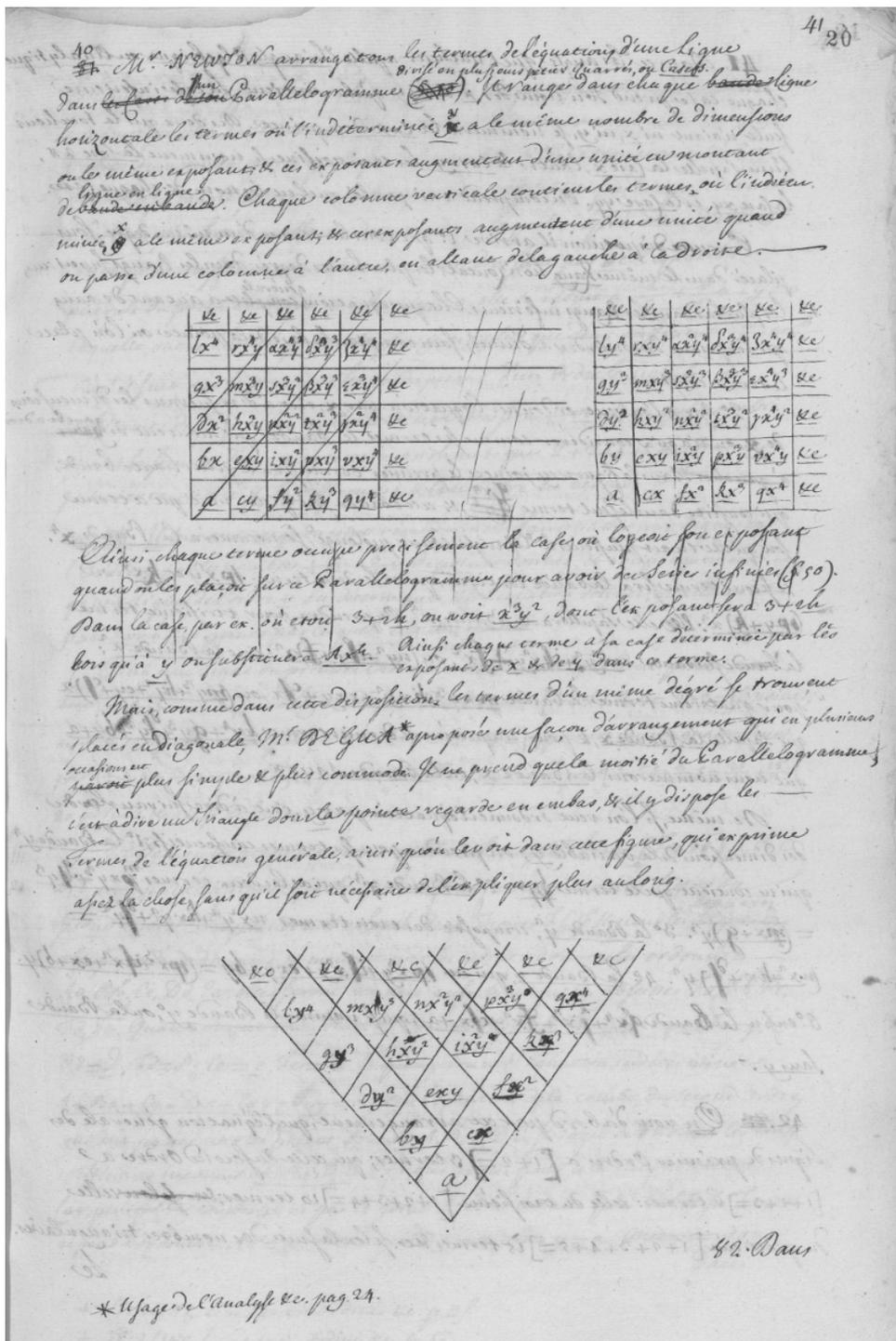
Pour terminer, certaines ratures peuvent être qualifiées de ratures de déplacement ou de transfert. Par exemple, au verso du f. 75, à la fin du chapitre VIII, Cramer a écrit un court paragraphe de conclusion du chapitre, avant de se raviser : il rature alors ce paragraphe avant de le reproduire deux pages plus loin, juste après une remarque et l'exemple associé qu'il a insérés afin d'éclaircir un dernier point du chapitre.

Insertions et déplacements

En plus des ratures de suppression et de substitution, le manuscrit présente quelques traces d'ajouts et d'insertions de contenus (mots, expressions, ou paragraphes entiers), qui sont très souvent repérés et identifiés par un symbole comme \wedge , pour un simple mot ou un groupe de mots ajoutés juste au-dessus ou au-dessous de la ligne d'écriture, ou comme le croisillon # lorsqu'il s'agit de renvoyer vers un paragraphe entier à insérer, écrit en bas de page ou sur un encart inséré à proximité du feuillet.

Les traces de ces insertions sont plus rares dans le manuscrit. Dans le chapitre III, sur le verso du f. 25, deux insertions sont signalées par des renvois vers deux phrases écrites en bas de page, accompagnés de la mention manuscrite autographe « *NB ceci dans le texte* » ; ces deux phrases viennent préciser le propos de l'auteur en détaillant deux cas particuliers (lorsque le coefficient a est nul dans l'équation de droite $a = bx + cy$). C'est à peu près la même chose dans le chapitre XIV, au verso du feuillet 155 : un paragraphe entier, dont l'insertion est signalée par un croisillon, est écrit en bas de page précédé des mots « *NB : ceci doit être inséré plus haut* », pour préciser un point qui le mérite aux yeux de l'auteur. Mais les deux insertions les plus intéressantes se trouvent dans l'ultime chapitre sur les points singuliers. Sur le verso du folio 191 on peut observer deux insertions de contenus, l'une sous la forme d'un texte en bas de page, l'autre, plus conséquente, sous la forme d'un encart inséré entre les feuillets 191 et 192. Un peu plus loin, au verso du folio 195, on rencontre une nouvelle insertion par encart, puis une dernière (dont le texte occupe les deux côtés de l'encart) au recto du folio 199. Ces trois derniers exemples d'ajouts de contenus concernent les points de rebroussement de seconde espèce, ou rebroussements en bec, et viennent préciser ou compléter le texte original de Cramer. Ce sont, ici encore, les traces des évolutions que l'auteur a dit avoir fait subir à son manuscrit après l'échange de lettres avec Euler en 1744-1745.

FIGURE 5.5 – Bibliothèque de Genève, Ms. Jallabert 48, folio 20r.



Un autre cas intéressant est visible au verso du feuillet 39, au milieu du chapitre V, où Cramer invoque la règle de Hudde⁴⁶³ pour la recherche des racines doubles d'une équation. Estimant peut-être que cette règle, fort connue des mathématiciens depuis un siècle, méritait d'être clairement énoncée et démontrée en note de bas de page, il fait à cet endroit de son manuscrit une insertion d'un petit double feuillet, placé juste après le f. 39 lors de la reliure, dont le contenu a vocation à être ajouté comme une note de bas de page (selon les propres instructions de l'auteur qui le précise en tête de ce petit encart). Identifié par un

463. Du nom du savant hollandais Johan Hudde (1628-1704).

astérisque, cette insertion vient remplacer un précédent renvoi vers une note de l'article 62 (§62 *not.* raturé) qui faisait partie du chapitre expurgé : cette fois donc, l'insertion de ce passage ne correspond pas à un ajout au sens strict, mais plutôt à un déplacement d'un contenu supprimé vers un nouvel emplacement. D'autres déplacements de contenus, mineurs, sont visibles dans le manuscrit, comme par exemple sur le verso du f. 53, où un paragraphe entier est signalé comme « *transporté[s] plus haut* », l'auteur considérant que son texte gagnerait en clarté en repositionnant ce passage.

Réécritures

Le recensement et l'analyse des ratures et des insertions du manuscrit permettent donc d'observer de grandes dynamiques structurelles (notamment grâce aux numéros de chapitre et d'articles, et aux quelques déplacements de contenus observables) et de plus modestes dynamiques d'écriture (choix du lexique, allègement ou enrichissement du texte initial). En l'absence d'autres manuscrits du traité des courbes, antérieurs à ceux de Ms. Jallabert 48, auxquels il serait possible de se référer pour des analyses comparatives, il est hélas impossible de mettre plus précisément en évidence les évolutions apportées par Cramer à son manuscrit de 1741 pour l'amener à ce second manuscrit de 1745-1746. Mais on peut tout de même étudier ces dynamiques d'écriture sur un plan plus local, en examinant les quelques feuillets réunis en fin de volume et dont j'ai montré qu'ils ont été réécrits sur cette période 1745-1746, de nouvelles versions étant intégrées à la première partie du recueil.

Abordons un premier cas d'étude avec les feuillets 232-235, dont nous savons qu'ils ont été réécrits dans les feuillets 67-70 du chapitre VIII. Tout d'abord, une première lecture de ces quatre feuillets montre rapidement qu'ils n'ont pas été reliés dans le bon ordre : ainsi pour obtenir un texte qui s'enchaîne correctement, il faut intercaler le feuillet 235 entre les feuillets 232 et 233. Une fois cela fait, la comparaison des deux textes fait apparaître de nombreuses différences de forme : la seconde version lisible sur les feuillets offre ainsi une meilleure présentation de certains calculs (lorsqu'il met en correspondance les termes d'une équation avec ceux qui ont été produits à l'occasion d'une transformation algébrique), et une reformulation / réorganisation assez profonde de certains passages. Prenons comme exemple le règle à suivre pour calculer les transformées successives de l'équation de départ. La première phrase du texte original est « *On écrira simplement tous ces termes en première ligne, changeant simplement y en u* » (f. 232v), suivi deux pages plus loin de cette précision : « *L'expérience m'a fait voir qu'il est plus commode dans la pratique de ne point changer y en u à la première transformation, & u en s à la seconde, mais de conserver toujours les variables x et y , en se souvenant que y marque à la première opération le premier terme de la série, à la seconde opération le second terme, & ainsi de suite* » (f. 235v). À la réécriture, l'auteur a fusionné ces deux passages distants et les a reformulés ainsi : « *On écrira en première ligne tous les termes d'un même ordre, ou même toute l'équation, en distinguant seulement, pour plus de commodité, les différents ordres de ces termes, & changeant si l'on veut y en u . Je dis si l'on veut, car on trouvera par expérience qu'il est plus simple de ne point faire ce change-*

ment. Mais alors il faut se souvenir que y marque avant l'opération le premier terme de la Série, & après l'opération le second terme, & après une seconde opération, si l'on y procède, le troisième terme, & ainsi de suite. Ce double employ de y ne cause aucune équivoque. » (f. 68). On observe également de très longs développements de l'article 111 (f. 69-71), absents dans la version originale de l'article (f. 235v), ainsi que l'ajout d'un nouvel exemple, bien qu'assorti d'une note manuscrite : « *NB Omettre peut être ceci* » (f. 68v-69). Ces quelques exemples illustrent l'ampleur des modifications apportées par Cramer à son texte original lors de cette réécriture d'une petite partie du chapitre VIII.

Un second cas de réécriture dont nous connaissons la version originale est fourni par le chapitre XI, dont deux feuillets conservés en fin de recueil (f. 236-237) ont été réécrits dans la première partie (f. 78-79). On voit dans la première partie que Cramer, lors de sa réécriture, tient compte de toutes les modifications contenus dans les annotations du manuscrit original (incises, reformulations). Mais dans sa version remaniée, de nouvelles évolutions apparaissent : ainsi un paragraphe entier (« *Dans tous ces cas, si l'équation que fournit la déterminatrice a plusieurs racines...* », f. 78) est finalement supprimé. On y observe également un changement de pied sur le choix de l'écriture des racines de l'équation $y^4 - axyy + aaxx - a^4 = 0$: dans la version originale, Cramer choisit d'exprimer les quatre racines de l'équation en considérant y comme inconnue (quatre racines exprimées, donc, pour cette équation de degré quatre), mais dans la version réécrite, cette fois, il résout l'équation en x pour en donner les deux racines en fonction de y , ce qui donne lieu à des simplifications importantes par la suite, d'abord pour montrer que la courbe est symétrique par rapport à l'axe des abscisses, puis pour étudier le cours de la courbe. Le reste du texte (exemple 2, f. 79r) n'a pas subi d'évolutions significatives.

Toute une partie du chapitre XI, portant sur un des cas d'étude des branches infinies des courbes algébriques dans lequel ces branches sont obliques aux axes de coordonnées (cas IV, f. 106-112), montre lui aussi de profondes et significatives évolutions entre la version conservée en fin de recueil (f. 238-244) et la version finalement adoptée dans le manuscrit. Le début de ce passage (article 146, f. 106-107) est ainsi très profondément reformulé, dans un but manifeste de simplification et clarification. Le texte original, réparti sur trois articles (§229-231, f. 238-239), a subi une forte contraction dans sa version réécrite, de manière assez conforme aux annotations visibles sur la version initiale. La très grande partie de la page 238v est occupée par un paragraphe biffé (et donc à supprimer) dans lequel Cramer tente de démontrer rigoureusement que, si l'on établit l'existence d'une branche infinie dont l'asymptote a pour direction celle donnée par la droite d'équation $Ay = x$, on ne peut pas dire a priori si cette branche est hyperbolique ou parabolique. Le passage supprimé fait suite à cet avertissement : « *Ne croiroit-on pas pouvoir conclure de là que les branches infinies de la courbe, qui sont indiquées par cette déterminatrice, sont des branches hyperboliques qui ont une asymptote droite. Mais cette conclusion seroit précipitée, & on ne peut deduire autre chose de cette equation $Ay = x$ et semblables, sinon que la dernière direction de ces branches, paraboliques ou hyperboliques, est parallèle à la droite que représente l'équation $Ay = x$ [...].* »,

et occupe une cinquantaine de lignes. Dans le texte corrigé, Cramer décide d'ignorer cet avertissement et de supprimer toute la démonstration qui suit, en se contentant d'écrire ces quelques lignes : « *Si ces branches sont paraboliques, la dernière direction de leur Parabole asymptote est celle de la droite représentée par l'équation $y - Ax = 0$ (§139); Et si elles sont hyperboliques, leur asymptote est cette Droite même, ou une parallèle à cette Droite (§137)* ». On voit ici que Cramer, qui choisit au départ d'explicitier tous ses raisonnements, sans doute dans le souci d'être parfaitement compris de son lecteur, décide finalement d'opter pour une rédaction plus légère et de privilégier la clarté sur l'exhaustivité. On constate également, dans la suite, quelques changements dans les exemples initialement choisis, qui reflètent ses choix rédactionnels dans la partie introductive. Il remplace ainsi le premier exemple par deux autres, permettant une meilleure couverture des cas précédemment détaillés (en rejetant ce premier exemple au cinquième rang dans la version finale). Il ajoute également deux nouveaux exemples de courbes (f. 107v) pour lesquelles il établit l'existence de branches infinies ayant des directions soit parallèles à l'un des axes de coordonnées, soit obliques, en prenant garde de ne pas aborder la question qui était initialement soulevée sur la nature de ces branches (hyperboliques ou paraboliques).

La comparaison des paragraphes suivants montre également des changements de fond dans la manière d'aborder la nature et la position de ces branches infinies. Dans la version initiale, Cramer propose un unique moyen de répondre à cette question, qui consiste à « *[transformer] l'équation de la courbe en sorte que les ordonnées soient parallèles à la dernière direction de ces branches infinies* » (f. 240), suivi de deux exemples traités avec exhaustivité (f. 240-242). Suite à l'exposé de ces deux exemples, convenant de la difficulté et de la longueur de certains calculs, il rappelle à son lecteur une méthode de simplification d'une partie des calculs, déjà traitée en amont, qui consiste à déterminer « *combien de fois la racine $y - Ax$ du plus haut rang divise les rangs inférieurs de l'équation proposée* » (f. 243v), qui n'est elle-même pas exempte de difficulté, en considérant les notations utilisées et les calculs à réaliser. Cramer revisite complètement cette partie en proposant au lecteur, dans la seconde version, deux moyens différents de déterminer la nature et la position des branches infinies. Le premier est à nouveau la transformation des axes de coordonnées, de manière à ce que l'axe des abscisses (cette fois) soit parallèle à la direction des branches infinies considérées (f. 107v-108r); le second est l'utilisation de la méthode des séries, et le calcul du second terme de la série donnant y en fonction de x (f. 108), moyen qui n'est pas du tout évoqué dans le manuscrit original (pour le moins, pas dans la partie conservée). Les exemples donnés suite à l'exposé de cette alternative (qui sont la stricte reprise des exemples donnés au paragraphe précédent, pour compléter la détermination de la direction des branches infinies par l'étude de leur nature et leur position) présentent systématiquement l'application des deux méthodes préconisées pour la résolution de problème.

À la toute fin du recueil se trouvent également deux feuillets (f. 245-246) qui sont réécrits dans le chapitre XII, à l'occasion de la classification des courbes d'ordre 3 (f. 124v-126). L'étude comparative de l'écrit original et de sa réécriture ne montrent pas de différences

aussi significatives que dans les premiers cas étudiés : on voit que Cramer, dans la nouvelle version du cas II (f. 124v-125), a voulu compléter une de ses assertions (sur l'impossibilité qu'un genre de courbe puisse exister) par un calcul qui l'établisse clairement, et qu'il a également souhaité mieux structurer la discussion du cas III (f. 125).

Ces quelques exemples d'études des réécritures, par la comparaison des feuillets conservés en fin de volume avec leur version corrigée dans le corps du manuscrit, permettent de constater que la réécriture de certaines parties du traité est riche, qu'elle ne se limite pas à quelques ajustements et reformulations. Elles sont le témoin de profondes réorganisations du texte, de la production de développements et d'exemples supplémentaires, de reformulations visant à clarifier le discours, ou encore d'améliorations méthodologiques.

Ainsi se conclut l'étude et l'analyse de Ms. Jallabert 48, recueil de manuscrits du traité des courbes conservé à la Bibliothèque de Genève, qui compile les seuls textes intermédiaires à notre disposition pour comprendre les dynamiques rédactionnelles de Gabriel Cramer lors des années de la rédaction de son traité des courbes. Nous avons pu constater, en examinant la numérotation manuscrite des feuillets et des articles, l'hétérogénéité de ce document, composé de manuscrits rédigés à différents moments, réarrangés et compilés a posteriori (sans que l'on sache bien si c'est par l'auteur, ou par Jallabert lui-même). L'étude de leurs contenus et l'éclairage apporté par la correspondance avec Euler me permettent de dater l'essentiel de ces manuscrits des années 1745-1746 et d'établir qu'il s'agit probablement du résultat d'une reprise complète par Cramer, au cours de ces années, de son manuscrit de 1741. Ont également pu être mis en lumière des changements structurels importants au sein même du manuscrit du traité, ainsi que quelques aspects intéressants des dynamiques d'écriture de l'auteur par l'étude fine des corrections et des réécritures.

Chapitre 6

Du manuscrit au livre publié

À sa parution en août 1750, les lecteurs de l'*Introduction* de Cramer découvrent donc une véritable somme des connaissances sur les courbes algébriques composée de près de 700 pages. Dans ce chapitre j'étudierai les nouvelles dynamiques qu'il est possible de mettre à jour en comparant le texte publié de 1750 aux manuscrits de Ms Jallabert 48 datés de 1745-1746, et je poursuivrai avec une étude succincte des contenus (méthodes, outils, principaux résultats) du traité.

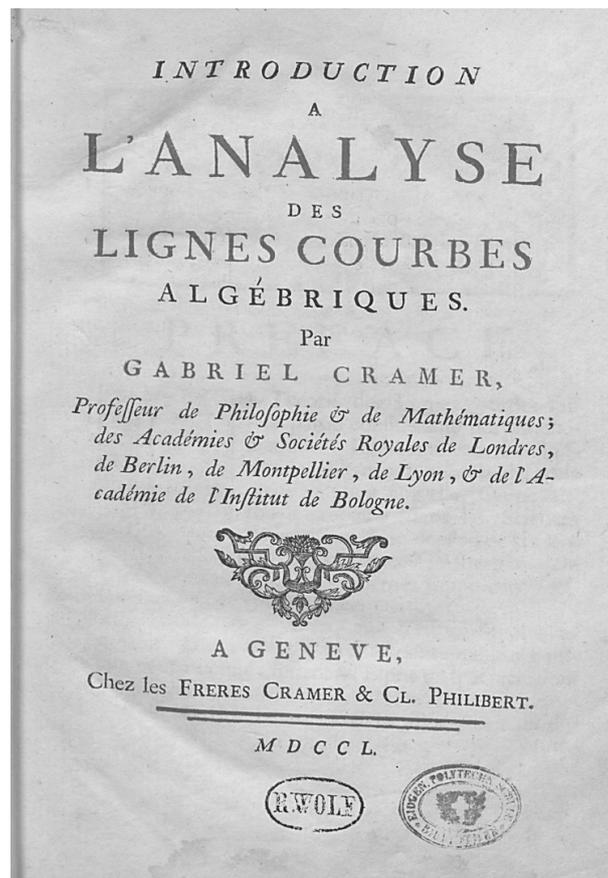


FIGURE 6.1 – Page de titre de l'*Introduction* de G. Cramer (1750b). Source e-rara.ch.

De nouvelles dynamiques?

Avant de regarder de près les outils et méthodes mis en œuvre par Cramer dans son traité des courbes, et de lister les principaux résultats qu'il expose, il est intéressant de se poser la question des changements, ajouts et aménagements qui ont été opérés entre les manuscrits de 1745-1746 et le livre publié en 1750. L'étude de ces nouveautés permettra de mettre en évidence de nouvelles dynamiques d'écriture de Gabriel Cramer, qui a très probablement retravaillé son manuscrit dans les mois qui ont suivi son retour de Paris en mai 1748, avant de le communiquer à ses cousins imprimeurs.

Aménagements structurels

Les dynamiques les plus aisées à mettre en évidence sont les dynamiques structurelles. Le livre de Cramer, publié in-quarto, comporte 19 pages de préface (totalement absentes des manuscrits Jallabert) numérotées de v à xxiii, suivies de 680 pages de texte et 33 planches de figures régulièrement insérées au fil de l'ouvrage, et se termine par 12 pages présentant l'*indice des chapitres et paragraphes* et les errata. Il se décompose en treize chapitres et trois appendices, dont la liste des titres (respectant la graphie et l'orthographe originelles) est donnée ci-dessous :

Chapitre I De la Nature des Lignes Courbes en général, & de leurs Équations.

Chapitre II Des transformations que subit l'Équation d'une Courbe, quand on la raporte à d'autres coordonnées.

Chapitre III Des différens Ordres des Lignes algébriques.

Chapitre IV Quelques Remarques sur la construction géométrique des Égalités.

Chapitre V Valeur du Produit de toutes les Ordonnées d'une même Abscisse.

Chapitre VI Des Diamètres, Contre-Diamètres, & Centres des Lignes Courbes.

Chapitre VII Détermination des plus grands termes d'une Équation. Principes de la Méthodes des Séries, ou Suites infinies.

Chapitre VIII Des Branches infinies des Courbes.

Chapitre IX Divisions générales des Lignes des cinq premiers Ordres.

Chapitre X Des Points singuliers; Points multiples, Points d'Inflexion & de Serpement.

Chapitre XI De la Méthode des Tangentes. Des Points d'Inflexion, &c. Des plus grandes & des plus petites abscisses & ordonnées, &c.

Chapitre XII De la Courbure des Lignes Courbes en leurs différens Points.

Chapitre XIII Des différentes espèces de Points multiples dont peuvent être susceptibles les Courbes des six premiers Ordres

Appendices I et II De l'évanouissement des inconnues.

Appendice III Démonstration de la Règle de Mr. Hudde.

Comparons cette structure à celle des manuscrits Jallabert (voir page 148). Cette comparaison fait apparaître deux changements dans la structure du texte : tout d'abord le déplacement du quatrième chapitre des manuscrits, intitulé *Digression sur l'évanouissement*

des quantités indéterminées, renvoyé à la fin de l'ouvrage comme appendice, pour que cette digression purement algébrique, chargée de notations difficiles, ne gêne pas la lecture du texte; ensuite la fusion des trois chapitres consacré à l'étude des branches infinies, numérotés IX, X et XI dans les manuscrits, en un seul chapitre numéroté VIII dans le livre. Ces deux choix éditoriaux peuvent être interprétés comme une nouvelle manifestation d'un désir de clarification et de simplification du texte par son auteur.

Les intitulés des chapitres en eux-mêmes, pour la plupart d'entre eux restés identiques à ceux des manuscrits, ne révèlent que peu de changements : on peut tout de même mentionner un élargissement du périmètre de la classification des courbes algébriques à celle du cinquième ordre dans le chapitre IX du livre publié. Enfin, des paragraphes ont été souvent regroupés, parfois supprimés ou déplacés, mais de manière finalement assez marginale. On peut donc constater que, sur le plan structurel, les changements entre les manuscrits de 1745-1746 et le livre de 1750 sont mineurs.

Examen de la préface

On peut commencer par remarquer l'absence de dédicace en début d'ouvrage. Il aurait pu être habile, pour un auteur dont un des objectifs est d'être reçu comme associé étranger à l'Académie royale des sciences de Paris, de dédier le livre à quelque aristocrate parisien, influent protecteur des sciences, comme l'a d'ailleurs suggéré Levesque de Champeaux à Cramer quelques mois avant la publication dans une lettre au printemps 1750, proposant comme dédicataire le Marquis Antoine-René Voyer de Paulmy d'Argenson, alors Ambassadeur de France auprès des cantons suisses⁴⁶⁴. La réponse du Genevois⁴⁶⁵, et les réserves qu'il oppose à son correspondant, expliquent les raisons de cette absence :

« [...] *permettez moi de vous exposer quelques reflexions sur le parti que vous me proposés de dedier à Mr de Paulmi l'Ouvrage que je vais donner au jour. [...] je crains que votre amitié pour moi ne vous ferme les yeux sur la temerité qu'il y auroit) présenter à Mr l'Ambassadeur un premier Ouvrage, dont le succès est incertain. Qui [sic] auroit-il de flatteur pour ce Ministre, ou plutôt ne seroit-ce pas la manquer de respect, si ce Livre n'étoit point goûté du Public. [...] Je crois ensuite qu'ici, à Genève, on trouveroit dans ce dessein une affectation bien marquée & que certaines gens ne manqueroient pas de le tourner en mal ou en ridicule, & la façon dont on pensera là dessus dans ma Patrie est pourtant ce qui m'intéresse le plus : de sorte que, sauf votre meilleur avis, il me semble qu'il conviendrait d'attendre une autre occasion, qui peut se présenter assés promptement.* »

On retrouve dans cette réaction du Genevois des éléments de personnalité déjà mis en évidence par ailleurs : croyance exacerbée dans les vertus de l'humilité (manifestement lar-

464. S'il ne lui dédie pas son ouvrage, Cramer entre néanmoins en relation avec le Marquis de Paulmy au cours de l'été 1750, par l'entremise de Levesque de Champeaux, et il lui adressera un exemplaire de son *Introduction* en août (voir p. 273).

465. Lettre de Cramer à Gérard Levesque de Champeaux, Genève, avril 1750.

gement partagée et souhaitée par ses pairs à Genève), déférence certaine envers les puissants, minoration systématique de l'importance de son œuvre.

La nouveauté la plus remarquable du livre publié est bien entendu apportée par la préface de la main de l'auteur, probablement rédigée quelques semaines ou quelques mois seulement avant la publication. Gabriel Cramer signe ainsi un texte liminaire qui, de manière assez classique, inscrit son travail dans une perspective historique, en souligne la parenté avec les œuvres de ses prédécesseurs (de Descartes à De Gua de Malves en passant par Newton) et précise les objectifs qu'il poursuit en donnant cet ouvrage au public, donnant à voir au lecteur les motivations qui l'ont guidé dans l'écriture de son ouvrage (en tous cas, celles qu'il est possible de donner en public).

Sur le premier point, Cramer rappelle les connaissances des Anciens sur différentes sortes de courbes (les sections coniques, mais aussi la conchoïde, la cissoïde, les spirales), connaissances qu'il qualifie néanmoins d'« *amas de Propositions particulières, qui ne pouvoient guères servir à en trouver d'autres, qu'autant que ces Recherches donnoient des exemples & des modèles, qu'un Esprit né Géomètre s'efforçoit d'imiter* ». C'est l'occasion pour lui de plaider pour les méthodes nouvelles, en qualifiant l'algèbre de « *clef universelle des Mathématiques* » et le prétexte pour stigmatiser ceux qui leur préfèrent les méthodes synthétiques des Anciens :

« *Il y a donc, ce semble, de l'humeur, & une sorte de caprice, à mépriser une Méthode si utile, & à faire gloire de n'employer que l'Analyse géométrique des Anciens. Celle-ci, je l'avoue, a sur l'Algèbre le mérite d'une évidence plus sensible, & d'une certaine élégance qui plaît infiniment : mais il s'en faut beaucoup qu'elle soit aussi commode & aussi universelle. Donnez lui donc, si vous voulez, la préférence; mais ne donnez point d'exclusion à l'autre Méthode. Les Vérités mathématiques ne sont pas si faciles à trouver, qu'on doive chercher du mérite à se fermer quelcune des routes qui peuvent y conduire.* » (G. Cramer 1750b, p. vii)

Cramer considère la théorie des courbes comme la base de potentielles applications dans d'autres champs de savoir (mécanique, astronomie, physique) et précise plus loin que « *l'Algèbre seule fournit le moyen de distribuer les Courbes en Classes, Genres & Espèces : ce qui, comme dans un Arsenal où les armes sont bien rangées, met en état de choisir, sans hésiter, celles qui peuvent servir dans la Résolution d'un Problème proposé* » (p. vii), ce qui place également l'*Introduction* dans la tradition cartésienne d'exploitation des courbes algébriques pour la construction des équations..

Nous verrons dans la section suivante quelles ont été les sources et références auxquelles Cramer est allé s'alimenter pour écrire son ouvrage. Sa préface est toutefois le lieu d'inscription de son traité dans une tradition de recherche sur les courbes remontant à l'*Enumeratio* de Newton et d'explicitation la manière dont il a puisé chez les différents auteurs ayant traité le sujet. Regrettant – assez sévèrement – « *que Mr. NEWTON se soit contenté d'étaler ses découvertes sans y joindre les Démonstrations, & qu'il ait préféré le plaisir de se faire admirer à celui d'instruire* » (p. viii-ix), il loue « *l'excellent Commentaire* » de Stirling et son effort pour expliciter les méthodes analytiques mises en œuvre par Newton, et cite Nicole et Bragelongne,

dont les travaux publiés dans les *Mémoires de l'Académie Royale des Sciences* ont été pour lui des tentatives très utiles d'explication ou de prolongement des résultats acquis par Newton sur les courbes des troisième et quatrième ordres, hélas restées inachevées. Cramer poursuit ce passage en rendant un hommage appuyé à 's Gravesande qui lui a communiqué ses recherches sur les séries et l'a encouragé en lui disant qu'« *ayant la clé de la Théorie des Courbes, il ne [lui] seroit pas difficile d'en faire usage* » (p. x). Il souligne les apports de la lecture des *Usages de l'analyse de Descartes* de l'abbé De Gua tout en regrettant « *la méprise dans laquelle il est tombé sur les Branches infinies des Courbes & sur leurs Points multiples, pour avoir négligé l'usage des Séries infinies, ou pour avoir voulu juger d'une Série entière par son seul premier terme* ». Enfin il conclut ce passage en citant l'*Introductio* d'Euler paru deux ans plus tôt, dont le second volume traite également des courbes algébriques, mais dont il souligne prudemment que « *la différence des Méthodes est aussi grand qu'elle peut l'être quand on travaille sur un même sujet* » (p. xi).

Le reste de la préface consiste en une exposition systématique des contenus du traité, chapitre par chapitre, au cours de laquelle il fait ressortir les éléments saillants de son ouvrage. En conclusion, Cramer prend ses lecteurs à témoin, plus précisément les « *jeunes Géomètres* » à destination de qui il a composé son ouvrage :

« *J'ai tant de graces à leur demander, que je ne leur ferai point d'excuses, ni sur le style, où je n'ai cherché que la clarté; ni sur certains détails, que j'ai crû nécessaires aux jeunes Géomètres en faveur desquels j'écris; ni sur la longueur de cet Ouvrage, dont je suis moi-même surpris. Elle vient principalement du nombre d'Exemples que j'apporte pour illustrer les Règles que je donne. Je sens fort bien que les Savans en voudroient moins, mais en échange les Commençans en désireroient peut-être davantage. Je puis dire aux uns, que je ne crois pas avoir placé un seul Exemple sans quelque raison particulière; & j'ose assurer les autres que je ne pense pas qu'ils trouvent dans les Règles aucune difficulté qui ne soit éclaircie par quelque Exemple.* » (p. xxiii)

On peut voir ici que les motivations affichés par l'auteur dans sa préface sont d'ordre scientifique d'une part (donner une classification opératoire des courbes algébriques des cinq premiers ordres en explicitant les principes et les calculs algébriques sous-jacents à cette classification), d'ordre pédagogique d'autre part (rendre ce travail accessible à toute personne s'intéressant au sujet, savants comme débutants, en travaillant sur la clarté des énoncés et des calculs, la multiplicité et la pertinence des exemples, à l'image de qu'il a réalisé dans sa carrière en tant que professeur).

Des changements marginaux

J'ai procédé à un examen systématique des différences entre les manuscrits Ms Jallabert 48 (tels que compilés dans la première partie du volume) et le livre publié. Si certaines différences existent, elles peuvent être considérées comme marginales dans le sens où elles n'affectent pas de manière significative le contenu pour le lecteur : quelques reformulations,

regroupements ou déplacements de paragraphes, ajouts, suppressions et substitutions sont toutefois régulièrement relevés, mais les deux textes restent très proches l'un de l'autre. Il reste tout de même quelques points de divergence intéressants à relever et à tenter d'analyser.

Dans le premier chapitre, qui constitue une introduction très générale à la théorie des courbes, on peut mentionner une substitution intéressante d'une citation tirée d'un texte de Fontenelle par une autre phrase qui, sans doute, vient en appui de l'hypothèse que j'ai formulée dans (Joffredo 2016) consistant à dire que, au cours de la décennie 1740-1750, Cramer montre de plus en plus de confiance dans les calculs qu'il met en œuvre pour étudier les courbes (en l'occurrence, les points singuliers) au détriment d'une approche a priori plus géométrique dont il se dépare au fur et à mesure que cette confiance grandit. La citation initiale de Fontenelle ⁴⁶⁶, présente dans le manuscrit, est la suivante :

« Toute la Courbe, dit ingenieusement Mr DE FONTENELLE, avec tout ce qui lui appartient, est contenu et pour ainsi dire, roulé dans son équation, comme une Plante dans son germe. » (Ms. Jallabert 48, f. 3v)

Elle a été remplacée par la phrase :

« Il arrive même souvent que l'Analyse trouve dans une Courbe, par le calcul de son équation, des singularités que les Sens ne pourroient jamais découvrir. » (G. Cramer 1750b, p. 9)

Cette position, et la thématique des sens – la vision en l'occurrence – incapables de distinguer le caractère singulier d'un point de la courbe, était au centre des échanges avec Euler sur les points de rebroussement de seconde espèce en 1744-1745 (voir p. 136) et trouvera un écho dans la correspondance de Cramer avec D'Alembert lors d'une discussion sur la nature des points de serpentement fin 1750 (voir p. 293).

Mentionnons aussi le fait que, dans un souci de cohérence et de clarté, les deux paragraphes numérotés 20 et 21 ⁴⁶⁷ sur les équations réductibles (c'est-à-dire dont le premier membre est factorisable en plusieurs polynômes de degrés supérieurs ou égaux à 1, et qui sont donc représentées par un « *assemblage* » de plusieurs courbes), initialement situés dans le manuscrit juste après les explications de Cramer sur « *la manière dont une équation représente la courbe* », sont rejetés plus loin dans le chapitre, venant plus naturellement après les notions de *branche* et de *continuité*, distinguant le cas des assemblages de courbes de celui des branches distinctes d'une même courbe (p. 28-30). D'ailleurs, il est possible de voir les hésitations de Cramer sur cette notion de continuité des courbes à l'occasion de la suppression d'un court paragraphe présent dans les manuscrits (Ms Jallabert 48, § 27 f. 11) mais absent du livre publié, qui dit :

« Donc le cours d'une Ligne algébrique, malgré les interruptions apparentes qui peuvent s'y rencontrer (§ 22) est continu, & non pas interrompu tout à coup.

466. Cette citation est tirée de l'article *Sur une théorie générale des lignes du quatrième ordre*, non signé mais probablement écrit par Fontenelle lui-même dans l'*Histoire de l'Académie royale des sciences* pour 1730 pour introduire le mémoire de Bragelongne (Anonyme [1732] 1735, p. 69).

467. Sauf mention contraire, les numéros de paragraphe utilisés dans ce qui suit seront ceux du livre publié.

On peut donc imaginer cette Ligne comme décrite par le mouvement d'un point, qui en parcourt successivement les branches. Il est vrai qu'il faudra quelquefois concevoir que ce point va à l'infini, puis revient vers l'origine, tantôt du même côté où il s'est allé perdre, tantôt du côté opposé. Mais ces merveilles, ou, si l'on veut, ces bisarreries n'ont rien qui surprenne les Géomètres. On s'y familiarisera aisément.»

On devine dans ce passage – et sa suppression du texte final – les difficultés du Genevois à distinguer l'appartenance de deux branches distinctes à une même courbe, et donc son « unité », de l'idée de « continuité » du cours de cette même courbe, qui se heurte à cette idée difficilement soutenable d'aller-retour avec l'infini.

Le chapitre II sur les changements d'axes de coordonnées, dans lequel Cramer explicite les calculs algébriques sous-jacents revenant à substituer à chacune des inconnues de l'équation une combinaison affine des nouvelles coordonnées, montre quelques différences avec les manuscrits. Même si dans ce contexte les rôles respectifs des deux inconnues x et y sont parfaitement symétriques et que l'on est tout autant amené à opérer ces substitutions sur chacune d'elles selon la nouvelle origine choisie, on peut remarquer un changement de pied de l'auteur sur l'inconnue de l'équation qui est l'objet des substitutions proposées dans divers développements du chapitre, y compris dans les exemples. Ainsi, dans les manuscrits, c'est l'inconnue y qui fait l'objet de ces substitutions, alors que dans le texte final c'est la substitution de l'inconnue x qui est mise en avant : « *Substituer, au lieu de y , un binôme tel que $A + u$, dans une puissance quelconque de y ...* » (Ms Jallabert 48, f. 15) devient ainsi « *substituer à x un binôme $m + z$, dans une puissance quelconque de x ...* » (p. 40), et cette interversion des rôles de x et y se poursuit tout au long des paragraphes 26 et 27 du livre publié (p. 40-44). Il y a potentiellement dans ce changement de parti pris la prise en compte d'une asymétrie entre les inconnues de l'équation⁴⁶⁸. Quelle importance accorder à ces interversions, et que peuvent-elles indiquer des intentions de l'auteur? Je n'ai pas la réponse : lorsqu'il s'agira, quelques chapitres plus loin, de mettre en œuvre la méthode des séries et de développer y en fonction de x , on constatera que l'orientation du triangle analytique n'a pas de réelle importance pour déterminer les termes prépondérants de l'équation et calculer les termes successifs du développement en série, et que de plus ce calcul se mène par des substitutions successives de y par des binômes de la forme $Ax^h + u$ (x ne subissant pas de substitutions au cours des calculs), ce qui correspond au parti pris initial de l'auteur dans le chapitre II du manuscrit et non à celui du livre publié. Une hypothèse, fragile, est que l'auteur demande, pour la substitution du binôme $m + z$ à l'inconnue x , de ranger les mo-

468. Cette hypothèse fait peut-être écho à une autre manifestation de cette asymétrie que l'on a déjà trouvée dans les manuscrits du chapitre suivant, intitulé *Sur les différents ordres des lignes algébriques*, dans lequel Cramer présente le parallélogramme analytique et sa variante triangulaire empruntée à De Gua. J'avais déjà remarqué que, dans les manuscrits, la présentation du parallélogramme était d'abord fidèle à celle, par exemple, proposée par Buffon dans sa traduction de la *Méthode des fluxions et des suites infinies* (Newton 1740, p. 10), avec les puissances décroissantes de x en ligne et les puissances croissantes de y en colonnes, avant d'être raturée et corrigée pour inverser les rôles des deux inconnues x et y et donner ainsi une nouvelle présentation du parallélogramme, symétrique de la première par rapport à sa diagonale (voir p. 169) ; dans le livre publié, c'est d'ailleurs bien cette seconde variante qui est présentée au lecteur.

nômes de l'équation selon les puissances décroissantes de y (G. Cramer 1750b, § 28), ce qui correspond à la manière habituelle de présenter les équations des courbes qui se retrouve tout au long de l'ouvrage, et qu'il souhaite ainsi s'éviter de mettre en avant des rangements alternatifs des termes d'une équation.

Le chapitre III présente également quelques aménagements. Au moment d'expliquer comment il est possible de déterminer les coefficients de l'équation d'une conique passant par cinq points donnés A , B , C , D et E , Cramer propose une longue note de bas de page dans les manuscrits (Ms. Jallabert 48, f. 21v-22v) qui sera reprise sous la forme d'un premier appendice dans le livre (Appendice I, p. 657-659), tout comme la totalité de ce qui constitue le chapitre IV du manuscrit, intitulé *Digression sur l'évanouissement des quantités indéterminées* (Ms. Jallabert 48, f. 30-34) a été rejetée en fin de volume comme second appendice (Appendice II, p. 660-676). Cela participe clairement de la simplification du texte souhaitée par Cramer : les résultats purement algébriques, bien que jugés comme importants par l'auteur, sont déportés à la fin du texte publié pour ne pas nuire à la clarté de son propos en perturbant sa lecture par des digressions algébriques⁴⁶⁹. Néanmoins, Cramer choisit, dans le texte publié, d'explicitier par des formules longues et compliquées les calculs effectifs des coefficients de l'équation en toute généralité en prenant l'un des points donné, A , comme origine (p. 60-61) – ce qu'il s'abstient de faire dans les manuscrits (f. 22v-23r) – avant de les ramener à des expressions bien plus simples en supposant que les deux axes de coordonnées sont définis par trois des points donnés (la droite AB comme axe des abscisses, AE comme axe des ordonnées); exceptionnellement, à cet endroit, il fait le choix de la généralité plutôt que celui de la simplicité. À l'inverse, lorsqu'il s'agit d'expliquer pourquoi une droite peut couper une courbe « *en autant de points, au plus, qu'il n'y a d'unités dans l'exposant de son ordre* » (p. 62), Cramer illustre son propos en faisant une étude sur les intersections d'une droite et d'un cercle, alors que l'approche présentée dans les manuscrits se base sur l'équation générale d'une courbe d'ordre quelconque ν (Ms. Jallabert 48, f. 24). On constate également une réécriture assez profonde du paragraphe sur la droite, seule ligne du premier ordre (§ 40, p. 64-69) : la discussion sur les différentes formes que peut prendre l'équation $a = by + cx$ y est structurée en trois grands cas selon le nombre de termes non nuls (équation complète, équation à deux termes, équation à un seul terme) dans le livre publié, alors que dans les manuscrits huit cas sont présentés (quatre en considérant a non nul, suivant le signe des deux autres termes b et c , puis deux en considérant a nul, selon que b et c ont le même signe ou pas, et enfin deux derniers en considérant b nul ou c nul) : là encore, le texte est clarifié et mieux organisé afin d'être plus accessible au lecteur.

Le texte des chapitres IV à VI est remarquablement fidèle aux manuscrits, si l'on met à part quelques rares reformulations ou améliorations : par exemple, une table récapitulative ajoutée au chapitre IV donnant les ordres des deux courbes algébriques nécessaires à la construction des égalités d'un ordre donné (§ 54 p. 90 et). Le chapitre VII sur la déter-

469. La démonstration de la règle de Hudde, initialement indiquée en note de bas de page dans les manuscrits (Ms Jallabert 48, f. 40), est de la même manière publiée en annexe du traité (G. Cramer 1750b, Appendice III, p. 677-680).

mination des plus grands termes d'une équation et les principes de la méthode des séries à l'aide du parallélogramme de Newton, connaît quelques évolutions plus marquées mais non significatives, avec des suppressions de quelques passages, exemples ou calculs, ainsi que des inversions de paragraphes et des ajustements sur les notations : ces changements sont toujours réalisés dans le but de faciliter et de simplifier la lecture du texte, mais sans en altérer le sens.

Le chapitre VIII sur les branches infinies est le résultat de la fusion et de la réorganisation de trois chapitres du manuscrits. Les différences les plus importantes que l'on peut y relever se trouvent au niveau du choix des exemples illustrant les quatre cas de détermination de la nature des branches infinies d'une courbe par la position des déterminatrices sur le triangle analytique. Ainsi dans le paragraphe 138 du livre présentant le cas des branches hyperboliques admettant un des deux axes pour asymptote, quatre exemples sont produits par l'auteur (§ 138 p. 245-260), alors que les manuscrits en présentent cinq (Ms Jallabert 48, f. 90-94) : Cramer écarte un exemple de courbe d'ordre 7 ($x^4y^3 - a^4x^2y + b^7 = 0$), et modifie les coefficients d'une équation de courbe d'ordre 4 ($xxyy - 2abxy + bbdy + aabb - bbcd$ venant se substituer à $x^2y^2 - 2a^2xy - 4a^3y - 3a^4 = 0$, sans pour autant modifier sa disposition sur le triangle analytique). De même les exemples illustrant le cas des branches hyperboliques ayant leur asymptote parallèle à l'un des axes (§ 139 p. 261-263) sont sensiblement différents de ceux mis en œuvre dans les manuscrits : pour le premier exemple, Cramer choisit de permuter les inconnues x et y , et pour les deux suivants (qui, sur les deux supports, sont deux équations d'ordre 4 qui ne diffèrent que par le signe d'un de leurs coefficients) il modifie cette fois assez radicalement les équations par rapport à celles du manuscrit. Le cas suivant concernant les branches paraboliques dont la direction est parallèle à l'un des deux axes (§ 142 p. 284-308), en revanche, mobilise les quatre mêmes exemples que dans le manuscrit (Ms. Jallabert f. 100-106), presque sans aucun changement à part dans la présentation de certains calculs. Enfin, dans le quatrième et dernier cas étudié sur les branches infinies dont la direction est oblique aux deux axes (§ 143 p. 308-342), si les six exemples proposés dans les manuscrits (Ms. Jallabert 48 f. 106-107, un septième exemple étant même inséré par encart dans le volume, sans être repris dans la version publiée) sont repris à l'identique, ils sont bien plus développés et détaillés dans le livre, dans le souci de bien en déterminer la nature des branches infinies des courbes proposées, ce qui n'est pas fait dans les manuscrits. Ici encore, les modifications identifiées entre manuscrit et livre sont pour l'essentiel liés à des choix éditoriaux de l'auteur pour favoriser la compréhension par le lecteur, soit en modifiant, soit en développant les exemples initialement envisagés.

Le titre choisi pour le chapitre IX du livre (*Divisions générales des lignes des cinq premiers Ordres*) peut laisser envisager un niveau de généralité un peu supérieur à ce qui a été écrit dans les manuscrits, où le titre du chapitre équivalent (Ms. Jallabert 48, ch. XII, f. 122-133) n'évoque que les lignes des second, troisième et quatrième ordre. Il n'en est rien : les textes des deux versions, manuscrite et publiée, sont extrêmement proches l'une de l'autre, et les manuscrits contiennent bien le dernier paragraphe (peu développé, comme dans le livre)

sur la division des lignes du cinquième ordre en 11 classes. Le chapitre X, qui traite des les points singuliers des courbes, est également très fidèle à sa version manuscrite, à l'exception de quelques divergences tout à fait mineures sur les exemples proposés dans sa seconde partie. C'est également le cas du chapitre XI sur la méthode des tangentes, pour lequel on peut tout de même relever un ajustement de vocabulaire : l'équation obtenue de l'équation de la courbe pour déterminer les tangentes est qualifiée de *tangentiale* dans les manuscrits, terme remplacé par l'adjectif plus commun *tangentielle* dans le texte imprimé ; en outre, le manuscrit contient un approfondissement à propos de la recherche des maxima ou minima en un point multiple (Ms. Jallabert 48, f. 163-164) qui n'a sans doute pas été jugé assez important pour être reproduit dans le livre, dont il est absent.

Quelques différences importantes sont à relever dans le chapitre XII du traité, qui porte sur la notion de courbure. Les paragraphes numérotés 202 et 203 dans le manuscrit (Ms. Jallabert 48, f. 182v-184r) abordent la notion de *développée* d'une courbe donnée, définie comme lieu de tous les centres de courbure de cette courbe. Ces deux paragraphes, qui occupent l'équivalent de près de trois pages dans le manuscrit, ne sont pas repris dans le livre publié : il s'agit là d'un vrai choix éditorial de la part de l'auteur, qui renonce à présenter cette notion. D'ailleurs, le paragraphe 203 du manuscrit se conclut par cette phrase : « *Mais en voila assés sur ce sujet, qui est un peu étranger à ce Traité* », et l'on peut supposer qu'au moment de la publication, le Genevois ait finalement décidé, au vu de la taille déjà atteinte par l'ouvrage, qu'il lui était décidément trop étranger pour y être intégré. Enfin, dans le chapitre XIII qui revient sur les différentes sortes de points multiples que l'on peut rencontrer dans les courbes algébriques, on trouve également trace de suppression de contenus : ainsi dans le manuscrit, le chapitre est introduit par un paragraphe numéroté 208 (Ms. Jallabert 48, f. 189), long d'un peu plus d'une page, qui cherche à définir la multiplicité d'un point par le nombre de séries obtenues en cherchant des développements locaux (sans doute dans l'idée d'établir proprement qu'un rebroussement est bien un point double de la courbe), et que Cramer a renoncé à intégrer à son traité.

En conclusion, le relevé des différences entre le manuscrit et le livre ne met pas en évidence de changements réellement significatifs. Les aménagements réalisés par l'auteur (suppression de certains passages jugés inutiles, reformulations et récapitulations marginales, réécriture de quelques exemples, amélioration de la présentation de quelques calculs) ne visent qu'à clarifier et préciser son propos, dans le souci de le rendre toujours plus lisible et compréhensible, même des débutants : ils sont les témoins du souci de pédagogie manifesté par l'auteur dans sa préface. Les manuscrits que j'ai datés de 1745-1746 sont donc très proches du texte final, et les changements identifiés entre les deux états du texte de Cramer, bien qu'intéressants à analyser dans certains cas, peuvent être globalement considérés comme marginaux.

Méthodes, outils, résultats : la géométrie des courbes dans l'*Introduction*

Après avoir étudié les dynamiques d'écriture de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, du premier jet de l'automne 1740 au livre publié en août 1750, il est maintenant temps de s'arrêter sur les contenus mêmes du traité de Cramer, et d'examiner avec plus de détail et d'attention les méthodes et outils mis en œuvre par le Genevois, ainsi que les résultats auxquels il aboutit. Le travail de Cramer s'appuie d'abord sur un socle de méthodes algébriques éprouvées par ses prédécesseurs, qu'il explicite soigneusement par de nombreux développements et exemples. Ces méthodes sont ensuite appliquées à l'étude des centres et diamètres des courbes, puis de leurs branches infinies, ce qui lui permet d'établir une classification en classes et genres des courbes des cinq premiers ordres basée sur le nombre, la nature et la position de ces branches infinies. Enfin, cette classification des courbes est précisée et affinée par l'étude de leurs tangentes, de leur courbure, et enfin de leurs points singuliers (points multiples, inflexions).

Panorama des méthodes et outils algébriques en action dans l'*Introduction*

Le changement de repère : transformer l'équation d'une courbe

Le chapitre II de l'*Introduction*, intitulé *Des transformations que subit l'équation d'une courbe, quand on la rapporte à d'autres coordonnées*, présente ce qui servira de base de nombreux raisonnements et calculs ultérieurs : les formules de changement de coordonnées. L'auteur s'appuie sur la figure reproduite ci-dessous :

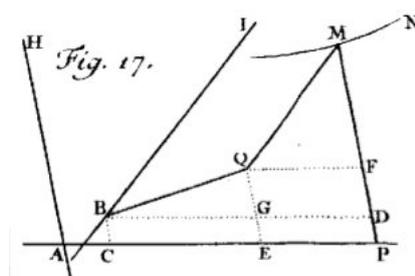


FIGURE 6.2 – G. Cramer (1750b, Planche III, figure 17).

L'ancien repère est formé par les axes AP et AH , le nouveau par les axes BQ et BI . Le point M de la courbe MN est repéré dans le premier par les deux coordonnées $x = AP$ et $y = PM$, dans le second par $z = BQ$ et $u = QM$. Il pose $AC = m$, $BC = n$, $BG = pz$, $QG = qz$, $QF = ru$ et $MF = su$.

La formule générale pour le changement de coordonnées donnée par Cramer est la suivante :

« Si, dans l'équation qui exprime le rapport des coordonnées x & y , on substitue $m + pz + ru$ à x & $n + qz + su$ à y , la transformée exprimera le rapport des coordonnées z et u . » (G. Cramer 1750b, p. 39)

Quatre cas particuliers sont considérés :

- Si on conserve l'origine tout en modifiant la direction des axes, alors $AC = m = 0$ et $BC = n = 0$, et le changement de coordonnées revient à substituer $pz + ru$ à x et $qz + su$ à y .
- Si on conserve l'origine et l'axe des abscisses, alors $BG = BQ = z$ et $QZ = 0$; il convient donc de remplacer x par $z + ru$ et y par su .
- Si on conserve l'origine et l'axe des ordonnées, alors $FM = QM = u$ et $QF = 0$; il convient donc de remplacer x par pz et y par $qz + u$.
- Si on souhaite uniquement changer l'origine du repère tout en conservant les directions des axes, alors $BG = BQ = z$, $MF = MQ = u$ et $CG = FQ = 0$; on doit donc substituer $m \pm z$ à x et $n \pm u$ à y .

Cramer poursuit en donnant des « voyes abrégées » pour exécuter ces transformations; il propose notamment une méthode pour développer une puissance quelconque du binôme $(m + z)$ lorsqu'on le substitue à x dans l'équation algébrique d'une courbe, et l'illustre au travers de l'exemple du développement de $(m + z)^5$ (G. Cramer 1750b, p. 41), non sous la forme d'une formule mais par le biais d'une procédure algorithmique qu'il vaut la peine de détailler ici :

« On pose d'abord m^5 , c'est-à-dire, une puissance de m qui a le même exposant que celle de x ; on multiplie ce terme m^5 par son exposant [5], & on le divise par m , ce qui donne le second coefficient $5m^4$. On multiplie ce second coefficient par [2] la moitié de son exposant [4], & on le divise toujours par m . Cette opération donne le troisième coefficient $10m^3$, qu'on multiplie par [1] le tiers de son exposant [3], & qu'on divise par m , pour avoir le quatrième coefficient $10m^2$. Celui-ci doit être multiplié par [$\frac{1}{2}$] le quart de son exposant [2], et divisé toujours par m . Par ce moyen on a le cinquième coefficient $5m$, qu'il faut multiplier par [$\frac{1}{5}$] la cinquième partie de son exposant [1], & diviser par m , pour avoir le sixième & dernier coefficient 1. Alors l'opération est finie, parce que ce terme ne contient plus de m »

Cette procédure donne, si on écrit les calculs d'une autre manière :

$$(m + z)^5 = m^5 + 5m^4z + \frac{5 \times 4}{2}m^3z^2 + \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2}m^2z^3 + \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2}{4 \times 3 \times 2}mz^4 + \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{5 \times 4 \times 3 \times 2}z^5$$

à savoir :

$$(m + z)^5 = m^5 + 5m^4z + 10m^3z^2 + 10m^2z^3 + 5mz^4 + z^5.$$

On reconnaît bien la formule du binôme telle qu'elle est connue aujourd'hui, avec les coefficients binomiaux.

Cramer indique ensuite comment, grâce à une présentation adéquate des calculs, il peut aisément et rapidement substituer $m + z$ à x dans une équation quelconque :

« On écrira l'équation sur une ligne : on en multipliera chaque terme qui contient quelque puissance de x par l'exposant de cette puissance, & dans chacun de ces termes on changera un x en z . Le produit s'écrira sur une seconde ligne, dont on

multipliera chaque terme où se trouve quelque puissance de x par la moitié de son exposant, & on changera de nouveau un x en z. Le produit sera la troisième ligne, dont on multipliera chaque terme qui contient quelque puissance de x par le tiers de son exposant, & on changera toujours un x en z. Cette opération donnera la quatrième ligne, & on continuera de même, jusqu'à-ce qu'on soit parvenu à une ligne où il n'y ait plus d'x. Alors, changeant tous les x en m, on réunira tous les termes de toutes ces lignes, & on aura la transformée.» (p. 43)

Il propose l'exemple suivant, basé sur la transformation de l'équation

$$x^4 - 2x^2y^2 + 8ax^3 - 5axy^2 + 4ccxy - 8acyy + 9a^2c^2 = 0$$

après substitution de $m + z$ à x :

$$\begin{array}{r}
 x^4 \quad -2x^2y^2 + 8ax^3 \quad -5axy^2 + 4ccxy - 8acyy + 9a^2c^2 = 0 \\
 \begin{array}{ccccccc}
 4 & & 2 & & 3 & & 1 & & 1 & & 0 & & 0
 \end{array} \\
 \hline
 +4x^3z - 4xy^2z + 24ax^2z - 5ay^2z + 4ccyz \\
 \begin{array}{ccccccc}
 \frac{3}{2} & & \frac{1}{2} & & \frac{2}{2} & & 0 & & 0
 \end{array} \\
 \hline
 +6x^2z^2 - 2y^2z^2 + 24axz^2 \\
 \begin{array}{ccc}
 \frac{2}{3} & & 0 & & \frac{1}{3}
 \end{array} \\
 \hline
 +4xz^3 & & + 8az^3 \\
 \begin{array}{ccc}
 \frac{1}{4} & & 0
 \end{array} \\
 \hline
 +z^4
 \end{array}$$

ce qui donne, après avoir changé tous les x par des m , la transformée suivante :

$$\begin{aligned}
 m^4 + 4m^3z + 6mmzz + 4mz^3 + z^4 - 2m^2y^2 - 4my^2z - 2y^2z^2 + 8am^3 + 24am^2z \\
 + 24amz^2 + 8az^3 - 5amy^2 - 5ay^2z + 4ccmy + 4ccyz - 8acyy + 9a^2c^2 = 0
 \end{aligned}$$

Cette procédure est ensuite généralisée pour obtenir l'équation de la courbe étudiée résultant d'un déplacement simple de l'origine du repère, qui se traduit par la substitution simultanée de $m + z$ à x et de $n + u$ à y (ce qui constituera le cas le plus courant dans la suite de l'ouvrage). Un nouvel exemple vient illustrer cette procédure : il s'agit ici d'obtenir la transformée de l'équation

$$a^4 - 4a^3y + 9a^3x - a^2y^2 - 3a^2xy + 12a^2x^2 - ax^2y + 6ax^3 + x^4 = 0.$$

Cramer précise : « Des deux nombres qui sont places sous chaque terme, le premier est relatif aux dimensions de y & le second à celles de x »

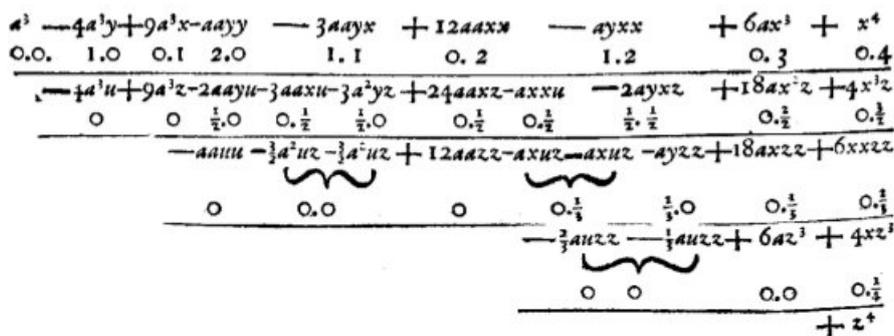


FIGURE 6.3 – G. Cramer 1750b, p. 46.

ce qui donne, après avoir changé tous les x en m et les y en n , la transformée suivante :

$$\begin{aligned}
 & a^4 - 4a^3n + 9a^3m - aann - 3a^2mn + 12aamm - ammn + 6am^3 + m^4 \\
 & + (-4a^3 - 2a^2n - 3a^2m - amm)u + (9a^3 - 3a^2n + 24aam - 2amn + 18amm4m^3)z \\
 & - aauu + (3a^22am)uz + (12aa - an + 18am + 6mm)zz - auzz(6a + 4m)z^3 + z^4 = 0
 \end{aligned}$$

On voit ici tout l'avantage et l'efficacité de cette présentation condensée des calculs.

Le triangle analytique : identifier les termes prépondérants de l'équation

Au début du chapitre III, Cramer donne la forme générale de l'équation d'une courbe pour les ordres 1, 2, 3, etc. : l'équation générale des lignes du premier ordre est $a + by + cx = 0$, celle des lignes du second ordre est $a + by + cx + dyy + exy + fxx = 0$, celle des lignes du troisième ordre est $a + by + cx + dyy + exy + fxx + gy^3 + hxy^2 + ix^2y + lx^3 = 0$, etc. Puis il démontre rapidement que le changement de coordonnées laisse invariant l'ordre d'une ligne algébrique. Il vient alors à introduire le *parallélogramme analytique* hérité de Newton et propose, en se référant aux *Usages* de De Gua de Malves (1740), de lui substituer une représentation qu'il juge plus commode et qu'il appelle le *triangle analytique* (ou *algébrique*) :

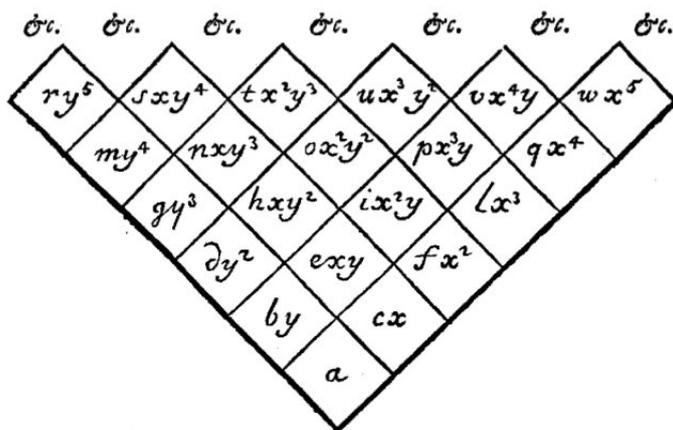


FIGURE 6.4 – Le triangle analytique G. Cramer (1750b, p. 55).

Dans cette représentation (avec le triangle posé sur la pointe) les termes de même degré sont portés par des rangs horizontaux. Ainsi les termes de degré 3 (gy^3, hxy^2, ix^2y et lx^3)

sont-ils situés sur le quatrième rang du triangle. Il appelle « *bande sans x* » la rangée contenant les termes a, by, dy^2, gy^3 , etc. et « *bande sans y* » la rangée contenant les termes a, cx, fx^2, lx^3 , etc. Cette configuration permet à Cramer de constater simplement que le nombre de termes d'une équation de degré v est a priori donné par la formule $\frac{(v+1)(v+2)}{2}$; en divisant toute l'équation de la courbe par le coefficient de la plus haute puissance de x ou de y (qui devient égal à 1) il établit que le nombre de coefficients de l'équation générale d'une courbe d'ordre v est égal à $\frac{(v+1)(v+2)}{2} - 1 = \frac{1}{2}v^2 + \frac{3}{2}v$. S'en suit l'affirmation qu'une courbe d'ordre v est entièrement déterminée par la donnée de $\frac{1}{2}v^2 + \frac{3}{2}v$ points : « *Ainsi une ligne du premier ordre est déterminée par deux points donnés; une du second par 5; une du troisième par 9; une du quatrième par 14; une du cinquième par 20, & c;* » (G. Cramer 1750b, p. 58). Pour le démontrer, Cramer développe et utilise une « *règle assez commode et générale* » lui permettant de résoudre un système d'équations du premier degré, qu'il détaille dans le premier appendice à la fin de l'ouvrage : aujourd'hui connue sous le nom de *règle de Cramer*, cette règle est à l'origine de ce que l'on appellera plus tard la théorie des déterminants.

Le triangle analytique refait son apparition au début du chapitre VII, intitulé *Détermination des plus grands termes d'une Équation. Principes de la Méthodes des Séries, ou Suites infinies*. Cramer y annonce son programme de classification des courbes à l'aide de leurs branches infinies et de leurs points singuliers et expose le principe qui présidera à leur recherche :

« *Si dans une équation indéterminée, on suppose une des variables x ou y infinie ou infiniment petite, cette supposition rend certains termes de l'équation infiniment plus grands que les autres. On peut donc retrancher ceux-ci sans scrupule, parce qu'ils ne sont rien en comparaison des plus grands, qui forment seuls toute l'équation. [...] Il ne s'agit que d'avoir une Règle pour discerner dans une équation proposée, quels sont les termes que la supposition d' x ou d' y infiniment grande ou infiniment petite, rend infiniment plus grands que tous les autres.* » (p. 148)

Après avoir indiqué comment circuler parmi les différents ordres d'infini, il montre comment utiliser ce *triangle analytique* pour « *discerner les plus grands termes d'une Équation* ». Le problème peut se poser dans les termes suivants : si on suppose x infiniment grand, il ne suffit pas de prendre dans l'équation les termes pour lesquels l'exposant de x est le plus grand. Par exemple, si dans une équation apparaissent les termes x^3y et xy^4 , et qu'on suppose que x et y sont deux grandeurs infinies du même ordre, alors xy^4 est un infini du cinquième ordre qui devient prépondérant face au terme x^3y qui, lui, n'est que du quatrième ordre. Il ne suffit pas non plus de prendre en considération la somme des exposants de x et de y dans un même terme : si x est infiniment grand, les valeurs de y peuvent être également infiniment grandes, comme elles peuvent être finies ou infiniment petites; pour reprendre l'exemple précédent, si y est d'un ordre inférieur à $x^{\frac{2}{3}}$, alors x^3y devient prépondérant face à xy^4 , alors même que le degré du premier monôme est inférieur à celui du second.

À titre d'exemple, Cramer commence par comparer les monômes un à un dans l'équation $x^2y + ay^2 - a^2x = 0$ pour x infini, puis infiniment petit, et montre que cette comparaison

« à la main », même sur une équation aussi réduite, est très laborieuse. C'est grâce au triangle analytique que la comparaison des différents termes de l'équation pourra se réaliser de façon rapide et efficace : la méthode est basée sur le fait que si l'on prend deux monômes supposés être du même ordre sur le triangle analytique, alors la droite qui joint ces deux cases du triangle passe par les centres des cases d'autres monômes (dont les exposants forment une suite arithmétique) et dont il démontre qu'ils sont tous du même ordre que les deux premiers, et que si l'on considère x infiniment grand (resp. infiniment petit), les termes situés au-dessus (resp. en-dessous) de cette droite seront d'un ordre supérieur (resp. inférieur) à ceux reliés par cette droite. Une droite joignant deux ou plusieurs termes sur le triangle analytique sans laisser aucun autre terme de l'équation au-dessus (resp. en dessous) est appelée par Cramer *déterminatrice supérieure* (resp. *inférieure*).

Voici comment Cramer met en œuvre ce triangle analytique pour identifier les termes prépondérants d'une équation, lorsque x ou y est supposé infiniment grand (resp. infiniment petit) (G. Cramer 1750b, p. 165-166) :

Étape 1 : Repérer par une étoile l'emplacement des différents termes de l'équation sur le triangle analytique.

Étape 2 : Coucher le triangle sur la « bande sans x » si c'est x qui est supposé infiniment grand ou petit (sur la « bande sans y » si la variable considérée est y).

Étape 3 : Dans le cas où x est supposé infiniment grand (resp. infiniment petit), tracer les *déterminatrices supérieures*, (resp. *inférieures*) sur le triangle analytique.

Étape 4 : Les termes situés le long d'une déterminatrice supérieure (resp. inférieure) sont les termes prépondérants de l'équation.

Deux exemples viennent immédiatement l'illustrer (p.167-169), dont celui donné par la courbe définie par l'équation

$$xxyy + axy^2 + bx^2y + cx^3 + ddxxy + eexx + f^3y = 0$$

On commence par placer les sept termes de l'équation sur le triangle analytique (voir fig. 6.5). Dans le cas où c'est x qui est supposé infiniment grand ou petit, on couche le triangle sur la bande sans x ; on distingue alors une seule déterminatrice supérieure (la droite (CD)) et deux déterminatrices inférieures (les droites (AB) et (AE)). Ainsi, lorsque x est supposé infiniment grand, l'équation de la courbe peut se réduire à $xxyy + cx^3 = 0$ soit, après avoir divisé par x^2 , à l'équation $yy + cx = 0$. Il est donc possible d'écrire une relation du type $y = Ax^{\frac{1}{2}}$: y est de l'ordre de $x^{\frac{1}{2}}$. Les deux termes $xxyy$ et cx^3 sont par conséquent tous les deux des infinis d'ordre 3 : en effet, $xxyy = xx \left(Ax^{\frac{1}{2}} \right) \left(Ax^{\frac{1}{2}} \right) = A^2x^3$. Ces deux termes sont prépondérants face aux autres termes de l'équation : axy^2 est alors un infini d'ordre de 2, bx^2y est un infini d'ordre $\frac{5}{2}$, $ddxxy$ un infini d'ordre $\frac{3}{2}$, $eexx$ un infini d'ordre 2 et f^3y un infini d'ordre 1.

De la même façon, lorsque x est supposé infiniment petit, l'équation proposée peut se réduire aux deux équations $axy^2 + f^3y = 0$ et $eexx + f^3y = 0$ soit, après les avoir divisées par ay et ee respectivement, à $xy + \frac{f^3}{a} = 0$ et $xx + \frac{f^3}{ee}y = 0$. Dans le premier cas, il est possible

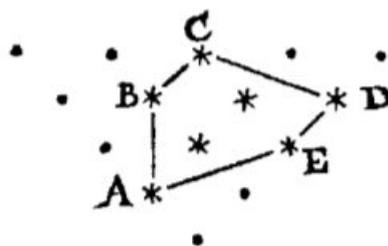


FIGURE 6.5 – G. Cramer (1750b, p. 168).

d'écrire une relation du type $y = Ax^{-1}$: y est donc de l'ordre de x^{-1} , et les termes axy^2 et f^3y sont des infiniment petits d'ordre 1 (de l'ordre de x^{-1}). Ces termes sont donc prépondérants en regard des autres termes de l'équation ($xxyy$ est de l'ordre de x^0 , bx^2y est de l'ordre de x , etc.). Dans le second cas, y est de l'ordre de x^2 , et les termes $eexx$ et f^3y sont de l'ordre de x^2 , prépondérants face aux autres termes ($xxyy$ est de l'ordre de x^6 , axy^2 est de l'ordre de x^5 , etc.).

Cette méthode permet de manière très simple de comparer les ordres des différents termes composant l'équation et d'en dégager les « plus grands termes », en déterminant au passage le rapport des ordres de y à x par une relation du type $y = Ax^h$, point de départ du développement en série de l'une des variables en fonction de l'autre : ceci est l'objet de la section suivante.

La méthode des séries : approcher les courbes

Dans ce même chapitre VII, Cramer avertit le lecteur (p. 173) :

« Il y a bien des recherches sur les Lignes courbes où il suffit de connoître le rapport d'y à x, quand ces variables sont infinies ou infiniment petites. Mais il en est beaucoup d'autres où il faut aller plus loin, & chercher ce que produisent les termes qu'on a négligés comme infiniment petits en comparaison de ceux qu'on a employés. Il est même souvent très-utile de trouver le rapport d'y à x finies, du moins par approximation. Ceci nous mène naturellement à la Méthode des Séries ou Suites infinies, qui découle sans peine de ce qu'on vient d'établir. »

Il commence par définir ce qu'est une série (« *une suite de termes qui fait une approximation continuelle à la racine d'une équation* »), puis distingue les séries convergentes (dont la somme s'approche de plus en plus de la valeur de la racine à mesure qu'on prend plus de termes) des séries divergentes (dont la somme s'éloigne de la valeur de la racine, ce qui en fait des séries « *trompeuses* » ou pour le moins « *inutiles* »)⁴⁷⁰. L'équation d'une courbe étant donnée, le but est donc de produire un (ou plusieurs, selon le cas) développement en série d'une des deux variables (x ou y) en fonction de la seconde, lorsque cette seconde variable est infiniment petite ou grande.

470. Au passage il expose un critère de convergence erroné, en affirmant qu'une série sera convergente dès lors que « *chaque terme est plus petit que celui qui le précède, & que ces termes diminuent à l'infini* » (G. Cramer 1750b, p. 174-175).

Le triangle analytique permet, dans le cas où x est infiniment petite ou grande, de réduire l'équation proposée à une (ou plusieurs) équations plus simples et de dégager une relation du type $y = Ax^h$, qui fournit le premier terme de la série⁴⁷¹. Pour obtenir le second terme, il suffit de substituer $Ax^h + u$ à y dans l'équation proposée, afin d'obtenir une équation transformée en x et u ; si x est supposé infiniment grand (ou petit), le triangle analytique et les déterminatrices associées à cette nouvelle équation permettront d'obtenir une (ou plusieurs) nouvelle expression du type $u = Bx^i$, fournissant ainsi le second terme de la série. Les termes suivants sont obtenus en réitérant cette procédure aussi souvent qu'il en sera besoin, en ne prenant en considération à chaque étape que les termes d'un ordre strictement supérieur à celui précédemment trouvé (si l'on cherche une série ascendante) ou ceux d'un ordre strictement inférieur (si l'on cherche une série descendante).

Cramer illustre cette règle avec l'exemple suivant : il considère l'équation $ay^3 - x^3y - ax^3 = 0$ et place les termes de cette équation sur le triangle analytique :



FIGURE 6.6 – G. Cramer (1750b, p. 180).

Lorsque x est infiniment petit, il suffit de coucher le triangle sur la bande sans x et de repérer la ou les déterminatrices inférieures; il n'y en a qu'une dans ce cas, qui porte les termes x^3 et y^3 . Ceci permet de réduire l'équation proposée à $ay^3 - ax^3 = 0$, qui se simplifie en $y = x$, donnant ainsi le premier terme de la série recherchée.

Pour obtenir le second terme, on substitue $x + u$ à y dans l'équation proposée, qui donne la transformée suivante :

$$3auxx + 3auux + au^3 - x^4 - x^3u = 0$$

dont on place les cinq termes sur le triangle analytique :

Il faut ici considérer deux déterminatrices inférieures; la première passe par les points représentant les termes au^3 , $3auux$ et $3auxx$, mais sera négligée : en effet, elle ramènerait l'équation proposée à $3auxx + 3auux + au^3 = 0$ soit, après simplification par au , $u^2 + 3ux + 3x^2 = 0$ dont Cramer dit qu'elle se ramènerait, après résolution de l'équation en u , à une équation de la forme $u = Rx$ ⁴⁷². Comme dans cette nouvelle équation x a le même exposant

471. Dans son *Aperçu historique sur le développement de la géométrie algébrique*, Dieudonné en donne une lecture moderne : à chaque monôme $Ax^m y^n$ figurant dans l'équation de la courbe, on associe le point de coordonnées $(m; n)$ dans un repère orthonormé du plan; si le coefficient directeur d'une directrice est égal à α , alors le premier exposant dans le développement en série associé est $\frac{-1}{\alpha}$ (Dieudonné 1974, p. 21).

472. Il semble même, en l'espèce, que les solutions de cette équation d'inconnue u soient imaginaires.



FIGURE 6.7 – G. Cramer (1750b, p. 180).

que celui trouvé dans l'étape précédente (c'est-à-dire 1), cette possibilité est écartée. Reste donc à exploiter la seconde déterminatrice inférieure, qui passe par les points représentant les coefficients $3auxx$ et $-x^4$, ce qui permet de réduire l'équation proposée à $3auxx - x^4 = 0$. Après simplification de cette équation par x^2 on trouve $u = \frac{xx}{3a}$, qui est donc le second terme du développement.

Cette opération est répétée pour obtenir le terme suivant, en substituant $\frac{xx}{3a} + t$ à u dans l'équation précédente; on aboutit là encore à deux déterminatrices inférieures, la première donnant un résultat à rejeter (parce que de la forme $t = Rx$), la seconde produisant un nouveau terme de la série ($t = -\frac{x^4}{81a^3}$), etc. Les premiers termes du développement en série de y en fonction de x pour des valeurs de x infiniment petites sont donc donnés par :

$$y = x + \frac{xx}{3a} - \frac{x^4}{81a^3} + \dots$$

Cet exemple présente une série que Cramer désigne sous le qualificatif de *régulière*; mais plusieurs cas nécessitent une attention particulière. Si l'équation fournie par une des déterminatrices n'a que des solutions imaginaires, alors la série entière devient imaginaire. Si l'un des termes de la série est demi-imaginaire (c'est-à-dire, par exemple, imaginaire pour les valeurs positives de x mais réel pour les valeurs positives de x) alors la série est elle-même demi-imaginaire. Enfin, si l'équation admet plusieurs racines réelles distinctes, alors la série se « fourche », c'est-à-dire se scinde en autant de séries différentes qu'il n'y a de racines. Quelques considérations supplémentaires facilitent la mise en œuvre de cette méthode pour établir des développements en séries : on y retrouve notamment la disposition des calculs qui rend plus commode le calcul de la transformée de l'équation proposée en substituant $Ax^h + u$ à y , adaptée de celle qui est présentée dans le chapitre II pour les changements de coordonnées. Cramer propose une importante amélioration à cette méthode en déterminant *a priori*, à l'aide de considérations purement algébriques, quels seront les exposants de la variable x dans le développement en série de y en x : si, par exemple, pour une équation de courbe donnée et posée sur le triangle analytique, la déterminatrice inférieure porte des termes d'ordre m , et que les autres termes de l'équation proposée sont d'ordre $m + p$, $m + n$, etc. alors tous les termes de la série seront de la forme $Hx^{m+jn+kp}$ etc. avec j et k entiers naturels. Les coefficients de cette série sont alors effectivement calculés par la méthode des

coefficients indéterminés : je ne détaille pas ici cette approche, mais on peut se reporter aux pages 200 à 215 de l'*Introduction*.

Les appendices algébriques : De l'évanouissement des inconnues

Les appendices situés en fin de volume ne présentent pas des méthodes algébriques mobilisées dans le corps de l'ouvrage pour l'étude des courbes algébriques à proprement parler : ils ne servent qu'à donner les démonstrations de résultats généraux, bien entendu importants et utiles, mais jugés suffisamment périphériques par Cramer par rapport à son propos pour ne pas les insérer dans le corps du texte et les rejeter en fin d'ouvrage.

Appendice I - les règles de Cramer pour la résolution des systèmes d'équations : dans le troisième chapitre de son ouvrage, Cramer souhaite démontrer que l'équation d'une courbe du second ordre (d'une conique, donc) dont la forme générale est

$$A + By + Cx + Dyy + Exy + xx = 0$$

est entièrement déterminée par la donnée de cinq points distincts⁴⁷³ $A(\alpha ; a)$, $B(\beta ; b)$, $C(\gamma ; c)$, $D(\delta ; d)$ et $E(\epsilon ; e)$. Cela mène à la résolution simultanée des cinq équations suivantes dont les inconnues sont les coefficients A , B , C , D et E de l'équation⁴⁷⁴ :

$$\begin{aligned} A + Ba + Ca + Daa + Eaa + \alpha\alpha &= 0 \\ A + Bb + C\beta + Dbb + Eb\beta + \beta\beta &= 0 \\ A + Bc + C\gamma + Dcc + Ec\gamma + \gamma\gamma &= 0 \\ A + Bd + C\delta + Ddd + Ed\delta + \delta\delta &= 0 \\ A + Be + C\epsilon + Dee + Ee\epsilon + \epsilon\epsilon &= 0 \end{aligned}$$

S'il concède que le calcul peut être long, il indique en note de bas de page qu'il a trouvé un moyen de l'abrégé : « *Je cois avoir trouvé pour cela une Règle assez commode & générale, lorsqu'on a un nombre quelconque d'équations et d'inconnuës dont aucune ne passe le premier degré. On la trouvera dans l'Appendice, N^o. I* » (G. Cramer 1750b, p. 60).

Cet appendice, qui constitue ce qui est pour l'essentiel retenu de l'ouvrage de Cramer aujourd'hui, tient sur trois pages (p. 657-659). Utilisant à nouveau des notations parfois ambiguës⁴⁷⁵, il y donne la forme générale des solutions de ce que l'on appelle aujourd'hui des systèmes linéaires d'équations du premier degré :

473. Plus généralement, il cherche à établir « *qu'une Ligne de l'Ordre v est déterminée & son équation donnée, quand on a fixé $\frac{1}{2}v + \frac{3}{2}v$ points par lesquels elle doit passer* » (G. Cramer 1750b, p. 48).

474. De manière peu heureuse, Cramer utilise les lettres droites A , B , C , D et E pour désigner les points par lesquels passe la courbe et les mêmes lettres A , B , C , D et E en italique pour désigner les coefficients des termes de l'équation.

475. Les notations A^p , Z^p , Y^p etc. ne désignent pas des puissances, mais les coefficients des équations; aujourd'hui, nous aurions utilisé une notation indicielle : $A_1 = Z_1z + Y_1y + X_1x + V_1v + \& c..$

$$\begin{aligned}
A^1 &= Z^1 z + Y^1 y + X^1 x + V^1 v + \& c. \\
A^2 &= Z^2 z + Y^2 y + X^2 x + V^2 v + \& c. \\
A^3 &= Z^3 z + Y^3 y + X^3 x + V^3 v + \& c. \\
A^4 &= Z^4 z + Y^4 y + X^4 x + V^4 v + \& c. \\
&\& c.
\end{aligned}$$

Ces solutions sont données explicitement en fonction des coefficients pour une, deux ou trois équations. Par exemple, dans le cas de deux équations :

$$\begin{aligned}
A^1 &= Z^1 z + Y^1 y \\
A^2 &= Z^2 z + Y^2 y
\end{aligned}$$

les solutions s'expriment ainsi⁴⁷⁶ :

$$z = \frac{A^1 Y^2 - A^2 Y^1}{Z^1 Y^2 - Z^2 Y^1} \text{ et } y = \frac{Z^1 A^2 - Z^2 A^1}{Z^1 Y^2 - Z^2 Y^1}.$$

La description générale des solutions fait appel à la notion de *dérangement*, que Cramer définit ainsi : « *quand un exposant est suivi dans le même terme, médiatement ou immédiatement, d'une exposant plus petit* ». Pour construire le dénominateur commun à toutes les solutions (comme ci-dessus $Z^1 Y^2 - Z^2 Y^1$ dans le cas de deux équations) on commence par écrire tous les arrangements possibles des produits des coefficients Z, Y, X, V etc. avec leurs exposants, en leur assignant le signe + si le nombre de dérangements est nul ou pair, le signe – sinon. Dans le cas de trois équations :

$$\begin{aligned}
A^1 &= Z^1 z + Y^1 y + X^1 x \\
A^2 &= Z^2 z + Y^2 y + X^2 x \\
A^3 &= Z^3 z + Y^3 y + X^3 x
\end{aligned}$$

les différents arrangements des coefficients des seconds membres des équations sont au nombre de six : $Z^1 Y^2 X^3, Z^1 Y^3 X^2, Z^2 Y^1 X^3, Z^2 Y^3 X^1, Z^3 Y^1 X^2$ et $Z^3 Y^2 X^1$. Dans le premier produit, il n'y a aucun dérangement car $1 < 2, 1 < 3$ et $2 < 3$ alors que dans le second il y en a un puisque $1 < 3, 1 < 2$ mais $3 > 2$; on assigne donc le signe + au premier et le signe – au second, et de même pour les quatre produits suivants : le dénominateur commun à toutes les solutions sera donc

$$Z^1 Y^2 X^3 - Z^1 Y^3 X^2 - Z^2 Y^1 X^3 + Z^2 Y^3 X^1 + Z^3 Y^1 X^2 - Z^3 Y^2 X^1.$$

Enfin, chaque solution (par exemple z) sera calculée en prenant pour numérateur la même expression que pour le dénominateur, après changement de la valeur des coefficients associés $Z^1, Z^2, Z^3 \dots$ par celles de A^1, A^2, A^3 etc. Ainsi, dans le cas de trois équations, on

476. On reconnaît ici ce que l'on appelle aujourd'hui les *formules de Cramer* pour la résolution des systèmes de n équations linéaires du premier degré à n inconnues, dans le cas $n = 2$.

aura

$$z = \frac{A^1 Y^2 X^3 - A^1 Y^3 X^2 - A^2 Y^1 X^3 + A^2 Y^3 X^1 + A^3 Y^1 X^2 - A^3 Y^2 X^1}{Z^1 Y^2 X^3 - Z^1 Y^3 X^2 - Z^2 Y^1 X^3 + Z^2 Y^3 X^1 + Z^3 Y^1 X^2 - Z^3 Y^2 X^1}$$

Cramer conclut cet appendice en étudiant le cas où le dénominateur (ce que l'on appelle aujourd'hui le déterminant du système) commun à chacune de ces fractions est nul : si leurs numérateurs sont tous nuls, alors le problème est indéterminé (et le système formé par les équations admet une infinité de solutions), mais si l'un au moins de ces numérateurs n'est pas nul, alors il n'est pas possible de lui trouver des solutions.

Appendice II - une contribution à la théorie de l'élimination. Toujours dans le chapitre III, Cramer énonce le théorème suivant :

*« Or il est démontré * que si l'on a deux variables, & deux équations indéterminées qui expriment le rapport de ces variables avec des constantes, desquelles l'une soit de l'ordre m & l'autre de l'ordre n ; lors qu'au moyen de ces deux équations on chasse une de ces variables, celle qui reste n'a, dans l'équation finale qui la détermine, que mn dimensions au plus. Elle ne peut donc avoir, dans cette équation, que mn racines au plus. Par conséquent, deux Lignes algébriques décrites sur un même plan, ne peuvent se rencontrer qu'en autant de points, au plus, qu'il y a d'unités dans le produit des nombres qui sont les exposants de leurs Ordres † » (G. Cramer 1750b, p. 76)*

Dans ce passage, le premier renvoi, signalé par l'astérisque, indique que la démonstration est justement à trouver en appendice. Le second, indiqué par l'obèle, rappelle que « *Mr. MAC-LAURIN a démontré la même chose, mais je ne crois pas que sa Démonstration ait été rendue publique. Voiez Trans. Philos. N°. 439 pag. 143* » (p. 76). Le texte auquel renvoie ainsi Cramer est une lettre de Maclaurin à la Royal Society, datée de 1732 et publiée dans le numéro 439 des *Philosophical Transactions* pour octobre, novembre et décembre 1735 (Maclaurin 1738) : cette lettre annonce en effet un supplément encore non publié à sa *Geometria organica* (Maclaurin 1720) dans lequel se trouve cette démonstration⁴⁷⁷.

Le contenu de cet appendice est issu du mémoire que Cramer avait envoyé à Clairaut au printemps 1744 (voir p. 127). La démonstration, Ici encore, souffre de l'adoption de notations difficiles : c'est d'ailleurs très probablement ce qui a empêché Clairaut d'en donner lecture devant l'Académie des sciences de Paris. L'idée générale est de démontrer que l'équation C issue de l'élimination de la variable x entre les deux équations A (de degré n) et B (de degré m), appelée la résultante⁴⁷⁸ des équations A et B, est de degré au plus égal à mn , et donc que

477. « *In the first Part of the Supplement, there is a general Demonstration given of the Theorem, that if two Lines of the Orders or Dimensions, express'd by the Numbers m and n, be described in the same Plane, the greatest Number of Points in which these Lines can intersect each other, will be mn, or the Product of the Numbers which express the Dimensions of the Lines, or the Orders to which they belong* » (Maclaurin 1738, p. 148).

478. Cette équation doit de plus être de degré minimal, c'est-à-dire débarrassée de tous les facteurs superflus pouvant apparaître au cours des calculs et susceptibles de donner des racines ne correspondant pas à des intersections.

les deux courbes d'ordre n et m représentant les équations A et B respectivement ne peuvent avoir plus de mn points d'intersection⁴⁷⁹.

Cramer note ainsi les deux équations :

$$\begin{aligned} \text{A.} \dots x^n - [1]x^{n-1} + [1^2]x^{n-2} - [1^3]x^{n-3} + \&c \dots [1^n] &= 0 \\ \text{B.} \dots (0)x^0 + (1)x^1 + (2)x^2 + (3)x^3 + \&c \dots (m)x^m &= 0 \end{aligned}$$

où $[1]$, $[1^2]$, $[1^3]$ etc. dans l'équation A sont des polynômes en y de degrés au plus égal à 1, 2, 3 respectivement, et (0) , (1) , (2) etc. dans l'équation B des polynômes en y de degrés au plus égal à m , $m-1$, $m-2$ respectivement. Il note également a , b , c , d etc. les n racines (réelles ou imaginaires, certaines d'entre elles étant éventuellement confondues) de l'équation A et remplace x par chacune de ces racines dans l'équation B afin d'obtenir n nouvelles équations dans lesquelles x n'apparaît plus.

$$\begin{aligned} \alpha \dots (0)a^0 + (1)a^1 + (2)a^2 \dots + (m)a^m &= 0 \\ \beta \dots (0)b^0 + (1)b^1 + (2)b^2 \dots + (m)b^m &= 0 \\ \gamma \dots (0)c^0 + (1)c^1 + (2)c^2 \dots + (m)c^m &= 0 \\ \delta \dots (0)d^0 + (1)d^1 + (2)d^2 \dots + (m)d^m &= 0 \\ \&c. \&c. \end{aligned}$$

Il établit que les racines de ces n équations sont également les racines de l'équation C recherchée, qui n'est donc que le produit de ces n équations. Cramer cherche donc à écrire le produit de ces n équations entre elles, en toute généralité : distinguant dans l'écriture de ce produit deux types de facteurs, qu'il nomme d'une part *Facteur-premier* lorsque ce sont des produits de coefficients de l'équation B (dont il simplifie l'écriture en (012) pour le produit $(0) \times (1) \times (2)$ par exemple), et d'autre part *Facteur-second* lorsque c'est une fonction symétrique des racines a , b , c , d etc. de l'équation A. La figure 6.8 montre comment il écrit le produit des trois équations α , β et γ .

FIGURE 6.8 – G. Cramer (1750b, p. 662).

479. La question de la démonstration de ce résultat simple à formuler – deux courbes algébriques d'ordres m et n se coupent en mn points – connu aujourd'hui sous le nom de théorème de Bézout et communément admis aux XVII^e et XVIII^e siècles, mais non prouvé, a occupé de nombreux mathématiciens. On trouvera dans Alfonsi (2011, p. 118-130) et Penchèvre (2004) un historique et une analyse des tentatives de Newton, Maclaurin, Euler – dont deux démonstrations aux approches différentes sont publiées, la première dans le second volume de son *Introductio* (Euler 1748, Ch. XIX), et la seconde dans les *Mémoires* de l'Académie de Berlin pour l'année 1748 (Euler [1748] 1750) – et, bien entendu, de celle de Cramer, exposée ici.

Par des considérations relevant de l'analyse combinatoire et de l'algèbre, en démontrant notamment que, si les racines a, b, c, d etc. de l'équation A ne sont pas connues en général, il est possible de calculer tous les facteurs-seonds en utilisant les relations entre les racines de l'équation A et ses coefficients ([1] = $a + b + c + d + \text{etc.}$, [2] = $ab + ac + ad + \text{etc.} + bc + bd + \text{etc.} + cd + \text{etc.}$), Cramer parvient à démontrer – assez laborieusement, convenons-en – que « dans aucun Facteur-second de l'équation C, la variable y ne monte à un degré plus haut que celui dont l'exposant est la somme des chiffres de son Facteur-premier » (G. Cramer 1750b, p. 675), puis que « dans aucun Facteur-premier de l'éq : C, il n'y aura aucune puissance de y dont l'exposant passe le nombre qui reste quand de mn on ôte la somme des chiffres de ce Facteur » (p. 676). Il en déduit le résultat recherché, à savoir qu'aucun terme de l'équation C ne peut excéder l'ordre mn , et donc que l'équation C est au plus d'ordre mn .

Appendice III - Démonstration de la Règle de Mr. HUDDE. Un dernier appendice démontre la règle de Hudde, que Cramer énonce ainsi :

« Si on multiplie, par une progression arithmétique quelconque, la suite bien ordonnée des termes d'une Égalité qui ait quelques racines égales ; le produit sera une Égalité, qui aura toutes les mêmes racines égales, moins une » (p. 678)

Cette règle, classique en algèbre⁴⁸⁰, n'est mentionnée et utilisée que deux fois (p. 94, dans le chapitre IV sur la construction des égalités, et p. 445 dans la partie du chapitre X consacrée aux points multiples). Cette courte démonstration clôt l'ouvrage.

À propos de la construction géométrique des égalités

Le chapitre IV intitulé *Quelques Remarques sur la Construction géométrique des Egalités* est une sorte de passage obligé, une concession à la tradition cartésienne⁴⁸¹. En effet, le sujet, classique depuis Descartes – et même un véritable enjeu de la théorie des courbes, selon Newton lui-même⁴⁸² – consiste à proposer une construction géométrique (à la règle et au compas) produisant des segments dont les longueurs sont égales aux racines d'une équation donnée. Il s'agit pour cela d'utiliser deux courbes algébriques planes bien choisies telles que l'élimination de l'une des deux variables entre les équations de ces courbes conduise à l'équation proposée : les abscisses des points d'intersection de ces courbes, tracées dans le même plan, sont les racines recherchées.

480. Dans la note de bas de page de la page 94, Cramer écrit que « cette Règle se trouve parmi les Traités imprimés ordinairement à la suite de la Géométrie de DES CARTES ».

481. Hendrik Bos fait remonter cette tradition à l'édition latine de la *Géométrie* par Van Schooten (Descartes 1659), et qui a fait l'objet d'une partie des ouvrages de Wallis (1685), Newton (1704, 1707), L'Hospital (1707) ou encore Euler (1748), avant celui de Cramer, qui donne l'état de l'art en 1750 : « CRAMER'S treatment of the construction of equations of higher degree epitomizes the final state of the subject » (Bos 1984, p. 355). Dans cet article, intitulé *Arguments on Motivation in the Rise and Decline of a Mathematical Theory; the « Construction of Equations »*, 1637-ca. 1750, il explique également le déclin de ce sujet de recherche mathématique peu après 1750.

482. Dans la traduction anglaise de *Enumeratio* par Talbot, on trouve cette phrase en introduction du passage consacré à la construction des équations : « One of the uses of geometrical curves is, that by means of their intersections, the solution of problems may be effected » (Newton 1860, p. 29).

Un exemple classique, donné par Cramer en introduction de ce chapitre⁴⁸³, est celui de la résolution, par cette méthode, de l'équation déterminée (c'est-à-dire, à une inconnue) $y^3 = aab$ ⁴⁸⁴, que l'on ne sait résoudre algébriquement que par approximation dans le cas général. Cramer considère les deux équations indéterminées (c'est-à-dire, à deux inconnues) $ax = yy$ et $xx = by$, qui sont les équations de deux paraboles, et montre que l'élimination de x entre ces deux équations mène bien à l'équation proposée⁴⁸⁵. Si l'on trace dans un même plan (c'est-à-dire muni de la même origine et des mêmes axes de coordonnées) les deux paraboles d'équations $ax = yy$ et $xx = by$, alors l'ordonnée de leur point d'intersection non trivial (l'origine étant le second point d'intersection) est la solution recherchée de l'équation $y^3 = aab$.

Le reste du chapitre consiste en une discussion sur la manière de choisir ces deux équations indéterminées selon l'équation proposée au départ : « *le choix des équations indéterminées qui doivent rendre l'Egalité proposée, lorsqu'on aura fait évanouir une des variables, n'a rien de difficile* », promet l'auteur (p. 82), pourvu que ces équations ne conduisent pas à des intersections imaginaires⁴⁸⁶. Néanmoins, ajoute-t-il, « *ce n'est que pour plus d'élégance qu'on joint à la Méthode cette condition, que les deux équations, qu'on employe pour construire une Egalité, soient les plus simples qu'il soit possible, & de l'Ordre le plus bas qui puisse suffire à la Construction* »⁴⁸⁷ (p. 88). Ainsi, une contrainte supplémentaire dans le choix des équations, liée à un critère d'élégance ou de simplicité, fait que l'on choisit des équations dont le degré est le plus bas possible : pour construire une égalité du quatrième degré, on choisit deux courbes du second ordre, pour une égalité du neuvième degré deux courbes du troisième ordre, etc. (p. 88). Pour les égalités dont le degré n'est pas un carré, on peut imaginer choisir deux courbes dont le produit des ordres est égal à ce degré : par exemple, pour une égalité du 15^e degré, choisir une courbe d'ordre 3 et une autre d'ordre 5. Mais Cramer propose, toujours selon ce critère de simplicité, multiplier l'équation proposée par x pour la faire monter au 16^e degré, et utiliser pour construire cette égalité deux courbes d'ordre 4, ce qu'il considère plus simple que le cas de figure précédent (parce qu'il n'est pas besoin de monter jusqu'à l'ordre 5). D'où la règle suivante, énoncée par Cramer, qui intègre cette contrainte de simplicité pour le choix des courbes intervenant dans la construction de l'égalité :

« *On extraira la racine quarrée du degré de l'Egalité proposée. Si cette racine est exacte, on construira l'Egalité avec deux Lignes dont l'Ordre a pour exposant cette racine même. Si la racine n'est pas exacte, on ôtera du degré de l'Egalité le plus grand quarré qui y soit contenu; & si le reste est égal ou moindre, que la racine de ce quarré, l'une des deux Lignes doit être de l'Ordre qui a pour exposant la racine,*

483. C'est ce même exemple qui est utilisé par d'Alembert dans l'article concernant la construction d'une équation dans l'*Encyclopédie* (D'Alembert 1751–1765, vol. IV, p. 93b).

484. Cette équation est issue de la recherche de deux moyennes proportionnelles entre les valeurs a et b , à savoir deux valeurs x et y telles que $\frac{a}{y} = \frac{y}{x} = \frac{x}{b}$.

485. En écrivant $x = \frac{yy}{a}$ à partir de la première équation, et en substituant cette valeur à x dans la seconde, on obtient bien $y^4 = aaby$, soit $yy^3 = aab$ en simplifiant par y .

486. À cet endroit, Cramer renvoie vers plusieurs mémoires écrits par Rolle dans les *Histoires et Mémoires de l'Académie royale des sciences* de Paris pour les années 1708 et 1709.

487. À l'appui de cette affirmation, Cramer cite les *Opera* de Jacques Bernoulli (Jacques Bernoulli 1744, p. 343).

& l'autre de l'Ordre immédiatement supérieur; mais si le reste est plus grand que la racine, les deux Lignes doivent être chacune de l'Ordre dont l'exposant a une unité de plus que la racine.» (G. Cramer 1750b, p. 89-90)

Ainsi, si l'égalité est d'un degré compris entre 26 et 30, on utilisera deux courbes du 5^e et du 6^e ordre, mais pour construire une égalité de degré 31 on mobilisera deux courbes du 6^e ordre, indique Cramer, qui donne ici au lecteur la règle canonique sur la construction des égalités. Néanmoins, ce canon, plus particulièrement ce critère de simplicité uniquement lié à l'ordre des courbes utilisées, est remis en cause dans la seconde partie du chapitre : « *Je ne sais cependant si cette Règle est absolument la meilleure : il semble que c'est moins la simplicité de l'équation que la facilité de la description, qu'il faut chercher dans le choix des Lignes propres à construire un Problème* », s'interroge-t-il (p. 89-90), en illustrant son propos par l'exemple de l'équation du cercle $xx + yy = rr$, « *plus composée* » que celle de la parabole $xx = ay$ mais plus simple à tracer.

Cramer conclut ce chapitre sur la construction des égalités en allant encore un peu plus loin, plaidant pour l'utilisation d'une simple droite parallèle aux ordonnées et d'une courbe dont l'ordre est égal au degré de l'équation à construire⁴⁸⁸. Ainsi, pour construire l'égalité $a = by + cy^2 + dy^3 + ey^4 + \dots + y^n$ (de degré n) propose-t-il d'utiliser la droite d'équation $x = a$, d'ordre 1, et la courbe d'équation $x = by + cy^2 + dy^3 + ey^4 + \dots + y^n$ d'ordre n , mais dont tous les points sont constructibles à la règle et au compas. Une fois la courbe construite, point par point si nécessaire (en reportant à la règle et au compas, à partir d'une ordonnée y quelconque, un segment de longueur by , puis un autre de longueur cy^2 , puis un troisième de longueur dy^3 etc. jusqu'à un dernier segment de longueur y^n), il ne reste plus qu'à tracer la droite d'équation ($x = a$) et les intersections avec la courbe précédemment construite donneront la construction géométrique des racines recherchées. Cette proposition est ensuite illustrée par deux discussions générales sur la construction des égalités de degrés 2, 3 et 4 en suivant cette méthode : dans le cas de l'équation $a = by + cy^2 + y^3$ à construire, par exemple, en traçant⁴⁸⁹ la courbe d'équation $x = by + cy^2 + y^3$, et en discutant de l'existence des points d'intersection avec la droite d'équation ($x = a$) selon les valeurs de a et des coefficients de l'équation, retrouvant ainsi des résultats classiques en algèbre tout en proposant une méthode de construction géométrique des racines de cette équation.

Ce chapitre, indispensable dans un traité des courbes en 1750, même s'il traite d'un champ de recherche que l'on peut considérer rétrospectivement comme en voie d'assèchement, justifie l'affirmation que Cramer avait placée en préface de l'ouvrage, et qui disait :

« Ajoutez que l'Algèbre seule fournit le moyen de distribuer les Courbes en Ordres, Classes, Genres & Espèces : ce qui, comme dans un Arsenal où les armes sont bien rangées, met en état de choisir, sans hésiter, celles qui peuvent servir dans la Résolution d'un Problème proposé. » (p. viii)

488. En cela Cramer suit L'Hospital (1707) et Stirling (1717) qui l'avaient déjà proposé (Bos 1984, p. 368).

489. Il ne se contente pas de la tracer point par point, comme annoncé en toute généralité, mais commence par déterminer la forme de la courbe et identifier des points particuliers, comme les intersections avec l'axe des ordonnées.

Recherche des diamètres et centres

Dans les deux courts chapitres numérotés V et VI, respectivement intitulés *Valeur du produit de toutes les ordonnées d'une même abscisse* et *Des Diamètres, Contre-diamètres, & Centres des Lignes Courbes*, Cramer s'attache à étudier les éléments de symétrie des courbes algébriques (diamètres, contre-diamètres et centres) dans un cadre très général. Le chapitre V est consacré à établir le résultat suivant, utile par la suite :

Soit une courbe d'ordre v , dont l'équation ordonnée selon les puissances décroissantes de y est donnée par

$$(\alpha x^s + \beta x^{s-1} + \dots)y^{v-s} + \dots + (Ax^{v-t} + Bx^{v-t-1} + \dots) = 0$$

(seuls le premier et le dernier terme sont écrits ici). Notons Q, R, S , etc. les points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses (AP), L, M, N , etc. les points d'intersection de la courbe avec l'ordonnée (PL), et enfin T, V, X , etc. les points de l'axe des abscisses tels que AT, AV, AX , etc. soient les racines de l'équation $\alpha x^s + \beta x^{s-1} + \dots = 0$ (voir figure 6.9). Alors on a la relation

$$PL \times PM \times PN \text{ etc.} = \frac{A \times PQ \times PR \times PS \text{ etc.}}{\alpha \times PT \times PV \times PX \text{ etc.}}$$

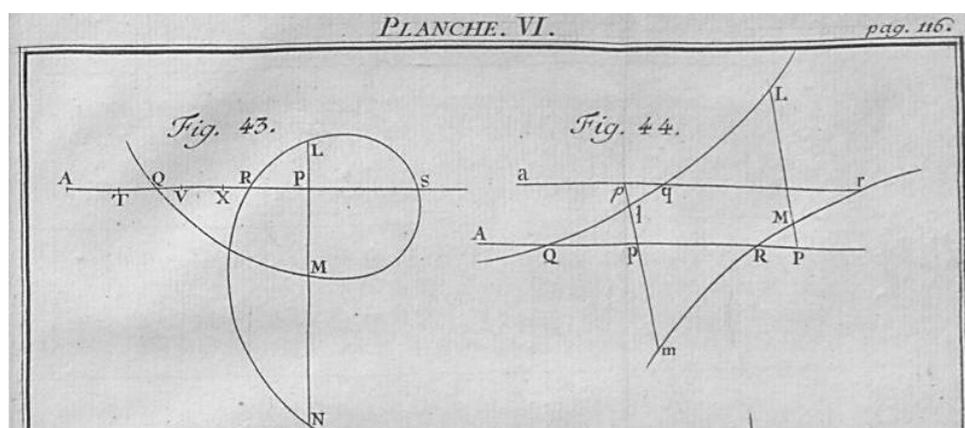


FIGURE 6.9 – G. Cramer (1750b, planche VI, figures 43 et 44, p. 116).

Ce théorème, difficile à énoncer dans un cadre général, se démontre à partir d'un résultat d'algèbre déjà bien établi : le produit des racines d'un polynôme est égal (au signe près) au quotient de son coefficient constant (ici, dans le cas d'équations polynomiales à deux inconnues, le coefficient « sans y ») par le coefficient du terme de plus haut degré. En effet, les racines de l'équation

$$(\alpha x^s + \beta x^{s-1} + \dots)y^{v-s} + \dots + (Ax^{v-t} + Bx^{v-t-1} + \dots) = 0$$

sont représentées par les ordonnées PL , PM , PN , etc. ce dont on tire l'égalité suivante :

$$PL \times PM \times PN \times \dots = \frac{Ax^{\nu-t} + Bx^{\nu-t-1} + \dots}{\alpha x^s + \beta x^{s-1} + \dots}$$

Or on démontre aisément que, d'une part,

$$\alpha x^s + \beta x^{s-1} + \dots = \alpha \times PT \times PV \times PX \times \dots$$

et que, d'autre part,

$$Ax^{\nu-t} + Bx^{\nu-t-1} + \dots = A \times PQ \times PR \times PS \times \dots$$

ce qui permet d'écrire l'égalité annoncée (G. Cramer 1750b, p. 109-110).

Appliqué aux courbes du second ordre⁴⁹⁰, d'équation générale

$$ayy + (bx + cc)y + dxx + eex + f^3 = 0$$

ce théorème indique que, si Q et R désignent les points d'intersection de la courbe avec l'axe des abscisses (AP), alors pour toute ordonnée tirée de P coupant la courbe en deux points L et M , on a :

$$PL \times PM = \frac{d}{a} PQ \times PR$$

(voir la figure 44 de la planche VI, figure 6.9). En corollaire, Cramer démontre le résultat suivant, déjà bien connu pour les coniques :

« Si on mène par un point p deux droites lm , qr parallèles à deux autres droites LM , QR menées par un point P , & que ces quatre droites coupent chacune en deux points une Ligne du second Ordre; le rectangle lpm des parties de la première droite est au rectangle qpr des parties de la seconde droite, comme le rectangle LPM des parties de la troisième est au rectangle QPR des parties de la quatrième. »
(p. 111)

Autrement dit, dans les conditions décrites par Cramer, on a l'égalité des deux rapports

$$\frac{pl \times pm}{pq \times pr} = \frac{PL \times PM}{PQ \times PR}$$

(rapports tous les deux égaux à $\frac{d}{a}$).

Cramer énonce un résultat similaire pour les courbes du troisième ordre (voir figure 6.10), d'équation générale

$$ay^3 + (bx + cc)y^2 + (dxx + eex + f^3)y + gx^3 + hhxx + i^3x + l^4 = 0$$

490. Cramer commence par décrire le cas général, où les conditions favorables à l'écriture du théorème sont réunies; une bonne partie du chapitre est consacrée à l'exploration des cas particuliers.

et écrit l'égalité

$$PL \times PM \times PN = \frac{g}{a} PQ \times PR \times PS$$

ainsi que l'égalité des rapports

$$\frac{pl \times pm \times pn}{pq \times pr \times ps} = \frac{PL \times PM \times PN}{PQ \times PR \times PS}.$$

Ces deux résultats étaient déjà énoncés sous des formes équivalentes, par exemple, dans l'*Enumeratio* de Newton (1704, p. 140) et les *Usages* de De Gua de Malves (1740, p. 68).

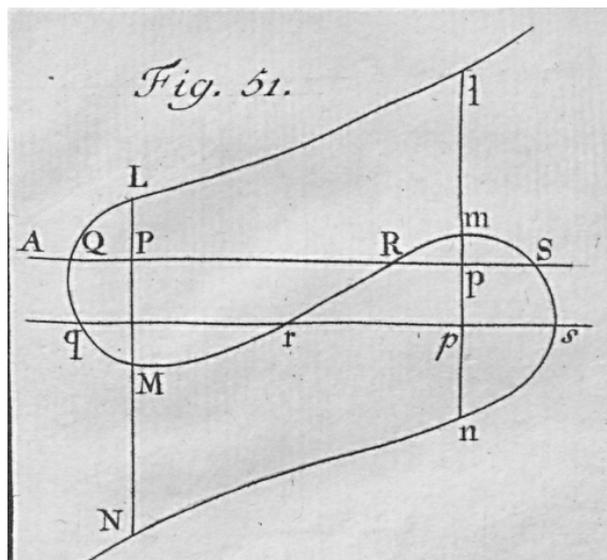


FIGURE 6.10 – G. Cramer (1750b, planche VII, figure 51 p. 124).

Le chapitre suivant, consacré aux diamètres, contre-diamètres et centres des courbes, est sans doute le plus difficile à lire de l'ouvrage de Cramer. Celui-ci se positionne immédiatement à un très haut niveau de généralité, et la définition d'un *diamètre*, qui n'arrive qu'après cinq longues et ardues pages liminaires, n'a rien d'intuitif. Retenons ici que Cramer définit classiquement un diamètre (rectiligne) d'une courbe algébrique comme une droite qui coupe les ordonnées de la courbe de telle manière que la somme des ordonnées des points de la courbe situés d'un côté de la sécante soit égale à la somme des ordonnées des points de la courbe situés de l'autre côté (G. Cramer 1750b, p. 133-134). Par exemple, sur la figure 65 de la planche VIII qui illustre cette définition, la droite (RS) est un diamètre de la courbe si, pour toute ordonnée PS (voir figure 6.11), on a :

$$Sm + SM + \text{etc.} = S\mu + \text{etc.}$$

la démonstration de Cramer est basée sur ce résultat algébrique bien connu qui dit que la somme des racines d'un polynôme est égale (au signe près) au rapport du coefficient du second terme de l'équation et du coefficient du premier; ainsi, si l'équation de la courbe (dont les coefficients sont ordonnés selon les puissances décroissantes de y) d'ordre v s'écrit

$$(\alpha x^t + \beta x^{t-1} + \text{etc.})y^{v-t} + (\alpha x^{t+1} + \beta x^t \text{etc.})y^{v-t-1} + \text{etc.} = 0$$

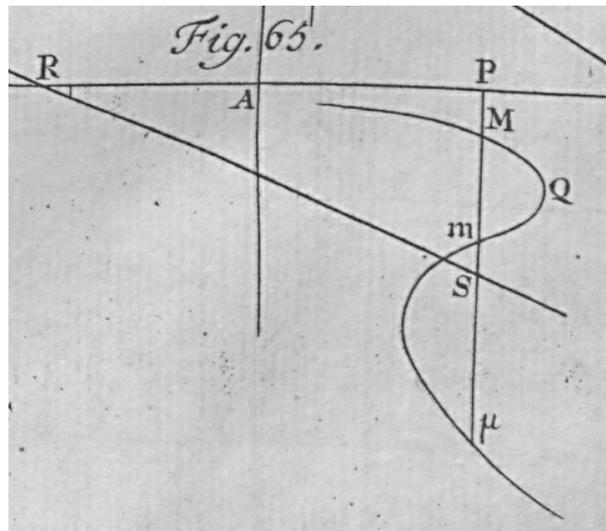


FIGURE 6.11 – G. Cramer (1750b, planche VIII, figure 65 p. 144).

(où seuls les deux premiers termes sont écrits), alors la somme de toutes les ordonnées PM , Pm , $P\mu \dots$ est égale à

$$PM + Pm + P\mu + \text{etc.} = -\frac{ax^{t+1} + bx^t + \text{etc.}}{\alpha x^t + \beta x^{t-1} + \text{etc.}}$$

Il démontre au passage « *qu'il n'y a point de Courbe algébrique qui n'ait une infinité de Diamètres* » (G. Cramer 1750b, p. 134) et poursuit en définissant les diamètres curvilignes par analogie, continuant à exploiter les relations entre racines et coefficients du polynôme donnant l'équation de la courbe :

« *Lorsqu'une Courbe du troisième Ordre ou d'un Ordre supérieur est donnée, on peut toujours décrire une Ligne du second Ordre qui coupe ses ordonnées, de manière que, faisant tous les produits qu'on peut faire en multipliant deux à deux les parties d'une ordonnée comprises entre ces deux Lignes, la somme des produits positifs sera égale à la somme des négatifs.* » (p. 136)

Revenant à des notions plus élémentaires, il définit les *diamètres absolus*, s'ils existent, comme étant des diamètres qui coupent les ordonnées « *de façon que chaque abscisse ait des ordonnées positives & négatives égales* » et remarque que, pour que cela se produise, il est nécessaire que l'équation de la courbe ne contienne pas de puissances impaires de y (p. 137). Il établit que tout diamètre d'une courbe du second ordre est nécessairement un diamètre absolu. En ce qui concerne les courbes du troisième ordre, lorsque leurs équations ne contiennent aucune puissance impaire de y , il remarque que l'axe des abscisses est systématiquement un diamètre absolu, et indique comment faire pour en déterminer d'autres, s'ils existent.

Un peu plus loin il définit les *contre-diamètres*, suivant Bragelongne⁴⁹¹, comme « *un Axe des abscisses tel que les abscisses opposées égales ont des ordonnées opposées égales* » (p. 141-142) : il indique que, pour que l'axe des abscisses soit un contre-diamètre d'une courbe donnée, l'équation de cette courbe doit rester invariante par le changement de variable qui substitue $-x$ à x et $-y$ à y .

Enfin, de manière assez surprenante, il définit le *centre* d'une courbe comme étant le point A d'un contre-diamètre situé de telle manière qu'il « *divise en deux parties égales toutes les droites MAm , qui, menées par ce point A , se terminent de part et d'autre à la Courbe. De sorte que de toutes parts de l'Origine les parties directement opposées de la Courbe font une symétrie parfaite* » (p. 144). Il termine ce chapitre en expliquant comment identifier les centres des courbes du second et du troisième ordre lorsqu'ils existent.

Recherche des branches infinies et première classification des courbes

Aspects généraux de la méthode

La recherche des branches infinies⁴⁹² constitue l'objet du chapitre VIII, et fait largement usage du triangle analytique et de la méthode des séries. Il s'agit, précise-t-il, de chercher « *le premier terme des Séries descendantes qui donnent la valeur d' y en x , ou d' x en y* » en avertissant, à la ligne suivante, que ce seul premier terme ne saurait suffire, et qu'il faut parfois calculer plusieurs termes avant de s'assurer de l'existence, de la nature et de la position de ces branches infinies⁴⁹³.

Cramer distingue deux sortes de branches infinies, selon le développement en série descendante de y en x : si ce développement est de la forme $y = Ax + B + s$ où s est une série descendante dont tous les termes ont un exposant négatif, alors il s'agit d'une branche hyperbolique admettant la droite d'équation $y = Ax + B$ comme asymptote. Dans tous les autres cas, il s'agit d'une branche parabolique.

Le point de départ de la méthode mise en œuvre par Cramer est le suivant : positionner les différents termes de l'équation sur le triangle analytique, puis égaliser le terme de plus haut rang à zéro ; les racines de cette équation ne peuvent être que de trois types :

- une racine $x = 0$ donne des branches infinies dont la direction est celle de l'axe des ordonnées,

491. En note de bas de page, à cet endroit, Cramer renvoie vers un des articles publiés dans l'*Histoire de l'Académie royale des sciences* de Paris pour l'année 1732, intitulé *Sur les lignes du IV^{me} ordre*, qui annonce la future publication (qui ne viendra jamais) de l'énumération des courbes du quatrième ordre par l'abbé de Bragelongne, devant faire suite aux mémoires publiés en 1730 et 1731 (Anonyme [1732] 1735, p. 63-70). Dans ce texte non signé, l'auteur indique que Bragelongne proposera cette nouvelle notion de *contre-diamètre*, qui ne sera d'ailleurs à ma connaissance utilisée que par Cramer.

492. Cramer définit une branche infinie en la caractérisant par le fait qu'elle « *s'éloigne infiniment ou de l'Axe des ordonnées, ou de l'Axe des abscisses, ou de l'un & de l'autre* » (G. Cramer 1750b, p. 215).

493. Cet avertissement fait écho à la mise en garde déjà exprimée dans sa préface vis-à-vis de l'ouvrage de De Gua de Malves (1740), à propos duquel il écrit : « *Je n'ai pas cru devoir le [De Gua] suivre dans la méprise où il est tombé sur les Branches infinies des Courbes & sur leurs Points multiples, pour avoir négligé l'usage des Séries infinies, ou pour avoir voulu juger d'une Série entière par son seul premier terme* » (G. Cramer 1750b, p. xi).

- une racine $y = 0$ donne des branches infinies dont la direction est celle de l'axe des abscisses,
- enfin une racine du type $y = Ax$ donnent des branches infinies dont la direction est donnée par la droite d'équation $y = Ax$.

Plus précisément, la racine $y = 0$ n'existe que s'il manque au terme de plus haut rang de l'équation une ou plusieurs cases du côté de la bande sans y dans le triangle analytique (on peut alors au moins factoriser ce terme de plus haut rang par y ou une puissance de y). Considérons alors la case pleine la plus proche de la bande sans y : de cette case part une déterminatrice supérieure, et cette déterminatrice permet de calculer le premier terme de la série donnant y en fonction de x . Selon la position de cette déterminatrice dans le triangle analytique, il est facile de prévoir quel sera le premier terme de cette série, et par conséquent la nature de la branche infinie associée :

- Si cette déterminatrice est parallèle à la bande sans x , le premier terme de la série est une constante, ce qui signifie qu'à des valeurs infinies de x correspondent des valeurs de y de plus en plus proches de cette constante : on a donc affaire à une asymptote parallèle à l'axe des abscisses (ce que Cramer appelle, à la suite de De Gua, une *abscisse-asymptote*), et la branche infinie est donc du type hyperbolique (les seules à admettre des droites asymptotes).
- Si cette déterminatrice « *tombe en dessous* » de la parallèle à la bande sans x , alors le premier terme de la série a un exposant négatif; la branche infinie est alors de type hyperbolique, et l'axe des abscisses en est l'asymptote.
- Si cette déterminatrice « *tombe au-dessus* » de la parallèle à la bande sans x , alors le premier terme de la série a un exposant positif inférieur à l'unité; la branche infinie est donc de type parabolique dirigée par l'axe des abscisses.

Les trois cas exposés ci-dessus sont représentés sur le schéma suivant, l'étoile désignant l'emplacement de la case pleine du terme de plus haut rang la plus proche de la bande sans y .



FIGURE 6.12 – G. Cramer (1750b, p. 241).

Le cas de la racine $x = 0$ se traite exactement de la même manière; la position de la déterminatrice supérieure permet de distinguer trois cas, tous menant à une branche infinie dirigée par l'axe des ordonnées. Enfin, le cas de la racine $y = Ax$ est plus difficile à traiter : il faut calculer les termes suivants de la série pour déterminer si on a affaire à une branche parabolique ou hyperbolique.

Pour résumer, la nature des branches infinies est complètement déterminée par la position occupée par les différentes déterminatrices supérieures sur le triangle analytique; Cramer distingue les quatre cas détaillés ci-dessous.

Cas I : « *La déterminatrice part de la pointe, ou ne coupe qu'une des deux Bandes extérieures du Triangle analytique, sans être parallèle à l'autre.* ». Ce cas se divise en deux sous-cas : si cette déterminatrice laisse l'ensemble des cases pleines entre elle et la bande sans x , alors la courbe présente des branches hyperboliques admettant l'axe des abscisses comme asymptote. Par contre, si cette déterminatrice laisse l'ensemble des cases pleines entre elle et la bande sans y , alors la courbe présente des branches hyperboliques admettant l'axe des ordonnées comme asymptote (voir figure 6.13).

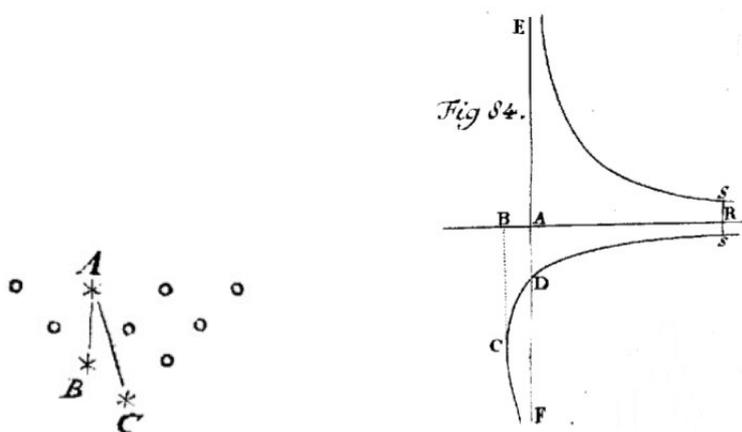


FIGURE 6.13 – Branches infinies, cas I : exemple de la courbe d'équation $xyy - aay - b^3 = 0$ (p. 245 et Planche XI figure 84, p. 256).

Cas II : « *La déterminatrice est parallèle à une des deux Bandes extérieures du triangle.* ». L'étude de ce cas nécessite également d'envisager deux sous-cas : si cette déterminatrice est parallèle à la bande sans y , alors la courbe présente des branches hyperboliques admettant des asymptotes parallèles à l'axe des ordonnées (les ordonnées de ces asymptotes étant les racines réelles de l'équation fournie par la déterminatrice); de la même manière, si cette déterminatrice est parallèle à la bande sans x , alors la courbe présente des branches hyperboliques admettant des asymptotes parallèles à l'axe des abscisses (les abscisses de ces asymptotes étant les racines réelles de l'équation fournie par la déterminatrice).

Cas III : « *La déterminatrice coupe inégalement les deux Bandes extérieures.* ». Cramer distingue à nouveau deux sous-cas : si la déterminatrice « *retranche une plus grande portion de la bande sans y que de la bande sans x* », alors la courbe admet des branches paraboliques dirigées par l'axe des ordonnées. En revanche, si elle « *retranche une plus petite portion de la bande sans y que de la bande sans x* », alors la courbe admet des branches paraboliques dirigées par l'axe des abscisses.

Cas IV : « *La déterminatrice coupe également les deux Bandes extérieures du Triangle analytique & fait avec elles un triangle isocèle.* ». C'est le seul cas pour lequel se présenteront des courbes admettant éventuellement des branches infinies dirigées par des droites obliques, ayant pour équation $y = Ax$, $y = A'x$, ... où $y - Ax$, $y - A'x$, etc. sont les racines de l'équation

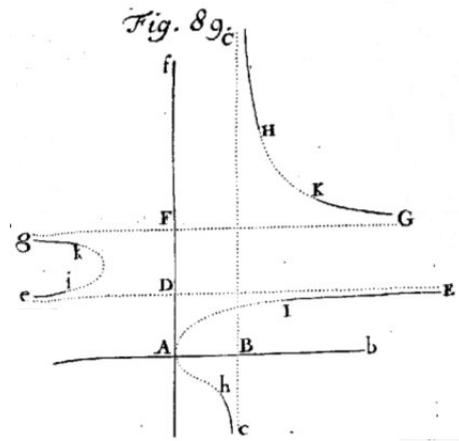
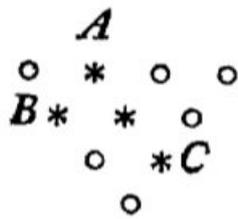


FIGURE 6.14 – Branches infinies, cas II : exemple de la courbe d'équation $xyy - ayy - 3axy + 2a^2x = 0$ (p. 262 et Planche XII figure 89, p. 274).

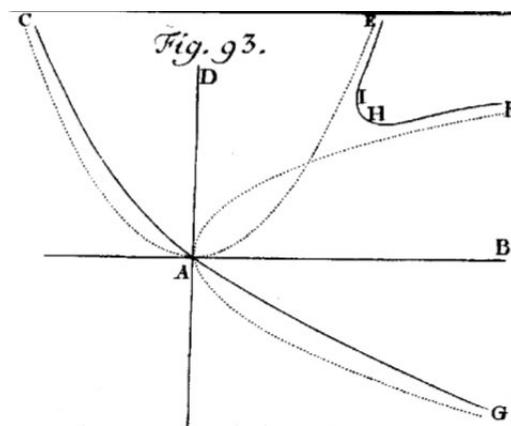
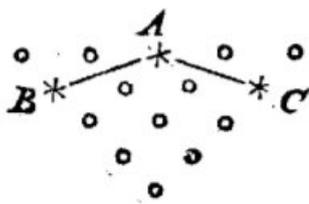


FIGURE 6.15 – Branches infinies, cas III : exemple de la courbe d'équation $xxyy - ay^3 - bx^3 = 0 = 0$ (p. 286 et Planche XII figure 93, p. 300).

obtenue en égalant le terme de plus haut rang à 0. Pour s'assurer de l'existence et de la nature de ces branches infinies, il est nécessaire de faire un changement de coordonnées : l'axe des ordonnées conservant sa position, on fait en sorte que l'axe des abscisses soit parallèle à la droite d'équation $y = Ax$, et on se ramène ainsi à l'un des trois cas étudiés précédemment.

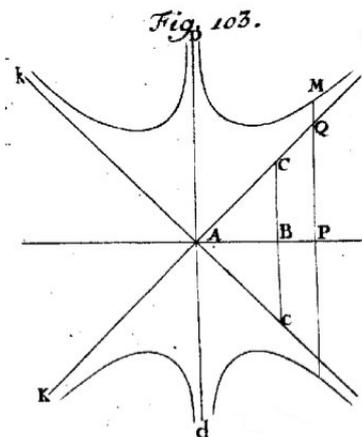
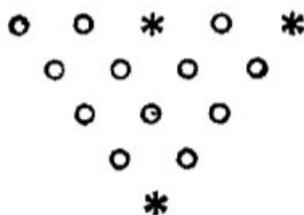


FIGURE 6.16 – Branches infinies, cas IV : exemple de la courbe d'équation $x^4 - x^2y^2 + a^4 = 0$ (p. 312 et Planche XII figure 103, p. 322).

Le chapitre se termine par l'énoncé d'une dizaine théorèmes relatifs aux branches infinies et aux asymptotes d'une courbe, accompagnés de leurs démonstrations.

Classification des courbes des cinq premiers ordres

Une fois tous ces prérequis posés, Cramer propose un premier niveau de classification des courbes algébriques dans le chapitre IX intitulé *Divisions générales des Lignes des cinq premiers Ordres*. Cette classification est établie en se basant sur « *le nombre, l'espèce et la position des Branches infinies de ces courbes* » (G. Cramer 1750b, p. 352).

Classification des courbes d'ordre 2 : l'équation générale des courbes algébriques d'ordre 2 est $a + by + cx + dy^2 + exy + fx^2 = 0$. Selon la nature des racines de l'équation formée par le plus haut rang (à savoir $dy^2 + exy + fx^2 = 0$), il distingue trois cas :

- Si l'équation admet deux solutions imaginaires, la courbe n'admet alors aucune branche infinie, ce qui caractérise l'ellipse.
- Si l'équation admet deux solutions réelles distinctes du type $y = Ax$ et $y = A'x$ alors la courbe admet deux directions pour ses branches infinies, ce qui mène à l'hyperbole.
- Enfin, si cette équation a une racine réelle double du type $y = Ax$: la courbe admet une seule direction pour ses branches infinies, ce qui mène à la parabole.

Classification des courbes d'ordre 3 : ce passage est particulièrement intéressant car il répond directement à la classification proposée par Newton dans l'*Enumeratio*⁴⁹⁴. On remarquera que Cramer ne reprend pas le mode de classification établi par Newton, qui se basait sur les quatre formes canoniques auxquelles se réduisent toutes les équations du troisième ordre, et en particulier sur les racines du second membre de ces équations canoniques. La discussion menée par Cramer, basée sur la nature des racines de l'équation formée par les termes de plus haut rang, conduit à la distinction de soixante-dix-huit courbes du troisième ordre distribuées en quatorze genres, en cohérence avec la classification de Newton, dont il reprend la terminologie.

L'équation générale des lignes du troisième ordre est $a + by + cx + dy^2 + exy + fx^2 + gy^3 + hxy^2 + ix^2y + lx^3 = 0$. L'équation formée par le terme de plus haut rang est donc $gy^3 + hxy^2 + ix^2y + lx^3 = 0$ et donne lieu à quatre cas, selon la nature de ses racines :

- Si cette équation admet une racine réelle de la forme $y = Ax$ et deux racines imaginaires, alors la courbe n'admet qu'une seule direction pour ses branches infinies, parallèle à celle de la droite d'équation $y = Ax$. Une étude des branches infinies mène à deux sous-cas : soit le développement en série de y en fonction de x est de la forme $y = Ax + B + Cx^{-1} + \dots$ et la courbe présente des branches hyperboliques qui « *se jettent dans les angles asymptotiques opposés* » (que Newton appelait *hyperboles déflectives sans diamètres*); soit ce développement est de la forme $y = Ax + B + Cx^{-2} + \dots$ et la courbe présente des branches hyperboliques qui « *s'étendent d'un même côté de*

494. Dans sa préface, Cramer précise même que cette partie de son ouvrage constitue un « *petit commentaire* » du texte de Newton (G. Cramer 1750b, p. xix)

l'asymptote, mais de part & d'autre de l'axe des ordonnées» (que Newton désignait comme des *hyperboles défectives avec diamètres*).

- Si l'équation admet trois racines réelles distinctes $y = Ax$, $y = A'x$ et $y = A''x$, ce qui laisse la possibilité de trois directions distinctes pour les branches infinies, la courbe admet alors trois asymptotes droites (éventuellement concourantes) et, selon la position des branches hyperboliques autour de ces asymptotes, Cramer dégage quatre genres de courbes (toujours en suivant la terminologie de Newton) : les *hyperboles redondantes sans diamètre*, les *hyperboles redondantes avec un diamètre*, les *hyperboles redondantes avec trois diamètres* et les *hyperboles redondantes dont les trois asymptotes se croisent en un point*.
- Si l'équation admet une racine réelle double $y = Ax$ et une racine réelle simple $y = A'x$, la courbe peut alors admettre deux directions distinctes pour ses branches infinies. L'étude qui suit sur la nature et l'existence de ces branches infinies permet à Cramer de produire cinq nouveaux genres de courbe : les *hyperboles paraboliques sans diamètre*, les *hyperboles paraboliques avec diamètre*, les *hyperbolismes de l'ellipse*, les *hyperbolismes de l'hyperbole* et enfin les *hyperbolismes de la parabole*.
- Enfin, si cette équation admet une racine réelle triple $y = Ax$, on ne peut envisager qu'une seule direction pour les branches infinies de cette courbe, parallèle à la droite d'équation $y = Ax$, et l'étude qui suit permet de dégager trois nouveaux genres de courbes du troisième ordre : les paraboles divergentes (au nombre de cinq), le trident et la parabole cubique (les deux derniers genres ne comportant qu'une seule espèce de courbe).

Classification des courbes d'ordre 4 et 5 : Cramer poursuit sa classification en traitant des courbes du quatrième et du cinquième ordre, dont je ne dirai qu'un mot. L'équation obtenue en égalant à zéro le terme de plus haut rang d'une courbe du quatrième ordre est de la forme $my^4 + nxy^3 + ox^2y^2 + px^3y + qx^3 = 0$. Cette équation admet quatre racines, réelles ou non, distinctes ou non, ce qui donne lieu à l'étude de huit cas différents (G. Cramer 1750b, p. 370). Ce travail débouche sur une division des lignes du quatrième ordre en neuf classes⁴⁹⁵, selon le nombre et la nature de leurs branches infinies, que l'on peut énumérer ainsi : courbes finies, courbes admettant deux branches paraboliques, deux branches hyperboliques, quatre branches paraboliques, deux branches paraboliques et deux branches hyperboliques, quatre branches hyperboliques, deux branches paraboliques et quatre branches hyperboliques, six branches hyperboliques, huit branches hyperboliques.

Enfin les courbes du cinquième ordre ne sont pas étudiées dans le détail, mais Cramer envisage, sur des critères identiques, une division en onze classes différentes (p. 397).

495. Cramer utilise indifféremment les mots *genre* et *classe*.

Recherche des tangentes, des maxima et des minima. Étude de la courbure

À l'aide de l'équation tangentielle

Cette question est abordée dans le chapitre XI et est dans un premier temps entièrement traitée en utilisant des changements de repères et des considérations sur la multiplicité des racines dans les équations transformées (p. 460-516). Pour déterminer la tangente en un point, il s'agit d'abord de prendre l'origine sur le point étudié (et donc d'effectuer un premier changement de coordonnées). L'équation de la courbe étant donnée relativement à cette origine, on effectue un nouveau changement de repère de telle sorte que la position de l'axe des abscisses soit conservée et que l'axe des ordonnées prenne une position indéterminée, ceci se faisant en substituant ru à x et su à y . L'équation de départ de la courbe étant donnée par

$$a + by + cx + dy^2 + exy + fx^2 + \dots = 0$$

la substitution de ru à x et de su à y donne comme transformée, une fois ordonnée selon les puissances de u , l'équation

$$a + (bs + cr)u + (ds^2 + esr + fr^2)u^2 + \dots = 0.$$

Dans cette équation la multiplicité de la racine $u = 0$ (c'est-à-dire le plus bas degré dans lequel se rencontre u) donne la multiplicité du point situé à l'origine (car c'est le nombre de points d'intersection d'une droite quelconque passant par l'origine avec la courbe). Ainsi, si le plus bas degré de u dans l'équation transformée est deux, alors le point à l'origine est un point double. Cramer remarque alors que la tangente rencontre la courbe en ce point au moins une fois de plus qu'une droite quelconque; par exemple, si l'origine du repère est un point simple, alors une droite quelconque rencontrera cette courbe en un seul point, alors qu'une tangente la rencontre en deux points :

« Le caractère propre de la Tangente c'est de rencontrer la Branche qu'elle touche en deux ou plusieurs Points coïncidens, ou infiniment proches l'un de l'autre[...]. Ainsi la Tangente d'un Point simple y rencontre la Courbe deux fois, si ce Point est sans Inflexion; trois fois, si c'est un Point d'Inflexion simple; quatre fois, si c'est un Point d'Inflexion double, ou de Serpement; cinq fois, si c'est un Point de triple Inflexion, &c. » (p. 460)

Il en déduit que, pour déterminer la tangente à la courbe au point donné, il faut égaler à zéro le terme de plus bas degré en u dans l'équation de la transformée pour obtenir ce qu'il désigne sous le nom d'équation tangentielle :

« Lorsque la Droite indéterminée, qui passe par l'Origine, est déterminée à être Tangente, l'éq. $a + (bs + cr)u + \&c = 0$ aura, au moins, une racine $u = 0$ de plus que pour toute autre position de cette Droite. Il manquera donc à l'équation $a + (bs + cr)u + \&c = 0$ un terme de plus au commencement. Ainsi, pour déterminer la Tangente, on égalera à zéro le terme de l'éq. $a + (bs + cr)u + \&c = 0$ qui par l'évanouïs-

sement des autres se trouve être le premier; & cette égalité déterminera le rapport, ou les rapports, de s à r qui fixent la position de la tangente, ou des tangentes» (G. Cramer 1750b, pp 461-462).

Une remarque suit, utile pour qui veut simplifier les calculs : soit donnée l'équation générale d'une courbe algébrique

$$a + by + cx + dy^2 + exy + fx^2 + \dots = 0.$$

La substitution de ru à x et de su à y conduit à l'équation transformée :

$$a + (bs + cr)u + (ds^2 + esr + fr^2)u^2 + \dots = 0.$$

Cramer remarque que chacun des coefficients dans cette dernière expression est similaire au terme de degré correspondant dans l'équation initiale : par exemple, dans le terme $(bs + cr)u$ de l'équation transformée, on reconnaît que le coefficient de u est identique au terme de degré 1 de l'équation initiale (à savoir $by + cx$), à la différence près que x a été remplacé par y et y par s . Il n'y a donc aucun besoin de faire effectivement le second changement de repère :

« [...] pour avoir la Tangente, ou les Tangentes, du point qui est l'Origine, il faut éгалer à zéro le plus bas des Rangs horizontaux de l'équation mise sur le Triangle analytique. » (p. 462)

Il donne, comme d'habitude, plusieurs exemples de sa méthode. La tangente à l'origine au cercle d'équation $yy + xx + by - cx = 0$ a ainsi pour équation $by - cx = 0$; la conchoïde dont l'équation $yyxx + x^4 - 2ax^3 - 2axy^2 + aayy + (aa - bb)xx = 0$ donne pour équation tangentielle $aayy + (aa - bb)xx = 0$ présente deux tangentes à l'origine, d'équations respectives $ay \pm x\sqrt{bb - aa} = 0$. Enfin, la courbe d'équation $y^4 - 2y^2x^2 + x^4 + 2ay^2x - 5ax^3 = 0$ donne pour équation tangentielle $2ay^2x - 5ax^3 = 0$ qui produit trois racines : $x = 0$, $y\sqrt{2} - x\sqrt{5} = 0$ et $y\sqrt{2} + x\sqrt{5} = 0$: l'origine est donc un point triple et l'on a dégagé les équations des trois tangentes.

Il traite naturellement le cas particulier des courbes tangentes aux axes de coordonnées; si l'équation tangentielle admet $y = 0$ pour racine (respectivement $x = 0$), alors l'axe des abscisses (resp. l'axe des ordonnées) est tangent à la courbe en l'origine.

Toujours dans le chapitre XI, Cramer caractérise un maximum (ou un minimum) comme un point de la courbe dont la tangente est parallèle à l'un des axes de coordonnées, en prenant tout de suite le soin de préciser que certains points pour lesquels la tangente est parallèle à l'un des axes de coordonnées ne sont pas des maxima ou des minima, mais peuvent être des points d'inflexion⁴⁹⁶.

« Le cas de ce Problème, le plus important & le plus facile à résoudre, est celui où l'on cherche les Points de la Courbe, dont la Tangente est parallèle aux abscisses ou

496. La recherche des extremums des courbes algébriques chez Newton et Cramer fait l'objet d'un chapitre de l'ouvrage *Aventures de l'Analyse, de Fermat à Borel* (Bruneau et Joffredo 2012).

aux ordonnées. Ces Points se nomment des Maxima & des Minima. [...] En effet, il arrive d'ordinaire, qu'en ces Points l'ordonnée ou l'abscisse est la plus grande ou la plus petite de toutes, ou du moins plus grande ou plus petite que celles des points voisins de part & d'autre. [...] Je dis que cela arrive d'ordinaire. Car il peut arriver que le Point, dont la Tangente est parallèle aux abscisses ou aux ordonnées, soit un Point d'Inflexion visible; & alors il n'est ni un Maximum ni un Minimum.» (p. 487)

Une nouvelle fois, on opère un changement de repère afin de placer l'origine sur le point assigné : on substitue donc $x + z$ à x et $y + u$ à y . Pour un point simple, le premier rang de la transformée est de la forme $Az + Bu$, où les coefficients A et B s'expriment en fonction de x et de y . Dans la transformée on égalera à zéro le coefficient A de z (si on cherche des « maxima ou minima d'ordonnées ») ou le coefficient B de u (dans le cas où on recherche des « maxima ou minima d'abscisses »); l'équation obtenue, combinée à l'équation de la courbe, donnera les valeurs recherchées de x et de y :

« Ainsi pour avoir les Maxima ou les Minima des ordonnées, on cherchera le premier Rang de la Transformée qui résulte de la substitution d' $y + u$ à y , & d' $x + z$ à x , & on égalera à zéro le coefficient de z dans ce premier rang. Cette équation combinée avec celle de la Courbe, donnera les valeurs d' x et d' y , qui répondent aux Maxima et Minima d'ordonnées.» (page 488).

Mais il faut s'assurer que les valeurs trouvées pour x et y en résolvant l'équation $A = 0$ n'annulent pas le terme B , auquel cas le point considéré est un point multiple qu'il faudra étudier plus avant. Il faudra également regarder quel est le degré maximal des termes de la transformée que ces valeurs de x et de y peuvent annuler : selon les cas, ces points seront des points d'inflexion et non des maxima ou des minima.

Un premier exemple est à nouveau fourni par le cercle dont l'équation est donnée par $yy + xx + by - ax = 0$. La transformée, après substitution de $x + z$ à x et de $y + u$ à y , a pour premier rang $(2y + b)u + (2x - a)z$. Le coefficient de z est égalé à zéro pour trouver les maxima et minima d'ordonnées, ce qui conduit à l'équation $2x - a = 0$ c'est-à-dire $x = \frac{a}{2}$. Cette valeur, une fois substituée dans l'équation de la courbe, donne $yy - by - \frac{aa}{4} = 0$ d'où l'on tire $y = -\frac{1}{2}b \pm \frac{1}{2}\sqrt{bb + aa}$. Après s'être assuré que ces deux valeurs de y n'annulent pas le coefficient de u (auquel cas les deux points considérés sont des points multiples), et que ces valeurs de x et de y n'annulent pas non plus le terme de rang deux de l'équation transformée (auquel cas ces points auraient été des points d'inflexion), Cramer en déduit que les points ayant pour abscisse $\frac{1}{2}a$ et pour ordonnées

$$y = -\frac{1}{2}b \pm \frac{1}{2}\sqrt{bb + aa}$$

sont des maxima et minima d'ordonnées. Il procède de même pour déterminer les coordonnées des points qui sont des minima et maxima d'abscisses.

Pour finir, Cramer ouvre une parenthèse, soulignant que « *la résolution du problème des Maximis et des Minimis est une des plus utiles et des plus agréables inventions de l'Analyse* » (G. Cramer 1750b, p. 494) et propose la résolution de quelques exemples de ce que l'on appelle aujourd'hui deux problèmes d'optimisation (recherche du plus grand rectangle qu'il est possible d'inscrire dans un cercle, maximisation d'une différence de mesures d'angles).

À l'aide de la méthode des séries

Cramer conclut ce chapitre en présentant la méthode des séries comme une alternative à celles qu'il vient d'exposer pour déterminer les tangentes, les maxima et minima (p. 517). Par exemple, examinons le cas où on veut déterminer la (ou les) tangente(s) en un point M de coordonnées x et y . La substitution de u à y et de $x+z$ à x permet de placer l'origine du repère au point M , dont les nouvelles coordonnées sont 0 et u . Supposons que u admette un développement en série selon les puissances croissantes de z , de la forme $u = A + Bz + Cz^2 + Dz^3 + \dots$ (les coefficients A, B, C, D étant encore indéterminés à ce stade) : alors le coefficient A est l'ordonnée y du point M , et le coefficient B (qui s'écrit sous la forme d'une fraction rationnelle) détermine la position de la tangente au point M (p. 517). Cramer écrit également qu'il suffit d'égaliser à zéro le numérateur du coefficient B pour obtenir les minima et maxima d'ordonnées : en effet cela revient à rechercher des tangentes dont le coefficient directeur est nul, et par conséquent horizontales. De même il suffit d'égaliser à zéro le dénominateur de ce coefficient B pour obtenir les minima et maxima d'abscisses. Il reste à vérifier que les points ainsi déterminés ne sont pas des points multiples ou des points d'inflexion.

Il fournit là encore plusieurs exemples : entre autres, il considère la courbe d'équation $ay^2 + x^3 + bx^2 = 0$ avec a positif et b quelconque (p. 528). La substitution de u à y et de $x+z$ à x produit la transformée

$$auu + (x^3 + bxx) + (3xx + 2bx)z + (3x + b)zz + z^3 = 0.$$

En remplaçant u par $A + Bz + Cz^2 + Dz^3 + \dots$ dans cette équation transformée et en égalant les coefficients de z à zéro, on obtient les équations suivantes :

$$aAA + x^3 + bxx = 0 \quad 2aAB + 3xx + 2bx = 0 \quad 2aAC + aBB + 3x + b = 0 \quad \text{etc.}$$

De ces équations sont tirées les valeurs des coefficients A, B, C , etc. et donc le développement en série recherché : on trouve ainsi $A = y = \pm \sqrt{\frac{-x^3 - bx^2}{a}}$ et $B = -\frac{3xx + 2bx}{2ay}$. Le quotient B fournit le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse x et d'ordonnée y .

Le calcul des maxima et minima d'ordonnées se fait en égalant à zéro le numérateur de B : les deux racines de $3xx + 2bx$ sont $x = 0$ et $x = -\frac{2}{3}b$. À la première racine $x = 0$ répond $y = 0$: le numérateur et le dénominateur du coefficient B sont simultanément nuls, et l'origine est donc un point double. La seconde racine, une fois que l'on a remplacé x par $-\frac{2}{3}b$ dans l'équation de la courbe, donne $y = \pm \frac{1}{2}b\sqrt{-\frac{b}{3a}}$, qui est imaginaire si b est positif et réel

si b est négatif. Donc, dans le cas où b est positif, la courbe n'admet aucun maximum ou minimum d'ordonnées, alors que si b est négatif, la courbe admet un minima et un maxima d'ordonnées, qui ont pour abscisse $x = -\frac{2}{3}b$ et pour ordonnées $y = \pm \frac{1}{2}b\sqrt{-\frac{b}{3a}}$.

Cramer termine en vérifiant que ces points sont bien des maxima et des minima : ce ne sont pas des points multiples ($x = \frac{2}{3}b$ et $y = \pm \frac{1}{2}b\sqrt{-\frac{b}{3a}}$ n'annulent pas le dénominateur $2ay$) et ce ne sont pas non plus des points d'inflexion (les valeurs de x et de y précédemment trouvées n'annulent pas le terme suivant C du développement en série).

La même démarche lui permet d'étudier les maxima ou minima d'abscisses. La seule valeur qui annule le dénominateur de B est $y = 0$; lorsqu'on remplace y par 0 dans l'équation de la courbe, on trouve l'équation

$$x^3 + bx^2 = 0$$

qui laisse deux possibilités pour x : soit $x = 0$ (et on retrouve l'origine comme point double, étudié à part) soit $x = -b$. Cette dernière solution mène à un maximum d'abscisses au point d'abscisse $-b$. C'est bien ce que l'on constate sur les courbes représentant cette fonction (à gauche, pour $b > 0$, et à droite, pour $b < 0$)

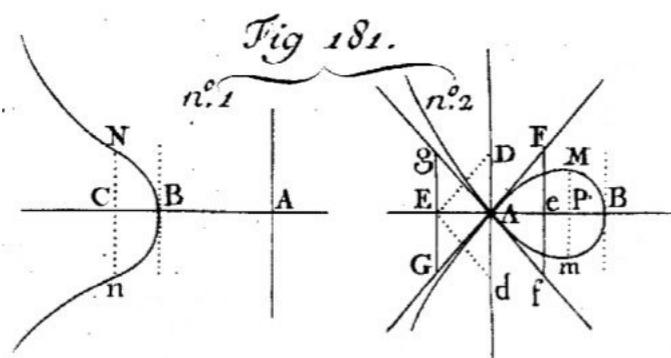


FIGURE 6.17 – G. Cramer (1750b, Planche XXIII, figure 181, p. 538).

Étude de la courbure

L'étude de la *courbure des Lignes courbes en leurs différents points* intervient dans le chapitre XII, dont l'utilité est ainsi justifiée par Cramer :

« *La détermination des Tangentes d'une Courbe indique quelle est sa direction en chacun de ses Points. Mais, pour en connoître parfaitement la Nature, il faut savoir de plus combien la Courbe s'écarte de cette direction; il faut savoir mesurer sa courbure.* » (p. 539)

La courbure en un point donné d'une courbe est définie comme étant l'inverse du rayon du cercle osculateur, à savoir, lorsqu'il existe « *le Cercle, qui, touchant la Courbe au Point donné, s'applique si bien à cette Courbe, qu'entre elle & le Cercle on ne puisse faire passer aucun autre Cercle* », dont le centre est défini comme le *centre de la courbure*.

L'origine du repère étant placée à hauteur du point de la courbe pour lequel on veut évaluer la courbure sans changer la direction des axes (ce qui se fait en substituant, dans

l'équation de la courbe, u à y et $x + z$ à x), Cramer considère le développement en série de la courbe au voisinage de ce point, donné sous la forme $u = A + Bz + Cz^2 + Dz^3 + \text{etc.}$ Il démontre géométriquement que le rayon de courbure est alors égal à

$$\frac{(1 + BB)\sqrt{1 + BB}}{2C}.$$

La première application porte sur la conique d'équation $yy - ax - \frac{b}{c}xx = 0$ qui est une hyperbole si $b > 0$, une ellipse si $b < 0$. Pour évaluer le rayon de courbure au point M de coordonnées $(x; y)$ on commence par substituer u à y et $x + z$ à x , afin d'obtenir

$$uu - ax - az - \frac{b}{c}xx - 2\frac{b}{c}xz - \frac{b}{c}zz = 0$$

pour équation transformée. Le développement en série de u selon les puissances croissantes de z sous la forme $u = A + Bz + Cz^2 + \dots$ donne $A = y$, $B = \frac{ac+2bx}{2cy}$, $C = \frac{aaccbcx+4bbxx-4bcyy}{8ccy^3}$, etc. Ainsi le rayon de courbure en M vaut (après calculs)

$$\frac{(aacc + 4(bc + cc)yy)\sqrt{aacc + 4(bc + cc)yy}}{2aac^3}.$$

Par exemple le rayon de courbure à l'origine (lorsque $y = 0$) est donc égal à $-\frac{aacc\sqrt{aacc}}{2aac^3} = -\frac{1}{2}a$ (G. Cramer 1750b, p. 543-544). Le second exemple est une discussion sur la courbure des hyperboles et paraboles d'équation générale $y = ax^h$. Suivent, pour conclure le chapitre, quelques problèmes généraux concernant les courbures, comme la détermination des points d'une courbe où la courbure a une valeur donnée, infinie ou nulle, et la recherche des points où la courbure est minimale et maximale.

Étude des points singuliers

Cramer, au début du chapitre X, annonce qu'il souhaite affiner la classification des courbes algébriques exposée dans le chapitre précédent en subdivisant les genres et classes (obtenus par le nombre, la nature et la position des branches infinies) en « espèces », ces espèces étant distinguées par l'étude de leurs points singuliers. Il définit ces points singuliers d'une manière presque tautologique : « On donne ce nom aux points qui se distinguent des autres Points de la même Courbe par quelque chose de particulier » (p. 400). Pour Cramer, ces points singuliers sont de deux sortes : les points simples, « lorsqu'ils sont Points d'Inflexion, ou Points de Serpentelement » et les points multiples, qui sont communs à plusieurs branches.

Points simples : inflexions et serpentements

Dans le chapitre X sont définies les différentes sortes d'inflexions dont sont susceptibles les points d'une courbe algébrique : après avoir rappelé qu'une tangente est « censée rencontrer en deux Points la Courbe qu'elle touche, mais en deux Points infiniment proches l'un de

l'autre, & coïncidens. » p. 401, Cramer affirme que pour les courbes d'un ordre supérieur à deux les points de contact entre une tangente et la courbe peuvent être plus nombreux :

« *Mais dans les Lignes des Ordres supérieurs, la Tangente peut encore rencontrer la Courbe qu'elle touche. Si trois Points de section se réunissent, la Droite qui passe par ces trois Points réunis, ou infiniment proches, touche & coupe en même temps la Courbe, & le Point où ils se réunissent est un Point d'Inflexion.* » (p. 401-402)

et donne pour exemple la courbe d'équation $y = ax^3$. Il précise l'usage du mot *inflexion* en décrivant l'allure de la courbe à proximité d'un tel point :

« [...] *en ce point la Courbe est comme pliée & fléchie; la Branche, qui est d'une part, tournant sa concavité du même côté vers lequel la Branche, qui est de l'autre part, tourne sa convexité.* » (p. 402)

Sont ensuite définis les points de double inflexion, ou *points de serpentement*⁴⁹⁷, qui peuvent apparaître sur des courbes d'ordre supérieur à trois, lorsque la tangente rencontre la courbe en quatre points infiniment proches; ce type d'inflexion est plus difficile à définir visuellement :

« *L'Inflexion ne paroît plus, quoiqu'elle existe réellement dans un espace infiniment petit, & qu'elle soit sensible à l'Analyse, dont la vüe, si l'on ose parler ainsi, est plus perçante que la nôtre. On donne à ces Points le nom de Points de double Inflexion, ou Points de Serpentement* » (p. 403).

Les inflexions d'ordre impair sont ainsi visibles et reconnaissables par le changement de convexité de la courbe au voisinage du point considéré, alors que les inflexions d'ordre pair sont invisibles et « *ne diffèrent en rien, à la vue, des simples Points de la Courbe : ils ne sont reconnaissables que par les effets que leur existence produit dans le Calcul.* »

Cramer donne ensuite une méthode générale pour reconnaître des points d'inflexion : il faut commencer par calculer les racines de l'équation tangentielle (formée en égalant à zéro le terme de plus bas degré de l'équation) puis évaluer le nombre de points de contacts supplémentaires entre la tangente et la courbe, en regardant si ces racines annulent les termes de degrés supérieurs :

« *Le degré de cette inflexion se connoît par le nombre des termes au-delà du premier, que fait évanouir le rapport de r à s, déterminé en égalant ce premier terme à zéro. S'il n'en fait évanouir qu'un, c'est une inflexion simple, & la tangente est en même temps sécante. S'il disparoît deux termes après le premier, le Point touché est un point de serpentement, & ainsi de suite* » (p. 467-468).

De nombreux exemples viennent ensuite illustrer cette recherche des points d'inflexions des courbes; l'un d'eux porte sur la courbe d'équation

$$x^2y + bxy - ax^2 + aby - aax = 0.$$

497. Comme le rappelle une note de bas de page à cet endroit, le terme *serpentement* est emprunté à Maupertuis, qui l'a utilisé dans son mémoire sur les affections des courbes Maupertuis ([1729] 1731).

Le premier rang de cette équation est $aby - aax$: l'origine est donc un point simple. Ce rang, égalé à zéro, donne après simplification par a l'équation tangentielle $by - ax = 0$. Mais le remplacement de y par $\frac{a}{b}x$ dans le second rang de l'équation (à savoir $bxy - ax^2$) fait que celui-ci s'annule :

$$bx\frac{a}{b}x - ax^2 = ax^2 - ax^2 = 0$$

ce qui indique que l'origine a une inflexion ; enfin, c'est un point d'inflexion simple car en remplaçant y par $\frac{a}{b}x$ dans le troisième rang de l'équation (à savoir x^2y) celui-ci ne s'annule pas (G. Cramer 1750b, p. 469, exemple II).

Un second exemple présente le cas d'un point de serpentement dans la courbe d'équation

$$y^4 + 2xxyy + x^4 - 4ay^3 - 4axxy + 8aayy - 8a^2y.$$

Le premier rang est $-8a^2y$, on en déduit que l'origine est un point simple, et l'équation tangentielle se réduisant à $y = 0$, que l'axe des abscisses est une tangente en ce point. La substitution de 0 à y dans l'équation de la courbe annule le second rang ($8aayy$) et le troisième ($-4ay^3$), mais pas le quatrième ($y^4 + 2xxyy + x^4$) : à l'origine se trouve donc un point de double inflexion, ou point de serpentement (p. 470, exemple IV).

Points multiples : nœuds, rebroussements, osculations et embrassements

Les points multiples sont définis au chapitre X, en commençant par les points doubles :

« [...] le Point double est celui qui est commun à deux Branches de la Courbe, celui par où elle passe deux fois. Il y a donc cette différence entre le Point double & le Point ordinaire, c'est que, dans le Point ordinaire, la Tangente est la seule Droite qui soit censée y rencontrer deux fois la Courbe; au lieu que toute Droite qui passe par un Point double est censée y rencontrer la Courbe, au moins deux fois. » (p. 408)

Il suffit donc, pour connaître la multiplicité d'un point de la courbe, de déterminer le nombre de points d'intersection d'une droite quelconque avec cette courbe. Cramer porte l'origine du repère sur le point considéré, en conservant la position de l'axe des abscisses; comme pour la recherche des tangentes, il suffit de substituer $x + ru$ à x et su à y dans l'équation de la courbe $a + by + cx + dy^2 + exy + fx^2 \dots = 0$. De plus, comme il s'agit d'étudier les intersections de la courbe avec l'axe des ordonnées, on peut tout de suite remplacer x par 0, afin d'obtenir une équation transformée du type

$$a + (bs + cr)u + (ds^2 + esr + fr^2)u^2 + \dots = 0.$$

Dans cette équation, la multiplicité de la racine $u = 0$ donne le nombre de fois où une droite quelconque passant par l'origine rencontre la courbe, c'est-à-dire la multiplicité du point situé à l'origine : s'il ne manque que le premier terme a de l'équation, alors la racine $u = 0$ est une racine simple, et la droite ne rencontrera la courbe qu'en un seul point simple; s'il

manque les deux premiers termes $a + (bs + cr)u$ dans cette équation, la racine $u = 0$ sera double (car le premier membre sera factorisable par u^2), et donc le point situé à l'origine sera un point double; s'il manque les trois premiers termes, la racine $u = 0$ sera une racine triple, et donc le point situé à l'origine est un point triple, etc. (p. 409-410).

Après avoir donné ces explications, Cramer constate néanmoins que cette opération algébrique est en fait inutile, et que l'on peut directement utiliser l'équation de la courbe portée sur le triangle analytique pour évaluer la multiplicité du point situé à l'origine :

« Mais ces Termes sont justement les Rangs horizontaux de l'équation de la Courbe placée sur le Triangle analytique, où l'on a changé x en r , & y en s . Donc, autant qu'il manque de Rangs, y compris la Pointe, dans l'équation d'une Courbe, placée sur le Tr. anal : autant de fois une Droite quelconque tirée par l'Origine est-elle censée y rencontrer la Courbe. » (p. 410)

Par exemple, la courbe d'équation $y^3 + x^2y + ayy - axx = 0$ présente un point double à l'origine; en effet, dans le triangle analytique, la pointe et le premier rang manquent :

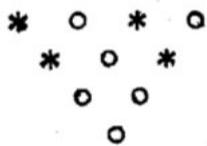


FIGURE 6.18 – G. Cramer 1750b, p. 413.

Après avoir exposé ces principes, Cramer, dans la seconde partie du chapitre X, détaille la façon d'étendre sa méthode aux points de la courbes qui ne sont pas situés à l'origine grâce à des changements de repère. Enfin, il conclut en posant quelques problèmes généraux, comme : « L'équation d'une courbe étant donnée, trouver si cette Courbe a des Points multiples, quels ils sont, & où ils sont » (p. 426), ou encore « L'équation d'une Courbe étant donnée, trouver des conditions qui donnent des Points multiples à la Courbe? » (p. 440), à chaque fois en étayant son propos de nombreux exemples d'illustration. À la toute fin de ce chapitre X se trouve un tableau récapitulatif des différentes sortes de points multiples que l'on peut trouver dans les courbes allant jusqu'au huitième ordre (p. 459).

L'étude détaillée de ces points multiples fait l'objet du treizième et dernier chapitre de l'*Introduction* : c'est encore une fois l'occasion pour Cramer de faire usage du triangle analytique et de la méthode des séries. Je m'intéresserai ici plus particulièrement à l'étude des points doubles. Lorsque l'origine du repère est un point double, cela se traduit par le fait que le terme de plus bas degré de l'équation de la courbe est de degré 2 : celle-ci s'écrit donc sous la forme

$$dy^2 + exy + fx^2 + \dots = 0.$$

Trois cas se présentent :

- Si l'équation $dy^2 + exy + fx^2 = 0$ admet deux solutions imaginaires, alors l'origine est un point conjugué ou isolé, point qui appartient effectivement à la courbe mais par lequel ne passe aucune branche.

- Si l'équation $dy^2 + exy + fx^2 = 0$ admet deux solutions réelles distinctes, alors l'origine du repère est le point d'intersection (encore appelé par Cramer *point de croix* ou *nœud*) de deux branches distinctes de la courbe dont les tangentes sont sécantes.
- L'équation admet une racine réelle double.

Dans ce troisième et dernier cas, on a nécessairement $e = 2\sqrt{df}$ et l'équation s'écrit

$$(\sqrt{d}y + \sqrt{f}x)^2 = 0.$$

Cette équation n'est autre que l'équation tangentielle relative à la courbe : il est donc immédiat de dire que la courbe, à l'origine, n'admet qu'une seule tangente. L'origine étant supposée être un point double, nous pouvons être assurés que ce sont deux branches distinctes qui se touchent à l'origine, avec une tangente commune. Cramer distingue alors deux types de configurations possibles dans ce cas : rebroussement et osculation.

« Les deux Branches, dont le contact fait le Point double, peuvent se terminer à ce Point, ou passer au-delà. Elles s'y terminent, quand les Séries qui les représentent sont demi-imaginaires; & alors ce Point est un Rebroussement : elles vont au-delà, quand ces Séries sont réelles; & alors ce Point est une Osculation. » (G. Cramer 1750b, p. 571)

Cramer définit (et illustre) les différentes sortes d'osculations et de rebroussements qui peuvent avoir lieu sur une courbe : dans l'ordre *osculation* (fig 192), *embrassement* (fig 193), *osculation avec inflexion* (fig 194), *embrassement avec inflexion* (fig 195), *rebroussement* (demi-osculation, fig 196) et *rebroussement en bec* (demi-embrassement, fig 197) p. 571-572.

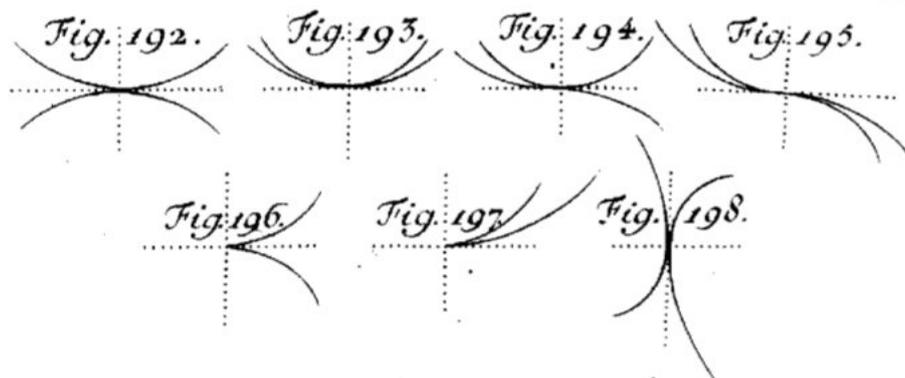


FIGURE 6.19 – G. Cramer 1750b, Planche XXV p. 590.

La détermination du type d'osculation ou de rebroussement se fait en calculant les premiers termes du développement en série de y selon x . Sans nous attacher à détailler la méthode de Cramer dans toute sa généralité, je détaille ci-dessous un exemple menant à un *rebroussement en bec*, que Cramer définit comme « *formé par deux branches qui tournent leurs concavités d'un même côté & se terminent où elles se rencontrent* » (p 572), et qu'il nomme ainsi pour sa forme en un bec d'oiseau. Cet exemple est le suivant p. 590 : considérons la courbe d'équation

$$x^4 - ax^2y - axy^2 + \frac{1}{4}aayy = 0.$$

Le terme de plus bas degré est $\frac{1}{4}aayy$: l'origine est donc bien un point double de cette courbe. De plus l'équation tangentielle se réduit à $\frac{1}{4}aayy = 0$: on en déduit aisément que l'axe des abscisses est tangent à la courbe en l'origine. Voici la représentation de cette équation portée sur le triangle analytique : Il existe une unique déterminatrice inférieure, qui

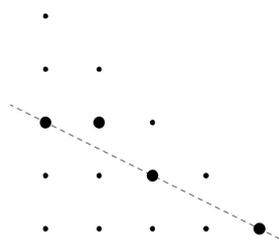


FIGURE 6.20

porte les termes en x^4 , x^2y et y^2 ; cette déterminatrice fournit l'équation

$$x^4 - ax^2y + \frac{1}{4}aayy = 0$$

qui peut se factoriser en $(x^2 - \frac{1}{2}ay)^2 = 0$; cette équation admet donc une racine (double) $y = \frac{2xx}{a}$. Le premier terme du développement en série de y selon x est donc $\frac{2xx}{a}$; pour calculer la suite de ce développement, substituons $(\frac{2xx}{a} + u)$ à y dans l'équation proposée. Après calculs, la transformée s'écrit

$$-4\frac{x^5}{a} - 4x^3u - axu^2 + \frac{1}{4}a^2u^2 = 0$$

qui, portée à son tour sur le triangle analytique, présente une déterminatrice inférieure passant par les termes en x^5 et u^2 .

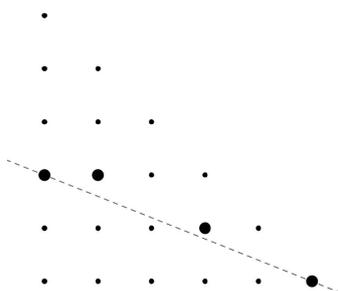


FIGURE 6.21

Cette déterminatrice fournit donc l'équation

$$-4\frac{x^5}{a} + \frac{1}{4}a^2u^2 = 0$$

qui donne deux racines distinctes dans le cas où x est positif :

$$u = \pm \frac{4x^{\frac{5}{2}}}{a^{\frac{3}{2}}} = \pm \frac{4xx\sqrt{ax}}{aa}$$

Cramer donne ainsi le début du développement recherché :

$$y = \frac{2xx}{a} \pm \frac{4xx\sqrt{ax}}{aa} + \frac{8x^3}{a^3} + \dots$$

La série se scinde en deux dès le deuxième terme ; ces deux séries sont semi-imaginaires (car elles ne sont réelles que pour des valeurs positives de x), « *ce qui montre que les Branches qui s'embrassent d'un côté de l'Axe des ordonnées manquent de l'autre côté, ne font qu'un demi-Embrassement, c'est-à-dire un Bec.* » (G. Cramer 1750b, p. 590-591)

La représentation de cette courbe par Cramer est donnée à la figure 6.22 :

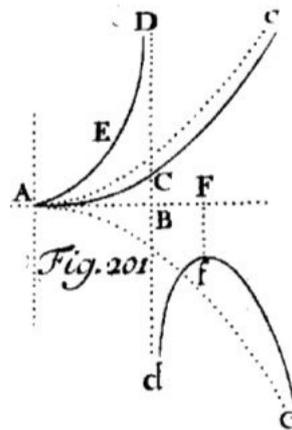


FIGURE 6.22 – G. Cramer (1750b, Planche XXVI, figure 201, p. 600).

Les mêmes principes sont mis en œuvre par Cramer pour étudier systématiquement, dans le chapitre XIII, les différentes sortes de points triples (p. 601), quadruples (p. 630) et même quintuples (p. 652) qu'il est possible de rencontrer dans les courbes algébriques, ce qui conclut l'ouvrage.

Les planches de figures

L'ouvrage compte trente-trois planches de figures hors-texte, dépliantes (pour permettre au lecteur de visualiser en parallèle le texte et les figures correspondantes), réparties dans tout l'ouvrage. Ces trente-trois planches présentent un total de 225 figures (dont beaucoup sont décomposées en plusieurs sous-figures), finement tracées, ce qui est tout à fait considérable en comparaison, par exemple, des 74 figures grossièrement exécutées et présentées à la fin de l'ouvrage de De Gua de Malves (1740), ou même des quelque 150 figures proposées par Euler à la fin du premier volume de son *Introductio* (Euler 1748). Cette abondance et cette précision trouvent également leur origine dans le souci de clarté, d'accessibilité, d'exhaustivité manifesté par Gabriel Cramer tout au long de son projet éditorial. Ces figures viennent essentiellement en appui et en illustration des concepts, des méthodes, des exemples exposés par l'auteur tout au long de son ouvrage ; mais on n'y trouve pas, notamment, de « catalogue » de représentations de courbes, comme celui des 78 cubiques que l'on aurait pu s'attendre à y trouver (les magnifiques planches de l'*Enumeratio* de Newton (1704), largement connues des personnes qui s'intéressent au sujet, suffisent amplement).

Il est difficile de savoir exactement comment les courbes sont tracées, mais Cramer donne des indices à ce sujet dans le cours de son premier chapitre, commençant par indiquer comment tracer une courbe point par point :

« On saisira parfaitement de détail, & on verra sensiblement quel est le cours de la Ligne, si on substituë successivement, dans l'éq : $y = \frac{xx}{6a} + x + \frac{5}{6}a$, différentes valeurs au lieu de x , comme $3a, 2a, a, 0, -a, -2a, -3a, -4a, -5a, -6a, -7a$, & c . & l'on trouvera qu'à ces abscisses répondent les ordonnées $5\frac{1}{3}a, 3\frac{1}{2}a, 2a, \frac{5}{6}a, 0, -\frac{1}{2}a, -\frac{2}{3}a, -\frac{1}{2}a, 0, \frac{5}{6}a, 2a$, & c ⁴⁹⁸. Ce calcul fait, on pourra décrire par points cette portion de la Courbe qui s'étend depuis l'abscisse $3a$ jusqu'à l'abscisse $-7a$, c'est-à-dire, qu'on pourra assigner onze points de la Courbe, assez près les uns des autres, pour qu'il soit aisé de la décrire avec quelque exactitude en traçant d'une main hardie une Ligne courbe par ces onze points. » (G. Cramer 1750b, p. 13-14)

La démarche est complétée par un second exemple (la courbe d'équation $xxxy + 2axy - axx + aay = 0$, soit $y = a\left(\frac{x}{a+x}\right)^2$) et illustrée par Cramer dans les figure 10 et 11 de la planche II (voir figure 6.23). Cette méthode du tracé point par point est complétée par la recherche des

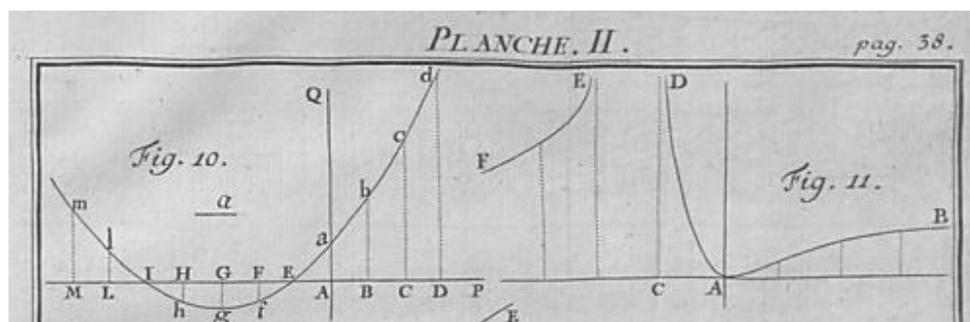


FIGURE 6.23 – G. Cramer (1750b, Planche II, figure 10, p. 58).

points d'intersection de la courbe avec les axes de coordonnées (p. 17-18), et par l'exploitation de symétries (p. 19-20). Cramer explique également que, selon la forme de l'équation de la courbe, le fait de prendre des abscisses en progression arithmétique pour calculer les ordonnées des points associés sur la courbe n'est pas toujours le meilleur choix (la présence de radicaux, notamment, pouvant conduire à calculer des valeurs approchées pour ces ordonnées), et prône de rechercher des points dont les coordonnées sont rationnelles.

Avec cette méthode, le géomètre est rapidement confronté à des difficultés si l'équation de la courbe ne permet pas d'extraire simplement une expression de l'une des variables en fonction de l'autre : Cramer donne l'exemple de la courbe d'équation $y^4 + x^2y^2 + 2y^3 - x^3 = 0$ pour laquelle il faut résoudre soit une équation du quatrième degré en y (pour obtenir des expressions de y en fonction de x) soit du troisième degré en x (si l'on espérait exprimer x en fonction de y). Cette difficulté peut, dans certains cas, être levée par des changements de variables qui simplifient les expressions à manipuler : ainsi, dans l'exemple proposé, Cramer

498. Il est intéressant de noter ici que Cramer, dans l'équation $y = \frac{xx}{6a} + x + \frac{5}{6}a$, sous-entend que le nombre représenté par x est positif. En effet il doit modifier l'équation pour étudier le cas où les abscisses sont négatives : « Pour connoître le cours de cette Ligne du côté des abscisses négatives, on fera x négative, ce qui change l'éq. $y = \frac{xx}{6a} + x + \frac{5}{6}a$ et $y = \frac{xx}{6a} - x + \frac{5}{6}a$ » (G. Cramer 1750b, p. 12).

pose $x = yz$ ce qui fait que l'équation devient $y = \frac{z^3 - 2}{z^2 + 1}$, tout à fait exploitable pour calculer les valeurs de y puis de x à partir de valeurs choisies de z (G. Cramer 1750b, p. 34).

La portée de ces méthodes est limitée, et Cramer convient qu'elles ne sont pas suffisantes en général pour déterminer le cours d'une ligne algébrique : « *Il faut donc chercher d'autres routes qui nous mènent à la connoissance des Lignes Courbes, qui est le but de ce Traité* », écrit-il en conclusion de son premier chapitre. Même si cela n'est pas explicité par la suite, c'est bien la recherche des centres, diamètres, asymptotes et branches infinies des courbes algébriques considérées, qui va venir compléter la description point par point et guider la main du géomètre pour le tracé de ces courbes. Ainsi sur nombre de figures sont représentées en pointillés ces asymptotes droites ou courbes (souvent aisées à tracer) qui viennent aider au tracé de la courbe, comme on peut le voir, par exemple, sur la planche reproduite en figure 6.24.

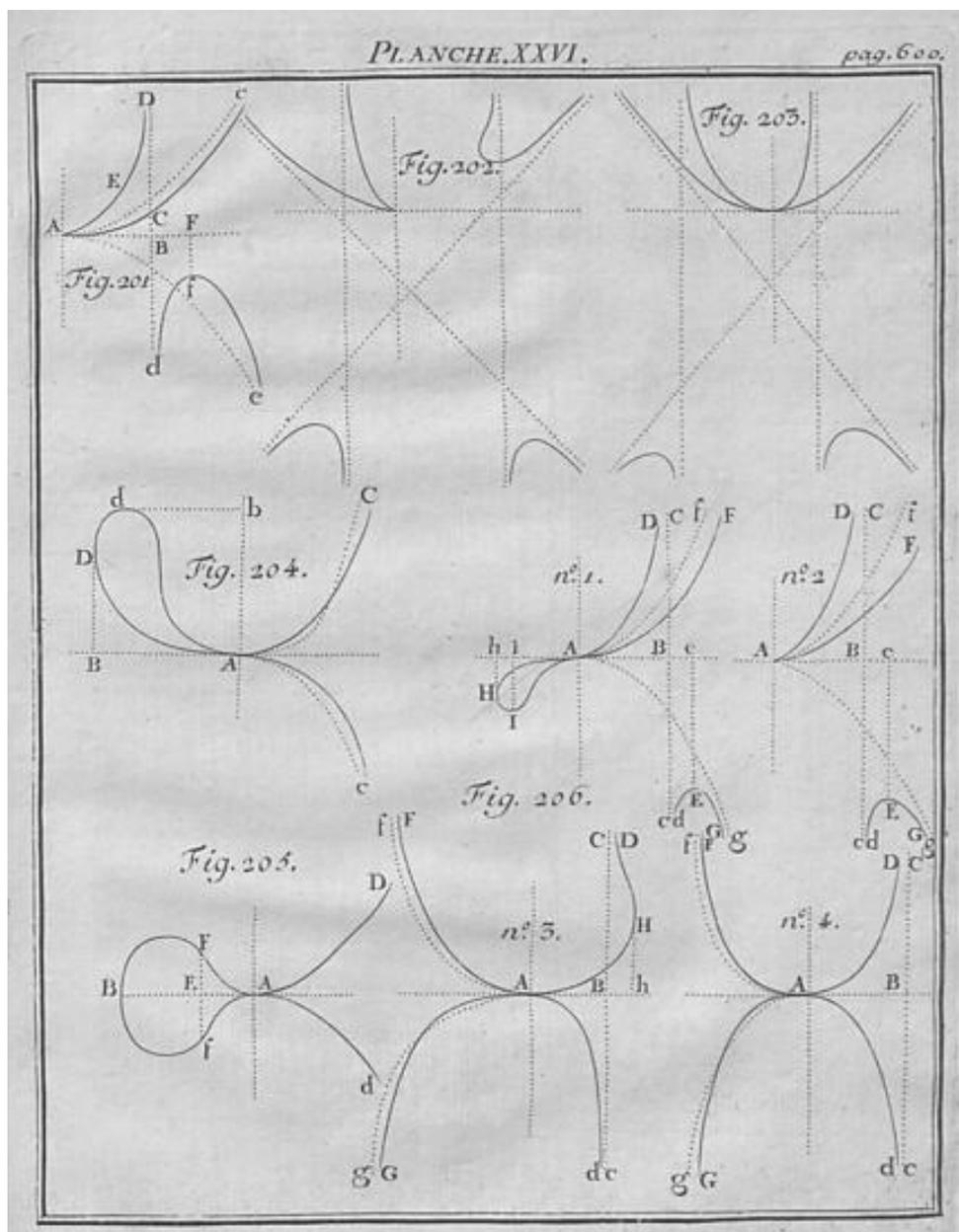


FIGURE 6.24 – G. Cramer (1750b, Planche XXVI, p. 600).

Chapitre 7

Sources et références

L'enquête génétique qui fait l'objet de cette partie ne serait pas complète sans l'étude des sources mobilisées par Cramer pour l'écriture de son traité. L'adjectif « mobilisées » n'est d'ailleurs pas tout à fait adéquat, puisqu'il serait également instructif de repérer les sources potentielles qu'il a eues en main mais qu'il a, pour une raison ou pour une autre, choisi d'ignorer.

La première source d'information sur les sources de Cramer pour l'écriture de son traité des courbes est constituée par les références et renvois bibliographiques qui émaillent le manuscrit et l'ouvrage publié. Indirectement au travers de ces références, mais aussi plus directement dans la préface qu'il a rédigée pour l'ouvrage publié, Cramer donne à voir dans quelles traditions de recherche il inscrit son propre travail et ce qui a guidé et motivé son écriture, en explicitant – ou mettant en scène? – ses sources et ses influences. Mais le texte de l'*Introduction* n'est pas le seul endroit dans lequel il faut chercher ces informations : la correspondance du savant comporte également des éléments d'informations complémentaires, et une reconstitution au moins partielle de sa bibliothèque de travail et des textes auxquels il a pu avoir accès complète utilement cette étude des sources en y ajoutant les livres, mémoires ou manuscrits qu'il a pu lire sans les citer dans son traité, à dessein ou par omission. Il s'agit donc ici autant de faire l'inventaire des références bibliographiques explicites de l'*Introduction* que de tenter de recenser le matériau bibliographique (ouvrages, périodiques, manuscrits, lettres savantes, etc.) accumulé par le Genevois au cours des dix années de la rédaction de son texte.

Ce faisant, le cœur du traité des courbes de Cramer étant la classification des courbes algébriques des premiers ordres, il sera intéressant d'inscrire son œuvre dans un panorama des contributions à cette question depuis la parution de la *Géométrie* de Descartes en 1637 jusqu'aux travaux contemporains de l'écriture du traité par le Genevois. Des premières tentatives des cartésiens hollandais jusqu'aux résultats présentés par Leonhard Euler dans son *Introductio in Analysin Infinitorum*, en passant par le *Typus Locorum Hypersolidorum* de Jacques Bernoulli et, surtout, l'énumération des cubiques réalisée par Newton, l'établissement d'une bibliographie rétrospective montre que de nombreux géomètres se sont penchés avant Cramer sur le sujet des courbes algébriques, et ont contribué à construire l'édi-

ficé présenté dans l'ouvrage du Genevois. Cramer a-t-il connaissance de tous ces travaux, et le cas échéant comment les intègre-t-il (ou pas) à la rédaction de son traité? Est-il possible de reconstituer sa bibliothèque de travail et d'identifier les textes qu'il a consultés, utilisés, ou bien laissés de côté? L'étude des sources, en considérant les emprunts et les influences comme les mises à l'écart, jette ainsi un nouvel éclairage sur la genèse de l'*Introduction*.

Exploitation des références bibliographiques présentes dans l'*Introduction*

Le relevé systématique des références bibliographiques insérées par Cramer dans le corps de son texte ou en note de bas de page⁴⁹⁹, permet de dresser un inventaire des sources utilisées par Cramer pour rédiger son traité des courbes, et déclarées comme telles par l'auteur. Ces sources, dont la nature, la fonction et l'importance relative sont à questionner (s'agit-il d'une référence « de convenance » ou au contraire d'une référence opérationnelle, d'une simple citation, d'un renvoi pour approfondissement, a-t-elle une portée générale ou très locale, etc.?) constituent un corpus, ou plutôt un réseau de textes centré sur l'ouvrage de Cramer, dont il convient à la fois d'évaluer leur rôle dans la rédaction de l'*Introduction* de déterminer les relations qu'ils entretiennent les uns avec les autres.

Relevé des citations et références bibliographiques dans l'*Introduction*

Les références et citations bibliographiques relevées dans le texte de l'*Introduction* peuvent prendre la forme soit d'une mention assez générale insérée dans le corps du texte, explicite ou implicite (lorsqu'il juge inutile de d'identifier le texte cité); soit d'une note de bas de page, très souvent précise quant au texte cité (l'auteur, le titre, la date, voire les pages concernées, sont intégrées à la citation). Les premières se retrouvent essentiellement dans la préface, et ont une importance toute particulière : leur portée est générale et elles visent à inscrire l'œuvre de l'auteur dans une tradition de recherche (la question a déjà été abordée plus haut; voir p. 180). Les secondes, qui apparaissent dans la suite du texte, ne sont pas pour autant à négliger : s'il faut pondérer leur importance les unes vis-à-vis des autres par leur fréquence, leur portée, elles permettent d'identifier les sources opérationnelles de Cramer dans la rédaction de son ouvrage : où a-t-il pris cette idée, cette notation, cet exemple? Je vais répertorier ces deux types de références séparément dans les tableaux ci-dessous.

TABLE 7.1 – Références générales citées en préface.

Page	Auteur / Ouvrage cité	Contexte, remarques
vii	<i>La Géométrie</i> , Descartes (1637)	Figure tutélaire, débuts de l'application de l'algèbre à la théorie des courbes.

499. Toutes les références signalées par la suite renverront au livre publié : on trouve également des citations bibliographiques dans les manuscrits, mais celles qui y sont présentes (essentiellement dans les premiers chapitres, les neuf derniers en étant presque totalement exempts) sont strictement identiques à celles relevées dans l'ouvrage.

TABLE 7.1 – Références générales citées en préface.

Page	Auteur / Ouvrage cité	Contexte, remarques
viii	<i>Enumeratio linearum tertii ordinis</i> , Newton (1704)	« Son Enumération des Lignes du troisième ordre est un excellent modèle », mais « il est fâcheux qu'[il] se soit contenté d'étaler ses découvertes sans y joindre les Démonstrations ».
ix	<i>Lineæ tertii ordinis Neutronianæ</i> , Stirling (1717)	« ... a développé les Principes et la Méthode de Mr. NEWTON », « il ne [lui] manquoit presque rien pour donner une Théorie complete des Courbes ».
ix	<i>Traité des lignes du troisième ordre, ou des courbes du second genre</i> , Nicole ([1729] 1731)	« ... une explication aussi nette qu'exacte des Principes que Mr. NEWTON a pû suivre dans son Enumération des Lignes du troisième Ordre ».
x	<i>Examen des lignes du quatrième ordre ou courbes du troisième genre</i> , Bragelongne ([1730] 1732, [1730] 1732, [1731] 1734)	« ... l'auteur s'étant arrêté au milieu de sa course, on ne voit pas si sa Méthode étoit la plus propre à le mener avec exactitude & avec certitude à l'Enumération qu'il avoit en vue ».
x	<i>Matheseos universalis elementa</i> , Gravesande (1727)	« L'illustre Mr. S'GRAVESANDE [...] m'avoit communiqué ses recherches sur les Séries, & ce qu'il avoit ajouté aux découvertes de Mrs. TAYLOR et STIRLING ».
x	<i>Methodus Incrementorum Directa & Inversa</i> , Taylor (1715)	Œuvre non citée, voir ci-dessus.
xi	<i>Usages de l'analyse de Descartes pour découvrir sans le secours du calcul différentiel les propriétés ou affections principales des lignes géométriques de tous les ordres</i> , De Gua de Malves (1740)	« La substitution [...] du Triangle algébrique au Parallélogramme de NEWTON est une idée heureuse, dont j'ai profité avec reconnaissance [...] mais je n'ai pas cru devoir le suivre dans la méprise où il est tombé sur les Branches infinies des Courbes & sur leurs Points multiples ».
xi	<i>Introductio in analysin infinitorum</i> , Euler (1748)	« J'aurois tiré une grande utilité de l'Introduction à l'Analyse des infiniment petits de Mr. EULER, si ce Livre m'avoit été plutôt connu ». Objet identique, méthodes différentes.
xii	<i>La Géométrie</i> , Descartes (1637)	« Puis on expose la manière d'exprimer par une Equation la nature des Lignes à simple courbure : invention heureuse de DESCARTES, qui renferme le Principe [...] de tout ce que les Modernes ont découvert sur les Courbes ».
xiv	<i>Eclaircissemens sur la construction des egalitez</i> , Rolle ([1708] 1730, [1709] 1733)	« On indique la source des difficultés que Mr. ROLLE a élevées contre cette Méthode, & les moyens d'éviter surement les inconveniens qu'il y a trouvés ».
xvi	<i>La méthode des fluxions et des suites infinies</i> , Newton (1740)	« La vraye Méthode des Séries est fondée sur le Parallélogramme de Mr. NEWTON, invention excellente [...] Après lui, Mrs. TAYLOR & STIRLING en ont étendu l'usage; mais leurs Règles n'ont ni la généralité ni l'exactitude nécessaires. Mr. S'GRAVESANDE les a rectifiées jusqu'à un certain point ».
xvi	<i>Methodus Incrementorum Directa & Inversa</i> , Taylor (1715)	Voir ci-dessus
xvi	<i>Lineæ tertii ordinis Neutronianæ</i> , Stirling (1717)	Voir ci-dessus
xvii	<i>Matheseos universalis elementa</i> , Gravesande (1727)	Voir ci-dessus

TABLE 7.1 – Références générales citées en préface.

Page	Auteur / Ouvrage cité	Contexte, remarques
xix	<i>Enumeratio linearum tertii ordinis</i> , Newton (1704)	«... conformément à ce que Mr. NEWTON a établi dans son Énumération des Lignes du troisième Ordre, dont cet article peut être regardé comme un petit Commentaire».

Il faut noter que, en ce qui concerne la seconde partie de la préface (p. xii-xxii), dans laquelle Cramer décrit le plan de l'ouvrage et donne quelques aperçus des chapitres qui le composent, les références bibliographiques données ci-dessus se retrouveront dans les notes de bas de page des chapitres concernés.

TABLE 7.2 – Citations bibliographiques dans les chapitres I à III.

Ch.	Page	Auteur / Ouvrage cité	Contexte, remarques
I	3	<i>Recherches sur les courbes à double courbure</i> , (Clairaut 1731)	Simple mention.
I	3	<i>La Géométrie</i> , Descartes (1637)	Expression de la nature des courbes par des équations.
I	18	<i>Sur les Lignes du III^{me} ordre ou Courbes du second</i> , (Anonyme [1729] 1731)	« La Courbe manque dans toute l'étendue où les ordonnées sont imaginaires ».
I	25, 27	<i>Usages de l'analyse de Descartes</i> , De Gua de Malves (1740, p. 423-424)	« Toute branche de Courbe, ou a un cours infini, ou vient se joindre à une autre branche de Courbe ».
I	28	<i>Lineæ tertii ordinis Neutonianæ</i> , Stirling (1717)	« Le cours d'une Ligne algébrique est continu ».
I	31	<i>Sur l'application des règles de Diophante à la géométrie</i> , (Rolle [1712] 1733, p. 55)	Comment éviter les valeurs irrationnelles dans le calcul des ordonnées d'une courbe algébrique.
II	39, 43	<i>Usages de l'analyse de Descartes</i> , De Gua de Malves (1740, p. 308 et suivantes, p. 338 et suivantes)	Calcul de la transformée d'une équation après changement de coordonnées.
III	53	<i>Enumeratio linearum tertii ordinis</i> , Newton (1704)	Cramer, contrairement à Newton, décide de ne pas distinguer ligne et courbe.
III	54	<i>Usages de l'analyse de Descartes</i> , De Gua de Malves (1740, p. 340 et suivantes)	« L'Ordre d'une Ligne algébrique ne change point par le changement de ses coordonnées ».
III	54	<i>La méthode des fluxions et des séries infinies</i> , Newton (1740)	[Dans le corps du texte] Présentation du parallélogramme analytique.
III	55	<i>Usages de l'analyse de Descartes</i> , De Gua de Malves (1740, p. 24)	Variante triangulaire du parallélogramme analytique.
III	58	<i>Lineæ tertii ordinis Neutonianæ</i> , Stirling (1717, p. 3 et suivantes)	Nombre de coefficients dans l'équation générale d'une courbe algébrique d'ordre n .
III	59	<i>Lineæ tertii ordinis Neutonianæ</i> , Stirling (1717, p. 69); <i>Arithmetica universalis</i> , Newton (1707, p. 233)	Démonstration qu'une courbe algébrique d'ordre ν est déterminée par la donnée de $\frac{1}{2}\nu\nu + \frac{3}{2}\nu$ points (cas $\nu = 2$).

TABLE 7.2 – Citations bibliographiques dans les chapitres I à III.

Ch.	Page	Auteur / Ouvrage cité	Contexte, remarques
III	76	<i>A Letter from Mr. Colin Mac Laurin, Math. Prof. Edinburg. F. R. S. to Mr. John Machin, Astr. Prof. Gresh. & Secr. R. S. concerning the Description of Curve Lines</i> Maclaurin (1738)	Démonstration du théorème disant que deux courbes algébriques d'ordres m et n se coupent en au plus mn points.
III	78	<i>Geometria organica</i> , Maclaurin (1720, p. 137)	À propos du paradoxe dit d'Euler-Cramer.

Dans ces trois premiers chapitres, on voit que Cramer puise dans les principales sources citées en préface pour installer le cadre général de son étude sur les courbes algébriques : il invoque notamment De Gua de Malves pour les méthodes algébriques (changement de coordonnées, triangle analytique), Stirling pour le nombre de points suffisant à déterminer une courbe algébrique, et enfin Maclaurin pour les questions liées aux intersections des courbes.

TABLE 7.3 – Citations bibliographiques dans les chapitres IV à VI.

Ch.	Page	Auteur / Ouvrage cité	Contexte, remarques
IV	84	<i>Eclaircissemens sur la construction des egalitez</i> , Rolle ([1708] 1730, [1709] 1733)	Choix des courbes pour la construction d'une égalité, pour éviter les racines imaginaires.
IV	86	<i>Observationes in Schiedasma quod Dn. Rolle cum hac inscriptione : Eclaircissemens sur la Construction des Egalitez</i> , Hermann (1727, p. 131)	Choisir une des équations telle que la variable y n'ait qu'une seule dimension.
IV	88	<i>Animadversio in geometriam cartesianam</i> , Jacques Bernoulli (1744, T. I, p. 343)	« <i>Ce n'est que pour plus d'élégance qu'on joint à la Méthode cette condition, que les deux équations [...] soient les plus simples qu'il soit possible, & de l'Ordre le plus bas qui puisse suffire à la Construction</i> ».
IV	89	<i>Traité des sections coniques</i> , L'Hospital (1707, p. 346)	Énoncé de la « <i>Règle générale pour la simplicité de la construction géométrique des Egalités déterminées</i> ».
IV	92	<i>Notæ et Animadversiones Tumulturiæ in geometriam cartesianam</i> , Jacques Bernoulli (1744, T. II, p. 689) ; <i>Arithmetica universalis</i> , Newton (1707, p. 286-287)	« <i>... on aime mieux se servir du Cercle que de la Droite en plusieurs rencontres : quoique la Droite soit du premier Ordre, & la circonférence de Cercle du second</i> ».
IV	92	<i>Notæ et Animadversiones Tumulturiæ in geometriam cartesianam</i> , Jacques Bernoulli (1744, T. II, p. 690); <i>Traité des sections coniques</i> , L'Hospital (1707, p. 348); <i>Lineæ tertii ordinis Neutronianæ</i> , Stirling (1717, p. 59)	« <i>... je ne vois pas pourquoi on rejetteroit la Construction suivante d'une Egalité quelconque, par le moyen d'une Droite parallèle aux ordonnées, & d'une Courbe dont l'Ordre est, à la vérité, égal au degré de l'Egalité proposée</i> ».

TABLE 7.3 – Citations bibliographiques dans les chapitres IV à VI.

Ch.	Page	Auteur / Ouvrage cité	Contexte, remarques
V	108	<i>Enumeratio linearum tertii ordinis</i> , Newton (1704, §II. 3. 4.); <i>Lineæ tertii ordinis Neutonianæ</i> , Stirling (1717, p. 76-79); <i>Usages de l'analyse de Descartes</i> , De Gua de Malves (1740, p. 68)	Énoncé du théorème sur « la valeur du produit de toutes les ordonnées d'une même abscisse », qui donne son titre au chapitre.
VI	134	<i>Enumeratio linearum tertii ordinis</i> , Newton (1704, §II. 1.)	Définition du diamètre d'une courbe.
VI	137	<i>Lineæ tertii ordinis Neutonianæ</i> , Stirling (1717, p. 75)	Diamètres curvilignes.
VI	137	<i>Enumeratio linearum tertii ordinis</i> , Newton (1704, §III.)	Définition d'un diamètre absolu.
VI	141	<i>Sur les lignes du IV^{me} ordre</i> , Anonyme ([1732] 1735)	Notion de contre-diamètre (Bragelongne).
VI	144	<i>Enumeratio linearum tertii ordinis</i> , Newton (1704, §III.); <i>Usages de l'analyse de Descartes</i> , De Gua de Malves (1740, p. 1)	Définition du centre d'une courbe.

De ces trois chapitres, celui sur la construction des égalités est un peu à part : Cramer faire appel à des références plus précises, plus techniques et de moins grande portée (Rolle, Hermann, L'Hospital et Bernoulli) pour appuyer son argument justifiant de s'écarter du canon cartésien sur la question de la simplicité des courbes à mettre en œuvre pour la construction géométrique des racines des équations. Mais lorsqu'il s'agit de revenir à des résultats et des définitions de portée plus générale, et plus alignés avec le sujet de son traité (en l'occurrence, celle d'un diamètre), Cramer invoque de nouveau ses principales sources que sont Newton, Stirling et De Gua. À noter que la notion de contre-diamètre (dont découle la définition du centre d'une courbe chez Cramer) est un emprunt direct à Bragelongne, cité en conséquence : cette définition, mentionnée plus tard dans l'article COURBE de l'*Encyclopédie* par D'Alembert, ne connaîtra pas de réelle postérité, au profit de celle de centre de symétrie.

TABLE 7.4 – Citations bibliographiques dans les chapitres VII à IX.

Ch.	Page	Auteur / Ouvrage cité	Contexte, remarques
VII	148	<i>Elémens de la géométrie de l'infini</i> , Fontenelle (1727, Part. I, sect. II)	« ... quand une variable devient infinie, toutes ses puissances & toutes ses racines sont aussi infinies ».

TABLE 7.4 – Citations bibliographiques dans les chapitres VII à IX.

Ch.	Page	Auteur / Ouvrage cité	Contexte, remarques
VII	165	<i>La méthode des fluxions et des séries infinies</i> de Newton (1740, §29 et suivantes), <i>Epistola ad Oldenburgum posterior</i> de Newton (1676), <i>Methodus Incrementorum Directa & Inversa</i> de Taylor (1715, Part. I prop. 9), <i>Lineæ tertii ordinis Neutonianæ</i> de (Stirling 1717, p. 12), <i>Matheseos universalis elementa</i> de Gravesande (1727, p. 233 et suivantes)	Énoncé de la règle du parallélogramme « pour discerner dans une équation indéterminée les termes qui deviennent infiniment plus grands que tous les autres, par la supposition d' x ou d' y infinie ou infiniment petite ».
VIII	223	<i>Elementa matheseos universæ</i> , Wolff (1743, <i>Elementa analyseos</i> , §383)	Emprunt de la notion, peu exploitée, de « famille » de courbes
VIII	230	<i>Enumeratio linearum tertii ordinis</i> , Newton (1704, II, 5)	Seules les branches hyperboliques admettent une droite asymptote.
VIII	241-242	<i>Usages de l'analyse de Descartes</i> , De Gua de Malves (1740, p. 35, p. 41)	Asymptotes parallèles à l'axe des abscisses
VIII	309	<i>Usages de l'analyse de Descartes</i> , De Gua de Malves (1740, p. 160)	Détermination de l'existence, nature, nombre et position des branches infinies d'une courbe.
VIII	327	<i>Examen des lignes du quatrième ordre ou courbes du troisième genre</i> , Bragelongne ([1731] 1734, p. 30)	Emprunt d'un exemple de l'équation d'une courbe d'ordre 4 ayant quatre branches hyperboliques.
VIII	342-350	<i>Usages de l'analyse de Descartes</i> de De Gua de Malves (1740, p. 47), <i>Traité des lignes du troisième ordre, ou des courbes du second genre</i> de Nicole ([1729] 1731, p. 198), <i>Enumeratio linearum tertii ordinis</i> de Newton (1704, II, 2) et <i>Lineæ tertii ordinis Neutonianæ</i> de Stirling (1717, Prop. I cor. 3, prop. VI cor. 5 et 7, prop. X cor. 4, prop. IV cor. 5 et 6)	Propriétés des branches infinies et des asymptotes droites des courbes.
IX	359	<i>Enumeratio linearum tertii ordinis</i> de Newton (1704), <i>Lineæ tertii ordinis Neutonianæ</i> de Stirling (1717) et <i>Traité des lignes du troisième ordre, ou des courbes du second genre</i> de Nicole ([1729] 1731, p. 198)	Équation générale des courbes du troisième ordre, et étude de l'équation formée par les termes de plus haut rang.

TABLE 7.4 – Citations bibliographiques dans les chapitres VII à IX.

Ch.	Page	Auteur / Ouvrage cité	Contexte, remarques
IX	360-369	<i>Lineæ tertii ordinis Newtonianæ</i> de Stirling (1717) et <i>Enumeratio linearum tertii ordinis</i> de Newton (1704) (à plusieurs reprises)	Liaison avec les espèces mises en évidence dans l'énumération des cubiques de Newton (et quatre espèces supplémentaires trouvées par Stirling)
IX	369	<i>Examen des lignes du quatrième ordre ou courbes du troisième genre</i> de Bragelongne ([1730] 1732, [1730] 1732, [1731] 1734), Anonyme ([1732] 1735)	« On s'y prendra de la même manière pour faire l'énumération des Courbes du quatrième Ordre ».

Au début du chapitre VII, sur la définition des différents ordres d'infinis, potentiels comme radicaux, Cramer prend appui sur les *Éléments de la géométrie de l'infini* de Fontenelle (1727). Ce sera un point que D'Alembert, opposé à la notion d'infini actuel de Fontenelle, demandera à Cramer de préciser dans leur correspondance suivant la lecture du traité (voir page 287). Ce chapitre est pour l'essentiel un exposé (accompagné d'une démonstration) du principe du parallélogramme de Newton, adapté en triangle analytique, qui sert à identifier les termes prépondérants d'une équation et à calculer des développements en série lorsque l'une des deux variables est infinie ou infiniment petite : il s'appuie sur le texte original de Newton (dans sa traduction par Buffon), ainsi qu'aux éclaircissements et améliorations apportés par la suite par différents auteurs, dont Taylor, Stirling et 's Gravesande. Ce septième chapitre est un chapitre méthodologique central dans l'ouvrage, dans lequel les démonstrations sont effectivement particulièrement soignées, illustré de divers exemples visant à établir toute la généralité de la méthode. Une des améliorations proposées par Cramer, basée sur les travaux de 's Gravesande, consiste dans l'identification a priori des exposants des termes non nuls dans les développements en série, et le calcul effectif des coefficients de ces termes par la méthode des coefficients indéterminés.

Dans le long et riche huitième chapitre, Cramer s'appuie sur Bragelongne (seulement pour lui emprunter un exemple de courbe), Nicole, Newton, mais surtout sur De Gua de Malves et Stirling pour donner les différentes propriétés de ces branches infinies et asymptotes droites : il attribue à ce dernier la paternité de pas moins de six propriétés différentes énoncées dans ce chapitre. Enfin, dans le neuvième chapitre, dont la partie essentielle est consacrée à la classification des courbes d'ordre trois (et qui peut être considéré, comme l'écrit Cramer en préface, comme un « *petit Commentaire* » de l'*Enumeratio* de Newton), la plupart des références viennent faire la relation entre les genres et espèces des courbes du troisième ordre donnés par Cramer et celles déjà énumérées et baptisées par Newton (liste complétée par Stirling).

TABLE 7.5 – Citations bibliographiques dans les chapitres X à XII et dans les annexes.

Ch.	Page	Auteur / Ouvrage cité	Contexte, remarques
X	403	<i>Sur quelques affections des courbes</i> de Maupertuis ([1729] 1731, p. 277)	Introduction des points de serpentement.
X	404	<i>Sur une Théorie générale des Lignes du quatrième ordre</i> , Anonyme ([1730] 1732, p. 72)	«... les Inflexions sont alternativement visibles et invisibles, en passant d'un degré à l'autre» (Bragelongne).
X	409, 411	<i>Usages de l'analyse de Descartes</i> , De Gua de Malves (1740, p. 88-91)	Comment déterminer la multiplicité d'un point de la courbe.
X	414	<i>Flores geometrici</i> de Grandi (1728)	Exemple de courbe admettant un point quadruple.
X	417	<i>Remarques sur un Cas singulier du Problème général des Tangentes</i> de Saurin ([1716] 1718, p. 61)	Emprunt d'un exemple d'équation de courbe d'ordre 4.
X	426, 440	<i>Usages de l'analyse de Descartes</i> , De Gua de Malves (1740, p. 238-240)	Comment déterminer si et où une courbe admet des points multiples, et l'équation d'une courbe étant donnée, sous quelles conditions cette courbe admet-elle des points multiples?
X	446	<i>Enumeratio linearum tertii ordinis</i> , Newton (1704, §IV)	Recherche des conditions sur les coefficients de l'équation $xyy+ey+ax^3+bx^2+cx+d=0$ (qui est une des quatre équations canoniques des courbes d'ordre 3 pour Newton) pour que la courbe associée admette des points multiples.
XI	462	<i>Usages de l'analyse de Descartes</i> , De Gua de Malves (1740, p. 93)	Comment déterminer les tangentes à une courbe en un de ses points.
XI	468	<i>Usages de l'analyse de Descartes</i> , De Gua de Malves (1740, p.116)	Comment déterminer le degré d'une inflexion.
XI	500	<i>Remarques sur les Lignes Géométriques</i> , Rolle ([1703] 1720, p. 132)	Maximum et minimum d'abscisses (ou d'ordonnées) lorsque les abscisses passent de valeurs réelles à des valeurs imaginaires.
XII	545	<i>Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes</i> de L'Hospital (1696, §87 et 88)	Calcul du rayon de courbure des courbes d'équations $y = ax^h$ à l'origine, selon la valeur de h .
App. II	672	<i>Arithmetica universalis</i> Newton (1707, p. 73 et suivantes)	Règles de calcul sur les équations.

Enfin, dans le dixième chapitre sur les points singuliers, quelques références mineures (Maupertuis, Bragelongne) et simples emprunts d'exemples (Grandi, Saurin) accompagnent les références majeures au livre de De Gua de Malves sur la méthode pour calculer la multiplicité d'un point donné sur une courbe, et pour évaluer la présence de points multiples sur une courbe d'équation donnée. De la même manière les références à l'ouvrage de De

Gua placées dans le onzième chapitre sur les tangentes et les extrema permet de renvoyer le lecteur à la source de méthodes essentielles au sujet traité : comment déterminer les tangentes à une courbe, ou le degré d'une inflexion. Très visiblement les derniers chapitres de l'*Introduction* s'appauvrissent en citations bibliographiques : le douzième ne comporte qu'une référence à l'*Analyse des infiniment petits* de L'Hospital pour mentionner que la question des rayons de courbures à l'origine des courbes d'équations $y = ax^h$ avait déjà été traitée par lui, et le treizième chapitre sur les différentes sortes de points multiples n'en comporte aucune. Quant aux annexes, on n'y trouve qu'une référence isolée à l'*Arithmetica universalis* dans le corps du texte.

Examen des principales sources de Cramer pour l'*Introduction*

Cette analyse systématique, quantitative et qualitative, des références bibliographiques contenues dans le traité des courbes de Cramer permet d'identifier les principales sources auxquelles il est allé puiser pour écrire son ouvrage. Je vais ci-après compléter le relevé précédent par quelques considérations sur les principales sources citées dans l'*Introduction* et évaluer ce que le Genevois leur a emprunté pour construire son ouvrage.

La Géométrie de Descartes

La première d'entre elles est la *Géométrie*⁵⁰⁰ de Descartes (1637) : plus qu'une référence opérationnelle (on en trouve une seule, indirecte, dans le chapitre VII, à propos de l'utilisation de la méthode des indéterminées pour le calcul des coefficients des séries), il s'agit d'une figure tutélaire, présentée comme telle dans la préface et le premier chapitre, évoquée pour établir le lexique de base (courbes géométriques / mécaniques, abscisse, ordonnée, coordonnées, équation, ...) et louée pour avoir indiqué comment exprimer la nature des courbes géométriques par des équations algébriques.

Dans la *Géométrie* Descartes ne fait pas que proposer une méthode pour la résolution de problèmes géométriques; il invite également ses lecteurs à exploiter la relation entre courbes et équations et à utiliser son calcul géométrique pour découvrir les propriétés de ces courbes : cette invitation, répétée et précisée dans les deux éditions latines de Van Schooten (en 1649 puis en 1659-1661), a effectivement conduit un certain nombre de géomètres à adopter un programme de recherches orienté vers l'étude des courbes géométriques à partir de leur équation (Maronne 2007, p. 1-3). À ce titre la seconde édition latine de Van Schooten (Descartes 1659) a joué un rôle particulier dans la constitution de ce programme : cette édition voit s'ajouter au texte de Descartes plusieurs mémoires issus des travaux des cartésiens hollandais, qui sont d'une grande importance pour le sujet de l'étude des courbes algébriques définies par une équation algébrique. L'ajout le plus remarquable est sans doute l'*Elementa curvarum linearum* de Jan de Witt (p. 159-340), notamment le second livre, qui a été parfois décrit comme le premier manuel de géométrie analytique (Boyer 2004, p. 114),

500. On pourra lire, à propos de la *Géométrie*, la thèse de Sébastien Maronne (2007) intitulée *La théorie des courbes et des équations dans la Géométrie cartésienne : 1637-1661*.

dans lequel l'auteur propose une classification complète des lignes du premier et du second ordre à partir de leurs équations, en caractérisant les premières comme des droites et les secondes comme des cercles ou des coniques. Voici ce qu'en dit Maronne (2007, p. 22-23) :

« *La deuxième édition latine de 1659-1661 connut une bien plus large diffusion et fut réimprimée deux fois en 1683 et 1695. On peut la considérer comme une sorte d'encyclopédie de la Géométrie cartésienne eu égard aux nombreux traités des disciples cartésiens, dont en particulier ceux de l'école hollandaise, qu'elle contient. Cette édition latine influença grandement les mathématiciens de la fin du dix-septième pour qui elle constitua un traité de formation mathématique incontournable et permit ainsi la diffusion des nouvelles méthodes analytiques. On sait par exemple que Newton s'adonna à une lecture approfondie du traité cartésien, accumulant des notes qui s'évalent de la fin de l'été 1664 au mois de mai 1665.* »

Les cartésiens hollandais entamèrent des travaux sur les courbes d'ordre supérieur dans la seconde partie du XVII^e siècle : on sait aujourd'hui que Hudde et De Witt avaient abordé la question de la classification des cubiques, le premier en comptant une cinquantaine, le second une dizaine seulement (Mattmüller, Weil et Speiser 1999, p. 367-368). On peut également inscrire dans ce programme de recherches les travaux de Jacques Bernoulli, qui a réalisé une tentative d'énumération des cubiques en 1705, faisant suite à une lettre de Leibniz, dans un texte resté à l'état de manuscrit, intitulé *Typus Locorum Hypersolidorum* (Mattmüller, Weil et Speiser 1999), dont je reparlerai plus loin (voir page 259).

L'Enumeratio de Newton

On sait aujourd'hui que Newton s'est instruit du sujet des courbes algébriques grâce à l'édition de la *Géométrie* réalisée par Van Schooten (Descartes 1659) et qu'il a commencé à réfléchir dès le milieu des années 1660 à la façon dont l'équation associée à une courbe pouvait en révéler les propriétés, et à étendre les méthodes algébriques utilisées pour l'étude des coniques aux courbes d'ordre supérieur, en s'appuyant notamment sur le traité de De Witt et sur le *De Sectionibus Conicis* de Wallis (1655), très proches l'un de l'autre (Guicciardini 2009, p. 112). Les travaux sur les courbes du troisième ordre de Newton, commencés dans la fin des années 1660, finalisés en 1695 mais seulement publiés en 1704, s'intègrent au programme de recherches initié par Descartes et ses continuateurs hollandais, même si l'Anglais a très largement dépassé les limites du canon cartésien et a au fil du temps adopté une posture antagoniste à celle du philosophe français, sur le plan de la méthode (analyse cartésienne versus synthèse des anciens) à défaut de celui de sa pratique mathématique, longtemps restée très imprégnée de cartésianisme, mêlant *analyse commune* (finie) et *analyse nouvelle* (en utilisant notamment les séries infinies) (p. 5-6).

La publication tardive de son *Enumeratio linearum tertii ordinis* en annexe de son *Opticks* (Newton 1704) donne enfin aux géomètres de toute l'Europe l'opportunité de constater les grandes avancées réalisées par l'Anglais sur la question de la classification des courbes

cubiques⁵⁰¹. Dans ce court texte (seulement vingt-quatre pages de texte, auxquelles viennent s'ajouter six planches de figures) Newton commence par définir les ordres des lignes algébriques⁵⁰² comme la dimension de leurs équations ou, ce qui est équivalent, le nombre de points d'intersection de la courbe avec une droite⁵⁰³. Il généralise ensuite les définitions habituellement utilisées pour les coniques (diamètre, sommet, axe, centre) aux courbes d'ordre trois, puis énonce sans les démontrer quelques propriétés concernant les asymptotes et les branches infinies des courbes. Après avoir réduit les courbes du second genre à quatre cas d'équations – toujours sans démonstration – il donne sa classification en 72 espèces, basée sur le nombre et la nature des racines du second membre commun à ces quatre équations. Il conclut en traitant de la génération *per umbras* – c'est-à-dire par projection – de l'ensemble des cubiques à partir des cinq paraboles divergentes, de la description organique des courbes et de la construction géométrique des racines des équations.

Cette énumération des lignes du troisième ordre de Newton (1704) est à la fois une référence majeure qui structure le traité des courbes de Cramer (on trouve une dizaine de références dans les chapitres III à X) et un contre-modèle pour le Genevois qui veut proposer un traité où toutes les méthodes algébriques sont explicitées et rendues accessibles au plus grand nombre, comme il le dit en préface, à l'opposé de l'aridité du texte newtonien qui ne présente aucune démonstration et ne permet pas de comprendre les méthodes mises en œuvre par l'Anglais. Cramer renvoie vers le texte de Newton pour des éléments de définition (diamètre et centre d'une courbe, désignations des cubiques) et quelques propriétés des branches infinies et des asymptotes des courbes. Il reprend également la terminologie newtonienne pour les courbes cubiques (hyperboles redondantes, défectives, paraboliques, hyperbolisme, trident). Il faut remarquer ici que Cramer n'emprunte pas la même voie que Newton pour établir sa classification : au lieu de partir de la réduction de l'équation générale des lignes du troisième ordre en quatre équations canoniques, proposée par Newton, il unifie les méthodes pour les courbes de tous ordres en proposant une étude basée sur le nombre et la nature de leurs branches infinies, et donc sur l'étude des racines de l'équation formée par le terme de plus haut rang. On voit enfin qu'il ne s'agit pas du seul texte de Newton exploité par Cramer : on trouve ainsi trois références à son *Arithmétique universelle* (Newton 1707) pour tout ce qui relève du calcul sur les équations, et deux de plus à la *Méthode des fluxions* (Newton 1740) lorsqu'il s'agit d'exposer le principe du parallélogramme analytique pour l'évaluation des termes prépondérants d'une équation et les développements en séries. L'*Introduction à l'analyse des courbes algébriques* est, à ce titre, dans la droite lignée de la tradition de recherche sur les courbes algébriques ouverte par Newton à la fin du XVII^e siècle.

501. À propos de l'*Enumeratio* on pourra consulter la traduction anglaise réalisée et annotée par Talbot (Newton 1860) et lire le troisième chapitre de Guicciardini (2009, p. 109-136) qui lui est consacré.

502. Il distingue *lignes algébriques* d'ordre 1, 2, 3, etc. et *courbes algébriques* de genre 1 (qui correspondent aux lignes du second ordre), 2 (lignes du troisième ordre), etc. : une droite – ligne d'ordre 1 – n'est pas considérée comme une courbe.

503. Les courbes transcendantes sont définies comme celles ayant un nombre infini de points d'intersection avec une droite.

Le commentaire de Stirling

Les insuffisances de l'*Enumeratio* de Newton sont avantageusement palliées par les travaux d'explicitation de ses successeurs, au premier plan desquels se trouve Stirling et son commentaire du texte newtonien (Stirling 1717). Son *Lineæ tertii ordinis Neutronianæ* fait l'objet de plus d'une quinzaine de citations dans les chapitres I à IX, soit en appoint des références aux résultats de Newton, soit en référence principale, notamment pour les propriétés des branches infinies et des asymptotes droites des courbes. Son omniprésence dans le traité des courbes de Cramer confirme bien l'idée que l'auteur en avait donnée dans sa préface, à savoir qu'« *il ne lui manquoit presque rien [...] pour donner une Théorie complète des Courbes, & qu'il n'auroit laissé que peu de choses à dire, s'il ne s'étoit pas attaché avec trop de scrupule à ne point s'écarter de son Auteur* » (G. Cramer 1750b, p. ix). Stirling publie son ouvrage à Oxford, où il a suivi ses études, alors qu'il est à peine âgé de 25 ans, juste avant son départ pour la République de Venise sur fond de troubles politiques⁵⁰⁴.

Une des ambitions de ce texte était d'expliciter les méthodes analytiques mises en œuvre par Newton afin de présenter les démonstrations de certains des résultats présentés dans l'*Enumeratio*, mais également de lui apporter des compléments⁵⁰⁵. Pour ce faire il s'est probablement basé, hormis ses propres compétences mathématiques, sur des lettres et des manuscrits de Newton qui circulaient alors parmi les géomètres anglais⁵⁰⁶ (Guicciardini 2009, p. 117). Les faibles traces manuscrites encore aujourd'hui disponibles, dont des brouillons de calculs pas nécessairement en relation directe avec l'*Enumeratio*, permettent d'envisager que Newton a bien utilisé le dispositif du parallélogramme analytique et des développements en séries infinies pour son étude des cubiques (p. 136). Ce sont ces méthodes que Stirling met en avant dans son ouvrage, long de 128 pages, pour démontrer une partie des résultats de l'*Enumeratio*.

Après quelques définitions, Stirling donne la forme générale des équations des lignes algébriques de l'ordre 1 à l'ordre 5 (ordonnées selon les puissances décroissantes de y). Il énonce une première proposition exprimant que toute ligne géométrique continue soit revient sur elle-même, soit part à l'infini, accompagnée de quelques corollaires : Cramer le cite pour le troisième de ces corollaires, qui dit que les branches infinies des courbes vont toujours par paires. Puis Stirling explique, tout au long des quelque vingt-cinq pages suivantes, la méthode pour obtenir des développements en séries infinies, avec l'aide du parallélogramme analytique, soit de manière directe, soit en utilisant la méthode des coefficients indéterminés, le tout illustré par cinq exemples (Stirling 1717, p. 6-32). Ce passage est l'une des références indiquées par Cramer pour le chapitre VII de son traité. Un peu plus loin, Stirling énonce et démontre plusieurs résultats sur les asymptotes des courbes, pour beaucoup repris par Cramer dans son chapitre VIII. Il énonce par exemple qu'une asymptote ne

504. James Stirling était un sympathisant de la cause jacobite. Des détails biographiques sur la vie de l'Écossais se trouvent dans Tweedie (1922).

505. Au sujet de cet ouvrage, voir Boyer (2004, p. 159-162) ainsi que Tweedie (1922, p. 23-29).

506. Si on trouve aujourd'hui des preuves que Newton et Stirling s'étaient rencontrés avant son départ en Italie, il n'est pas possible de penser que l'Écossais, basé à Oxford, ait travaillé en proximité avec Newton, alors Warden of the Mint à Londres.

peut couper une courbe d'ordre n en plus de $n - 2$ points, et en tire les conséquences pour les premiers ordres (coniques, cubiques, quartiques), ajoutant quelques corollaires (Stirling 1717, Prop. IV, p. 41-43), ou détaille les méthodes pour obtenir ces asymptotes droites, en utilisant la méthode des séries lorsque cela est nécessaire (Prop. VI, p. 48-56). Dans les pages suivantes, Stirling représente graphiquement les solutions des équations quadratiques, cubiques ou bi-quadratiques comme intersection de la courbe $y = P(x)$ avec l'axe des abscisses, envisageant plusieurs cas (p. 58-69) : ce passage sera exploité par Cramer dans son quatrième chapitre sur la construction des égalités. Dans la proposition IX, il énonce qu'une courbe d'ordre n est définie par la donnée de $\frac{1}{2}n(n + 3)$ points (Prop. IX, p. 69-71), qui sera également invoqué par Cramer dans son troisième chapitre. Les propositions XI et XII (p. 76-79) seront, elles, invoquées en référence pour le cinquième chapitre sur le « *produit de toutes les ordonnées d'une même abscisse* ». Suivent une énumération des lignes du second puis du troisième ordre, donnant 76 espèces différentes de cubiques, soit quatre de plus que Newton (p. 80-120) : Cramer mentionne ainsi dans son neuvième chapitre que c'est à Stirling que l'on doit de connaître deux espèces supplémentaires parmi les hyperboles redondantes à un diamètre, et encore deux autres parmi les hyperboles redondantes à trois diamètres⁵⁰⁷. Dans la proposition XV, qui vient juste avant l'énumération des cubiques, Stirling donne la démonstration de la réduction de l'équation générale des lignes du troisième ordre aux quatre classes d'équations annoncées par Newton (p. 83-87).

On voit ici toute l'importance du travail d'explicitation des méthodes analytiques et des démonstrations des résultats de Newton par Stirling, qui fournit un contenu important pour les chapitres VII à IX du traité des courbes de Cramer ; il faut néanmoins remarquer que Stirling n'aborde pas les questions relatives aux points singuliers, points multiples, tangentes ou à la courbure des courbes, qui constituent une part importante du traité.

Les *Matheseos universalis elementa* de 's Gravesande

Deux autres références, moins fréquemment citées que les autres dans le corps de l'*Introduction* mais tout aussi importantes, concernent la mise en œuvre de la méthode des séries, centrale dans le traité de Cramer : il s'agit du *Methodus incrementorum directa* de Taylor (1715) et des *Matheseos universalis elementa* de Gravesande (1727), cités dès la préface puis dans le chapitre VII. Le second semble même avoir joué un rôle particulier à l'origine du projet éditorial (voir page 34) : Cramer, alors tout jeune professeur, avait suivi les enseignements de 's Gravesande à Leyde en 1728, et avait alors pris connaissance de « *ses Recherches sur les Séries, & ce qu'il avoit ajouté aux découvertes de Mrs TAYLOR & STIRLING* » (G. Cramer 1750b, p. x). Il précise, un peu plus loin dans sa préface :

« *La vraie Méthode des Séries est fondée sur le Parallélogramme de Mr. NEWTON, invention excellente, mais dont l'Auteur n'a pas donné la Démonstration, dont il semble même n'avoir pas senti tout le prix. Après lui, Mrs. TAYLOR et STIR-*

507. La classification définitive des cubiques comptera finalement 78 espèces : les deux dernières seront données par Nicole en 1731, et par Nicolas Bernoulli, dans une lettre à Stirling, en 1733 (Tweedie 1922, p. 29).

LING en ont étendu l'usage; mais leurs Règles n'ont ni la généralité ni l'exactitude nécessaires. Mr S' GRAVESANDE les a rectifiées jusqu'à un certain point. Cependant sa Méthode, qui n'est qu'un abrégé de la Méthode générale, n'en conserve pas toute l'universalité; elle n'a lieu que dans certains Cas, & dans ces Cas elle n'est pas toujours autant abrégée qu'elle pourroit l'être : il en est même, où elle peut jetter dans l'erreur d'une énumération imparfaite. Pour éviter ces inconvéniens, on a crû devoir remonter aux Principes de la Méthode des Séries & en démontrer exactement le procédé » (p. xvi-xvii).

La méthode de 's Gravesande est présentée dans la dernière partie des *Matheseos universalis elementa*⁵⁰⁸, au sein d'un appendice intitulé *Échantillon de commentaires à propos de l'Arithmétique universelle de Newton* et plus particulièrement dans la dernière partie de cet appendice, intitulée *À propos d'une méthode nouvelle pour déterminer la forme des séries infinies supposées*⁵⁰⁹. 's Gravesande y détaille les améliorations successives apportées par Taylor (1715, Prop. IX, p. 28 et suivantes) et Stirling (1717, prop. II, p. 12 et suivantes) à la méthode des séries proposée par Newton, avant de proposer les siennes propres. Le problème est posé en ces termes : à partir d'une équation de la forme $P(x, y) = 0$ on souhaite exprimer y sous la forme d'une série de variable x dont on suppose *a priori* qu'elle prend la forme $y = Ax^n + Bx^{n+r} + Cx^{n+2r} + Dx^{n+3r}$ etc. Les coefficients A, B, C, D , etc. se calculeront ultérieurement par la méthode des coefficients indéterminés; il ne s'agit ici que de calculer les valeurs des exposants n et r . La (ou les) valeur(s) de n se trouvent aisément grâce à un dispositif proche du parallélogramme de Newton, après avoir remplacé y par x^n dans l'équation de départ. Les apports de Taylor, puis de Stirling, consistent en des méthodes pour faciliter le calcul de r , que 's Gravesande se propose à son tour d'améliorer en évitant au maximum de conserver au cours des calculs des termes dont les coefficients seront trouvés nuls au final. C'est précisément cette méthode que Cramer affine, démontre et met en œuvre dans le septième chapitre du traité (G. Cramer 1750b, p. 200-215).

Les mémoires des académiciens parisiens : Maupertuis, Nicole, Bragelongne

La question des courbes, et l'étude de leurs points singuliers (inflexions, rebroussements), est centrale dans les travaux de plusieurs géomètres parisiens à la fin du premier tiers du XVIII^e siècle. Ainsi Maupertuis, qui a déjà soumis plusieurs mémoires sur le sujet des courbes à partir de 1726⁵¹⁰, propose-t-il en 1729 un mémoire intitulé *Sur quelques affections des Courbes* (Maupertuis [1729] 1731), dans lequel il postule *a priori* l'existence de points singuliers formé par union de deux points de rebroussement et/ou d'inflexion : les points de *serpentelement* (formés par deux inflexions infiniment proches l'une de l'autre), les points de *double pointe* (deux rebroussements), et des points de *rebroussement de la seconde es-*

508. Ces *Eléments* ont donné lieu, dès l'année suivante, à une édition en langue anglaise (Gravesande 1728).

509. *De determinanda forma seriei infinitæ adsumtæ methodus nova*, (Gravesande 1727, p. 231 et suivantes).

510. Voir la table des mémoires de l'Académie royale des sciences de Paris, où ses contributions pour la période 1721-1730 sont listées (Académie royale des sciences de Paris 1734-1809, Vol. IV, p. 215).

pèce (un rebroussement simple et une inflexion)⁵¹¹. Il considère la multiplicité de ces points pour expliquer des problèmes constatés dans le comptage des points d'intersection entre une courbe et une droite (dont le nombre est censé être égal à l'ordre de la courbe). Cramer cite ce mémoire au moment d'introduire les points de serpentement, au début du chapitre X, mais pas à propos des points de rebroussement de la seconde espèce⁵¹², qui ne sont abordés que dans le chapitre XIII.

La même année est publié un mémoire d'une trentaine de pages, intitulé *Traité des Lignes du troisième ordre, ou des Courbes du second genre* et signé François Nicole ([1729] 1731). Les Procès-verbaux des séances de l'Académie indiquent que ce mémoire a été lu par Nicole au cours des mois de février et mars 1729, soit à un moment où Cramer était encore à Paris pour sa formation : peut-être en a-t-il pris connaissance à ce moment-là? Toujours est-il que ce mémoire a suffisamment marqué le Genevois pour qu'il le mentionne dès la préface de son *Analyse des courbes* pour créditer son auteur d'avoir donné « *une explication aussi nette qu'exacte des Principes que Mr. Newton a pû suivre dans son Enumération des Lignes du troisième Ordre* » (G. Cramer 1750b, p. ix). Le mémoire est cité à deux reprises dans le reste du traité : une première fois dans le chapitre VIII, en compagnie de Stirling, à propos du théorème disant que toute ligne d'ordre impair admet au moins deux branches infinies, et une seconde, toujours en compagnie de Stirling, au moment d'introduire son étude des courbes du troisième ordre. Au début de ce mémoire, François Nicole explique avoir voulu aller plus loin que les précédentes tentatives de Stirling (1717) et Maclaurin (1720) dans l'explicitation des méthodes et démonstrations des résultats de l'*Enumeratio* de Newton : « *Quoique ces deux Ouvrages contiennent chacun des choses excellentes, j'ai crû qu'il seroit utile d'expliquer & de démontrer d'une manière presque toujours nouvelle, les propriétés principales de ces Courbes* » (Nicole [1729] 1731, p. 194). Les propositions qui ouvrent le mémoire traitent de la ligne droite (d'ordre 1) et des coniques (lignes d'ordre 2, ou courbes du premier genre, suivant Newton), sans traitement analytique. Les suivantes concernent les lignes de plus haut degré, plus particulièrement celles du troisième ordre. Nicole rappelle d'abord que les branches infinies de ces courbes peuvent être soit paraboliques, soit hyperboliques (et admettant une droite asymptote), que l'on détermine sous la forme d'une tangente à l'infini (en utilisant le calcul différentiel, comme il le montre un peu plus loin). Puis il donne l'équation générale d'une courbe du troisième ordre (considérant l'un des axes parallèle à une asymptote ou à la direction d'une branche parabolique de la courbe) sous la forme $uu \times \overline{z+a} = u \times \overline{bzz+cz+d} + ez^3 + fzz + gz + h$ et distingue, selon que les termes contenant la variable u dans cette équation sont nuls ou pas, 31 cas différents pour lesquels

511. Ces points de rebroussement, alors dits *de la seconde sorte*, avaient été considérés pour la première fois par le Marquis de L'Hospital dans son *Analyse des infiniment petits* comme résultant du développement d'une courbe au voisinage d'un point d'inflexion (L'Hospital 1696, p. 102-103).

512. Cramer ne cite en fait personne au moment d'introduire ces points de rebroussement, qu'il qualifie de « *rebroussements en bec* » dans le treizième chapitre de son traité. Peut-être, comme je l'ai déjà suggéré p. 140, parce qu'il n'a voulu froisser personne dans la querelle de priorité qui a opposé D'Alembert et Euler à ce sujet. Mais il est remarquable que ce treizième et dernier chapitre ne comporte aucune référence bibliographique : cette absence pourrait aussi être liée à des contraintes éditoriales, ce chapitre étant un ajout tardif au traité, pour lequel le Genevois n'aurait pas pris le temps de l'agrémenter de références bibliographiques?

il exprime u en fonction de z . La suite du mémoire consiste essentiellement à démontrer comment, grâce à des changements de coordonnées, regrouper ces 31 cas afin de finalement réduire l'équation générale aux quatre équations canoniques données par Newton dans l'*Enumeratio*. Le mémoire se conclut sur deux propositions, dont la première est l'étude du cas $xyy - ey = ax^3 + bx\dot{s} + cx + f$, ce qui correspond au premier cas proposé par Newton : il démontre que cette courbe se décompose en quatre parties, dont un ovale, chacune des trois autres parties présentant chacune deux branches infinies hyperboliques (p. 216). La seconde proposition traite de l'existence de diamètres pour les courbes contenus dans ce premier cas. Le mémoire est un travail inachevé : le texte se termine à cet endroit, en précisant que l'auteur « donnera la suite de ce Traité dans un autre Mémoire », dont on ne trouve hélas aucune trace (pas plus dans l'*Histoire* de l'Académie que dans les procès-verbaux de séances). On voit ici que, malgré la mise en avant de ce texte par Cramer, l'exploitation qu'il a été en mesure d'en faire dans son traité reste limitée, et qu'il s'agit finalement d'une référence mineure, par rapport à celle de Stirling par exemple : la mention faite en préface constitue manifestement une preuve d'estime.

L'année suivante, c'est au tour de l'abbé Christophe-Bernard de Bragelongne de proposer un nouveau mémoire sur le sujet des courbes algébriques, intitulé *Examen des lignes du quatrième ordre ou courbes du troisième genre*, dont la première partie est lue devant l'Académie en 1730. Il s'agit d'une entreprise très ambitieuse⁵¹³ : l'auteur souhaite proposer une énumération des lignes du quatrième ordre (sur le modèle de ce qu'a composé Newton) en plusieurs sections, elles-mêmes données en plusieurs mémoires, mais au final seule la première section, publiée en trois mémoires et censée contenir « les principes fondamentaux de tout l'ouvrage », verra le jour. Il indique que le point de départ de sa réflexion est la proposition XXXIII de l'*Enumeratio* de Newton, qui concerne la description des courbes du second genre (ou les lignes du troisième ordre) admettant un point double à l'aide de sept points donnés, et qui se conclut par l'avertissement suivant : « *But to describe any curve whatever of the second or superior genus conveniently, when it has no double point, must be considered a very difficult problem* » (Newton 1860, p. 28). Le défi de Newton a été relevé par Maclaurin qui a donné dans sa *Geometria organica* (Maclaurin 1720) la manière de construire ces courbes (avec ou sans point double) par un mouvement continu, écrit Bragelongne⁵¹⁴, qui à son tour souhaite apporter sa contribution avec cet *Examen des lignes du quatrième ordre* en allant plus loin, puisqu'il affirme vouloir « *chercher les lignes de cet ordre jusques dans leurs sources, d'en faire connoître les différentes classes & les différentes especes, & ensuite d'en déduire les principales propriétés par le moyen de l'analyse ordinaire aidée de l'analyse de l'infini* » (Bragelongne [1730] 1732, p. 163). Le premier mémoire commence par quelques défini-

513. Selon la préface du mémoire, Bragelongne envisageait de « *donner un Traité complet des lignes du troisième ordre, en suivant le plan de celui des sections coniques de M. le Marquis de L'Hôpital, & d'y ajouter une énumération des lignes du quatrième ordre* » mais les travaux publiés de Stirling (1717) puis de Nicole ([1729] 1731) l'en ont découragé, et il dit se contenter de donner « *le seul examen des lignes du quatrième ordre* » qui « *pourroit être agréable à l'Académie, & de quelque utilité au Public* » (Bragelongne [1730] 1732, p. 160).

514. Bragelongne indique ici avoir lui-même réfléchi au problème dans un écrit de jeunesse publié au *Supplément du journal des sçavans du dernier septembre 1708* (Bragelongne 1708).

tions, d'abord sur les courbes et leurs branches infinies, puis d'un point d'inflexion (comme le point où change la concavité de la courbe) et d'un point de rebroussement (comme le nœud d'un folium infiniment petit). Il définit ensuite les inflexions de la seconde espèce (ce que Cramer a nommé point de serpentement, inflexion invisible à l'œil), de la troisième, quatrième espèce, etc., puis les différentes sortes de points multiples : points doubles (intersections, rebroussements et points conjugués), triples (intersection de trois branches, rebroussement par lequel passe une autre branche, et point conjugué adhérent à la courbe), points quadruples, etc. Ces points multiples sont eux-mêmes divisés en espèces selon les inflexions que présentent les branches de la courbe à leur intersection, et Bragelongne examine les configurations possibles des tangentes en ces points multiples selon leur espèce. Un peu plus loin il donne la forme générale de l'équation des courbes algébriques d'ordre n (avec les variables s et t) sous la forme $s^n + \overline{qt + \alpha} \times s^{n-1} + \overline{\beta t^2 + \gamma t + \delta} \times s^{n-2} \text{ etc.} = 0$, la décline pour les ordres 1 à 5, et indique que cette équation a en général $\frac{n(n+3)}{2}$ coefficients, citant Stirling à cet endroit. Il démontre qu'une droite ne peut couper une courbe d'ordre n qu'en n points au plus et en déduit quelques corollaires sur les points d'inflexion ou les points multiples dont sont susceptibles les lignes des premiers ordres⁵¹⁵. Bragelongne précise que l'étude des tangentes en ces différents points, qui doit être menée pour en trouver la nature, se fait par les méthodes différentielles données par L'Hôpital dans son *Analyse des infiniment petits* et complétées par Jacques Bernoulli et différents académiciens parisiens.

Dans le second mémoire, publié dans le même volume⁵¹⁶ (Bragelongne [1730] 1732), l'auteur donne la méthode pour déterminer si une courbe du quatrième ordre dont l'équation est donnée possède des points doubles (par résolution simultanée de deux équations auxiliaires obtenues après différentiation de l'équation de la courbe⁵¹⁷), et le cas échéant d'en donner la nature (intersection de deux branches, rebroussement ou point conjugué) par la détermination des tangentes à la courbe en ces points. Le troisième et dernier mémoire, publié l'année suivante (Bragelongne [1731] 1734), s'attache à terminer cette étude des points doubles en traitant des *osculations* (points de contact entre deux branches de la courbe) et les *lemniscates infiniment petites conjuguées*, sortes de points conjugués censés résulter de l'évanouissement d'une composante finie de la courbe (en l'occurrence une lemniscate) et être équivalents à deux points doubles infiniment proches l'un de l'autre⁵¹⁸.

515. Par exemple : les lignes du second ordre n'ont ni point d'inflexion ni point multiple, les lignes du troisième ordre ne peuvent avoir que des inflexions de la première espèce et un point double de la première espèce, et celles du quatrième ordre ne sont susceptibles de présenter que des points d'inflexion de la première ou de la seconde espèce, des points doubles de toutes les espèces, ou un point triple de la première espèce, etc.

516. En témoignage de la grande vitalité des recherches menées à ce moment-là à Paris sur le sujet des courbes algébriques à partir de l'*Enumeratio* de Newton, on peut noter que dans le volume de 1731 se trouvent, en plus des deux mémoires de l'abbé de Bragelongne, deux mémoires de Clairaut et Nicole visant à démontrer l'affirmation de l'Anglais sur la possibilité d'engendrer toutes les courbes du troisième ordre par projection des cinq paraboles divergentes.

517. Les points multiples peuvent être caractérisés par le fait que la sous-tangente $y \frac{dx}{dy}$ n'est pas définie, et donc que numérateur et dénominateur de la fraction $\frac{dx}{dy}$ sont simultanément nuls : c'est en annulant ce numérateur et ce dénominateur que les équations auxiliaires sont obtenues. Voir (Saurin [1716] 1718) par exemple.

518. L'exemple proposé par Bragelongne, qui présente bien un point conjugué à l'origine, ne permet pas vraiment d'identifier une lemniscate évanouissante, comme le relèvera De Gua de Malves (1740, p. 109-111).

Enfin, en ayant terminé avec les points doubles, il complète l'étude des points triples entamée dans le premier mémoire en exhibant un hypothétique *lemnisceros infiniment petit* censé naître de l'évanouissement de l'entrelacs des branches d'une courbe particulière qu'il avait nommée *parabole lemniscerotique* dans le second mémoire, pour sa ressemblance avec un lacs-d'amour. Ce troisième mémoire se termine par la méthode pour déterminer si une courbe d'équation donnée possède un point triple, ici encore à l'aide d'équations auxiliaires obtenues suite à une différentiation de l'équation de la courbe, et le cas échéant quelle est sa nature (parmi les quatre configurations possibles) selon les positions relatives des tangentes en ce point, le tout accompagné de plusieurs exemples. En conclusion l'auteur annonce que, suite à cette théorie des points multiples exposée dans la première section, l'énumération des lignes du quatrième ordre sera donnée dans les mémoires suivants, mais ceux-ci ne seront hélas jamais publiés. L'année suivante, un court article dans l'*Histoire de l'Académie* (Anonyme [1732] 1735) viendra donner quelques détails sur la suite attendue ; la classification proposée des lignes du quatrième ordre se fait sur la plus basse puissance de l'une des deux variables dans l'équation de la courbe qu'il soit possible d'atteindre par des changements de coordonnées : ainsi la première classe regroupera les courbes « *qui peuvent être exprimées par une Equation, où l'une des Coordonnées ne soit élevée qu'à la 1^{re} puissance* », et ainsi de suite⁵¹⁹. Les courbes de chaque classe sont ensuite subdivisées selon le nombre de leurs branches infinies. L'auteur annonce également une étude des asymptotes droites ou curvilignes. L'article se conclut par les mots suivants : « *Comme cette Théorie des Lignes du 4^{me} Ordre doit encore dans la suite s'étendre beaucoup, l'Académie, de concert avec M. l'Abbé de Bragelongne, jugea qu'il étoit plus à propos de faire du tout ensemble un Volume qui paroîtra séparément* » (p. 70), volume qui ne verra pas davantage le jour.

C'est donc à nouveau un travail inachevé que cite Cramer à plusieurs reprises dans son traité des courbes, et l'exploitation qui en est faite par Cramer est faible. On voit que le texte manque de cohérence et d'organisation, ce qui ne manquera pas d'être critiqué par De Gua de Malves (1740, p. 105-115). Si les points singuliers des courbes sont cette fois décrits et nommés, les égarements de l'abbé de Bragelongne sur les lemniscates infiniment petites conjuguées ou les lemnisceros ne seront pas repris par Cramer, pas plus que le principe de division en quatre classes selon la plus basse puissance d'une des inconnues, retenu par Bragelongne pour les lignes du quatrième ordre. Il lui empruntera tout de même la notion de contre-diamètre – qui est évoquée dans l'article de 1732 sans beaucoup plus de détails – dans son sixième chapitre, mais pour le reste l'apport des mémoires de Bragelongne au traité des courbes se limite à l'emprunt d'un exemple de courbe du quatrième ordre (chapitre VIII), et une mention très générale aux travaux de l'Abbé au moment d'aborder la classification des courbes du quatrième ordre dans le chapitre IX.

Enfin, il faut remarquer que les mémoires de Maupertuis, Nicole ou Bragelongne ne sont pas les seuls à être cités dans l'*Introduction* : on trouve aussi dans les références indiquées plusieurs mémoires d'algèbre de Rolle ([1703] 1720, [1708] 1730, [1709] 1733, [1712] 1733),

519. Ainsi, les lignes du quatrième ordre seraient divisées en quatre classes.

utilisés notamment dans le chapitre VI à propos de la construction des équations, et un exemple d'équation de courbe du quatrième ordre emprunté au mémoire de Saurin ([1716] 1718) déjà cité.

Les Usages de l'analyse de Descartes de l'abbé De Gua de Malves

Dans les années qui suivent la lecture des mémoires de Nicole et de Bragelongne devant l'Académie, on n'enregistre pas, à Paris ou ailleurs, de travaux significatifs sur le sujet des courbes algébriques jusqu'à la parution, en 1740, des *Usages de l'analyse de Descartes pour découvrir, sans le secours du Calcul Differentiel, les Propriétés, ou Affections principales des Lignes Géométriques de tous les Ordres* de l'abbé De Gua de Malves (Boyer 2004, p. 174). Le titre de l'ouvrage est intéressant : d'une part il met en lumière le point de vue, assez partagé en France au moins jusqu'au milieu du XVIII^e siècle, que le calcul différentiel n'est pas nécessaire à l'étude des courbes algébriques⁵²⁰ ; d'autre part, on peut le voir comme la manifestation d'une certaine réticence à abandonner le calcul géométrique de Descartes au profit du nouveau calcul de Newton et Leibniz, pourtant plus universel, au moins dans l'espace francophone⁵²¹. Néanmoins en France, au début du XVIII^e siècle, l'étude des tangentes des courbes et des problèmes associés (points d'inflexion, courbure ...) relève plutôt du calcul des infiniment petits : le succès des méthodes infinitésimales, à la fin du XVII^e siècle, font que les méthodes purement algébriques proposées dès la fin des années 1630 par Descartes et Florimond de Beaune pour déterminer normales et tangentes, difficiles à mettre en œuvre dans certains cas, n'ont pas fait florès. En témoigne par exemple, l'*Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* de L'Hospital dont les premières sections présentent comment utiliser le calcul des différences pour « trouver les tangentes de toutes sortes de courbes » et « résoudre toutes les questions De maximis & minimis » (L'Hospital 1696, p. x), ainsi que les recours au calcul différentiel que nous venons de constater dans les mémoires de Nicole et Bragelongne. L'ouvrage de De Gua n'est pourtant pas exempt de calcul différentiel : d'après Boyer, il ne s'agit pour l'auteur que d'un moyen commode de raccourcir les calculs⁵²².

520. Cramer ne dit d'ailleurs pas autre chose quand il écrit : « C'est surtout pour les Courbes transcendantes qu'on a besoin du Calcul des infiniment petits, qui fournit des équations propres à exprimer la nature de ces Courbes » (G. Cramer 1750b, p. 7). Voir aussi, par exemple, ce qu'en dit D'Alembert dans sa recension des *Usages* pour le *Journal des Sçavans* (D'Alembert 1740, p. 855-856) et surtout dans l'article COURBE de l'*Encyclopédie* : « C'est principalement la Géométrie des courbes mécaniques, qu'on appelle Géométrie transcendante, parce qu'elle employe nécessairement le calcul infinitésimal; au lieu que la Géométrie des courbes algébriques n'emploie point, du moins nécessairement, ce calcul pour la découverte des propriétés de ces courbes, si on en excepte leurs rectifications & leurs quadratures; car on peut déterminer, par exemple, leurs tangentes, leurs asymptotes, leurs branches, & c. & toutes les autres propriétés de cette espece par le secours du seul calcul algébrique ordinaire. » (D'Alembert 1751-1765, vol. IV p. 381b).

521. Un autre argument donné par De Gua dans sa préface est celui de l'homogénéité des méthodes pour étudier à la fois inflexions, tangentes, extrema, courbure d'une part, et centres, diamètres, points multiples d'autre part – un argument qui tient difficilement si l'on inclut les rectifications et quadratures des courbes à leur étude générale.

522. « ... De Gua felt, with some justification, that Cartesian geometry was overshadowed at the time by the calculus, and he therefore presented the theory of plane curves along the lines of Newton's *Enumeratio*, having recourse to infinitesimal methods only to shorten the calculations » (Boyer 2004, p. 174). Dans la préface des *Usages* on peut lire : « Je découvre ensuite une Analogie singulière entre le résultat de la plupart de mes Transformations,

Dans la préface de son *Introduction* Cramer dit avoir « *profité avec reconnaissance* [des] *pensées ingénieuses de cet Auteur* », avec des réserves exprimées sur les erreurs commises par l'abbé lors de l'étude des branches infinies et des points singuliers pour avoir « *négligé l'usage des Séries infinies, ou pour avoir voulu juger d'une Série entière par son seul premier Terme* » (G. Cramer 1750b, p. xi). Les *Usages*, malgré une édition in-douze d'assez piètre qualité (absence d'index, figures grossièrement réalisées), reçoit une appréciation flatteuse de la part de D'Alembert qui signe la recension de l'ouvrage dans le *Journal des Sçavans* en mai (D'Alembert 1740). De Gua commence son ouvrage par une section très courte concernant les centres généraux des courbes : comment reconnaître l'équation d'une courbe qui présente un centre général à l'origine, et comment les déterminer en dehors de l'origine à l'aide de changements de coordonnées (en utilisant le fait que dans la transformée, les coefficients des termes de rang pair de l'équation doivent être nuls) ; cette section est également un prétexte pour présenter les différents principes mis en œuvre dans l'ouvrage. La seconde section débute par la construction du triangle algébrique, variante du parallélogramme analytique de Newton. Elle se poursuit par une étude des branches infinies des courbes, puis par la recherche des points de la courbe situés sur l'axe des abscisses, appelés *sommets*, dont on vérifie au passage si ce sont des points multiples, en s'intéressant plus particulièrement au cas où un sommet est situé à l'origine. Il démontre le théorème énoncé par Newton dans l'*Enumeratio*, qui dit que « *dans une Courbe quelconque le Produit de toutes les Ordonnées réelles, & imaginaires est au Produit de toutes les distances de l'Intersection des x, & des y à chacun des Sommets réels ou imaginaires, comme est à l'unité positive, ou négative le Coefficient de la plus haute Puissance de x dans le dernier Terme de l'Equation de la Courbe* » (De Gua de Malves 1740, p. 67), ce qui lui vaudra d'être cité dans le chapitre V de l'*Introduction* par Cramer, au même titre que Newton et Stirling. Suit une partie qui donne lieu aux critiques et reproches de Cramer, dans laquelle De Gua pense démontrer que « *les deux parties d'une même Branche de courbe ne peuvent s'unir l'une à l'autre que par des Points semblables de figure, ou aux Points ordinaires, ou aux Inflexions, ou aux Rebroussements ordinaires* » et affirme haut et fort l'impossibilité de rencontrer dans les courbes algébriques des points de rebroussement de la seconde espèce, contrairement à ce que rapportait le marquis de L'Hôpital (voir page 136) : Cramer donnera la bonne approche de ce problème dans son treizième et dernier chapitre, en ayant la bonté de ne pas revenir à cet endroit sur les erreurs de l'abbé De Gua plus qu'il ne l'avait déjà fait dans la préface (G. Cramer 1750b, p. 574). Ce passage constitue l'occasion pour De Gua de faire une digression sur les points de *serpentelement* et les points de *double pointe* (que De Gua identifie aux *lemnisceros infiniment petits* de Brage-longne, ici considérés comme points triples), définis par Maupertuis dans son mémoire de 1729, avant d'indiquer comment utiliser le triangle algébrique pour repérer les points multiples à l'origine (qui se caractérisent par le fait que le rangs horizontaux et inférieurs, correspondants aux termes de plus bas rang de l'équation, y sont manquants). Il indique également comment déterminer les tangentes en ces points doubles ou triples, en examinant

& celui des Differentiations ordinaires, & cette Analogie me sert à abreger, & à faciliter beaucoup la Pratique de mes propres Régles » (De Gua de Malves 1740, p. xv).

la nature des racines de l'équation formée par le premier rang non nul, pour être en capacité d'en connaître la nature exacte, ce qui conduit à une première classification des points multiples⁵²³ qui le conduit à distinguer, pour les courbes des cinq premiers ordres, quatre espèces de points simples (points ordinaires, inflexions, serpentements, inflexion de la seconde espèce), neuf espèces de points doubles (dont rebroussements simples, osculations, embrassements, etc.), six espèces de points triples et quatre espèces de points quadruples (De Gua de Malves 1740, p. 142-144). Il est difficile de savoir pourquoi Cramer n'a pas cité ce passage du livre de De Gua dans son treizième chapitre, qui traite de la même question : omission volontaire de Cramer, qui s'est montré plus précis et rigoureux dans l'énumération de ces points multiples, ou simple absence de références bibliographiques dans ce chapitre due à un manque de temps entre écriture du chapitre et impression de l'ouvrage ?

De Gua en vient ensuite à la détermination pour les courbes des cinq premiers ordres de la nature (parabolique ou hyperbolique) et de la direction des branches infinies des courbes à l'aide du triangle algébrique (p. 160 et suivantes) : ce passage du livre donnera lieu à une nouvelle citation de Cramer, comme unique référence d'ailleurs, pour le passage correspondant dans le huitième chapitre de son traité des courbes. Après une longue digression sur les projections (ombres) des courbes, il rappelle que les courbes d'ordre impair admettent nécessairement au moins deux branches infinies. Revenant alors sur les opérations algébriques à réaliser pour transporter l'origine en un point quelconque de la courbe par les formules de changement de coordonnées usuelles (en remplaçant x par $p + z$ et y par $q + u$ dans l'équation de la courbe), il indique comment déterminer les points multiples situés ailleurs qu'à l'origine (ce qui donne lieu à une nouvelle citation de Cramer, dans son chapitre X) et les tangentes en ces points, avant de donner des méthodes pour déterminer les extrema, inflexions, serpentements, rebroussements, osculations, etc. de la courbe, tout en insistant sur les analogies entre les opérations de changement d'origine et les opérations de différentiation. Plus loin, à la faveur d'un corollaire sur des changements de coordonnées plus généraux, il démontre l'invariance du degré des équations représentant une même courbe algébrique (p. 340), donnant lieu à de nouvelles citations de la part de Cramer, dans les chapitres II et III de son traité. Enfin, la troisième section de l'ouvrage présente deux exemples (ordre trois et quatre) venant illustrer les principes et méthodes établis dans le reste de l'ouvrage, avant de donner les principes de la classification des courbes d'ordre deux et trois, sans entrer dans le détail des calculs, ni s'aventurer dans les courbes d'ordre supérieur (p. 421 et suivantes).

On voit qu'il s'agit là, depuis Stirling, de la tentative la plus originale et la plus aboutie de rendre compte d'une méthode générale pour l'étude des courbes algébriques comprenant l'étude des branches infinies, des points singuliers et multiples, des tangentes et des problèmes associés. Mais bien que l'ouvrage aille plus loin que les tentatives avortées de Nicole et Bragelongne, il souffre de nombreux défauts – manque de cohérence et de structure, manque de clarté sur l'opposition entre méthodes algébriques et différentielles, trop peu de

523. De Gua questionne assez vivement à cet endroit – sur une dizaine de pages, tout de même – le traitement donné à cette question par Bragelongne, qui est d'ailleurs régulièrement la cible des critiques de De Gua tout au long de l'ouvrage.

calculs effectifs et d'exemples, ainsi qu'une écriture particulièrement agressive aux dépens de ses prédécesseurs (Maupertuis, Nicole et surtout Bragelongne⁵²⁴) – ainsi que d'erreurs de fond liées à l'ignorance de la méthode des séries que Cramer a su relever et corriger, qui minorent son intérêt. Les *Usages* restent néanmoins une référence majeure pour l'*Introduction* – une quinzaine de citations tout au long de l'ouvrage, tout de même – par l'explicitation des méthodes algébriques de changements de coordonnées et leur application (recherche des points multiples, des inflexions, etc.) d'une part, et par la substitution qui y est faite du triangle algébrique (qualifié de triangle analytique chez Cramer) au parallélogramme analytique pour étudier les branches infinies d'autre part. Mais si l'ouvrage de De Gua couvre un large périmètre du champ de l'étude des courbes algébriques (à l'exception notable de la construction des équations, ignorée par De Gua, et de la courbure), il manque d'ordre, de rigueur et d'approfondissement⁵²⁵.

Cramer, héritier de Newton

Cette énumération montre de quelle manière, par le biais de sa préface ou des citations bibliographiques disséminées dans les pages de son traité des courbes, Cramer a inscrit son œuvre dans un corpus bien identifié de textes relatifs à l'analyse des courbes algébriques, qui débute, sous le regard lointain de Descartes, avec l'*Enumeratio* de Newton, inclut les apports de Stirling (avec les compléments apportés par 's Gravesande sur la méthode des séries) et les mémoires des académiciens parisiens, et s'achève avec les *Usages* de l'abbé De Gua. Le Genevois se place ainsi dans une filiation newtonienne sur l'étude des courbes, dans laquelle on peut au moins intégrer la *Geometria organica* de Maclaurin et l'*Introductio* d'Euler, pour ne parler que des ouvrages les plus importants. Je montrerai dans la troisième et dernière partie de cette thèse que l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* vient clore, d'une certaine manière et pour un certain temps, cette tradition de recherche initiée dans la seconde partie du XVII^e siècle dans le cadre de la Géométrie cartésienne, entre autres (mais pas seulement) parce que l'effort fourni par Newton et ses successeurs pour la classification des cubiques n'a pas lieu d'être répété pour les courbes d'ordre quatre ou cinq, qui présentent une variété bien trop grande pour être décrite simplement, et que cette classification ne présenterait sans doute aucun intérêt particulier par manque d'applications dans d'autres champs de savoir. Néanmoins Cramer a su réaliser, avec son traité des courbes, l'objectif qu'il s'était assigné d'étendre le champ couvert par l'*Enumeratio*, et d'explicitier les méthodes analytiques mises en œuvre par Newton à l'intention des futurs Géomètres intéressés par ce sujet, ce que Boyer saura traduire en écrivant : « *Cramer's Introduction is the work of an expert on the subject. It includes almost 700 pages of exposition and hundreds of*

524. D'Alembert s'en agace dans sa recension pour le *Journal des Sçavans* : « on ne peut s'empêcher aussi de remarquer qu'il paroît une espece d'affectation à attaquer cet habile Géometre aussi souvent qu'il le fait » (D'Alembert 1740, p. 875).

525. D'Alembert, dans l'article COURBE, inclut l'ouvrage de De Gua dans sa liste des « meilleurs ouvrages dans lesquels on puisse s'instruire de la théorie des courbes », mais assortit cette référence d'un avertissement : « ouvrage original & plein d'excellentes choses, mais qu'il faut lire avec précaution » (D'Alembert 1751–1765, vol. IV p. 387b).

illustrations – a worthy successor to Newton's *Enumeratio* » (Boyer 2004, p. 196, souligné par moi).

D'autres sources documentaires? Une tentative de reconstitution de la bibliothèque de travail de Gabriel Cramer

Les sources et références explicitement déclarées par Gabriel Cramer dans les pages de l'*Introduction* pourraient suffire pour évaluer les sources qu'il a mobilisées et exploitées à des niveaux divers pour l'écriture de son *Analyse des courbes*. Néanmoins je souhaite faire ici état d'une tentative de reconstitution de la bibliothèque de travail de Gabriel Cramer au cours de la période considérée (1740-1750), afin d'éventuellement identifier des sources supplémentaires utilisées de manière implicite, ou des textes ayant pu contribuer à sa culture sur le sujet des courbes algébriques mais omis ou ignorés lors de la rédaction du traité. Cette tentative constitue une approche *a priori* de l'étude des sources qu'il est particulièrement difficile de mener à bien, mais qu'il ne faut pas délaissier sous peine de manquer des informations importantes sur le processus d'écriture de l'ouvrage.

Ce que j'appelle ici « bibliothèque de travail » n'est pas seulement envisagé comme un ensemble localisé et homogène de livres possédés par Gabriel Cramer et utilisés par lui dans un cadre « professionnel ». Les éléments constitutifs de cette bibliothèque peuvent prendre différentes formes et avoir diverses provenances : en plus des ouvrages de science issus de sa bibliothèque personnelle, j'y inclus les manuscrits, lettres savantes, copies manuscrites d'articles et de passages d'ouvrages, livres empruntés à des amis ou des collègues, livres de la Bibliothèque publique de Genève, etc. que Cramer aurait pu mobiliser au service de son projet éditorial. On comprend vite que l'inventaire de cette « bibliothèque de travail », dans l'acception extensive que je donne à l'expression, est une tâche dont la réalisation complète et effective est illusoire, à cause des lacunes des archives qui nous sont parvenues, et de l'impossibilité de trouver trace des documents simplement consultés par Cramer, sans qu'il les possède, et dont par nature les traces sont très rarement conservées (sauf mention explicite, dans une lettre par exemple, ou un registre de prêt). Néanmoins cela n'empêche en rien de se fixer des objectifs intermédiaires ou partiels. J'ai donc donné deux principaux axes à cette recherche : l'inventaire de la bibliothèque personnelle de Cramer d'une part, et le relevé des indications laissées dans sa correspondance d'acquisitions ou d'emprunts de manuscrits ou de livres – en ne conservant naturellement que les documents qui ont un rapport avec la question des courbes algébriques. Les documents identifiés dans ce qui suit, s'ils n'ont pas été directement utilisés par Cramer, permettront pour le moins de préciser son environnement intellectuel au moment où il écrit son ouvrage.

La bibliothèque personnelle de Gabriel Cramer

Commençons donc par l'inventaire de la bibliothèque personnelle du Genevois : les recherches menées auprès des archives d'état de Genève ne m'ont hélas pas permis de retrouver d'inventaire après-décès, comme je l'espérais. Néanmoins une large place est laissée à la question de la répartition des livres de la bibliothèque de Gabriel Cramer (qui, rappelons-le, est mort célibataire et sans enfants) dans son testament olographe⁵²⁶ rédigé le 12 décembre 1751, quelques jours avant son départ pour le sud de la France :

« Je donne à mon neveu Jean Manassé Cramer⁵²⁷, trois cent livres, avec tous mes meubles, hardes, bijoux & instrumens, vaisselle & c. aussi bien que ma bibliothèque, après néanmoins que les sous nommés auront pris successivement les portions que je leur assigne. Je donne à Monsieur le Professeur De La Rive, mon très cher & très honoré collègue, dix volumes de ma bibliothèque à son choix. Puis je donne à Monsieur le Conseiller Calandrini, cy devant mon collègue, quinze volumes de ma Bibliothèque de son choix; Ensuite, je donne à Monsieur le Professeur Jallabert mon collègue, trente volumes de ma bibliothèque à son choix. Après cela, la Bibliothèque publique de cette Ville prendra parmi mes livres tous ceux qu'elle ne contient pas déjà, n'entendant néanmoins comprendre ici les différentes Editions d'un même livre. Je donne encore à la Bibliothèque publique le beau volume des Principes de Newton, lequel a appartenu à ce grand homme, & qui m'a été donné par Monsieur Bell⁵²⁸. »

Un catalogue des livres de sa bibliothèque a bien été dressé et envoyé à chacun des trois collègues (ou anciens collègues) désignés par Cramer pour qu'ils fassent leur choix parmi ces livres, conformément à ses dispositions testamentaires. On en trouve mention dans une lettre d'Ami De la Rive à Jean Cramer⁵²⁹ (ce dernier en étant le destinataire en qualité d'héritier universel et exécuteur testamentaire) qui indique sur quels volumes se portent son choix :

« Je vous rends mille graces de la bonté que vous avés eue de m'envoyer le catalogue de la Bibliothèque de Mons^r votre frère. C'est un bel assortiment de livres de Mathématiques, de Philosophie et de belles Lettres, et parfaitement complet, par rapport au 1^{er} chef. Si vous le trouvé convenable, Monsieur, je prendray Gassendi Opera 6 vol. n^o 575 : qui, je pense, ne seroit d'aucune utilité a la famille, et Rob. Stephani Thesaurus linguæ lat. 4 vol Basle n^o 758. »

526. Testament olographe du Noble & Spectable Gabriel Cramer Professeur en Philosophie et Mathématiques, homologué le 18^e janvier 1752, Archives d'État de Genève, Jur.Civ E 13, f. 131-132.

527. Jean-Manassé Cramer (1728-1797) est le fils aîné de son frère Jean. Âgé de 23 ans au moment du décès de son oncle Gabriel Cramer, c'est un jeune avocat, futur professeur de droit à l'Académie de Genève. C'est également le neveu qui a accompagné Cramer lors de son dernier voyage en direction du sud de la France en décembre 1751.

528. Il s'agit de Beaupré Bell (1704-1741) que Cramer a rencontré lors de son séjour en Angleterre, et avec qui il a échangé quelques lettres en 1735-1737

529. Lettre d'Amédée De la Rive à Jean Cramer, Genève, 31 janvier 1752, archives du Musée d'histoire des sciences de Genève, Z 211.

Hélas, cet inventaire n'a pas pu être retrouvé⁵³⁰. Peu d'informations sur la bibliothèque de Gabriel Cramer peuvent en être tirées. Qualitativement, cette lettre semble indiquer qu'elle passe pour complète en ce qui concerne les mathématiques, mais De la Rive n'est pas vraiment en situation d'expertise sur le sujet. Quantitativement, les deux numéros des volumes choisis par De la Rive dans l'inventaire ne peuvent pas non plus nous apprendre quoi que ce soit de précis : la bibliothèque d'un savant comme Cramer devait probablement contenir au moins entre deux et trois milliers de volumes (à titre de comparaison, le catalogue de la bibliothèque de Dortous de Mairan, dont l'activité scientifique a été fort longue et qui a occupé la fonction de secrétaire perpétuel de l'Académie royale des sciences, compte 3400 entrées (Roche 1969, p. 48)). Nous ne savons pas non plus quels ont été les quinze volumes choisis par Calandrini, ni les trente volumes supplémentaires choisis par Jallabert, parmi lesquels il y avait sans doute plusieurs livres de mathématiques. La seule autre trace de cette succession est contenue dans les registres de la Bibliothèque de Genève, qui a conservé la liste des ouvrages choisis par la Bibliothèque parmi les livres restants après la ponction opérée par De la Rive, Calandrini et Jallabert⁵³¹. Cette liste compte 117 entrées, dont la dernière est « *Les Principes de Newton, exemplaire qui avoit appartenu à l'Auteur lui même, et où il y a plusieurs Remarques écrites de sa main* ». Dans cette liste se trouvent en effet de nombreux ouvrages de science : astronomie, optique, philosophie naturelle, etc. ainsi que de nombreux ouvrages de mathématiques. J'en ai compté quarante-cinq, des *Éléments d'Euclide* dans une édition bâloise en grec de 1533, jusqu'à un traité de géométrie de l'anglais Roger Paman imprimé à Londres en 1745.

Les modalités du choix des ouvrages constitutifs du legs Cramer à la Bibliothèque publique sont précisées dans le testament et reprises dans le Registre des assemblées des directeurs de la bibliothèque de l'académie, à la date du 31 janvier 1752⁵³² :

« *M. le professeur Cramer, dont la mémoire sera à jamais infiniment chère à l'Etat, à l'Eglise et à l'académie, ayant légué à la bibliothèque ceux de ses livres dont la bibliothèque n'aurait aucune édition après que MM. De la Rive, Calandrini et Jallabert auraient choisi un certain nombre de volumes, on a chargé MM. Calandrini, conseiller, de Lubières et les bibliothécaires d'examiner le catalogue et quels livres de la bibliothèque de M. Cramer pourraient convenir à la bibliothèque publique.* »

Quels livres, choisis par Calandrini, De Lubières, Jallabert, Baulacre et Abauzit⁵³³ dans la bibliothèque de Cramer pour le compte de la Bibliothèque publique, peut-on trouver dans cette liste qui soient en relation avec notre sujet? On y distingue par exemple plusieurs ou-

530. Le *Répertoire alphabétique des inventaires judiciaires officiels faits après décès ou autre circonstance* conservé aux Archives d'État de Genève sous la cote Archives A 53, et qui couvre la période 1456-1798, ne fait mention d'aucun inventaire après décès concernant Gabriel Cramer.

531. *Livres légués par Mr Gabriel Cramer Professeur de Philosophie mort le 4 janvier*, Bibliothèque de Genève, Archives Dd 4, p. 250-254.

532. Ce registre est conservé à la Bibliothèque de Genève sous la cote BGE Arch. BPU Ac 2, f. 42v. Extrait aimablement fourni par Thierry Dubois, conservateur à la Bibliothèque de Genève.

533. Ces trois savants genevois se partageaient, en 1752, la fonction de bibliothécaire (Leu, Marti et Rouiller 2011, p. 313).

vrages élémentaires d'arithmétique et d'algèbre, comme le *Traité d'algèbre* de Rolle (1690) (qui contient la méthode dite des « cascades » pour la résolution approchée des équations), les *Nouveaux éléments d'arithmétique et d'algèbre* de Fantet de Lagny (1697), ainsi que deux traités anglais, le *New short treatise of algebra* de Harris (1714) (qui aborde longuement la construction des égalités) et les *Elements of algebra* de Hammond (1742). Ces livres plutôt élémentaires ont pu contribuer à la formation du jeune savant genevois, ou être utilisés comme livres de référence pour ses cours à l'Académie.

En ce qui concerne plus spécifiquement les courbes planes, la présence de plusieurs ouvrages dans cette liste indique le grand intérêt de Cramer pour le calcul des quadratures, alors essentiellement appliqué aux coniques. On peut par exemple mentionner un ouvrage assez ancien intitulé *Geometriæ speciosæ elementa* de Mengoli (1659), utilisant l'« algèbre spécieuse » de Viète pour la résolution de problèmes de quadratures, ou les *Institutiones mathematicæ* de Weidler (1725), dont les deux derniers chapitres traitent d'« analyse finie et infinie » (*Analysis finitorum, analysis infinitorum*) appliquée aux courbes (essentiellement les coniques). On trouve également d'autres petits ouvrages sur ce thème, comme les *Diverses quadratures circulaires elliptiques et hiperboliques*⁵³⁴ de Clairaut le cadet (1731), ainsi que le *Novum idque insigne curvas quadrandi* de Koerber (1738), qui traite de la quadrature de l'hyperbole. Mais il faut rappeler ici que le calcul des quadratures est exclu des sujets traités par Cramer dans son traité des courbes, souhaitant limiter son étude aux méthodes analytiques (non différentielles) pour l'étude des courbes algébriques. Dans un contexte différent, citons le livre d'un anglais, Roger Paman, intitulé *The harmony of the ancient and modern geometry asserted* (Paman 1745), qui est, comme son sous-titre l'indique clairement, une réponse aux critiques du calcul infinitésimal faites par George Berkeley quelque dix ans plus tôt⁵³⁵, dont l'objet est donc assez éloigné de celui du traité de Gabriel Cramer. C'est moins le cas pour le court ouvrage de l'anglais William Braikenridge intitulé *Exercitatio geometrica de descriptione linearum curvarum* (Braikenridge 1733), qui traite de la description organique des courbes⁵³⁶, et dans lequel il ne se contente pas de la construction des coniques mais envisage la construction de courbes d'ordres quelconques : ses méthodes, qui pour l'essentiel ne mobilisent pas d'analyse, sont par ailleurs proches de celles que Maclaurin a utilisées quelques années plus tôt dans sa *Geometria organica* (Maclaurin 1720).

Si la *Geometria* de Maclaurin n'est pas présente dans la liste des livres légués par Cramer à la Bibliothèque de Genève, et bien que je ne sois pas en mesure de l'établir formellement, il ne fait que peu de doute que Cramer en possédait un exemplaire. La *Geometria organica* qui, comme son titre l'indique, traite de la construction mécanique des courbes, prend sa source

534. Cette brochure lui avait été envoyée par Clairaut en 1731 ; voir la lettre de Clairaut à Gabriel Cramer du 12 octobre 1731.

535. On trouve mention de cet ouvrage dans la correspondance entre Cramer et D'Alembert : dans sa lettre du 20 novembre 1750, le Genevois informe son correspondant qu'il y a trouvé « une idée assés heureuse [...] Il emploi ce qu'il appelle *Maximominus & Minimomajus* ». Lettre de Gabriel Cramer à D'Alembert, 20 novembre 1750 (Passeron 2015, p. 303-307).

536. La géométrie organique est « l'art de décrire les courbes par le moyen d'instrumens, & en général par un mouvement continu », selon l'article ORGANIQUE de l'Encyclopédie.

dans l'*Enumeratio* de Newton, dont il prolonge certains résultats sur ce sujet⁵³⁷. Il contient également un énoncé du théorème connu aujourd'hui sous le nom de théorème de Bézout sur le nombre de points d'intersection de deux courbes algébriques d'ordres quelconques, et c'est à ce titre qu'il est cité à plusieurs reprises dans le chapitre III de l'*Introduction*, intitulé *Des différens ordres des lignes algébriques*. Lorsque Cramer annonce que « *deux lignes algébriques décrites sur un même plan ne peuvent se rencontrer qu'en autant de points au plus qu'il y a d'unités dans le produit mn des nombres m et n qui sont les exposants de leurs ordres* », Cramer indique en note de bas de page que la démonstration de ce résultat doit être attribuée à Maclaurin, mais que « *sa Démonstration n'a point été rendue publique, [qu'il] sache* » (voir p. 198), en citant en appui de cette affirmation une lettre de Maclaurin parue dans les *Philosophical Transactions* (Maclaurin 1738). Dans les pages suivantes, Cramer énonce ce qui apparaît alors comme un paradoxe lié à ce résultat, d'ailleurs aujourd'hui connu comme le paradoxe de Cramer, en citant à nouveau le livre de Maclaurin (G. Cramer 1750b, p. 76-78).

Par ailleurs cette liste renferme les titres des deux ouvrages dont nous avons vu qu'ils ont été des sources premières et essentielles pour la genèse et la rédaction du traité des courbes. Le premier est le *Lineæ tertii ordinis Neutronianæ* de James Stirling (1717) ; hélas l'exemplaire de Cramer n'a pas été retrouvé à la Bibliothèque de Genève, et échappe donc à tout examen (à la recherche d'annotations manuscrites, par exemple). Le second est celui de l'abbé De Gua de Malves, intitulé *Usages de l'Analyse de Descartes* (De Gua de Malves 1740) ; cette fois l'exemplaire de Cramer est bien conservé à la Bibliothèque de Genève⁵³⁸, mais il ne contient pas d'éléments utiles à notre étude, comme des annotations manuscrites par exemple.

Il peut être utile de rappeler ici que la liste des livres légués par Cramer à la Bibliothèque publique n'est en rien exhaustive, ni même tout à fait représentative de ce que la bibliothèque personnelle de Gabriel Cramer pouvait contenir : ces 117 ouvrages ne représentent probablement qu'une faible fraction du total, qui correspond aux livres présentant suffisamment d'intérêt pour la Bibliothèque parmi ceux qu'elle ne possédait pas déjà. Le reste a été réparti dans l'héritage entre ses collègues De La Rive, Jallabert et Calandrini (à hauteur de 55 volumes) et son neveu Jean-Manassé, qui a hérité du reliquat. En l'absence de sources (notamment du catalogue issu de l'inventaire d'après-décès) il est très difficile d'aller plus avant dans la reconstruction de cette bibliothèque personnelle : il faut parfois s'en remettre à la chance pour trouver d'autres livres portant l'ex-libris de Gabriel Cramer. C'est ainsi que m'a été signalée l'existence, dans les fonds anciens de la bibliothèque universitaire des sciences et techniques de Bordeaux, d'un exemplaire de la seconde édition de la traduction latine de la *Géométrie* de Descartes, publiée à Amsterdam en 1659-1661 sous la direction de Frans Van Schooten (Descartes 1659), portant l'ex-libris du Genevois⁵³⁹. On peut donc ajouter cette pièce importante à notre inventaire partiel de la bibliothèque de Cramer, qui n'en est pas la

537. Pour un aperçu précis des contenus de cette œuvre de jeunesse de Maclaurin, voir le chapitre qui lui est consacré dans Bruneau (2011a, p. 25-68).

538. On le trouve sous la cote Ka 292, paré de l'ex-libris du Genevois.

539. Cet exemplaire est conservé à la BU Sciences et techniques de Bordeaux sous la cote FR 35651.

moindre, d'autant plus que des annotations manuscrites apparaissent sur certaines pages de l'ouvrage : hélas, ces annotations ne sont manifestement pas de la main de Cramer.

Les limites de ma démarche sont ici atteintes : pour aller plus loin il faudrait pouvoir faire une recherche systématique à la Bibliothèque de Genève de tous les volumes conservés dans les imprimés anciens à la recherche de l'ex-libris de Gabriel Cramer, et s'en remettre à la chance pour repérer ceux qui sont conservés dans d'autres lieux, ou qui sont passés dans le circuit marchand ⁵⁴⁰

La Bibliothèque publique de Genève

Une autre source documentaire d'importance, pour Gabriel Cramer, est bien entendu la Bibliothèque publique de Genève. Celle-ci a connu une forte impulsion au tout début du XVIII^e siècle sous l'action volontariste de Jean-Robert Chouet et de Jean-Alphonse Turretini : le Règlement qu'ils ont fait adopter en 1702 organise sa gestion par une direction collégiale, définit la politique d'acquisition, et permet l'ouverture au public. L'entrée en vigueur de ce nouveau Règlement s'accompagne d'un fort accroissement des collections, financé par de nouvelles sources de revenus (une taxe pour les nouveaux bourgeois, une contribution pour les nouveaux membres du Conseil des Deux Cent) et alimenté par de nouvelles sources d'approvisionnement (incitation aux dons de la part des citoyens, legs, etc.). Ainsi, entre 1702 et 1717, le nombre de volumes augmente considérablement, passant d'environ 3000 à 6374 unités (Leu, Marti et Rouiller 2011, p. 312-313) et il est raisonnable d'estimer entre 10000 et 15000 le nombre de volumes disponibles dans les années 1740-1750 en considérant un accroissement continu du fonds au cours des années : voir Vaucher (1834, p. xii). Cet accroissement n'est pas uniquement quantitatif : accompagnant les évolutions de l'enseignement à l'Académie, la Bibliothèque, par sa politique d'acquisition, s'ouvre aux idées et sciences nouvelles, et fait également une belle place aux périodiques savants.

Gabriel Cramer a sans aucun doute pleinement bénéficié de cette vitalisation de la Bibliothèque lors de ses années d'études ⁵⁴¹ ; le jeune professeur et savant devait également y trouver des compléments à sa bibliothèque personnelle. Il est hélas difficile de se faire une idée précise de ce que Cramer pouvait y trouver dans les années 1740, au moment de la rédaction de son traité. Les catalogues tenus par les bibliothécaires Vincent Minutoli ⁵⁴² puis Léonard Baulacre ⁵⁴³ de 1700 à 1775 contient bien une liste de livres de mathématiques, mais

540. Par exemple, un libraire lyonnais vend, au moment de la rédaction de ces lignes, un exemplaire de *The Philosophical Grammar; being a View of the present state of experimented physiology, or natural philosophy* de Benjamin Martin (1738), et dont la description précise : « *Précieux exemplaire, portant sur le titre la signature manuscrite d'Horace-Bénédict de Saussure, le célèbre physicien de Genève. Il avait, auparavant, appartenu à Gabriel Cramer, dont l'ex-libris armorié est collé sur un feuillet de garde.* »

541. L'inverse semble tout aussi vrai : Gabriel Cramer est cité parmi les personnalités genevoises ayant particulièrement « *contribué par leur activité, leur zèle, leurs travaux scientifiques ou littéraires, à faire connaître et prospérer la Bibliothèque de Genève* » par Vaucher (1834, p. xvi).

542. Professeur de grec et de belles-lettres à l'Académie dès 1675, il occupa la fonction de bibliothécaire de 1699 à sa mort, survenue en 1709.

543. Deux catalogues des livres imprimés sont conservés dans les archives de la Bibliothèque de Genève, sous les cotes Arch. BPU Dk 5 et Arch. BPU Dk 6.

sans aucune mention de leurs dates d'entrée dans le fonds de la Bibliothèque : pour avoir une bonne idée des ouvrages accessibles à Gabriel Cramer dans les années 1740, il faudrait croiser ce catalogue avec les registres de dons et d'acquisition de la Bibliothèque qui contient ces informations, ce que je n'ai hélas trouvé le temps de faire lors de mes séjours en archives. Le *Catalogue de la Bibliothèque publique de Genève*, dressé par Louis Vaucher (1834), permet tout de même, en faisant l'hypothèse que les livres ont été acquis par la Bibliothèque dans un temps relativement proche de leur parution, de se faire une idée des sources que Gabriel Cramer aurait pu y trouver. Je me propose donc maintenant de relever dans ce catalogue les ouvrages qui ne sont pas présents dans la liste des livres légués par Gabriel Cramer à la Bibliothèque, mais qui ont pu présenter un intérêt pour l'auteur de l'*Introduction* avant ou au cours de la phase de rédaction de son traité. Ce relevé ne signifie pas pour autant que Cramer n'a jamais possédé ces livres dans sa bibliothèque personnelle, et qu'il ne pouvait les trouver qu'à la Bibliothèque publique : mais que s'il les a un jour possédés, soit ils ont été pris par Calandrini ou Jallabert au moment du partage des livres suite au décès de Cramer, soit la Bibliothèque publique en détenait probablement elle-même déjà un exemplaire et ne les a pas inclus dans le legs (il semble exclu que des livres de mathématiques de cette importance aient pu échouer dans le reliquat dont a hérité le neveu de Gabriel Cramer, Jean-Manassé, étudiant en droit).

Dans la rubrique « Mathématiques pures » de ce catalogue, mon attention a été retenue par plusieurs ouvrages, dont le *Treatise of Algebra* de Wallis (1685), les *Matheseos universalis elementa* de Gravesande (1727), et l'*Arithmetica universalis* de Newton (1707), dans une édition publiée en 1732 à Leyde et préfacée par 's Gravesande. Nous avons vu que ceux de Newton et de 's Gravesande ont été effectivement exploités et cités par Cramer dans son *Analyse des courbes*. Ce n'est pas le cas de l'ouvrage de Wallis, qui contient, en plus des résultats d'arithmétique et d'algèbre élémentaires, quelques chapitres sur la méthode des séries (*The Doctrine of Infinite Series*) basée sur la formule du binôme (publiée ici pour la première fois avec un exposant non entier), et la résolution des équations à une ou plusieurs variables (*Extracting roots in Simple and Affected Equations*). On y retrouve notamment l'exposé de la méthode du parallélogramme de Newton pour déterminer les racines y d'une équation polynomiale du type $P(x, y) = 0$ sous forme de séries infinies en x , que Cramer mobilisera très régulièrement dans son ouvrage et présentera dans son chapitre VII. Les méthodes et exemples qui y sont exposés proviennent directement de Newton tels qu'ils ont été donnés dans l'*Epistola Superior* adressée à Oldenburg le 24 octobre 1676, et dans son manuscrit latin de la *Méthode des fluxions et des suites infinies* qui ne sera publié – en anglais – qu'en 1736 et traduit en français par Buffon en 1740 (Newton 1740). Par ailleurs, alors que le manuscrit de l'*Introduction* ne porte pas de référence bibliographique à cet endroit, le livre publié cite plusieurs textes au moment crucial de l'énoncé de la règle du triangle analytique (directement dérivé du parallélogramme de Newton), mais pas celui de Wallis⁵⁴⁴. Le fait que ce texte ne

544. Voir G. Cramer (1750b, p. 165) : pour mémoire, sont cités la *Méthode des fluxions* (Newton 1740) et l'*Epistola Superior*, la proposition IX du *Methodus Incrementa* de Taylor (1715), ainsi que les ouvrages de Stirling (1717) et de Gravesande (1727).

soit pas cité par Cramer ne signifie pas pour autant qu'il ne l'a pas lu ou même possédé : il est même très probable qu'il ait pour le moins contribué à sa culture sur le sujet lorsqu'il était encore étudiant ou jeune professeur.

On trouve également dans ce catalogue le *Traité des sections coniques* de L'Hospital (1707) (cité à deux reprises par Cramer dans le chapitre sur la construction des équations), ou encore l'*Application de l'algèbre à la géométrie* de Guisnée (1733) et l'*Analyse démontrée* du père Reyneau (1708). L'ouvrage de Reyneau a contribué à diffuser le calcul différentiel et intégral leibnizien en France⁵⁴⁵, dans la lignée de l'*Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* de L'Hospital (1696). Il est particulièrement intéressant pour son Livre VII, dans lequel l'auteur expose sa méthode pour *trouver la valeur approchée de la racine x d'une équation littérale, qui a deux inconnues x & y , avec des grandeurs connues; & en continuer l'approximation à l'infini, ou tant qu'on voudra* (Reyneau 1708, vol. 1, p. 381) – autrement dit la méthode des séries. On notera également que toute une partie du Livre VIII de l'*Analyse démontrée* concerne l'analyse appliquée à l'étude des courbes géométriques⁵⁴⁶ qui se termine par cet avertissement : « *On ne porte pas ici cette matière plus loin, parcequ'il faudroit faire un traité entier de ces lignes courbes, & on s'est proposé seulement de faire voir ici quelques usages de l'Analyse par rapport aux courbes geometriques, & surtout aux sections coniques, & ce que l'on en a dit suffit pour entendre ce que l'on dira dans la suite qui y aura raport, sans avoir besoin d'autres ouvrages* » (vol. 2, p. 592).

Enfin, le catalogue de Vaucher montre également que la Bibliothèque publique collectait régulièrement les journaux et périodiques savants en provenance de toute la République des lettres, comme le *Journal des Savants* (Paris), les *Acta Eruditorum* (Leipzig), les *Nouvelles de la République des lettres* (Amsterdam) etc. acquis auprès des libraires genevois qui les font venir, ou par l'intermédiaire de correspondants et de citoyens en séjour à l'étranger. On y trouve également les histoires et mémoires des académies ou sociétés royales de Londres, Berlin et Paris, qui étaient donc à disposition du Genevois, s'il ne se les étaient pas déjà procurés par le biais de ses correspondants, ce qui était assez fréquemment le cas, comme nous allons le voir.

Correspondances et circulations

La correspondance de Gabriel Cramer présente de nombreux exemples d'envoi et de réception de livres, de journaux ou de manuscrits, et la circulation de ces textes, qu'il conserve ou dont il prend copie avant de les renvoyer, participe bien entendu de sa documentation scientifique pour la rédaction de son traité des courbes.

Les histoires et mémoires des académies

C'est ainsi, par exemple, qu'on le voit solliciter Formey à Berlin pour se faire expédier les *Miscellanea Berolinensia* (qui ont paru en sept volumes entre 1710 et 1743) et quelques

545. Pour plus d'informations sur les contenus de cet ouvrage, voir Lubet (2005).

546. Il s'agit de la section III de la première partie du livre VIII.

tomes de l'*Histoire de l'Académie royale des sciences et belles-lettres* de Berlin ce qui lui permet d'en prendre connaissance avant que les libraires genevois puissent les faire venir⁵⁴⁷ :

« Je verrai avec un singulier plaisir le III. tome de l'*Histoire de l'Académie*. [...] Mais que j'aprehende, mon cher Monsieur, que ce tems ne soit encore bien éloigné. C'est une chose insupportable que la négligence de nos libraires à faire venir les livres d'Allemagne, surtout de Berlin. Nous sommes si mal à cet égard, que je vous aurois une extreme obligation, si vous pouviez, sans trop d'embaras, m'affranchir des lenteurs de ces Mess^{rs} en cherchant quelque voie plus courte. Je n'y plaindrois pas quelque augmentation de dépense, & je pourrois, je crois, trouver le moien de vous la faire rembourser aisement par le canal de nos marchands. Si j'étois assés heureux, pour que ce petit projet réussit, je vous demanderois encore une grace. Ce seroit de me procurer les derniers volumes des *Miscellanea Berolinensia*. J'ai les cinq premiers volumes, dont le dernier, intitulé *Continuatio 4 sive tomus 5*, est imprimé en 1737. Le reste me manque, & me seroit nécessaire pour lier ce que j'ai avec le I tome de l'*Histoire de l'Acad.* »

On trouve dans le quatrième chapitre de l'*Introduction* une référence à un mémoire de Hermann à propos de la construction des équations (Hermann 1727), publié dans ces *Miscellanea Berolinensia*.

De la même manière, les volumes de l'*Histoire* et des *Mémoires de l'Académie royale des sciences de Paris* lui sont régulièrement procurés par Dortous de Mairan dès les années 1730 : par exemple, en décembre 1733, Dortous de Mairan fait partir à destination de Genève une balle de livres destinée à Cramer contenant quatre volumes des anciens Mémoires de l'Académie et un exemplaire de la *Connoissance des temps* de 1734 (en plus de deux volumes de son *Traité physique et historique de l'aurore boréale*, dont un est destiné à la Bibliothèque publique de Genève)⁵⁴⁸. Au cours de leur longue relation épistolaire, Dortous de Mairan a ainsi régulièrement fourni à Cramer des ouvrages publiés à Paris. Parmi ces ouvrages, les mémoires de l'Académie royale des sciences de Paris occupent une place privilégiée, et sont particulièrement importants pour le sujet ici traité : en effet, dans les volumes publiés pour les années 1729 à 1732, que Cramer reçoit de Paris, se trouvent plusieurs mémoires sur les courbes (écrits par Maupertuis ([1729] 1731), Nicole ([1729] 1731) ou Bragelongne ([1730] 1732, [1730] 1732, [1731] 1734) notamment), dont nous avons vu qu'ils sont exploités et cités dans l'*Introduction*.

Le *Treatise of algebra* de Maclaurin

Un autre exemple intéressant de circulation d'ouvrage est fourni par une lettre de Buffon⁵⁴⁹ datée du 30 mai 1748 dans laquelle il annonce à Cramer l'envoi depuis Londres à son attention du traité d'algèbre de Maclaurin (1748) :

547. Lettre de Gabriel Cramer à Jean Henri Samuel Formey, Genève, 18 août 1749 (Bandelier et Eigeldinger 2010, p. 242-244).

548. Lettre de Dortous de Mairan à Gabriel Cramer, Paris, 14 décembre 1733.

549. Lettre de Buffon à Gabriel Cramer, Paris, 30 mai 1748 (Weil 1961, p. 126-128).

« Je vous envoie ci-joint une lettre de M. Murdoch, j'ai le livre de M. MacLaurin qu'il m'a envoyé pour vous, marquez-moi à qui vous voulez que je le remette pour vous le faire tenir, il est trop gros pour que je puisse vous l'adresser par la poste par contre-seing. Je voudrais cependant que vous l'eussiez promptement parce qu'il y est traité de la matière même de l'ouvrage que vous allez faire imprimer. »

Le livre sera confié à Jallabert, de passage à Paris en juillet, pour être remis à Cramer⁵⁵⁰. On ne sait pas si ce dernier l'a finalement bien reçu (il n'y est pas fait mention dans le reste de sa correspondance connue, et l'ouvrage ne paraît pas dans l'inventaire des livres légués à la Bibliothèque publique), ni s'il a pu en tirer profit, même s'il s'en était montré curieux. Il écrivait à Clairaut⁵⁵¹, le 11 mai 1748 :

« On me marque d'Angl. que les amis de feu Mr Maclaurin ont fait imprimer son Algèbre, et qu'il y a à la fin un appendice sur les Courbes. J'imagine qu'il y aura de bonnes choses, mais dans un genre fort différent du mien, car sa Méthode étoit plus géométrique qu'algébrique et la mienne est toute par analyse. »

Cet ouvrage de Maclaurin, publié de manière posthume en 1748, contient en effet un appendice intitulé *De linearum geometricarum proprietatibus generalibus tractatus*, qui présente une forte proximité avec le travail de Gabriel Cramer : il y démontre le théorème donné par Newton (et traité par Cramer dans le chapitre V de l'*Introduction*) sur le produit des ordonnées relatives à une même abscisse, et l'utilise pour traiter la question de la courbure des lignes algébriques (avec une approche plus géométrique que celle de Cramer, donnant raison au Genevois), puis il démontre un théorème de Cotes pour les courbes, avant d'en donner des applications pour les courbes d'ordre deux et trois, énonçant de nombreuses propriétés relatives aux cubiques (Bruneau 2011b). Néanmoins je n'ai aucun élément pour affirmer que le *Treatise of Algebra* de Maclaurin, et son appendice sur les courbes algébriques, aient été exploités d'une quelconque manière par Cramer pour la rédaction de l'*Introduction*, qui était de toutes façons presque terminée ; il n'est pas mentionné dans la correspondance de Cramer postérieure à mai 1748, et n'est cité nulle part dans le traité son *Analyse des courbes*.

Le *Typus Locorum Hypersolidorum* de Jacques Bernoulli

Un nouvel exemple issu de l'étude de la correspondance de Cramer, illustrant la circulation des textes mathématiques liés à la théorie des courbes qu'elle a permise, est celui *Typus Locorum Hypersolidorum*⁵⁵² de Jacques Bernoulli. Il s'agit d'une tentative de classification des courbes du troisième ordre réalisée par Bernoulli quelques mois avant sa mort survenue en août 1705 : le manuscrit, aujourd'hui conservé à la Bibliothèque de l'université de Bâle, fait partie d'un dossier contenant un recueil de 32 textes réunis sous le titre *Varia Posthuma*

550. Lettre de Buffon à Cramer, Montbard, 6 septembre 1748 (p. 128-130).

551. Lettre de Gabriel Cramer à Clairaut, Genève, 11 mai 1748 (Speziali 1955, p. 222-223).

552. Ou *Catalogue des lieux hypersolides*, le mot « hypersolides » étant à prendre ici au sens de « constructibles par des courbes d'ordre trois ».

*Jac. Bernoullii*⁵⁵³ écrits par Bernoulli lui-même, son élève Jacques Hermann ou son neveu Nicolas Bernoulli⁵⁵⁴. À la fin de ce dossier se trouvent les quatre pages de ce manuscrit – en fait, une copie de la main d’Hermann avec des annotations de Nicolas Bernoulli – dont le titre complet est : *Typus Locorum Hypersolidorum Sive Curvarum, quæ æquationibus exprimentur, in quarum terminis indeterminatæ ad tres dimensiones, non ultra assurgunt*⁵⁵⁵ et qui contient une liste de 228 équations de courbes d’ordre 3 (en commençant par celles qui contiennent deux termes, puis celles qui contiennent trois termes, et enfin celles à quatre termes⁵⁵⁶) complétée par la description des courbes associées aux équations numérotées 1 à 65.

Ce manuscrit émerge dans la correspondance entre Cramer et Nicolas Bernoulli, au moment où l’édition des *Opera omnia* de Jacques Bernoulli est en préparation. Le 30 juin 1741, le Bâlois lui envoie quelques manuscrits à copier pour les inclure dans l’édition en préparation, et mentionne une première fois le manuscrit⁵⁵⁷ :

« *Je ne sai non plus s’il est à propos d’y joindre un autre Ecrit de mon Oncle, dont je croi que vous avés une copie, savoir celui qui contient le denombrement de 33 lignes du 3^{me} ordre, dont les équations sont exprimées seulement par deux ou trois termes.* »

La réponse de Cramer indique qu’il ne connaît pas cet écrit, mais qu’il est intéressant de l’examiner pour savoir s’il faut l’inclure dans les *Opera*, et poursuit ainsi⁵⁵⁸ :

« *Quoi que Mr Newton ait, en quelque sorte, épuisé cette matière, cependant il est souvent utile de considerer les mêmes choses sous differens points de vuë, & le but que je comprends qu’a eu Mr votre oncle, de choisir seulement parmi les lignes de cet Ordre, celles dont les équations sont les plus courtes, peut etre assez utile en bien des rencontres. Je prens donc la liberté de vous prier de m’envoier ce manuscrit, que nous ferons copier avec le votre, & nous renverrons le tout ensemble.* »

Ce faisant, Nicolas Bernoulli se montre finalement réservé sur la publication de cet écrit : « *Je vous l’envoie pour vous faire plaisir, et pour satisfaire vôtre curiosité plutôt, que pour le faire imprimer* », écrit-il à Cramer le 5 août, se justifiant en soulignant que⁵⁵⁹ :

« *... de la maniere que mon oncle s’y est pris, il lui auroit été impossible de faire le dénombrement entier de toutes ces courbes; et je m’étonne que mon oncle n’ait*

553. Titre écrit de la main de Jacques Bernoulli lui-même!

554. Les informations concernant le *Typus Locorum Hypersolidorum* sont toutes issues de l’édition commentée du manuscrit que l’on peut trouver dans le volume V des *Werke* de Jacques Bernoulli (Mattmüller, Weil et Speiser 1999, p. 367-413).

555. La traduction française proposée par Martin Mattmüller est *Catalogue des lieux hypersolides, c’est-à-dire des courbes exprimées par des équations dans les termes desquelles les indéterminées s’élèvent seulement à la dimension trois* (p. 370).

556. L’équation générale des lignes du troisième ordre étant donnée par $a.bx.cxx.dx^3.ey.fyy.gy^3.hxy.ixxy.kxyy = 0$ (les points venant représenter les signes + ou -) les équations particulières à deux, trois, quatre termes sont présentées dans un ordre lexicographique : $a.ixxy = 0$, $a.kxyy = 0$, $bx.gy^3 = 0$, $cxx.gy^3 = 0$ etc.

557. Lettre de Nicolas Bernoulli à Gabriel Cramer, Bâle, 30 juin 1741.

558. Lettre de Gabriel Cramer à Nicolas Bernoulli, Genève, juillet 1741.

559. Lettre de Nicolas Bernoulli à Gabriel Cramer, Bâle, 5 août 1741.

pas pris garde qu'en changeant les coordonnées et leurs angles on peut réduire toutes les équations du 3^{me} degré à un petit nombre de cas généraux, quoi que lui même se soit servi quelques fois des coordonnées à angles obliques. J'ai ajouté à cet Ecrit un papier, qui contient les remarques que j'ai faites autrefois sur cette matière. Vous y verrés entre autres choses que les 33 Courbes de mon oncle ne font que 27 espèces différentes, et que Mr. Newton de même que Mr. Stirling en a omis une, de sorte qu'avec les 4 espèces que Mr. Stirling a ajoutées à celles de Mr. Newton, le nombre de toutes ces espèces monte à 77, mais je ne sai pas encore si ce nombre est juste, n'ayant pas examiné à fond le traité de Mr. Newton, ni celui de Mr. Stirling.»

La suite des échanges permet à Cramer, après avoir convenu avec son correspondant que le texte ne sera pas inclus dans l'édition des *Opera*, d'évoquer son travail de rédaction de l'*Introduction*, qui n'en est alors qu'à ses débuts, et de discuter de la meilleure manière de réduire l'équation générale des cubiques aux quatre formes proposées par Newton dans l'*Enumeratio* (voir p. 125). Avec le manuscrit du *Typus Locorum* et les notes de Nicolas Bernoulli, Gabriel Cramer a disposé à ce moment de la rédaction de son traité des courbes d'un matériau important sur le sujet de l'énumération des cubiques; néanmoins, une nouvelle fois, rien n'indique que Cramer ait exploité ce matériau d'une quelconque manière dans son ouvrage, sans doute parce que déjà obsolète et trop éloigné de l'énumération proposée par Newton.

L'Introductio in analysin infinitorum d'Euler

Un dernier exemple est celui de l'*Introductio* de Leonhard Euler (1748), plus précisément le second volume, sous-titré *continens Theoriam Linearum curvarum*, qui traite du même sujet que l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Cramer⁵⁶⁰. Dans sa préface, le Genevois évoque l'ouvrage d'Euler comme une influence manquée :

« J'aurois tiré une grande utilité de l'Introduction à l'analyse des infiniment petits de Mr. EULER, si ce Livre m'avoit été plutôt connu. Son objet étant presque le même que le mien, il n'est pas surprenant que nous nous soions souvent rencontrés dans les Conclusions. Mais la différence des Méthodes est aussi grande qu'elle peut l'être quand on travaille sur un même sujet : ce que je ne dis point pour préférer la route que j'ai prise à celle qu'[a] tenu Mr. EULER ; mais seulement pour avertir le Lecteur de cette diversité. » (G. Cramer 1750b, p. xi)

Publié en 1748, cet ouvrage a en effet dû lui parvenir à peu près au même moment où il décidait de transmettre le manuscrit de son traité des courbes à ses imprimeurs. Néanmoins, Cramer fait ici une légère entorse à la vérité : le livre d'Euler lui était effectivement « *plûtôt connu* », puisque nous savons par leur correspondance qu'il a disposé, en 1744, du manuscrit de l'ouvrage d'Euler, qui sollicitait le Genevois pour en superviser l'impression à Lausanne

560. À propos de l'*Introductio*, qui y est qualifié de « *probably the most influential textbook of modern times* », voir Boyer (2004, p. 180-188)

comme il l'avait fait quelques mois auparavant pour son *Methodus inveniendi* (voir page 78). Voici ce qu'il écrit à Euler le 30 septembre 1744 :

« Mons^r Bousquet m'a fait parvenir un autre Livre de votre composition qui est l'Introduction à l'Analyse des infiniment petits, avec prière de prendre pour l'impression les mêmes soins que j'avois pris pour le premier. »

Rappelons que Cramer avait alors décliné cette offre, se justifiant d'ailleurs en indiquant qu'il travaillait lui-même sur un ouvrage traitant du même sujet. Reste que Cramer a bien pris connaissance du texte d'Euler quelque six ans avant la publication du sien, et que sa déclaration en préface – qu'elle y ait été insérée pour éviter toute dispute, ou qu'elle résulte d'un improbable oubli – est inexacte.

Néanmoins, Cramer a raison lorsqu'il souligne que « *la différence des Méthodes est aussi grande qu'elle peut l'être quand on travaille sur un même sujet* ». Les différences entre les deux ouvrages portent aussi bien sur la structure que sur les contenus et les méthodes. Le début du livre d'Euler est assez similaire à celui de Cramer, malgré quelques différences importantes. Le premier chapitre est un chapitre de définitions et de généralités sur les courbes, dans lequel les axes de coordonnées sont a priori perpendiculaires, et où sont distinguées les courbes dites « *continues* »⁵⁶¹ (définies par une unique fonction de x) des courbes « *mixtes* » ou « *discontinues* », puis les courbes algébriques des courbes transcendentes. Le second chapitre porte sur les changements de coordonnées, par translation ou rotation des axes. Ces changements n'ayant aucune conséquence sur l'ordre des équations des courbes considérées, il introduit la classification des courbes algébriques par l'ordre de leurs équations et donne la forme générale des équations des lignes des quatre premiers ordres dans le troisième chapitre. Dans le quatrième, il démontre qu'une droite ne peut couper une courbe d'ordre n qu'en n points au plus, et qu'une courbe d'ordre n est déterminée par la donnée de $\frac{n(n+3)}{2}$ points.

À partir de ce point, les différences entre les deux ouvrages sont de plus en plus marquées. Le cinquième chapitre, assez long, présente une étude systématique par l'analyse des courbes d'ordres deux, soit les sections coniques, avec leurs principales propriétés, dont celles relatives à leurs diamètres et centres, leurs tangentes. Donnant $yy = \alpha + \beta x + \gamma xx$ pour forme générale de leur équation, Euler les distribue en trois genres (hyperbole, ellipse, parabole) selon que le coefficient γ est positif, négatif ou nul, et en étudie les principaux éléments caractéristiques. Le septième chapitre porte sur la recherche des branches infinies, au travers d'une discussion sur le nombre et la multiplicité des facteurs simples (du premier degré) du polynôme formé par le seul terme de plus haut rang : pas de branche infinie en l'absence de facteurs simples, deux branches hyperboliques pour chaque facteur simple de multiplicité égale à un, et une étude plus précise à mener lorsqu'il y a des facteurs simples de multiplicités supérieures. Il y est fait un large usage des changements de coordonnées, comme dans le huitième chapitre prolonge le précédent par la recherche des asymptotes rectilignes et curvilignes. Les neuvième, dixième et onzième chapitres permettent à Euler de proposer une clas-

561. Pour ce qui suit, je m'appuie sur la traduction française réalisée par Jean-Baptiste Labey (Euler 1797).

sification des courbes d'ordre trois et quatre (selon le nombre et la nature de leurs branches infinies, comme Cramer), et d'étudier leurs principales propriétés. Les courbes d'ordre trois sont ainsi distribuées en seize espèces (au lieu des quatorze genres listés par Cramer) à partir de quatre cas distincts, selon la multiplicité des facteurs simples du terme de plus haut degré⁵⁶². Pour les lignes du quatrième ordre il envisage huit cas différents (comme Cramer) qui aboutissent à répertorier 146 genres, là où Cramer n'en identifiait que 58. Les chapitres suivants traitent du tracé des courbes, de leurs « affections » (tangentes et sous-tangentes en des points simples ou multiples), de leur courbure, inflexions et rebroussements, de leurs éléments de symétrie (diamètres). Dans les seizième et dix-septième chapitres, Euler explore d'autres manières de définir les courbes, en utilisant les coordonnées polaires, notamment; dans le suivant il s'intéresse aux cas de similitudes et d'affinités entre courbes obtenus par la variation de paramètres inclus dans l'équation. Enfin, les dix-neuvième et vingtième chapitres abordent les questions de l'élimination et de son problème inverse : la construction des équations. Il conclut ce second volume en sortant du champ des courbes algébriques, par un pénultième chapitre consacré aux courbes transcendentes, et un vingt-deuxième et dernier portant sur quelques problèmes trigonométriques.

Si les similitudes entre les deux ouvrages sont visibles au niveau des matières abordées et des résultats exposés, il existe en effet, comme le dit Cramer, des différences fortes, au niveau de l'organisation de l'ouvrage comme des méthodes employées. L'utilisation faite par Cramer du parallélogramme analytique de Newton (ou plutôt de sa variante triangulaire), pour dégager les termes prépondérants d'une équation et calculer des développements en série, ne se retrouve pas du tout chez Euler. L'étude détaillée des points singuliers (inflexions, rebroussements, etc.) produite par Cramer apparaît sous une forme bien plus resserrée chez Euler, qui fournit également beaucoup moins d'exemples que le Genevois pour illustrer ses résultats, et n'est pas aussi précis sur la mise en œuvre des manipulations algébriques. A contrario, ce dernier va un peu plus loin sur certains sujets : il s'appuie souvent sur la notion de fonction, définie dans le premier volume, qui lui est alors propre, utilise avec profit des formules de rotation des axes de coordonnées en début d'ouvrage, introduit les coordonnées polaires et les paramétrisations, inclut un chapitre sur les courbes transcendentes.

Conclusion de la seconde partie

Dans le cycle de vie d'un texte scientifique, sa genèse est sans doute la phase qui est la plus ambitieuse à étudier : l'enquête génétique demande de rassembler des sources nombreuses et variées afin de reconstituer les différentes étapes de sa conception et de sa rédaction, d'évaluer les dynamiques à l'œuvre tout au long du processus d'écriture, d'identifier les sources documentaires de l'auteur, et de comprendre les différents rôles (scientifique, pro-

562. C'est un critère équivalent à celui de Cramer, qui utilise le terme de *racine réelle* plutôt que de *facteur simple*. La différence entre les deux distributions en genres vient de ce que Cramer considère la nature des branches infinies, paraboliques ou hyperboliques, alors qu'Euler s'appuie sur une description plus précise selon la nature de leurs branches hyperboliques, selon qu'elles sont du type $u = \frac{A}{t}$, $u = \frac{A}{t^2}$ ou $u^2 = \frac{A}{t}$.

fessionnel, social) qui lui sont assignés et les motivations qui ont conduit finalement à sa publication.

Il a fallu dix ans à Gabriel Cramer pour écrire et publier son livre, l'œuvre d'une vie. Cette remarquable durée de gestation permet d'inscrire cette enquête génétique dans un temps long, et la biographie de son auteur, établie dans la première partie de ce mémoire de thèse, apporte ici tout son éclairage sur les étapes successives l'écriture du traité au cours de cette décennie. Fort de cette connaissance sur la vie du Genevois, il est possible de reconstituer la chronologie de l'écriture du traité en la mettant en regard des événements qui jalonnent sa biographie, notamment à l'aide de sa correspondance scientifique. Cramer s'est en effet plus ou moins ouvert de son projet à différents correspondants, ce dont on retrouve l'écho dans plusieurs lettres échangées avec Jean Jallabert à Genève et Nicolas Bernoulli à Bâle en 1740-1741, permettant de dessiner les contours et la portée du projet initial, rapidement mis en sommeil à cause de l'effort consenti pour l'édition des *Œuvres* de Jean I et de Jacques Bernoulli; puis dans celles avec Clairaut à Paris et surtout Euler à Berlin, au cours des années 1744-1745, qui lui ont permis de confronter ses intentions et ses progrès aux regards de ses pairs parmi les plus éminents et compétents, et de faire évoluer son manuscrit initial en y intégrant des améliorations, des précisions ou des corrections issues de leurs discussions sur le sujet des intersections des courbes ou des points de rebroussement; enfin dans celles avec ses soutiens parisiens pour l'élection à l'Académie des sciences de Paris, au premier rang desquels se trouvent Dortous de Mairan, Marie-Thérèse Geoffrin et Levesque de Champeaux. J'ai ainsi montré que les fonctions assignées au livre en devenir varient considérablement au cours du temps : initialement présenté comme un ouvrage nécessaire à la compréhension du traitement analytique de l'étude des courbes algébriques, voire comme l'expression d'un simple service rendu à un ami curieux du sujet, on voit qu'avec le temps les enjeux qui entourent sa publication deviennent plus politiques que scientifiques, et que le livre devient également un moyen ostensible de construire sa réputation et d'appuyer ses ambitions académiques, symbole d'une reconnaissance par ses pairs de la République des lettres vivement souhaitée par Cramer, comme l'explique d'ailleurs fort bien son parcours de vie. C'est l'occasion de constater l'action réciproque qu'exercent l'une sur l'autre les deux composantes de la dyade biographique œuvre/auteur : les événements de la vie de l'auteur influe naturellement sur la marche du projet éditorial, mais les raisons d'être acquises par l'œuvre au fur et à mesure de son avancement agissent également sur le parcours de son créateur.

Au-delà de ces premières représentations, l'étude des manuscrits de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* conservés à la Bibliothèque de Genève, pièce maîtresse du dossier génétique, permet d'entrer dans le texte lui-même et de percevoir certaines des dynamiques d'écriture du traité. L'analyse fine de ces manuscrits, basée sur les diverses corrections, insertions, déplacements et réécritures de contenu qui y sont visibles, montre qu'ils forment un ensemble hétérogène dont les différentes parties, assemblées a posteriori dans ce recueil, sont issues de différents stades de la rédaction du traité, que je date des années

1745-1746. L'identification de ces différentes parties, et des dynamiques structurelles et sémantiques internes qu'elles permettent de mettre en évidence, sont riches d'enseignement : au cours de cette courte période, qui suit les échanges avec Euler et précède son second séjour parisien, on voit l'auteur travailler et réorganiser son texte pour le rendre plus accessible, intelligible, complet et précis. La comparaison du texte de ces manuscrits avec celui du livre publié, si elle ne permet de mettre en lumière que des changements marginaux, confirme toutefois le souci de pédagogie qui anime l'auteur tout au long de la réalisation de son projet éditorial.

Enfin, l'étude des contenus et des méthodes du livre publié, ainsi que l'inventaire des références bibliographiques qui en parsèment les pages, permettent de situer l'*Introduction* dans un corpus bien défini sur les courbes algébriques, et de l'inscrire dans une filiation qui débute avec l'*Enumeratio* de Newton, texte fondateur, à la fois inspiration principale et contre-modèle (sur le plan pédagogique) pour le traité de Cramer. Cette filiation inclut les travaux intermédiaires de Taylor, Stirling et 's Gravesande sur lesquels il s'appuie pour la mise en action des méthodes analytiques pour l'étude des courbes, et ceux des académiciens parisiens L'Hospital, Maupertuis, Nicole, Bragelongne et De Gua de Malves, qu'il vient compléter, préciser et parfois corriger. Enfin, la proximité et la complémentarité du traité de Cramer avec le second volume de l'*Introduction à l'analyse des infiniment petits* d'Euler, paru en 1748, dont l'objet est similaire mais les méthodes sensiblement différentes, en font de proches « cousins » dont le destin sera tout d'abord très lié, avant de connaître des fortunes différentes, comme je le montrerai dans la troisième partie de ce mémoire. Cette recherche des filiations et des cousinages, pour filer la métaphore de l'héritage familial, implique des recherches plus profondes que le simple relevé des références explicites, recherches menées au travers d'une tentative de reconstitution de sa bibliothèque de travail et de la circulation des documents et manuscrits dans son réseau de correspondance, qui nous renseignent sur l'étendue de sa documentation personnelle et son acculturation au sujet des courbes algébriques, sans qu'il m'ait été possible de mettre à jour d'autres sources implicites ou non citées pour l'*Introduction*.

L'étude de cette première phase du cycle de vie de l'ouvrage de Cramer étant maintenant terminée, passons à la suivante, celle des lectures et réceptions de l'*Introduction* qui, dans une temporalité très différente de celle de sa genèse, s'inscrit dans le temps long qui suit sa publication.

Troisième partie

Réceptions et postérité de l'*Introduction*

Dans cette dernière partie, j'explorerai le second temps de l'« histoire de vie » du traité des courbes : celui où, devenu un objet matériel, il est lu, critiqué, utilisé et cité par différentes sortes de lecteurs dans la seconde partie du XVIII^e siècle et au cours long du XIX^e siècle. Tel Évariste Galois, mort en 1832 en tant que personne, mais qui comme « personnage », après cette date, « *a connu des vies multiples et est encore bien vivant* » (Ehrhardt 2011, p. 17), le texte de Cramer, une fois publié et figé dans sa textualité, échappe à son auteur, circule, et continue de vivre dans le regard porté par ses lecteurs, dans l'exploitation de ses contenus dans les activités de recherche de ses successeurs, algébristes ou géomètres, dans les restitutions proposées dans les articles des encyclopédistes et les annales des historiens. Les premières lectures par les contemporains de Cramer, notamment les correspondants auxquels il a adressé un exemplaire de son ouvrage, et les journalistes qui en écrivent les premières recensions, permettent d'en évaluer la première réception. Dans un temps plus long, l'étude de la réception de l'ouvrage dans différents corpus (les encyclopédies et dictionnaires, les ouvrages de recherche mathématique, les manuels d'enseignement, les revues mathématiques) indique de quelle manière le texte est perçu depuis le point de vue de chacun des acteurs, selon leur situation chronologique et géographique, au gré des mutations de leur champ d'activité. Car ce qui est lu, retenu et exploité du livre de Cramer dépend bien entendu du point d'observation où se place son lecteur, et les trajectoires seront perçues comme différentes selon l'époque, l'angle de visée (perspectives mathématiciennes, encyclopédistes ou historiennes) et la focale (champ d'activité, niveau de spécialisation) choisis par les observateurs.

La démarche biographique, en articulant ces différents points de vue autour d'un objet unique, permet de revisiter les évolutions des pratiques et des connaissances mathématiques dans un espace géographique hétérogène (je circonscrirai mes recherches à la France, l'Allemagne et la Grande-Bretagne) tout au long de la période allant de 1750 aux premières décennies du XX^e. Les géomètres de la seconde partie du XVIII^e siècle continuent-ils d'étudier et classifier les courbes algébriques de haut degré? Comment l'approche algébrique de Cramer résiste-t-elle à la généralisation du recours au calcul différentiel en géométrie analytique? Quelle place pour le traité dans les manuels d'enseignement, les dictionnaires mathématiques, les encyclopédies généralistes ou spécialisées? Quel regard porté au XIX^e siècle sur l'*Introduction* par les tenants de la géométrie synthétique en France, par les acteurs du renouveau de la géométrie des coordonnées en Allemagne? Quelle appropriation des contenus algébriques du traité par les mathématiciens qui vont poursuivre leurs recherches sur l'élimination des inconnues, entre équations du premier degré ou de degrés supérieurs? Quelle actualité pour les méthodes en œuvre par Cramer au début du XX^e siècle? En suivant les trajectoires de l'*Introduction* au travers des yeux des divers acteurs des mathématiques sur la période étudiée, comme pour les trajectoires individuelles étudiées dans les entreprises biographiques « classiques », on observe également les différents arrière-plans devant lesquels notre objet d'étude évolue, et l'on peut répondre à de nombreux questionnements historiques issus de ces observations, dans la cohérence d'un projet biographique.

Chapitre 8

Réception immédiate : diffusion, réactions, recensions

Dans ce chapitre je m'attacherai à étudier les différentes lectures de l'*Analyse des courbes* de Gabriel Cramer contemporaines de sa parution. Pour ce faire, j'utiliserai les différentes critiques et recensions parues dans les journaux de la République des lettres (notamment le *Journal des Sçavans* de Paris et les *Nova acta eruditorum* de Leipzig) ; mais le point de vue des journalistes, s'il peut être intéressant, se résume souvent à un avis de parution, résumant l'ouvrage à destination d'un public large supposé sans connaissances précises sur le sujet du traité, et donc souvent dépourvu de distance critique sur les objets de savoir mathématique qu'il contient.

C'est donc en essayant d'adopter le regard même de ses pairs géomètres sur le traité des courbes que je pense trouver les points de vue les plus pertinents sur ses contenus, et la manière dont il a été accueilli par la communauté savante. La correspondance entretenue par le Genevois avec les plus éminents membres de cette communauté est à cet égard très riche d'enseignements : les critiques d'un Nicolas Bernoulli sur la méthode des séries telle qu'elle y a été mise en œuvre, les regrets d'un Leonhard Euler qui, à la lecture du texte de Cramer, aurait souhaité perfectionner certains passages de son propre traité sur le sujet paru deux ans auparavant, mais surtout les riches et denses échanges avec un D'Alembert qui, lecteur attentif, questionne précisément les points du traité qui lui posent quelque difficulté, toutes ces lettres constituent un matériau précieux pour étudier et comprendre la réception immédiate du traité dans les mois qui ont suivi sa publication au début du mois d'août 1750. Je commencerai d'ailleurs par là : comment le Genevois assure-t-il et accompagne-t-il la première diffusion des exemplaires de son ouvrage à la sortie des presses d'imprimerie des frères Cramer ?

Première diffusion

Gabriel Cramer s'emploie, dès la sortie de son ouvrage des presses genevoises de ses cousins imprimeurs, à diffuser plusieurs dizaines de ces exemplaires aux quatre coins de l'Europe savante : Paris, Berlin, Bâle, La Haye et Cambridge, pour le moins.

Dès le 10 juillet⁵⁶³, Cramer prépare avec Dortous de Mairan l'envoi d'une vingtaine d'exemplaires à Paris, laissant la distribution à la charge de son correspondant :

« Il se presente une occasion de vous demander une nouvelle faveur, et si vous le permettez j'userai, ou abuserai peut être, de la bonté que vous avez pour moi. C'est au sujet de mon Ouvrage sur les Courbes, dont la dernière feuille est sous la presse. Je desire en faire passer à Paris quelques exemplaires pour être présentés aux amis avant qu'il soit tout à fait public. Oserois-je vous supplier de vous charger de cette distribution. Dans ce cas j'enverrois par la Diligence de Lyon, un Pacquet de 22 ou 23 Exempl[aires], a quelcun de Paris, qui le feroit passer chez vous, d'où vous les ferés tenir à leur adresse. [...] Si vous daignés m'acorder cette grace, je ne vois plus de difficultés à mon Projet, que celles qu'y peut faire naitre la Chambre Syndicale : elles ne peuvent même aboutir qu'à quelques longueurs, car que pourroit on trouver à dire sur un livre de pures mathematiques. J'ai eu quelque dessein d'en écrire à Mr le Chancelier, mais j'ai craint de l'importuner pour un si petit Objet. »

Dortous de Mairan accepte bien volontiers, et prévient lui-même le chancelier D'Aguesseau afin de lui demander que l'envoi à Paris puisse se faire sous son adresse pour éviter toutes les difficultés liées au transport des livres, requête à laquelle il accède sans difficulté⁵⁶⁴. Cramer, le 5 août, alors que les feuilles de son ouvrage sont à peine sorties des presses de l'imprimeur, procède à l'expédition du paquet franco sous l'adresse du Chancelier D'Aguesseau et accompagne cet envoi d'autant de lettres adressées aux bénéficiaires⁵⁶⁵. Celle réservée à Dortous de Mairan porte justement la liste des bénéficiaires des vingt-deux exemplaires ainsi expédiés, presque tous aristocrates influents ou membres importants de l'Académie⁵⁶⁶ : le Chancelier D'Aguesseau⁵⁶⁷ lui-même, le comte D'Onsenbray, Trudaine, Monsieur de Montigny⁵⁶⁸, le marquis de Courtivron⁵⁶⁹, Fontenelle, Cassini, Camus, le Père Castel, Bouguer, Réaumur, Nicole, Clairaut, La Condamine, Grandjean de Fouchy, Buffon, D'Alembert, l'abbé Nollet, l'abbé De Gua de Malves, et Dortous de Mairan lui-même, le vingt-et-unième exem-

563. Lettre de Gabriel Cramer à Dortous de Mairan, Genève, 10 juillet 1750.

564. Lettre de Dortous de Mairan à Gabriel Cramer, Paris, 22 juillet 1750.

565. Nous avons aujourd'hui plusieurs minutes de ces lettres, toutes datées du 5 août 1750, conservées à la Bibliothèque de Genève sous la cote BGE Ms Fr 657b, f 66-71. Les destinataires en sont Dortous de Mairan, Buffon, Clairaut, D'Alembert et Trudaine.

566. Lettre de Gabriel Cramer à Dortous de Mairan, Genève, 5 août 1750.

567. En plus d'occuper la haute fonction de Chancelier de France, il est alors membre honoraire de l'Académie royale des sciences.

568. Cela pourrait être Jean Charles Philibert Trudaine de Montigny, fils de Daniel-Charles Trudaine, alors âgé de seulement dix-huit ans.

569. Dans ce cas précis ce n'est qu'une hypothèse, la lecture étant difficile à cet endroit, mais il est possible d'y déchiffrer « Mr le M[arquis] de Courtiv[ron] ». Ce dernier, né en 1715, proche de Clairaut, fut élu adjoint-mécanicien à l'Académie des sciences en 1744, et publia un *Traité d'optique* à Paris en 1752, dans la préface duquel Cramer (avec l'orthographe Kramer) est mentionné.

plaire étant destiné à la Société du Journal des Sçavans, qui en écrira une recension. Le paquet contenant ces vingt-deux exemplaires, sous forme de feuilles non reliées⁵⁷⁰, arrive à Paris aux alentours du 12 août. Dortous de Mairan procède à la distribution des vingt et un exemplaires à leurs destinataires; quant au vingt-deuxième exemplaire, dont le choix du bénéficiaire est laissé par Cramer à la discrétion de Dortous de Mairan, il sera remis au comte d'Argenson⁵⁷¹.

Enfin nous savons également que Cramer envoya à part un vingt-troisième exemplaire au marquis de Paulmy⁵⁷² sur les conseils de Levesque de Champeaux, qui voyait en lui un protecteur suffisamment influent pour favoriser l'élection de Cramer à l'Académie royale des sciences⁵⁷³: l'ouvrage de Cramer vient ainsi rejoindre la bibliothèque de Paulmy qui deviendra, au cours du XVIII^e siècle, une des plus imposantes collections de livres de son temps⁵⁷⁴.

Paris est la cible principale de Cramer, en termes stratégiques comme en nombre d'exemplaires envoyés. Mais il n'en oublie pas pour autant les autres centres intellectuels de la République des lettres, dans des envois aux proportions toutefois plus modestes. Ainsi, dès le 2 août 1750, il écrit⁵⁷⁵ à Maupertuis à Berlin pour lui envoyer trois exemplaires dont un est destiné Euler et un autre à Formey. Le 4, il envoie⁵⁷⁶ trois exemplaires à Nicolas Bernoulli à Bâle, avec pour charge d'en remettre un à chacun de ses cousins Daniel et Jean. Le même jour il en adresse un autre à Jean-Philippe Loys de Cheseaux à Lausanne⁵⁷⁷ et, le 15, un de plus à Samuel König à La Haye⁵⁷⁸. Enfin, le 1^{er} septembre, il expédie deux exemplaires⁵⁷⁹ à Cambridge, à destination de Patrick Murdoch⁵⁸⁰ et Robert Smith.

Nous n'avons ici très probablement qu'une petite partie des lettres envoyées par Cramer pour signaler la publication de son livre et en distribuer les premiers exemplaires; dans une lettre à madame du Romain⁵⁸¹, il indique que « *la distribution [l]'a obligé à écrire plus de 60 lettres* ».

570. Les libraires genevois expédiaient régulièrement leurs ouvrages sous cette forme, notamment parce que les relieurs genevois étaient considérés comme très chers, quitte à faire relier leurs ouvrages à Lyon ou à Avignon (Bonnant 1999, p. 44). En l'espèce Cramer recommande à Dortous de Mairan et aux autres bénéficiaires de son envoi d'attendre quelques mois que les feuilles aient complètement séché avant de faire relier leur volume car, si on le fait trop vite, elles « *maculent sous le marteau du relieur* ».

571. Lettre de Gabriel Cramer à Dortous de Mairan, Genève, 7 septembre 1750.

572. Ce neveu du comte d'Argenson occupait alors la fonction d'Ambassadeur de France en Suisse. Voir p. 179.

573. Cramer remercie Levesque de Champeaux de son conseil dans sa lettre du 7 septembre, dont un brouillon est conservé à la BGE sous la cote Ms. Fr. 657b f. 75.

574. La collection du marquis de Paulmy, forte de plus de 52 000 volumes en 1785, est à l'origine de la Bibliothèque de l'Arsenal à Paris.

575. Lettre de Gabriel Cramer à Maupertuis, Genève, 2 août 1750, éditée dans Le Sueur (1896, p. 417).

576. Lettre de Gabriel Cramer à Nicolas Bernoulli, Genève, 4 août 1750.

577. Lettre de Gabriel Cramer à Jean-Philippe Loys de Cheseaux, Genève, 4 août 1750.

578. Lettre de Gabriel Cramer à Samuel König, Genève, 15 août 1750.

579. Lettre de Gabriel Cramer à Patrick Murdoch, Genève, 1^{er} septembre 1750.

580. Auteur d'un ouvrage intitulé *Neutoni Generis Curvarum per Umbras* dans lequel il cite Cramer, laissant entendre que les deux hommes ont été en relation auparavant sur le sujet des courbes (Murdoch 1746, p. 87-88).

581. Lettre de Gabriel Cramer à madame du Romain, Genève, 1(7) août 1750. Le jour de la date est difficilement déchiffrable.

Ce sont donc au moins trente-trois exemplaires du traité (sans compter ceux réservés à ses amis genevois) qui sont offerts et distribués par son auteur à ses principaux correspondants dans toute l'Europe, et peut-être même presque le double, si l'on considère qu'une lettre accompagne chacun des exemplaires expédiés. Celui-ci est ensuite vendu par les libraires Cramer et Claude Philibert : on le trouve dans leur catalogue des livres français l'année 1752 au prix de 20 livres tournois, prix en « *monnoye de France* » (*Catalogue général des livres français qui se vendent chez les Fr. Cramer & Cl. Philibert, imprimeurs & libraires à Genève 1752*). Je n'ai pas pu retrouver d'archives commerciales de la librairie des frères Cramer pour les années 1750-1755, similaires à celles dont on dispose aujourd'hui pour la Société Typographique de Neuchâtel par exemple : je ne suis donc pas en mesure de donner une idée du nombre de volumes imprimés ou vendus, ni de mener une étude de dissémination qui nous aurait éclairé sur la circulation du livre juste après sa publication. Nous savons néanmoins que la librairie des frères Cramer et de Claude Philibert ont des relations commerciales avec toute l'Europe, ne se limitant pas aux marchés protestants de Grande-Bretagne et des Provinces-Unies : leurs livres – traitant de théologie, d'histoire, mais aussi de philosophie et de sciences – sont distribués de la péninsule ibérique (point de départ vers l'Amérique latine) aux États du Nord (Scandinavie, Russie, Pologne), en passant par l'Italie (Bonant 1999). Lorsque le livre n'est pas acheté directement auprès des libraires genevois, il est présent dans les catalogues de livres d'assortiment des libraires étrangers, comme celui des libraires Luchtman de Leyde (p. 206). Une étude systématique des catalogues de libraires disponibles pour la période 1750-1800 serait intéressante à mener mais nous emmènerait trop loin des objectifs initiaux de cette étude⁵⁸².

L'ouvrage n'a pas connu de réédition, et il semble qu'il soit devenu difficile de le trouver au tournant du nouveau siècle, cinquante ans après sa parution : Jacques Charles Brunet, dans son *Supplément au Dictionnaire bibliographique, historique et critique* mentionne que « *ce volume est devenu fort rare, et il a été poussé à 29 liv., chez M. de Mirabeau, mais ordinairement 18 à 24 liv.* » (J. C. Brunet 1802, p. 124). De même, dans le *Catalogue des livres de la bibliothèque de M. C. de la Serna Santander*⁵⁸³, le traité de Cramer apparaît avec la mention « *Ouvrage très-estimé et peu commun* » (La Serna Santander 1803, p. 167).

Premières lectures à Bâle, Berlin, Paris

Les critiques de Nicolas Bernoulli

Parmi les toutes premières réponses aux lettres envoyées par Cramer au mois d'août 1750, on trouve celles des deux cousins Jean II et Nicolas Bernoulli. Le premier fait une

582. Pour une étude sur la librairie helvétique dans la seconde partie du XVIII^e siècle, lire Inderwildi (2008).

583. Charles Antoine de la Serna Santander (1752-1813) est un jésuite d'origine espagnole, bibliothécaire de l'École centrale de Bruxelles.

réponse⁵⁸⁴ dans laquelle il accuse réception de l'ouvrage, avant d'adresser quelques remarques très générales :

« Cette dernière [production] surtout doit vous attirer bien des remerciements de la part de tous les amateurs de la Géométrie par le grand besoin qu'on a de bons livres de cette nature et parce qu'il y a bien peu de Savans qui puissent ou qui veuillent les composer. Tous les Géomètres, eux mêmes de votre ordre, n'ont pas le talent et moins encore la généreuse complaisance de faire des livres qui soient également utiles et aux commençans et à leurs semblables, qui n'aient rein de rebutant pour les uns ou de dégoûtant pour les autres. Quoique le vôtre ne comportât pas une nouveauté générale et que vous ayés été obligé d'y mettre bien des choses trouvées par d'autres, cependant ce que vous y avés mis du vôtre independamment de ce qu'il y a de nouveau, c'est à dire, cet ordre charmant, cette netteté et cette clarté si soulageante pour le lecteur, ce choix enfin si judicieux des choses que vous avez puisées dans d'autres auteurs, tout cela en fait une lecture utile et amusante pour ceux même pour qui la matière n'est pas neuve. »

Il n'est pas certain que Jean II Bernoulli ait bien lu le livre en détail : tout ce qu'il dit ici ne nécessite pas plus que d'avoir lu la préface (qu'il se contente, finalement, de paraphraser) et rapidement parcouru les chapitres. La critique disant que le livre ne contienne « *pas une nouveauté générale* » est quelque peu sévère et finalement plutôt incorrecte. Je n'ai pas d'indication que les échanges entre les deux hommes aient pu continuer au-delà de cette lettre du 22 août.

Plus intéressante est la réponse de Nicolas Bernoulli⁵⁸⁵. Dans une première lettre en date du 19 août (soit deux semaines à peine après l'envoi de Cramer) le Bâlois fait état des remerciements d'usage et déplore que, « [n'ayant] *plus l'esprit tourné du côté des mathématiques* », la lecture du traité lui demandera du temps et de l'application. Néanmoins il ajoute quelques lignes plus loin cette remarque sur la méthode des séries telle qu'elle a été employée par Cramer, laissant voir qu'il a été déjà un lecteur attentif sur certains points du traité :

« Je vois que la doctrine de Séries constitue le principal fondement de vôtre Traité, et que vous avés perfectionné la Méthode du Parallélogramme de Mr. Newton. Je ne veux pas disputer à ce Parallélogramme, ou au triangle algébrique, leur merite, mais permettes moi de repeter à cette occasion ce que j'avois autrefois eu l'honneur de vous écrire sur cette matière. Outre que cette méthode ne peut pas toujours s'appliquer aux équations differentielles, comme Mr. Taylor en convient in Scholio ad Prop. 9 Meth. Incr. il me semble qu'on peut s'en passer même dans les équations algébriques, et qu'on peut trouve les Series (sinon plus, ce que j'ose presque affirmer du moins) aussi commodément sans le secours du parallélogramme ou du triangle et sans craindre l'inconvénient dont vous parlés à la page

584. Lettre de Jean II Bernoulli à Gabriel Cramer, Bâle, 22 août 1750.

585. Lettre de Nicolas Bernoulli à Gabriel Cramer, Bâle, 19 août 1750.

155 en mettant d'abord $y = Ax^\alpha + Bx^\beta + Cx^\gamma + Dx^\delta$ & c. au lieu que Vous faites successivement $y = Ax^h + u$, $u = Bx^i + t$, & c. »

La principale critique concerne donc l'universalité de la méthode du Parallélogramme, qui ne s'applique pas aux équations différentielles et qui peut même être évitée pour les équations algébriques. Suit, sur près de trois pages, le détail d'une méthode générale appliquée à un exemple issu du livre même de Cramer (situé p. 205) de mise en œuvre du calcul d'une série sans le secours du triangle algébrique. Comme le souligne Nicolas Bernoulli, ce passage renvoie à un précédent échange de lettres entre les deux hommes datant de l'été 1736 : le 28 août de cette année-là⁵⁸⁶, Cramer priait le Bâlois de bien vouloir lui fournir le détail d'« *une méthode pour la résolution des Equations qui [lui] donne des Suites bien plus generales que celles que fournit le Parallelogramme de Mr. Newton* », ce à quoi Nicolas Bernoulli a longuement répondu (en latin cette fois) dans sa lettre du 26 septembre suivant⁵⁸⁷. Dans sa réponse⁵⁸⁸ du 1er septembre 1750, Cramer défend son choix en expliquant à son correspondant qu'il a en effet envisagé bien des méthodes différentes, mais que celle du Parallélogramme (ou, ce qui revient au même, du Triangle algébrique) présente des avantages :

« *Outre que c'est une méthode connue, et dont le procédé n'étoit point encore exactement démontré nulle part, j'avois fait usage de ce Triangle pour donner à chaque terme de l'équation sa véritable place, & pour opérer quelques transformations, ainsi les frais de plusieurs definitions etoient faits : mais d'ailleurs j'ai trouvé cet avantage à chercher successivement les termes d'une Série par le moien du triangle, c'est qu'on y voit avec plus de distinction jusqu'où vont les Termes que j'appelle irréguliers, & où commencent les Termes réguliers, ce qui est fondamental pour la division des Lignes de chaque ordre en leurs genres & pour l'énumération des points multiples de chaque degré.* »

À l'appui de motivations opératoires⁵⁸⁹, Cramer invoque un argument de simplicité : la méthode du triangle est « *le plus souvent, quoique non pas toujours, la plus courte & la plus facile a pratiquer & surtout à exposer* ». Ce souci pédagogique ici réaffirmé, que j'ai déjà mis en lumière à de nouvelles reprises, est vraiment structurant dans les choix éditoriaux de Cramer, et c'est ce point de vue qu'il défend et souhaite faire valoir dans cette lettre à Nicolas Bernoulli. Cet échange se poursuit avec une lettre du Bâlois au Genevois, datée du 30 septembre⁵⁹⁰, dans laquelle le premier explicite et détaille sa « *méthode pour trouver les séries* », en l'appliquant à nouveau à quelques exemples issus du livre de Cramer. L'insistance de Bernoulli à convaincre Cramer de la simplicité et de l'universalité de sa méthode ne recevra pas de réponse, en tous cas pas de réponse qui nous soit connue : cette lettre du 30 septembre

586. Lettre de Gabriel Cramer à Nicolas Bernoulli, Genève, 28 août 1736.

587. Lettre de Nicolas Bernoulli à Gabriel Cramer, Bâle, 26 septembre 1736.

588. Lettre de Gabriel Cramer à Nicolas Bernoulli, Genève, 1er septembre 1750.

589. Un exposé des motivations opératoires que l'on peut juger incomplet par ailleurs : la position des déterminatrices sur le triangle algébrique, par exemple, permet rapidement au lecteur de déterminer la nature des branches infinies des courbes. Voir G. Cramer (1750b, p. 243 et suivantes).

590. Lettre de Nicolas Bernoulli à Gabriel Cramer, Bâle, 30 septembre 1750.

est la dernière lettre conservée de leur riche correspondance débutée vingt-trois ans auparavant.

Les regrets d'Euler

Maupertuis réceptionne les exemplaires envoyés par Cramer à Berlin dans le courant du mois de septembre, et communique à Formey et Euler ceux qui leur sont destinés. Le 10 octobre Formey est le premier à écrire à Cramer pour le remercier, mais concède ne pas être en capacité de le lire : « *Il me fait regretter de n'être pas un des adeptes dans les sciences sublimes que vous y traitez : mais ce sont lettres closes pour moi, et je suis trop avancé dans ma course pour y penser.* »⁵⁹¹. Il ajoute qu'il a copié un extrait de la préface pour être publié dans la *Nouvelle Bibliothèque Germanique* : cet extrait est effectivement publié dans le numéro du dernier trimestre, qui en effet paraphrase presque mot pour mot la préface écrite par Cramer (Formey 1750). Maupertuis répond à son tour le 13 octobre mais dit lui aussi ne pas être en capacité de le « *suivre dans [ses] sublimes recherches* » : « *je suis si loin maintenant de la Géométrie que je ne puis vous parler que du plaisir avec lequel je l'ay reçu* »⁵⁹².

Eu égard à leurs échanges précédents, et à la proximité de l'objet du traité de Cramer avec le second volume de son *Introductio in analysin infinitorum* (Euler 1748), la réaction la plus intéressante vient de Leonhard Euler, qui lui adresse une réponse détaillée le 15 octobre⁵⁹³. Euler dit avoir « *presque entièrement achevé* » la lecture du traité dès le 25 septembre, et semble en retirer une certaine amertume, reconnaissant des erreurs dans son propre ouvrage qu'il détaille tout au long de sa lettre⁵⁹⁴ :

« *C'est trop d'honneur que Vous faites à mon traité sur la meme matiere, en le mettant en parallel[e] avec le Votre, car maintenant je viens de reconnoitre, que je n'ai pas pris toutes les précautions nécessaires pour bien developper la nature des branches qui s'etendent à l'infini et que suivant ma methode je me pourrois souvent tromper meme sur l'existence de ces branches. La raison en est, que je n'ai pas fait attention aux termes ulterieurs dans les équations qui expriment la nature des branches infinies, ou des points multiples, ayant regardé ces termes comme évanouïssans par rapport aux premiers, comme ils le sont en effet, sans que je me sois aperçu que ces termes peuvent quelquefois devenir imaginaires.* »

Euler revient également sur les points de rebroussement de seconde espèce, et la correction qu'il a voulu faire insérer dans son ouvrage, maladroitement opérée par son imprimeur lausannois, Bousquet. Il rappelle à Cramer qu'il a traité plus soigneusement la question dans un mémoire lu devant les membres de l'académie de Berlin (Euler [1748] 1750). Il poursuit sa lettre en critiquant durement (et sans doute exagérément) son propre ouvrage, regrettant ces erreurs, et encense le traité de Cramer :

591. Lettre de Jean Henri Samuel Formey à Gabriel Cramer, Berlin, 10 octobre 1750.

592. Lettre de Maupertuis à Gabriel Cramer, Postdam, 13 octobre 1750.

593. Il répond à une lettre de Cramer, aujourd'hui perdue, datée du 25 septembre.

594. Lettre de Leonhard Euler à Gabriel Cramer, Berlin, 15 octobre 1750.

« A cause de ce défaut et encore d'autres dont mon ouvrage est defiguré, je Vous felicite d'avoir enrichi le public d'un ouvrage accompli sur cette matiere, qui etant delivré de tout défaut explique la theorie des lignes courbes aussi solidement que clairement. J'ai surtout admiré Vos appendices, qui renferment de très importants éclaircissemens pour l'algebre, à laquelle il manque encore, tout comme Vous le remarques quantité de choses : où il faut sans doute rapporter l'elimination des inconnues. »

L'hommage du savant bâlois est appuyé, et la renommée de son auteur, pour qui le sujet traité est bien connu, lui donne encore davantage de poids. « J'éprouve que rien n'égale la douceur de se voir approuvé par celui qui mérite l'approbation & l'estime de tout le monde », lui répond le Genevois dans une lettre datée du 27 novembre⁵⁹⁵. La suite de la lettre d'Euler concerne justement cette question de l'élimination des inconnues entre deux équations algébriques, et le théorème sur le nombre de points d'intersection de deux courbes d'ordres m et n , qui font l'objet du second appendice du traité des courbes de Cramer. Euler annonce avoir travaillé la démonstration de ce théorème suite à leurs échanges de 1744-1745. Il a publié sa propre méthode d'élimination en 1748, d'abord dans un mémoire de l'Académie de Berlin, puis dans le chapitre XIX de son *Introductio in analysin infinitorum*⁵⁹⁶ (Penchèvre 2004). C'est ainsi qu'il écrit, dans la suite de sa lettre :

« je vois avec bien du plaisir que Vous avez tiré Votre Demonstration du menu principe dont je me suis servi en regardant les racines des équations. Mais Vous avez poussé cette recherche beaucoup plus loin que moi, ayant trouvé une methode de former d'abord l'equation, qui doit resulter après l'élimination au lieu que je me suis contenté de m'assurer sur le degré de cette équation. »

Euler ajoute néanmoins avoir trouvé « une autre méthode aussi praticable, qui conduit seurement dans chaque cas à l'equation la plus simple, qui puisse resulter après l'elimination » et expose cette méthode en toute généralité en quelques lignes, qui est proche de celle qu'il donne dans son *Introductio in analysin infinitorum* (Euler 1797, p. 266 et suivantes), et qui présente l'avantage d'éviter l'usage des notations compliquées de Cramer. Ce dernier défend son approche et répond, le 27 novembre⁵⁹⁷, qu'il est tout de même « utile de trouver les sommes des produits faits en diverses manieres pour toutes les racines des équations », et illustre son propos en l'appliquant à un théorème d'algèbre de Newton. L'échange entre les deux hommes se suspend alors pendant une année environ : Euler ne répond à la lettre de Cramer que le 2 novembre 1751⁵⁹⁸. Dans cette dernière lettre – Cramer est alors très malade, et mourra deux mois plus tard – Euler revient sur la méthode qu'il a proposée dans sa lettre précédente, et concède qu'elle est imparfaite :

595. Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Genève, 27 novembre 1750.

596. Voir Euler (1748) ou, pour la traduction française, Euler (1797, p. 245 et suivantes).

597. Lettre de Gabriel Cramer à Leonhard Euler, Genève, 27 novembre 1750.

598. Lettre de Leonhard Euler à Gabriel Cramer, Berlin, 2 novembre 1751.

« Je dois pourtant avouer que je n'en ai pu tirer les avantages dont je m'étois flatté car pour peu que les equations sont compliquées, on tombe d'abord dans des formules si embrouillées qu'on perd toute la patience de poursuivre le calcul. »

Par ailleurs, il convient que les notations de Cramer présentent bien des avantages :

« Plus que je considere la maniere d'exprimer Vos formules pour les facteurs des racines des équations, plus j'en admire les avantages qu'elle fournit dans cette espece de recherches, et je ne doute pas qu'une semblable methode de s'exprimer ne soit propre à porter toute l'algebre à un plus haut degré de perfection. »

On voit ainsi que, contrairement à bien d'autres lecteurs contemporains de la parution du traité, Euler perçoit fortement toute la richesse et l'importance des résultats algébriques contenus dans l'ouvrage de Cramer. D'autres suivront et prolongeront, au XIX^e siècle notamment, les travaux des deux hommes sur l'élimination.

Il faut également ici signaler la recension tardivement parue dans les *Nova Acta Eruditorum* de janvier 1752 (Anonyme 1752b), dont l'auteur n'est hélas pas connu⁵⁹⁹. Celle-ci est tout à fait flatteuse pour le Genevois, dont l'ouvrage se voit mis à hauteur de celui d'Euler ; parlant de la recherche d'une théorie générale des courbes, dans laquelle se sont déjà illustrés Stirling, Nicole et Bragelongne, et enfin De Gua de Malves, l'auteur déclare :

*« Mais celui qui exposerait, d'après l'usage établi, la matière en entier, à ce jour il n'y en a eu aucun. En effet, il arrive au meilleur de cette science ce que, il n'y a pas si longtemps, nous avons reçu de deux très savants Analystes deux Traités sur ce sujet, dont l'un est celui du très célèbre Euler, intitulé Introductio in Analysin infinitorum, dont nous avons fait un commentaire l'année dernière, l'autre – et celui-ci développant tout cela plus abondamment, nous l'avons en ce moment en mains – le livre du très illustre Cramer. »*⁶⁰⁰

Suivent dix pages qui s'attachent à détailler au lecteur le contenu de chacun des treize chapitres et trois annexes du livre de Cramer. Le livre est conseillé à quiconque s'intéresse et étudie l'analyse, et l'auteur encourage Cramer à développer la partie algébrique de l'ouvrage dans un nouveau traité, comme le Genevois le laisse entendre dans sa préface :

« Pour sa remarquable et réelle clarté elle-même, nous ne pouvons pas assez le recommander à ceux qui ont le goût de l'Analyse, surtout à ceux qui n'ont pas grandement progressé jusqu'ici. Du reste, comme il a été fait mention dans la Préface d'un Traité d'algèbre, écrit par l'Auteur; nous le demandons ici publiquement, encore et encore, au Très savant Homme, pour qu'il ne soit pas regardé d'un

599. Une étude a été menée pour la période 1682-1735 (Laeven et Laeven-Aretz 2014) mais nous n'avons hélas pas d'information pour les années ultérieures.

600. La version originale du texte en latin est la suivante : *« At, qui ex instituto rem totam pro dignitate exponeret, ad hunc diem exstitit nemo. Summo itaque hujus doctrinae bono accidit, quod haud ita pridem duos accepimus a duobus Analystis doctissimis hac de re Tractatus, quorum alter est Cel. Euleri, inscriptus : Introductio in Analysin infinitorum, de quo superiori Anno verba fecimus, alter, isque omnia adhuc fusius persequens, quem nunc in manibus habemus, liber Celeberrimi Cramer »* (Anonyme 1752b, p. 20). La traduction de ce passage m'a été communiquée par M. Jean-Charles Bonherbe de Rouville, qui a très aimablement répondu à une sollicitation de ma part sur les réseaux sociaux.

*œil malveillant par ceux qui cultivent les Mathématiques, qui, tous attirés par ce nouveau et si remarquable échantillon, sont soucieux et impatients de poursuivre.»*⁶⁰¹

Cette recension montre là aussi, comme dans le cas d'Euler, que son auteur discerne dans le travail de Cramer un fort potentiel à développer autour des outils et méthodes algébriques utilisés et développés par le Genevois : nous allons voir que cette lecture du traité n'est pas nécessairement partagée par tous les savants français à qui le livre a été adressé.

Lectures des académiciens à Paris

Bien entendu, les attentes les plus fortes de Cramer concernent les retours de ses lecteurs parisiens. Les enjeux sont à la fois scientifiques – Cramer, dans l'*Introduction*, reprend, prolonge et critique les travaux de Nicole, Bragelongne et De Gua de Malves – et stratégiques, car la parution de l'ouvrage est susceptible, s'il est bien reçu, de lui faciliter une élection comme associé étranger à l'Académie royale des sciences. Mais les premiers retours se font attendre : le 7 septembre, il déplore auprès de Levesque de Champeaux⁶⁰² (alors en prise de fonction à Hambourg) ne pas avoir eu de nouvelles du paquet envoyé à Paris un mois plus tôt⁶⁰³. Impatient, il prend les devants et décide de sonder directement ses correspondants parisiens ; ainsi, le 14 septembre, écrit-il à Clairaut⁶⁰⁴ une lettre dans laquelle on peut sentir la fébrilité du savant en attente du jugement de ses pairs :

« Vous aurés présentement reçu et peut être parcouru mon Analyse des Courbes. Hâtez-vous de m'en dire votre sentiment. J'attends mon arrêt avec inquiétude. Venant d'un aussi grand juge que vous, il sera juste, puisse-t-il être favorable. Je serois bien flatté d'une chose que je n'ose exiger de votre amitié; ce seroit que vous me fissiez part des remarques qui pourront vous venir dans l'esprit dans la lecture rapide et réfléchie que vous vous donnerez la peine de faire de ce livre. J'y trouverois sans doute une instruction qui me seroit infiniment utile et une critique que la politesse de votre caractère assaisonneroit de tout ce qui la peut faire goûter à l'amour propre le plus délicat. Vous entendés bien que ces remarques, si vous daignés m'en faire part, seront pour moi seul. Pardonez mon très cher Ami, toutes ces petites à la timidité d'un auteur nouveau né. Figurez vous une jeune épouse qui est dans l'embarras des premiers jours de son mariage. »

Si l'on fait exception de celles de D'Alembert (le seul parmi ses amis parisiens qui semble avoir lu avec attention son *Analyse des courbes*, qui feront l'objet de développements ulté-

601. La version originale latine est la suivante : « *Ob insignem vero perspicacitatem ipsum etiam Analyseos studiosis, haud adeo longe adhuc progressis, satis commendare non possumus. Ceterum, cum in Præfatione mentio fiat Tractatus algebraici, ab Autore exarati; publice hic rogamus etiam atque etiam Virum Doctissimum, ne hunc invidet Matheseos cultoribus, qui omnes, novo hoc tam eximio specimine allekti, anxia eum exspectatione persecuturi sunt* » (Anonyme 1752b, p. 32).

602. Lettre de Gabriel Cramer à Levesque de Champeaux, Genève, 7 septembre 1750.

603. Pour une raison inconnue, Dortous de Mairan a dû attendre longtemps avant de pouvoir récupérer le paquet, comme l'écrit Fontenelle à Cramer le 1^{er} octobre 1750.

604. Lettre de Gabriel Cramer à Clairaut, Genève, 14 septembre 1750 (Speziali 1955, p. 230-232).

rieurs pour rendre compte de leur richesse et de leur étendue), seules quelques réponses, pour la plupart polies mais peu argumentées, lui parviennent une à une au cours des semaines suivantes. Si l'on a perdu trace de la réaction de son fidèle ami Dortous de Mairan, et que l'on ne connaît pas de lettre de Buffon consécutive à la réception du livre, on a conservé les réponses des académiciens Clairaut, Fontenelle et Réaumur. Ce dernier par exemple, dans sa lettre du 10 novembre⁶⁰⁵, concède n'avoir eu le temps que de lire la préface et parcourir quelques chapitres : il écrit que l'ouvrage est « *tel que je l'attendois de vous, que les sujets y sont traités avec un ordre, une netteté et une précision qu'on admire en tres peu d'ouvrages de geometrie* » et qu'il croit « *pouvoir faire l'horoscope de cet ouvrage, en predisant sans crainte de [se] tromper qu'il deviendra un ouvrage classique. Le jour qu'il repand sur la plus importante partie de la nouvelle geometrie le rendra necessaire à tous ceux qui veulent faire quelque progres dans cette science.* ». Fontenelle, vieillissant⁶⁰⁶, avoue avoir renoncé à sa lecture, mais ajoute poliment que « *par sa seule inspection [il] voyai[t] bien qui promettoit bien de rare, de renouveau, de merveilleux.* »⁶⁰⁷.

Plus directement concerné par le sujet, et plus apte à en saisir l'importance, Clairaut écrit le 13 octobre⁶⁰⁸ que ses occupations actuelles ne lui permettent pas d'approfondir la lecture du traité de Cramer, mais qu'après avoir parcouru l'ouvrage il s'en montre satisfait et dit vouloir l'utiliser pour la publication d'une future *Application de l'algèbre à la géométrie* :

« *Il y a déjà du temps, mon cher Monsieur, que j'ai votre livre entre les mains, mais je ne suis guère en état de vous en parler comme l'ouvrage et l'auteur le mérite. Je l'ai parcouru fort à la hâte et j'ai été fort satisfait de ce que j'en ai vu. Les points multiples des courbes, le parallélogramme de Newton, la théorie des équations qui résultent de plusieurs autres, la manière de distribuer les courbes par classe, sont autant de points qui m'ont paru traités avec beaucoup d'élégance, de netteté et de nouveauté. Mais ce que j'en ai lu n'a été propre qu'à m'engager à le relire avec plus de soin quand mon travail sera fini. Et si je donne, comme je l'ai promis, la méthode d'appliquer l'algèbre à la géométrie, je compte faire un grand profit de vos recherches, car quoique je ne me sois engagé qu'à un ouvrage élémentaire je ne prétends qu'il puisse mener fort loin les jeunes géomètres qui l'étudieront, et il faudra pour cela que vous me serviez de boussole dans la route.* »

Répondant à Cramer qui le soupçonne de le « *railler* » et de « *badiner* » avec lui⁶⁰⁹ lorsqu'il annonce vouloir tirer profit de la lecture du traité pour son projet d' *Application de l'algèbre à la géométrie*, Clairaut insiste⁶¹⁰ :

605. Lettre de Réaumur à Cramer, Vaujour près Paris, 10 novembre 1750.

606. Il a alors plus de 93 ans.

607. Lettre de Fontenelle à Gabriel Cramer, Paris, 1^{er} octobre 1750.

608. Lettre de Clairaut à Gabriel Cramer, Paris, 13 octobre 1750. Transcription d'Olivier Courcelle (2013), éditée en ligne à l'adresse <http://www.clairaut.com/n13octobre1750po1pf.html>, consultée le 12 mars 2017.

609. Lettre de Gabriel Cramer à Clairaut, Genève, 18 novembre 1750 (Speziali 1955, p. 232-233).

610. Lettre de Clairaut à Gabriel Cramer, Genève, ca. janvier 1751. En fin de lettre, une mention de la main de Cramer indique « *reçue le Nov. 1750. Repondue le 8 mars 1751* ». La datation de novembre 1750 pose problème, selon Courcelle (2013) qui propose plutôt janvier 1751, à cause du fait que Malesherbes n'a été nommé

« Vous ne me connoissés gueres Mon cher Monsieur si vous croyés que je plaisante lorsque je parle de l'usage que j'espere faire de votre ouvrage quand je travaillerai à mon application de l'algebre à la geometrie. Je ne pourrai certainement pas mieux faire que de chercher dans cette collection complete de tout ce qui regarde la geometrie des Courbes ce qui pourra convenir aux vues que j'ai. Et par tout ce que j'ai déjà lû de votre Livre je presume qu'une seconde lecture faite *ad hoc* me sera très utile. »

Hélas, le projet de Clairaut ne verra jamais le jour, et à défaut d'éléments plus précis sur sa lecture du traité des courbes de Cramer, on ne retiendra de ce dernier échange – cette lettre est la dernière entre les deux hommes aujourd'hui conservée – que le respect et l'admiration manifestes de Clairaut vis-à-vis du travail de son correspondant genevois sur les courbes. Il donne d'ailleurs le conseil de sa lecture à un tout jeune mathématicien de la région lyonnaise désireux d'apprendre les mathématiques, nommé Charles Bossut : « Quant à la theorie generale des équations que vous me paroissés aimer [pareillement] et quant à la theorie des courbes qui y est necessairement liée [je] crois que vous ne pouvés pas mieux faire que de lire un ouvrage fort nouveau de Mr Cramer de Geneve, et que vous aurés sans doute beaucoup plus facilement chés vous que partout ailleurs à cause du voisinage. »⁶¹¹. Charles Bossut entre alors en correspondance avec Cramer, et lui écrit quelques mois plus tard⁶¹² depuis Paris, où il est monté :

« Vous avés sût vous approprier une matiere deja maniée par les plus grands géometres, et vous l'avés traitée avec un gout, une clarté, une methode philosophique, que vous seul pouviez donner a un ouvrage de cette nature. C'est le jugement qu'en ont porté Mrs de l'Academie royale des sciences. M. Clairaut, M. de Mairan, M. Nicole qui ont mille bontés pour moi, m'ont tous conseillé unanimement de le lire avec application, et cela, sans que je leur en demandasse leurs avis, car je savais fort bien à quoi m'en tenir. »

Le jeune géomètre, suivant en cela les conseils de ses protecteurs parisiens, achève la lecture du traité de Cramer à l'automne 1751 ; il écrit ses impressions au Genevois⁶¹³, particulièrement intéressantes à lire car elles sont celles d'un des « commençans » auquel Cramer a destiné son *Analyse des courbes*, un représentant du lectorat visé en quelque sorte :

« J'y ai trouvé l'éclaircissement de toutes mes difficultés sur les points de maxima et de minima, d'inflexion et de rebroussement. Tout le monde convient que cette theorie n'avoit point été assés eclaircie : la Gloire vous en etoit reservée. Il en est de

à la librairie que début janvier 1751. Voir <http://clairaut.com/ncojanvier1751cf.html> (consultée le 19 mars 2017).

611. Lettre de Clairaut à Charles Bossut, Paris, 4 février 1751, Smithsonian Institution Libraries, MSS 348A SCDIRB. Transcription tirée du site internet de Courcelle (2013), accessible à l'adresse <http://clairaut.com/n4fevrier1751po1pf.html> (consultée le 19 mars 2017).

612. Lettre de Charles Bossut à Gabriel Cramer, Paris, 16 août 1751. Transcription tirée du site internet de Courcelle (2013), accessible à l'adresse <http://clairaut.com/n16aout1751po1pf.html> (consultée le 19 mars 2017).

613. Lettre de Charles Bossut à Gabriel Cramer, Paris, 19 novembre 1751.

même de celle des asymptotes, de la courbure des Courbes : matières qui ont pris entre vos mains une forme toute nouvelle, et sur lesquelles vous n'avez rien laissé à désirer. Mais un avantage très réel que j'ai retiré de votre livre, et dont je suis le plus flatté, c'est que j'ai senti en le lisant tout mon gout pour les sciences s'enflamer de plus en plus. En effet il auroit été bien difficile que la chose eut été autrement : vous présentés vos découvertes sublimes sous un si beau jour qu'il est impossible de ne pas les saisir avec avidité. »

Clarté et netteté, ordre et méthode, souci d'exhaustivité mais aussi de pédagogie : les premiers lecteurs parisiens de l'ouvrage de Cramer en dressent un portrait élogieux, et semblent plébisciter le progrès qu'il représente pour la géométrie des courbes, tout en ignorant sensiblement la nouveauté qui réside dans les résultats d'algèbre publiés en annexe (au contraire d'Euler, par exemple). C'est également ce qui ressort de la lecture de la recension publiée dans le *Journal des Sçavans* en janvier 1751 (Benet de Montcarville 1751). On se souvient que, dans la lettre qui accompagne l'envoi des exemplaires de son *Introduction* à Paris, Cramer a écrit à Dortous de Mairan que le 21^e exemplaire « sera, si vous le trouvéz bon, pour celui de la Société du Journal des Sçavans qui fait les extraits de livres de mathém[atiques] au cas que cette Société trouve à propos de faire mention du mien dans son journal, [...] & alors je me flatte qu'on voudra bien me regarder avec quelque indulgence. »⁶¹⁴. Dortous de Mairan accède à la demande de Cramer en transmettant l'ouvrage à la rédaction du *Journal* qu'il dirige⁶¹⁵. C'est Robert Benet de Montcarville, alors professeur de mathématiques au Collège royal (futur Collège de France), qui se charge d'en écrire la recension, comme nous l'apprend une lettre de Dortous de Mairan⁶¹⁶. Après un rapide historique de la question⁶¹⁷, l'auteur introduit l'ouvrage de Cramer comme étant « une analyse entière sur les courbes des différens ordres » dans laquelle il fait « un grand usage de l'analyse de Descartes, [...] en la perfectionnant & en faisant connoître comment on peut l'appliquer à toutes les courbes que l'on nomme Géométriques ». S'il concède que les nouvelles méthodes (sous-entendu, les méthodes différentielles) ont récemment pris le pas sur l'analyse cartésienne, il affirme que cette dernière conserve toute son utilité, et peut même se montrer plus intéressante et performante pour l'étude spécifique des courbes algébriques que le calcul différentiel et intégral. Il insiste également sur la capacité de cette analyse à fournir des informations complètes sur les courbes exprimées par des équations algébriques, et à parfois révéler des caractéristiques invisibles à qui se contenterait d'observer le tracé géométrique de ces courbes (Benet de Montcarville 1751, p. 45) :

« Toutes les Inflexions, tous les contours, & les nœuds de ces courbes; enfin toutes les singularités des courbes algébriques sont parfaitement exprimées par

614. Lettre de Gabriel Cramer à Dortous de Mairan, Genève, 5 août 1750.

615. Mairan a été nommé directeur du *Journal des Savants* en 1743 par D'Aguesseau (Roche 1969).

616. Lettre de Dortous de Mairan à Gabriel Cramer, Paris, 12 février 1751.

617. Historique dans lequel, étrangement, Benet de Montcarville semble inclure, mais sans explicitement le citer, le livre de De Gua de Malves (1740), après avoir mentionné Newton (1704), Stirling (1717) et Maclaurin (1720).

l'équation, à peine oseroit-on soupçonner toutes les propriétés qu'elles renferment, le tracé le plus parfait de la figure, n'est point capable de les faire appercevoir.»

Puis l'auteur, tout en prenant la précaution de prévenir ses lecteurs que des points difficiles seront abordés par la suite, s'attelle à présenter un résumé des contenus de l'ouvrage, ou en tous cas des six premiers chapitres. La recension se termine assez abruptement après l'examen du sixième chapitre, l'auteur promettant au lecteur d'y revenir ultérieurement : cette promesse ne sera pas tenue, les numéros suivants du *Journal des Sçavans* ne présentent aucun nouvel article sur la seconde partie du traité des courbes de Cramer. Mais la conclusion de cet article au ton élogieux illustre bien la manière dont l'ouvrage a été reçu à Paris : méthodique, clair et pédagogique (p. 51) :

« Nous sommes obligés de finir ici ce premier extrait; nous aurons soin de continuer à rendre compte d'un ouvrage dont les matières sont rangées dans un grand ordre, & expliqué[e]s avec beaucoup de netteté. L'esprit ne fait point de trop grands sauts, parce que celui de l'Auteur est didactique, & qu'il s'est attaché à suivre l'ordre successif des idées; c'est ainsi qu'il a trouvé celui des matières.»

Les remarques de D'Alembert

Les échanges les plus riches concernant le traité des courbes se trouvent dans la correspondance avec D'Alembert. Comme pour les autres destinataires de l'envoi des exemplaires de son ouvrage à Paris, Cramer a écrit une lettre à D'Alembert le 5 août : il rompt ainsi un silence de près de six mois, et s'en excuse d'ailleurs en invoquant, comme avec Clairaut, la règle qu'il s'est lui-même fixée de ne pas solliciter ses amis académiciens à Paris pendant l'examen des candidatures à la place d'associé étranger. Il conclut sa lettre par ces mots : « *Vous m'avez promis de m'en dire bien du mal. Réellement, je vous en serai obligé, par ce que vous m'instruirez* »⁶¹⁸. Et en effet, D'Alembert tient sa promesse : il se montre un lecteur très attentif et rigoureux du traité et lui écrit rapidement ses premières remarques, critiques et questions, soulevant les uns après les autres les points qui lui posent problème. Cette lettre du 5 août 1750 est la première d'un échange riche et dense entre les deux hommes à propos de l'*Analyse des courbes* de Cramer; cet échange, que je me propose d'analyser dans la suite de ce chapitre, compte au total huit lettres écrites en six mois entre le 5 août 1750 et le 15 février 1751.

Chronologie des lettres

Mais tout d'abord, je souhaite apporter quelques précisions complémentaires. La presque totalité de cette correspondance est publiée dans le tome V/2 des *Œuvres complètes* de D'Alembert qui couvre la période 1741-1752 de sa correspondance générale (Passeron 2015). Depuis

618. Lettre de Gabriel Cramer à D'Alembert, Genève, 5 août 1750 (Passeron 2015, p. 270-272).

la parution de ce volume, j'ai mis à jour un nouvel élément qui modifie quelque peu la chronologie des lettres telle qu'elle est établie dans cette édition : un brouillon manuscrit autographe, de la main de Cramer, conservé à la Bibliothèque de Genève, s'est révélé être le début de la lettre numérotée 50.11a (p. 291-293) et remet en cause la datation qui la plaçait aux environs du 8 octobre. Avec l'appui d'Irène Passeron, je peux affirmer que la seconde lettre de l'échange que je vais présenter ici est une lettre de Cramer à D'Alembert, probablement datée des environs du 20 septembre, réponse à une lettre aujourd'hui perdue dans laquelle D'Alembert, sans doute quelques jours avant, lui adressait ses premières réactions à la lecture de son traité, reçu courant septembre. Cette lettre⁶¹⁹ vient donc se placer entre la 50.10 et la 50.10a de l'édition d'Irène Passeron (2015). Les lettres que je vais utiliser dans mon analyse sont donc les suivantes, dans l'ordre chronologique que je leur donne (et je ferai par la suite appel aux numéros de ces lettres pour faciliter la lecture) :

- Lettre 1 : de Cramer à D'Alembert, Genève, 5 août 1750⁶²⁰ ;
- Lettre 2 : de Cramer à D'Alembert, Genève, ca. 20 septembre 1750⁶²¹ ;
- Lettre 3 : de D'Alembert à Cramer, Paris, ca. 27 septembre 1750⁶²² ;
- Lettre 4 : de Cramer à D'Alembert, Genève, 2 octobre 1750⁶²³ ;
- Lettre 5 : de D'Alembert à Cramer, Segrez, 18 octobre 1750⁶²⁴ ;
- Lettre 6 : de Cramer à D'Alembert, Genève, 20 novembre 1750⁶²⁵ ;
- Lettre 7 : de D'Alembert à Cramer, Paris, 5 janvier 1751⁶²⁶ .
- Lettre 8 : de D'Alembert à Cramer, Paris, 15 février 1751⁶²⁷ .

On voit qu'il manque au moins deux lettres dans cet échange : la première de D'Alembert aux alentours du 13 septembre en réponse à la lettre 1 datée du 5 août, la seconde de Cramer fin janvier 1751, en réponse à la lettre 7 datée du 5 janvier 1751. De plus certains brouillons de lettres de Cramer à D'Alembert sont incomplets : il manque le début et la fin de la lettre 2, ainsi que la fin de la lettre 6 ; de même, il manque la fin de la lettre 3 de D'Alembert à Cramer. Examinons maintenant les détails saillants des discussions mathématiques qui ont lieu dans ces lettres à propos du traité des courbes, portant sur des sujets très divers : racines imaginaires des équations polynomiales, élimination, points singuliers des courbes algébriques (point de rebroussement de seconde espèce et point de serpentement), convergence et usage des séries, ordres des infinis, etc.

619. Lettre de Gabriel Cramer à D'Alembert, Genève, ca. 20 septembre 1750, BGE Ms Fr 657b f. 96-97. Seul le feuillet 97 avait alors été correctement identifié comme un brouillon de lettre faisant partie de la correspondance de Cramer et D'Alembert, et référencé dans l'édition sous le numéro 50.11a, mais le feuillet 96 en est indubitablement la première partie.

620. BGE Ms Fr 657b f. 63 (brouillon), éditée dans Passeron (2015) sous le numéro 50.10.

621. BGE Ms Fr 657b f. 96-97 (brouillon), partiellement éditée dans Passeron (2015) sous le numéro 50.11a.

622. MHS Z 211 f. 12-13, éditée dans Passeron (2015) sous le numéro 50.10a. Cette lettre alors inédite a été retrouvée en avril 2014 lors d'un de mes séjours en archives à Genève, au Musée d'histoire des sciences.

623. BGE Ms Fr 657b f. 71-73 (brouillon), éditée dans Passeron (2015) sous le numéro 50.11.

624. BGE Ms Suppl 359 f. 39-42, éditée dans Passeron (2015) sous le numéro 50.12.

625. BGE Ms Fr 657b f. 85 (brouillon), éditée dans Passeron (2015) sous le numéro 50.14.

626. BGE Ms Suppl 384 f. 191-193, éditée dans Passeron (2015) sous le numéro 51.02.

627. BGE Ms Suppl 384 f. 194-195, éditée dans Passeron (2015) sous le numéro 51.04.

Sur quelques questions d'algèbre

Dans la lettre 2 Cramer commence par des éclaircissements sur l'article 18 du traité, dans lequel il affirmait que « *l'Algèbre enseigne sur les racines imaginaires, qu'elles sont toujours en nombre pair dans une équation, & qu'elles vont, pour ainsi dire, deux à deux* » (G. Cramer 1750b, p. 25). Cette affirmation, a dû relever D'Alembert, mérite une démonstration ; ce que Cramer concède volontiers :

« Sur l'art. 18 je pense comme vous. L'algebre est imparfaite sur ce point. La raison que je donne des racines imag. couplées deux à deux, n'est qu'une sorte de probabilité, qui ne mérite pas le nom de demonstration. C'est dans l'algebre qu'il faut la donner. Cependant si j'en avois eu quelcune assés ecrite je ne l'aurois pas omise. Je ne connoissois point la vôtre de Berlin 1746, lorsque cet article s'imprimoit, bien moins encore lorsque je le composois, & quand je l'aurois connu je n'aurois guere pu l'employer, parce qu'elle depend de principes bien au dessus de ce que je suppose qu'on doit savoir quand on est parvenu à cet endroit de mon ouvrage. C'est tout ce que j'ai trouvé à redire dans vôtre memoire. Je refuserois m'oter de l'esprit qu'il doit y avoir quelque demonstration plus simple de ce Principe que celle vous en donnés : mais comme elle n'est pas encore connuë il faut bien se contentter de la vôtre, à laquelle je n'ai rien autre à objecter. »

Cramer fait ici allusion au mémoire intitulé *Recherches sur le calcul intégral* que D'Alembert a fait publier dans l'Histoire de l'Académie royale des sciences et des belles lettres de Berlin pour l'année 1746, dans lequel il démontre que « *si $p + q\sqrt{-1}$ substitué à la place de x fait évanouir tous les termes du multinome, il en sera de même de $p - q\sqrt{-1}$* », corollaire d'une proposition énoncée quelques lignes au-dessus, et qui est aujourd'hui connue comme le théorème fondamental de l'algèbre (D'Alembert 1748b). Dans la lettre 3, D'Alembert agréé aux propos de Cramer et ajoute « *qu'il doit y avoir quelque principe simple pour demontrer que les racines imaginaires sont toutes de la forme $x + y\sqrt{-1}$ ou $x - y\sqrt{-1}$. Mais jusqu'icy je me suis fatigué vainement à le chercher. Mr. Euler dans son livre l'a fort mal démontré* »⁶²⁸.

La lettre 2 se poursuit par une question de D'Alembert sur l'article 34 du traité des courbes, à propos duquel D'Alembert demande à Cramer de prouver que, si le changement d'axe ne fait pas élever le degré de l'équation d'une courbe, il ne le fait pas non plus diminuer (G. Cramer 1750b, Chap. III, p. 54). Sur ce dernier point, la réponse de Cramer par un simple argument de symétrie fait écrire à D'Alembert dans la lettre 3 : « *La demonstration que vous en donnés en un mot dans votre lettre, est très juste, & me rend presque honteux* ».

Enfin, toujours dans cette lettre 2, Cramer répond à une interpellation de D'Alembert sur l'article 48 (qui expose une « *contradiction apparente* » entre le nombre de points nécessaires pour définir une courbe et le nombre d'intersections de deux courbes – soit ce que l'on désigne aujourd'hui comme *paradoxe de Cramer* (p. 78-79)) et sur une des démonstrations présentes dans l'annexe II du traité, intitulé *De l'évanouissement des inconnues* (§11,

628. Cette critique à Euler a déjà été formulée dans une lettre que D'Alembert lui a adressée le 7 septembre 1748, suite à la parution de son *Introductio* (Euler 1748). Voir Passeron (2015, p. 162, note 11).

p. 668-669). D'Alembert lui a probablement signalé un mémoire d'Euler récemment publié dans l'Histoire de l'académie de Berlin sur la question⁶²⁹. Cramer informe son correspondant qu'il s'agit en effet d'un sujet qui a été abordé avec Euler dans leur correspondance de 1744-1745, et renvoie son correspondant au mémoire envoyé à Clairaut en 1744, qui n'avait finalement pas pu être lu devant l'Académie :

« Je n'ai point entrevû le Mem. de Berlin de 1748. J'ai eu quelque correspondance avec M. Euler sur ce sujet, dont peutetre il aura fait usage. Je verrai avec grand plaisir sa demonstr. de la prop. n° 11 de l'appendice. J'ai été obligé d'etrangler un peu la mienne pour ne pas trop enfler le volume. Je l'avois developée plus au long dans un Mémoire que j'écrivois à M. Clairaut il y a 4 ou 5 ans. Il doit encore l'avoir & vous le communiquera si vous en êtes curieux. »

Mais la lettre 3 (incomplète) ne nous apprendra pas si D'Alembert a poussé la discussion plus loin, ou même s'il a demandé à Clairaut ce qu'il en était de ce mémoire de 1744 – ce qui nous aurait peut-être donné un indice sur son devenir.

Sur les différents ordres d'infinis

Une nouvelle question difficile, abordée dans la lettre 2, concerne les différents ordres d'infinis (ordres potentiels, ordres radicaux), exposés par Cramer dans l'article 78 du traité, situé au début du chapitre intitulé *Détermination des plus grands termes d'une équation. Principes de la Méthode des Series ou Suites infinies* (G. Cramer 1750b, p. 148-150). D'Alembert a probablement émis des réserves sur ces infinis et la manière de les utiliser ; peu sûr de lui et conscient des insuffisances de son texte, Cramer admet les difficultés du point soulevé et propose de revenir ultérieurement sur le sujet pour lui donner un meilleur traitement :

« C'est la même raison de ne pas trop grossir un livre dont la masse m'étonnoit, qui m'a obligé a prendre, sans explication prealable de tous ces infinis, que je n'aime pas plus que vous, & quoi que je crois rapporte à des idées assés nettes. Mais je n'aurois sù le faire sans des longueurs que j'ai fuit. Et puis, cela n'est pas proprement de mon but, je n'emploie que des expressions reçues : & pour l'usage que j'en fais, toute notion sera bonne, même celle ou l'infini ne seroit qu'excessivement grand, & l'inf. petit, l'excessivem. petit. Je conviens pourtant que dans un ouvrage elementaire tel que [soit?] le mien il seroit mieux de ne faire usage d'aucun terme qu'autant qu'on y pourroit joindre des notions définies, surtout quand ces termes sont aussi obscurs & vagues que ceux d'infini. Ainsi je me condamne a reformer cet endroit, & je vous condamne, pour votre bon avis, à m'expliquer l'idée que vous vous faites de tous ces infinis. »

D'Alembert saisit volontiers l'invitation de Cramer à développer sa vision de ces infinis, ce qu'il fait dans la lettre 3 en écrivant : « *Qu'est-ce que represente ce signe de l'infini ∞ ? Il*

629. Il s'agit d'un mémoire intitulé *Démonstration sur le nombre des points, où deux lignes des ordres quelconques peuvent se couper* (Euler [1748] 1750).

représente, du moins pour ceux qui ont les idées claires, une grandeur finie indéterminée, qui peut être plus grande qu'aucune grandeur finie assignée». Il donne ici la définition d'un infini potentiel, qu'il reprendra presque mot pour mot dans l'article INFINI de l'*Encyclopédie* dans lequel il s'oppose à la notion d'infini actuel, notamment portée par Fontenelle dans ses *Éléments de la géométrie de l'infini* (Fontenelle 1727). Le livre de Fontenelle est d'ailleurs cité par Cramer à cet endroit de son ouvrage, ce qui a pu inciter D'Alembert à lui demander d'éclaircir ce point. Ce dernier poursuit en précisant la manière dont Cramer aurait dû définir les différents ordres d'infinis. Là où Cramer se contente d'écrire « *En général, toute puissance, parfaite ou imparfaite, de l'infini [x] est infiniment plus grande que toute autre puissance du même infini, dont l'exposant est inférieur au sien* », il formalise les choses de la manière suivante :

« *Que veut dire donc ∞^2 infiniment plus grand que ∞ , cela veut dire que si on prend une quantité finie y qu'on soit libre d'augmenter tant qu'on voudra, la différence de y^2 et de y, ou $y^2 - y$ peut toujours être supposée plus grande qu'aucune grandeur finie assignée, pourvu qu'on donne à y la valeur convenable. Cela veut dire aussi que $\frac{y^2-y}{y}$ c'est à dire la différence de y^2 et de y, divisée par y exprime un rapport qu'on peut supposer aussi grand qu'on voudra. Les inf. petits de différents ordres sont la même chose.* »

Ce à quoi Cramer acquiesce dans la lettre 4, où il dit rejoindre D'Alembert dans sa conception d'un infini potentiel, mais sa définition est manifestement moins mathématisée, algébrique, préférant une approche géométrique : « *La notion que vous avez de l'infini est précisément celle que j'en ai & ai toujours eu. C'est une grandeur indéterminée qu'on prend aussi grande, ou aussi petite qu'il est nécessaire pour le but qu'on se propose. Ainsi l'infini des Géomètres modernes est le même que celui d'Euclide quand il dit, Prolongés une droite à l'infini, c.a.d. d'autant qu'il le faut pour & c* ». Malgré ces imprécisions, D'Alembert s'estime rassuré et écrit dans la lettre 5 : « *Je suis bien aise, mon cher monsieur, de vous voir dans les principes ou j'ay toujours été sur la notion d'infini, et sur les infinis de differens ordres. [...] je suis charmé qu'ils ayent pour eux un garant tel que vous* ».

Cette discussion sur la nature de l'infini mathématique se prolonge dans la lettre 6, dans laquelle on peut relever cette nouvelle question de Gabriel Cramer, qui relève cette fois de l'infini physique ou métaphysique : « *Voulez-vous me permettre de passer de l'infini mathématique à l'infini géométrique, & de vous demander si vous croiez qu'il existe un infini actuel, si l'espace est infini, c.a.d. sans bornes. Je trouve des difficultés invincibles à affirmer le oui ou le non* ». Ce passage illustre les difficultés conceptuelles auxquelles est confronté Cramer comme beaucoup de savants de son temps, entre infini actuel et infini potentiel, infini mathématique et infini métaphysique, dont la *Géométrie de l'infini* de Fontenelle, œuvre ambitieuse mais victime de nombreuses objections de ses contemporains, est un exemple représentatif. Le Genevois est très imprégné de la philosophie de Leibniz : ce dernier a bien traité de cette dualité de l'infini, et discerne bien l'infini mathématique non actuel (les infinis et infiniment petits considérés comme « *des choses idéales ou comme des fictions bien*

fondées», écrit-il à Varignon en 1719) de l'infini métaphysique, dont l'actualité est revendiquée (Rabouin 2011). La réponse de D'Alembert, dans la lettre 7, lui permet d'exposer ses vues sur l'espace physique défini par les relations entretenues (la distance) entre les corps qu'il contient, et il réduit la question de Cramer à celle de savoir « *si la matière est infinie ou non* », à propos de quoi il écrit qu'il « *en donneroi[t] volontiers la solution a croix ou pile* ». On pourra se reporter à Passeron (2015, p. 315-316, notes 12 à 16) pour davantage de détails sur cette importante question, qui dépasse le cadre de notre étude.

Sur la convergence des séries

La lettre 3 permet à D'Alembert d'ouvrir de nouveaux points de discussion, suite aux premiers qu'il a exprimés dans sa première lettre perdue et auxquels Cramer a répondu dans la lettre 2. Parmi ceux-ci, on trouve une question sur les séries, se référant à l'article 98 et suivants du traité des courbes, dans lesquels Cramer expose ses considérations sur la méthode des séries, qui lui serviront par la suite à étudier les branches infinies et les points singuliers des courbes algébriques (G. Cramer 1750b, p. 174 et suivantes). D'Alembert s'interroge notamment sur le fait « *qu'une serie convergente qui ne renferme point de termes imaginaires, exprime toujours une quantité réelle?* », ajoutant d'ailleurs qu'il se « *defie assés de toute cette methode des suites* ». Il prend l'exemple du cercle et du développement en série de $\sqrt{aa - xx}$ pour illustrer les difficultés auxquelles il se heurte : pour x très légèrement supérieur à a , $aa - xx$ prend des valeurs négatives et $\sqrt{aa - xx}$ est imaginaire ; pourtant le développement en série donné par $\sqrt{aa - xx} = a - \frac{x^2}{2a} - \frac{x^4}{8a^3}$ etc. aura tous ses coefficients réels et « *aura bien l'air convergent* » dans la mesure où ces coefficients sont décroissants en valeur absolue, alors qu'il diverge effectivement, ce qui peut induire en erreur (Passeron 2015, note 11 p. 276).

Cette défiance vis-à-vis de la manipulation formelle des séries et des suites infinies, et la position qui est la sienne de ne pas utiliser de série sans s'être assuré de sa convergence, est un aspect bien documenté de la pensée mathématique de D'Alembert⁶³⁰, et ces réserves s'exprimeront dans plusieurs de ses écrits postérieurs à cette correspondance avec Cramer, notamment dans les années 1760. L'argument qu'il sert ici à Gabriel Cramer se retrouve d'ailleurs presque mot pour mot dans l'extrait classiquement cité du vingt-cinquième mémoire de ses *Opuscules mathématiques*, dans lequel il écrit (D'Alembert 1768, p. 134) :

« *En général, tout raisonnement fondé sur des series divergentes, qu'on suppose égales à des quantités finies, me paroît très-sujet à erreur; autrement il faudroit dire que l'expression de la quantité radicale $\sqrt{1 - xx}$ développée en serie représente cette quantité, même lorsque x est > 1 ; ce qui est évidemment faux; puisqu'alors $\sqrt{1 - xx}$ est imaginaire, & que la serie ne contient pourtant que des quantités réelles.* »

630. Ce souci vis-à-vis de l'usage des séries, finalement commun à Cramer et D'Alembert, se situe plutôt à contre-courant de ce qui se fait habituellement en mathématiques à la moitié du XVIII^e siècle. À ce sujet, on pourra consulter le chapitre intitulé *Synthèse des doutes de D'Alembert sur l'utilisation des séries* de la thèse de Guillaume Jouve (2007, p. 69-78).

La réponse de Cramer dans la lettre 3 est sans doute de nature à rassurer D'Alembert : en effet, le Genevois partage les préoccupations de son correspondant. Il écrit ainsi :

« Mais il faut que la série soit réelle et convergente. Ainsi quand on réduit $\sqrt{(aa - xx)}$ en serie $a - \frac{xx}{2a} - \frac{x^4}{8a^3} - \frac{x^6}{16a^5}$ & c. il faut pour qu'elle soit convergente que $a > x$, & alors cette serie exprime une grandeur réelle. Si x surpasse a , elle est divergente, & je ne crois pas qu'une serie divergente exprime rien, parce qu'elle s'ecarte toujours plus du but à mesure qu'elle va en avant. »

Cramer poursuit en illustrant sa démarche avec le développement d'une série géométrique, $\frac{a}{a-x} = 1 + \frac{x}{a} + \frac{xx}{aa}$ & c., dont il établit la convergence en examinant le reste $\frac{x^n}{a^n - a^{n-1}x}$, dont il montre qu'il « *va toujours en diminuant* » (c'est-à-dire qu'il tend vers zéro) à condition que x soit plus petit que a . Mais il conclut ce passage de sa lettre en posant la question de l'existence de critères de convergence généraux et universels : si le cas des séries obtenues par division ou extraction de racines, comme celles étudiées dans les échanges entre les deux hommes, ne lui posent pas de difficultés particulières dans l'identification de la « *grandeur au dessous ou au dessus du quel x ne doit pas être prise, pour que la serie ne devienne pas trompeuse* » (autrement dit, en termes actuels, le rayon de convergence de la série), ce n'est pas la même chose pour les séries produites avec d'autres méthodes – et sans nul doute pense-t-il en l'écrivant aux séries obtenues avec le secours du *Triangle algébrique* pour étudier les branches infinies ou les points singuliers, même s'il dit au final que ces questionnements n'ont pas lieu d'être dans son ouvrage :

« Mais quel est cette grandeur lorsque la serie est produite d'une autre manière; c'est ce que je ne vois pas trop comment on le peut trouver directement : car pour des voies indirectes j'en ai, je pense, une qui n'est ni fort longue ni fort difficile. Mais cela ne m'étoit point nécessaire : il me suffisoit pour le calcul des branches infinies de savoir qu'une serie convergeoit d'autant plus que x étoit plus grand et pour celui des Points multiples d'avoir des séries d'autant plus convergentes que x étoit plus petit. »

Néanmoins, ce point d'accord ne clôt pas la discussion, et D'Alembert souhaite préciser davantage sa question dans la lettre 4, révélant par là des difficultés liées à l'usage non stabilisé des termes *convergent* / *divergent*, dont la polysémie contribue à rendre le dialogue difficile (Passeron 2015, note 4 p. 280). D'Alembert acquiesce en effet à la définition d'une série convergente comme une série dont la somme est réelle et finie. Mais il se pose aussi la question de la possibilité que le développement en série d'une grandeur imaginaire « *commenceroit à diverger si loin de son premier terme qu'il seroit difficile de s'en appercevoir* », sachant qu'il faut ici comprendre le mot *diverger* comme signifiant que la série comporte des termes qui croissent à partir d'un certain rang, plus ou moins éloigné du premier terme de la série, et donc plus ou moins difficile à repérer. « *Car on entend par serie convergente* », écrit-il, « *une serie dont les termes vont toujours en décroissant : et lorsque $x = a + \alpha$, α étant une quantité fort petite la serie commence à diverger si tard, qu'on courroit risque de la prendre*

pour convergente. Cet inconvenient ne peut il pas avoir lieu dans des series dont la loy seroit beaucoup plus compliquée et dont il seroit par cette raison plus difficile de se demeler ».

La réponse de Cramer sur ce point précis ne nous est hélas pas totalement connue, la lettre 5 étant incomplète et se finissant justement au moment où cette question est abordée par lui. De manière très théorique, et en l'absence de tout critère universel de convergence des séries, il concède qu'il est possible que le cas soulevé par D'Alembert se présente : « *Sur les series divergentes, telles que $A + Bx + Cx^2 + Dx^3 + c$. (où $x > 1$) : je conviens que la loi des coefficients $A, B, C, D, \&c.$ peut être telle que, si x est fort peu au dessous [au dessus] de l'unité, la serie paroisse longtems convergente* »; mais au-delà de cet embarras partagé sur la convergence des séries non classiques, Cramer termine l'échange en répétant que, dans son ouvrage, dans les cas où il a utilisé des séries pour l'étude des points singuliers et des branches infinies des courbes, la convergence était suffisamment établie. L'accord entre les deux correspondants sur cette question des séries est finalement acté par D'Alembert dans la lettre 6 : « *Je vois aussy que nous sommes entierement d'accord quand au fond sur les series divergentes [...]. C'est pourquoy je ne vous en fatigueray pas davantage* ».

Il faut noter que dans le cours de cette discussion s'inscrit une critique de l'ouvrage de l'Abbé De Gua de Malves (1740), qui comporte plusieurs erreurs que Cramer impute à un mauvais usage des séries. Dans la préface de son traité, il avertissait le lecteur : « *Je n'ai pas cru devoir le [l'Abbé De Gua de Malves] suivre dans la méprise où il est tombé sur les Branches infinies des Courbes & sur leurs Points multiples, pour avoir négligé l'usage des Séries infinies, ou pour avoir voulu juger d'une Série entière par son seul premier terme* » (G. Cramer 1750b, p. xi). Dans la lettre 4 Cramer réitère cette critique, en appelant à la prudence sur l'usage des séries et des incertitudes que causent ce qu'il appelle les *termes irréguliers* de la série (qui sont les termes obtenus dans le développement en série à partir d'équations admettant plusieurs racines). « *On ne peut s'assurer de rien tant qu'on est encore dans les termes irréguliers, parce que les suivans peuvent démentir les conclusions qu'on croiroit pouvoir fonder sur la nature des precedens, mais on n'a plus rien à craindre dès qu'on est une fois venu aux termes réguliers* », écrit-il dans la lettre 4, ajoutant à l'adresse de D'Alembert : « *C'est ce que Mr l'Abbé de Gua n'a pas remarqué & qui l'a jeté dans des erreurs capitales sur l'un & l'autre de ces deux chefs [les branches infinies et les points singuliers]* ». Dans la lettre 6, D'Alembert informe Cramer que De Gua de Malves s'est montré fort amer suite à la lecture de ces critiques dans la préface du traité : « *J'ay oui dire que l'abbé de Gua se plaignoit fort de vous. Il me semble qu'il devoit au contraire vous remercier, mais c'est un homme qui se plaint de tout le monde, parce que tout le monde a à se plaindre de luy* ». N'aimant pas déplaire ou blesser, Cramer a dû le regretter auprès de D'Alembert dans la lettre perdue qui se trouve entre les lettres 7 et 8 : dans cette dernière, D'Alembert le rassure et lui « *conseille de [se] mettre peu en peine de ses discours* ». Les erreurs de l'abbé De Gua reviendront dans les échanges entre les deux hommes lorsqu'ils en viendront aux points de rebroussement de la seconde espèce.

Sur la géométrie des courbes : points singuliers, courbure

Parmi les points de discussion ouverts par D'Alembert dans la lettre 3, plusieurs concernent directement la géométrie des courbes, plus particulièrement sur la nature de certains points singuliers (points de rebroussement de la seconde espèce, points de serpentement) et sur la notion de courbure.

On peut supposer que l'une des toutes premières réactions de D'Alembert à la lecture de *l'Analyse des courbes* de Cramer a été son étonnement de ne pas avoir été cité dans le passage sur les points de rebroussements de la seconde espèce, encore appelés *rebroussements en bec* par le Genevois, dans le treizième et dernier chapitre traitant des points multiples (p. 572). Cramer avait été convaincu de l'existence de ces points, pourtant niée par l'abbé De Gua de Malves dans ses *Usages* de 1740, suite à des échanges de lettres avec Euler entre octobre 1744 et juillet 1745. Ce sujet a été également abordé dans la correspondance entre Cramer et D'Alembert avant la parution du traité des courbes, au cours de l'hiver 1747-1748 : à cette occasion, D'Alembert avait revendiqué la priorité sur Euler pour avoir publié un mémoire dans lequel il affirmait avoir établi l'existence de ces points de rebroussement de seconde espèce (D'Alembert 1748b, p. 186). La dispute entre D'Alembert et Euler au sujet de cette sorte de points singuliers avait laissé Cramer mal à l'aise : pour ne pas se fâcher avec le Parisien, il n'était pas intervenu en faveur du Bâlois qui lui avait pourtant fourni l'exemple d'une courbe comportant ce type de points singulier dès 1744. C'est probablement avec le même état d'esprit que Cramer ne cite ni Euler, ni D'Alembert à cet endroit de son traité des courbes, pour ne pas être mêlé au conflit entre les deux hommes. On n'a pas retrouvé la lettre de D'Alembert qui suit immédiatement celle du 5 août qui accompagnait l'envoi d'un exemplaire de *l'Introduction* à son attention, et si ce point est abordé dans la lettre 2, alors c'est dans une des parties manquantes de cette lettre, car on ne lit rien à ce sujet dans la partie aujourd'hui conservée. Néanmoins, D'Alembert ouvre la lettre 3 sur ces mots manifestement écrits dans le but de rassurer le Genevois sur ce possible impair :

« J'étois bien éloigné, mon cher monsieur, d'être fâché contre vous de ce que vous ne m'aviés point cité. Mais je le suis encore bien moins depuis que je scay vos vrais motifs. Le silence que vous gardés sur cet article m'avoit fait craindre d'avoir commis quelque erreur dans l'endroit de mon memoire de Berlin où j'en parle. Mais je vois à présent que vous avés seulement craint de desobliger M^{rs} de Gua & Euler, & je ne puis vous en scavoit mauvais gré. »

D'Alembert poursuit en revenant sur le déroulement supposé de cette dispute de priorité avec Euler : *« M^r Euler s'est bien plus mal conduit avec moy à cet égard. Car apres avoir donné dans la meme Erreur que l'abbé de Gua, mon memoire le fit changer d'avis, & il a inséré dans son livre, sans me citer, une remarque qui contredit ce qu'il avoit avancé »*. Après avoir rappelé qu'il avait lui-même contribué à la confusion en ne relevant pas l'erreur de l'abbé De Gua dans la recension qu'il avait écrite pour le *Journal des sçavans* (D'Alembert 1740), il clôt l'échange en écrivant : *« Mais en voila assez et trop sur tout cela »*. Cramer, toujours soucieux de ne pas déplaire à son correspondant, abonde et répond en entête de la lettre

4 : « Je suis extrêmement charmé, mon cher Monsieur, que vous soiez content de mes excuses sur le tort que j'ai vis-à-vis de vous : je n'en aurai jamais de volontaire avec une personne que j'estime & que je chéris si particulièrement : je ne laisse pas de me reprocher un oubli que je ne me pardonnerois point sans la précipitation, l'embarras & l'ennui qui m'accabloient lorsque je fis cette faute. ». La discussion ne reviendra plus par la suite sur ce sujet précis des points de rebroussement en bec, mais des échanges tout aussi intéressants sur la nature et la réalité d'une autre sorte de points singuliers, les *points de serpentement*, occupent de larges pans des lettres suivantes.

Ces points de serpentement sont présentés par Cramer dans le chapitre X du traité. Cette notion apparaît initialement vingt ans auparavant dans le mémoire de Maupertuis intitulé *Sur quelques affections des lignes courbes* paru dans l'Histoire de l'Académie royale des sciences pour 1729 (Maupertuis [1729] 1731). Maupertuis définit cette singularité comme l'union de deux points d'inflexion infiniment proches – d'où l'autre dénomination de ce type de points singuliers utilisée par Cramer, qui aura une meilleure postérité : les *points de double inflexion*. La manière dont Cramer les introduit dans son ouvrage est intéressante pour la suite de mon propos :

« Mais dans les Lignes du quatrième Ordre & des Ordres supérieurs, une Tangente AB en un point d'Inflexion A peut encore rencontrer la Courbe, comme en B. Si, par quelque supposition, la distance AB devient infiniment petite Ab, la Droite AB ne coupe plus la Courbe, elle ne fait que la toucher. Mais ce contact est équivalent à quatre intersections, ou à deux attouchemens simples, infiniment proches l'un de l'autre. L'inflexion ne paroît plus, quoiqu'elle existe réellement dans un espace infiniment petit, & qu'elle soit sensible à l'Analyse, dont la vue, si l'on ose parler ainsi, est plus perçante que la nôtre. On donne à ces Points le nom de Points de double Inflexion, ou Points de Serpentement. » (G. Cramer 1750b, p. 403)

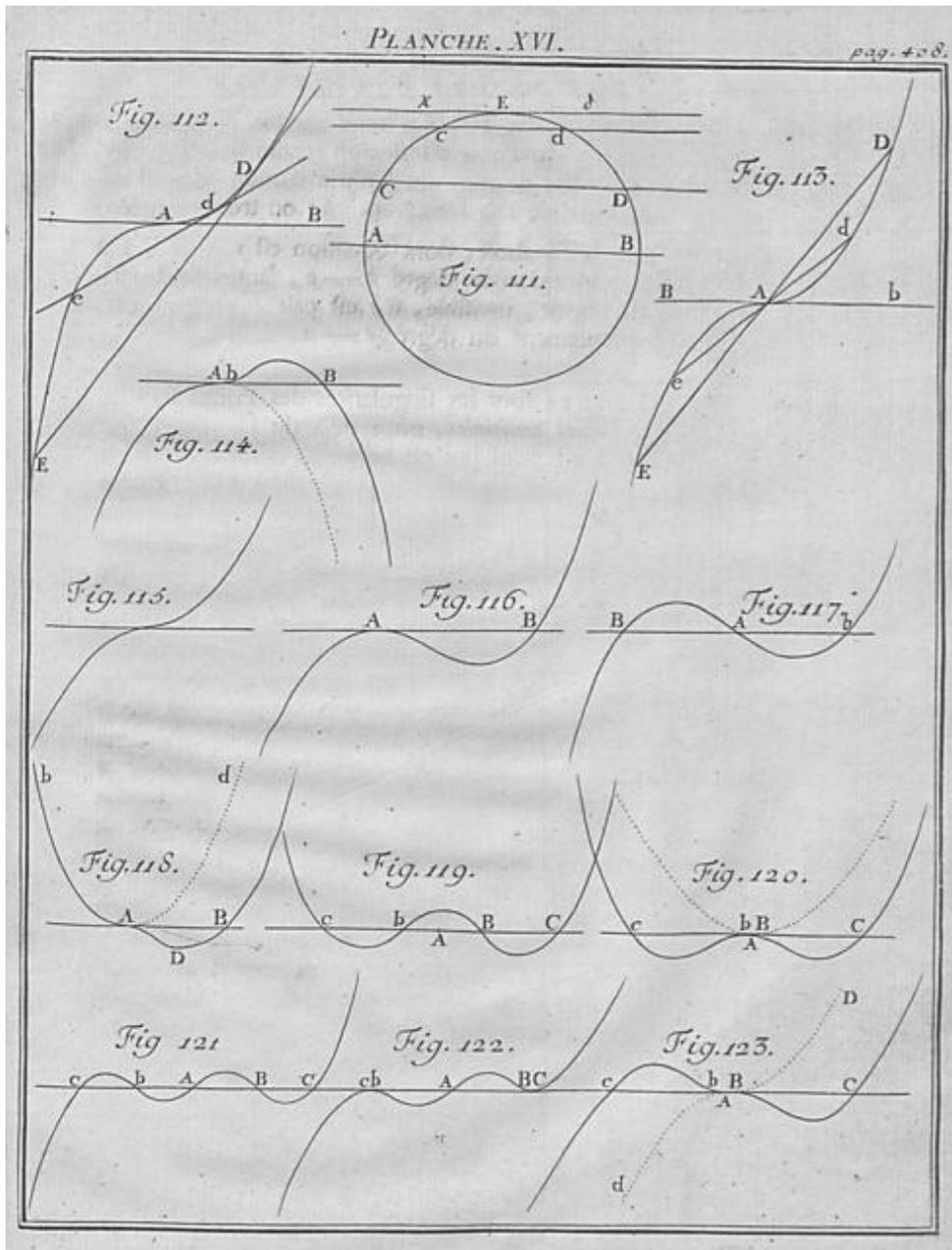
En effet le point de serpentement n'est pas perceptible visuellement, par exemple au point A sur la figure 114 lorsque la branche *AbB* atteint sa position limite (en pointillés) (voir p. 294).

Dans la lettre 3 D'Alembert partage avec Cramer son inconfort à considérer ces points de serpentement qui ne se distinguent pas visuellement des points simples :

« Quoy que je ne vous desaproove pas d'avoir suivi les notions ordinaires de serpentemens infiniment petits, triple inflexion & c. je vous avoüe que je n'ay jamais goûté les notions que l'on en donne communément. Ce que l'on appelle serpentement infiniment petit, ne me paroît autre chose qu'un point conjugué placé sur une branche de courbe; j'en dis autant des autres points, & je crois qu'on peut réduire tous les points singuliers à des points conjugués⁶³¹ placés sur des branches.

631. Voici comment D'Alembert définit un *point conjugué* dans l'article CONJUGUÉ de l'Encyclopédie : « *Ovale conjuguée, dans la haute Géométrie, se dit d'une ovale qui appartient à une courbe, & qui se trouve placée sur le plan de cette courbe, de manière qu'elle est comme isolée & séparée des autres branches ou portions de la courbe. [...] Il y a des cas où l'ovale A se réduit à un seul point, & cette ovale s'appelle alors point conjugué.* » (D'Alembert 1751–1765, vol. III, p. 884).

FIGURE 8.1 – Planche XVI (G. Cramer 1750b, p. 408).



Dans le fond tout cela ne signifie autre chose sinon que l'ordonnée de la courbe en tel ou tel point a trois valeurs égales qui ne sont exactement & rigoureusement qu'une même valeur. [...] Un serpentement nul n'est autre chose qu'un point simple, et, pour qui veut parler clairement, un serpentement infiniment petit n'est qu'un serpentement nul. Je voudrais savoir votre pensée la dessus. »

Réduire tous les points singuliers à des points conjugués placés sur des branches? La proposition de D'Alembert implique que ces points singuliers soient donc des points multiples, ce que Cramer conteste dans la lettre 4. Au sein d'un long passage élaboré pour répondre aux objections de son correspondant, il commence par une argumentation développée, exemples à l'appui, visant à justifier que, contrairement à ce qui est avancé par D'Alembert, les points d'inflexion et de serpentement sont d'une nature bien différente des points multiples : « toute droite qui passe par un point multiple est censée rencontrer la courbe en plusieurs points au lieu qu'il n'y a que la tangente d'un point d'inflexion ou de serpentement qui la rencontre en plusieurs points, toute autre droite ne la rencontre qu'en un seul ». Il explique ensuite comment « juger du caractère d'un point qui paroissant ordinaire à la vuë se trouve par le calcul être singulier » en usant d'arguments plutôt géométriques : sur deux exemples distincts, il observe dynamiquement la formation de points singuliers dans les courbes en faisant varier un paramètre bien choisi, c'est-à-dire « en ajoutant à l'éq. quelque terme qui donne à la courbe, un serpentement fini, ou quelque feuille, fleuron, ovale, ou point conjugué, lequel ensuite disparoit par l'évanouissement de quelque connue qui anéantit ce terme ajouté »⁶³², tout en vérifiant que ces « métamorphoses », comme il les appelle, ne conduisent pas à augmenter la multiplicité des points considérés. Il infirme ainsi ce que D'Alembert avait avancé, et conclut son développement ainsi :

« Il est vrai qu'un serpentement infiniment petit n'est qu'un serpentement nul, je conviens encore qu'un serpentement [en]t seul n'est qu'un point simple c'est à dire, non multiple; mais ce n'est pas un point ordinaire; c'est un point singulier en ce que la Tangente d'un point ordinaire ne rencontre que deux fois la courbe en ce point, au lieu que la Tangente d'un point de serpentement l'y rencontre 4 fois. L'axe qui touche à l'origine la parabole ne la coupe que deux fois, celui qui touche la parabole la rencontre 4 fois. Mais direz vous, cette différence ne paroît que dans le calcul, & nullement dans la figure. J'en conviens : mais de ce qu'elle ne paroît pas, il ne s'ensuit pas qu'elle ne soit réelle. »

On voit ici l'opposition des approches de chacun des correspondants : dans cet échange D'Alembert adopte un point de vue très géométrique (jugement par la vision, le dessin) sur la nature des points singuliers, plus particulièrement des points de serpentement. Cramer lui oppose un point de vue algébrique (jugement par le calcul) : il ne fait d'ailleurs que pa-

632. Dans le premier exemple, Cramer considère la cubique d'équation $y^3 = a^2x$ et dans le second, celle d'équation $y^3 = ax^2$; dans chacun des deux cas il ajoute le terme $-bby$ au membre de gauche et, faisant tendre b vers zéro, il en observe les effets sur la forme de la courbe qui aboutissent à la création d'un point d'inflexion d'une part, d'un point de rebroussement de l'autre. C'est ce que Cramer appelle des « métamorphoses », dont il dit avoir donné plusieurs exemples dans son traité et qu'il qualifie de « petit spectacle assés amusant ».

raphraser ce qu'il avait déjà écrit dans son traité à propos de ces points de serpentement qui « *ne diffèrent en rien, à la vüe, des simples Points de la Courbe : ils ne sont reconnoissables que par les effets de leur existence produit dans le Calcul* ». Néanmoins, pour achever de convaincre son interlocuteur, Cramer décide d'emprunter des voies différentes, en mobilisant à nouveau ces « *métamorphoses* » qu'il avait déjà utilisées quelques lignes plus haut : il feint d'adopter le point de vue géométrique de D'Alembert pour mieux lui faire comprendre en quoi le sommet de la parabole d'équation $y^4 = ax^3$ est un point de serpentement infiniment petit que l'on ne peut pas assimiler à un point ordinaire :

« Car prenés la courbe CBAbc dont l'éq. est $y^4 - bbxx = a^3x$ et faites l'hipotèse que nul microscope ne puisse vous faire voir le serpentement BAb, vous prendrés cette courbe pour la Parabole DAd, $y^4 = a^3x$. Vous dirés encore qu'il ne s'agit pas de voir avec les yeux, & que quand b devient nul le serpentement BAb disparoit si bien qu'il n'en reste traces. Je repons que si & que ce point A de la Parabole DAd diffère essentiellement d'un Point ordinaire. »

Ce qui, selon Cramer, lui permet d'affirmer que le sommet de la parabole n'est pas un point ordinaire est un argument de nature algébrique, lié au calcul de la courbure en ce point dont il établit qu'elle est nulle (« *infiniment petite* », écrit-il), ce qui ne saurait arriver en un point ordinaire.

La réponse de D'Alembert dans la lettre 5 montre qu'il tient compte des arguments présentés par Cramer : « *J'ay eu tort je l'avoüe de prendre les points singuliers pour des points conjugués ; comme je vous escrivois assés à la hate mes premieres idées, je n'avois point fait attention à la difference que vous y remarqués, & qui est très juste* ». Mais il ne se laisse pas si facilement convaincre et ne se dépare pas de son approche géométrique initiale, ramenant la discussion à une simple question de nom :

« Cependant je ne goute point ces notions de serpentement infiniment petit ; et je ne comprends pas comment vous pretendés que le serpentement laisse quelque trace, en convenant qu'il est nul. La courbure finie ou infiniment petite, ne change point ce me semble la nature du point, pas plus que deux points simples ne sont differens pour n'avoir pas la même tangente. Tout ce que je vois clairement c'est qu'en ces points la valeur de la tangente ou de l'ordonnée, est triple, quadruple, quintuple & c. Mais je ne vois avec tout cela qu'un point simple, & qui reellement ne differe point par la nature des points ordinaires. Au reste je veux bien qu'on appelle ce point serpentement infiniment petit comme une maniere abregée de s'exprimer, mais voilà tout. »

Ceci conclut l'échange entre les deux savants à propos de ces points de serpentement : la lettre 6, incomplète, ne permet pas de savoir si Cramer a poursuivi l'effort de tenter de convaincre son interlocuteur de la réalité de ces points singuliers.

La définition de la courbure d'une courbe en un point fait partie des points questionnés par D'Alembert dans la lettre 3 : Cramer introduit la notion au début du chapitre XII de son

traité (p. 539-542), énonçant que « *l'on compare la courbure des différents Points d'une même Courbe, ou de diverses Courbes, par la raison inverse des raïons de courbure en ces différents Points* ». Dans cette lettre, D'Alembert critique Cramer en écrivant qu'il ne s'agit là que d'une « *définition de nom* », sans que l'on ait beaucoup plus de détails sur cette critique, car la lettre 3, incomplète, s'arrête hélas à cet endroit. Cramer, un peu désarmé, répond à cette critique dans la lettre 4 en se contentant de paraphraser ce qu'il a déjà écrit dans son *Analyse des courbes* : des cercles différents ont des courbures différentes, inversement proportionnelles à leurs rayons, et un fil de longueur donnée, courbé pour former une circonférence complète, le sera deux fois plus que s'il n'est courbé qu'en demi-circonférence. Il termine en rappelant que la courbure d'une courbe en un point se mesure par la courbure du cercle osculateur. Dans la lettre 5 D'Alembert coupe court à cet échange en écrivant : « *Je n'ay point d'idée nette de ce que c'est que le rapport d'une courbure a une autre parce que la rectilinéité et la courbure sont peut être les deux termes de Geometrie les plus difficiles à definir. Au reste tout peut être pris icy pour definition de nom, & a cet égard je n'ay rien a dire* ». La lettre 6, incomplète, ne permet pas de connaître la réaction de Cramer, mais D'Alembert, dans la lettre 7, concède enfin :

« la courbure d'une courbe en un point est proprement celle du cercle osculateur qui la baise en ce point. Avec cette definition et celle que vous avés donnée de la courbure des cercles, il ne peut plus y avoir de difficulté. »

Sur ce point comme sur quelques autres, nous verrons dans le chapitre suivant comment D'Alembert l'encyclopédiste restituera ces notions dans les différents articles qu'il aura en charge d'écrire. La lettre 7 vient conclure cette correspondance à propos du traité des courbes de Cramer sur cet agrément final de D'Alembert, qui sanctionne finalement un bel accord des vues entre les deux savants sur tous les sujets abordés :

« Je suis entierement de votre avis sur la notion de l'infini, et je suis bien aise que vous approuviés ma definition du calcul différentiel. Je vois aussy que nous sommes entierement d'accord quant au fond sur les series divergentes, & sur les points singuliers, ainsy que sur la courbure des courbes. C'est pourquoy je ne vous en fatigueray pas davantage. »

Chapitre 9

La réception du traité des courbes dans le corpus encyclopédique européen (1750-1914)

Les échanges épistolaires que je viens d'exposer et d'analyser dans le chapitre précédent avec D'Alembert ont une valeur intrinsèque liée aux discussions mathématiques qu'ils abritent. Mais ils revêtent également une importance capitale dans la future réception du traité de Gabriel Cramer : D'Alembert, qui assume alors le rôle d'éditeur de l'*Encyclopédie* dont le premier tome va bientôt sortir des presses d'imprimerie, choisit d'intégrer à la plupart des articles qu'il écrit sur le sujet des courbes des références appuyées à l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*. À la fin du XVIII^e siècle et au cours du long XIX^e siècle, de nombreux projets encyclopédiques voient le jour en Europe, qui s'inspirent d'abord de manière directe du modèle de l'*Encyclopédie* avant de prendre des formes diverses : généralistes, spécialisées, thématiques, etc. Les articles de ces encyclopédies, souvent rédigés par des mathématiciens professionnels, s'adressent à des publics divers mais sont généralement un « état de l'art » sur la matière abordée, avec plus ou moins de détails selon le projet éditorial et les connaissances mathématiques supposées du lectorat ciblé. Ces contributions s'inscrivent dans un temps long : les textes encyclopédiques, par leur universalité, ont vocation à être lus plusieurs années après leur publication ; les références bibliographiques y sont nombreuses, et on y trouve parfois des développements historiques de la notion étudiée. Enfin, la topologie des mathématiques varie énormément au cours de la période étudiée : de nouveaux champs de savoir émergent, d'autres s'estompent, les classifications évoluent ; les encyclopédies, comme les journaux mathématiques par exemple, rendent compte à leur rythme de ces évolutions.

Le corpus encyclopédique est donc un support intéressant pour aborder la réception du traité des courbes de Cramer, les lectures qui en sont faites dans les quelque cent cinquante ans qui suivent sa publication, et la manière dont il s'intègre à un système de connaissances mathématiques en mouvement. Je commencerai mon étude par la place accordée à l'*Introduction* dans l'*Encyclopédie* de Diderot et D'Alembert, ainsi que dans ses « dérivées »,

l'*Encyclopédie d'Yverdon* et l'*Encyclopédie méthodique*, avant de sonder les grandes encyclopédies et dictionnaires qui ont fleuri au cours du long XIX^e siècle dans toute l'Europe⁶³³, jusqu'en Amérique. Je me limiterai aux espaces francophones et anglophones, qui permettent déjà une large exploitation; je signale néanmoins qu'une étude complémentaire serait à faire sur les encyclopédies et *Conversations-Lexikons* publiés en langue allemande sur la même période.

Le traité de Cramer dans l'*Encyclopédie* de Diderot et D'Alembert

Les échanges épistolaires entre Cramer et D'Alembert faisant suite à la parution de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* coïncident avec la publication du *Prospectus* de l'*Encyclopédie* par Diderot, en novembre 1750. Le projet encyclopédique, qui a commencé en 1745 comme un simple projet de traduction de la *Cyclopædia* de l'Anglais Chambers, et dont Diderot et D'Alembert sont pleinement en charge depuis l'automne 1747 après la démission de l'abbé De Gua de Malves⁶³⁴, devait probablement être connu du Genevois qui était à Paris entre avril 1747 et avril 1748. L'intérêt porté par ce dernier à une telle entreprise se manifestait déjà dans ses échanges avec Formey⁶³⁵ lorsque celui-ci formait le projet d'un *Dictionnaire philosophique* en 1742 : cet intérêt se lit à nouveau dans les lettres échangées avec D'Alembert tout au long de l'année 1751⁶³⁶. Ainsi, dans sa lettre du 5 janvier, D'Alembert invite son correspondant à lire le texte du *Prospectus* de l'*Encyclopédie* : « *Je ne scay si vous avés lu ce prospectus, et je voudrois fort en scavoir votre avis tres sincerement. S'il n'est pas parvenu jusqu'à vous, vous en pourrés lire l'extrait dans le 2^d volume du mer-*

633. L'inventaire réalisé par Collison (1964) donne un bel aperçu de ce foisonnement sur la période étudiée.

634. À propos de l'abbé De Gua de Malves, de son rôle de directeur au début de l'entreprise encyclopédique et de sa démission, voir Kafker et Loveland (2012).

635. Cramer est venu à s'intéresser au projet de *Dictionnaire philosophique* de Formey par l'intermédiaire du pasteur Jean Peschier, en 1742. Dans une lettre datée d'avril 1742, il propose à son correspondant une organisation des contenus de ce *Dictionnaire* en articles et renvois, qui s'éloigne de celle du *Dictionnaire historique et critique* de Pierre Bayle en textes et notes, jugée trop propre aux digressions, mais qui n'est pas sans rappeler celle de la *Cyclopædia* de Chambers, qui sera également mise en œuvre pour l'*Encyclopédie*. Voir les lettres de Cramer à Formey, Genève, 9 avril 1742 et 29 août 1742 éditées dans Bandelier et Eigeldinger (2010, p. 28-43). Voir aussi le chapitre intitulé *L'encyclopédisme avant l'Encyclopédie : attentes genevoises et projet de « dictionnaire philosophique » de J.-H.-S. Formey* écrit par André Bandelier dans Häselser (2005, p. 55-68) dans lequel ces lettres sont analysées en détail.

636. Sept lettres, toutes adressées par D'Alembert à Cramer, font la totalité de la correspondance conservée entre les deux hommes pour l'année 1751 (dont l'*Encyclopédie* est un thème central et récurrent) : nous n'avons donc pas, hélas, les réponses de Cramer.

cure de Decembre»⁶³⁷, et à « *engager [ses] amis riches à souscrire* »⁶³⁸, ce dont il s'acquittera volontiers.

L'article COURBE

Mais, au-delà de son intérêt pour l'*Encyclopédie* en elle-même, Cramer a dû se sentir particulièrement honoré à l'idée de voir son ouvrage cité dans l'article COURBE alors en cours d'écriture par D'Alembert. En effet ce dernier lui écrit, le 5 janvier :

« *A l'égard de votre ouvrage sur les courbes je persiste toujours dans l'idée que j'en ay, et je viens d'ajouter à l'article courbe de l'Encyclopedie le jugement que j'en porte.* »

Cramer ne verra pas cet article⁶³⁹, qui ne sera publié que deux ans après sa mort, dans le quatrième tome de l'*Encyclopédie*. Dans ce long article signé D'Alembert⁶⁴⁰, son traité des courbes est effectivement cité en une dizaine d'endroits (D'Alembert 1751–1765, vol. IV p. 377b-389b). De ce qu'écrit D'Alembert dans sa lettre du 5 janvier, on comprend que l'article était déjà écrit⁶⁴¹ et que D'Alembert n'a fait, après lecture de l'ouvrage de Cramer, qu'y ajouter quelques références au traité des courbes.

Dans cet article, D'Alembert, après avoir tenté de définir le « courbe » (en opposition à la ligne droite, au rectiligne), commence par donner les définitions des termes diamètre, axe, sommet, ordonnée, abscisse, coordonnées, centre (avec les renvois vers les articles correspondants). Rappelant la division cartésienne entre courbes algébriques (géométriques), qui peuvent être décrites par des équations algébriques, et courbes transcendantes (mécaniques) ne pouvant être décrites que par des équations différentielles⁶⁴², il conteste que ces dernières soient exclues du champ de la géométrie. Se focalisant néanmoins sur les seules courbes algébriques, « *parce que le caractere de leurs équations qui consiste à être exprimées en termes finis, nous met à portée d'établir sur ces courbes des propositions générales, qui n'ont*

637. Lettre de D'Alembert à Gabriel Cramer, Paris, 5 janvier 1751 (Passeron 2015, p. 312-318). Cramer aurait volontiers proposé quelques aménagements dans le *Système des connaissances humaines* du *Prospectus*, mais l'éloignement de son correspondant a sans doute empêché D'Alembert de consulter plus avant son correspondant genevois sur ces modifications avant la publication du *Discours préliminaire*. Voir les lettres de D'Alembert à Cramer de février, mars et juin 1751 (p. 323-332).

638. En effet, Cramer fera parvenir à D'Alembert la somme de 500 livres tournois par lettre de change pour couvrir des dépenses d'achat de livres et six souscriptions (à raison de 60 livres chacune) pour l'*Encyclopédie* – dont, peut-être, la sienne propre? Lettre de Gabriel Cramer à D'Alembert, Paris, mars 1751 (p. 328-330).

639. Le premier volume, publié le 28 juin 1751, lui sera expédié au début du mois de juillet par les bons soins de D'Alembert, via le libraire Briasson, en compagnie des cinq autres volumes à destination des souscripteurs genevois, et de quelques autres livres. Lettre de D'Alembert à Cramer, Paris, 6 juillet 1751 (p. 342-343). Les tomes suivants ne seront publiés qu'après le décès de Gabriel Cramer survenu le 4 janvier 1752; en particulier, le quatrième tome contenant l'article COURBE ne paraîtra qu'en 1754.

640. La marque (O), qui est la signature de D'Alembert, est placée en toute fin de l'article COURBE POLYGONE, qui suit immédiatement et est en parfaite continuité de l'article COURBE.

641. C'est-à-dire traduit de l'article CURVE de la *Cyclopædia* de Chambers (1728, p. 359b-362a), avec les nombreux enrichissements, digressions et ajouts bibliographiques de D'Alembert.

642. Entre ces deux types de courbes, il intercale les courbes exponentielles, dans lesquelles l'inconnue intervient en exposant, et interscendantes, dans lesquelles les exposants de l'inconnue sont irrationnels, exactement comme cela est fait dans l'*Introduction*, d'ailleurs (G. Cramer 1750b, p. xii).

pas lieu dans les courbes mécaniques», D'Alembert précise que la géométrie de ces courbes (la découverte de leurs propriétés, hors rectification ou quadrature) ne nécessite pas l'usage du calcul infinitésimal, et qu'« *on peut déterminer, par exemple, leurs tangentes, leurs asymptotes, leurs branches, & c. & toutes les autres propriétés de cette espèce par le secours du seul calcul algébrique ordinaire* », ce qui le place très près des positions de De Gua de Malves et de Cramer. C'est d'ailleurs à l'appui de cette assertion qu'intervient la première citation du traité de Cramer dans l'article (avec ceux d'Euler et de De Gua), tous ces points étant effectivement abordés dans le premier chapitre de l'*Introduction* intitulé *De la Nature des Lignes Courbes en général, & de leurs Equations* (G. Cramer 1750b, p. 1-37).

D'Alembert poursuit en montrant que les changements d'axes de coordonnées ne modifient pas le degré (la dimension, dit D'Alembert) de l'équation de la courbe, et renvoyant à nouveau aux ouvrages de De Gua et de Cramer pour connaître « *les manières abrégées de faire le calcul pour la transformation des axes* » : en effet, cette matière est traitée en détail dans le chapitre II du traité des courbes de (G. Cramer 1750b), intitulé *Des transformations que subit l'Equation d'une Courbe, quand on la raporte à d'autres coordonnées*. Cela lui permet de définir les notions de genre et d'ordre d'une courbe algébrique, dont la distinction tient au fait que les droites ne sont pas comptabilisées parmi les courbes au sens propre : ainsi les lignes du premier ordre sont les droites, les lignes du second ordre – ou courbes du premier genre – sont les coniques, les lignes du troisième ordre sont les courbes du second genre, etc. Il rappelle ensuite que l'équation d'une courbe d'ordre n est définie par la donnée de $\frac{n(n+3)}{2}$ coefficients, et qu'une droite ne peut couper une courbe d'ordre n qu'en au plus n points. À cet endroit, D'Alembert renvoie le lecteur vers l'ouvrage de Cramer pour y trouver « *plusieurs autres propositions, auxquelles nous renvoyons, sur le nombre des points, où les lignes de différens ordres ou du même ordre peuvent se couper* », qui se trouvent en effet dans le troisième chapitre du traité des courbes (p. 52-79) sur les *différens ordres des Lignes algébriques* ainsi que dans les annexes I et II qui s'y rapportent.

Vient ensuite un passage sur les courbes du second genre (autrement dit, du troisième ordre) qui mentionne essentiellement l'*Enumeratio lineæ tertii ordinis* de Newton (1704), et les travaux de Stirling (1717) et Maclaurin (1720) qui en ont dérivé. D'Alembert énonce une propriété algébrique des courbes, présente et largement utilisée dans le texte de Newton comme dans ceux de Stirling et de De Gua de Malves (1740), dont Cramer fait l'objet du cinquième chapitre de l'*Introduction* en l'appliquant plus largement à toute courbe algébrique d'ordre quelconque, intitulé *Valeur du produit de toutes les ordonnées d'une même abscisse* (G. Cramer 1750b, p. 108-128), mais le livre de Cramer n'est pas cité à cet endroit. L'article se poursuit avec la nature des branches infinies des courbes algébriques, qui peuvent être paraboliques (sans asymptote) ou hyperboliques (avec asymptote), que l'on trouve traitées de façon très détaillée dans le chapitre VIII du traité des courbes, sur plus d'une centaine de pages (p. 215-351). D'Alembert définit au passage les notions de diamètre, contre-diamètre et centre d'une courbe, qui en occupent le chapitre VI (p. 129-147). Sur le sujet des branches infinies, l'unique référence de D'Alembert est l'ouvrage de Cramer ; l'étude de ces branches,

rappelle-t-il, se base sur l'utilisation de la méthode des séries et du parallélogramme analytique (arrangé en triangle algébrique par le Genevois), exposés dans le chapitre VII du traité :

« *Nous ne nous étendrons pas ici sur les manières de déterminer les différentes branches des courbes; nous renvoyerons sur ce sujet au livre de M. Cramer, qui a pour titre, introduction a l'analyse des lignes courbes. Nous dirons seulement ici que ce problème dépend de la connoissance des séries & de la regle du parallélogramme, dont nous parlerons en leur lieu. Voyez Parallelogramme, Série, & c.* »

L'article se poursuit par une *division des courbes en différens ordres*, qui fait écho au chapitre IX du livre de G. Cramer (1750b, p. 352-399) dans lequel le Genevois annonce une classification des courbes jusqu'au cinquième ordre. D'Alembert n'y expose que les cas des courbes du premier et du second genre, soit du second et du troisième ordre. Il insiste sur le côté arbitraire de telles classifications : selon les critères retenus, elles varient d'un auteur à l'autre. Il crédite Euler et Cramer de proposer une subdivision des lignes du troisième ordre compatible avec celle classique des coniques, en distinguant des cas selon le nombre et la nature des racines du terme de plus haut rang de l'équation. Il souligne néanmoins que Cramer compte quatorze espèces de courbes du troisième ordre, alors qu'Euler en compte deux de moins, « *ce qui prouve encore l'arbitraire des subdivisions* » et « *que les genres n'existent que par abstraction de l'esprit* » : l'ambition classificatoire de Cramer se heurte ici à un défaut d'universalité. D'Alembert conclut ce passage en évoquant le cas des courbes du quatrième ordre, pour lequel il renvoie le lecteur, une nouvelle fois, à l'ouvrage de Cramer : « *On peut par une méthode semblable faire la division des courbes d'un genre supérieur. Voyez ce que M. Cramer a fait par rapport aux lignes du quatrieme ordre dans le chap. jx. de son ouvrage* »

Enfin, D'Alembert aborde, dans la dernière partie de son article, la question des points multiples et des points singuliers, dont nous avons vu dans le chapitre précédent qu'elle était un thème important de leur correspondance de l'automne 1750, notamment sur la question des points de serpentement. Il distingue les points multiples (qui appartiennent à plusieurs branches de la courbe : points doubles, triples, etc.) des points singuliers (points conjugués, d'inflexion, de serpentement, etc.), alors que Cramer préfère réunir toutes ces sortes de points sous le vocable « singuliers », comme l'indique le titre du dixième chapitre de l'*Introduction : Des Points singuliers; Points multiples, Points d'Inflexion & de Serpentement* G. Cramer (1750b, p. 400-459). D'Alembert prend ici bien soin d'expliquer que les points « *dont l'ordonnée a plusieurs valeurs égales* » – comme les points où une tangente rencontre (touche) la courbe, les points d'inflexion, etc. – ne sont pas à proprement parler des points multiples. Cela renvoie d'ailleurs à la correspondance avec Cramer, dans le cours de laquelle il avait dénié à ce type de points leur singularité, ne voulant y voir que des points simples, « *& qui reellement ne differe[nt] point par la nature des points ordinaires* ». Nous verrons dans l'article SERPENTEMENT que D'Alembert a été attentif aux arguments de Cramer à ce propos.

Ensuite, l'article aborde un paragraphe traitant de la génération des courbes; intitulé *Description organique des courbes*, il renvoie le lecteur vers les ouvrages de Maclaurin (1720) et de L'Hospital (1707). Dans le paragraphe suivant au sujet proche, D'Alembert traite de la

génération des courbes par les ombres : il indique notamment le résultat donné dans l'*Enumeratio* de Newton (1704), puis démontré par Nicole et Clairaut dans les *Mémoires de l'Académie royale des sciences* pour l'année 1731, qui indique que « *la projection des cinq paraboles divergentes engendre toutes les autres courbes du second genre* ». Cramer n'abordant pas cette question dans son traité, il n'est pas cité à cet endroit. En revanche, il l'est dans le tout dernier paragraphe concernant l'*usage des courbes pour la construction des équations*, dont D'Alembert précise qu'il s'agit là de l'usage principal des courbes (rechercher des solutions d'équations par construction de points d'intersection de courbes d'équations bien choisies), et qui est traité chapitre IV de l'*Introduction* (G. Cramer 1750b, p. 80-108). D'Alembert renvoie à l'article CONSTRUCTION et au quatrième chapitre de l'ouvrage de Cramer.

Le traité de Cramer parmi les ouvrages de référence sur les courbes

On voit ici que l'article COURBE de D'Alembert témoigne d'un accord certain avec les matières abordées par Cramer dans son *Introduction*, qui est sans aucun doute typique et représentative de la manière d'aborder l'étude des courbes algébriques au milieu du XVIII^e siècle⁶⁴³ : nature des courbes algébriques, changement de coordonnées, ordre d'une courbe algébrique, intersections de courbes, centres et diamètres, branches infinies et asymptotes, points multiples et points singuliers, construction des équations, classification des courbes algébriques en ordres, classes ou espèces. Sur chacun de ces points (et sur beaucoup de points secondaires placés dans les renvois, comme je vais le détailler par la suite), l'article de D'Alembert renvoie vers le traité de Cramer qui est cité au total à neuf reprises, soit presque autant que les *Usages* de De Gua (cité à dix reprises, mais en des termes moins flatteurs) et l'*Introductio* d'Euler (à quatre reprises seulement). Mais la « consécration encyclopédique » vient réellement dans le corps de l'article COURBE POLYGONE, qui suit immédiatement l'article COURBE : D'Alembert y recense les ouvrages de référence sur le sujet, et celui de Cramer figure en bonne place et en bonne compagnie avec ceux de Newton (1704), Stirling (1717), Maclaurin (1720), De Gua de Malves (1740) et Euler (1748)⁶⁴⁴ :

« *Les meilleurs ouvrages dans lesquels on puisse s'instruire de la théorie des courbes, sont, 1^o l'enumeratio linearum tertii ordinis de M. Newton, d'où une partie de cet article COURBE est tirée : 2^o l'ouvrage de M. Stirling sur le même sujet, & Geometria organica de M. Maclaurin, dont nous avons parlé : 3^o les usages de l'analyse de Descartes par M. l'abbé de Gua, déjà cités; ouvrage original & plein d'excellentes choses, mais qu'il faut lire avec précaution (Voyez BRANCHE & REBROUSSEMENT.) : 4^o l'introduction à l'analyse des lignes courbes, par M. Cramer,*

643. L'organisation des contenus des *Usages* de l'abbé De Gua de Malves (1740), ou du second volume de l'*Introductio* d'Euler (1748), par exemple, est très proche de celle décrite ici.

644. Cette même liste de références était déjà donnée, à quelques ajouts près, par Alexandre Savérien en conclusion de ses articles sur les courbes dans le premier tome de son *Dictionnaire universel de mathématique et de physique* paru quelques mois avant ce tome IV de l'*Encyclopédie*. Le traité de Cramer y apparaît avec un erreur de titre : « *Introduction à la connoissance des lignes Courbes & c. 1750. par M. Cramer* » (Savérien 1753, vol. I p. 242).

ouvrage très-complet, très-clair & très-instructif, & dans lequel on trouve d'ailleurs plusieurs méthodes nouvelles : 5^o l'ouvrage de M. Euler, qui a pour titre, introduction in analys. infinitorum, Lausan. 1748. » (D'Alembert 1751–1765, vol. IV p. 387)

Voilà sans doute l'ajout mentionné par D'Alembert dans sa lettre à Cramer du 5 janvier 1751, lorsqu'il écrivait⁶⁴⁵ : « *A l'égard de votre ouvrage sur les courbes je persiste toujours dans l'idée que j'en ay, et je viens d'ajouter à l'article courbe de l'Encyclopedie le jugement que j'en porte* ». Ce jugement est très positif pour l'ouvrage du Genevois, qui se voit ici élevé au rang de référence sur le sujet des courbes algébriques, et ainsi portée à l'attention tous les futurs lecteurs de l'*Encyclopédie*. De plus, les qualificatifs qui l'accompagnent (« *très-complet, très-clair & très-instructif* ») montrent que Cramer a atteint l'objectif qu'il s'était fixé en écrivant cet ouvrage, et qu'il a explicité en fin de préface : « *J'ai tant de graces à leur [mes lecteurs] demander, que je ne leur ferai point d'excuses, ni sur le style, où je n'ai cherché que la clarté; ni sur certains détails, que j'ai crû nécessaires aux jeunes Géomètres en faveur desquels j'écris* » (G. Cramer 1750b, p. xxiii). Cette insertion en fin d'article est sans doute d'une très grande importance pour la réception de l'ouvrage, dans la perception et l'usage de tous ceux qui s'intéresseront ensuite à cette question des courbes algébriques, historiens comme mathématiciens.

Dans les autres articles

Nous venons d'examiner l'article COURBE, mais le traité de Cramer est également cité dans une dizaine d'autres articles de l'*Encyclopédie*⁶⁴⁶, tous signés par D'Alembert. Prenons-les dans l'ordre alphabétique; dans le long article ASYMPTOTE, D'Alembert insère le commentaire suivant, à nouveau très valorisant pour l'*Introduction* de Cramer :

« *Une courbe géométrique ne peut avoir plus d'asymptotes droites qu'il n'y a d'unités dans l'exposant de son ordre. Voyez Stirling, Enum. lin. 3i. ord. prop. VI. cor. 7. & l'Introduction à l'analyse des Lignes courbes, par M. Cramer, p. 344. art. 147. Ce dernier ouvrage contient une excellente théorie des asymptotes des courbes géométriques & de leurs branches, chap. viii* » (D'Alembert 1751–1765, vol. I p. 795a-796b).

Un peu plus loin dans le même volume, dans l'article AXE, on trouve cette nouvelle remarque de D'Alembert sur un point de vocabulaire mathématique :

« *En général, l'on appelle la ligne des abscisses axe des abscisses, ou simplement axe ; & la ligne des ordonnées, axe des ordonnées ; (toujours avec cette condition que les deux axes soient perpendiculaires l'un à l'autre, sinon ce sont deux*

645. Lettre de D'Alembert à Gabriel Cramer, Paris, 5 janvier 1751 (Passeron 2015, p. 312-318).

646. J'exclus ici deux articles dans lesquels Cramer est cité mais sans rapport avec l'*Introduction* : il s'agit des articles GÉOMÉTRIE à propos du mémoire publié par le Genevois dans l'*Histoire de l'académie de Berlin* sur Hippocrate de Chio (G. Cramer [1748] 1750), et ISOPÉRIMÈTRE à propos d'un mémoire posthume de géométrie paru dans cette même *Histoire* de Berlin (G. Cramer [1752] 1754).

diametres). Cependant plusieurs auteurs, entr'autres M. Cramer, nomment ces deux lignes axes, quelque angle qu'elles fassent entr'elles» (vol. I p. 905a).

Ce passage fait écho aux corrections que Cramer a apporté à son manuscrit et que j'ai relevées dans le chapitre V de cette thèse : l'expression « *lignes des abscisses* » (ou des ordonnées) avait été systématiquement corrigée en « *axe des abscisses* ». Il s'agit donc bien là d'un usage relativement novateur du mot *axe* dans le contexte de la géométrie des courbes algébriques. Pour conclure la partie *Axe en géométrie* de cet article, il renvoie une nouvelle fois à une seule et unique référence : « *Voyez l'introduction à l'analyse des lignes courbes de M. Cramer, Geneve 1750* ». Ces deux mentions sont d'ailleurs les seules dont Cramer a pu avoir connaissance en juillet 1751, lorsqu'il a reçu de Paris les exemplaires de ce volume I à destination des souscripteurs genevois, son décès intervenant quelques mois plus tard, juste avant la diffusion du second volume.

Dans ce second volume, l'ouvrage de Cramer est à nouveau cité à l'occasion des deux articles. Dans le premier, intitulé *BRANCHE de courbe*, D'Alembert écrit : « *On trouvera une théorie très-complète des branches infinies des courbes dans le huitieme chapitre de l'Introduction à l'analyse des lignes courbes par M. Cramer. Il y donne la méthode de déterminer les différentes branches d'une courbe, & leurs asymptotes droites ou courbes. Comme cette théorie nous conduiroit trop loin, nous renvoyons là-dessus à son ouvrage* », avant d'indiquer également le livre de De Gua dans lequel « *on trouve aussi d'excellentes choses sur ce sujet* » (vol. II p. 395b). Dans le second, à propos du *CENTRE d'une courbe d'un genre plus élevé*, il réitère la même recommandation : « *M. Cramer, dans son Introduction à l'analyse des lignes courbes, donne une méthode très-exacte pour déterminer les centres généraux* » (vol. II p. 824a).

Dans le quatrième volume – hormis dans l'article *COURBE*, dont nous avons déjà parlé – on ne trouve qu'une seule mention, en passant, au traité de Cramer dans le court article *COURBURE* renvoyant vers « *M. Cramer, chap. xij* ». En revanche, il est intéressant d'y lire à nouveau les réticences que D'Alembert avait déjà exprimées auprès de Cramer dans une de ses lettres de l'automne 1750 : il écrivait alors « *Dire que les courbures des cercles sont en raison inverse de leurs rayons; me paroît une definition de nom : car a proprement parler un cercle dans une certaine portion de sa circonference n'est pas plus courbe qu'un autre cercle dans une semblable proportion de la [circonférence?]* »⁶⁴⁷. Cramer avait alors répondu en acquiesçant à cette assertion de D'Alembert (des arcs de cercle semblables, de longueurs et de rayons proportionnels, ont bien la même courbure), mais l'avait complétée en arguant que deux arcs ayant la même longueur ont des courbures inversement proportionnelles à leurs rayons. D'Alembert ne s'était pas alors montré très convaincu par les arguments de son correspondant genevois : dans l'article, si D'Alembert définit bien la courbure d'une courbe en chaque point « *en raison inverse de son rayon osculateur* », ses interrogations persistent et se traduisent de la manière suivante : « *Au reste il y a de l'arbitraire dans cette définition; car si d'un côté on peut dire qu'un arc de petit cercle est plus courbe qu'un arc de grand cercle*

647. Lettre de D'Alembert à Gabriel Cramer, Paris, fin septembre 1750 (Passeron 2015). La lettre est incomplète, et se termine à cet endroit. À noter : D'Alembert, lors de sa formation, désignait le rayon de courbure par l'expression « *rayon de la développée* » selon De Gandt (2005).

rapporté à la même corde, on peut dire d'un autre côté que ces arcs sont également courbes, rapportés à des cordes différentes & proportionnelles à leurs rayons; & cette façon de parler pourroit être admise aussi, d'autant que les cercles sont des courbes semblables » (vol. IV p. 390a-390b).

Plusieurs articles concernant les points multiples ou singuliers citent également le traité des courbes de Cramer. Dans l'article POINT DOUBLE, TRIPLE, QUADRUPLE, & c. ou en général *point multiple*, D'Alembert commence par réitérer sa mise en garde sur le fait qu'un point multiple, appartenant à plusieurs branches de la courbe, a plusieurs ordonnées égales, mais que la réciproque n'est pas vraie : un point dont l'ordonnée a plusieurs valeurs égales, comme le point de contact d'une courbe et de sa tangente, par exemple, n'est pas nécessairement multiple – ce qui apparaissait déjà dans sa correspondance avec Cramer. Il donne ensuite une caractérisation différentielle de ces points multiples, ce qui ne l'empêche pas d'écrire juste après : « *on trouvera tout ce qu'on peut désirer sur ce sujet dans l'introduction à l'analyse des lignes courbes, par M. Cramer, chap. x et xiiij* » (vol. XII p. 871b), où le lecteur ne trouvera pourtant qu'une caractérisation algébrique de ces points multiples. Dans l'article REBROUSSEMENT D'Alembert donne également une caractérisation différentielle de ces points, avant de renvoyer le lecteur vers le livre de Cramer, une nouvelle fois cité comme référence unique : « *Voyez le traité des courbes de M. Cramer, où vous trouverez sur cette matière un plus grand détail* » (vol. XIII p. 842a-842b). Remarquons au passage qu'il y revendique à nouveau la priorité sur Euler pour la démonstration de l'existence des points de rebroussement de la seconde espèce, comme cela était déjà apparu dans la correspondance avec le Genevois. Enfin, l'*Introduction* de Cramer est à nouveau mentionnée dans l'article SERPENTEMENT, dans lequel on trouve encore des échos de cette correspondance : réticent face à Cramer pour accepter la notion même de serpentement infiniment petit ⁶⁴⁸, il la fait finalement figurer dans l'article en écrivant : « *On appelle serpentement infiniment petit, celui où on peut imaginer une ordonnée, qui étant supposée touchante de la courbe, y ait 4 valeurs égales, ou davantage* », et conclut ce court article par un nouveau renvoi à l'*Introduction* : « *Voyez le traité des courbes de M. Cramer* » (vol. XV p. 112a-112b). J'ajoute à cette liste d'articles celui qui est intitulé MAXIMUM où D'Alembert, après avoir identifié que « *les vrais points de maximum ou de minimum considérés comme des points simples & qui n'ont aucune autre propriété, sont ceux où $dy = 0$* » (condition non suffisante, indique-t-il aussi), indique une nouvelle fois le traité des courbes en référence : « *Nous ne faisons ici que donner l'esprit de la méthode. Ceux qui désireront un plus grand détail, peuvent recourir à l'analyse des courbes de M. Cramer, où cette matière est bien traitée. Voyez le chap. xj. de cet ouvrage* » (vol. X p. 215b-217a).

Ainsi, sur la question des points multiples et singuliers, D'Alembert cite-t-il systématiquement l'ouvrage de Cramer, de manière quasi exclusive. On peut toutefois noter des exceptions à cela : par exemple, l'ouvrage de Cramer n'est pas cité dans l'article sur les points d'inflexion, où D'Alembert ne propose en référence que l'ouvrage de l'abbé De Gua (vol.

648. Comme nous l'avons vu, par exemple, dans sa lettre de septembre 1750.

VIII p. 728a-728b). De la même manière, on peut constater que le traité de Cramer n'est pas cité dans plusieurs articles relatifs à la géométrie des courbes algébriques où l'on aurait s'attendre à l'y retrouver. Par exemple, les articles HYPERBOLE, PARABOLE ou CONIQUE sont dépourvus de références à l'*Introduction* : si les deux premiers sont des articles assez courts ne comportant par ailleurs aucune référence bibliographique, le dernier est assez long et mentionne de nombreux auteurs, mais il y appelle de ses vœux un « *traité vraiment analytique des sections coniques* », jugeant que celui de L'Hospital (1707) ne l'est pas assez et précisant que l'on trouve de « *bonnes réflexions sur ce sujet* » dans celui de l'abbé De Gua de Malves (1740), qui y « *trace le plan d'un pareil traité* » (D'Alembert 1751–1765, vol. III p. 875a-879a). Le début du chapitre IX du traité de G. Cramer (1750b, p. 352-359) aurait pu prétendre à figurer en référence à cet endroit de l'article, mais soit D'Alembert a considéré que le contenu de l'*Introduction* ne répondait pas suffisamment à ses attentes, soit il a omis de le citer à cet endroit, peut-être parce qu'il a lu le traité après la rédaction de l'article, sans y revenir ultérieurement. Enfin, le très succinct article CUBIQUE ne comporte lui non plus aucune référence de type bibliographique; il faut noter néanmoins que l'*Introduction* est citée dans l'article TRIDENT qui décrit un type particulier de cubique (D'Alembert 1751–1765, vol. XVI p. 637b).

Concernant les articles orientés vers l'algèbre ou l'analyse, si le nom de Cramer, accolé à celui de De Gua de Malves, est mentionné (avec une coquille dans l'orthographe du nom) dans l'article PARALLÉLOGRAMME – plus exactement dans la partie de cet article traitant de la *regle du parallélogramme* de Newton – ce n'est qu'incidemment, pour observer que la transformation du parallélogramme en triangle analytique « *ne change rien au fond* » (vol. XI p. 911b-912a). On ne trouve aucune référence au traité de Cramer dans les articles SERIE OU SUITE et ORDRE *en géométrie* (ordre d'une courbe, mais aussi ordre des infinis et infiniment petits, abordés dans leur correspondance), qui auraient pu donner lieu à une citation du traité des courbes. On n'en trouve pas davantage dans l'article EVANOUIR (pour l'évanouissement des inconnues entre deux équations algébriques) : il semble que, contrairement à Euler qui, dans ses lettres, a beaucoup insisté sur l'importance des deux premiers appendices de l'*Introduction*, D'Alembert n'ait pas perçu tout le potentiel des résultats et méthodes algébriques qui y sont exposés.

Voici un tableau récapitulatif des citations de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* dans les articles de l'Encyclopédie :

TABLE 9.1 – Citations de l'*Introduction* dans les articles mathématiques de l'*Encyclopédie*.

Volume	Page	Titre de l'article	Chapitre ou passage cité
I	795a-796b	ASYMPTOTE	Chapitre VIII (branches infinies)
I	905a	AXE	Chapitre I (nature des courbes)
II	395b	BRANCHE	Chapitre VIII (branches infinies)
II	824a	CENTRE	Chapitre VI (diamètres et centres des courbes)

TABLE 9.1 – Citations de l'*Introduction* dans les articles mathématiques de l'*Encyclopédie*.

Volume	Page	Titre de l'article	Chapitre ou passage cité
IV	377b-389b	COURBE et COURBE POLYGONE	Chapitres II (changements de coordonnées), III (intersections de courbes), IV (construction des équations), VI (diamètres et centres), VII (méthode des séries et parallélogramme de Newton), VIII (branches infinies et asymptotes), IX (classification des courbes), X (points singuliers, points multiples)
IV	390a-390b	COURBURE	Chapitre XII (courbure)
X	215b-217a	MAXIMUM	Chapitre XI (méthode des tangentes, extrema)
XI	911b-912a	PARALLÉLOGRAMME	Chapitre III (parallélogramme et triangle analytique)
XII	871b	POINT MULTIPLE	Chapitres X et XIII (points singuliers, points multiples)
XIII	842a-842b	REBROUSSEMENT	Chapitre XIII (points multiples)
XV	112a-112b	SERPENTEMENT	Chapitre X (points singuliers)
XVI	637b	TRIDENT	Chapitre IX (classification des courbes d'ordre 3)

Ces insertions réalisées par D'Alembert dans le corps des articles de l'*Encyclopédie* traitant des courbes algébriques, qui reflètent le jugement très positif qu'il porte sur l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Gabriel Cramer après sa lecture et les échanges épistolaires qu'il a tenus avec son auteur, jouent très probablement un rôle très important dans la réception de l'ouvrage par les savants de l'Europe dans la seconde moitié du XVIII^e siècle et, par ricochet, par celles et ceux qui se sont intéressés à la question des courbes algébriques depuis cette période.

Les références à l'*Introduction* dans le corpus encyclopédique européen francophone

Je vais désormais m'attacher à identifier et analyser les mentions de l'ouvrage dans une partie du corpus encyclopédique européen (notamment francophone et anglophone) de la fin du XVIII^e siècle jusqu'au milieu du XX^e siècle, afin de voir au travers des yeux des encyclopédistes ce qui est conservé ou oublié de l'œuvre du Genevois au fil du temps. Je ne peux prétendre à l'exhaustivité ici : la production d'encyclopédies et de dictionnaires, généralistes ou spécialisés, en Europe au cours de cette période est considérable, et de nombre de ces projets encyclopédiques ont connu plusieurs éditions potentiellement très différentes les unes des autres. Je vais donc me focaliser sur quelques exemples choisis, en différenciant le corpus continental (essentiellement francophone, même si de très importantes encyclopédies écrites en d'autres langues – en langue allemande notamment, mais aussi polonaise, hongroise, russe, etc. – ont été publiées entre le XVIII^e et le XX^e siècles⁶⁴⁹) du corpus britannique, également très riche. Je commencerai par deux projets européens qui se décrivent comme des révisions ou des refontes de l'*Encyclopédie* de Diderot et D'Alembert, tout en lui em-

649. Un guide bibliographique sur les encyclopédies, maintenant assez ancien mais toujours d'actualité, est Collison (1964).

pruntant l'essentiel de leurs contenus : l'*Encyclopédie d'Yverdon* de Felice et l'*Encyclopédie méthodique* de Panckoucke.

Dans le prolongement de l'*Encyclopédie* : L'*Encyclopédie d'Yverdon* et la *Méthodique*

Entre 1770 et 1780, l'imprimeur Fortunato Bartolomeo De Felice⁶⁵⁰ fait paraître à Yverdon les 58 volumes in-quarto (dont 6 de suppléments et 10 de planches) d'une *Encyclopédie* qui se veut une refonte complète de celle de Diderot et D'Alembert⁶⁵¹ sous le titre *Encyclopédie, ou dictionnaire universel raisonné des connoissances humaines*, aujourd'hui plutôt connue sous la désignation *Encyclopédie d'Yverdon* (De Felice 1770–1780). Parmi les collaborateurs les plus remarquables de De Felice dans cette entreprise, on trouve Von Haller (à qui l'*Encyclopédie d'Yverdon* est d'ailleurs dédiée), Formey ou encore Lalande. Cette encyclopédie sera largement diffusée, essentiellement en Europe du Nord (Suisse, Allemagne, Hollande, Danemark et Russie). Certains articles y sont réécrits (repérés par une marque (R) finale), d'autres sont totalement nouveaux (marqués par un (N) final). Enfin, certains articles contiennent des additions, qui sont délimitées par des étoiles (vol. I p. xiii). Il est donc intéressant d'y voir comment le traité de Cramer y est cité, plus de vingt ans après sa parution, notamment dans les articles déjà identifiés de l'*Encyclopédie* de Paris, et d'évaluer les changements, ajouts ou soustractions que l'on peut y constater.

Commençons par l'article COURBE (vol. X p. 107a-130b). C'est une reprise verbatim de l'article écrit par D'Alembert pour l'*Encyclopédie* parisienne, et reproduit donc à l'identique les appréciations et références portées par celui-ci dans l'article original ; mais il y a une insertion, signalée par une étoile, en bas de la page 125, qui occupe deux pages entières. Cette insertion est un exposé relativement complet de la méthode du triangle analytique de Cramer, qui « *donne la limite à laquelle tend la relation algébrique entre deux coordonnées* ». L'auteur de cette insertion signe (G.C.) : la coïncidence de ces initiales avec celles de Gabriel Cramer est troublante, mais il s'agit du français Mathieu-Bernard Goudin (1734-1817), astronome et mathématicien français⁶⁵², par ailleurs co-auteur avec Dionis du Séjour d'un *Traité des courbes algébriques* (Goudin et Dionis du Séjour 1756). Il y expose en dix points « *les propriétés principales des courbes algébriques qui sont données par le triangle analytique exclusivement au calcul différentiel* » (position et nature des branches infinies et de leurs éventuelles asymptotes), mais aussi comment l'utiliser pour obtenir un développement en suite infinie (série), avec un exemple – en fait, il reprend l'exemple de courbe d'ordre 7 qui était proposé par Cramer dans l'*Introduction* (G. Cramer 1750b, p. 205-208) – pour illustrer la méthode, sans citer directement Cramer, néanmoins. C'est un apport très intéressant que fait

650. De Felice (1723-1789), professeur de philosophie à Rome, puis de physique expérimentale à Naples, a fui son Italie natale pour s'installer comme imprimeur à Berne puis à Yverdon, ville située entre Genève et Berne.

651. Au sujet de l'*Encyclopédie d'Yverdon* et de l'entreprise de De Felice, voir Cernuschi (2014) et Häselser (2005).

652. La liste des auteurs de l'*Encyclopédie d'Yverdon* est donnée, avec les signatures, dans Doig et Donato (1991).

Goudin à l'article de D'Alembert : celui-ci n'avait mentionné cette méthode que très brièvement dans l'article COURBE, sans la détailler davantage dans l'article PARALLÉLOGRAMME. De plus, cet ajout laisse à penser que les méthodes mises en œuvre par Cramer dans son *Introduction* pour l'étude des courbes algébriques, dont la méthode du triangle (ou parallélogramme) analytique, sont toujours d'une forte actualité au début des années 1770.

Dans l'article COURBURE (De Felice 1770–1780, vol. XII p. 132b-133a), se trouve une nouvelle insertion signée Goudin, mais celle-ci intègre plutôt des éléments de son propre *Traité des courbes algébriques* (Goudin et Dionis du Séjour 1756). Pour le reste, les articles ASYMPTOTE (De Felice 1770–1780, vol. IV p. 49b-52b), AXE *en géométrie* (vol. IV p. 343b-344b), BRANCHE (vol. VI p. 274b-276b), CENTRE *d'une courbe d'un genre plus élevé* (vol. VIII p. 316a-316b), MAXIMUM (vol. XXVIII p. 17a-20a), POINT DOUBLE, TRIPLE, QUADRUPLE (vol. XXXIV p. 307b-308a), REBROUSSEMENT (vol. XXXVI p. 201b-202a), SERPENTEMENT (vol. XXXVIII p. 428b-429a) et TRIDENT (vol. XLI p. 399a) ne comportent aucune modification vis-à-vis des articles originaux de D'Alembert : ils conservent – et continuent donc de propager vers de nouveaux publics – les appréciations de ce dernier sur le traité des courbes de Cramer.

On peut enfin noter la présence, dans le volume XII, d'un court article biographique sur Gabriel Cramer, signé Gottlieb Emanuel von Haller (fils aîné d'Albrecht). Dans cet article, où l'on trouve résumées toutes les informations habituellement consignées sur la vie du savant genevois (et pour la plupart issues des éloges publiés à sa mort), quelques lignes présentent son *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* :

« Nous lui devons surtout un ouvrage très profond qu'il a modestement intitulé, *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques, 1750*. Il a pénétré plus avant dans cette matière que Newton : celui-ci n'avoit donné que l'indication des lignes du troisième ordre, & il cacha la clef dont il s'étoit servi. Cramer donna la démonstration de la méthode inventée par Newton, & l'appliqua avec la plus grande sagacité à la doctrine des courbes algébriques en général. » (vol. XII p. 231)

Cette appréciation est bien entendu très positive, mais reste essentiellement laudative sans donner aucune information factuelle quant à l'actualité de l'ouvrage de Cramer, à son usage par les mathématiciens ou les professeurs en université, par exemple.

Un autre projet encyclopédique d'ampleur, qui se place dans les pas de l'*Encyclopédie* parisienne, est l'*Encyclopédie méthodique* initiée par le libraire parisien Charles-Joseph Panckoucke en 1782 ; puisque cette encyclopédie présente ses articles regroupés en dictionnaires thématiques, je m'intéresserai plus particulièrement à la partie Mathématiques, publiée en trois volumes (Panckoucke 1784–1789). La parution des quelque 200 volumes de cette *Encyclopédie méthodique*, formidable entreprise de réorganisation et de révision des contenus de l'*Encyclopédie* de Diderot et D'Alembert, s'est étalée sur près de cinquante ans ⁶⁵³.

653. Au sujet de ce projet encyclopédique, de ses prolongements et révisions apportés par Panckoucke et ses collaborateurs à l'*Encyclopédie* de Diderot et D'Alembert, on pourra lire (Doig 2013), notamment le premier chapitre (p. 11-29) qui s'intéresse à la partie mathématiques et physique. On pourra également se reporter à Blanckaert et Porret (2006), tout particulièrement le chapitre XVII intitulé *Prospectus pour une étude du Dictionnaire de mathématiques de l'Encyclopédie méthodique*, signé Coste et Crépel (2006).

Les auteurs principaux des articles composant les trois volumes du *Dictionnaire de mathématiques* issus de ce réarrangement « *par ordre de matières* » sont D'Alembert, de manière posthume, pour les articles originaux tirés de l'*Encyclopédie*, en mathématiques pures et mécanique, Condorcet pour les articles sur le calcul des probabilités (ainsi que le calcul intégral dans le *supplément*), Lalande pour les articles relatifs à l'astronomie, et enfin l'abbé Charles Bossut pour les articles de mathématiques élémentaires et quelques autres, dont l'hydrodynamique (Blanckaert et Porret 2006, p. 493).

L'abbé Bossut en a également rédigé le *Discours préliminaire*, dans lequel il divise classiquement les sciences mathématiques en mathématiques *pures* (arithmétique, géométrie, analyse et géométrie mixte, c'est-à-dire la « *combinaison de la Géométrie ordinaire et de l'Analyse* ») et mathématiques *mixtes* (ou sciences physico-mathématiques : mécanique, hydrodynamique, acoustique, optique et astronomie)⁶⁵⁴. Suit un long et détaillé exposé historique de l'évolution des sciences mathématiques : c'est dans le cours de cette histoire des mathématiques que l'on trouve la première mention à Gabriel Cramer et son *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, sous la plume de celui qui, admiratif de l'œuvre du Genevois, était entré en correspondance avec lui au début de sa formation mathématique, en 1751 :

« *L'art d'éliminer les inconnues, ou de réduire les équations d'un problème au plus petit nombre possible, est une partie essentielle de l'Analyse. Plusieurs Géomètres s'en sont occupés. M. Cramer l'a déjà fort simplifiée. M. Bezout en a fait l'objet d'un savant Traité, où il a porté la matière beaucoup plus loin qu'elle ne l'a été encore* » (Panckoucke 1784–1789, vol. I p. cxi).

Ainsi donc, la première référence au travail de Cramer concerne les résultats purement algébriques sur l'élimination des inconnues entre équations algébriques, qui étaient restés plutôt ignorés de D'Alembert. Mais c'est bien dans le contexte de cette « *Géométrie mixte* » que Bossut situe en référence – d'un point de vue plutôt historique, il est vrai – le traité des courbes de Cramer, dans une sorte de préterition aux côtés des attendus Newton (1704), Stirling (1717) et Euler (1748) :

« *C'est principalement dans la Géométrie mixte qu'on reconnoît l'usage & la fécondité des Théories analytiques. Ici je suis forcé plus que jamais de me contenir : car il me faudroit un espace très-étendu, si je voulois rapporter avec quelque détail les découvertes qu'on a faites en ce genre. Je ne citerai donc pas l'énumération des lignes du troisième ordre par Neuton, ni les méthodes ingénieuses de Stirling pour les interpolations des séries & pour les quadratures des courbes, ni l'Analyse des courbes algébriques de M. Cramer, ni un semblable ouvrage de M. Euler, & c.* » (Panckoucke 1784–1789, vol. I p. cxi-cxii)

Nous pouvons dès lors rechercher dans les trois volumes de ce *Dictionnaire de mathématiques* à la fois les articles qui citaient déjà Cramer dans l'*Encyclopédie* afin de voir s'ils

654. On pourra, par exemple, lire l'étude de Christian Gilain quant à l'évolution du statut de l'analyse dans la classification des mathématiques de l'*Encyclopédie* à la *Méthodique* (Gilain 2010).

ont subi des évolutions, et de nouvelles occurrences de références à Gabriel Cramer et son traité.

L'article APPROXIMATION est complètement réécrit dans la *Méthodique* (vol. I p. 96b-108b); là où le court article de D'Alembert⁶⁵⁵ s'arrête à la résolution par approximation d'équations algébriques numériques (à une seule variable), celui de Bossut⁶⁵⁶ est beaucoup plus développé, expose en détail la méthode de Newton pour résoudre les équations numériques par la méthode des séries, et aborde le cas des équations contenant plusieurs inconnues. Il écrit ainsi, pour conclure la première partie de cet article⁶⁵⁷ :

« Les équations qui contiennent plus de trois lettres, peuvent se traiter, à-peu-près, de la même manière. Toute la difficulté qu'on éprouve à former les suites qui doivent exprimer les valeurs de l'inconnue, consiste à choisir, parmi les termes de l'équation, ceux qui sont plus grands que les autres [...] Neuton a donné, pour cela, une règle fort commode, qu'on appelle ordinairement le parallélogramme de Newton. Elle est expliquée de la manière la plus claire & la plus détaillée dans un excellent Ouvrage de M. Cramer, qui a pour titre : Introduction à l'Analyse des Lignes courbes Algébriques, Gen. 1750. » (vol. I p. 102a)

Comme dans le cas de l'*Encyclopédie d'Yverdon*, l'accent est ici donné sur la méthode du parallélogramme de Newton (mis en œuvre par Cramer sous la forme du *Triangle analytique*), ce qui corrobore le fait que cette méthode est encore couramment en usage dans les années 1780, renforçant l'hypothèse d'une toujours forte actualité du traité des courbes plus de trente ans après sa publication, au moins au yeux de Bossut encyclopédiste.

Les articles ASYMPTOTE (vol. I p. 177a-179a), AXE (vol. I p. 202a-204a), BRANCHE (vol. I p. 228b-229b), CENTRE *d'une courbe d'un genre plus élevé* (vol. I p. 322b), COURBE et COURBURE (vol. I p. 449b-465a), PARALLÉLOGRAMME (vol. II p. 523b-525b), POINT DOUBLE, TRIPLE, QUADRUPLE (vol. II p. 618a-618b), REBROUSSEMENT (vol. II p. 730b-731a), SERPENTEMENT (vol. III p. 36a) sont des reprises fidèles des articles originaux de D'Alembert⁶⁵⁸, sans modification ni adjonction aucune, et citent donc le traité de Cramer dans les mêmes termes que dans l'*Encyclopédie*.

L'*Encyclopédie d'Yverdon* et la partie *Mathématiques* de l'*Encyclopédie méthodique* sont deux succès d'édition, qui prolongent celui de l'*Encyclopédie* parisienne originale, et – pour le sujet qui nous concerne – propagent les appréciations positives initialement portées par D'Alembert et renforcent le traité des courbes de Gabriel Cramer en tant que source de première intention sur la question des courbes algébriques, en insistant même un peu davantage sur la règle du parallélogramme de Newton et les développements en série. Ces deux encyclopédies connaissent une très bonne diffusion en Europe continentale, notamment en France et en Suisse, où elles sont éditées et imprimées, mais également en Europe du Nord

655. D'Alembert 1751–1765, vol. I p. 558b-559b.

656. La première partie de l'article, qui nous intéresse ici, est signée (L.B.), ce qui est la marque des contributions de l'abbé Bossut, comme indiqué dans la rubrique *Auteurs* en début de volume.

657. Une seconde partie traitant d'une « méthode d'avoir la valeur approchée de toutes les racines d'une équation numérique déterminée » attribuée à Lagrange, est signée de Condorcet, dont la marque est (M.D.C.).

658. Ces articles sont d'ailleurs toujours signés (O) dans la *Méthodique*, comme dans l'*Encyclopédie*.

(Hollande, Allemagne, Danemark) et contribuent à faire connaître et utiliser l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* à leurs lecteurs.

Autres références continentales

Très grand succès d'édition, le *Dictionnaire de mathématiques de la Méthodique*, publié en trois volumes dans les années 1780, jouit d'un grand prestige en France et en Europe continentale tout au long du XIX^e siècle. D'autres dictionnaires voient le jour dès le premier tiers de ce siècle comme, par exemple, le *Dictionnaire des sciences mathématiques pures et appliquées par une société d'anciens élèves de l'École Polytechnique*, rédigé sous la direction d'Alexandre Sarrazin de Montferrier, un mathématicien et publiciste né en 1792. Nous n'avons que très peu d'informations sur cet homme, qui se présente en page de titre comme « *membre de l'ancienne société royale académique des sciences de Paris, de l'académie des sciences de Marseille, de celle de Metz, etc.* »⁶⁵⁹ et sur les autres rédacteurs de ce *Dictionnaire*⁶⁶⁰.

Ce *Dictionnaire* en trois volumes (parus entre 1835 et 1840 pour leur première édition⁶⁶¹) a vocation à mettre à jour les connaissances mathématiques déclinées dans celui de la *Méthodique* : dans l'introduction du premier volume, non signée mais vraisemblablement écrite par Montferrier lui-même, il est affirmé que « *l'œuvre encyclopédique [le Dictionnaire de mathématiques de la Méthodique] [...] est tombée [...] dans un discrédit complet. D'une part les progrès de la science ont dépassé, en beaucoup de points importants, les travaux mathématiques qui y sont rassemblés, et d'autre part la pensée philosophique, qu'ils avaient pour but de fortifier, ne peut plus prétendre à exercer sur les esprits l'influence dont elle a été en possession* » (Sarrazin de Montferrier 1835–1840, vol. I p. vi) ! La grande ambition du travail engagé est donc d'actualiser l'état des connaissances mathématiques en France, y compris dans ses aspects philosophiques et historiques, dans un contexte marqué par les débuts du positivisme (« *Nous allons voir maintenant la production scientifique de la vérité s'harmoniser complètement dans le développement successif et général des faits sociaux* », écrit-il (vol. I p. vi)). C'est un ouvrage finalement assez élémentaire et concis (deux tomes de 600 à 700 pages chacun, complétés par un volume de suppléments contenant des articles sur la géodésie, la trigonométrie et l'astronomie rédigés avec le concours du colonel Louis Puissant, membre de l'Académie des sciences de Paris) qui ne s'adresse pas au spécialiste mais à un large public d'amateurs et de curieux.

659. Selon la notice qui lui est consacrée dans le *Grand dictionnaire universel du XIX^e siècle* de Pierre Larousse, il s'est d'abord occupé de propager les théories de Mesmer sur le magnétisme animal, avant de prendre part à la rédaction de journaux libéraux.

660. D'après les tables situées en fin de volume, les articles sont écrits soit par Montferrier lui-même, soit par le journaliste grenoblois Alexandre Barginet, soit par Alphonse-Louis-Bernard Boubée de Lespin, désigné ici comme « *capitaine du génie* ». Ce dernier est le seul des trois auteurs que l'on retrouve dans le *Répertoire de l'École impérial polytechnique* (Marielle 1855). Il est difficile de savoir à quoi se rapporte exactement la mention à la « *société d'anciens élèves de l'École Polytechnique* » censée avoir travaillé sous la direction de Montferrier à la rédaction du *Dictionnaire*. Les trois auteurs identifiés n'étant pas des mathématiciens professionnels, il est probable qu'ils aient dû, en effet, faire appel à des contributeurs plus qualifiés.

661. Une seconde édition a été publiée en 1845, ainsi qu'une traduction en italien en 1838.

Le nom de Cramer ne se retrouve pas dans l'article COURBE du premier volume de ce dictionnaire. Écrit par Boubée de Lespin, cet article est assez sommaire : on y passe assez rapidement sur la classification des courbes algébriques en donnant les équations générales des courbes des trois premiers ordres, et en mentionnant les travaux de Newton, Stirling⁶⁶² et Euler. L'article COURBURE, de longueur presque aussi importante que l'article COURBE, et également dû à Boubée de Lespin, ne le mentionne pas davantage. En revanche plusieurs articles connexes, attribués à Montferrier, citent à de nombreuses reprises le traité des courbes de Cramer. Ainsi dans l'article ASYMPTOTE – bien que vue ici comme « tangente à l'infini », et donc mobilisant des méthodes différentielles – lit-on : « Voyez, pour la théorie complète des asymptotes, l'ouvrage de Cramer, intitulé : Introduction à l'analyse des lignes courbes. Voy. aussi le Traité des fluxions de Maclaurin, les Institutions analytiques de Marie Agnesi et, dans ce Dictionnaire, les articles COURBES et BRANCHES. » (vol. I p. 175). L'article BRANCHE DE COURBE, justement, se conclut par une unique référence à l'ouvrage de Cramer : « Voyez l'Introduction à l'analyse des lignes courbes, de Cramer » (vol. I p.241). Le court article CENTRE D'UNE COURBE préconise au lecteur de se reporter aux ouvrages de l'abbé De Gua de Malves (1740) et de Cramer (Sarrazin de Montferrier 1835–1840, vol. I p. 297), tout comme les articles PARALLÉLOGRAMME DE NEWTON (vol. II p. 279) et TRIDENT (vol. II p. 580). Enfin, l'article POINTS SINGULIERS, qui traite des points d'inflexion, de rebroussement et des points multiples, se conclut par cette phrase : « La théorie des points singuliers contient encore un grand nombre de cas remarquables pour lesquels nous devons renvoyer à l'Analyse des lignes courbes de Cramer, et au Traité de calcul différentiel de Lacroix » (vol. II p. 340). Signalons également que le traité des courbes de Cramer est cité dans l'article ÉLIMINATION : « Cramer, dans son Analyse des lignes courbes, Bézout, dans sa Théorie générale des équations, Vandermonde et La Place, dans les Mémoires de l'Académie pour 1772, ont traité avec plus ou moins de généralité cette partie importante de la théorie des équations qui est en outre redevable à Euler d'un procédé simple et élégant » (vol. I p. 522-523). Enfin, il faut noter la présence d'un article biographique CRAMER, (GABRIEL), attribué à Barginet, qui réserve un développement à son *Analyse des courbes* :

« L'ouvrage qui a consacré la célébrité de Cramer est celui qu'il intitula modestement : Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques (Genève, 1750, in-4°). Ce livre est connu de tous les mathématiciens. La théorie générale des lignes courbes avait occupé le célèbre Euler, il en avait traité dans son *Introductio in analysin infinitorum* avec cette puissance de talent et cette généralité de vues qui caractérisent toutes ses productions. Mais il était nécessaire que ce sujet fût traité dans un ouvrage spécial, avec tous les développemens qu'il comporte, et présenté sous une forme plus accessible à tous les géomètres. Tel fut le but que se proposa Cramer, et qu'il remplit avec un rare bonheur » (vol. I p. 403)

Ces différents extraits du *Dictionnaire* de Montferrier montrent que le traité de Cramer, « connu de tous les mathématiciens », est toujours d'actualité sur le sujet des courbes algé-

662. Incorrectement orthographié Sterling dans l'article.

briques, et reste au premier tiers du XIX^e siècle une référence incontournable, notamment grâce à son unité (le sujet y est traité dans son entier) et son accessibilité pour les débutants ou les amateurs. On remarquera aussi que le nom de Cramer est associé à celui de Bézout sur l'élimination : les travaux algébriques du Genevois ont trouvé en France un écho particulier grâce à l'auteur de la *Théorie générale des équations*.

En 1869, dans le cinquième tome du *Grand dictionnaire universel du XIX^e siècle* de Pierre Larousse (1866–1877), on trouve un court article biographique CRAMER (GABRIEL), dans lequel est portée l'appréciation suivante : « *Son ouvrage le plus important est l'Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques (Genève, 1750, in-4^o), l'un des premiers traités de géométrie analytique, et l'un des plus estimés* » Larousse (1866–1877, Vol 5 p. 440).

À partir de 1886 paraît à Paris la *Grande encyclopédie* sous la direction, dans un premier temps, du député de la Seine Ferdinand-Camille Dreyfus, qui tient le rôle de « secrétaire général » pilotant un comité de direction composé d'une douzaine de membres, dont les mathématiciens Charles-Ange Laisant, lui aussi député de la Seine, et Hermann Laurent (Dreyfus 1886–1902). Cette encyclopédie en 31 volumes, dont la publication s'est étendue sur plus de quinze ans, est jugée comme « *l'une des plus importantes des temps modernes* » et « *un accomplissement remarquable* » par Collison (1964, p. 194). Ce projet encyclopédique se veut le concurrent des grandes encyclopédies étrangères du XIX^e siècle – le *Conversations Lexikon* de Brockhaus en Allemagne, l' *Encyclopædia Britannica* en Grande-Bretagne ou encore l' *Encyclopædia americana* aux États-Unis – et aspire à raviver la lumière de l'encyclopédisme français, dans la lignée de Diderot et D'Alembert. Les articles de mathématiques y sont précis et d'une grande actualité, mais ne proposent que rarement de renvois bibliographiques : ainsi les articles signés par Laurent, comme ASYMPOTOTE, AXE, COORDONNÉES (où l'on cite Plücker, Darboux, Clebsch et Gauss), COURBE, COURBURE (où se trouvent tout de même évoqués les travaux de Gauss et Bertrand), ÉLIMINATION, INFLEXION, LIGNE, OSCULATION (dont la rubrique bibliographique se résume à « *Tous les traités d'analyse* »!), POINT SINGULIER, REBROUSSEMENT, SÉRIE ne proposent pas explicitement de références bibliographiques sur les sujets abordés. Laisant signe l'article QUARTIQUE, dans lequel ne sont cités que des auteurs récents comme Plücker, Zeuthen, Cayley. L'article CUBIQUE, non signé, présente une rubrique bibliographique incluant Salmon, Clebsch et Briot, mais ne remonte pas davantage au XVIII^e siècle. En l'état de mes recherches, le nom de Cramer est seulement fugitivement cité dans l'article DÉTERMINANT (Dreyfus 1886–1902, vol. 14 p. 314). On y trouve tout de même un article biographique CRAMER, GABRIEL dans lequel il est écrit :

« *Les plus grands services qu'il ait rendus à la science sont, d'une part, les éditions des œuvres des premiers Bernoulli (celles de Jean en 1742, de Jacques en 1744) et du Commercium epistolicum entre Leibniz et Jean Bernoulli (1745); d'autre part, la publication de son Introduction à l'analyse des courbes algébriques (Genève, 1750, in-4), ouvrage qui est longtemps resté un guide indispensable sur cette matière, bien qu'il eût été devancé de deux ans par Euler, qui a traité du même sujet dans son Introductio in analysin infinitorum.* » (vol. 13 p. 255)

On voit donc ici que les références utilisées dans les articles touchant à la géométrie des courbes, ou aux travaux sur l'élimination, sont explicitées avec une grande parcimonie, mais généralement d'une très grande actualité : les travaux les plus récents sont convoqués, et le traité de Cramer apparaît seulement comme une référence appartenant plutôt au passé (« *qui est longtemps resté un guide indispensable sur cette matière* »).

À la toute fin du XIX^e siècle naît en Allemagne un nouveau projet encyclopédique d'une belle ambition et d'une grande envergure, sous les auspices de l'académie des sciences de Göttingen : l'*Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften* paraît en fascicules à partir de 1898 sous la direction de Felix Klein (1898–1933). Comptant au final six tomes thématiques (les trois premiers consacrés aux mathématiques pures : Arithmétique et algèbre, analyse, géométrie; les trois suivants aux mathématiques appliquées : mécanique, physique, et enfin géodésie, topographie et astronomie) et plus de 20 000 pages, la publication de cette encyclopédie en langue allemande s'étendra jusqu'en 1933; le lectorat ciblé était celui des mathématiciens, physiciens et ingénieurs professionnels, et l'ambition fixée par Klein était de présenter un exposé complet et cohérent des mathématiques de cette période, tout en ancrant les notions mathématiques présentées dans leur développement historique⁶⁶³. Il s'agit d'un projet dès le début pensé comme une collaboration internationale⁶⁶⁴ : à partir de 1904, une édition française « *rédigée et publiée d'après l'édition allemande sous la direction de Jules Molk, professeur à l'université de Nancy* » (comme l'annonce la page de titre), paraîtra chez Gauthier-Villars à Paris sous le titre *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées* (Molk 1904–1916). C'est sur cette version, qui n'est pas une simple traduction de l'*Encyklopädie* allemande mais présente quelques spécificités tenant compte « *des traditions et des habitudes françaises* », notamment par des développements historiques plus rigoureux et nombreux⁶⁶⁵, que je vais fonder mon propos.

On trouve les premières mentions au travail de Gabriel Cramer dans le premier tome (en trois volumes) consacré à l'arithmétique et l'algèbre, dans les articles ANALYSE COMBINATOIRE et DÉTERMINANTS⁶⁶⁶. Les auteurs rappellent ainsi que les *inversions* en analyse combinatoire se trouvent déjà dans l'*Introduction* de Cramer sous le nom de *dérangements* (Tome I, vol. 1 p. 88). L'aperçu historique qui introduit l'article DÉTERMINANTS indique ainsi : « *Lorsqu'on résout n équations linéaires par rapport à n inconnues, les valeurs des inconnues sont des fractions dont le numérateur et le dénominateur sont des fonctions rationnelles entières des coefficients; G. Cramer a donné une règle pour composer ces fonctions* » (Tome I, vol. I p. 88), et Cramer est cité à deux nouvelles reprises dans le corps de l'article. Dans le volume suivant il est à nouveau cité plusieurs fois : à propos du paradoxe d'Euler tout d'abord, dans une simple note de bas de page (Molk 1904–1916, Tome I, vol. 2 p. 19), puis dans l'article

663. Mes sources pour cette partie sont Gispert (2001) et Gispert (1999) – la seconde traitant le sujet sous l'angle de la place de l'histoire des mathématiques dans la communauté des mathématiciens au début du XX^e siècle.

664. En plus de la version française, une édition en langue anglaise a été envisagée avant d'être finalement abandonnée, et une version espagnole librement inspirée de l'*Encyklopädie* a vu le jour en Espagne en 1904.

665. p. 354.

666. Initialement écrit par le mathématicien allemand Eugen Netto, et repris par le nancéen Henri Vogt.

sur les équations linéaires qui invoque la *règle de Cramer* (Tome I, vol. 2 p. 34); enfin dans l'article sur la théorie de l'élimination⁶⁶⁷ à propos du calcul du résultant de deux équations algébriques et de la méthode du parallélogramme de Newton (Tome I, vol. 2 p. 76, 95 et 124 resp.). On retrouve ainsi le fait que, pour un mathématicien du début du xx^e siècle, la contribution de Cramer à la théorie des déterminants via les appendices algébriques de son traité des courbes est bien établie.

Dans le troisième tome (distribué en quatre volumes) consacré à la géométrie, on trouve de nouvelles références au traité des courbes de Cramer, essentiellement dans les notes historiques. Dans le premier volume sur les fondements de la géométrie plane, il est cité sur les points isolés (Tome III, vol. 1 p. 166), mais aussi dans l'introduction historique de l'article sur la théorie analytique des courbes planes algébriques⁶⁶⁸ qui énumère les contributeurs au sujet des courbes algébriques au xviii^e siècle, où il est cité en compagnie de Maclaurin et Euler (Tome III, vol. 1 p. 221). On le retrouve surtout mentionné à plusieurs reprises dans le troisième volume consacré à la géométrie algébrique plane, dans le chapitre intitulé *Théorie générale des courbes planes algébriques*⁶⁶⁹ et plus particulièrement dans le paragraphe concernant les points singuliers des courbes. L'auteur a lu Cramer de façon suffisamment précise pour être en capacité de livrer cette note sur les points de serpentement : « *La dénomination « point de serpentement » est due à P. L. Moreau de Maupertuis, Hist. Acad. sc. Paris 1729, M. p. 277. G. Cramer [Introd., p. XIX et p. 400/8] distingue les points d'inflexion en points de visible inflexion et points d'invisible inflexion ou de serpentement, suivant que la tangente y rencontre la courbe en un nombre impair ou pair de points consécutifs, puisque les derniers, à la vue, ne diffèrent pas des points ordinaires de la courbe et « ne se manifestent que par le calcul ». Il dit aussi que en un point on a une inflexion du degré $t - 2$ si en ce point se réunissent t intersections de la courbe avec la tangente; et aussi encore, quand t est pair, que l'on a un serpentement du degré $\frac{t-2}{2}$ » (Tome III, vol. 1 p. 279).*

À propos de l'étude des points singuliers en général, l'auteur précise dans une nouvelle note ce que l'on doit à De Gua de Malves et Cramer :

« *Cette méthode d'étudier les points singuliers, que l'on trouve aujourd'hui dans tous les traités, est due à J.P. de Gua de Malves, Usages de l'analyse de Descartes, p. 54/69, 91/105, 116/47. Voir aussi G. Cramer, Introd., p. 400/538 (chap. 10, 11) et, dans le chapitre 13 (p. 568/655), une étude détaillée des différentes espèces de points multiples dont peuvent être susceptibles les courbes des six premiers ordres : le tout avec beaucoup d'exemples et de figures* » (Tome III, vol. 1 p. 280)

667. Initialement écrit par le mathématicien allemand Eugen Netto, et repris par un certain Le Vavas seur.

668. L'article original est dû au mathématicien italien Gino Fano, et repris par le français Sauveur Carrus.

669. Chapitre écrit par le mathématicien italien Luigi Berzolari, sans mention d'un traducteur. La version présentée dans l'édition française a été considérablement remaniée et réduite par rapport à l'original, qui occupait près de 140 pages dans l'édition allemande, contre une cinquantaine seulement ici; il est également inachevé : après une interruption brutale du texte, le lecteur peut lire l'avertissement suivant : « *La fin de l'article n'a pas été publiée en raison de la guerre* ». Il est à noter que, dans l'édition allemande, le chapitre commence par des références bibliographiques – ce qui n'est pas le cas dans l'édition française. Dans la section *Lehrbücher* de cette rubrique *Litteratur* très fournie, on trouve le traité des courbes de Gabriel Cramer, aux côtés des ouvrages de Maclaurin, Braikenridge, De Gua de Malves et Euler Klein (1898–1933, Tome III vol. 2 part. 1 p. 314).

Quelques lignes plus loin, à propos du point de rebroussement de seconde espèce, une nouvelle note historique rappelle tout à fait justement et avec un grand souci de précision que « G.F.A. de l'Hospital [*Analyse, (2^e éd.) p. 102*] a découvert cette singularité dans l'étude de la développée; et elle a été ensuite étudiée par P.L. Moreau de Maupertuis [*Hist. Acad. sc. Paris 1729, M. p. 279*]. Leurs conclusions ont été combattues par J.P. de Gua de Malves [*Usages de l'analyse de Descartes, p. 74/85*] qui nia l'existence d'une pareille singularité. La nature de celle-ci a été éclaircie par L. Euler [*Hist. Acad. Berlin 5 (1749), éd. 1751, p. 203*]. G. Cramer [*Introd., p. 572*] l'appelle rebroussement en bec, ou simplement bec. » (Tome III, vol. 1 p. 281), cette mention étant suivie de deux autres dans les notes des pages suivantes.

Ce dernier exemple montre que, dans un ouvrage encyclopédique publié à destination d'un lectorat spécialisé et soucieux de voir les notions mathématiques exposées dans leurs développements historiques, près de 150 ans après la publication de l'*Introduction*, l'apport du travail de Cramer sur les courbes algébriques (ici, en l'espèce, dans le cadre de la théorie des déterminants et de l'élimination d'une part, dans celui de l'étude des points singuliers des courbes algébriques d'autre part) est toujours connu et reconnu.

Le cas des encyclopédies et dictionnaires britanniques

La réception du traité des courbes par les Britanniques à sa parution en 1750 nous est mal connue : si nous savons que Cramer a envoyé un exemplaire de son ouvrage à deux de ses correspondants professeurs à Cambridge (Patrick Murdoch et Robert Smith), je n'ai pas retrouvé de témoignage d'un autre envoi en Grande-Bretagne, ni de lettres de ses correspondants dans lesquelles ils donneraient leur avis sur le traité. Nous pouvons néanmoins en suivre la réception par les encyclopédistes britanniques qui ont été particulièrement actifs lors de la seconde moitié du XVIII^e et la première du XIX^e siècle⁶⁷⁰.

En 1768 commence à paraître à Édimbourg, en réaction à l'*Encyclopédie* de Diderot et D'Alembert, l'*Encyclopædia Britannica*, sous-titrée *A dictionary of arts and sciences, compiled under a new plan*, sous la direction des imprimeurs écossais Colin Macfarquhar et Andrew Bell. La première édition compte trois volumes, mais les nouvelles éditions successives viendront ajouter de nouveaux volumes : je me baserai ici sur la troisième édition (Macfarquhar 1797), grand succès d'édition, qui compte déjà 18 volumes (Kafker et Loveland 2009, p. 157 et suivantes). La *Britannica* présente une alternance d'articles longs sur des sujets généralistes relevant de mathématiques élémentaires (ALGEBRA, GEOMETRY) et très concis sur des sujets plus spécifiques⁶⁷¹. L'article CURVE, par exemple, n'occupe que quatre lignes dans cette troisième édition (Macfarquhar 1797, vol. V p. 615), mais renvoie vers deux articles longs : CONIC SECTIONS et FLUCTIONS. Le premier, non signé, donne les premiers éléments

670. La question plus large de la vitalité de la géométrie en Grande-Bretagne sur la période 1750-1850, et notamment de la réception des développements de la géométrie produits sur le Continent dans les dictionnaires et encyclopédies britanniques, a été traitée dans l'article de Bruneau (2015).

671. Selon Kafker et Loveland (2009, p. 198-202), la couverture des mathématiques dans les trois premières éditions est faible et en néglige les aspects les plus récents; la troisième édition, étudiée ici, se contente la plupart du temps de reprendre les articles des deux premières.

sur les sections coniques et contient une courte section sur leurs équations (vol. V p. 329-332); le second, également non signé, expose la méthode directe des fluxions pour déterminer les maxima et minima, tangentes, points d'inflexion, rayons de courbure des courbes, ainsi que la méthode inverse pour les quadratures et les rectifications des courbes (vol. VII p. 311-316). Aucun de ces deux articles ne cite de référence bibliographique – d'une manière générale, elles sont peu nombreuses dans les articles de mathématiques. On ne trouve rien sur les courbes algébriques dans l'article GEOMETRY (vol. VII p. 663-688), qui est essentiellement consacré à la géométrie élémentaire (lignes et angles, surfaces, solides). En revanche, elles constituent une partie importante de l'article ALGEBRA : le second chapitre de la troisième partie intitulée *Of the Application of ALGEBRA to GEOMETRY* a pour objet « *On the Definition of lines by equations* » (vol. I p. 437-442). L'auteur y traite assez succinctement des propriétés générales des courbes, de leur classification, de leur usage pour la construction des équations, mais ne cite à nouveau aucune référence bibliographique. L'article SERIES (vol. XVII p. 292-299) – qui, notons-le, n'expose pas la méthode du parallélogramme de Newton – échappe à cette règle : dans les mentions bibliographiques qui concluent l'article, on trouve bien aux côtés de plusieurs auteurs britanniques un Genevois, mais il ne s'agit pas de Cramer : la référence porte sur le *Développement nouveau de la partie élémentaire des mathématiques* de Louis Bertrand (1778), professeur de mathématiques à l'académie de Genève, qui a étudié les mathématiques avec Euler. Finalement on ne trouve dans cette édition de la *Britannica* aucune mention à l'ouvrage de Gabriel Cramer : nous verrons à la fin de cette section qu'il n'en est pas de même de la onzième édition de 1911, bien plus développée que cette troisième édition.

À la même période, le *Mathematical and philosophical dictionary* connaît un certain succès en Angleterre et dans le reste du Royaume-Uni (Hutton 1795). Ce dictionnaire est édité en 1795 (pour la première édition) par Charles Hutton, professeur de mathématiques à la Royal Military Academy de Woolwich, une école d'application pour les artilleurs et les ingénieurs de l'armée britannique. Comme attendu, le calcul des fluxions occupe une bonne part des articles relatifs aux courbes algébriques, et les références bibliographiques – qui, contrairement à la *Britannica*, sont abondantes – sont volontiers britanniques : ainsi, les articles CURVATURE (vol. I p. 347a-350a) ou MAXIMUM (vol. II p. 85a-87b) (avec, dans ce dernier cas, un historique des méthodes pour déterminer les maxima et minima) renvoient-ils exclusivement aux travaux de Maclaurin (1742). Dans certains articles, néanmoins, des méthodes alternatives au calcul des fluxions sont exposées et des auteurs continentaux, comme Gabriel Cramer, sont cités. Ainsi, dans l'article GEOMETRY, on trouve cette énumération d'auteurs à considérer pour le thème des courbes algébriques :

« *Since the introduction of the new Geometry, or the Geometry of Curve Lines, as expressed by algebraical equations, in this part of Geometry, the following names, among many others, are more especially to be respected, viz, Des Cartes, Schooten, Newton, Maclaurin, Brackenridge, Cramer, Cotes, Waring, & c, & c.* » (Hutton 1795, p. 536b)

Plus spécifiquement encore, à la fin de l'article CURVE – après un très long passage sur la description des courbes du second genre (c'est-à-dire du troisième ordre), mentionnant essentiellement les travaux de Newton (1704) et de Stirling (1717), suivi d'un autre sur la description organique des courbes qui renvoie vers Maclaurin (1720) – on trouve cette appréciation très flatteuse à la fois pour le traité des courbes et pour son auteur :

« *The theory of curves forms a considerable branch of the mathematical sciences. Those who are curious of advancing beyond the knowledge of the circle and the conic sections, and to consider geometrical curves of a higher nature, will do well to study Cramer's Introduction à l'Analyse des Lignes Courbes Algebraiques, which the learned and ingenious author composed for the use of beginners* » (Hutton 1795, p. 352b)

Le jugement très positif de Hutton sur le traité de Cramer porte nettement sur sa capacité à répondre aux besoins de géomètres débutants, finalement de manière assez proche de D'Alembert qui l'avait qualifié de « *très-complet, très-clair & très-instructif* ». Il recommande également la lecture du *De Linearum Geometricarum Proprietatibus generalibus Tractatus*⁶⁷², publié de manière posthume en appendice du *Treatise of Algebra* de Maclaurin (1748), non sans oublier de citer ensuite quelques auteurs en nombre – dont l'abbé De Gua de Malves (1740) – mais Cramer et Maclaurin sont les seuls à être crédités de manière aussi ostensible. On retrouve une autre mention à l'ouvrage de Cramer dans l'article ASYMPTOTE, dans lequel Fontenelle (1727), Stirling (1717) et Maclaurin (1748) sont également cités en référence : « *See also [...] Cramer's Introduction à l'analyse des lignes courbes, art. 147 & seq. for an excellent theory of asymptotes of geometrical curves and their branches* » (Hutton 1795, vol. I p. 163b). Enfin, il faut noter que l'ouvrage de Cramer est cité à deux reprises dans l'important article SERIES en compagnie de Newton (1704), de Maclaurin (1748) et de Gravesande (1727), dont ce passage, qui montre à la fois que Hutton est un lecteur attentif du traité de Cramer, et qu'il le perçoit comme l'outil de travail le plus intéressant à recommander aux étudiants sur ce sujet :

« *Gravesande observes, that though he thinks Stirling's rule never leads into an error, yet that it is not perfect. [...] This learned professor has endeavoured to rectify the rule. But Cramer has shewn that it is still defective in several respects; and he himself, to avoid the inconveniences to which the methods of former authors are subject, has had recourse to the first principles of the method of infinite Series, and has entered into a more exact and instructive detail of the whole method, than is to be met with elsewhere; for which reason, and many others, his treatise deserves to be particularly recommended to beginners* » (Hutton 1795, vol. II p. 440a)

Enfin, on retrouve cette même appréciation à la fin de l'article *Newtonian or analytic PARALLELOGRAM*, dans lequel est succinctement exposée la manière de l'utiliser pour obtenir

672. À propos de ce texte de Maclaurin sur les propriétés des courbes géométriques, on pourra lire l'article *Le De Linearum de Maclaurin : entre Newton et Poncelet* de Bruneau (2011b).

des développements en série dans le cas d'une équation algébrique comportant deux inconnues : « *And especially Cramer's Analyses des Lignes Courbes, p. 148. – This author observes, that this invention, which is the true foundation of the method of series, was but imperfectly understood, and not valued as it deserved, for a long time.* » (vol. II p. 199a). Il n'est pas anodin qu'un auteur continental, écrivant en français de surcroît, soit cité comme la meilleure source pour étudier la méthode des séries et le parallélogramme analytique, invention du grand Newton lui-même, largement commentée par ailleurs par des auteurs britanniques!

Au tout début du XIX^e siècle une nouvelle encyclopédie paraît à Londres, sous la direction d'Abraham Rees, un pasteur protestant, qui avait déjà réédité la *Cyclopaedia* de Chambers en 1778. Cette nouvelle encyclopédie, nommée *The Cyclopædia, or Universal dictionary of Arts, Sciences, and Literature*, est parue en 45 volumes (dont six de planches) au cours des deux premières décennies du siècle (Rees 1819); je me baserai ici sur la seconde édition (récapitulative) de 1819, qui est intervenue au moment de l'édition du 39^e et dernier volume. Certains articles de cette *Cyclopædia* sont de véritables monographies, et les articles mathématiques y sont particulièrement développés : l'article CURVE, par exemple, s'étend sur près de huit pages (vol. X p. 620-628). L'auteur y entreprend d'exposer la classification des courbes selon leurs ordres, s'interrogeant sur le caractère complet de l'énumération des lignes du troisième ordre par Newton (1704) et Stirling (1717), et sur l'arbitraire des subdivisions proposées par les mathématiciens. C'est à cette occasion que les travaux de Cramer et d'Euler (1748) sont cités : « *M.M. Euler and Cramer have both given a classification of lines of the third order founded on the number of infinite branches; and although they agree in the first of principal divisions, yet they differ from one another in subdividing these; for the former classes the whole order in sixteen genera, while the latter enumerates only fourteen* ». L'article se conclut en donnant les principales références bibliographiques auxquelles le lecteur intéressé peut se reporter :

« *Such of our readers as wish to acquire a profound and critical knowledge of this part of the higher geometry, may consult Stirling's Lineæ tertii ordinis Newtonianæ; Maclaurin's Geometria organica; and his other works; the second volume of Euler's Introductio in analysin infinitorum; and Cramer's Introduction à l'analyse des lignes courbes Algébriques* » (Rees 1819, vol. X p. 627).

En relative contradiction avec ce passage, on trouve dans l'article ALGEBRA une très longue litanie d'auteurs ayant écrit sur l'application de l'algèbre à la géométrie ou l'étude des courbes algébriques, de laquelle Cramer est remarquablement absent (vol. I p. 659-670). De même l'auteur⁶⁷³ de l'article SERIES prend le contrepied de celui du *Dictionary* de Hutton et, ne présentant à aucun moment la méthode du parallélogramme de Newton, ne cite pas l'ouvrage de Cramer (vol. XXXII p. 271-288). Dans les articles INFLECTION, *Point of* (vol. XIX

673. Les articles de l'*Encyclopaedia* de Rees ne sont pas signés, mais dans la préface les différents collaborateurs sont cités. Ainsi les articles d'algèbre et d'analyse sont écrits par Peter Barlow, John Bonnycastle et John Pond, ceux de géométrie par Barlow et James Ivory (Rees 1819, vol. I p. iv-v). Il est à noter que deux d'entre eux – Barlow et Bonnycastle – se trouvent être des collègues de Charles Hutton à la Royal Military Academy de Woolwich, ce qui suggère des liens possibles entre cette *Cyclopaedia* et le *Dictionary* de Hutton.

p. 97-100), MAXIMA (vol. XXIII p. 22-27) et TANGENT (vol. XXXV p. 67-72), qui présentent en détail des applications de la méthode des fluxions et renvoient essentiellement à Maclaurin (1742), Cramer n'est pas davantage cité (Rees 1819, vol. XIX p. 97-100). Finalement, on ne trouve qu'une seule autre référence à l'ouvrage de Cramer dans l'article ASYMPTOTE (vol. III p. 177), qui est une copie presque conforme de l'article homonyme du *Mathematical and Philosophical Dictionary* de Hutton⁶⁷⁴. Enfin, il est intéressant de noter que l'on trouve de courts articles biographiques sur Gabriel, Jean-Isaac et Jean-Antoine Cramer (respectivement grand-père, père et frère de l'auteur de l'*Introduction*), mais aucun sur Gabriel Cramer lui-même : sans doute l'auteur en charge des articles de médecine a-t-il souhaité mettre en valeur cette lignée de médecins genevois (vol. X p. 260).

L'exemple de la *Cyclopædia* montre une certaine hétérogénéité dans la manière de recevoir et de référencer les travaux de Cramer parmi les collaborateurs de Rees qui ont contribué aux articles portant sur l'algèbre et la géométrie. Il est par ailleurs intéressant de voir que l'un de ces collaborateurs, Peter Barlow – professeur de mathématiques à la *Royal Military Academy* de Woolwich, comme l'était Charles Hutton jusqu'en 1807 – est à l'origine d'un autre ouvrage paru à peu près la même période et intitulé *A new mathematical and philosophical dictionary* (Barlow 1814), dont le titre rappelle fortement celui du *Dictionary* paru quelque vingt ans plus tôt. Dans ce dictionnaire encyclopédique en un seul volume, aux articles courts, le traité de Cramer est cité pas moins d'une dizaine de fois, toujours dans des termes très élogieux. Ainsi l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* est-elle mentionnée dans les articles ASYMPTOTE, BRANCH, CENTER, ELIMINATION (une reconnaissance de son apport en algèbre, pour lequel il est cité en compagnie de Bézout), *Newtonian PARALLELOGRAM* et *RECURRING Series*. Dans l'article CURVE l'ouvrage est fortement recommandé aux étudiants s'intéressant au sujet des courbes algébriques :

« *Our limits will not admit on entering further on this subject; the reader, therefore, who is desirous of further information on this interesting subject, is referred to Cramer's « Introduction à l'Analyse des Lignes Courbes Algebriques; » which is a most admirable work, compoised by its author for the use of his students* » (p. 239)

À Édimbourg, toujours dans le premier tiers du XIX^e siècle, une encyclopédie concurrente de la *Britannica* voit le jour sous la direction de David Brewster : il s'agit de la *Edinburgh Encyclopædia* en 18 volumes (Brewster 1830)⁶⁷⁵. Les articles de mathématiques les plus importants ont été écrits par William Wallace⁶⁷⁶, professeur de mathématiques au Royal Military College puis à l'Université d'Édimbourg (vol. I p. xiv). L'article CURVE LINES occupe un peu plus de 8 pages (Brewster 1830, vol. VII p. 521-529); le contenu en est assez élémentaire : après avoir exposé les deux systèmes de coordonnées, rectangulaire et polaire,

674. Ce qui n'est pas étonnant, au vu de la note précédente.

675. Les volumes de cette encyclopédie ont été publiés entre 1808 et 1830, connaissant plusieurs éditions entre ces deux dates. Je me baserai sur l'édition récapitulative de 1830 pour tout ce qui suit.

676. À propos de William Wallace, sa réception des travaux des analystes continentaux et ses conséquences sur l'écriture de ses articles encyclopédiques, voir Craik (1999).

Wallace distingue courbes algébriques et transcendantes, puis entame la classification des courbes algébriques selon leur ordre. Il donne l'équation générale des courbes des quatre premiers ordres et, à cette occasion, cite une première fois le traité de Cramer : pour le troisième ordre, il mentionne qu'Euler en a distingué 16 classes, et Cramer seulement 14 (vol. VII p. 525). Il explique ensuite comment tracer le cours d'une courbe point par point, et poursuit par un exposé sur les courbes et les surfaces dans l'espace. La conclusion de l'article est l'occasion pour l'auteur de fournir au lecteur une série de références auxquelles il peut se reporter; on y retrouve l'*Introduction* de Cramer, au sein d'une liste qui en comprend une douzaine d'autres, dont plusieurs auteurs continentaux : De Gua de Malves (1740), Euler (1748), Clairaut (1731), L'Hospital (1696), Lagrange (1797), Goudin et Dionis du Séjour (1756), Biot (1805), Monge (1807) et le Genevois L'Huilier (1809). Cette liste donne un panorama de ce qu'un professeur à l'université d'Édimbourg considère comme références pour le sujet des courbes algébriques en 1830, mais ne donne pas d'autre indication plus qualitative sur le traité des courbes de Cramer. De manière plus inattendue, le traité de Gabriel Cramer est également cité parmi des « *travaux de grand mérite en langue française* »⁶⁷⁷, à la fin de l'introduction historique de l'article FLUXIONS.

L'*Encyclopædia Metropolitana* a été publiée à Londres entre 1817 et 1845 en 30 volumes, sous l'impulsion du poète Samuel Coleridge. L'originalité de ce projet encyclopédique réside dans l'organisation de ses contenus, qui se fait plutôt sur une base thématique ignorant majoritairement le classement alphabétique. Ainsi la première section, en deux volumes, traite des sciences pures, ce qui inclut la grammaire, la rhétorique, le droit, la théologie, la philosophie morale et métaphysique, la logique et les mathématiques, elles-mêmes subdivisées en plusieurs parties (géométrie, algèbre, théorie des nombres, etc.)⁶⁷⁸ (Smedley, Rose et Rose 1845). Les auteurs des contenus mathématiques sont cités dans la table des matières en début de volume. Ainsi l'article (ou plutôt le traité) GEOMETRY est-il écrit par Peter Barlow, qui avait déjà contribué à la *Cyclopædia* de Rees (1819) et publié son propre *Mathematical and philosophical dictionary* 1814 : c'est un traité de géométrie élémentaire (lignes, surfaces, solides, trigonométrie plane et sphérique) qui n'aborde pas la géométrie des courbes. De même le traité ALGEBRA, de la main de Dyonisus Lardner, professeur à l'université de Londres, débute sur un plan très élémentaire (opérations, équations, progressions arithmétiques et géométriques, fractions continues, permutations et formule du binôme) avant d'aborder des sujets plus avancés comme la méthode des coefficients indéterminés et des séries (section XXIV) ou le problème de l'élimination (section XXX), mais on n'y trouve nulle trace d'une citation du livre de Cramer sur ses contributions à l'algèbre – pas plus que d'autres auteurs, d'ailleurs. La seule référence au traité de Cramer se trouve dans

677. « *There are other smaller works of great merit also in the French tongue; these, as well as some English treatises, which our limits will not admit of our noticing more particularly, will be found in the following list of writers in this subject* » (Brewster 1830, vol. IX p. 389). Cramer est également curieusement cité par Wallace dans l'article CHANCES : « *This curious branch of science has also been more or less cultivated by most of the eminent mathematicians of the last century; as by John Bernoulli, Euler, Cramer, D'Alembert, Beguelin, & c.* » (vol. V p. 736).

678. Je me baserai sur l'édition de 1845 dans tout ce qui suit.

l'article ANALYTICAL GEOMETRY écrit par le révérend Henry Parr Hamilton, dont la première est consacrée à l'application de l'algèbre à la théorie des courbes et où sont abordés la ligne droite, le cercle, puis les lignes du second ordre (ellipse, hyperbole et parabole), avant une seconde partie traitant des surfaces. L'article se conclut par une série de références que le lecteur désireux de trouver d'autres informations est invité à consulter, parmi lesquelles on trouve le traité de Cramer (Smedley, Rose et Rose 1845, vol. I p. 735). Là encore on trouve plusieurs auteurs (donnés dans l'ordre alphabétique) qui accompagnent le Genevois, Maclaurin (1748) et Euler (1748), incontournables : citons notamment les Français Biot (1805), Bourdon (1825), Boucharlat (1810), Garnier (1808), Lacroix (1803), Monge (1807), Pouillet-Delisle (1809) et Reynaud (1819), mais aussi les Britanniques, à commencer par Hamilton (1826) lui-même, Lardner (1823) et Peacock (1820). On voit ici que le corpus des références pour le sujet des courbes algébriques, s'il conserve les ouvrages « classiques » de Maclaurin, Euler et Cramer, s'enrichit de plusieurs nouveaux auteurs ayant écrit sur l'application de l'algèbre à la géométrie dans le premier tiers du XIX^e siècle.

Je terminerai cette exploration du corpus encyclopédique britannique par deux éditions de la *Britannica* ayant connu un très large succès à la fin du XIX^e et au début du XX^e siècle. La neuvième édition de la plus célèbre des encyclopédies britanniques comporte vingt-cinq volumes publiés entre 1875 et 1889 sous l'égide de Thomas Spencer Baynes, homme de lettres et philosophe anglais, puis, après le décès de ce dernier, par William Robertson Smith, théologien écossais (Baynes 1878–1889). Plusieurs articles de mathématiques ont été écrits par Arthur Cayley, alors titulaire de la chaire sadleirienne à l'université de Cambridge : ces derniers sont d'ailleurs édités dans le onzième volume de ses *Mathematical Papers* (Cayley et Forsyth 1889, p. 460-643). L'article CURVE est présenté sous l'angle de ses développements historiques : la géométrie grecque est rapidement évoquée, avant d'arriver rapidement à Descartes et aux premières classifications des courbes algébriques selon leur ordre. Les XVII^e et XVIII^e siècles sont assez rapidement parcourus – l'essentiel de l'article présente les travaux menés au XIX^e siècle sur les courbes en Allemagne par Plücker, Hesse, Möbius, en France par Chasles, Poncelet, etc. – et cette première partie se conclut par deux références principales qui sont Newton (1704) et Maclaurin (1748), ce qui ne l'empêche pas de citer quelques références complémentaires :

« *The next important work, founded on the Géometrie, was Sir Isaac Newton's Enumeratio linearum tertii ordinis (1706), establishing a classification of cubic curves founded chiefly on the nature of their infinite branches, which was in some details completed by Stirling, Murdoch and Cramer. [...] Various properties of curves in general, and of cubic curves, are established in Maclaurin's memoir « De linearum geometricarum proprietatibus generalibus tractatus » (posthumous, say 1746, published in the 6th edition of his Algebra. » (Baynes 1878–1889, vol. VI p. 718)*

C'est là la seule mention à l'ouvrage de Cramer dans l'article : même si elle est d'une importance très relative, elle permet de voir que le traité des courbes est historiquement

situé par Cayley en forte proximité avec les textes classiques britanniques de Newton, Stirling et Maclaurin; il s'agit même du seul auteur continental cité (au détriment d'Euler, par exemple), témoignant au final d'une bonne réception en Grande-Bretagne en cette fin de XIX^e siècle. En revanche, on ne trouve aucune citation de Cramer dans les autres articles écrits par Cayley : l'article ANALYTICAL GEOMETRY, par exemple, ne renvoie qu'aux travaux en langue anglaise de George Salmon (auxquels il a d'ailleurs lui-même contribué), et aux *Vorlesungen über Geometrie* de Clebsch (vol. X p. 408). Une hypothèse pourrait être que les références bibliographiques données dans ces articles sont pensées en fonction du lectorat supposé, très majoritairement anglophone, mais elle ne résiste pas à l'étude de l'article SERIES : Cayley conclut son exposé sur les séries infinies par une liste de références bibliographiques dans laquelle les auteurs français (Cauchy, Bertrand, Catalan) tiennent une belle part. Il est à noter que cet article traite pour l'essentiel de la convergence des séries, et non des moyens d'obtenir des développements : on n'y trouve donc aucune allusion au parallélogramme analytique de Newton et, a fortiori, aux méthodes mises en œuvre par Cramer (vol. XXI p. 677-682).

On trouve néanmoins une seconde mention aux travaux de Cramer dans l'article ALGEBRA (dont l'auteur est Philip Kelland, professeur de mathématiques à l'université d'Édimbourg) au sein d'une section traitant de l'historique de la notion de déterminant :

« *The revival of the method [des déterminants] is due to Cramer, who, in a note to his Analyse des lignes courbes algébriques, published at Geneva in 1750, gave the rule which establishes the sign of a product as plus or minus, according as the number of displacements from the typical form has been even or odd. Cramer was followed in the last century by Bézout, Laplace, Lagrange and Vandermonde* » (vol. I p. 516).

Cette seconde mention au traité de Cramer montre que les contributions purement algébriques contenus dans son œuvre sont à ce moment-là bien identifiées : cent ans auparavant, l'ouvrage n'était mentionné que pour ses résultats ou ses méthodes pour la géométrie des courbes algébriques, jamais pour ses deux appendices qui étaient alors passés inaperçus. On peut y voir là une conséquence des progrès réalisés au XIX^e siècle sur l'élimination et de la nouvelle perspective ouverte par ces travaux sur les précurseurs du XVIII^e siècle. Notons tout de même que Cramer n'est toutefois pas mentionné dans l'abondante liste *Writers on Algebra* qui conclut la section *History of Algebra* de cet article. Enfin on trouve une troisième et dernière mention dans l'article MATHEMATICAL DRAWING AND MODELLING qui, une fois n'est pas coutume, signale les tracés des courbes algébriques visibles dans les « *traités bien connus de géométrie algébrique (well-known treatises on analytical geometry) de Cramer, Euler, Salmon* » (vol. XV p. 628). Si cette mention est de faible importance, elle confirme néanmoins la présence du traité de Cramer dans les ouvrages de référence, « classiques » sur les courbes algébriques.

La onzième édition de la *Britannica* est une refonte profonde de l'encyclopédie, publiée en 29 volumes sous la direction de l'éditeur anglais Hugh Chisholm (1910–1911). Ce sera un

succès d'édition considérable, avec plus d'un million de collections vendues, en Europe mais également aux États-Unis et au Canada (grâce à l'achat des droits de publication par l'américain Horace Everett Hooper). Les articles de géométrie sont pour l'essentiel des reprises des articles de la neuvième édition. L'article CURVE (vol. VII p. 653-664), par exemple, est une simple réécriture de l'article de Cayley de 1877 : les modifications sont tout à fait mineures, et consistent pour l'essentiel à diviser l'article en 18 paragraphes afin d'en faciliter la lecture. Il y a néanmoins un ajout important en fin d'article avec l'ajout d'une rubrique AUTHORITIES qui regroupe une vingtaine de références bibliographiques, pour l'essentiel continentales (par exemple Clebsch (1880), Wieleitner (1905) pour l'Allemagne, Cremona (1862) pour l'Italie). Il est remarquable que cette rubrique débute par la recommandation de l'ouvrage de Cramer :

« *In addition of the copious authorities mentioned in the text above, see Gabriel Cramer, Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques (Geneva, 1750)* »
(Chisholm 1910–1911, vol. VII p. 664)

Cet ajout est du fait d'Edwin Bailey Elliott, professeur de mathématiques à Oxford. Elliott est également l'auteur des ajouts bibliographiques qui viennent conclure l'article ANALYTICAL GEOMETRY, qui est aussi une reprise de celui de Cayley (vol. XI p 711-721). On y trouve une nouvelle fois plusieurs auteurs continentaux du XVIII^e et surtout du XIX^e siècle, mais pas Gabriel Cramer, alors que L'Hospital (1707) et Euler (1748) y sont cités. L'article ALGEBRA est, lui, complètement revu et réactualisé, mais ne fait plus mention des travaux de Cramer ; il faut dire que l'article DETERMINANT s'est autonomisé et est devenu indépendant de l'article ALGEBRA. Lui aussi repris de Cayley, il mentionne toujours l'apport de Cramer sur cette question (Chisholm 1910–1911, vol. VIII p. 113). En bref, cette onzième édition n'ajoute ni n'enlève rien à ce qui était dit du traité des courbes de Cramer par Cayley quelque trente ans auparavant dans la neuvième.

En conclusion

Que montre cette étude de la réception du traité de Gabriel Cramer dans le corpus encyclopédique européen (francophone et anglophone) sur la période 1750-1914 ? Il est tout d'abord considéré en Europe continentale comme un ouvrage de référence sur la géométrie des courbes à la fin du XVIII^e siècle, grâce aux articles écrits par D'Alembert pour l'*Encyclopédie*, repris dans l'*Encyclopédie d'Yverdon* et dans la *Méthodique* : les articles COURBE, ASYMPTOTE, BRANCHE, ceux sur les points multiples et singuliers (POINT DOUBLE, REBROUSSEMENT, SERPENTEMENT) le font alors apparaître comme une référence incontournable sur cette matière. Mais ses apports en analyse (son utilisation du parallélogramme de Newton, mué en triangle analytique, pour le calcul des séries) ou en algèbre (au travers des appendices de son traité sur l'élimination des inconnues) sont d'abord largement ignorés de D'Alembert, avant d'être mieux identifiés par ses continuateurs Goudin (pour l'*Encyclopédie d'Yverdon*) et Bossut (pour la *Méthodique*). Au fur et à mesure que le XIX^e siècle avance, le traité des

courbes de Cramer voit bien entendu son actualité contestée par les nouvelles approches sur les courbes, même s'il reste cité comme un ouvrage complet et accessible, et donc « *l'un des plus estimés* » et qui a été « *longtemps indispensable* ». Finalement, à la fin du XIX^e et au début du XX^e siècle, l'*Introduction* de Cramer est surtout citée pour ses apports en algèbre : Cramer est vu comme un précurseur sur la théorie de l'élimination et la question des déterminants, avant les travaux de Bézout, Vandermonde, etc. C'est là même la principale entrée sur les travaux de Cramer proposée par l'*Encyclopédie* de Molk, qui s'adresse à un public plutôt spécialisé. Quant à la méthode des séries mise en œuvre par Cramer avec le parallélogramme analytique de Newton, et louée par Bossut, elle ne semble plus du tout d'actualité au milieu du XIX^e siècle. Il reste également cité sur le sujet des points singuliers d'une courbe, mais son œuvre géométrique est largement occultée par les travaux récents en France, avec l'avènement de la géométrie synthétique de Poncelet et Chasles, ou en Allemagne avec les progrès de la géométrie analytique amenés par les travaux de Plücker et Clebsch. Malgré cela, l'*Introduction* de Cramer reste citée en référence plus de 150 ans après sa parution, sans doute – au moins en partie – grâce à l'impulsion initiale donnée par D'Alembert lorsqu'il a décidé de mettre en avant le traité du Genevois dans ses articles sur les courbes, au début des années 1750, juste après l'avoir lu et avoir échangé avec à ce propos avec l'auteur, son ami et correspondant.

En Grande-Bretagne le traité de Cramer est d'abord ignoré dans les premières éditions de la *Britannica*, dont les articles mathématiques (en géométrie et en analyse) sont très centrés sur l'utilisation de la méthode des fluxions. Il devient un ouvrage de référence majeur sous la plume de Charles Hutton dans son *Dictionary* à la toute fin du XVIII^e siècle, qui l'identifie comme tel dans les articles CURVE et ASYMPTOTE, mais aussi dans les articles SERIES et ANALYTIC PARALLELOGRAM. Ce point de vue est propagé par Peter Barlow dans son propre dictionnaire paru en 1814 ; mais à la même période la *Cyclopædia* de Rees, si elle cite Cramer à l'occasion, l'ignore largement dans ses articles, où la méthode des fluxions pour l'étude des courbes et de leurs caractéristiques et toujours mise en avant. Tout au long du XIX^e siècle, les encyclopédies et dictionnaires britanniques citent beaucoup d'auteurs continentaux (essentiellement français ou suisses, allemands, voire italiens) et les travaux les plus récents de ces auteurs sont régulièrement mentionnés et mis en lumière⁶⁷⁹. Le traité des courbes de Cramer, s'il y est toujours cité, n'est qu'une référence parmi beaucoup d'autres (et parmi les plus anciennes, avec Maclaurin, De Gua et Euler). À la fin du XIX^e siècle, Arthur Cayley n'identifie pas explicitement Cramer comme une référence majeure dans ses articles écrits pour la neuvième édition de la *Britannica*, dans lesquels sont privilégiés les auteurs plus contemporains ; dans cette édition, la seule mention aux travaux de Cramer est de la main de Kelland et porte sur la théorie des déterminants, pour laquelle le Genevois est à nouveau identifié comme précurseur. Dans la onzième édition, en 1910, l'ajout d'une rubrique bibliographique à l'ar-

679. Plus généralement la réception précoce des sources géométriques du Continent, notamment par les auteurs issus des rangs des écoles militaires royales qui ont été des contributeurs actifs des encyclopédies et dictionnaires britanniques – avec quelques nuances en ce qui concerne l'application de l'algèbre et de l'analyse à la géométrie – a été mise en évidence dans Bruneau (2015).

titre CURVE repris de Cayley viendra tout de même rappeler l'importance de l'ouvrage de Cramer, qui apparaît donc toujours d'actualité pour des lecteurs qui souhaiteraient s'aventurer dans le champ de l'étude des courbes algébriques.

On constate donc que dans le corpus encyclopédique étudié, la réception de l'ouvrage de Cramer est d'abord très forte sur le continent, plus tardivement en Grande-Bretagne (d'abord empêchée par un point de vue très centré sur la méthode des fluxions), et que l'ouvrage est cité comme une référence forte sur le sujet des courbes algébriques, loué pour être complet et accessible sur cette question. Sans surprise, au cours du XIX^e siècle, les travaux des géomètres allemands, français et italiens occultent quelque peu ceux de Cramer, et questionnent son actualité, mais il reste régulièrement mentionné comme un « classique ». Son apport initial sur les questions algébriques (élimination, déterminants) est souligné au fur et à mesure que se développe ce champ d'étude, notamment après les travaux de Bézout : au début du XX^e siècle, c'est même essentiellement pour cette partie de l'ouvrage, circonscrite aux appendices finaux, que le nom de Cramer est cité.

Chapitre 10

Lectures mathématiciennes et historiennes de l'*Introduction*

Après avoir vu comment l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, grâce notamment à l'impulsion initiale de D'Alembert, s'inscrit durablement dans le corpus des encyclopédies généralistes ou spécialisées de France et de Grande-Bretagne, je vais maintenant examiner plus précisément comment le traité de Cramer est mobilisé par les mathématiciens ou les professeurs de mathématiques dans leurs activités, pratiques et publications, et tenter d'évaluer son actualité au cours du temps. Cette étude se fera sur une double entrée : la première est donnée par les développements de la géométrie analytique pour l'étude des courbes algébriques après 1750, et la seconde par l'appropriation et l'exploitation des résultats et outils algébriques (principalement sur l'élimination des inconnues entre équations) développés par Cramer dans son ouvrage. Nous suivrons ainsi la trajectoire du traité des courbes dans les deux siècles qui ont suivi sa publication, au travers des regards croisés portés par des mathématiciens et des historiens (qui sont quelquefois les mêmes) qui nous permettront de comprendre la manière dont il est perçu et utilisé par des praticiens des mathématiques dont les concepts, les méthodes et les activités connaissent de très profondes évolutions au cours du temps.

Cette étude de réception, pour la partie qui porte sur la période 1750-1850, se veut également une contribution à la thèse continuiste des sciences mathématiques lors du passage du XVIII^e au XIX^e siècle, mise en évidence dans (Gilain et Guilbaud 2015) : je montrerai que les travaux de Cramer participent de cette continuité dans le passage entre les deux siècles, que l'historiographie classique des mathématiques continue de présenter comme une rupture radicale.

Entre 1750 et 1850, dans le champ de la géométrie des courbes

Selon Boyer, il est possible de distinguer trois tendances majeures dans les évolutions de la géométrie analytique de la seconde moitié du XVIII^e siècle : la première est la poursuite de la tradition cartésienne au travers des constructions graphiques (des solutions d'équa-

tions, des lieux géométriques), la seconde consiste en la mise en avant de l'orientation fermatienne⁶⁸⁰ comme formulée dans la théorie des fonctions d'Euler, et la troisième présage de l'élaboration des formules de la géométrie algébrique moderne⁶⁸¹. L'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Cramer, clairement rangée par Boyer dans la seconde, participe néanmoins des deux autres, au travers de ses concessions à la tradition cartésienne (via, notamment, les développements du quatrième chapitre sur la construction des égalités) et des questionnements que l'on peut y trouver sur les intersections de courbes, les points multiples, les tangentes, etc. Dans cette section, je vais examiner comment le traité de Cramer sera utilisé ou simplement cité par les géomètres portant un intérêt à la question des courbes dans leurs travaux, dans leurs ouvrages d'enseignement, dans les journaux et périodiques académiques ou dans les revues spécialisées de mathématiques qui émergent au début du XIX^e siècle.

En France...

Un champ de recherche en cours d'assèchement ?

Le traité de Cramer représente, en 1750, une excellente synthèse des travaux et tentatives précédents pour construire une extension de la géométrie cartésienne aux courbes de plus haut degré que le second, utilisant les outils analytiques forgés par Newton et ses successeurs qui intègrent l'infini ou l'infiniment petit, comme la méthode des séries (mais en écartant tout recours au calcul différentiel). La publication presque conjointe de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* et de l'*Introduction à l'analyse des infiniment petits* d'Euler est vécue comme un point culminant, pouvant décourager les auteurs qui auraient souhaité publier leurs propres recherches. Voici ce qu'en dit Le Cozic, en préface de sa traduction du *Traité d'algèbre* de (Maclaurin 1753, p. iv) :

« Je m'étois d'abord vû forcé à travailler moi-même la seconde Section de la seconde Partie⁶⁸², suivant les lumieres que j'avois pû tirer sur cette matiere de Maclaurin, Stirling & M. l'Abbé de Gua : mais l'Introduction à l'analyse des infinis, par M. Euler, & l'Introduction à l'analyse des lignes courbes, par M. Cramer, m'étant tombés alors entre les mains, je crus devoir supprimer ce que j'avois préparé. Les guides que j'avois suivi, & le parallelogramme de Newton, dont j'avois

680. Boyer distingue deux visions de la géométrie analytique développées au cours du XVII^e siècle : l'approche de Descartes, qui n'admet les courbes dans sa géométrie que s'il est possible de déterminer leur équation, et celle de Fermat, qui étudie les courbes définies a priori par leur équation (Boyer 2004, p. 102).

681. « *The second half of the eighteenth century was a period of conflicting tendencies in the history of analytic geometry. In a broad sense it is possible to distinguish three trends : there was one which may be called the continuation of the Cartesian tradition of constructions and graphical solutions ; a second direction emphasized the Fermation aspect as formulated in Euler's theory of functions ; and finally there was the gradual development of a third movement which might be characterized as foreshadowing the formula-building of modern algebraic geometry* » (p. 192).

682. Cette section est intitulée *Application de l'analyse aux courbes Algébriques*. Il ne s'agit pas d'une traduction du *De linearum geometricarum proprietatibus generalibus tractatus* publié en annexe du *Treatise of algebra* original (voir p. 258), mais un développement autonome de l'auteur, plutôt inspiré de l'ouvrage d'Euler et d'autres auteurs comme Stirling et De Gua, d'après ce que dit l'auteur dans la préface (Maclaurin 1753, p. v).

fait usage, mettoient dans mon Ouvrage des traits si marqués de ressemblance avec celui de M. Cramer, qu'on eût pû me reprocher de n'avoir fait que déguiser, & peut-être gâter, ce qu'on auroit supposé que j'en avois pris.»

Et de conclure un peu plus loin en renvoyant le lecteur à la lecture du traité de Cramer pour accompagner l'étude de la section intitulée *l'Application de l'analyse aux courbes Algébriques* :

« Si cependant on avoit la commodité & la volonté de voir d'autres Auteurs, on pourroit, avec fruit, diversifier l'étude de la premiere Section de la seconde Partie, par celle du traité de M. le Marquis de l'Hôpital sur les Sections coniques & la résolution des Problèmes, & accompagner l'étude de la seconde Section de celle de l'Introduction à l'analyse des lignes courbes par M. Cramer; on les entendra alors facilement, & ils suppléeront amplement aux détails que mon Ouvrage laissera à désirer à certains Lecteurs.» (p. iv)

L'ouvrage de Cramer apparaît donc, deux ou trois années après sa parution, comme un ouvrage de référence, recommandé au lecteur (éventuellement peu familier avec le sujet) en recherche de détails sur le traitement analytique de l'étude des courbes algébriques d'ordre supérieur.

On trouve peu de publications d'ouvrages ou de mémoires sur les courbes algébriques d'ordres supérieurs dans les années qui suivent immédiatement sa parution. Une exception est le *Traité des courbes algébriques*, paru à Paris six ans après *l'Introduction* de Cramer, sans mention d'auteurs, mais que l'on sait écrit par les astronomes Goudin et Dionis du Séjour (1756), remarquable pour y inclure le traitement systématique des équations de droites (Boyer 2004, p. 197-198). Après des préliminaires sur les changements de coordonnées et quelques résultats sur les droites et leurs intersections avec les courbes, le livre aborde, dans un volume assez court (un peu plus de deux cents vingt pages et douze planches de figures dans une édition in-12), l'étude des centres, diamètres et axes (avec un examen particulier des coniques), points multiples, tangentes, inflexions et points doubles, maxima et minima, cours (branches) infinis et asymptotes (avec division des lignes du troisième ordre) et courbure. Le texte est finalement assez éloigné de celui de Cramer, avec quelques différences fortes (outre la taille du volume : dans le vocabulaire utilisé, les sujets abordés, ...) et des proximités remarquables (dans l'énumération des points doubles, par exemple), même si finalement les méthodes algébriques (finies – il n'y a pas de développements liés à la méthode des séries, par exemple) sont assez proches. Les différents résultats qui y sont consignés sont obtenus en considérant une droite mobile autour de l'origine (éventuellement placée sur la courbe) d'équation $mz - nu = 0$ (et donc de pente $\frac{m}{n}$), et les conséquences algébriques entraînées par l'étude des points d'intersection de cette droite avec la courbe. Le but de l'ouvrage est d'apporter des moyens simples, rapides et homogènes pour étudier les principales caractéristiques d'une courbe à partir de son équation. Cramer y est cité à deux reprises⁶⁸³ (Goudin et Dionis du Séjour 1756, p. 19, 27) à propos des méthodes de changement de co-

683. C'est d'ailleurs le seul auteur cité dans l'ouvrage, à ma connaissance.

ordonnées : les deux auteurs indiquent au lecteur sa méthode pour calculer rapidement et simplement la transformée d'une équation résultant d'un déplacement de l'origine (G. Cramer 1750b, p. 43 et suivantes). Il faut rappeler ici que Goudin sera également l'auteur de l'insertion sur le triangle analytique de De Gua et Cramer réalisée dans l'article COURBE de l'*Encyclopédie d'Yverdon*, dans les années 1770 (voir p. 310)⁶⁸⁴.

En France, le sujet des courbes algébriques semble quelque peu s'épuiser ou s'assécher dans les années, voire les décennies, qui suivent la publication du *Traité* de Goudin et Dionis du Séjour. La consultation des *Tables générales des matières contenus dans l'Histoire & dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences* est édifiante à ce propos : alors que dans les volumes IV et V pour les années 1721-1730 et 1731-1740 on y trouve une catégorie COURBES à part entière, assez fournie – avec les contributions de Maupertuis, Nicole et Bragelongne pour la première période, celles de Clairaut, Pitot et Fontaine pour la seconde – elle disparaît dès le volume VI pour la période 1741-1750, au profit d'une catégorie GÉOMÉTRIE plus générale. Dans le volume VII pour la période 1751-1760, on ne trouve trace que d'un mémoire sur les ovales de Descartes du chevalier d'Arcy, et plusieurs mémoires sur les courbes et leur rectification par Bézout (Académie royale des sciences de Paris 1734–1809, Vol. VII, p. 233-235). On ne trouve plus que deux entrées (une *Addition au mémoire imprimé en 1734 sur les courbes tautochrones par M. Fontaine*, et un *Eclaircissement sur les méthodes de trouver les courbes qui jouissent de quelque propriété du maximum ou du minimum par M. le Chevalier de Borda*) dans le volume pour la période 1761-1770 (Vol. VIII, p. 267-269), et plus aucune à proprement parler dans le volume IX pour 1771-1780. On ne compte que deux occurrences du mot « courbe » dans le dernier volume pour les années 1781-1790, toutes deux à propos d'un *Mémoire sur l'expression analytique de la génération des surfaces courbes* de Monge (rangé dans la catégorie Algèbre et Analyse, il n'y a plus de catégorie Géométrie), qui n'a donc que très peu à voir avec les courbes algébriques planes (Vol. X, p. 34).

On peut même épouser le point de vue de Boyer lorsqu'il dit que très peu de choses ont été ajoutées au sujet des courbes planes d'ordres supérieurs entre l'*Analyse des courbes* de Cramer en 1750 et les premières contributions de Plücker en 1827⁶⁸⁵. Je montrerai dans la section suivante que, pour l'essentiel, les méthodes différentielles s'imposeront progressivement dans la seconde partie du XVIII^e siècle dans les pratiques mathématiciennes et les ouvrages d'enseignement, et que ceux-ci intégreront davantage l'étude des courbes à double courbure et surfaces au fil du temps ; mais en dehors de ces accommodements méthodologiques, le champ de recherche constitué par l'étude des courbes algébriques sous la forme présentée par Euler et Cramer ne connaîtra en effet pas de réel progrès avant les travaux réalisés en Allemagne autour de l'année 1830.

684. On peut également signaler un autre ouvrage de Goudin, assez curieux, dont une première édition est publiée en 1778, intitulé *Traité des propriétés communes à toutes les courbes*, qui réunit plusieurs centaines de formules données sans démonstration liant entre elles abscisses, ordonnées et sous-tangentes, sous-normales et rayon de courbure (Goudin 1788).

685. « *Between 1750 and 1827 little had been added to the subject of higher plane curves, but Plücker was here about to open a new era* » (Boyer 2004, p. 246). J'aborderai les contributions de Plücker lorsqu'il s'agira d'étudier la réception du traité de Cramer en Allemagne (voir page 353).

Au tout début du XIX^e siècle, en 1802, paraissent d'une part la seconde édition des deux premiers volumes de l'*Histoire des mathématiques* compilée par Jean-Étienne Montucla en 1758, actualisée et augmentée de deux volumes supplémentaires achevés par l'astronome Jérôme de Lalande après son décès en 1799 (Montucla et Lalande 1799–1802); et d'autre part, une *Histoire générale des mathématiques* que l'on doit à Charles Bossut (1802). Ces deux hommes, proches des milieux encyclopédistes, posent les premiers regards historiens sur la marche des mathématiques et, pour ce qui nous concerne, les progrès de la géométrie analytique pour l'étude des courbes depuis Descartes. Montucla, après avoir traité les grandes questions de la théorie des courbes, énumère les contributions de Newton, Stirling, Nicole et De Gua⁶⁸⁶ et d'Euler, avant de distinguer élogieusement le traité de Cramer :

« Il manquoit cependant encore jusqu'en 1750 un livre sur ce sujet, qui réunît à la profondeur de la doctrine, les développements nécessaires pour le rendre accessible à tous les géomètres. C'est ce que M. Cramer a exécuté avec le plus grand succès, par son ouvrage trop modestement intitulé : Introduction à l'Analyse des Lignes Courbes Algébriques, qui parut à Genève en 1750, in-4^o, ouvrage d'ailleurs original en plusieurs points, et dans lequel au mérite du fond s'ajoute celui de la forme, je veux dire une clarté et une méthode tout-à-fait satisfaisantes. On ne sauroit par toutes ces raisons trop le conseiller à tous ceux qui désirent approfondir cette théorie. » (Montucla et Lalande 1799–1802, p. 71)

Différentes mentions dans la suite du volume vantent ses procédés facilitateurs pour les calculs de changements de coordonnées et son usage du parallélogramme analytique pour le calcul des séries, et renvoient le lecteur au traité de Cramer pour les points singuliers et la recherche des diamètres.

On se souvient de Charles Bossut, le jeune géomètre qui avait commencé une correspondance avec Gabriel Cramer en 1751 – soit quelques mois avant son décès – travaillant sur le traité des courbes du Genevois sur les conseils de Clairaut (voir p. 282). L'abbé Charles Bossut a ensuite occupé les fonctions de professeur à l'école royale du Génie de Mézières, avant d'être nommé examinateur du Génie en même temps que Bézout (pour l'Artillerie) en 1768 (Alfonsi 2011, p. 172). Ce dernier, dans le chapitre X du second volume, intitulé *De quelques ouvrages sur l'Analyse* réserve la majorité de ses louanges aux contributions de Leonhard Euler. Néanmoins, il ajoute :

« Je ne dois pas oublier de citer avec distinction Cramer parmi les bienfaiteurs de la nouvelle Géométrie. Son Introduction à l'Analyse des lignes courbes algébriques, est le traité le plus complet qui existe sur cette matière. L'auteur ne laisse rien à désirer sur la théorie des branches infinies des courbes, sur leurs points mul-

686. La critique envers les *Usages* de l'abbé est assez sévère : il juge que le livre est « trop avare de développements, n'est guère à la portée du commun des géomètres, et la lecture en est laborieuse à ceux même qui sont assez familiarisés avec les épines de la géométrie. Il y a d'ailleurs quelques légères méprises, au reste très-pardonnables à celui qui entre presque le premier dans un pays aussi peu frayé et hérissé d'épines » (Montucla et Lalande 1799–1802, Vol. III p. 70).

tiples, et en général sur tous les symptômes qui servent à les caractériser. » (Bossut 1802, Vol. II p. 146-147)

Plus de cinquante ans après sa parution, ces deux jugements historiques du traité de Gabriel Cramer le situent comme un ouvrage clair et complet sur le sujet de l'analyse des courbes, une référence pour personnes intéressées par le sujet. Il est de plus remarquable de constater qu'aucun des deux acteurs ne semble rendre compte de progrès significatifs réalisés au travers d'ouvrages ou de mémoires publiés ultérieurement – même si, pour être tout à fait précis, Montucla cite le *Traité des courbes algébriques* de Goudin et Dionis du Séjour, qu'il juge excellent mais trop concis. Cela vient en appui de la constatation faite plus haut, que le champ de recherche constitué par l'étude analytique des courbes algébriques couvert par le traité de Cramer n'est plus, dans la seconde moitié du XVIII^e siècle en France, un champ actif.

En France, le mouvement de renaissance de la géométrie synthétique, que l'on peut situer aux environs de 1820 autour de Chasles et Poncelet, et qui oriente la géométrie des courbes vers les méthodes synthétiques au détriment des approches analytiques⁶⁸⁷, contribue évidemment à cet assèchement. On ne trouve pas dans les travaux de ces deux géomètres de traces d'une réception particulière de l'ouvrage de Cramer, mais ils proposent tous les deux une lecture historique de la géométrie du XVIII^e siècle dans laquelle le Genevois et son traité sont cités. Poncelet, dans un *Historique servant d'introduction à une théorie des transversales appliquée à la recherche des propriétés projectives des courbes géométriques* – écrit lors de l'hiver 1822-1823 mais publié en 1866 seulement, dans la seconde édition de son *Traité des propriétés projectives des figures* (Poncelet 1866) – jette un regard rétrospectif sur les progrès de la géométrie des courbes depuis l'Antiquité, en mettant en valeur ceux qui auxquels il accorde une forte valeur en raison de leur proximité avec la géométrie « pure » : la méthode graphique des tangentes de Roberval, les théorèmes de Newton étendant les propriétés des coniques aux courbes d'ordres supérieurs, la démonstration du théorème de Cotes par Maclaurin utilisant les divisions harmoniques dans son *De Linearum*, et poursuit ainsi :

« En France et à l'époque du XVIII^e siècle, on était bien loin d'être aussi avancé dans la théorie des lignes géométriques; on y paraissait même ignorer entièrement les recherches qui avaient occupé Cotes et Mac-Laurin. L'Introduction à l'Analyse des lignes courbes par Cramer, qu'on doit considérer comme renfermant à peu près tout ce qui était alors connu sur ce sujet, n'est en effet que le développement des principes posés par Newton et Stirling pour la classification des lignes courbes et la discussion de leurs principales affections par rapport aux axes coordonnés. On y enseigne, il est vrai, à déterminer, pour chaque point de la courbe, la tangente et la normale, le cercle osculateur et le rayon de courbure, ainsi que les grandeurs ou les lieux qui en dépendent, tels que les développées, etc.; mais ces recherches,

687. En ce qui concerne la géométrie projective de Poncelet, et ce qu'elle emprunte ou laisse aux traditions mathématiques des siècles précédents, lire Nabonnand (2015). Pour une vue d'ensemble sur les mutations de la géométrie à cette époque, voir Gray (2011), en particulier les six premiers chapitres.

ces solutions de problèmes infiniment utiles aux arts qui se fondent sur le dessin linéaire, ne sont là présentées ou résolues qu'à l'aide des équations des courbes et par le calcul des abscisses et ordonnées; on n'opère presque jamais sur les lignes, sauf dans quelques cas très-simples; en un mot, c'est de l'Analyse algébrique, admirable, il est vrai, par son universalité, mais non de la Géométrie telle que le réclament les divers besoins des arts. C'est encore ainsi que, de nos jours (1823), on traite volontiers, dans les ouvrages consacrés à l'instruction, la théorie des lignes courbes.» (p. 318)

Il nuance ensuite son propos en créditant tout de même Clairaut, Euler, Lagrange et Monge de tenter de « traduire en constructions graphiques et en propriété élégantes » les résultats acquis grâce à la géométrie analytique et en reconnaissant, après son universalité, l'efficacité de l'analyse. Derrière ce discours de posture, la critique adressée au traité de Cramer est intéressante. D'abord, elle fait de l'*Introduction* de Cramer la somme des savoirs de son temps, et la phrase de Poncelet en confirme, s'il en était besoin, la stature d'un ouvrage de référence sur le sujet des courbes algébriques. D'autre part, cette critique soutient un point de vue tout à fait défendable, bien qu'exagérément contrasté; même si la lecture supposée du traité par Poncelet pourrait être questionnée (on n'y parle ni de normales, ni de développées, et il passe sous silence – à dessein? – les contenus les plus géométriques, comme les discussions sur les branches infinies ou les points singuliers et multiples), la manière qu'il a d'en rendre compte souligne assez bien son infécondité : rien de vraiment nouveau n'est apparu depuis Newton, dont on n'a fait que développer les principes et les méthodes pour en étendre légèrement le territoire, sans réelle avancée pour la géométrie des courbes.

D'une manière sensiblement différente, plus nuancée, mais qui compte tout de même beaucoup de points communs avec Poncelet, Chasles rend compte de ces mêmes progrès de la géométrie au XVIII^e siècle dans son *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie*, sous-titré *particulièrement de celles qui se rapportent à la géométrie moderne* (c'est-à-dire la géométrie synthétique). Dans le chapitre IV, qui débute avec l'invention du calcul infinitésimal à la fin du XVII^e siècle, Chasles met en valeur, comme Poncelet avant lui, les travaux géométriques de Newton – en y ajoutant la génération des cubiques par projection des cinq paraboles divergentes, et la description des lignes courbes –, Cotes et surtout de Maclaurin sur les courbes⁶⁸⁸, en y consacrant force détails dans de longs paragraphes et en soulignant les résultats acquis sans le secours de l'analyse. Suit un court exposé sur ces « géomètres qui appliquèrent avec succès la Géométrie de Descartes à la théorie générale des courbes géométriques »; après Nicole, Bragelongne, De Gua et Euler, le traité de Cramer fait l'objet de ce court mais flatteur paragraphe (Chasles 1837, p. 151-152) :

« Dans le même temps [qu'Euler] Cramer donna, sous le titre Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques (in-4^o, 1750), un traité spécial, le plus complet, et encore aujourd'hui le plus estimé, sur cette vaste et importante branche de la Géométrie. »

688. Pour Poncelet et Chasles lecteurs de Maclaurin, voir Bruneau (2011b).

Rapidement, après avoir cité les deux ouvrages de Goudin, il conclut le paragraphe en constatant : « *Ce sont là, je crois, les derniers perfectionnemens notables que la science des courbes dut à la Géométrie des Anciens et à l'analyse de Descartes* » (p. 153). Comme pour Poncelet, on peut lire sous la plume de Chasles 1^o que le traité de Cramer est « *le plus complet* » et « *le plus estimé* » sur la géométrie analytique des courbes, et 2^o que cette science a connu très peu de progrès depuis. Ce point de vue commun aux deux hommes, tout partisan qu'il soit, est largement confirmé par ce que j'ai pu mettre en évidence jusqu'à maintenant : l'ouvrage de Cramer, reconnu pour son exhaustivité, sa clarté, sa cohérence et ses nombreux exemples, est encore en 1837 un ouvrage de référence (ce qui est vérifié par la lecture des dictionnaires et des encyclopédies), mais dont l'actualité est faiblissante à cause du peu de progrès que l'analyse des courbes a connu depuis lors, et de son incapacité à fournir de nouveaux problèmes et susciter de nouvelles recherches.

Les ouvrages d'enseignement

On trouvera également dans les ouvrages d'enseignement des éléments permettant de juger de l'actualité du sujet des courbes algébriques en général, et de celle du traité de Cramer en particulier, pour la période étudiée. Il faut attendre les premiers *Cours de mathématiques* publiés par Étienne Bézout dans la seconde partie des années 1760⁶⁸⁹ pour que le sujet soit à nouveau abordé à la fois sous l'angle très cartésien de l'« application de l'algèbre à la géométrie » et sous celui du calcul différentiel et intégral – et il faut noter ici que c'est sous ce dernier titre que seront désormais présentés la plupart du temps les contenus relatifs aux courbes d'ordre supérieur dans les ouvrages d'enseignement. La troisième partie du *Cours de mathématiques à l'usage des gardes du Pavillon et de la Marine* de Bézout (1764–1767), dont la seconde section traite de l'« application de cette science [l'algèbre] à l'Arithmétique & à la Géométrie » n'aborde en effet que la construction des équations et l'étude des sections coniques, et si Cramer et Euler y sont cités, ce n'est que dans une note de bas de page à propos de l'élimination des inconnues, pas à propos de l'étude des courbes algébriques dans leur généralité (Vol. III p. 95). En revanche, la quatrième partie « contenant les Principes généraux de la Méchanique », débute par des éléments de calcul différentiel avec des applications aux lignes courbes : tangentes, extrema, points multiples, points d'inflexion et de rebroussement, courbure. Le paragraphe sur les points de rebroussement se conclut par un renvoi à l'*Introduction* de Cramer (Vol. IV p. 164). Cette partie est sensiblement réduite dans la troisième partie du *Cours de mathématiques à l'usage du Corps royal de l'Artillerie* (Bézout 1770–1772), et la question des points multiples et singuliers n'y est pas abordée, ce qui fait qu'on n'y retrouve pas la mention au traité de Cramer.

En 1775 Charles Bossut publie un *Traité élémentaire de Géométrie* dont l'ambition est à peu près comparable à celle de Bézout dans son *Cours de mathématiques* : des éléments de géométrie élémentaire en trois parties (lignes, surfaces, solides), suivis de quelques élé-

689. Étienne Bézout est nommé examinateur des gardes du Pavillon et de la Marine en 1764, puis de l'Artillerie en 1768, ce qui l'amènera à écrire des *Cours de mathématiques* pour ces deux corps de l'armée (Alfonsi 2011, p. 149-240).

ments de trigonométrie, et se concluant par une partie d'application de l'algèbre à la géométrie où sont abordées l'étude des coniques et la construction des équations de degré trois ou quatre (avec quelques applications à l'architecture des voûtes, probablement à destination des élèves officiers du Génie). Néanmoins, on trouve dans cette section un troisième chapitre intitulé *Des Problèmes indéterminés à deux variables : des lignes courbes en général*, à la fin duquel Bossut cite l'*Analyse des courbes* de Cramer et l'*Analyse des infiniment petits* d'Euler à deux reprises, bien que les limites de son ouvrage ne lui permettent pas d'aller plus loin sur le sujet des courbes d'ordres supérieurs. Il cite déjà les deux auteurs dans la préface de son traité, alors qu'il donne à son sujet une perspective historique, en donnant la ferme recommandation de les lire :

« de notre temps, MM. Euler & Cramer ont traité, dans toute son étendue, la théorie des courbes algébriques; l'un dans son Livre intitulé *Introductio ad analysin Infinitorum*, l'autre dans son *Analyse des Courbes algébriques*. Ces deux excellents Ouvrages doivent être lûs par tous ceux qui veulent pénétrer dans la Géométrie transcendante. » (Bossut 1775, p. xv)

En 1774 l'abbé Jean Saury, ancien professeur à l'université de Montpellier, fait paraître un *Cours complet de mathématiques* en cinq volumes (Saury 1774), dont le second traite de « *Géométrie sublime, ou Géométrie des Courbes* ». L'ouvrage débute par une étude approfondie des sections coniques, mais en arrive assez rapidement à traiter des courbes algébriques de tous les ordres : après un exposé des méthodes de changement de coordonnées, l'abbé Saury énumère quelques propriétés des courbes de tous les ordres, avant de proposer une division des lignes du troisième ordre (basée sur la nature de leurs branches infinies) en 16 espèces, dont il dit avoir emprunté les principes à Euler (Vol II p. 176). Suivent la recherche des branches infinies et des asymptotes, faite en utilisant les développements en série réalisés à l'aide du « *quarré algébrique* », équivalent du parallélogramme analytique de Newton, dont, comme Cramer, il propose au lecteur de réaliser une construction en bois⁶⁹⁰. Puis il étudie les diamètres et centres, tangentes et courbure des courbes, avec le secours de méthodes purement algébriques. Il poursuit avec une section sur la description des courbes au moyen d'instruments, et revient sur des problèmes algébriques liés aux courbes (intersections de courbes, construction géométrique des équations) avant de finir ce volume sur des considérations sur les courbes transcendantes et les courbes à double courbure. On ne trouve aucune référence à De Gua ou Cramer dans ce volume : il faut revenir à son *Discours préliminaire* qui ouvre le premier tome pour cela. Il y écrit, après avoir cité Newton, Stirling, Nicole et Bragelongne :

690. Cette coïncidence est amusante, à défaut d'être significative. Dans l'*Introduction* Cramer écrit à propos du triangle analytique qu'il vient de décrire : « *On peut aussi avoir un Triangle de bois ou d'ivoire, percé de petits trous rangés à égales distances & parallèlement aux côtés du Triangle, & on remplira avec de petites chevilles les trous qui représentent les Cases où devoient être logés les termes de l'équation* » (G. Cramer 1750b, p. 165). Saury, lui, propose de « *se servir d'une tablette de bois peinte en noir, en écrivant à la marge avec un poinçon les x et les y avec leurs exposans. On pourra se servir de blanc d'Espagne pour écrire ce qu'on veut effacer, ou bien marquer avec des épingles la position des points* » (Saury 1774, Vol. II p. 178).

« Le célèbre de Gua a développé dans un savant ouvrage les usages de l'Analyse Carthésienne [sic] pour la recherche des propriétés des Lignes géométriques d'un ordre quelconque. Ce Mathématicien auroit, pour ainsi dire, épuisé cette théorie, s'il n'étoit tombé dans une espece de paralogisme, en voulant juger des Séries par leur seul premier terme. Cette recherche a été enfin finie par Cramer dans son Livre intitulé : Introduction à l'Analyse des Lignes courbes algébriques. Cet Ouvrage in-4^o . de 680 pages a été imprimé à Genève en 1750. L'Auteur y fait usage du Triangle algébrique, ce qui rend ses opérations longues & pénibles; il ne parle d'ailleurs ni des courbes qu'on appelle transcendantes, ni des courbes à double courbure. Peu de temps auparavant avoit paru l'Introduction à l'Analyse des Infiniment-petits de M. Euler, Ouvrage latin, en deux Volumes in-4^o . Cet Auteur traite, comme Cramer, des branches infinies des courbes & de leurs genres, des points de contact, des rayons osculateurs, des points singuliers, des points conjugué ou solitaires, des points multiples, etc. Ces Savans sont d'accord dans les conséquences, quoique leurs méthodes soient différentes : mais celle d'Euler est plus facile à entendre & à retenir. » (Vol I, p. xiii-xiv)

On y lit une réserve certaine sur l'*Analyse des courbes* de Cramer à propos de la complexité supposée (mais bien affirmée par l'abbé Saury) de mise en œuvre de ses méthodes, et de l'omniprésence du triangle analytique pour l'étude des branches infinies, des points singuliers et multiples. La préférence accordée à la présentation d'Euler est clairement exprimée, et s'accorde avec ce qui sera majoritairement constaté dans l'espace non francophone : néanmoins le fait que l'ouvrage de Cramer soit écrit en français, et donc plus facilement accessible aux élèves et étudiants des écoles et universités de France, est un argument fort pour l'actualité du traité des courbes et favorise les recommandations de l'ouvrage par leurs enseignants.

D'ailleurs la première traduction française de l'*Introductio* d'Euler sera publiée quelque 23 ans plus tard par Jean-Baptiste Labey (Euler 1797), qui se présente alors comme professeur de mathématiques aux Écoles Centrales du département de la Seine, mais qui sera bientôt nommé instituteur d'analyse à l'École Polytechnique. Cette traduction largement annotée participe tardivement de la diffusion des travaux d'Euler en France, mais l'auteur glisse dans une de ses notes du chapitre XIII portant sur les affections des lignes courbes une nouvelle recommandation pour le traité de Cramer :

« Ceux qui en voudront davantage pourront consulter l'Introduction à l'Analyse des lignes courbes, par Cramer ; ouvrage intéressant par sa grande clarté & par les exemples qui s'y trouvent multipliés. Je conseille même à ceux qui voudront approfondir la théorie des courbes, d'en joindre la lecture à celle de l'ouvrage dont je donne ici la traduction. » (p. 412)

Les deux ouvrages de Cramer et Euler continuent de faire autorité sur le sujet des courbes algébriques près d'un demi-siècle après leur parution, et on les retrouve naturellement dans les recommandations de lecture initialement faites aux élèves de l'École normale et de l'École

polytechnique. Ainsi on retrouve, dans la transcription des leçons de mathématiques de Laplace à l'École normale « *données à l'amphithéâtre du Jardin des Plantes dans les premiers mois de 1795* »⁶⁹¹, ce conseil venant à la fin de la huitième séance, consacrée à l'algèbre et à ses applications à la géométrie, incluant des éléments d'étude des courbes d'ordres supérieurs :

« *Les bornes de cette leçon ne me permettent pas d'insister davantage sur la théorie des courbes. On trouvera tous les détails que l'on peut désirer à cet égard, dans le second volume de l'Introduction à l'analyse des infiniment petits, par Euler, et dans l'ouvrage de Cramer sur le Théorie des courbes. Ces deux ouvrages, quoiqu'excellents chacun dans son genre, ne dispensent pas de lire les deux ouvrages originaux qui leur ont donné naissance, et qui, soit par eux-mêmes, soit par l'influence qu'ils ont eue sur l'histoire des mathématiques, méritent toute l'attention des géomètres : je veux parler de la Géométrie de Descartes, et du traité de Newton, intitulé Énumération des lignes du troisième ordre.* » (École polytechnique 1812, p. 122-123)

Et si le nom de Cramer n'apparaît pas dans le texte de la huitième leçon de Lagrange – tout acquis à la cause d'Euler – portant sur l'algèbre et son application à la géométrie (Dhombres 1992, p. 99-116), il sera tout de même cité dans la *Théorie des fonctions analytiques*, écrite sur la base des leçons données à l'École normale, à propos des contacts entre courbes et de l'étude des points singuliers (Lagrange 1797, p. 132).

De même, dans son *Traité du calcul différentiel et intégral*, Sylvestre-François Lacroix, futur instituteur d'analyse à l'École polytechnique, comme Labey, le donne en référence bibliographique dans la table du premier volume pour le chapitre IV sur la théorie des lignes courbes⁶⁹². Dans ce chapitre il traite successivement de la transformation des axes de coordonnées, de l'application du développement en série des fonctions à la théorie des courbes, et de l'usage du calcul différentiel pour déterminer tangentes, inflexions et rebroussements. En promoteur du calcul différentiel, les méthodes algébriques du traité de Cramer le laissent pour le moins circonspect, mais c'est surtout l'utilité de la classification des courbes proposée par Cramer et Euler qu'il questionne :

« *Le nombre et la nature des branches infinies forment les caractères les plus propres à distinguer entr'elles les courbes d'un même ordre; Euler et Cramer s'en sont servi pour partager les courbes du troisième et du quatrième ordre en grandes familles, auxquelles ils ont donné le nom de genres, et qu'ils ont subdivisées en espèces par la considération des points singuliers; mais ces détails, plus curieux qu'utiles, sortent entièrement du plan que je me suis proposé.* » (Lacroix 1797, p. 368)

691. Comme le précise le Journal de l'École polytechnique dans lequel sont publiées ces leçons en 1812. Le texte des ces leçons a récemment été édité par Jean Dhombres (1992).

692. En compagnie des ouvrages de Descartes, Newton, Stirling, Maclaurin, De Gua de Malves, Euler et Gouddin et Dionis du Séjour (Lacroix 1797, p. xxii).

Il est intéressant de noter que, dans la seconde édition de son *Traité*, Lacroix ajoute une nouvelle référence aux travaux de Cramer dans l'introduction du premier volume, dans un paragraphe intitulé *Développement des fonctions données par des équations où les inconnues sont mêlées entre elles*⁶⁹³. Il y écrit (Lacroix 1810, p. 103) :

« Il ne paraît pas facile de discerner les plus grands termes dans une expression qui renferme à la fois deux variables données implicitement l'une par l'autre; telle serait, par exemple, l'équation $ax^\alpha y^{\alpha'} + bx^\beta y^{\beta'} + cx^\gamma y^{\gamma'} + \text{etc.} = 0$. Les quantités x et y sont liées entre elles d'une manière qui, quoique déterminée, ne permet pas de juger, à la simple inspection, comment les changements de l'une influent sur l'autre [...]. Les Géomètres ont imaginé différens moyens pour distinguer parmi les termes d'une équation, ceux qui sont les plus grands. Newton inventa le parallélogramme analytique que de Gua réduisit ensuite à un triangle; Taylor a employé une construction géométrique; mais M. Lagrange a donné un procédé analytique très-simple et très-commode, que nous allons faire connaître⁶⁹⁴. »

Après l'exposé de cette méthode, qui est très proche de ce que développe Cramer dans son *Introduction* dans la dernière partie du chapitre VII consacré à la méthode des séries (G. Cramer 1750b, p. 200-215), mais ne nécessite pas l'usage du parallélogramme de Newton pour initier les développements en série, Lacroix donne deux exemples d'application, dont le second est, au signe près, issu du traité des courbes : il s'agit de l'équation $ax^3 + x^3y - ay^3 = 0$, dont Lacroix calcule les quatre développements (un pour x petit, et trois pour x grand) déjà donnés par le Genevois (p. 174). Il conclut son paragraphe par une recommandation de la lecture de l'*Introduction* pour approfondir le sujet :

« La méthode ci-dessus peut sembler incomplète, à quelques égards, puisqu'on n'y entre dans aucun détail sur le nombre des développemens qu'on doit tirer d'une équation, d'après son degré, et sur les cas où ces développemens peuvent acquérir des termes imaginaires; mais ce détail aurait peu d'intérêt, puisqu'on emploie rarement la méthode dont il s'agit; et d'ailleurs on peut consulter le chapitre VII de l'Introduction à l'Analyse des lignes courbes, par Cramer, qui mettra sur la voie de ces recherches. » (Lacroix 1810, p. 113)

À défaut de mentionner l'usage de ces séries pour l'étude des courbes, cette nouvelle référence à l'ouvrage de Cramer permet tout de même à Lacroix de créditer Cramer pour la partie essentiellement analytique de son ouvrage, contenu dans le chapitre VII sur la méthode des séries⁶⁹⁵

693. On retrouve l'essentiel de ce paragraphe dans la première édition, sans la référence à Cramer, dans le second chapitre intitulé *Usages analytiques du calcul différentiel* (p. 219-231).

694. Lacroix se réfère ici au mémoire *Sur l'usage des fractions continues dans le Calcul intégral* de Lagrange ([1776] 1779)

695. Cela avait déjà été fait dans des termes assez proches par Charles Bossut à la fin de son *Traité d'algèbre* paru en 1773, par exemple : « Toute la difficulté qu'on éprouve à former les suites qui doivent exprimer les valeurs de l'inconnue, consiste à choisir, parmi les termes de l'équation, ceux qui sont plus grands que les autres, & qui déterminent en conséquence la loi suivant laquelle la série doit descendre. Neuton a donné, pour cela, une règle fort commode, qu'on appelle ordinairement le parallélogramme de Neuton. Elle est expliquée de la manière la

On peut également signaler ici la publication en 1798 des *Traité de calcul différentiel et intégral* de Charles Bossut, devenu depuis 1796 examinateur de l'École polytechnique : au début du second chapitre portant sur les lignes courbes, il recommande toujours, plus de vingt ans après son *Traité élémentaire de Géométrie*, les traités de Cramer et Euler : « *La nature des lignes courbes en général s'exprime par des équations entre les coordonnées auxquelles on les rapporte, comme je l'ai expliqué dans ma Géométrie, et comme on peut le voir, avec de plus amples détails, dans deux excellents ouvrages : l'un est l'Analyse des courbes algébriques, par Cramer ; l'autre est l'Introduction à l'analyse des infinis, par Euler* » (Bossut 1798, p. 122).

Même si le *Traité du calcul différentiel et intégral* était utilisé par Lacroix comme support de ses premiers cours d'analyse à l'École polytechnique, ce n'est pas un manuel d'enseignement, et ses contenus dépassent largement les connaissances exigibles de ses étudiants (Domingues 2008, p. 295). Il a donc progressivement adapté son texte pour en faire un *Traité élémentaire du calcul différentiel et intégral* (Lacroix 1802) dont la progression était étroitement suivie lors de ses leçons. Dans la large section consacrée à l'application du calcul différentiel à la théorie des courbes, on peut constater que toute mention aux traités de Cramer et Euler a disparu. La « formulation définitive » de la géométrie analytique, pour reprendre l'expression de Boyer (2004), dont Lacroix est l'un des moteurs, exclut les méthodes algébriques mises en œuvre par les deux auteurs un demi-siècle plus tôt au profit de méthodes différentielles désormais parfaitement éprouvées et centrales dans l'enseignement. Voici ce que ce même Lacroix écrit dans ses *Essais sur l'enseignement en général, et sur celui des mathématiques en particulier* livrés en 1805 :

« *Au commencement du 18^e siècle, quelques géomètres de l'Académie des sciences, à l'exemple de Newton, entreprirent aussi d'analyser les courbes contenues dans l'équation générale à deux indéterminées, du quatrième degré. Les espèces se multiplièrent à tel point, qu'ils n'osèrent ou ne purent en donner le détail, et ils se bornèrent à des genres dont le nombre fut encore assez considérable. Persuadés qu'il fallait renoncer à faire une revue générale des courbes, les géomètres sentirent que cette partie aurait atteint toute la perfection dont elle était susceptible, si elle fournissait des méthodes pour déterminer, par l'équation d'une courbe, ses principales propriétés, et les diverses circonstances de son cours; et c'est là ce qu'ont fait Euler et Cramer, et ce que le calcul différentiel facilite beaucoup. Il semblait donc naturel de revenir sur ses pas, et de rattacher à un même fil toute la théorie des lignes droites ou courbes, classées naturellement par leurs équations : c'est cependant ce qu'on ne fit point. la force de l'habitude engagea encore les géomètres à amalgamer, pour ainsi dire, les méthodes anciennes avec les nouvelles; et cet assemblage informe portait toujours l'empreinte des premiers tems de la science.* » (Lacroix 1805, p. 373-374, souligné par moi)

plus claire & la plus détaillée dans un excellent Ouvrage de M. Cramer, qui a pour titre Introduction à l'Analyse des Lignes courbes Algébriques, Gen, 1750. » (Bossut 1773, p. 383-384).

Lacroix souhaite donc apporter une rupture dans son enseignement de la théorie des courbes, et de rattacher au « *fil* » du calcul différentiel toute la théorie des lignes courbes⁶⁹⁶. L'*Analyse des courbes* de Cramer, à partir de ce moment, s'efface des ouvrages sur les courbes et l'application de l'algèbre ou de l'analyse à la géométrie, qui soit se focalisent sur l'étude des surfaces, comme l'*Application de l'analyse à la géométrie à l'usage de l'École impériale polytechnique* de Monge (1807), soit – pour les ouvrages d'un niveau plus élémentaire, s'adressant souvent aux candidats à l'École polytechnique – dépassent rarement l'étude des courbes du second degré, mais intègrent plus facilement les surfaces et les courbes à double courbure, comme ceux de Biot (1805), Garnier (1808), Pouillet-Delisle (1809) et Boucharlat (1810). Les exceptions, comme l'application de l'algèbre à la géométrie de Bourdon, qui conseille le livre de Cramer à « *ceux qui désireraient étendre leurs connaissances sur la discussion des courbes de degré supérieur au second* » (Bourdon 1825, p. 458) sont rares et peu significatives : les travaux de Cramer sur les courbes algébriques, et le sujet des courbes algébriques d'ordres supérieurs lui-même, disparaissent progressivement des ouvrages de recherche et d'enseignement au cours de la première moitié du XIX^e siècle. On peut tout de même remarquer ici, pour compléter ce panorama, que l'*Analyse des courbes* de Cramer est inclus dans le *Catalogue des livres qui doivent composer la bibliothèque d'un lycée, conformément à l'article XXVII de l'Arrêté du 19 Frimaire an XI* (Barbier 1804), arrêté dont je ne sais de quelle manière il a pu être appliqué, et il est difficile de savoir si beaucoup de lycées ont pu se procurer cet ouvrage finalement assez rare (il n'a pas connu de réédition depuis 1750) et dont l'actualité est maintenant faiblissante.

Les revues mathématiques

Pour la période 1800-1850, la vitalité des travaux et recherches sur les courbes algébriques est peut-être enfin à chercher dans les revues mathématiques. Cette presse mathématique, qui émerge au début du XIX^e siècle dans toute l'Europe, permet les échanges entre mathématiciens de tous niveaux – professionnels ou non : universitaires, professeurs de l'enseignement secondaire, élèves et étudiants, militaires, ingénieurs, autodidactes – et une large diffusion de travaux novateurs⁶⁹⁷. En France, plusieurs revues connaissent un beau succès : les *Annales de mathématiques pures et appliquées*, dites également *Annales de Gergonne*, du nom de leur fondateur Joseph-Diez Gergonne, alors professeur au lycée de Nîmes, commencent à paraître en 1810⁶⁹⁸. Suite à l'arrêt de la publication des *Annales de Gergonne*, le *Journal de mathématiques pures et appliquées* est lancé en 1836 par Joseph Liouville, alors professeur de mathématiques à l'École centrale des arts et manufactures et futur professeur à l'École polytechnique. Cette revue s'inscrit dans la lignée des *Annales de Gergonne*, avec

696. Un peu plus loin, on peut lire : « *Cet historique, en montrant les vues qui ont pu guider, dans le siècle précédent, les auteurs des traités d'application de l'algèbre à la géométrie, dans le choix et l'étendue des matières, fait voir aussi, qu'il n'y a pas de raison pour les imiter, et qu'on doit au contraire prendre une marche opposée à celle qu'ils ont suivie, puisqu'on doit tendre à un but très différent* » (Lacroix 1805, p. 376).

697. Pour une perspective européenne de l'émergence de cette presse mathématique, voir Verdier (2009) et Gerini et Verdier (2014).

698. Sur le sujet on se reportera à Gerini (2002).

quelques ajustements éditoriaux⁶⁹⁹. Enfin, les *Nouvelles annales de mathématiques : journal des candidats aux écoles polytechnique et normale* sont créées par Olry Terquem et Camille Gergonne en 1842; leur rédaction est confiée à des professeurs de l'École polytechnique ou des professeurs de lycée, et ces *Nouvelles annales* s'adressent essentiellement un public de professeurs et d'étudiants candidats aux concours de recrutement des deux grandes Écoles)⁷⁰⁰. Ces revues nous donnent donc accès à un autre aspect de la production mathématique sur la période étudiée, sous d'autres formats, et concernant des publics différents, majoritairement des professeurs de lycée, des étudiants et des amateurs : il est intéressant d'aborder la réception de l'*Analyse des courbes* également par ce biais.

Une simple recherche sur l'expression régulière « courb* » dans le champ Titre (pour trouver les articles dont le titre contient les mots courbe, courbes, courbure) dans les archives des *Annales de Gergonne* numérisées sur le site NUMDAM (<http://www.numdam.org>) pour la période 1810-1832 (année où le journal cesse sa publication) renvoie une liste de résultats s'élevant à 44 articles, sur un peu plus de 1000 articles publiés au total. Pour la seule décennie 1840-1849, ce sont 55 articles concernant les courbes qui sont publiés dans les pages des *Nouvelles annales de mathématiques* sur, là aussi, un peu plus d'un millier de références. Pour la même requête sur les exemplaires du *Journal de mathématiques pures et appliquées* de Liouville, sur le site Mathdoc (<http://sites.mathdoc.fr/JMPA/>), on obtient 49 résultats supplémentaires sur la période 1836-1850. Cette première approche, naïve, permet d'évaluer l'actualité du sujet des courbes algébriques au travers de la fréquence des articles qui y ont trait dans ces différentes revues, que l'on peut estimer à 4 ou 5%, et qui peut donc être considérée comme faible⁷⁰¹. Toutefois, les articles qui citent Gabriel Cramer à propos de la géométrie des courbes parmi ces résultats de recherche sont en très faible nombre. Dans les *Annales de Gergonne*, on trouve un article, écrit en français, de l'allemand Plücker, intitulé *Recherches sur les courbes algébriques de tous les degrés*, sur lequel je reviendrai lorsque j'aborderai la réception du traité des courbes de Cramer en Allemagne (voir p. 353) : ici il suffit de savoir que cet article cite l'*Introduction* pour le paradoxe dit de Cramer sur le nombre de points nécessaire pour déterminer une courbe d'ordre n (Plücker 1828). En revanche, dans les *Nouvelles annales de mathématiques*, plusieurs articles signés Terquem lui-même contiennent des références à Cramer, mais ce sont pour l'essentiel à propos de ses résultats sur l'élimination : j'y reviendrai donc dans une section ultérieure. On peut tout de même noter un article du même Terquem, daté de 1850, et intitulé *Propriétés générales des courbes algébriques planes*, dans lequel il énonce (ou récapitule?), et parfois démontre, plusieurs résultats connus sur les asymptotes et les tangentes, les points multiples, les points de rebroussement ou d'inflexion des courbes qui sont pour une bonne part d'entre eux extraits

699. À propos du *Journal de Liouville*, lire Verdier (2010).

700. Pour une présentation détaillée de la revue, voir Rollet et Nabonnand (2012), ainsi que le site internet <http://nouvelles-annales-poincare.univ-lorraine.fr/index.php> qui permet de faire des recherches sur les contributeurs de la revue.

701. Une approche plus précise, basée sur une catégorisation des articles et une étude fine de leurs contenus, serait bien entendu nécessaire pour affiner cette estimation, mais celle-ci suffit à mon propos.

des travaux de Plücker (Terquem 1850) ; néanmoins, contrairement à Newton ou Maclaurin, Cramer n'y est pas cité.

Un article des *Annales de Gergonne* a retenu mon attention, non pas parce que Cramer y est cité, mais justement parce qu'il ne l'y est pas : il s'agit d'un article, signé par Gergonne lui-même, intitulé *Théorie élémentaire de la courbure des lignes et des surfaces courbes* (Gergonne 1818). Dans cet article, on peut lire à quel point l'application du calcul différentiel à l'étude des courbes algébriques planes, mise dans sa forme définitive et popularisée par Lacroix à la fin du siècle précédent, est devenue exclusive des méthodes algébriques précédemment utilisées, par exemple par Cramer. Sous l'influence de Lagrange qui, dès le siècle précédent, souhaitait algébriser l'analyse et fonder le calcul différentiel sur le développement des fonctions en séries, sans recours aux infiniment petits⁷⁰² Gergonne souhaite démontrer qu'on peut, pour certaines questions relatives aux courbes et surfaces (tangentes et courbure), se priver du recours au calcul différentiel. Il énonce et démontre ainsi, entre autres choses, que « lorsqu'une courbe passe par l'origine, on obtient l'équation de sa tangente en ce point, en égalant simplement à zéro, dans l'équation de la courbe, l'ensemble des termes à une seule dimension par rapport aux coordonnées » (p. 131), le cas où le point considéré n'étant pas à l'origine se traitant en effectuant une simple translation de l'origine sur ce point⁷⁰³. On reconnaît ici un énoncé très proche de celui de Cramer, à l'exception près que ce dernier considère le cas où le terme de rang un de l'équation est nul (G. Cramer 1750b, p. 462). Plus loin, au début d'une section sur les contacts, il écrit que :

« Dans la précédente section, nous n'avons présenté aucun résultat qu'on ne sache aujourd'hui obtenir sans rien emprunter au calcul différentiel; et nous n'avons fait simplement qu'offrir, pour parvenir à ces résultats, des méthodes qui nous paraissent, à la fois, plus simples et plus naturelles que celles qu'on a coutume d'appliquer à leur recherche. Il n'en sera pas de même, dans la présente section, où il sera question des centres et rayons de courbure, cercles et plans osculateurs, développées et lignes de courbure; et il n'est pas à notre connaissance que ces divers objets aient été traités jusqu'ici, d'une manière simple, par les procédés de l'analyse ordinaire. » (Gergonne 1818, p. 149)

Cet article, et notamment ce dernier passage, me font dire que les méthodes algébriques de De Gua et Cramer sont méconnues de Gergonne, et le fait qu'il les « redécouvre » dans cet article sans citer ces deux derniers auteurs, joint aux autres éléments réunis plus haut, laisse à penser que l'*Analyse des courbes* du Genevois, à ce moment-là, n'a pas été beaucoup lu par, au moins, les professeurs de lycée que représente Gergonne.

On trouve par ailleurs, dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées*, une note proposée par un capitaine d'artillerie, intitulée *Note sur le nombre des points multiples des*

702. Je rappelle que le titre complet de sa *Théorie des fonctions analytiques* est : *Théorie des fonctions analytiques, contenant les principes du calcul différentiel dégagés de toute considération d'infiniment petits ou d'évanouissans, de limites ou de fluxions, et réduits à l'analyse algébrique des quantités finies* (Lagrange 1797). Pour une vue d'ensemble sur l'« épisode » de l'analyse algébrique, voir Lubet et Friedelmeyer (2014).

703. Il dit également que son énoncé reste valable si l'équation de la courbe soit localement approchée par un développement en série. L'énoncé se généralise également aux courbes à double courbure et aux surfaces.

courbes algébriques (Coste 1842), qui vise à mettre en défaut les règles données par Cramer à propos de la nature et du nombre de points multiples dont sont susceptibles les courbes de chaque ordre (G. Cramer 1750b, p. 455-459). Le capitaine Coste y donne un exemple d'équation de quartique ($y^4 - 2y^2 + 16x^4 - 8x^2 + 1 = 0$) dont il prétend qu'elle admet 4 points doubles, alors que Cramer stipule qu'une courbe du quatrième ordre ne peut avoir plus de trois points doubles. Coste commet en fait une erreur, la courbe proposée étant composée de la réunion de deux ellipses, comme on peut le voir par la factorisation suivante :

$$y^4 - 2y^2 + 16x^4 - 8x^2 + 1 = (4x^2 + 2\sqrt{2}xy + y^2 - 1)(4x^2 + 2\sqrt{2}xy + y^2 - 1)$$

On notera tout de même en passant que Coste écrit que « *Nous prendrons notre exemple dans l'Introduction à l'analyse des lignes courbes, par Gabriel Cramer (Genève, 1750), ouvrage qui mérite à juste titre l'estime des géomètres* » (Coste 1842, p. 184).

Le peu de références trouvées dans ces revues, alors même que le sujet de la théorie des courbes y est régulièrement abordé, illustre une nouvelle fois assez bien le relatif oubli et l'obsolescence de l'ouvrage de Cramer en France au début du XIX^e siècle, du moins en ce qui concerne ses méthodes et outils pour l'étude de la géométrie des courbes algébriques et leur mise en pratique.

...et dans le reste de l'Europe

En Grande-Bretagne

La réception de *l'Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* n'est pas immédiate en Grande-Bretagne : Cramer en a bien envoyé quelques exemplaires à ses correspondants à Cambridge, mais je n'ai pas retrouvé trace d'une lecture critique ou d'une simple annonce de publication dans les *Philosophical Transactions*, par exemple. Malgré une historiographie qui a pu laisser faussement croire à la stagnation de l'activité mathématique, et notamment géométrique, coupée des influences continentales en Grande-Bretagne à partir de 1750 (Guicciardini (2003) et Bruneau (2015) ont très nettement relativisé la portée de cette affirmation) on trouve rapidement des études sur les courbes d'ordres supérieurs effectuées dans le sillage des travaux d'Euler et de Cramer. En Angleterre, les *Miscellanea analytica* de Waring (1762) se terminent par une énumération, donnée sans démonstration, des courbes du troisième genre (et donc, selon la terminologie de Newton, du quatrième ordre) qui se divise en douze cas différents, selon la forme des équations (qui donnent chacun lieu à plusieurs dizaines, centaines voire milliers d'espèces!). Cramer est fugitivement cité dans la préface, mais seulement à propos de l'élimination des inconnues. Waring, titulaire de la chaire de professeur lucasien à Cambridge depuis 1760, est l'un des premiers mathématiciens britanniques à pouvoir prétendre bien connaître les travaux de ses homologues continentaux comme Clairaut, D'Alembert et surtout, en ce qui nous concerne, Euler⁷⁰⁴. C'est ce qu'il démontre dix ans plus tard, lorsqu'il publie ses *Proprietates algebraicarum curvarum*,

704. Voir Bruneau (2015, p. 411) et Guicciardini (2009, p. 89-90).

dont le premier chapitre expose ce que l'auteur présente comme de nouvelles propriétés sur les courbes algébriques (à propos des diamètres, intersections entre droites et courbes, points multiples, ...). Cramer y est cité à deux reprises par l'auteur dans la préface – à chaque fois en compagnie d'Euler, qui y est bien plus fréquemment cité que le Genevois – d'abord à propos des avertissements des deux géomètres concernant la construction des équations puis, quelques pages plus loin, à propos de la recherche des diamètres et asymptotes et de la transformation des équations appliquée à la recherche des points multiples (Waring 1772, p. ii, iv) :

« *Cramer vel Euler praemonet, ne in his substitutionibus curvas adhibeamus, quarum abscissae fiunt impossibiles, cum ordinatae fiant possibiles. [...] Cramer vel Euler reddidit generalem methodum asymptotos & diametros vel potius axes inveniendi; transformavit aequationem relationem inter abscissam & ejus correspondentes ordinatas exprimentem, in aequationem relationem inter novam abscissam & ejus ordinatas designantem, docuit evanescere terminos nullius, unius, & c. dimensionum, cum abscissa incipiat a puncto conjugato, vel puncto duplici, triplici, & c.* »

Dans la continuité des travaux de Waring (entre autres), le début du XIX^e siècle en Grande-Bretagne voit augmenter le nombre de publications concernant la géométrie, avec des références de plus en plus nettes aux auteurs continentaux, notamment Euler et Lagrange (Bruneau 2015, p. 412). Concernant les courbes, signalons la publication en 1820 d'un ouvrage qui eut un certain succès, intitulé *A collection of examples of the applications of the differential and integral calculus* et signé par George Peacock⁷⁰⁵ (Peacock 1820). Ce dernier cite le traité des courbes de Gabriel Cramer à de nombreuses reprises, à la fin du chapitre sur les tangentes et asymptotes des courbes, et tout au long de celui sur les points singuliers et remarquables des courbes algébriques. Il se montre un lecteur attentif de Cramer et jette d'abord un regard critique sur la portée réelle et l'utilité de la classification des courbes d'ordres supérieurs proposée par Cramer :

« *Cramer [Introduction a l'Analyse des Lignes Curves Algebriques. 1750.] has given a classification of curves of different orders, by the consideration of the number and nature of their infinite branches, a division which is very simple and natural, but too general to be of much service : he had thus made five classes of curves of the third order, nine of curves of the fourth order and eleven of curves of the fifth orders : the distribution of the curves comprehended in these classes, into genera would be attended with the same difficulties as Newton's enumeration of species. This enumeration, however, though not destitute of interest, is of little real utility : for the properties of every curve are most readily deduced by direct methods from the particular equation, by which it is expressed, without reference to any general class of curves or any general equation. Our attention will be thus directed, as it*

705. Peacock, avec Herschel et Babbage, très au fait des mathématiques continentales, sont à l'origine en 1816 d'une traduction anglaise du *Traité élémentaire de calcul différentiel et de calcul intégral* de Lacroix.

ought to be, to curves which are remarkable for curious and instructive properties, or which result from the application of mathematics to physical problems.»

Ce point de vue entérine l'abandon de toute ambition classificatoire pour les courbes d'ordre supérieur à trois, qui se heurte à une trop grande variété des courbes, et qui n'a objectivement que peu d'intérêt. Déjà chez Cramer on pouvait pressentir ce renoncement ; la classification des courbes d'ordres supérieurs était justifiée par la possibilité de les utiliser pour la résolution des problèmes, c'est-à-dire dans la démarche cartésienne de construction des égalités⁷⁰⁶, mais elle était partiellement réalisée pour les courbes d'ordre 4 (et juste superficiellement abordée pour l'ordre 5), Cramer abdiquant devant le foisonnement combinatoire qui se présentait à lui et se contentant d'en donner les principes généraux⁷⁰⁷.

On trouve plusieurs autres références à l'*Analyse des courbes* dans l'ouvrage de Peacock : ce dernier reprend de nombreux exemples issus du traité de Cramer pour illustrer son propos d'exemples de points d'inflexion, de serpentement, de rebroussement de la première et de la seconde espèce et autres points remarquables (p. 153-159). Le chapitre se conclut par la ferme recommandation faite au lecteur intéressé de lire l'ouvrage de Cramer :

« The reader who wishes for further information upon this subject, will find his curiosity amply gratified by the complete discussion of a great number of excellent examples, in the very elaborate work of Cramer to which we have so often referred. » (p. 159)

Il faut toutefois noter que l'influence d'Euler et de Lagrange est bien plus forte que celle de Cramer dans la *Collection* de Peacock : on y trouve près d'une cinquantaine de références au premier, et trente-cinq au second. On peut remarquer ici qu'une référence au traité de Cramer a été insérée dans la quatrième édition de *The doctrine and applications of fluxions* de Simpson (1823), « *soigneusement revue, et adaptée, par le moyen de copieux appendices, à l'état d'avancement présent de la science par un diplômé de l'université de Cambridge* » (d'après la page de titre) et donc probablement sous l'influence de Peacock. Dans ces « copieux appendices » on trouve, suite aux premiers développements sur les points singuliers, la recommandation suivante :

« In this place, if our limits would permit, we might give an exposition of the theory of singular points in general; as of Multiple Points, Points of Undulation, Conjugate Points, Points of Double Undulation, & c. & c. On this subject the reader may consult, with great advantage, Cramer, Introduction à l'Analyse des Lignes Courbes, and A Collection of Examples of the Application of the Differential and Integral Calculus. By George Peacock, A. M. & c. » (p. 324)

Cette mise en lumière de traité de Cramer en a suscité de nouvelles lectures parmi les géomètres anglais dans les années qui suivirent, semble-t-il. Dans le livre intitulé *A system of*

706. « Ajoutez que l'Algèbre seule fournit le moyen de distribuer les Courbes en Ordres, Classes, Genres et Espèces ; ce qui, comme dans un Arsenal où les armes sont bien rangées, met en état de choisir, sans hésiter, celles qui peuvent servir dans la Résolution d'un Problème proposé » (G. Cramer 1750b, p. viii).

707. « Il paroît que ce seroit une chose infinie, que l'énumération de tous les Genres des Courbes du quatrième ordre poussée au même détail où nous sommes entrés pour les Courbes du troisième Ordre » (p. 395).

*algebraic geometry*⁷⁰⁸ de Dionysius Lardner (1823), Cramer (en compagnie, là aussi, d'Euler, Lagrange et De Gua) est cité à deux reprises dans la préface. La première citation reprend la formule du Genevois sur l'« *arsenal géométrique* » constitué par la classification des courbes pour la résolution des problèmes (p. xxiv) : il faut dire que cet ouvrage se place toujours dans la tradition cartésienne, en insistant largement sur l'étude des coniques et en incluant une partie sur la construction des équations (mais en mobilisant pour l'essentiel des méthodes différentielles pour l'étude des courbes). Une seconde citation, en fin de préface, constitue une nouvelle recommandation pour les lecteurs soucieux d'aller plus loin :

« *The general properties of algebraic curves are developed as far as they appear to possess any particular interest. To enter further into the discussion of them would have swelled the bulk of the volume without any adequate advantage to the student. Those who may be desirous of further information on this subject are referred to Cramer's Introduction à l'Analyse des Lignes Courbes, Euler's Analysis Infinitorum, Stirling on Newton's lines of the third order, and De Gua's work entitled l'Usage de l'Analyse, & c.* » (p. lii-liiii)

recommandation réitérée dans les notes de la partie I qui présentent par ailleurs de nombreux rappels historiques (p. 493).

Je voudrais également signaler ici les *Elements of Curves* de Baden Powell (1828), alors titulaire de la chaire savilienne de l'université d'Oxford. Ce livre comprend deux traités dont le second s'intitule *The principles of the theory of curves, designed as an introduction to the various treatises on the fluxional or differential calculus*, présenté par l'auteur comme un recueil des principales propriétés des courbes de tous ordres, déduits de la seule algèbre, propédeutique à un enseignement d'approfondissement du sujet par le calcul différentiel et intégral. Débutant par quelques généralités sur les courbes et leurs équations, ainsi que des points méthodologiques sur les changements de coordonnées (incluant le passage aux coordonnées polaires), le traité décrit, sections après sections, les propriétés des lignes des quatre premiers ordres, avec des exemples et des constructions, une étude générale de l'équation des courbes d'ordre n , avant de finir en traitant des courbes transcendantes. Le texte ne présente quasiment aucune référence à des travaux de mathématiciens continentaux, mais il est remarquable de voir apparaître dans ses pages le triangle analytique de De Gua (cité une fois pour être à l'origine de cette amélioration du parallélogramme de Newton) au début de la section V consacrée à l'étude de l'équation générale de degré n (Part. II p. 62). La plupart des références bibliographiques repérées dans le texte renvoient aux *Elements of Algebra* de Wood (1795), ouvrage qui contient une dernière section, très courte, dédiée aux propriétés des lignes courbes, et qui renvoie elle-même aux *Proprietates algebraicorum curvarum* de Waring (1772) et à l'*Analysis infinitorum* d'Euler (1748). L'ouvrage de Powell, s'il ne cite Cramer à aucun moment – et Euler pas davantage – reste néanmoins le témoin d'une solide réception britannique des auteurs continentaux sur le sujet des courbes algébriques, et il ne

708. Le titre a été choisi à dessein par Lardner pour marquer son opposition à la géométrie synthétique (Bruneau 2015, p. 413).

fait peu de doute que l'auteur a connaissance des travaux du Genevois. D'ailleurs, dans un second ouvrage, intitulé *An elementary treatise of curves and curved surfaces* où il mobilise cette fois les outils du calcul différentiel et intégral, Powell indique parmi ses sources principales la *Collection* de Peacock (1820) qui lui-même cite abondamment Cramer : on peut ici supposer que l'auteur a simplement souhaité limiter ses mentions aux auteurs continentaux et privilégier les britanniques.

Le traité de Cramer fait partie d'une liste de livres qualifiés de « *useful books on this branch of science* » à la fin du *Treatise of algebraic algebra* de Samuel Waud (1835), paru quelque douze ans après la *Collection* de Peacock. Dans un chapitre consacré aux courbes d'ordres supérieurs⁷⁰⁹, l'auteur emprunte à Cramer au moins un exemple d'équation de courbe ($y^4 + x^2y^2 + 2y^3 + x^3 = 0$ (G. Cramer 1750b, p. 34)) dont il explique le tracé, emprunt assorti d'une nouvelle recommandation :

« *This example is taken from the «Analyse des Lignes Courbes, by G. Cramer. Geneva. 1750,» a work will be found extremely useful in the study of algebraical curves.* » (Waud 1835, p. 164)

Enfin, on trouve toujours quelques échos dans les ouvrages traitant du calcul différentiel et intégral publiés au cours des années 1840. Ainsi en 1841 l'Écossais Duncan Gregory publie-t-il ses *Examples* dans lequel Cramer est cité à deux reprises, la première fois comme référence – aux côtés de Stirling et Newton – sur le sujet des asymptotes des courbes :

« *On the subject of asymptotes to curves, the reader may consult in addition to the work of Stirling before referred to, Newton's Enumeratio Linearum Tertii ordinis, and Cramer's Analyse des Lignes Courbes, Chap. VIII.* » (Gregory 1841, p. 155)

puis trois fois supplémentaires au cours du chapitre suivant sur les points singuliers, où Gregory signale de nombreux emprunts d'exemples d'équations de courbes provenant des chapitres X, XI et XIII de l'*Introduction* de Cramer. Ces emprunts à l'*Analyse des courbes* de Cramer qui fournissent de nombreux exemples aux auteurs britanniques sont également signalés dans un ouvrage signé par un autre mathématicien écossais, James Thomson, dans la seconde édition de son *Introduction au calcul différentiel et intégral* parue quelques années plus tard :

« *This curve is given as an example regarding multiple points by Cramer, in his valuable old work (p. 413) on the Analyse des Lignes Courbes Algébriques; a work which has afforded to subsequent writers many of their best examples and illustrations regarding curves* » (Thomson 1848, p. 149)

709. Ce chapitre intitulé *On Curves of the Highest orders* débute par le même constat que celui formulé par Peacock sur la vanité d'établir une classification de ces courbes : « *Of the fourth order there are above five thousand species, and the number in the higher orders is so enormous as to preclude the possibility of their general investigation in the present state of analysis. A systematic examination of curves being thus impossible, all that we can do is to give a selection, taking care that amongst them shall be found all the algebraical or transcendental curves which are most remarkable either for their utility or history* » (Waud 1835, p. 142).

Près d'un siècle après sa parution, en effet, le traité de Cramer peut être vu comme un « travail ancien » (et de valeur, tout de même) : l'approche classificatoire des courbes a été abandonnée au profit de l'exhibition d'exemples bien choisis pour illustrer les principales propriétés des courbes, et les méthodes purement algébriques mises en œuvre par le Genevois – même si elles sont tirées de Newton, ce qui n'est pas sans importance en Grande-Bretagne – n'ont plus cours, totalement remplacées par les méthodes différentielles enseignées à un niveau élémentaire dans les universités britanniques : la géométrie analytique est ici également entrée dans sa « *formulation définitive* » (pour paraphraser Boyer) sous l'influence d'auteurs continentaux comme Lacroix. Néanmoins, sous l'impulsion initiale de Waring puis de Peacock, les travaux géométriques de mathématiciens comme Euler et Cramer ont été largement diffusés en Grande-Bretagne entre la fin du XVIII^e et le début du XIX^e siècle (avec l'aide sans doute des encyclopédistes, dont par exemple Hutton et son *Dictionary* paru en 1795, qui ont largement participé de cette diffusion, voir p. 320) pour y revitaliser les recherches en géométrie et enrichir les ouvrages d'enseignement.

en Allemagne

Les barrières linguistiques, ainsi que l'immensité de la tâche à accomplir, ne me permettront pas de proposer une étude exhaustive de la réception du traité de Gabriel Cramer dans le reste de l'Europe⁷¹⁰, mais je vais donner quelques éléments montrant que le livre de Cramer a été lu, notamment en Allemagne, où les travaux sur les courbes algébriques vont connaître un renouveau à la fin des années 1820 sous l'impulsion de Julius Plücker.

En Allemagne (comme dans le reste de l'espace non francophone) l'*Introductio* d'Euler jouit d'une diffusion et d'une estime probablement bien supérieure à celle du traité de Cramer, ne serait-ce que parce que ce dernier est rédigé en français. On trouve néanmoins quelques preuves d'une lecture et d'une réception par les géomètres allemands, à commencer par Abraham Gotthelf Kästner qui compte parmi les plus importants d'entre eux. De quinze ans plus jeune que le Genevois, on peut remarquer ici qu'il est l'auteur d'une dissertation intitulée *Aequationum speciosarum resolutio Newtoniana per series*, publiée en 1743, dans lequel il résout, en donnant les solutions sous forme de séries, des équations polynomiales à deux inconnues à l'aide du parallélogramme analytique de Newton, d'une manière très proche de celle que Cramer mettra en œuvre dans l'*Introduction*, mais sans application explicite aux courbes algébriques (Kästner 1743). Devenu professeur de mathématiques et de physique à l'université de Göttingen en 1756, il fait paraître deux ans plus tard le premier volume de ses *Mathematische Anfangsgründe* en quatre tomes et neuf volumes (Kästner 1758–1769). Le troisième tome de ces *Fondations des mathématiques*, publié en deux volumes intitulés *Anfangsgründe der Analysis endlicher Grössen* et *Anfangsgründe der Analy-*

710. On trouve, par exemple, des références au livre de Cramer dans les *Institutiones analyticae* de Riccati et Saladini en Italie – même s'ils donnent la préférence aux méthodes développées par Euler – (Riccati et Saladini 1765, p. x-xi), ou encore dans les *Elementos de matemática* de Bails, en Espagne, dont l'auteur donne plutôt la préférence à Cramer, cette fois, et loue la clarté et la profondeur de ses recherches, ajoutant qu'il a été reçu avec des applaudissements généraux (Bails 1779, p. i-ii, x-xi).

*sis des Unendlichen*⁷¹¹ contient une partie dédiée à l'étude des courbes dans laquelle le traité de Cramer est cité à plusieurs reprises, et recommandé aux lecteurs (toujours en compagnie d'Euler). L'auteur indique à chaque citation un chapitre voire, le plus souvent, un paragraphe précis du traité de Cramer, se montrant par là un lecteur attentif de son ouvrage. Kästner renvoie ainsi le lecteur vers son *Analyse des courbes* pour la question du nombre de points d'intersection de deux courbes algébriques et le paradoxe associé (G. Cramer 1750b, §46 à 48), un point de vigilance sur les développements en série qui peuvent devenir imaginaires ou semi-imaginaires (§95 et 104), l'usage du parallélogramme analytique pour déterminer les branches infinies (Ch. VIII), ou les points d'inflexion et de serpentement (§163 et 164), pour prendre quelques exemples (Kästner 1758–1769, Tome II, vol. 1 et 2). L'œuvre de Kästner, qui a connu plusieurs éditions jusqu'en 1800, a connu une large diffusion, ce qui a pu contribuer à installer le traité des courbes de Cramer comme référence alternative ou complémentaire à celui d'Euler pour la théorie des courbes en Allemagne, et susciter quelque curiosité chez des lecteurs sachant le français.

Un deuxième cas significatif de réception de l'*Analyse des courbes* de Cramer est donné par Julius Plücker, qui a su relancer d'importantes recherches sur les courbes planes en Allemagne, notamment par l'étude de leurs singularités⁷¹², autour des années 1830. En octobre 1828, alors qu'il est un jeune professeur de l'université de Bonn, Plücker fait publier un article intitulé *Recherches sur les courbes algébriques de tous les degrés*⁷¹³ dans les *Annales de Gergonne*. Dans cet article l'auteur se propose de « *donner quelques exemples d'une méthode à l'aide de laquelle on peut déduire, immédiatement et sans aucune sorte de calcul, un grand nombre de propriétés générales des courbes de tous les degrés, de la simple considération de la constitution algébrique des équations qui les représentent* » (Plücker 1828, p. 97). Mettant en œuvre une notation qui sera dès lors connue comme la « notation abrégée de Plücker », il fournit une explication au paradoxe de Cramer (voir p. 135) en explicitant les relations de dépendance entre les points choisis. Il cite l'ouvrage de Cramer en disant :

« *Cramer, dans son Introduction à l'analyse des courbes algébriques, est le premier, je crois, qui ait signalé cette espèce de paradoxe*⁷¹⁴ *qui s'explique aisément en remarquant que, lorsqu'il est question du nombre des points nécessaires et suffisants sur un plan, pour déterminer complètement une courbe d'un degré déterminé, on sous-entend toujours que ces points sont pris au hasard, et ne sont liés entre eux par aucune relation particulière.* » (Plücker 1828, p. 98)

Plus précisément, il démontre à l'aide de sa notation abrégée que si l'on fixe $\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - 2 = \frac{m(m+3)}{2} - 1$ points du plan, alors toute courbe d'ordre m passant par ces points passe aussi né-

711. C'est-à-dire fondations de l'analyse finie et infinie. Ces deux volumes ont été publiés respectivement en 1760 et 1761.

712. Arthur Cayley a, un demi-siècle plus tard, loué ces travaux sur les points singuliers des courbes comme « *the most important beyond all comparison in the entire subject of modern geometry* » (cité par Gray (2011, p. 168), concluant une section biographique sur Plücker. Pour plus d'informations sur les avancées réalisées par Plücker, on se reportera à Gray (2011, Ch. 14-16) et Boyer (2004, p. 244-256)).

713. Article écrit en français : Plücker a fait une partie de ses études à Paris.

714. G. Cramer 1750b, p. 78-79.

cessairement par $m^2 - (\frac{m+1}{1} \cdot \frac{m+2}{2} - 2) = \frac{(m-1)(m-2)}{2}$ fixes, dépendant des $\frac{m(m+3)}{2} - 1$ points initialement choisis : par exemple, si on fixe 8 points du plan (respectivement 13) alors toute cubique (resp. quartique) passant par ces points passera également par $9 - 8 = 1$ (resp. $16 - 13 = 3$) points fixes dépendant des premiers (Boyer 2004, p. 246-247). Ce résultat – avec la référence au traité de Cramer – est repris dans le second volume de ses *Analytisch-geometrische Entwicklungen* (Développements analytiques et géométriques) en introduction du chapitre consacré au principe de réciprocité (Plücker 1831, p. 242-244). Dans le même ouvrage, il cite à nouveau l'Introduction de Cramer, à propos du nombre maximal de points doubles que peut admettre une courbe du sixième ordre : il rappelle dans une note de bas de page (p. 289) comment le Genevois a démontré qu'une courbe de cet ordre ne peut avoir plus de 10 points doubles⁷¹⁵.

Deux mentions à Cramer apparaissent également dans la préface de son *System der analytischen Geometrie*, la première prenant appui sur les exemples Cramer et Euler pour illustrer la part d'arbitraire des critères de classifications des courbes (déjà soulignée par D'Alembert dans l'article COURBE de l'*Encyclopédie*), et la seconde à propos de la bonne définition des asymptotes curvilignes qu'il trouve dans le traité des courbes du Genevois (Plücker 1835, p. v). Dans cet ouvrage important, Plücker établit sa propre classification des courbes d'ordre 3, ce qui n'avait pas été abordé avec un œil neuf depuis Euler et Cramer. Il y fait un large usage de sa notation abrégée, écrivant l'équation générale des courbes du troisième ordre sous la forme $pqr + \mu s = 0$, où p , q , r et s sont des facteurs linéaires (p. 123 et suivantes), et distinguant au final 219 espèces différentes de cubiques dont l'étude est répartie sur six cas, selon la nature de leurs asymptotes (droites ou curvilignes) (p. 163-165 et 220-240).

Enfin, on trouve de nouvelles mentions à l'Introduction de Cramer dans son ouvrage intitulé *Theorie der algebraischen Curven*, paru quatre ans après le *System der analytischen Geometrie*, affinant les résultats de ce dernier en proposant notamment une énumération des lignes du quatrième ordre, distinguant huit cas et 152 espèces différentes⁷¹⁶ (Plücker 1839, p. 136-149), avant de se livrer à une étude approfondie des points singuliers des courbes et de leurs tangentes. Dans la préface, il rappelle qu'il a « trouvé discuté en profondeur dans l'ouvrage souvent cité de Cramer, le paradoxe que deux courbes se coupent en plus de points que nécessaire pour déterminer chacune d'entre elles »⁷¹⁷ et que la résolution de ce paradoxe l'a amené à publier ses premiers résultats dans les *Annales de Gergonne* plus de dix ans au-

715. Considérons une courbe d'ordre 6 ayant 11 points doubles. Prenons trois points simples de cette courbe, et considérons la courbe d'ordre 4 passant par ces 14 points. Cette courbe vient couper la courbe d'ordre 6 en au moins 14 points, dont les multiplicités additionnées font $2 \times 11 + 3 = 25$. Or il n'est pas possible que cette somme dépasse le nombre 24, qui représente le nombre maximal possible d'intersections entre les deux courbes (p. 457-459).

716. Plücker avait déjà proposé, trois ans auparavant, dans le *Journal des mathématiques pures et appliquées*, une énumération des lignes du quatrième ordre – dans laquelle il relevait et corrigeait les erreurs commises, selon lui, par Euler – et n'en distinguait alors que 135 espèces selon huit cas (Plücker 1836).

717. Le passage complet, en allemand, est : « In Cramer's oft citirtem Werke fand ich darauf alt Paradox ausführlich erörtert, dass zwei Curven in mehr Puncten sich schneiden als zur Bestimmung jeder derselben erforderlich sind, und die richtige aber zu unbestimmte algebraische Erklärung gegeben, dass die n^2 Wurzeln der-jenigen Gleichung, welche man aus zwei gegebenen Gleichungen des n . Grades zwischen zwei unbekanntten Grossen durch Elimination einer dieser Grossen erhalt, nicht unabhängig von einander sind. » (Plücker 1839, p. 12).

paravant (Plücker 1828, p. 97). Plus loin dans l'ouvrage (Plücker 1839, p. 215-216), dans la partie consacrée aux points singuliers et dans laquelle il établit les formules qui portent aujourd'hui son nom⁷¹⁸, il cite à nouveau, et très précisément (en donnant les numéros de paragraphes), l'étude des points multiples réalisée par Cramer, qui donnait le nombre potentiel de points doubles, triples, quadruples selon l'ordre de la courbe (G. Cramer 1750b, §175-181).

Dans les différents textes de Julius Plücker que je viens de mentionner, on trouve naturellement beaucoup plus de références aux travaux d'Euler. Mais il ne fait pas de doute qu'il a bien lu l'*Introduction* de Cramer, et qu'il a su en tirer des éléments pour ouvrir de nouvelles pistes de recherche et renouveler l'approche des courbes algébriques⁷¹⁹. On peut ainsi constater qu'il a su formuler une compréhension claire du paradoxe de Cramer partir des questionnements sur les intersections des courbes d'ordres supérieurs, et tirer profit du traitement spécifique de la question des points multiples par le Genevois pour l'étendre à ses propres formules. L'exploitation féconde par Plücker de problèmes liés aux courbes algébriques énoncés au XVIII^e siècle par Cramer et Euler suscitera un peu partout de nouveaux et nombreux développements en géométrie analytique après 1850 (Boyer 2004, p. 266).

Entre 1750 et 1850, dans le champ de l'algèbre

L'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Cramer mobilise pour l'étude des courbes algébriques des méthodes algébriques ou analytiques déjà bien éprouvées, même si elles y sont exposées de manière particulièrement détaillée, que l'on ne trouve pas nécessairement ailleurs : changement d'axes de coordonnées, résolution exacte d'équations déterminées (numériques) ou indéterminées, résolution approchée d'équations indéterminées par la méthode des séries. Néanmoins, au cours de la rédaction de son traité, Gabriel Cramer s'est retrouvé face à deux problèmes liés aux courbes pour lesquels il lui était nécessaire de développer un outillage algébrique adéquat, soit pour donner une nouvelle méthode de résolution simultanée d'équations linéaires du premier degré (dans le but de déterminer les coefficients de l'équation d'une courbe d'ordre n passant par $\frac{n(n+3)}{2}$ points donnés); soit pour démontrer un résultat fondamental (deux courbes d'ordres m et n se coupent en général en mn points) par l'élimination d'une inconnue entre les équations des deux courbes. Cramer a rendu compte de ces deux développements dans des appendices rejetés à la fin de son ouvrage, afin de ne pas trop en gêner la lecture. Dans la préface, il avertit d'ailleurs le lecteur qu'« *il n'y a proprement que celle du N° 2 qui soit nécessaire. Elle est extraite d'un plus long Mémoire sur ce même sujet, lequel devrait faire partie d'un Traité d'Algèbre* » (G. Cramer 1750b, p. xxii). Le texte est ambigu : il n'est pas complètement clair si Cramer an-

718. Les *formules de Plücker* donnent des relations entre ordre, classe (définie par le nombre de tangentes à la courbe qu'il est possible de tracer depuis un point quelconque), nombre de points doubles ordinaires, nombre de points de rebroussement, et nombre de bitangentes pour une courbe donnée, dans un cadre dual. Voir Gray (2011, p. 173-178).

719. Plus généralement, Boyer (2004, p. 268) souligne l'influence des professeurs et géomètres français (ou de langue française) qui l'ont amené à s'intéresser au sujet.

nonce un traité d'algèbre à venir, ou s'il indique seulement au lecteur que ces développements ne devraient pas avoir leur place dans un traité de géométrie. Toujours est-il qu'il distingue le contenu de ces deux appendices du reste de son traité des courbes, et qu'il reconnaît ainsi que ces deux appendices ont une portée plus générale que le reste de l'ouvrage, dans le champ de l'algèbre. On se souvient que ces développements remontent au moins à l'année 1744, date à laquelle il décide de les partager avec Clairaut, puis partiellement avec Euler; hélas, le mémoire envoyé à Clairaut au printemps de cette année ne sera pas lu devant l'assemblée des académiciens, et il tombera dans l'oubli jusqu'à la parution du traité (voir p. 127). D'Alembert, dans ses premiers échanges avec Cramer suivant la publication du traité, n'y prête pas beaucoup d'attention, et s'il cite le traité de Cramer dans les articles de l'*Encyclopédie* concernant directement la théorie des courbes, il ne le fait pas dans les articles relatifs à l'algèbre (voir p. 308). Les premières lectures ignorent donc largement cet aspect de l'œuvre du Genevois, à l'exception de celle d'Euler qui a lui aussi travaillé sur le sujet de l'élimination entre deux équations à deux inconnues (voir p. 278). Les contenus mathématiques précis de ces deux appendices sont exposés dans le sixième chapitre de cette thèse (voir p. 196), et on pourra également se reporter à Alfonsi (2011, p. 128-131).

Les travaux d'Étienne Bézout sur l'élimination des inconnues

La première référence au second appendice du traité de Cramer apparaît dans un mémoire lu devant l'Académie royale des sciences de Paris en février 1764 par Étienne Bézout, alors censeur royal et académicien, qui sera nommé examinateur des gardes du Pavillon et de la Marine juste quelques semaines après. Ce mémoire, intitulé *Recherches sur le degré des équations résultantes de l'évanouissement des inconnues, et sur les moyens qu'il convient d'employer pour trouver ces Équations*, sera publié dans les *Mémoires* pour l'année 1764 (Bézout [1764] 1767) : je vais suivre son auteur dans la démarche qui est la sienne pour éliminer une inconnue entre deux équations à deux inconnues de degrés quelconques, avec le secours de Alfonsi (2011).

Pour introduire le mémoire, Bézout explique travailler sur la résolution algébrique des équations, et se retrouver régulièrement confronté aux problèmes liés à l'élimination d'inconnues entre plusieurs équations, ce qui l'a amené à réfléchir au perfectionnement des méthodes d'élimination de ces inconnues⁷²⁰. Le problème traité dans le mémoire est de « déterminer à quel degré doit monter l'équation résultante de l'élimination ». Il cite ses devanciers (« pour ne point envelopper dans [son] travail ce qui peut appartenir à d'autres »), Newton, Euler, et Cramer. Selon Bézout les méthodes de Newton ont l'inconvénient de ne pas permettre de supprimer les facteurs superflus et de donner des calculs difficiles à mener pour des degrés élevés; mais, ajoute-t-il, « M^{rs} Euler [*Mémoires de l'Académie de Berlin, an-*

720. Coïncidence amusante : lorsqu'il détaille les difficultés liées à l'élimination des facteurs superflus dans la résultante, un peu plus loin dans le mémoire, Bézout pose cette question rhétorique : « mais quel est le fil qui nous conduiroit dans ce labyrinthe ? » (Bézout [1764] 1767, p. 290), qui est presque identique à celle posée par Cramer dans son *Introduction*, à propos de la distinction des termes prépondérants dans une équation : « Quel fil nous conduira dans ce labyrinthe ? » (G. Cramer 1750b, p. 152).

née 1748] et Cramer [Introduction à l'Analyse des lignes courbes algébriques, dans l'appendice] [...] y ont apporté remède, mais uniquement pour le cas où l'on n'auroit que deux équations & deux inconnues; les méthodes qu'ils ont données sont très-dignes de la sagacité de leurs auteurs, & je n'aurois pas été tenté d'en chercher de nouvelles si elles eussent été également applicables à un plus grand nombre d'équations» (Bézout [1764] 1767, p. 289). Il explique ensuite qu'il réduit « tout le travail de l'élimination, à quelque degré que montent les équations [...] à éliminer des inconnues au 1^{er} degré » et loue le travail de Cramer :

« Il n'y a encore que fort peu de temps qu'on a une méthode pour trouver la valeur des inconnues dans les équations du 1^{er} degré d'une manière simple & sans que cette valeur soit compliquée de quelque facteur inutile; quand ces équations ont toute la généralité dont elles sont susceptibles, la méthode ordinaire les donne sous une forme plus compliquée qu'elles ne sont réellement. M. Cramer a donné une règle générale pour les exprimer toutes débarrassées de ces facteurs : j'aurois pu m'en tenir à cette règle; mais l'usage m'a fait connoître que quoiqu'elle soit assez simple, quant aux lettres, elle ne l'est pas de même à l'égard des signes lorsqu'on a au-delà d'un certain nombre d'inconnues à calculer; j'ai donc cru devoir revenir sur cet objet. »

Bézout expose, dans un premier lemme, sa règle pour qu'un système homogène de n équations à n inconnues admette des solutions non nulles (« que toutes ces équations aient lieu »), autrement dit – pour adopter notre vocabulaire actuel – que le déterminant ⁷²¹ de ce système soit nul (il ne cherche pas à calculer effectivement les solutions). Il propose pour cela de former le déterminant en utilisant une présentation légèrement différente de celle de Cramer, sans invoquer les « dérangements » dont le Genevois avait fait l'élément permettant de déterminer le signe d'un facteur donné (si le terme présente un nombre nul ou pair de dérangements, on lui assigne le signe + ; et pour un nombre impair, le signe – (G. Cramer 1750b, p. 658)), que je ne détaillerai pas ici : on la trouve fort bien exposée dans Alfonsi (2011, p. 132-134). Selon cette dernière, la méthode d'écriture du déterminant décrite par Bézout présente deux avantages : « elle donne en même temps les termes et leurs signes et elle procède par récurrence sur le nombre d'inconnues et donc de coefficients d'une équation », et la mise en forme des calculs permet de reconnaître les opérations que l'on fait aujourd'hui en développant un déterminant selon une ligne ou une colonne (p. 134).

La seconde partie de ce mémoire aborde le cas de plusieurs équations à autant d'inconnues de degrés supérieurs à 1, en commençant par le cas de deux équations à deux inconnues de degrés $n = m + p$ et $n' = m' + p'$. Bézout propose de résoudre simultanément les deux équations suivantes :

$$\begin{cases} Ax^m + Bx^{m-1} + Cx^{m-2} + Dx^{m-3} + Ex^{m-4} + \dots + V = 0 (L) \\ A'x^{m'} + B'x^{m'-1} + C'x^{m'-2} + D'x^{m'-3} + E'x^{m'-4} + \dots + V' = 0 (L') \end{cases}$$

721. Bien que le terme *déterminant* soit ici anachronique – il n'a été introduit qu'en 1801 par Gauss (Muir 1890a, p. 64) – je l'utiliserai régulièrement dans ce qui suit pour éviter des périphrases qui peuvent nuire à la bonne compréhension du texte.

où A, B, C, \dots et $A', B', C' \dots$ sont des polynômes en y de degrés $p, p+1, p+2 \dots, p', p'+1, p'+2 \dots$ respectivement⁷²². Les notations des coefficients de chaque équation diffèrent de celle de Cramer (voir p. 198) : ce dernier avait choisi de rendre compte, par le biais de la notation, du degré en y et, par là, du positionnement du coefficient dans chacune des équations. Par la suite, Bézout ne suit pas la méthode mise en œuvre par Cramer (qui consistait à remplacer les x dans la seconde équation par les racines a, b, c, d , etc. de la première, qui sont des fonctions de y , et en multipliant les n équations obtenues pour obtenir la résultante) mais utilise la méthode des coefficients indéterminés mise en œuvre par Euler dans l'*Introductio* : il s'agit ici de multiplier le premier membre de la première équation par un polynôme de degré n (Bézout utilise le mot « fonction ») en x , et le premier membre de la seconde par un polynôme de degré n' en x , de telle façon que dans la somme des deux produits les puissances de x disparaissent, ne laissant qu'une équation en y qui est l'équation (la résultante) recherchée. Soit donc

$$\begin{cases} Mx^n + Nx^{n-1} + Px^{n-2} + Qx^{n-3} + Rx^{n-4} + \dots T \\ M'x^{n'} + N'x^{n'-1} + P'x^{n'-2} + Q'x^{n'-3} + R'x^{n'-4} + \dots T' \end{cases}$$

Bézout développe les produits dans l'expression :

$$(Ax^m + Bx^{m-1} + Cx^{m-2} + Dx^{m-3} + \dots V) \times (Mx^n + Nx^{n-1} + Px^{n-2} + Qx^{n-3} + \dots T) \\ + (A'x^{m'} + B'x^{m'-1} + C'x^{m'-2} + D'x^{m'-3} + \dots V') \times (M'x^{n'} + N'x^{n'-1} + P'x^{n'-2} + Q'x^{n'-3} + \dots T')$$

et les conditions pour que chaque puissance de x disparaisse de cette expression sont, d'une part, l'égalité $m+n = m'+n'$ et, d'autre part, un système de $m+n+1$ équations dont les inconnues sont les $n+1+n'+1$ coefficients M, N, P, \dots, T et $M', N', P' \dots T'$. Comme il est nécessaire d'avoir autant d'équations que d'inconnues, Bézout écrit une première condition sur les exposants : $m+n+1 = n+1+n'+1$, qui jointe à la condition $m+n = m'+n'$, implique que $n = m-1$ et $n' = m'-1$. Ce que Bézout résume ainsi :

« Donc si on a deux équations où x soit dans l'une au degré m , & dans l'autre au degré m' ; pour en éliminer x , il faudra multiplier la première par un polynome indéterminé du degré $m'-1$, & la seconde par un polynome indéterminé du degré $m-1$, les ajouter & égaler à zéro les coefficients de chaque puissance de x , le dernier terme de la somme, sera l'équation en y . » (Bézout [1764] 1767, p. 299)

La méthode de Bézout a l'avantage sur celle de Cramer de s'assurer que la résultante est bien un polynôme en y , et non pas une expression composée de fractions ou de racines de polynômes (Alfonsi 2011, p. 137). Pour que le système admette des solutions, il faut que le déterminant soit non nul ; utilisant alors les formules établies dans le début de son mémoire pour non pas calculer la résultante elle-même, mais en donner le degré maximal de

722. Bézout l'écrit ainsi : « A, B, C, D , & c . sont des fonctions d'une même inconnue y , & de connues ; savoir A , de p dimensions ; B , de $p+1$ dimensions ; C , de $p+2$ dimensions, & ainsi de suite ; & que A', B', C' , & c . aient aussi des dimensions qui soient exprimées respectivement par $p', p'+1, p'+2$, & c . » (Bézout [1764] 1767, p. 298).

cette résultante, qu'il trouve égale à $mm' + mp' + m'p$. Enfin, si l'on prend $p = p' = 0$ dans les deux équations initiales, alors ces deux équations correspondent à deux courbes algébriques d'ordres respectifs m et m' , et la résultante admet pour degré maximal mm' . c'est ainsi que Bézout, en mobilisant les formules des déterminants données par Cramer dans le premier appendice de son traité, mais en utilisant une méthode différente de celle du second appendice pour éliminer l'inconnue x entre deux équations de degrés m et m' , donne la première démonstration rigoureuse que deux courbes de degrés respectifs m et m' se coupent au plus en mm' points, résultat qui est aujourd'hui connu sous le nom de *théorème de Bézout*. Selon Alfonsi (2011, p. 147), l'intérêt de ce mémoire ne sera réellement perçu qu'au XIX^e siècle.

Dans le troisième tome de son *Cours de mathématiques à l'usage des gardes du Pavillon et de la Marine*, Bézout aborde la question de la résolution simultanée d'équations du premier degré à deux, puis plusieurs inconnues; il procède tout d'abord plus simplement en agissant par transposition, substitution et réduction sur les équations, en détaillant la suite des opérations pour deux équations et deux inconnues, et expliquant comment s'y ramener pour un plus grand nombre d'équations. Mais dans le paragraphe suivant, écrit dans un corps plus petit pour signaler un approfondissement, il indique aux lecteurs qu'« *il ne sera peut-être pas inutile de placer ici une règle générale pour déterminer les valeurs des inconnues dans les équations du premier degré* », en indiquant que cette règle sera utile lorsque « *nous réduirons, par la suite, l'art de chasser les inconnues dans les équations qui passent le premier degré, à celui de les chasser dans celles du premier degré* », en précisant :

« *Les méthodes que l'on a eues jusqu'ici pour éliminer ou chasser les inconnues, dans les équations qui passent le premier degré, ont toutes (si l'on en excepte seulement celles qu'ont données MM. Euler & Cramer) l'inconvénient de conduire à des équations beaucoup plus composées qu'il ne faut* » (Bézout 1764–1767, Vol. III p. 95)

Quelques pages plus loin, il donne cette règle générale pour deux et trois équations, en explicitant les formules générales des solutions de ces équations à partir de leurs coefficients⁷²³, comme l'avait fait Cramer dans son premier appendice; néanmoins il ne cite pas le Genevois à cet endroit, et poursuit en redonnant les règles pour l'écriture des déterminants d'ordres successifs afin de trouver le dénominateur commun à toutes les solutions, et pour les substitutions à opérer dans cette expression du dénominateur pour trouver le numérateur de chacune des solutions (Bézout 1764–1767, Vol. III p. 98-99) – règles qui seront d'ailleurs bientôt connues comme « règles de Cramer ».

Bézout revient quelques années plus tard sur la question du calcul du degré de la résultante lors de l'élimination d'une inconnue entre plus de deux équations à deux inconnues, qu'il n'a pas su traiter correctement dans son mémoire de 1764, dans sa *Théorie générale des équations algébriques*. C'est l'occasion pour lui, une nouvelle fois, de rendre hommage à ses devanciers Cramer et Euler :

723. Dans le mémoire de 1764, Bézout n'avait pas explicité ces solutions, il avait seulement donné une règle d'écriture de ce qui sera appelé déterminant, et écrit une « *équation de condition* » pour que le système d'équation admette bien des solutions.

« M. Euler a donné des moyens pour arriver à l'équation finale dégagée de tout facteur superflu, & a en même temps déterminé le véritable degré de l'équation finale, dans ces sortes d'équations, lorsqu'elles ont tous leurs termes, ou lors même qu'elles sont incomplètes, mais seulement par l'absence de quelques-unes des puissances les plus élevées de l'une ou de l'autre inconnue.

« M. Cramer, dans son excellente analyse des lignes courbes, a donné un procédé très-beau & très-simple pour le même objet. » (Bézout 1779, p. vi)

On voit ainsi de quelle manière Bézout a su exploiter et améliorer les méthodes de Cramer (et Euler, tout aussi inséparable du Genevois pour les aspects algébriques de son œuvre que pour ce qui concerne la théorie des courbes) pour proposer une solide théorie de l'élimination entre 1764 et 1779; on voit aussi que ces travaux, et les références à l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* qu'ils contiennent, ont contribué à faire lire le traité de Cramer pour son contenu algébrique, en dehors de toute considération à la géométrie des courbes.

Les mémoires de Lagrange et Laplace

L'actualité des questions soulevées par Bézout à propos de l'élimination des inconnues, et la lumière ainsi jetée sur les deux appendices algébriques du traité de Cramer ravivent l'intérêt qui lui est porté et engagent à de nouvelles lectures du traité. On en retrouve quelques échos dans les publications académiques, notamment à Berlin et à Paris.

En 1770 et 1771, Lagrange publie en deux fois dans les *Mémoires* de l'Académie royale des Sciences et Belles-Lettres de Berlin ses *Réflexions sur la Résolution algébrique des Équations* (Lagrange [1770] 1772, [1771] 1773). Dans la première section sur la résolution des équations du troisième degré, Lagrange expose et critique la méthode de Tschirnaus, laquelle nécessite l'élimination de l'inconnue x entre deux équations données. Lagrange s'engage alors dans une digression sur l'élimination d'une inconnue entre deux équations $P(x, y) = 0$ et $Q(x, y) = 0$, au cours de laquelle il a besoin du résultat selon lequel, si x' , x'' , $x''' \dots$ sont les racines du polynôme Q , alors la résultante de l'élimination sera donnée par le produit $P(x') \times P(x'') \times P(x''') \dots$ (Penchèvre 2009, p. 129-135). Pour la démonstration de ce résultat, il renvoie vers le second appendice de Cramer et la manière dont ce dernier avait calculé les facteurs-seonds, fonctions symétriques des racines du polynôme Q (Lagrange [1770] 1772, p. 154). Dans la suite de ces *Réflexions*, publiée l'année suivante, il renouvelle cette recommandation dans un contexte très proche de la situation précédente, mais pour les équations du cinquième degré, en écrivant :

« On en abrégera beaucoup le calcul si on fait usage des règles données par M. Cramer à la fin de son Introduction à l'analyse des lignes courbes, pour calculer la somme des produits des racines d'une équation quelconque, prises deux à deux, ou trois à trois, & c., & élevées chacune à une puissance quelconque donnée. » (Lagrange [1771] 1773, p. 175)

et la renouvelle une seconde fois dans les conclusions de son mémoire (p. 202).

En 1771 également, Laplace, dans un mémoire intitulé *Recherches sur le calcul intégral et le système du monde*, cite à plusieurs reprises Cramer et son *Introduction*. Arrivé à une partie de son mémoire où il lui faut résoudre un système de n équations à n inconnues. Il écrit :

« Les Géomètres ont donné pour cet objet des règles générales (voyez l'Introduction à l'analyse des lignes courbes de M. Cramer, & les Mémoires de l'Académie, pour l'année 1764, p. 292); mais comme elles ne me paroissent avoir été jusqu'ici démontrées que par induction, & que d'ailleurs elles sont impraticables, pour peu que le nombre des équations soit considérable; je vais reprendre de nouveau cette matière, & donner quelques procédés plus simples que ceux qui sont déjà connus, pour éliminer entre un nombre quelconque d'équations du premier degré. » (Laplace 1776, p. 294)

Laplace considère un système homogène de n équations à n inconnues μ, μ', μ'' , etc. dans lequel les coefficients ${}^i a, {}^j b, {}^k c \dots$ ont un indice placé en haut à gauche (il est situé en haut à droite, comme un exposant, chez Cramer). Il cherche à établir l'« équation de condition » qui assurera que le système admet des solutions non nulles. Pour écrire cette équation de condition, Laplace ne fait d'abord pas autre chose que de redéfinir les « dérangements » de Cramer en « variations », et demande de compter le nombre de variations dans une « permutation » donnée afin de lui affecter un signe :

« Formez toutes les permutations possibles entre toutes les lettres a, b, c, d, e , & c . & dans chaque permutation, donnez l'indice 1 à la première lettre, l'indice 2 à la seconde, l'indice 3 à la troisième, & c. ensuite faites précéder chaque permutation du signe + si le nombre de variations y est nul ou pair, & du signe – si ce nombre est impair; en égalant à zéro la somme de tous ces termes, vous aurez l'équation de condition demandée. cette règle est due à M. Cramer, mais elle peut être simplifiée par le procédé suivant, que M. Bézout a donné dans l'endroit cité des Mémoires de l'Académie. » (p. 295)

et il reprend alors les améliorations suggérées par Bézout dans son mémoire de 1764 pour faciliter l'écriture de cette équation de condition, semblant penser comme ce dernier que la méthode fournie par Cramer est difficile à mettre en œuvre. Il ajoute que « cette règle est, comme l'on voit, d'un usage fort commode, et il est facile de s'assurer qu'elle retombe dans celle de M. Cramer ». Une fois cela posé, il donne la démonstration annoncée et fournit effectivement des moyens plus simples de calculer l'équation de condition (c'est-à-dire le déterminant), améliorant les procédés de Cramer et Bézout (Muir 1890b, p. 23-33).

Il faut noter ici que, sur la fin du XVIII^e siècle, la théorie de l'élimination semble plutôt absente des traités et manuels d'algèbre ou d'analyse. Dans son *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral* Lacroix écrit que « l'élimination des inconnues dans les équations algébriques, n'étant présentée dans aucun livre élémentaire sous un point de vue général, j'ai cru devoir y suppléer ici, et cela avec d'autant plus de raison, que la théorie la plus lumineuse de cette opération repose sur les propriétés des fonctions symétriques que j'ai fait connoître au

commencement de ce chapitre» (Lacroix 1797, p. 320). S'il ne cite pas Cramer ici, il le positionne aux côtés d'Euler, Bézout et Lagrange comme référence bibliographique sur le sujet, dans la table des matières : « *Pour l'élimination, traitée page 320, voyez Mémoires de Berlin, année 1748 et 1764 (Euler), L'Appendice de l'introd. à l'Anal. des lignes courbes (Cramer)* » (p. xxxi). Lacroix développera lui-même les principes de l'élimination entre équations du premier degré ou de degrés supérieurs dans ses *Éléments d'algèbre à l'usage de l'école centrale des Quatre-Nations*. On y trouve les formules générales des solutions des systèmes d'équations du premier degré à deux et trois inconnues, mais Cramer n'en est pas crédité : seules les améliorations de Bézout pour l'écriture du déterminant, ainsi que la démonstration de Laplace, y sont mentionnés (Lacroix 1804, p. 126-132). Lacroix y traite également de l'élimination entre deux équations à deux inconnues de degrés supérieurs : recommandant dans un premier temps de l'aborder par la recherche d'un diviseur commun aux deux premiers membres des équations, il expose ensuite la méthode d'Euler et Bézout utilisant les polynômes à coefficients indéterminés (p. 266-272), mais ne fait pas davantage référence aux travaux de Cramer. Il faut ici remarquer que, dans ses *Éléments d'algèbre* fortement inspirés de ceux de Lacroix, Pierre-Louis-Marie Bourdon utilise comme alternative à la simple recherche d'un diviseur commun, à l'occasion de sa démonstration du théorème de Bézout, une méthode basée sur les fonctions symétriques des racines « à la Cramer » (Bourdon 1820, p. 531-535), même si ce dernier n'est pas davantage mentionné que dans l'ouvrage de Lacroix. On voit ici que, dans les ouvrages d'enseignement du début du XIX^e siècle, les contributions de Cramer à la théorie de l'élimination des inconnues entre équations sont largement ignorées.

Montucla, dans son *Histoire des mathématiques*, relève l'importance du sujet de l'élimination : « *Parmi les branches de l'analyse ou algèbre pure, une de celles qui méritent le plus d'être cultivées et qui promettent peut-être le plus de fruits, est la théorie des éliminations* » (Montucla et Lalande 1799–1802, p. 290). L'historien relève la contribution de Cramer ; parlant des méthodes à base de combinaison et de substitution, il écrit (p. 292-293) :

« Cette marche est sans doute moins pénible que la précédente, mais elle l'est encore assez pour avoir engagé M. Cramer à la simplifier, en présentant un moyen de passer tout de suite à l'équation finale, qui donne la valeur de chaque inconnue. On aperçoit en effet qu'il y a dans la formation des numérateurs et des dénominateurs une loi particulière que ce savant analyste s'est attaché à démêler et à expliquer, de sorte qu'on n'a pour ainsi dire besoin que d'écrire pour déterminer cette valeur finale. Nous sommes fâchés d'être obligés de nous borner à cette indication, et de renvoyer à la fin de son Introduction à l'analyse des lignes courbes, p. 656 et suiv. »

avant de détailler les améliorations apportées par Bézout. Plus loin, traitant de l'élimination dans les équations de degrés supérieur à 1, il rend compte des efforts des analystes pour éviter l'apparition de facteurs superflus dans la résultante (p. 297) :

« Ce défaut n'avoit pas échappé au savant M. Cramer. [...] Faisant usage, avec une sagacité singulière, de considérations tirées de la théorie des combinaisons, il

parvient à une formule générale qui donne de la manière la plus simple l'équation résultante, où une des inconnues ne se trouve plus; formule qu'on peut ensuite appliquer à des cas particuliers. Il fait voir aussi que l'équation finale ne doit pas monter plus haut que le degré mn. »

Cramer est vu par l'historien comme un précurseur, dont les premières tentatives seront ensuite progressivement améliorées par Euler, Lagrange, et surtout, bien entendu, Bézout, sur lequel il écrit de longs développements.

Dans les revues mathématiques : les contributions de Terquem

Le sujet de l'élimination des inconnues (entre équations du premier degré, du moins) est également abordé dans les revues mathématiques dans la première moitié du XIX^e siècle. On en trouve une première mention chez Gergonne qui, en 1813, revient sur le mémoire de Laplace dans ses *Annales* et récapitule :

« Cramer est, je crois, le premier qui ait remarqué la loi que suivent les valeurs des inconnues dans les équations du premier degré, et qui ait indiqué des méthodes pour construire ces valeurs, sans passer par le calcul de l'élimination. Postérieurement, Bézout, dans sa Théorie générale des équations algébriques, a apporté quelques modifications à ces méthodes; mais, quoiqu'il fût sur la voie d'en donner une démonstration proprement dite, elles sont demeurées entre ses mains, comme entre celles de Cramer, une simple induction.

« Ce n'est seulement qu'en 1772 que M. Laplace, dans les Mémoires de l'académie des sciences, a démontré, pour la première fois, d'une manière générale et rigoureuse, l'exactitude de ces formules. » (Gergonne 1813, p. 148)

En 1838 on trouve un très court article dans les pages du *Journal de mathématiques pures et appliquées*, intitulé *Solution d'un problème de combinaison*, écrit par Olry Terquem, futur éditeur des *Nouvelles annales de mathématiques*, qui propose alors ses premières contributions au journal. Ce dernier répond à un problème posé par un certain Stern, dans le *Journal de Crelle*, à propos du nombre de « dérangements » que l'on peut rencontrer dans l'ensemble des permutations des entiers de 1 à n . Terquem y répond en rappelant ce que l'on appelle un dérangement (Terquem 1838) :

« Quand un nombre est suivi dans le même terme, médiatement ou immédiatement, d'un nombre plus petit que lui, on appelle cela un dérangement. C'est la définition de Cramer, telle qu'il la donne dans la belle règle qu'il a découverte, pour déterminer les signes des termes dans les formules générales relatives à la résolution des équations du 1^{er} degré (Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques. Appendice, p. 658) »

Cette note est le premier item d'une belle liste d'articles mentionnant le premier appendice du traité de Cramer par Terquem. Au cours des années 1840, ce dernier signe plusieurs

autres articles dans les *Nouvelles annales de mathématiques* qu'il dirige, et qui vont définitivement attribuer à Cramer les formules qui permettent de calculer les solutions des systèmes d'équations du premier degré. Ainsi, dans un premier article daté de 1842 intitulé *Notice sur l'élimination : Formules de Cramer*, il fait rejaillir la lumière sur le traité du Genevois. L'article de Terquem, publié en deux parties (la seconde ne le sera que quatre ans plus tard), se veut une notice historique sur la notion de déterminant, de Cramer à Laplace. Il commence sur un ton presque hagiographique (Terquem 1842, p. 125) :

« L'année 1704 est remarquable par la mort du géomètre hollandais Hudde, auteur du théorème sur la dérivée, dont on se sert encore aujourd'hui pour découvrir les racines égales, et par la naissance de Cramer (Gabriel), Genevois, qui a publié, en 1750, deux ans avant sa mort, l'ouvrage le plus complet que nous possédions sur l'analyse des lignes courbes algébriques, et d'où sont tirés tous les exemples qu'on trouve dans les ouvrages élémentaires. »

Puis il se poursuit en rappelant l'existence du premier appendice du traité de Cramer, et en expose les principes :

« Cramer est le premier qui ait indiqué les moyens de résoudre généralement un système d'équations du premier degré, à l'aide de formules qui portent le nom de l'inventeur⁷²⁴. Il est parvenu à cette importante découverte, uniquement au moyen d'une notation fort ingénieuse, et la première de ce genre. »

Suivent les explications de Terquem sur la méthode de Cramer, reprenant les notations et le vocabulaire utilisé par le Genevois (comme les « arrangements » et les « dérangements ») et précisant le procédé de formation des arrangements de telle manière à ce que l'on ne puisse pas les répéter. Il regrette que *« ce procédé ne se trouve décrit, qu'[il] sache, que dans un seul ouvrage élémentaire français peu répandu »* : l'ouvrage en question n'est autre que son propre manuel d'algèbre, publié 8 ans plus tôt⁷²⁵. Dans la suite de l'article, il examine la contribution de Bézout par son mémoire de 1764, avant de s'intéresser à celles de Fontaine, Vandermonde et Laplace dans un second article. Ce second article débute par une énumération des champs d'application des formules de Cramer (Terquem 1846b, p. 153-154) :

« Considérées en elles-mêmes, les formules de Cramer, indépendamment de leur application primitive, jouent un grand rôle dans la théorie combinatoire, dans la théorie des nombres, dans la résolution générale des équations, dans le calcul aux différences finies, et dans l'intégration d'une certaine classe d'équations différentielles, et renferment même le contenu de beaucoup de théorèmes géométriques. »

En effet, la fécondité des méthodes algébriques développées dans la seconde partie du XVIII^e siècle, auxquelles le nom de Cramer est maintenant fermement associé – au moins en France

724. Le titre de l'article de Terquem constitue la toute première occurrence de l'expression « formules de Cramer » que j'aie pu trouver.

725. Terquem cite en effet Cramer dans une note en fin d'ouvrage, dont les deux articles publiés dans les *Nouvelles annales de mathématiques* ne sont finalement qu'un développement (Terquem 1834, p. 435-437).

– contraste avec les faibles progrès réalisés sur la théorie des courbes algébriques. Terquem revient une nouvelle fois sur les formules de Cramer la même année, dans une *Note sur les équations du premier degré en nombre plus grand que celui des inconnues; applications géométriques*, dans laquelle il explique que le dénominateur commun que l'on trouve aux solutions d'un système d'équations du premier degré par ces formules, « *cette fonction remarquable, dont nous devons la connaissance à Cramer, nommée résultante par Laplace, a reçu, dans ces derniers temps, le nom plus expressif de déterminante ou simplement le déterminant, parce que dans une foule de circonstances, analytiques et géométriques, cette fonction détermine certaines conditions* ». Il regrette ensuite qu'« *aucun de nos traités classiques n'indique la formation a priori de cette fonction qu'on rencontre à chaque instant; négligence absurde. Aussi aucun de nos élèves ne sait développer ni combinaison ni permutation* » (Terquem 1846a, p. 551). Il est à noter que Terquem utilise les « formules de Cramer » dans trois articles de géométrie qu'il publie dans ses *Nouvelles annales* en 1845.

La très forte contribution de Terquem à la postérité de Gabriel Cramer et de sa règle des déterminants, rappelant à ses lecteurs l'existence du premier appendice algébrique de son traité et baptisant du nom du Genevois les formules de résolution de systèmes d'équation du premier degré qu'il contient, est ici manifeste.

Après 1850 : tracer les courbes algébriques

Dans cette dernière section, je ne vais pas me livrer à une étude de réception exhaustive de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Cramer après 1850, comme je viens de le faire pour la période 1750-1850; je choisis plutôt de me focaliser sur quelques ouvrages de géométrie, de diverses natures (recherche, enseignement, compilations), qui ont en commun de revisiter la méthode des séries mise en œuvre par Cramer pour le tracé des courbes algébriques à l'aide du triangle analytique.

J'ai montré précédemment que le traité des courbes de Cramer bénéficiait d'une tardive mais bonne réception en Grande-Bretagne dans la première moitié du XIX^e siècle, sous l'impulsion, entre autres, de George Peacock (voir p. 348). En 1852 on retrouve encore plusieurs références à l'*Introduction* dans le traité de George Salmon, professeur au Trinity College de Dublin, intitulé *A Treatise on the Higher Plane Curves* (Salmon 1852), qui fait suite à un traité des sections coniques, et qui connaîtront tous les deux un grand succès et plusieurs rééditions et traductions. Cramer y est cité d'abord pour son paradoxe et les importants développements de Plücker issus de cette question (p. 25-26), dans différents passages concernant le dénombrement des points multiples (p. 32-33) et l'étude des différentes sortes de points d'inflexions (p. 38). Puis, dans une section intitulée *Tracing of Curves*, l'auteur indique qu'il est possible de la tracer point par point, en s'aidant de plusieurs informations tirées de l'équation de la courbe, comme les branches infinies, les asymptotes, les valeurs de l'abscisse pour lesquelles l'ordonnée devient imaginaire, les points singuliers et la direction des tangentes. Il ajoute enfin (Salmon 1852, p. 129) :

« We refer the reader who may wish for further illustration to Gregory's *Examples*, chap. xi; or, if still unsatisfied, to the source whence all later writers on the subject have drawn largely, Cramer's *Introduction to the Analysis of Curves*. »

Je vais montrer ici comment cette pratique du tracé des courbes naît de la réintégration du triangle analytique de De Gua et Cramer à l'outillage du géomètre après un siècle d'oubli, et comment elle évolue au fil du temps dans les ouvrages de géométrie au cours de la période 1870-1920.

Le retour de parallélogramme de Newton : De Morgan, Puiseux, Clebsch

Une première « redécouverte » du traité de Cramer et de son triangle analytique est à mettre au crédit d'Augustus De Morgan. Ce dernier est alors professeur de mathématiques au University College de Londres; ancien étudiant et ami de George Peacock (voir p. 348), il est plutôt familier avec les mathématiques continentales. Il lit en mai 1855, devant les membres d'une société savante de Cambridge (la Cambridge Philosophical Society) un mémoire sur les points singuliers des courbes algébriques, publié dans les *Transactions* de la Société sous le titre *On the Singular Points of Curves, and on Newton's Method of Coordinated Exponents*. L'auteur rappelle que l'étude des points singulier des courbes (inflexions, points multiples, rebroussements et points conjugués) s'est faite jusqu'ici selon deux méthodes distinctes, la première tenant de l'algèbre (De Morgan dit « la théorie des équations »), comme dans l'*Introduction* de Cramer, et la seconde du calcul différentiel, qu'il juge limitée (De Morgan 1855, p. 612) :

« Two methods have been adopted of treating the inquiry into the singular points of curves. The first, of which the fullest development ever given is in the well-known and high-valued, but, as I shall show, little read work of Cramer '*Analyse des Lignes Courbes Algébriques*,' Geneva, 1750, 4to, reduces the question to dependance of theory of equations, using differential coefficients, if at all, as convenient aids to development. The second endeavours to present canonical criteria, expressed in terms of differential coefficients. This second method was never successful, and never will be, in the full determination of points of singular curvature. No given number of differentiations can in all cases discriminate, for instance, a cusp from a multiple point. »

De Morgan présente ensuite le fil de ses lectures récentes qui l'ont mené à redécouvrir le parallélogramme analytique de Newton et sa déclinaison chez Cramer : à partir du récent *Cours d'algèbre supérieure* de Joseph Serret, qui faisait référence à un article publié dans le *Journal de Liouville*, faisant lui-même référence au *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral* de Lacroix, il retrouve dans la seconde édition de ce dernier ouvrage le passage décrivant les méthodes de Lagrange pour les développements en série, et renvoyant le lecteur désireux d'approfondir le sujet au traité de Cramer (voir p. 342). À la lecture de ce passage, il s'étonne (p. 614) :

« How completely it has dropped out of sight will appear from the uses which can be made of it, and which, it seems to me, must have been most obvious to any writer on curves, or on the theory of equations, who had really obtained possession of it. The theorem determines the initial and terminal branches of a curve, and the character of its singular points, with much more ease and power than any method given by elementary writers. It also determines the effect of infinitely small changes in the coefficients of an equation upon its equal roots. But there is something still more remarkable about its history : it was suggested to Lagrange by a method of Newton which is now totally lost sight of, though, as will presently appear, it is difficult to see how any reader of Taylor, Stirling, or Cramer, could have passed it over. »

Puis il poursuit, invoquant la seconde lettre de Newton à Oldenburg dans laquelle le parallélogramme analytique est décrit, et rappelant son usage pour former des développements en série dans le contexte de l'étude des branches infinies ou de la forme d'une courbe en un point singulier (p. 619-620) :

*« But, remarkable as this may be, it is still more remarkable that Newton's parallelogram, or method of co-ordinated exponents, as I shall call it, has still more completely fallen into oblivion. This method has not dropped because it was contained in a part of Newton's writings little known or seldom cited; for it occupies a prominent place in the second epistle to Oldenburgh. Any one who has turned over the pages of that memorable letter, while passing from one of the anagrams to the other, must have been struck by a couple of diagrams, side by side, the one containing terms of the form $x^m y^n$ arranged in squares placed in rank and file, the other exhibiting stars which, had there been but one more, might have passed for a representation of the Great Bear, very badly figured. [...] Stirling, in his *Lineæ tertii ordinis*, & c. (1617) [sic] has given a good and full account to the method [...]. De Gua (as I learn from Cramer and Lacroix) adopted this method in his *Usage de l'Analyse de Descartes* [...]. And lastly, Cramer has made it the leading method of his well-known work on curve lines, in which those who have searched for examples or classifications have probably passed it over as a fanciful form of a tentative method. »*

Puis De Morgan entre dans un plus grand détail sur la méthode elle-même, faisant la relation avec celle de Lagrange. Il cite une dernière fois l'œuvre du Genevois, et montre qu'il a compris la centralité du triangle analytique et de la méthode des séries dans sa démarche, en écrivant (De Morgan 1855, p. 621-622) :

« Cramer (and the same may be said of his predecessors) does not grapple with the whole polygon, but takes one or another side, as wanted : the sides being obtained tentatively by help of a ruler. This method pervades the whole of his book, and constitutes its great peculiarity. He himself feels that it is his main point. I almost suspect him to have imagined that his analytical triangle and ruler have a

power to which algebraical process cannot supply an equivalent : I can in no other way explain the question asked in the passage cited below⁷²⁶, as coming from an algebraist accustomed to the ignotum per ignotum. »

De Morgan livre ici à la fois un plaidoyer tout à fait convaincant pour un retour à l'usage du parallélogramme de Newton dans l'étude des courbes, et une lecture particulièrement pertinente et clairvoyante du traité de Cramer, plus d'un siècle après sa publication. Il reviendra une seconde fois sur le sujet deux ans plus tard, dans une courte note historique publiée dans le *Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics* (De Morgan 1857) dans laquelle il regrette à nouveau que personne n'ait lu suffisamment correctement le traité de Cramer pour y voir tout l'intérêt de la méthode qu'il y applique⁷²⁷ :

« Stirling calls it the best possible method, and notes that many, who did not understand it, thought it was only mechanical. De Gua used it, and it was the staple of Cramer's celebrated work on Curves. But, many has have been the writers who referred to Cramer for examples or classifications, I cannot find one who has described this pervading process, which Cramer calls the analytical triangle. [...] Modern writers have passed over the whole method, and have made hard work, by differential coefficients, of examples taken from Cramer, which Cramer himself treats with great ease by Newton's parallelogram. This means that they have at most referred to old books, and have not read them. »

On trouve également, d'une manière bien plus discrète, un autre exhumation du parallélogramme de Newton dans un long mémoire de Victor Puiseux, a priori non connu d'Augustus De Morgan, intitulé *Recherches sur les fonctions algébriques* et publié dans les pages du *Journal de mathématiques pures et appliquées* (Puiseux 1850), sans aucune référence à Newton, Stirling ou Cramer. Puiseux souhaite lui aussi étudier les courbes algébriques dans le plan complexe au voisinage d'un point multiple. Constatant lui aussi des difficultés à étudier la courbe d'équation $F(u, z) = 0$ en un point de coordonnées $(a ; b)$ où la dérivée en $z = a$ s'annule, il cherche à déterminer des développements en série et utilise un dispositif très proche du parallélogramme de Newton pour déterminer les termes de l'équation qui sont de l'ordre le moins élevé. Le texte est difficile à lire, et il ne serait que peu éclairant d'en citer des passages ici, mais on pourra se reporter directement au paragraphe situé page 391 pour montrer la proximité avec la règle du parallélogramme analytique telle qu'énoncée par Newton (1740, p. 10-11) ou par G. Cramer (1750b, p. 165-166). Les travaux de Puiseux semblent avoir donné lieu à des prolongements très intéressants pour l'étude des courbes algébriques en France (avec Halphen, Briot et Bouquet) mais en dehors de toute référence

726. De Morgan, dans une note de bas de page à cet endroit, cite Cramer : « *Quel moyen y aura-t-il donc pour discerner les plus grands termes d'une Equation, puisqu'il semble qu'on ne les peut reconnoître sans savoir de quel ordre est y par rapport à x, et qu'on ne peut découvrir ce rapport de y à x sans avoir séparé des autres les plus grands termes de l'équation? Quel fil nous conduira dans ce Labyrinthe? (p. 152)* ».

727. Il en excepte tout de même Duncan Gregory (1841), voir p. 351.

au traité de Cramer, il n'est pas opportun de les étudier ici, et cette simple mention suffira à mon propos⁷²⁸.

Dans sa *Notice sur les travaux de Jules Plücker*, Alfred Clebsch, professeur à l'université de Göttingen, qui a prolongé et étendu les travaux de Plücker sur les courbes algébriques en Allemagne dans le troisième quart du XIX^e siècle, relève cette proximité dans une note de bas de page : « *Ainsi, on trouve déjà chez Cramer la règle donnée plus tard par Puiseux pour former, dans l'équation d'une courbe, des groupes de termes qui deviennent du même ordre en un point singulier* ». Clebsch est également un lecteur attentif de l'ouvrage de Cramer, puisque dans la même page il écrit, à propos du paradoxe qui a intéressé Plücker dans ses premiers travaux (Clebsch 1872, p. 195) :

« *Dans le remarquable ouvrage de Cramer (Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques, 1750) qui contient tant de recherches dignes d'attention, entre autres la première discussion approfondie des points singuliers supérieurs d'une courbe, il parle avec beaucoup d'exactitude d'une circonstance, qui se présente relativement à l'intersection de deux courbes algébriques. Quand un certain nombre des points d'intersection de pareilles courbes est donné, le reste est déterminé de soi-même, sans qu'inversément ces courbes soient déterminées par ces points.* »

D'ailleurs, on retrouve également la règle du parallélogramme analytique dans les *Leçons sur la géométrie* du même Clebsch, introduite comme un « *moyen géométrique auxiliaire* » pour trouver dans l'équation de la courbe « *les termes vis à vis desquels tous les autres sont d'un ordre plus élevé d'infiniment petits* » (Clebsch 1880, p. 36). Cette règle est même rebaptisée pour l'occasion « *règle de Cramer* » par Clebsch (1880, p. 41, 43, 69). Ces nouvelles approches de Puiseux en France et de Clebsch en Allemagne sont relevées par l'historien des mathématiques allemand Siegmund Günther, dans le troisième chapitre de ses *Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der Mathematischen Wissenschaften*, qui porte justement sur le parallélogramme de Newton et la règle qu'il baptise « *de Puiseux-Cramer* » (Günther 1876, p. 136-187).

Ainsi on assiste un peu partout en Europe, dans ce troisième quart du XIX^e siècle, à un retour à l'usage de la règle du parallélogramme de Newton dans le cadre de la géométrie des courbes algébriques, pour l'étude de leurs points singuliers. Ce regain d'intérêt pour cette pratique s'alimente, au moins en Angleterre et en Allemagne, de nouvelles lectures de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* de Cramer, qui est de nouveau vu, plus d'un siècle après sa publication, comme une source de nouvelles approches et réflexions.

Le tracé des courbes dans quelques ouvrages de géométrie

La réputation et l'influence d'Augustus De Morgan dans les années 1850 ont probablement conduit plusieurs géomètres britanniques à relire l'*Introduction* de Cramer d'un œil

⁷²⁸. Pour une lecture actuelle des travaux de Puiseux sur cette question, voir par exemple l'appendice intitulé *Polygone de Newton et développements de Puiseux* du *Calcul infinitésimal* de Dieudonné (1968, p. 106-112).

neuf, et de reconsidérer l'usage du triangle analytique pour l'étude et le tracé des courbes. Un exemple est celui de l'*Elementary treatise on curve tracing* de Percival Frost (1872), professeur de mathématiques au King's College de Cambridge. Dans sa préface, on ne lit rien qui indique directement que l'auteur a lu le mémoire de De Morgan, mais on y trouve tout de même des éléments qui viennent en faveur du fait qu'il en a une connaissance au moins indirecte. En effet, il y remercie Talbot pour avoir tiré profit de certaines annotations qui sont venues enrichir sa traduction en anglais de l'*Enumeratio* de Newton, parue quelques années auparavant. Or Talbot a, lui, soigneusement lu à la fois le mémoire de De Morgan et le traité des courbes de Cramer, comme on peut le voir dans la longue note intitulée *On the Analytical Parallelogram* (Newton 1860, p. 88-103) à la fin de laquelle il est précisé :

« *The reader who may desire further information relative to the important theorems deducible from the Newtonian parallelogram, will find the subject discussed at great length in Stewart's « Analysis by Equations Explained, » published in 1745; and he is further referred to a paper on « Newton's method of Co-ordinated exponents, » by Professor De Morgan, in the Transactions of the Cambridge Philosophical Society, vol. ix part 4, as well as to the work of Cramer already cited. »*

La note de Talbot est un long exposé, agrémenté de quelques exemples, de la méthode du parallélogramme de Newton, dans laquelle il montre une excellente connaissance de l'ouvrage de Cramer. Voici comment il introduit le sujet, en faisant des méthodes algébriques mises en œuvre par le Genevois dans son traité, en suivant les principes du parallélogramme de Newton, un moyen à privilégier au calcul différentiel pour l'étude des asymptotes, des branches infinies ou des points singuliers des courbes algébriques (p. 88) :

« *In ordinary practice it is usual to have recourse to the assistance of the differential calculus for this purpose, but another method founded on the properties of the « analytical parallelogram, » invented by Newton, may frequently be used with advantage, especially if the nature and direction of the asymptotes and infinite branches are the object of inquiry. It is indeed on this method that Cramer has founded most of the reasoning of his great work on curve lines, modestly entitled « Introduction à l'Analyse des Lignes Courbes, » in which curves of great intricacy up to the sixth order are discussed, and in which not only the infinite parts of the curves, but their singular points and maximum and minimum co-ordinates are found, without any reference to principles beyond those of ordinary algebra. »*

Frost, ayant lu Talbot, Cramer⁷²⁹ et peut-être De Morgan, met en œuvre le parallélogramme analytique pour tirer des équations des courbes les informations dont il a besoin pour les tracer. Dans le début de l'ouvrage, l'auteur indique comment tracer une courbe point par point, exploiter les symétries de la courbe pour faciliter l'étude, connaître la forme

729. Le traité du Genevois n'est cité qu'en une seule occasion, dans la préface : « *I acknowledge myself, nevertheless, indebted to many of those old mathematicians for ideas, and especially to Cramer, for many curves which I have employed in illustrating points on which I have been engaged* » (Frost 1872, p. vi).

des courbes paraboliques d'équations $y^m = cx^n$ à l'origine comme à l'infini; il explique également sur des cas simples comment utiliser des approximations connues pour étudier les tangentes et la courbure de certaines courbes en un point simple ou un point multiple, et déterminer les asymptotes rectilignes ou curvilignes. L'introduction du triangle analytique n'intervient qu'au milieu de l'ouvrage, dans le chapitre VII intitulé *Properties of the analytical triangle*, que l'auteur justifie par la nécessité de disposer de moyens supplémentaires pour l'examen de cas plus difficiles que les premiers cas exposés, notamment lorsque l'on est confronté au problème de la comparaison de la grandeur (*magnitude*) des différents termes de l'équation à l'infini ou au voisinage de l'origine (Frost 1872, p. 130). Une fois les principes du triangle analytique exposés, Frost les met en action pour l'aider à tracer quelques courbes qui nécessitent d'être assistés de cette méthode. Le premier exemple est justement emprunté (sans citation) à Cramer, qui le traite dans son dernier chapitre sur les points multiples, dont Cramer dit qu'elle a un point triple à l'origine, qui est un rebroussement traversé par une branche infléchie (G. Cramer 1750b, p. 623-624). Il s'agit de la courbe d'équation

$$x^6 + 2a^2x^3y - b^3y^3 = 0$$

Il place les termes de l'équation sur le triangle analytique et détermine deux branches à l'origine, d'équations $x^3 + 2a^3y = 0$ et $2a^2x^3 - b^2y^2 = 0$, qui correspondent donc à des paraboles cubiques dont l'équation peut se mettre sous la forme $y^m = cx^n$, et dont il a expliqué précédemment quelle était leur forme et comment les tracer. Le résultat est présenté dans la planche VI de l'ouvrage (le triangle analytique figure 22, et l'allure de la courbe figure 23), reproduite ci-dessous (voir figures 10.1 et 10.2). On voit également sur cette planche et la suivante les triangles analytiques correspondant aux différentes équations de courbes prises en exemple, ainsi que les allures de chacune de ces courbes, les asymptotes rectilignes ou curvilignes, ainsi que les approximations de la courbe à l'origine, étant tracées en pointillés, comme on pouvait d'ailleurs déjà le constater dans les planches du traité de Cramer.

Le traité de Frost connaîtra un certain succès et plusieurs rééditions. On voit apparaître des initiatives semblables dans plusieurs pays au cours des décennies qui suivent; ainsi, aux États-Unis, William Woolsey Johnson, professeur de mathématiques à la Naval Academy, déjà auteur d'un manuel de géométrie analytique et d'un autre de calcul différentiel et intégral, en publie-t-il un nouveau sur le sujet du tracé des courbes intitulé *Curve Tracing in Cartesian Coordinates*, très probablement à l'usage des élèves officiers de la Marine dont il avait la charge. Johnson explique qu'il a choisi d'uniquement utiliser des méthodes algébriques, et que son livre ne demande donc aucune connaissance du calcul différentiel, et choisit d'introduire le triangle analytique très tôt dans son ouvrage (dès le second chapitre) (Johnson 1884, p. iii-iv) :

« I have endeavored to make the treatment of the subject thus restricted complete in all essential points, without exceeding such limits as its importance would seem to justify. This it has seemed to me possible to do by introducing at an early

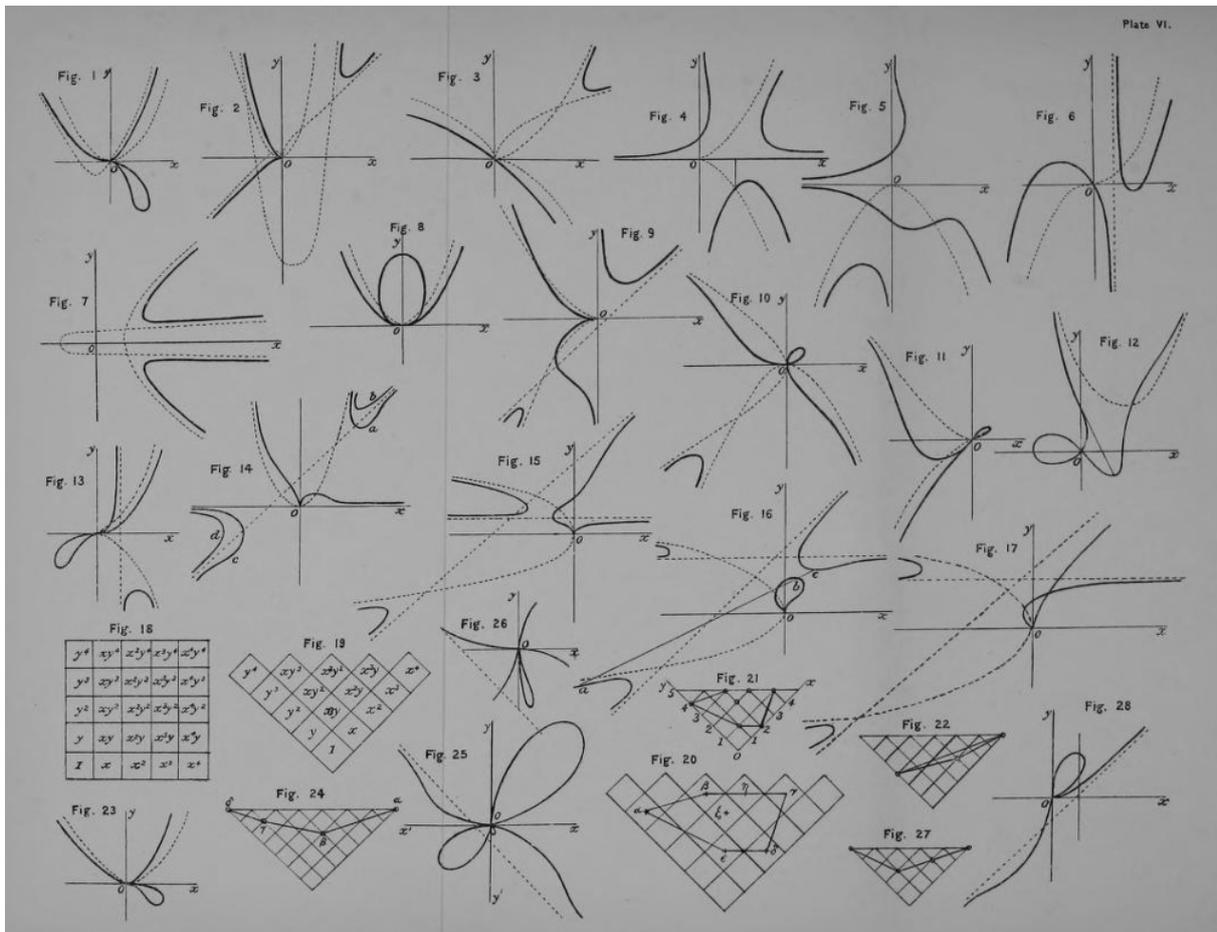


FIGURE 10.1 – Frost (1872, Planche VI, p. 136), image tirée d'une édition de 1918.

stage the device of the Analytical Triangle, and using it in connection with all the methods of approximation.

« In constructing the triangle, which is essentially Newton's parallelogram, I have adopted Cramer's method of representing the possible terms by points, with a distinguishing mark to indicate the actual presence of the term in the equation. These points were regarded by Cramer as marking the centers of squares in which, in Newton's parallelogram, the values of the terms were to be inscribed; but I have followed the usual practice, first suggested, I believe, by Frost, of regarding them merely as points referred to the sides of the triangle as coordinate axes. It has, however, been thought best to return to Newton's arrangement, in which these analytical axes are in the usual position of coordinate axes, instead of placing the third side of the triangle, like De Gua and Cramer, in a horizontal position. »

Johnson reprend donc partiellement la présentation du triangle analytique adoptée par Frost, dans laquelle les points représentant les termes $x^m y^n$ de l'équation n'indiquent plus, comme pour Cramer, le centre de la case correspondante, mais ont pour coordonnées $(m; n)$ dans le repère cartésien dont les deux axes sont formés par les deux côtés du triangle que Cramer désignait comme « bande sans x » et « bande sans y » (voir figure 10.3).

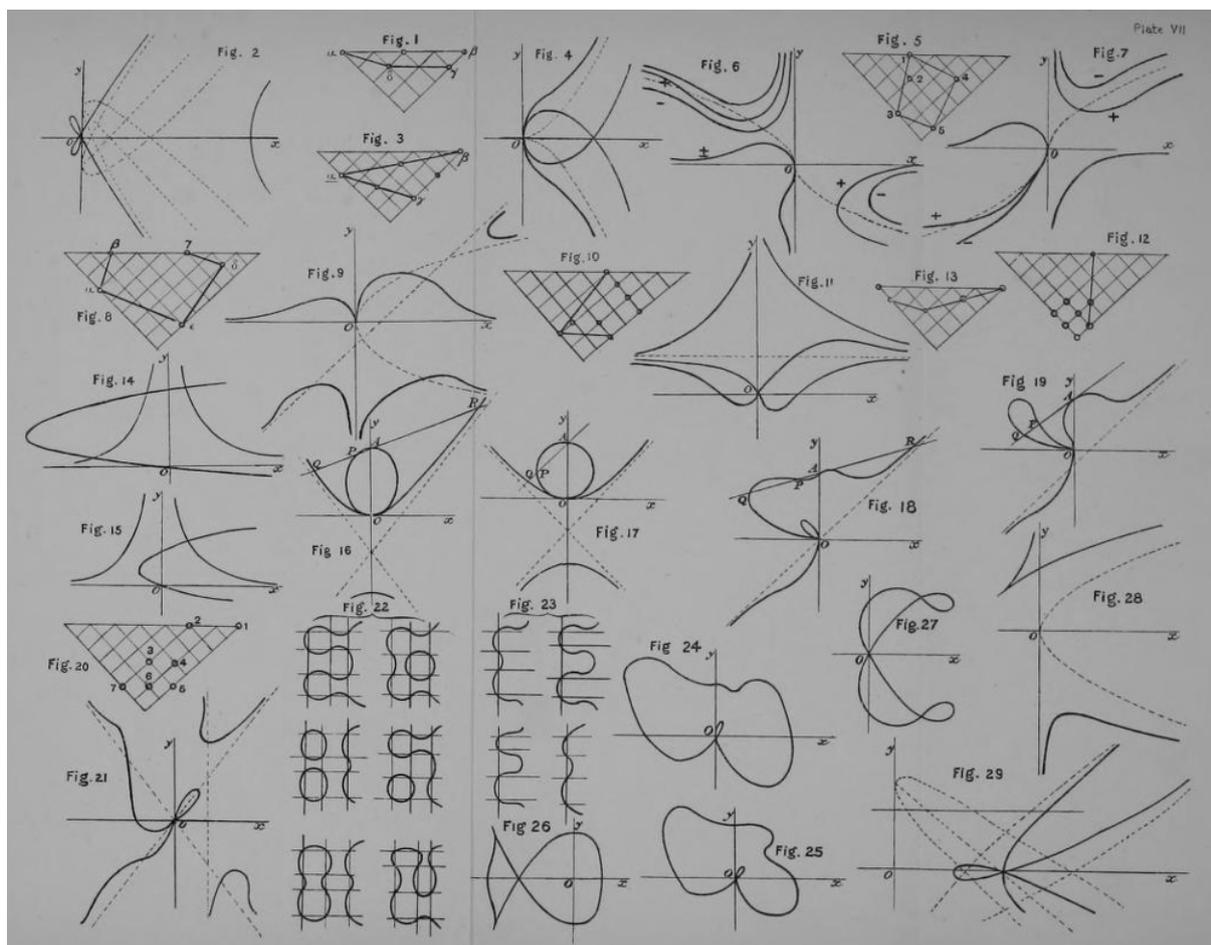


FIGURE 10.2 – Frost (1872, Planche VII, p. 156), image tirée d'une édition de 1918.

Il compte également donner une signification particulière au troisième côté de ce triangle, en relation avec un futur apprentissage de la géométrie projective, ce qui donne lieu à quelques développements intéressants dans la suite de l'ouvrage :

« The third side of the Analytical Triangle bears the same relation to the geometrical conception of the line at infinity that the other sides bear to the coordinate axes. I have aimed to bring out this connection in such a way that the student who desires to take up the general theory of curves may gain a clear view of this conception, and be prepared to pass readily from the Cartesian system of coordinates, in which one of the fundamental lines is the line at infinity, to the generalized system, in which all three fundamental lines are taken at pleasure. »

Ainsi, par exemple, les racines réelles de l'équation formée par les termes de plus haut degré de l'équation, qui sont situés sur ce troisième côté, permettent de déterminer les intersections de la courbe avec la ligne à l'infini, et donnent donc la direction des asymptotes à la courbe (Johnson 1884, p. 18).

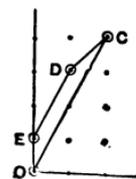
Paru au début du xx^e siècle, l'ouvrage intitulé *Theorie der ebenen algebraischen Kurven höherer Ordnung* que Heinrich Wieleitner, mathématicien et historien des mathématiques allemand, consacre au sujet des courbes algébriques de tous ordres est d'une toute autre ampleur, et embrasse, à l'usage des étudiants et des professeurs, l'ensemble des progrès réa-

62. In general, whenever a side of the analytical polygon is divided into segments by points having integral coordinates, whether they be marked points or not, the number of these segments indicates the degree of the corresponding equation, and hence the number of approximate forms represented by the side.

63. The equation corresponding to a side consisting of two or more segments may have a pair of imaginary roots. For example, let the equation of the curve be

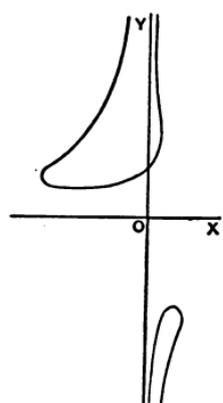
$$x^2y^4 + 2a^2xy^3 - a^5y + a^6 = 0, \quad (1)$$

for which the analytical polygon is drawn in Fig. 25. The side OC of the analytical polygon gives, for the approximate forms at the fundamental point A ,



$$x^2y^4 + a^6 = 0, \quad (2)$$

which is impossible, because it gives imaginary values to the product xy^2 . There are, therefore, no infinite branches in the direction of the axis of x .



The side CD gives, for the fundamental point B , the approximate form

$$xy = -2a^2, \quad (3)$$

indicating branches in the second and fourth quadrants having the axis of y for an asymptote. The side DE gives, for the same fundamental point,

$$2xy^2 = a^3, \quad (4)$$

indicating branches in the first and fourth quadrants, which it is readily seen are much closer to the axis

FIGURE 10.3 – Johnson (1884, p. 47)

lisés sur le sujet au long du siècle précédent. Le sixième chapitre s'intitule *Triangle analytique, asymptotes, discussion des courbes – Das analytische dreieck. Asymptoten. Kurvendiscussion* (Wieleitner 1905, p. 83-118) – et présente l'usage du triangle analytique pour l'étude des branches infinies. Il y cite Newton, De Gua et Cramer, dont les ouvrages sont également indiqués dans la bibliographie située en début de volume, avec les *Leçons sur la géométrie* de Clebsch, dont on peut penser que Wieleitner a subi l'influence. L'auteur accompagne alors les courbes tracées dans ce chapitre du triangle analytique associé à leur équation, dans une représentation équivalente à celle de Johnson, comme on peut le voir sur la figure 10.4.

Mais ici, contrairement aux deux autres ouvrages, le triangle analytique n'est pas utilisé pour déterminer la forme de la courbe à l'origine, seulement pour obtenir les asymptotes. Par ailleurs, le tracé des courbes n'est pas ici considéré comme un but en soi.

Beisp. 2. (Fig. 18.)

$$x^2 y - 4 y + x - 1 = 0.$$

Die Gleichung läßt sich schreiben

$$y(x^2 - 4z^2) + (x - z)z^2 = 0.$$

Die Ecke $x=0, z=0$ ist wiederum Doppelpunkt mit den asymptotischen Tangenten $x \pm 2 = 0$, während $y=0$ sofort als Asymptote erscheint. Das analytische Dreieck ergibt in diesem Falle die genauere Näherungshyperbel $xy + 1 = 0$, die wir nicht eingezeichnet haben. $y=0$ gibt noch $x=1$; $x=0$ gibt noch $y = -\frac{1}{4}$. Hiernach ist die Gestalt schon festzustellen.

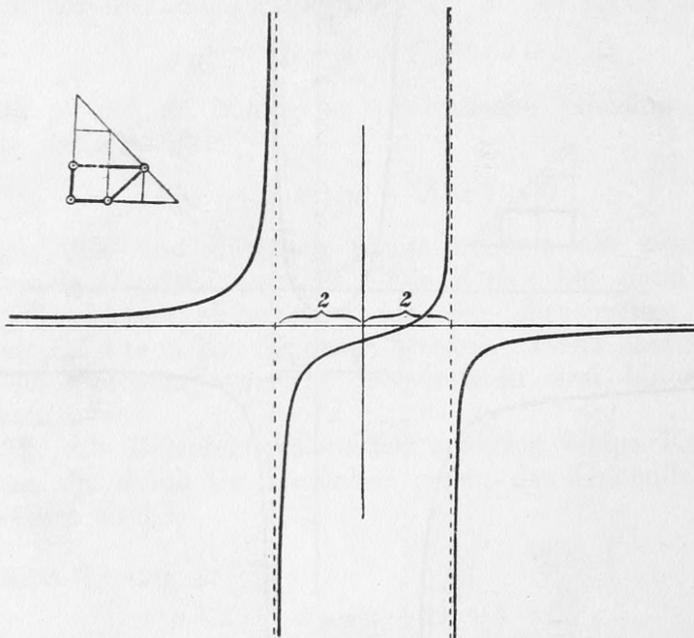


Fig. 18.

Der Unterschied der vorigen Kurve und der vorliegenden ist wesentlich der, daß bei der vorigen der dritte unendlich ferne Punkt auf dem unendlichen Zweig der Kurve lag, während er bei dem eben behandelten Beispiel auf der Schleife liegt.

Beisp. 3. Gestaltlich besonders merkwürdig ist die Kurve der Fig. 19 mit der Gleichung

$$2\sqrt{2} a x y + y^3 + a y^2 + a^2 y + a^3 = 0 \text{ .}^{53)}$$

⁵³⁾ Die Koeffizienten rühren von einer Konstruktion her, die sich bei A. HAAS, „Beiträge zur graphischen Darstellung der ebenen Kurven 3. Ordnung“, Progr. Stuttgart 1895, findet.

FIGURE 10.4 – Wieleitner (1905, p. 104)

Je citerai pour finir le livre d'un auteur indien, Surendramohan Ganguli, professeur à l'université de Calcutta, intitulé *The Theory of Plane Curves*, qui contient également une section consacrée au triangle analytique et à ses applications au tracé des courbes. Dans le chapitre IX, intitulé justement *Tracing of curves*, l'auteur se réfère à Frost et commence par présenter le triangle analytique comme un dispositif, une « *méthode géométrique* » propre à aider à déterminer la forme approximative d'une courbe « *près de points particuliers, à*

distance finie ou infinie» (Ganguli 1925, p. 227). Mais l'ambition de ce chapitre est limitée, les exemples peu développés, et les résultats ne sont pas réexploités dans la suite l'ouvrage, notamment dans l'étude sur les points singuliers qui intervient dans le chapitre XIII⁷³⁰, où pourtant des développements en série sont calculés (l'auteur citant pourtant Newton et Puisseux, mais sans faire de rapprochement avec le triangle analytique exposé quelques pages plus tôt) (p. 333).

Ces quatre exemples montrent un certain réinvestissement du dispositif du triangle analytique dans des ouvrages d'enseignement de la théorie des courbes dans la seconde partie du XIX^e siècle et au début du XX^e, pour le moins dans ceux qui évitent l'usage du calcul différentiel. Ce regain d'intérêt, sous l'impulsion commune de De Morgan en Grande Bretagne et de Clebsch en Allemagne, a permis de nouvelles (re)lectures de l'ouvrage de Cramer cent ans, voire cent cinquante ans après sa parution, sous l'angle de l'analyse appliquée à la géométrie. Comme l'affirme De Morgan, l'*Introduction* a été souvent citée mais probablement très peu lue, ou très incomplètement, mais sa « redécouverte » a manifestement permis de réintroduire le parallélogramme de Newton dans l'étude des courbes algébriques, avec des résonances jusque dans les recherches les plus actuelles.

Conclusion de la troisième partie

La première diffusion de l'*Introduction* est assurée par Gabriel Cramer lui-même par le biais de son réseau de correspondants, et son ouvrage est assez bien reçu, comme en témoignent les premières recensions dans les journaux. Cette réception donne lieu à des échanges très intéressants sur les contenus du traité de la part de certains ceux qui avaient porté une attention particulière au projet du Genevois, Comme Nicolas Bernoulli, qui lui renouvelle ses critiques sur l'universalité de la méthode du parallélogramme pour le calcul des séries, de Leonhard Euler qui y voit un ouvrage supérieur au sien sur certains points, de Clairaut, qui dit souhaiter en tirer de la matière pour son projet d'*Application de l'algèbre à la géométrie* (qui ne verra pas le jour) et surtout de D'Alembert dont les questions et les mises au point sur différents aspects du traité des courbes donnent lieu à des échanges éclairants et passionnants.

Au-delà de ces échanges privés, l'apport de D'Alembert est sans doute déterminant pour l'avenir de l'ouvrage et sa postérité : les multiples citations du traité de Cramer, souvent accompagnées de commentaires laudatifs, qu'il insère suite à sa lecture dans une dizaine d'articles de l'*Encyclopédie*, lui donnent une visibilité et une renommée que l'auteur n'aurait pu espérer sans cela. Gabriel Cramer, décédé quelque seize mois à peine après la parution de son ouvrage, n'en sera pas témoin, mais les contributions de D'Alembert positionnent l'*Introduction* parmi les « *meilleurs ouvrages dans lesquels on puisse s'instruire de la théorie des courbes* » comme l'ouvrage le plus clair, le plus complet et le plus instructif sur le

730. On peut tout de même remarquer en passant que ce chapitre contient de nombreuses références au traité de Cramer.

sujet des courbes algébriques (citant également, mais en minorant sans doute son importance, le second volume de l'*Introductio* d'Euler). Cette publicité sera encore renforcée et amplifiée par la reprise verbatim, quelquefois augmentée de quelques adjonctions par leurs auteurs, des articles de D'Alembert dans les grands projets de refonte ou de réorganisation de l'*Encyclopédie* portés par De Felice (pour l'*Encyclopédie d'Yverdon*) ou Panckoucke (pour la *Méthodique*) qui connaîtront un franc succès dans la seconde partie du XVIII^e siècle. On constate également une bonne présence de l'ouvrage de Cramer dans les dictionnaires et encyclopédies britanniques à la fin du XVIII^e et au début du XIX^e siècle, sous l'impulsion notable de Charles Hutton dans son *Mathematical and philosophical dictionary*, dans un mouvement de redécouverte des auteurs continentaux par les géomètres de Grande-Bretagne. Si l'actualité du traité des courbes est questionnée dans le corpus encyclopédique européen tout au long du XIX^e siècle, naturellement éclipsée par les progrès de la géométrie impulsés par Poncelet en France et par Plücker en Allemagne, l'ouvrage reste présenté comme un classique dont la lecture est recommandée, comme le soulignent aussi les premiers auteurs qui font œuvre d'historien des mathématiques comme Montucla et Bossut. On constate tout au long du XIX^e siècle un glissement dans la perception de l'*Introduction*, moins souvent citée pour ses contenus géométriques ou ses méthodes analytiques que pour ses apports en algèbre, à l'occasion des développements de la théorie de l'élimination et de la théorie des déterminants.

Ce glissement est également visible dans les lectures mathématiciennes de l'*Introduction* qui suivent sa publication. Si l'on excepte le court *Traité des courbes algébriques* de Goudin et Dionis du Séjour paru en 1756, le sujet de l'étude et de la classification des courbes de haut degré s'assèche rapidement en France, alors que les travaux géométriques de Cramer sont momentanément remis en lumière en Grande-Bretagne en 1820 par George Peacock dans sa *Collection of examples of the applications of the differential and integral calculus*, puis en Allemagne par les travaux de Plücker autour de 1830. Les manuels d'enseignement français, comme ceux de Bézout et Lacroix, citent parfois le traité de Cramer en référence sur des points particuliers, mais, surtout sous l'influence du second, le recours au calcul différentiel devient systématique dans l'enseignement de la géométrie analytique, et les méthodes de Cramer sont frappées d'obsolescence. Les appendices algébriques du traité des courbes, en revanche, font l'objet d'une attention croissante, notamment suite aux développements de la théorie de l'élimination proposés par Bézout puis Lagrange et Laplace dans les années 1760-1770. L'origine de l'association du nom de Cramer aux méthodes d'élimination des inconnues entre plusieurs équations du premier degré se trouve, elle, plutôt dans les revues mathématiques qui naissent au début du XIX^e siècle : de nombreux articles d'Olry Terquem dans les *Nouvelles annales de mathématiques* autour de 1840 citant les méthodes algébriques de Cramer contribuent fortement à la popularisation de ce qui s'appelle depuis la « règle de Cramer ».

À la fin du XIX^e siècle, dans les encyclopédies, les ouvrages de recherche, les manuels d'enseignement et les revues mathématiques, Cramer est désormais plus connu pour ses

contributions en algèbre que pour ses travaux géométriques. On peut également noter un regain d'intérêt dans la seconde partie du XIX^e siècle pour les méthodes analytiques mises en œuvre par Cramer dans l'*Introduction* – notamment l'usage du triangle analytique et du calcul des séries pour l'étude des branches infinies et des points singuliers des courbes algébriques – sous l'impulsion notable d'Augustus De Morgan en Angleterre, qui relance les lectures de l'*Introduction* dans le monde anglo-saxon et dont on retrouve des échos en Allemagne sous la plume de Clebsch. Ce regain d'intérêt, amplifié par la note ajoutée par Talbot à son édition en langue anglaise de l'*Enumeratio* de Newton en 1860, se traduira par un usage renouvelé du triangle algébrique dans des ouvrages de géométrie des courbes, dans les sections consacrées au tracé des courbes des livres de Frost, Johnson ou Wieleitner.

On voit ici toute la richesse de l'étude de la réception du livre de Gabriel Cramer selon l'implantation géographique (France, Allemagne, Grande-Bretagne), les champs de recherche (géométrie, analyse, algèbre), les domaines d'activité (mathématicien, enseignant, historien, journaliste) et les vecteurs d'expression (livres, revues et journaux) de ses lecteurs. Ce second temps de la biographie de l'*Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* montre les métamorphoses subies par l'ouvrage au cours du temps dans l'œil de ses observateurs : le texte, invariable, donne lieu à des lectures et des interprétations changeantes qui accompagnent les profondes mutations des mathématiques entre 1750 et 1900, et l'examen attentif de ces lectures donne un éclairage intéressant sur ces mutations, et le traité des courbes, dans son unité comme objet d'étude, participe de la bonne compréhension des continuités dans les pratiques et les recherches mathématiques entre la seconde partie du XVIII^e et le XIX^e siècle.

**Conclusion : écrire la biographie d'un
ouvrage? enjeux, apports et limites**

L'Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques, sans doute en germe dans l'esprit de son auteur depuis quelque temps déjà, est née à l'automne 1740 à Mont-sur-Rolle, à quelques kilomètres au nord de Genève sur les rives du Léman, dans une maison de maître vigneronne dans laquelle Gabriel Cramer passait ses vacances à l'époque des vendanges en attendant la reprise des cours à l'Auditoire de l'Académie. Le projet trouve son origine, peut-être sur la proposition d'un collègue ou ami, dans le constat d'une lacune bibliographique sur l'étude des courbes algébriques de degrés plus haut que le second. Depuis le texte fondateur mais elliptique de Newton sur l'énumération des cubiques, publié au début du siècle, et les commentaires éclairants proposés en 1717 par Stirling, le sujet n'a pas connu de réels progrès, mis à part les tentatives inachevées de quelques académiciens parisiens aux alentours de 1730 consignés dans les *Mémoires* de l'Académie royale des sciences de Paris, dont Gabriel Cramer avait pu prendre connaissance lors de son premier séjour parisien. Il manquait un ouvrage qui rende intelligible, par le moyen de l'analyse commune, l'immense variété offerte par les courbes de haut degré, et qui soit également accessible aux débutants, comme les étudiants auxquels Cramer enseigne depuis maintenant plus de quinze ans. Un premier manuscrit, écrit en français, et quelque peu enrichi suite à la lecture des *Usages* de l'abbé De Gua, est terminé à l'été 1741.

Ce n'est que la première phase d'un long processus d'écriture qui n'aboutira que neuf ans plus tard. Après plus d'une décennie consacrée à son enseignement à l'Académie, à l'animation des premiers cercles savants genevois, et à son action au sein du Conseil des Deux Cents, et suite aux événements de 1737 dont une des conséquences est l'impossibilité qui lui est faite d'accéder à de plus hautes responsabilités politiques, ce projet de livre ouvre une période pendant laquelle Gabriel Cramer va progressivement affirmer des ambitions scientifiques et académiques qui débordent largement du cadre de la République de Genève. Les éditions des *Œuvres* de Jean et Jacques Bernoulli, qui lui valent un beau succès d'estime, lui permettent de revitaliser et de renouveler ses réseaux de correspondances, et de bénéficier de ses premières affiliations académiques, cependant qu'il enrichit (notamment sur les questions d'algèbre pure liées à l'élimination des inconnues) réécrit et réorganise les manuscrits de son futur traité des courbes, suite aux échanges avec Euler de 1744-1745. Le second séjour parisien du Genevois, en 1747-1748, est déterminant pour le devenir de son *Analyse des courbes* : les hésitations qu'il manifeste à faire imprimer son texte sont levées par la perspective d'une association à l'Académie royale des sciences de Paris et les encouragements de ses soutiens parisiens à publier son livre pour appuyer sa candidature. Sitôt rentré à Genève, il met la dernière main à son manuscrit et le confie à ses cousins imprimeurs-libraires de Genève pour une impression qu'il souhaite rapide. Le livre sortira trop tard des presses genevoises des frères Cramer pour peser dans l'élection de 1750, mais cette « œuvre d'une vie » constitue un jalon essentiel – presque un aboutissement – dans la jeune histoire des recherches sur les courbes algébriques, et contribuera fortement à affirmer son auteur comme un membre important de la République des lettres dont il est un citoyen particulièrement zélé, au moment même où la République de Genève l'honore par l'accession à la chaire de

philosophie de l'Académie et sa nomination au Conseil des Soixante, quelques mois avant son décès prématuré à l'âge de 47 ans.

L'*Introduction*, elle, échappe à son auteur et commence la seconde partie de son cycle de vie sous les yeux de ses premiers lecteurs : Nicolas Bernoulli, Leonhard Euler – dont l'*Introductio in analysin infinitorum* sera très souvent citée en compagnie du traité de Cramer comme références indissociables sur le sujet des courbes algébriques – et surtout D'Alembert qui, après en avoir discuté en détail et en longueur avec Gabriel Cramer dans les mois qui ont suivi sa publication, en fait une large promotion dans certains des articles qu'il écrit pour l'*Encyclopédie*, dont l'écho résonnera dans tout le corpus encyclopédique européen de la fin du XVIII^e au premier XIX^e siècle. Les diverses lectures mathématiciennes et historiennes qui en sont faites au cours des décennies épousent les évolutions et les mutations des champs de recherche et des pratiques mathématiques, et l'œuvre subit des métamorphoses dans le regard de ses lecteurs : les aspects algébriques au sujet de l'élimination des inconnues, pourtant marginaux à la publication (au sens de la place qui leur est faite dans le livre, en appendice, et non au sens de leur importance scientifique), ignorés par D'Alembert mais remarqués par Euler, prennent de plus en plus d'importance au détriment de ses aspects géométriques. Les travaux de Bézout sur l'élimination y ont fortement contribué, et les articles de Terquem dans les *Nouvelles annales* ont définitivement associé le nom de Cramer aux méthodes de résolution des systèmes linéaires d'équations du premier degré à une inconnue. Par ailleurs, d'autres observateurs de l'*Introduction* (comme Augustus De Morgan et Alfred Clebsch) y ont retrouvé, dans la seconde partie du XIX^e siècle, des méthodes analytiques mises en œuvre pour l'étude des branches infinies et des points singuliers dans l'ouvrage de Cramer mais depuis largement tombées dans l'oubli, qui seront remobilisées dans les traités sur le tracé des courbes à la fin du XIX^e et au début de XX^e siècle.

Voilà retracé, à grands traits, le parcours de vie de cet ouvrage, qui pourrait se prolonger jusqu'à aujourd'hui. Cette enquête biographique apporte effectivement des éléments de réponse aux questionnements initiaux posés en introduction de ce mémoire (voir p. xiv). Elle opère en deux mouvements distincts : dans un premier temps (celui de l'écriture), elle permet l'examen attentif des interactions mutuelles entre l'œuvre, son auteur et les milieux dans lequel ce dernier évolue, constitutives de cette « *dyade biographique* » que j'ai souhaité mettre en lumière dans les deux premières parties ; dans un second temps (celui des réceptions), elle s'autonomise de l'auteur pour adopter le point de vue des lecteurs (mathématiciens, encyclopédistes, historiens) et observer, à travers leurs yeux et leur perception du texte, certaines des mutations dont ont fait l'objet la géométrie, l'analyse et l'algèbre au fil du temps, que j'ai explicitées dans la troisième partie. Le terme de « biographie » ici appliqué à un texte scientifique, et non à une personne vivante ou ayant vécu, se justifie par la communauté de moyens et d'objectifs assignés à l'étude de l'*Introduction* de Cramer comme objet historique. Cette biographie, comme toute biographie « classique » d'ailleurs, n'est pas un récit de vie, au sens d'une succession d'événements bornée par la naissance et la mort de son sujet (qu'il serait bien délicat de définir d'ailleurs : si l'on peut dire qu'un texte naît

sous la plume d'un auteur au moment où celui-ci en conçoit le projet et en écrit les premières lignes, quand pourrait-on dire qu'un texte « meurt »?). Elle ambitionne, dans une cohérence assurée par l'unité de son objet, de suivre les trajectoires du texte au cours des différentes phases de son cycle de vie et, en multipliant les angles de visée et en ajustant les focales, de voir bien au-delà du texte lui-même pour distinguer les arrière-plans devant lesquels ces trajectoires se dessinent. En ce sens, les enjeux d'une approche biographique des textes scientifiques sont sensiblement les mêmes que ceux d'une biographie classiquement centrée sur la vie d'une personne (ou d'un groupe de personnes, dans le cas d'une prosopographie) faisant œuvre de science. Le succès d'une telle entreprise repose néanmoins sur des prérequis particuliers. Dans le cas de *l'Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, la longueur remarquable de la phase d'écriture et l'existence de manuscrits assurent ainsi une consistance suffisante du matériau disponible pour l'étude génétique : il serait évidemment difficile d'envisager la biographie d'un texte scientifique rédigé sur un temps très court (quelques semaines) et pour lequel on constaterait de trop fortes lacunes documentaires. Par ailleurs le volume des sources disponibles pour étudier la genèse d'un texte varie selon la période au cours de laquelle celui-ci a été écrit : on a beaucoup plus de chances de réunir les pièces importantes d'un dossier génétique (documents préparatoires, brouillons manuscrits, épreuves corrigées et annotées, etc.) pour un texte écrit au XIX^e siècle que pour un ouvrage de la Renaissance. Enfin les pistes méthodologiques tracées dans ce mémoire de thèse nécessiteraient d'être approfondies dans d'autres cas, notamment en explorant davantage les perspectives offertes par l'histoire du livre sur les aspects matériels et économiques de l'écriture et de la diffusion de l'ouvrage, pour lesquelles il peut être difficile de trouver des sources.

Annexe : inventaire de la correspondance de Gabriel Cramer

Présentation générale

Cet inventaire de la correspondance de Gabriel Cramer reprend, parfois en le corrigeant ou en le complétant à la marge, celui réalisé à la Bibliothèque de Genève par Jean-Daniel Candaux en 2011, qui a très aimablement bien voulu me le communiquer. J'ai pu vérifier la plupart de ces lettres lors de mes séjours en archives ou, à défaut, en m'appuyant sur les catalogues en ligne des bibliothèques et en demandant, lorsque cela était possible, des copies numériques. J'ai (re)découvert quelques nouvelles lettres, notamment au musée d'histoire des sciences de Genève, et ai proposé quelques attributions de lettres dont l'expéditeur était inconnu, validées par Jean-Daniel Candaux. Nous avons aujourd'hui recensé 547 lettres, dont 249 relèvent de la correspondance active de Gabriel Cramer (une bonne partie constituée de brouillons et de minutes) et 298 de sa correspondance passive. Cette correspondance s'étend sur un quart de siècle, du 24 mai 1727 au 1^{er} janvier 1752, et implique 80 correspondants différents identifiés, dont 14 avec plus de 10 lettres conservées. Ces correspondants les plus fréquents sont situés à Genève (ses anciens étudiants Charles Bonnet, Jean Jallabert, Georges-Louis II Lesage), à Bâle (Jean I, Nicolas et Jean II Bernoulli), à Paris (Dortous de Mairan, D'Alembert, Clairaut, Buffon et Condillac), à Berlin (Euler, Formey) et à Londres (Stirling).

Les principaux fonds d'archives où ces lettres sont conservées sont la Bibliothèque de Genève (Ms Suppl 384, Ms Fr 652, 656 et 657, Ms 242, Ms Bonnet 43), la Bibliothèque de l'université de Bâle (L Ia 655, L Ia 21 et 22, L Ia 686), la British Library à Londres (Add Ms 23899) et les Archives de l'académie des sciences de Saint-Petersbourg (AAN, f. 136. op. 2, n° 13). L'inventaire qui suit, en attendant une éventuelle publication de la correspondance de Gabriel Cramer, fournit la date, l'expéditeur, et le lieu de conservation des lettres (en essayant de préciser s'il s'agit d'une minute, d'un brouillon ou d'une copie). Si des erreurs devaient y être trouvées, elles seraient entièrement de mon fait.

Définition des sigles utilisés

AAN : Académie des sciences de Saint-Petersbourg (*Archiva Akademii Nauk*)

AEG : Archives d'État de Genève

ANF : Archives nationales de France

BGE : Bibliothèque de Genève

BL : British Library Londres

BnF : Bibliothèque nationale de France

MHS : Musée d'histoire des sciences de Genève

UBB : Bibliothèque de l'université de Bâle

Inventaire par correspondants

Abauzit, Firmin (1679-1767), 1 lettre

21 août 1727 de Firmin Abauzit BGE Ms Suppl 384, f. 2-3

Académie royale des sciences de Berlin, 1 lettre

30 déc. 1746 de Gabriel Cramer Cracovie Biblioteka Jagiellonska Collection
Varnhagen von Ense 49 (original), BGE Ms Fr
657b f. 37 (brouillon)

Aguesseau, Henri-François d' (1668-1751), 3 lettres

8 mai 1748 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 657b f. 41 (brouillon)

6 sept. 1748 de Henri François d'Aguesseau BL Add Ms 23899, f. 8-9

4 janv. 1749 de Henri François d'Aguesseau BGE Ms Suppl 384 f. 174-175

Algarotti, Francesco (1712-1764), 4 lettres

18 janv. 1741 de Francesco Algarotti BL Add Ms 23899, f. 38

févr. 1741 de Gabriel Cramer Munich Bayerische Staatsbibliothek, Autogr.
Cramer, Gabriel

15 févr. 1741 de Francesco Algarotti BGE Ms. Suppl. 384, f. 344-345

24 févr. 1741 de Gabriel Cramer Bologne, Biblioteca dell'Archiginnasio, Auto-
graffi Pallotti, IX, 555

Baulacre, Léonard (1670-1761), 1 lettre

12 sept. 1744 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 657b f. 15-16 (minute)

Bell, Beaupré (1704-1741), 2 lettres

16 juil. 1735 de Beaupré Bell BL Add Ms 23899 f. 54

22 avr. 1737 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 9111/15

Bernoulli, Daniel (1700-1782), 5 lettres

14 mai 1738 de Daniel Bernoulli BGE Ms Suppl 384, f. 5-6

23 sept. 1738 de Gabriel Cramer UBB L Ia 686, f. 789-794

déc. 1738 de Daniel Bernoulli UBB L Ia 686, f. 79-82 (copie autographe)

6 déc. 1739	de Daniel Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f. 7-8
27 nov. 1743	de Daniel Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f. 9-10

Bernoulli, Jacques II (1712-1769), 1 lettre

janv. 1748	de Jacques II Bernoulli	BGE Ms Fr 656, f. 21
------------	-------------------------	----------------------

Bernoulli, Jean I (1667-1748), 31 lettres

11 déc. 1727	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 655 Nr 1* (original), BGE Ms Fr 656 f. 1-2 (minute)
15 janv. 1728	de Jean I Bernoulli	Washington Smithsonian Institution Libraries, Special Collections Department, MSS 96A (original), UBB L Ia 655 Nr 1 (copie contemporaine)
10 mars 1728	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 655 Nr 2* (original), BGE Ms Fr 656 f. 3-5 (minute)
15 avr. 1728	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 655 Nr 3* (original), BGE Ms Fr 656 f. 5-6 (minute)
13 mai 1728	de Jean I Bernoulli	UBB L Ia 655 Nr 2 (copie contemporaine)
22 juin 1728	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 655 Nr 4* (original), BGE Ms Fr 656 f. 6 bis (minute)
22 juil. 1728	de Jean I Bernoulli	UBB L Ia 655 Nr 3 (copie contemporaine)
27 juil. 1728	de Jean I Bernoulli	UBB L Ia 655 Nr 3a (copie contemporaine), UBB Collection Geigy-Hagenbach Nr 755 (original)
13 août 1728	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657a f. 20 (minute)
4 sept. 1728	de Jean I Bernoulli	UBB L Ia 655 Nr 4 (copie contemporaine)
8 janv. 1729	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 655 Nr 5* (original), BGE Ms Fr 656 f. 7-9 (minute)
6 févr. 1729	de Jean I Bernoulli	UBB L Ia 50 Nr 5 (original), UBB L Ia 655 Nr 5 (copie contemporaine)
14 mars 1729	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 655, Nr 6* (original), BGE Ms Fr 656 f. 15 (minute)
31 mars 1729	de Jean I Bernoulli	Berlin Staatsbibliothek, Collection Darmstaedter H 1697 (original), UBB L Ia 655, Nr.6 (copie contemporaine)
6 mai 1729	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 655 Nr 7* (original), BL Add Ms 23899 f. 55 (minute)
4 juil. 1729	de Jean I Bernoulli	UBB L Ia 655 Nr 7 (copie contemporaine)

12 juil. 1729	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 655 Nr 8* (original), BGE Ms Fr 656 f. 13-14 (minute)
3 août 1729	de Jean I Bernoulli	UBB L Ia 655 Nr 8 (copie contemporaine)
14 févr. 1730	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 655, Nr 9* (original), BGE Ms Fr 656 f. 15 (minute)
7 avr. 1730	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 656, f.16 (minute)
15 avr. 1730	de Jean I Bernoulli	UBB L Ia 655 Nr 9 (copie contemporaine)
1 mai 1731	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 655 Nr 10* (original), BGE Ms Fr 656 f. 17-18 (minute)
1 sept. 1731	de Jean I Bernoulli	UBB L Ia 655 Nr 10 (copie contemporaine),
16 oct. 1731	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 655 Nr 11* (original), BGE Ms Fr 656 f. 19-20 (minute)
5 déc. 1731	de Jean I Bernoulli	UBB L Ia 655, Nr 11 (copie contemporaine)
10 avr. 1732	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 655, Nr 12* (original), BGE Ms Fr 656 f. 22-23 (minute)
30 mai 1732	de Jean I Bernoulli	UBB L Ia 655, Nr 12 (copie contemporaine)
8 déc. 1732	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 655, Nr 13* (original), BGE Ms Fr 656 f. 24 (minute)
30 mai 1733	de Jean I Bernoulli	BGE Ms Fr 656 f. 25-26 (original), UBB L Ia 655, Nr 13 (copie contemporaine)
28 oct. 1733	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 655, Nr 14* (original), BGE Ms Fr 656 f. 27 (minute)
1 mai 1743	de Jean I Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f. 37-38

La correspondance de Gabriel Cramer avec Jean I Bernoulli n'a pas encore été publiée. On peut trouver des copies numérisées de la plupart des lettres conservées à Bâle sur le site internet e-manuscripta.ch.

Bernoulli, Jean II (1710-1790), 30 lettres

12 déc. 1733	de Jean II Bernoulli	BGE Ms Fr 656 f. 28-29
12 oct. 1740	de Jean II Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f. 12-13
25 oct. 1740	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 686 p. 759-762
29 oct. 1740	de Jean II Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f. 14-15
4 nov. 1740	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 686 p. 763-766
22 nov. 1740	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 686 p. 767
25 nov. 1740	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 686 p. 769-770
30 nov. 1740	de Jean II Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f. 16-17
10 janv. 1741	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 686 p. 771-774
15 janv. 1741	de Jean II Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f. 18
20 janv. 1741	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 686 p. 775-776

9 juil. 1741	de Jean II Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f. 19-20
21 juil. 1741	de Jean II Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f 21-22
25 août 1741	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 686 p. 777-778
2 sept. 1741	de Jean II Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f. 41-42
12 mai 1742	de Jean II Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f. 23-24
11 août 1742	de Jean II Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f. 25-26
24 nov. 1742	de Jean II Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f 27-28
21 déc. 1742	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 686 p. 781-782
26 déc. 1742	de Jean II Bernoulli	BGE Ms Suppl 384 f. 29-30
ca. 27 déc. 1742	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 686 p. 779
29 déc. 1742	de Jean II Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f. 31-32
10 avr. 1743	de Jean II Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f. 35-36
1 mai 1743	de Jean II Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f. 37-38
12 juin 1743	de Jean II Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f. 39-40
11 juin 1745	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 686 p. 783-784
16 juin 1745	de Jean II Bernoulli	BGE Ms Suppl 362 f 3-4
26 juil. 1745	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 686 p. 785
printemps 1746	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 42 Nr. 22
22 août 1750	de Jean II Bernoulli	BL Add Ms 23899, f. 23-24

Bernoulli, Nicolas I (1687-1759), 40 lettres

9 juin 1727	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 50
4 févr. 1728	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 51
21 mai 1728	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 52
3 juil. 1728	de Nicolas I Bernoulli	BGE Ms Suppl 384 f. 44-47 (original), UBB L Ia 21 f. 22-25 (brouillon)
27 sept. 1728	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 53
25 févr. 1729	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 54
23 mars 1729	de Nicolas I Bernoulli	BGE Ms Suppl 384 f. 48-49 (original), UBB L Ia 21 f. 26-28 (brouillon)
9 sept. 1729	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 55
28 déc. 1729	de Nicolas I Bernoulli	BGE Ms Suppl 384 f. 50-54 (original), UBB L Ia 21 f. 28v-32 (brouillon)
12 juin 1731	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 56
1 avr. 1733	de Nicolas I Bernoulli	BGE Ms Suppl 384 f. 55-58 (original), UBB L Ia 21 f. 32v-35 (brouillon)
14 août 1734	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 9166/11
31 juil. 1736	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 57
15 août 1736	de Nicolas I Bernoulli	UBB L Ia 21 f. 36 (brouillon)
28 août 1736	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 58

26 sept. 1736	de Nicolas I Bernoulli	UBB L Ia 21 f. 36-40 (brouillon)
14 oct. 1736	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 59
16 avr. 1737	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 60
24 avr. 1737	de Nicolas I Bernoulli	BGE Ms Suppl 384, f. 59-60 (original), UBB L Ia 21 f. 40v-41 (brouillon)
31 mai 1737	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 61
4 nov. 1740	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 62
16 nov. 1740	de Nicolas I Bernoulli	BGE Ms Suppl 384 f. 61-62 (original), UBB L Ia 21 f. 41v-42r (brouillon)
13 janv. 1741	de Nicolas I Bernoulli	BGE Ms Suppl 384 f. 63-64 (original), UBB L Ia 21 f. 42v-43r (brouillon)
27 janv. 1741	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 63
16 mars 1741	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 64
30 juin 1741	de Nicolas I Bernoulli	BGE Ms Suppl 384 f. 65-66 (original), UBB L Ia 21 f. 43 (brouillon)
juil. 1741	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 65
5 août 1741	de Nicolas I Bernoulli	BGE Ms Suppl 384 f. 67-68 (original), UBB L Ia 21 f. 44 (brouillon)
15 août 1741	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 66
26 août 1741	de Nicolas I Bernoulli	BGE Ms Suppl 384 f. 69-70 (original), UBB L Ia 21 f. 44v-45v (brouillon)
26 sept. 1741	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 67
28 oct. 1741	de Nicolas I Bernoulli	BGE Ms Suppl 384 f. 71-72 (original), UBB L Ia 21 f. 45v-46v (brouillon)
17 sept. 1743	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 68
25 sept. 1743	de Nicolas I Bernoulli	BGE Ms Suppl 384 f. 73-74 (original), UBB L Ia 21 f. 46v (brouillon)
10 mars 1744	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 70
21 mars 1744	de Nicolas I Bernoulli	BGE Ms Fr 656 f. 31-32 (original), UBB L Ia 21 f.47-48r (brouillon)
4 août 1750	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 71
19 août 1750	de Nicolas I Bernoulli	BGE Ms Suppl 384 f. 75-78 (original), UBB L Ia 21 f. 48v-51r (brouillon)
1 sept. 1750	de Gabriel Cramer	UBB L Ia 22 Nr. 72 (original), BGE Ms Fr 656 f. 30 (minute)
30 sept. 1750	de Nicolas I Bernoulli	BGE Ms Suppl 362 f. 5-8 (original), UBB L Ia 21 f. 51r-55 (brouillon)

La correspondance de Gabriel Cramer avec Nicolas I Bernoulli n'a pas encore été publiée. On peut trouver des copies numérisées de la plupart des lettres conservées à Bâle sur le site internet e-manuscripta.ch.

Bernstorff, Johann Hartvig Ernst von (1712-1772), 1 lettre

18 juin 1748	de Gabriel Cramer	Copenhague, Rigsarkivet, Privatarkiv, Bernstorff Wotersen 43
--------------	-------------------	--

Birr, Anton (1693-1762), 5 lettres

25 déc. 1736	de Gabriel Cramer	UBB Ms G III 2 Nr. 33
11 janv. 1737	de Gabriel Cramer	UBB Ms G III 2 Nr. 34
22 janv. 1737	de Gabriel Cramer	UBB Ms G III 2 Nr. 35
29 janv. 1737	de Gabriel Cramer	UBB Ms G III 2 Nr. 36
12 juil. 1743	de Gabriel Cramer	UBB Ms G III 2 Nr. 37

Boissier de Sauvages, François (1706-1767), 2 lettres

12 sept. 1742	de Gabriel Cramer	Bibliothèque municipale d'Avignon auto-graphes Requier 1 ^{re} série n° 2510
juin 1743	de Gabriel Cramer	Marché des manuscrits. Collection d'auto-graphes du comte Frémy. Daguerre, 27 février 2014, lot n° 146

Bon de Saint Hilaire, François-Xavier (1678-1761), 3 lettres

7 janv. 1746	de Gabriel Cramer	BGE Ms Suppl 140 f. 21-23
août 1746	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 29 (brouillon)
11 avr. 1749	de Gabriel Cramer	BGE Ms Suppl 140 f. 21-23

Bonnet, Charles (1720-1793), 40 lettres

20 déc. 1740	de Gabriel Cramer	BGE Ms Bonnet 43 f. 3-4 (copie sans note associée), Uppsala Waller Ms ch-00109 (original avec note)
s.d.	de Gabriel Cramer	BGE Ms Bonnet 43 f. 5-6
juin 1741	de Gabriel Cramer	BGE Ms Bonnet 43 f. 7
29 juin 1741	de Gabriel Cramer	BGE Ms Suppl 384 f. 80-81
juil. 1741	de Gabriel Cramer	BGE Ms Bonnet 43 f. 9-10
1 août 1741	de Charles Bonnet	BGE Ms Suppl 384 f. 82-83
18 août 1741	de Charles Bonnet	BGE Ms Suppl 384 f. 84-85
19 août 1741	de Gabriel Cramer	BGE Ms Bonnet 43 f. 11
sept. 1741	de Gabriel Cramer	BGE Ms Bonnet 43 f. 13
7 mars 1742	de Charles Bonnet	BGE Ms Suppl 384 f. 86

avr. 1742	de Gabriel Cramer	BGE Ms Bonnet 43 f. 15-18
11 juin 1742	de Charles Bonnet	BGE Ms Suppl 384 f. 87-88
17 août 1742	de Charles Bonnet	BGE Ms Suppl 384 f. 89-90
25 août 1742	de Charles Bonnet	BGE Ms Suppl 384 f. 91-92
oct. 1742	de Gabriel Cramer	BGE Ms Bonnet 43 f. 23
21 déc. 1742	de Charles Bonnet	BGE Ms Suppl 384 f. 93-94
janv. 1743	de Charles Bonnet	BGE Ms Suppl 384 f. 95
22 juil. 1743	de Charles Bonnet	BGE Ms Suppl 384 f. 96-97
29 juil. 1743	de Charles Bonnet	BGE DOA Charles Bonnet
7 août 1743	de Charles Bonnet	BGE Ms Suppl 384 f. 98-99
14 août 1743	de Charles Bonnet	BGE Ms Suppl 384 f. 100-101
14 déc. 1743	de Charles Bonnet	BGE Ms Suppl 384 f. 102-103
19 juil. 1745	de Charles Bonnet	BGE DOA Charles Bonnet
20 juil. 1745	de Gabriel Cramer	BGE Ms Bonnet 43 f. 19-20
23 juil. 1745	de Charles Bonnet	BGE Ms Bonnet 43 f. 21-22 (minute non autographe), BL Add Ms 23899 f. 19-20 (original autographe)
mai 1746	de Charles Bonnet	Marburg, J.A. Stargardt, Katalog 595 : Auktion 16-17 Fev 1971, Nr 362
8 juin 1746	de Charles Bonnet	Cracovie Biblioteka Jagiellonska (original non autographe)
30 juin 1747	de Charles Bonnet	BGE Ms Suppl 384 f. 104-105
11 juil. 1747	de Gabriel Cramer	BGE Ms Bonnet 43 f. 28-29
31 juil. 1747	de Charles Bonnet	BGE Ms Bonnet 43 f. 30 (minute non autographe), BGE Ms Suppl 384 f. 106-107 (original non autographe)
9 août 1747	de Gabriel Cramer	BGE Ms Bonnet 43 f. 31-32
30 sept. 1747	de Charles Bonnet	BGE Ms Bonnet 43 f. 33-34 (minute non autographe)
6 oct. 1747	de Gabriel Cramer	BGE Ms Bonnet 43 f. 35-36
20 oct. 1747	de Charles Bonnet	BGE Ms Bonnet 43 f. 37-38 (minute non autographe), BGE Ms Suppl 140, f. 8-9 (original non autographe)
25 nov. 1747	de Gabriel Cramer	BGE Ms Bonnet 43 f. 39-40
janv. 1748	de Charles Bonnet	BGE Ms Bonnet 43 f. 41-42 (minute non autographe)
25 janv. 1748	de Gabriel Cramer	BGE Ms Bonnet 43 f. 43
19 févr. 1748	de Charles Bonnet	BM La Rochelle Ms 664 f. 135-136 (original non autographe)
1 juil. 1749	de Gabriel Cramer	BGE Ms Bonnet 43 f. 45

avr. 1750 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 657b f. 58-59 (brouillon)

Bossut, Charles (1730-1814), 3 lettres

6 juin 1751 de Charles Bossut BGE Ms suppl 384 f. 109-110

16 août 1751 de Charles Bossut BGE Ms suppl 384 f. 111-112

19 nov. 1751 de Charles Bossut BL Add Ms 23899, f. 42-43

Buffon, Georges-Louis Le Clerc comte de (1707-1788), 17 lettres

21 janv. 1731 de Buffon BGE Ms Suppl 384, f. 222-225

24 juil. 1731 de Buffon BGE Ms Suppl 384, f. 226-227

3 oct. 1731 de Buffon Lettre perdue, copie d'un extrait dans une note de bas de page de l'*Essai d'arithmétique morale* de Buffon

25 nov. 1731 de Buffon BGE Ms Suppl 384, f. 228-229

16 févr. 1736 de Buffon BGE Ms Suppl 384, f. 118-119

10 janv. 1744 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 657b f. 4 (brouillon)

4 avr. 1744 de Buffon Philadelphie, Historical Society of Pennsylvania, Gratz Collection

24 avr. 1747 de Buffon BGE Ms Suppl 359, f. 29-30

juin 1747 de Buffon BGE Ms Suppl 384 f. 114-115

juil. 1747 de Buffon BGE Ms Suppl 384 f. 116-117

30 mai 1748 de Buffon Brunswick (Maine), Bowdoin College Library

6 sept. 1748 de Buffon BL Add Ms 23899 f. 10-11

14 déc. 1748 de Buffon BGE Ms Suppl 384 f. 120-121

13 oct. 1749 de Buffon Marché des manuscrits. Vente Pierre Bergé et associés 25 juin 2015, lot 78

4 janv. 1750 de Buffon BGE Dossier ouvert d'autographes : Buffon

19 janv. 1750 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 657b f. 52 (minute)

5 août 1750 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 657b f. 71 (minute)

Édition : Weil (1961).

Calandrini, Jean-Louis (1703-1758), 7 lettres

24 mai 1727 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 2855 f. 35-36

oct. 1727 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 2855 f. 37-38

8 janv. 1728 de Jean-Louis Calandrini BGE Ms Fr 2855 f. 8-9

1741 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 2855 f. 32-33

1 nov. 1747 de Jean-Louis Calandrini Dossier ouvert d'autographes 7/66

12 déc. 1747	de Jean-Louis Calandrini	BL Add Ms 23899, f. 52-53
20 févr. 1748	de Jean-Louis Calandrini	BGE Ms Fr 657a f. 1-4

Les quatre premières lettres sont éditées dans J. B. G. Galiffe (1877).

Châtelet, Gabrielle-Émilie Le Tonnelier de Breteuil, marquise du (1706-1749), 4 lettres

30 mai 1744	de Émilie du Châtelet	Marché des manuscrits. Paris, Charavay 1847 n° 1108
août 1744	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 11-12 (début, brouillon), MHS Z 211 Env 4 (suite, minute)
8 mai 1745	de Émilie du Châtelet	BL Add Ms 23899, f. 12-14
juin 1745	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 21-22 (brouillon)

Chéseaux, Jean-Philippe Loys de (1718-1751), 2 lettres

28 févr. 1744	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 7 (minute)
4 août 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 69 (minute)

Chéseaux, Paul-Étienne Loys de (1718-1758), 1 lettre

14 janv. 1744	de Paul Loys de Chéseaux	BGE Ms Fr 657a f. 14-15
---------------	--------------------------	-------------------------

Clairaut, Alexis-Claude (1713-1765), 28 lettres

30 mars 1729	de Alexis-Claude Clairaut	BGE Ms Suppl 384 f. 123-124
8 janv. 1730	de Alexis-Claude Clairaut	BGE Ms Supp 384 f. 125-126
28 mars 1730	de Alexis-Claude Clairaut	BGE Ms Supp 384 f. 127-128
28 janv. 1731	de Alexis-Claude Clairaut	BGE Ms Supp 384 f. 129-130
28 juil. 1731	de Alexis-Claude Clairaut	BGE Ms Supp 384 f. 131-133
12 oct. 1731	de Alexis-Claude Clairaut	BGE Ms Supp 384 f. 134-135
7 mars 1732	de Alexis-Claude Clairaut	BGE Ms Supp 384 f. 136-137
10 janv. 1744	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 2r (brouillon)
10 févr. 1744	de Alexis-Claude Clairaut	BGE Dossier ouvert d'autographes 10/76
mars 1744	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 8 (brouillon)
13 avr. 1744	de Alexis-Claude Clairaut	BGE Ms. Suppl. 359, f. 5-6
mai 1744	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 9 (brouillon)
12 juil. 1744	de Alexis-Claude Clairaut	Marché des manuscrits. Paris, Charon, 1847, n° 141
août 1744	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 13 (minute)

27 avr. 1745	de Alexis-Claude Clairaut	BL Add Ms 23899, f. 21-22
19 oct. 1746	de Alexis-Claude Clairaut	Marché des manuscrits. Paris, Trémont, 1852, n° 176
6 mars 1748	de Alexis-Claude Clairaut	BGE Dossier ouvert d'autographes 10/77
11 mai 1748	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 47 (brouillon)
10 févr. 1749	de Alexis-Claude Clairaut	BGE Ms Suppl 384 f. 138-139
3 juin 1749	de Alexis-Claude Clairaut	BGE Ms Suppl 384 f. 140-141
26 juil. 1749	de Alexis-Claude Clairaut	BGE Ms Suppl 384 f. 142-143
janv. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 54 (minute)
2 févr. 1750	de Alexis-Claude Clairaut	BGE Dossier ouvert d'autographes 10/77
5 août 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 66 (minute)
14 sept. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 76-77 (minute)
13 oct. 1750	de Alexis-Claude Clairaut	BGE Dossier ouvert d'autographes 10/76
18 nov. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 84 (minute)
8 mars 1751	de Alexis-Claude Clairaut	Académie des Sciences de Paris, Archives Bertrand, carton 1

La plupart de ces lettres sont éditées dans Speziali (1955). On se reportera également aux transcriptions et aux annotations publiées par Olivier Courcelle sur le site internet clairaut.com (consulté le 30 août 2017).

Condillac, Étienne Bonnot de (1714-1780), 13 lettres

printemps 1747	de Étienne Bonnot de Condillac	BGE Ms Suppl 384 f. 161-164
6 juil. 1747	de Étienne Bonnot de Condillac	BGE Ms Suppl 384 f. 145-146
19 sept. 1747	de Étienne Bonnot de Condillac	BGE Ms Suppl 384 f. 157-158
automne 1747	de Étienne Bonnot de Condillac	BL Add Ms 23899, f. 6-7
20 juin 1748	de Étienne Bonnot de Condillac	Berlin Staatsbibliothek Collection Darmstaedter 2a 1754 f. 1-2
17 sept. 1748	de Étienne Bonnot de Condillac	BGE Ms Suppl 384 f. 147-148
24 déc. 1748	de Étienne Bonnot de Condillac	BGE Ms Suppl 384 f. 149-150
21 août 1749	de Étienne Bonnot de Condillac	BGE Ms Suppl 384 f. 151-152
24 sept. 1749	de Étienne Bonnot de Condillac	BGE Ms Suppl 384 f. 153-154
14 oct. 1749	de Étienne Bonnot de Condillac	BGE Ms Suppl 384 f. 155-156
22 nov. 1749	de Étienne Bonnot de Condillac	BGE Ms Suppl 384 f. 159-160
janv. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 53 (minute)
10 juin 1750	de Étienne Bonnot de Condillac	BnF Ms NAF 27261 f. 1-2

Ces lettres (à l'exception de celle conservée à Berlin et des deux dernières) sont éditées et commentées dans Le Roy (1953).

D'Alembert, Jean Le Rond (1717-1783), 25 lettres

16 juin 1748	de Jean Le Rond d'Alembert	BL Add Ms 23899, f. 4-5
juil. 1748	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 95 (brouillon)
29 août 1748	de Jean Le Rond d'Alembert	BGE Ms Suppl 384 f. 177-178
5 déc. 1748	de Jean Le Rond d'Alembert	Berlin Staatsbibliothek, H1740 (1) acc Darmstaedter 192b.10
25 déc. 1748	de Jean Le Rond d'Alembert	BGE Ms Suppl 384 f. 179-180
4 mars 1749	de Jean Le Rond d'Alembert	BGE Ms Suppl 384 f. 181-182
12 mai 1749	de Jean Le Rond d'Alembert	BGE Ms Suppl 384 f. 183-184
6 juil. 1749	de Jean Le Rond d'Alembert	BGE Ms Suppl 384 f. 185-186
21 sept. 1749	de Jean Le Rond d'Alembert	BGE Ms Suppl 384 f. 187-190
9 janv. 1750	de Jean Le Rond d'Alembert	Bibliothèque Jean-Louis Mosès, Sciences et Médecine, vendue aux enchères à Paris, Christie's, vendredi 25 juin 2004, n° 8
20 janv. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Dossier ouvert d'autographes 1/39 (minute)
12 févr. 1750	de Jean Le Rond d'Alembert	New York Columbia, Rare Books Coll., D.E. Smith, box A
5 août 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 70 (minute)
sept. 1750	de Jean Le Rond d'Alembert	MHS Z211 f. 12-[13]
sept. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 96-97 (brouillon)
2 oct. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 79-81 (minute)
18 oct. 1750	de Jean Le Rond d'Alembert	BGE Ms Suppl 359 f. 39-42
20 nov. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 85 (minute)
5 janv. 1751	de Jean Le Rond d'Alembert	BGE Ms Suppl 384 f. 191-193
15 févr. 1751	de Jean Le Rond d'Alembert	BGE Ms Suppl 384 f. 194-195
22 mars 1751	de Jean Le Rond d'Alembert	BGE Ms Suppl 384 f. 196-197
15 juin 1751	de Jean Le Rond d'Alembert	BGE Ms Suppl 384 f. 198-199
6 juil. 1751	de Jean Le Rond d'Alembert	BGE Ms Suppl 384 f. 200-201
10 sept. 1751	de Jean Le Rond d'Alembert	BGE Ms Suppl 384 f. 202-203
23 déc. 1751	de Jean Le Rond d'Alembert	BGE Dossier ouvert d'autographes 1/39

Éditions : voir Henry (1885), Pappas (1996), qui sont deux éditions partielles, mais surtout Passeron (2015) qui est complète. Une précision par rapport à cette dernière édition : la (re)decouverte du feuillet 96 de la cote BGE Ms Fr 657b, qui s'est avéré être la première partie de la lettre numérotée 50.11a, a conduit à proposer une nouvelle datation aux environs du 20 septembre pour cette dernière. On pourra également lire les transcriptions et visualiser les copies numérisées de ces lettres sur le site internet de la correspondance de D'Alembert à l'adresse http://dalembert.academie-sciences.fr/Correspondance/oeuvres.php?Exp_lettre=Cramer (consultée le 27 août 2017).

Daubenton, Louis-Jean-Marie (1716-1800), 3 lettres

3 oct. 1749	de Daubenton	Marché des manuscrits. Catalogue des ventes Puttick et Simpson, 18-19 décembre 1846, Coll. Of autograph letters of Prof. Maunoir of Geneve, n° 115
15 nov. 1749	de Daubenton	BL Add Ms 23899 f. 56
30 nov. 1749	de Daubenton	Paris Bibliothèque de l'Hôtel de ville de Paris Ms 3046 f. 351

De la Rive, Amédée (1692-1763), 2 lettres

29 déc. 1747	de Amédée De la Rive	BGE Ms Fr 657a f. 5-6
28 févr. 1748	de Amédée De la Rive	BGE Ms Fr 657a f. 7-8

Deluc, Jacques-François (1698-1780), 1 lettre

mai 1746	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 26 (minute)
----------	-------------------	-------------------------------

De Ratte, Étienne-Hyacinthe (1722-1805), 1 lettre

8 mars 1743	de Gabriel Cramer	Archives départementales de l'Hérault D 207
-------------	-------------------	---

Dezallier d'Argenville, Antoine-Joseph (1680-1765), 1 lettre

15 déc. 1749	de Dezallier d'Argenville	BL Add Ms 23899 f. 58-59
--------------	---------------------------	--------------------------

Dupré de Saint-Maur, Marie-Marthe Alléon, madame (?-1788), 1 lettre

29 déc. 1748	de madame Dupré de Saint-Maur	BL Add Ms 23899 f. 65
--------------	-------------------------------	-----------------------

Du Romain, Constance-Simone-Flore-Gabrielle Rouault de Gamaches, comtesse (1725-1781), 4 lettres

18 juil. 1748	de la comtesse du Romain	BGE Dossier ouvert d'autographes 39/3
août 1748	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 50-51 (minute)
17 août 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 72 (minute)
5 déc. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Suppl 140 f. 27 (minute)

Euler, Leonhard (1707-1783), 19 lettres

21 mai 1743	de Leonhard Euler	BGE Ms. Suppl. 384 f. 205
18 juin 1743	de Gabriel Cramer	AAN f. 136 op. 2 n° 13 f. 2-3v
3 août 1743	de Leonhard Euler	BGE Ms Suppl 384 f. 206
30 sept. 1744	de Gabriel Cramer	AAN, f. 136 op. 2 n° 13 f 4-5v (original), BGE Ms Fr 657b f. 14 (minute)
20 oct. 1744	de Leonhard Euler	Smithsonian Institution Libraries MSS 490A
11 nov. 1744	de Gabriel Cramer	AAN, f. 136 op. 2, n° 13, f. 6-7v (original), BGE Ms Fr 657b f. 18-19 (brouillon)
15 déc. 1744	de Leonhard Euler	BGE Dossier ouvert d'autographes 16/69
26 avr. 1745	de Gabriel Cramer	AAN, f. 136 op. 2 n° 13, f 8-9v (original), BGE Ms Fr 657b f. 20 (minute)
6 juil. 1745	de Leonhard Euler	BGE Ms Suppl 362 f. 1-2
16 juin 1746	de Gabriel Cramer	AAN f. 136 op. 2 n° 13, f. 10-10v (original), BGE Ms Fr 657b f. 27 (minute)
13 août 1746	de Leonhard Euler	BL Add Ms 23899 f. 17-18
30 août 1746	de Gabriel Cramer	AAN f. 136 op. 2 n° 13 f. 11-13 (original), BGE Ms Fr 657b f. 30-31 et f. 94 (minute)
24 sept. 1746	de Leonhard Euler	UBB Collection Geigy-Hagenbach n° 769
26 déc. 1746	de Gabriel Cramer	AAN f. 136 op. 2 n° 13 f. 14-16v (original), BGE Ms Fr 657b f 38-39 (minute)
17 mars 1747	de Leonhard Euler	BGE Ms Suppl 384 f. 207-208
25 sept. 1750	de Gabriel Cramer	AAN f. 136 op. 2 n° 13 f. 17 (original), BGE Ms Fr 657b f. 78 (minute)
15 oct. 1750	de Leonhard Euler	BGE Dossier ouvert d'autographes 16/70
27 nov. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 87-88 (minute)
2 nov. 1751	de Leonhard Euler	BGE Ms Suppl 384 f. 209-210

Édition : Bodenmann et Kleinert (2017).

Ferrand, Élisabeth (1700-1752), 2 lettres

mai 1748	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 43 (brouillon)
1 sept. 1748	de Élisabeth Ferrand	BGE Ms Suppl 384 f. 212-213

Fontenelle, Bernard le Bouyer de (1657-1757), 6 lettres

10 janv. 1744	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 3 (minute) et f. 5 (brouillon)
14 mars 1744	de Bernard de Fontenelle	BGE Ms Suppl 358 f. 13-14
juin 1748	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 48 (brouillon)

28 juin 1748	de Bernard de Fontenelle	Genève, collection privée Jean-Daniel Candaux
août 1748	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 49 (brouillon)
1 oct. 1750	de Bernard de Fontenelle	BL Add Ms 23899 f. 29

Formey, Jean Henri Samuel (1711-1797), 17 lettres

25 mars 1742	de Gabriel Cramer	Berlin Staatsbibliothek Collection Darmstaedter H 1750 (2)
9 avr. 1742	de Gabriel Cramer	Cracovie Biblioteka Jagiellonska Collection Varnhagen von Ense 49
29 août 1742	de Gabriel Cramer	Cracovie Biblioteka Jagiellonska Collection Varnhagen von Ense 49
9 avr. 1743	de Gabriel Cramer	Cracovie Biblioteka Jagiellonska Collection Varnhagen von Ense 49
16 juin 1746	de Gabriel Cramer	Cracovie Biblioteka Jagiellonska Collection Varnhagen von Ense 49 (original), BGE Ms Fr 657b f. 27r (brouillon)
16 juil. 1746	de Samuel Formey	BGE Ms Suppl 359 f. 7
30 août 1746	de Gabriel Cramer	Cracovie Biblioteka Jagiellonska Collection Varnhagen von Ense 49 (original), BGE Ms Fr 657b f. 32 (brouillon)
18 oct. 1746	de Gabriel Cramer	Berlin Staatsbibliothek Collection Darmstaedter H 1750 (2)
9 déc. 1746	de Samuel Formey	BL Add Ms 23899 f. 96-97
30 déc. 1746	de Gabriel Cramer	Cracovie Biblioteka Jagiellonska Collection Varnhagen von Ense 49 (original), BGE Ms Fr 657b f. 36 (brouillon)
25 juin 1747	de Gabriel Cramer	Cracovie Biblioteka Jagiellonska Collection Varnhagen von Ense 49
18 août 1749	de Gabriel Cramer	Cracovie Biblioteka Jagiellonska Collection Varnhagen von Ense 49
25 sept. 1750	de Gabriel Cramer	Cracovie Biblioteka Jagiellonska Collection Varnhagen von Ense 49
10 oct. 1750	de Samuel Formey	BL Add Ms 23899 f. 60-61
17 nov. 1750	de Gabriel Cramer	Cracovie Biblioteka Jagiellonska Collection Varnhagen von Ense 49
7 déc. 1750	de Gabriel Cramer	Cracovie Biblioteka Jagiellonska Collection Varnhagen von Ense 49
7 sept. 1751	de Gabriel Cramer	Cracovie Biblioteka Jagiellonska Collection Varnhagen von Ense 49

Toutes ces lettres sont éditées dans Bandelier et Eigeldinger (2010).

Geoffrin, Marie-Thérèse (1699-1777), 4 lettres

26 avr. 1748	de Marie-Thérèse Geoffrin	Marché des manuscrits. Paris, Roux-Devillas « À la licorne », 1949, nouvelle série 24, n° 7303
18 août 1748	de Marie-Thérèse Geoffrin	BGE Dossier ouvert d'autographes 20/12
10 mars 1750	de Marie-Thérèse Geoffrin	BnF Ms NAF 27263
26 juin 1750	de Marie-Thérèse Geoffrin	BnF Ms NAF 24340 f. 43-45

Gravesande, Willem Jacob 's (1688-1742), 4 lettres

7 févr. 1729	de Gabriel Cramer	
22 août 1729	de Gabriel Cramer	
déc. 1732	de Willem Jacob's Gravesande	BL Add Ms 23899 f. 33
14 oct. 1733	de Gabriel Cramer	Leyde Universitaire Bibliotheken Ms Mar- chand 44 :1 f. 1-3

Les deux premières lettres semblent perdues; elles sont partiellement retranscrites dans Gravesande (1774, Vol. I p. xvii-xix).

Helvetius, Claude-Adrien (1685-1755), 1 lettre

22 avr. 1747	de Claude-Adrien Helvetius	BL Add Ms 23899 f. 15
--------------	----------------------------	-----------------------

Jacquier, François (1711-1788), 1 lettre

s.d.	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 92v (minute)
------	-------------------	--------------------------------

Jallabert, Jean (1712-1768), 36 lettres

9 sept. 1737	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 20-21
1 oct. 1737	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 22-23
8 oct. 1737	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 24
22 oct. 1737	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 25-26
1 nov. 1737	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 27-28
13 déc. 1737	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 29-30
27 déc. 1737	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 31-32
14 févr. 1738	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 33
21 févr. 1738	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 34-35
14 mars 1738	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 36-37

août 1738	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 38-39
oct. 1738	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 44-45
24 déc. 1738	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 40-41
26 janv. 1739	de Jean Jallabert	BGE Ms 242 SHAG f. 75-76
13 avr. 1739	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 42-43
3 oct. 1740	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 47
16 oct. 1740	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 86-88
23 oct. 1740	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 48-49
nov. 1740	de Jean Jallabert	BGE Ms 242 SHAG f. 46
6 nov. 1740	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 50-51
janv. 1743	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 52-53
12 avr. 1747	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 60
avr. 1747	de Jean Jallabert	BGE Ms 242 SHAG f. 73-74
15 juin 1747	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 63-64
2 août 1747	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 54-55
21 août 1747	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 65-67
14 sept. 1747	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 56-57
29 sept. 1747	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 61-62
15 nov. 1747	de Jean Jallabert	BGE Ms Suppl 140 f. 53
17 nov. 1747	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 68-70
janv. 1748	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 58-59
30 janv. 1748	de Jean Jallabert	BGE Ms Fr 657a f. 9-11
8 févr. 1748	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 71-72
21 mars 1748	de Gabriel Cramer	BGE Ms 242 SHAG f. 78-79
31 mars 1748	de Jean Jallabert	BGE Ms Suppl 140 f. 58
15 avr. 1748	de Jean Jallabert	Berlin Staatsbibliothek, Collection Darm- staedter Fle 1748

Jurin, James (1684-1750), 1 lettre

18 janv. 1729 de Gabriel Cramer Londres Royal Society Early Letters C2.80

Klüpfel, Emanuel Christoph (1712-1799), 3 lettres

30 avr. 1748 de Emanuel Christophe Klüpfel BGE Ms Fr 657a f. 12-13
 août 1750 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 657b f. 65 (brouillon)
 17 nov. 1750 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 657b f. 83 (brouillon)

König, Samuel (1712-1757), 9 lettres

14 oct. 1740 de Samuel König BGE Ms Suppl 384 f. 215-217

1 janv. 1744	de Samuel König	BL Add Ms 23899 f. 63-64
15 avr. 1744	de Samuel König	Berne Burgerbibliothek, Mss Hist Helv XIV 151
23 mai 1744	de Samuel König	Berlin Staatsbibliothek Collection Darmstaedter F 1a 1751
20 mai 1745	de Samuel König	BGE Ms Suppl 366 f. 1
22 mai 1746	de Samuel König	Marché des manuscrits. Paris, Hôtel Drouot, 11 déc. 1891 (Étienne Charavay expert) n° 71
15 août 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Suppl 140 f. 24-25 (minute)
24 nov. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Suppl 140 f. 26 (minute)
déc. 1750	de Samuel König	Marché des manuscrits. Paris, Hôtel Drouot, 18 nov. 1882 (Étienne Charavay expert) n° 137

La Condamine, Charles-Marie de (1701-1774), 2 lettres

20 juin 1751	de La Condamine	BGE Ms Suppl 384 f. 219
1 janv. 1752	de La Condamine	BL Add Ms 23899 f. 39

La Ferté-Imbault, Marie-Thérèse Geoffrin, marquise de (1715-1791), 2 lettres

janv. 1750	de Gabriel Cramer	ANF 508AP/37, pièce 127
29 janv. 1750	de Marie-Thérèse de La Ferté-Imbault	ANF 508AP/37, pièce 126 (minute)

Le Sage, Georges-Louis I (1676-1759), 6 lettres

16 oct. 1731	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 2063 f. 80 (extrait)
3 déc. 1731	de Georges-Louis I Lesage	BGE Ms Fr 2063 f. 80 (extrait)
10 avr. 1732	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 2063 f. 80-81 (extrait)
30 mai 1732	de Georges-Louis I Lesage	BGE Ms Fr 2063 f. 81 (extrait)
8 déc. 1732	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 2063 f. 81 (extrait)
mai 1733	de Georges-Louis I Lesage	BGE Ms Fr 2063 f. 81 (extrait)

Le Sage, Georges-Louis II (1724-1803), 11 lettres

19 juin 1746	de Georges-Louis II Lesage	BGE Ms Fr 2065 f. 89-90 (brouillon)
27 juin 1746	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 2063 f. 82-83 (original), BGE Ms Fr 657b f. 28 (brouillon)
3 juil. 1746	de Georges-Louis II Lesage	BGE Ms Fr 2065 f. 91-93 (minute et brouillon)
3 oct. 1746	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 2063 f. 84-86 (original), BGE Ms Fr 657b f. 33-34 (brouillon)
20 oct. 1746	de Georges-Louis II Lesage	BGE Ms Fr 2065 f. 94 (brouillon)
31 déc. 1746	de Georges-Louis II Lesage	BGE Ms Fr 2065 f. 94b-95 (brouillon)

25 janv. 1747	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 2063 f. 87-88
26 févr. 1747	de Georges-Louis II Lesage	BL Add Ms 23899 f. 48-49
15 août 1749	de Georges-Louis II Lesage	BGE Ms Fr 2065 f. 97 (brouillon)
24 oct. 1749	de Georges-Louis II Lesage	BGE Ms Suppl 384 f. 231-232
26 déc. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 2063 f. 89

Levesque de Champeaux, Gérard (1694-1778), 7 lettres

août 1745	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 24 (minute)
1 avr. 1748	de Levesque de Champeaux	MHS Z211
mars 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 56-57 (minute)
avr. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 60 (minute)
ca. 30 avr. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 61 (minute)
ca. 30 mai 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 62 (minute)
7 sept. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 75 (minute)

Lullin, Amédée (1695-1756), 2 lettres

nov. 1745	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 25 (brouillon)
29 mai 1751	de Gabriel Cramer	BGE Ms Lullin 39 f. 167-171

Mably, Gabriel Bonnot de (1709-1785), 4 lettres

8 mars 1748	de Gabriel Bonnot de Mably	Marché des manuscrits. Zurich, l'Art ancien / Bâle, Haus des Bücher, 7 mai 1949, Auktion XIV, Nr. 217
25 août 1749	de Gabriel Bonnot de Mably	BGE Ms Suppl 384 f. 234-235
24 nov. 1750	de Gabriel Bonnot de Mably	BL Add Ms 23899 f. 27
11 avr. 1751	de Gabriel Bonnot de Mably	BGE Ms Suppl 384 f. 236-237

Mairan, Jean-Jacques Dortous de (1678-1771), 54 lettres

4 mai 1730	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 239-240
1 sept. 1730	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 241-243
23 févr. 1731	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 244-247
12 nov. 1731	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 248-249
16 nov. 1732	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 250-253
29 janv. 1733	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 254-255
15 juin 1733	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384, f. 256-258 (original), BGE Ms Fr 2065 f. 103 (copie partielle pour Georges-Louis II Lesage)

14 déc. 1733	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 259-261
4 avr. 1735	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 262-263
3 août 1736	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 264-265
31 août 1738	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 266-268 (original), BGE Ms Fr 2065 f. 104 (copie partielle pour Georges-Louis II Lesage)
6 juin 1739	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 269-270
22 août 1739	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 271-274
14 sept. 1739	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 2063 f. 90-91 (copie partielle pour Georges-Louis II Lesage)
22 juin 1740	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 275-276
juil. 1740	de Gabriel Cramer	Éditée dans le Journal des Savants pour mars 1741
12 sept. 1740	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 277-281
oct. 1740	de Gabriel Cramer	Éditée dans le Journal des Savants pour mars 1741
19 déc. 1740	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 2063 f. 91-92 (copie partielle pour Georges-Louis II Lesage)
24 déc. 1740	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 282-284
22 janv. 1741	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 285-288
4 avr. 1741	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 289-290
18 nov. 1741	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 291-292
15 mai 1742	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 293-294
13 juil. 1742	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 295-296
22 mai 1743	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 297-298
19 juin 1743	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 299-300
10 janv. 1744	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 5r (brouillon)
6 mai 1744	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 10 (brouillon)
15 févr. 1747	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 303-304
18 juin 1747	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 301-302
02 janv. 1748	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 359 f. 12
11 janv. 1748	de Dortous de Mairan	MHS Z211 Env. 13
1748-02-00	de Dortous de Mairan	MHS Z211 Env. 13
15 févr. 1748	de Dortous de Mairan	MHS Z211 Env. 13
1748-03-00	de Dortous de Mairan	MHS Z211 Env. 13
21 oct. 1748	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 305-306
4 janv. 1749	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 307-308
18 janv. 1749	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 309-310
18 mai 1749	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 311-312
24 mai 1749	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 313-314

fév. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 55 (brouillon)
3 févr. 1750	de Dortous de Mairan	Marché des manuscrits. Paris, hôtel Drouot, 18 juin 1883 (Etienne Charavay expert) n° 117; Paris, C. & F. Roux-Devillas, « À la licorne », Nouvelle série 30, n° 500
11 févr. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 2063 f. 91 (copie partielle pour Georges-Louis II Lesage)
10 juil. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 63 (brouillon)
22 juil. 1750	de Dortous de Mairan	BL Add Ms 23899 f. 40-41
5 août 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 68 (minute)
7 sept. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 74 (brouillon)
24 nov. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 86 (brouillon)
12 déc. 1750	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 89 (brouillon)
2 janv. 1751	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 315-318
12 févr. 1751	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 319-320 et 320 bis
9 sept. 1751	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 321-322
18 déc. 1751	de Dortous de Mairan	BGE Ms Suppl 384 f. 323-324

Deux lettres de Cramer à Mairan ont été éditées dans le *Journal des Savants* pour mars 1741 (Mairan [1741a](#)). La correspondance de Mairan et Cramer est analysée et discutée dans McNiven Hine ([1996](#), p. 67-123).

Maupertuis, Pierre Louis Moreau de (1698-1759), 9 lettres

28 nov. 1732	de Maupertuis	BGE Ms Suppl 384 f. 326-327
9 nov. 1737	de Maupertuis	BGE Ms Suppl 384 f. 328-329
10 janv. 1744	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 1 (minute) et f. 5v (brouillon)
10 août 1744	de Maupertuis	BGE Ms Suppl 359 f. 3-4
oct. 1744	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 17 (brouillon)
30 déc. 1746	de Gabriel Cramer	Archives du château d'Estouilly (original), BGE Ms Fr 657b f. 37v (brouillon)
17 janv. 1747	de Maupertuis	BGE Ms Suppl 384 f. 330-331
2 août 1750	de Gabriel Cramer	Archives du château d'Estouilly
13 oct. 1750	de Maupertuis	BL Add Ms 23899 f. 30

Les deux lettres de Gabriel Cramer datées du 30 décembre 1746 et du 2 août 1750 sont éditées dans Le Sueur ([1896](#)).

Micheli du Crest, Jacques-Barthélémy (1690-1766), 6 lettres

26 sept. 1739	de Micheli du Crest	BGE Ms Varia 13/8
5 oct. 1739	de Gabriel Cramer	AEG Archives privées 111.362
3 oct. 1740	de Gabriel Cramer	AEG Archives privées 111.363
12 nov. 1740	de Micheli du Crest	AEG Archives privées 111.364
24 déc. 1740	de Gabriel Cramer	AEG Archives privées 111.365
25 août 1741	de Gabriel Cramer	AEG Archives privées 111.366

Middleton, Conyers (1683-1750), 1 lettre

s.d. de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 657b f. 91 (brouillon)

Moivre, Abraham de (1667-1754), 1 lettre

30 avr. 1731 de Abraham de Moivre BL Add Ms 23899 f. 36-37

Montesquieu, Charles-Louis de Secondat, baron de (1689-1755), 1 lettre

24 mars 1748 de Montesquieu BGE Ms Suppl 358 f. 15-16

Murdoch, Patrick (?-1774), 1 lettre

1 sept. 1750 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 657b f. 73 (minute)

Musschenbroek, Jan van (1687-1748), 1 lettre

19 août 1746 de Jan van Musschenbroek BL Add Ms 23899 f. 44-45

Nollet, Jean-Antoine (1700-1770), 1 lettre

2 févr. 1748 de Jean-Antoine Nollet BGE Ms Suppl 359 f. 14-15

Ons-en-Bray, Louis-Léon Pajot comte d' (1678-1754), 2 lettres

10 janv. 1744	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 5v (brouillon) et f. 6r (minute)
nov. 1746	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 35 (minute)

Rameau, Jean-Philippe (1683-1764), 1 lettre

18 févr. 1750 de Jean-Philippe Rameau BL Add Ms 23899 f. 31

Réaumur, René Antoine Ferchault de (1683-1757), 8 lettres

août 1730	de Gabriel Cramer	Marché des manuscrits. Londres, Puttick & Simpson, 18-19 déc. 1846 : Collection of autograph letters and manuscripts of Professor Manoir of Geneva, n° 110
31 déc. 1730	de Réaumur	BGE Ms Suppl 384 f. 333-334
22 mai 1739	de Réaumur	BGE Ms Suppl 359 f. 1-2
18 juin 1748	de Réaumur	BGE Ms Suppl 384 f. 335-336
10 juil. 1749	de Réaumur	BGE Ms Suppl 384 f. 337-338
27 juil. 1749	de Réaumur	BGE Ms Suppl 384 f. 339-340
10 nov. 1750	de Réaumur	BL Add Ms 23899 f. 25-26
sept. 1751	de Réaumur	BGE Ms Suppl 384 f. 341-342

Les lettres conservées à Genève ont fait l'objet d'une édition par Speziali (1958).

Sarasin, Jean (1703-1778), 1 lettre

22 janv. 1748 de Jean Sarasin BGE Ms Fr 657a f. 16-17

Saxe-Gotha-Altenbourg, Frédéric III, duc de (1699-1772), 3 lettres

14 mars 1747	de Gabriel Cramer	Gotha Thuringisches Staatsarchiv, Geheimes archiv, E IV 0 Nr. 42
nov. 1747	de Gabriel Cramer	MHS Z211 Env. 33
10 mai 1748	de Gabriel Cramer	Gotha Thuringisches Staatsarchiv, Geheimes archiv, E XIII a Nr. 7

Saxe-Gotha-Altenbourg, Frédéric, prince héréditaire de (1699-1772), 5 lettres

4 mai 1748	de Gabriel Cramer	MHS Genève Z211 Env. 33
10 août 1750	de Gabriel Cramer	Gotha Thuringisches Staatsarchiv, Geheimes archiv, E XIII a Nr. 10 (original), BGE Ms Fr 657b f. 64 (minute)
17 nov. 1750	de Gabriel Cramer	Gotha Thuringisches Staatsarchiv, Geheimes archiv, E XIII a Nr. 10 (original), BGE Ms Fr 657b f. 82 (brouillon)

30 déc. 1750	du prince Frédéric	BL Add Ms 23899 f. 32
8 mars 1751	de Gabriel Cramer	Gotha Thuringisches Staatsarchiv, Geheimes archiv, E XIII a Nr. 10

Schmerfeld, Johann Daniel von (1701-1782), 1 lettre

17 sept. 1737	de Schmerfeld	BGE Ms Suppl 384 f. 347-348
---------------	---------------	-----------------------------

Serre, Jean-Adam (1704-1788), 1 lettre

2 févr. 1731	de Adam Serre	BGE Ms Fr 2065 f. 98-101 (copie partielle pour Georges-Louis II Lesage)
--------------	---------------	---

Stirling, James (1692-1770), 11 lettres

22 déc. 1728	de Gabriel Cramer	Archives de la famille Stirling, Garden (Écosse)
6 janv. 1729	de Gabriel Cramer	Archives de la famille Stirling, Garden (Écosse)
12 mars 1729	de Gabriel Cramer	Archives de la famille Stirling, Garden (Écosse)
30 mai 1729	de Gabriel Cramer	Archives de la famille Stirling, Garden (Écosse)
20 juin 1729	de Gabriel Cramer	Archives de la famille Stirling, Garden (Écosse)
26 déc. 1729	de Gabriel Cramer	Archives de la famille Stirling, Garden (Écosse)
sept. 1730	de James Stirling	Archives de la famille Stirling, Garden (Écosse) (minute)
22 déc. 1730	de Gabriel Cramer	Archives de la famille Stirling, Garden (Écosse)
18 juin 1731	de Gabriel Cramer	Archives de la famille Stirling, Garden (Écosse)
22 févr. 1732	de Gabriel Cramer	Archives de la famille Stirling, Garden (Écosse)
10 avr. 1733	de Gabriel Cramer	Archives de la famille Stirling, Garden (Écosse)

Ces onze lettres sont éditées dans Tweedie (1922).

Tencin, Claudine Alexandrine Guérin de (1682-1749), 1 lettre

4 sept. 1748	de Claudine Guérin de Tencin	BL Add Ms 23899 f. 46-47
--------------	------------------------------	--------------------------

Thun, baron Ulrich de (1707-1788), 1 lettre

4 mai 1748	de Gabriel Cramer	BGE Ms Fr 657b f. 46 (brouillon)
------------	-------------------	----------------------------------

Trembley, Abraham (1710-1784), 2 lettres

29 juin 1744	de Abraham Trembley	BL Add Ms 23899 f. 50
--------------	---------------------	-----------------------

juil. 1745 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 657b f. 23

Trembley, Jean (1704-1785), 1 lettre

12 mai 1737 de Jean Trembley BGE Ms Suppl 384 f. 350

Tronchin, Théodore (1709-1781), 2 lettres

s.d. de Théodore Tronchin BGE Ms Suppl 384 f. 352

nov. 1747 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 657b f. 40 (brouillon)

Tronchin, Jean-Robert (1710-1793), 1 lettre

26 oct. 1742 de Jean-Robert Tronchin BGE Ms Fr 657a f. 18-19

Trudaine, Daniel-Charles (1703-1769), 5 lettres

10 janv. 1744 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 657b f. 2v (brouillon)

8 mai 1748 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 657b f. 42r (minute)

19 mai 1748 de Daniel-Charles Trudaine BL Add Ms 23899 f. 62

5 août 1750 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 657b f. 67 (minute)

11 déc. 1750 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 657b f. 89r (brouillon)

Urfé, Jeanne de la Rochefoucauld, marquise d' (1705-1775), 1 lettre

mai 1748 de Gabriel Cramer BGE Ms Fr 657b f. 44 (minute)

Vernet, Jacob (1698-1789), 2 lettres

15 déc. 1728 de Jacob Vernet BL Add Ms 23899 f. 34-35

5 avr. 1748 de Jacob Vernet AEG Ms Hist 242-6

Wolff, Christian (1679-1754), 2 lettres

28 nov. 1728 de Christian Wolff BGE Ms Suppl 384 f. 355-356

5 mars 1730 de Christian Wolff Londres Wellcome Library Ms 8436

Zanotti, Francesco Maria (1692-1777), 1 lettre

12 mai 1744 de Francesco Maria Zanotti BGE Dossier ouvert d'autographes 50/38

Chronologie de la correspondance

Dynamiques temporelles

La figure ci-dessous représente l'évolution du nombre de lettres de la correspondance aujourd'hui conservée de Gabriel Cramer au fil du temps (trois lettres non datées ne sont pas représentées).

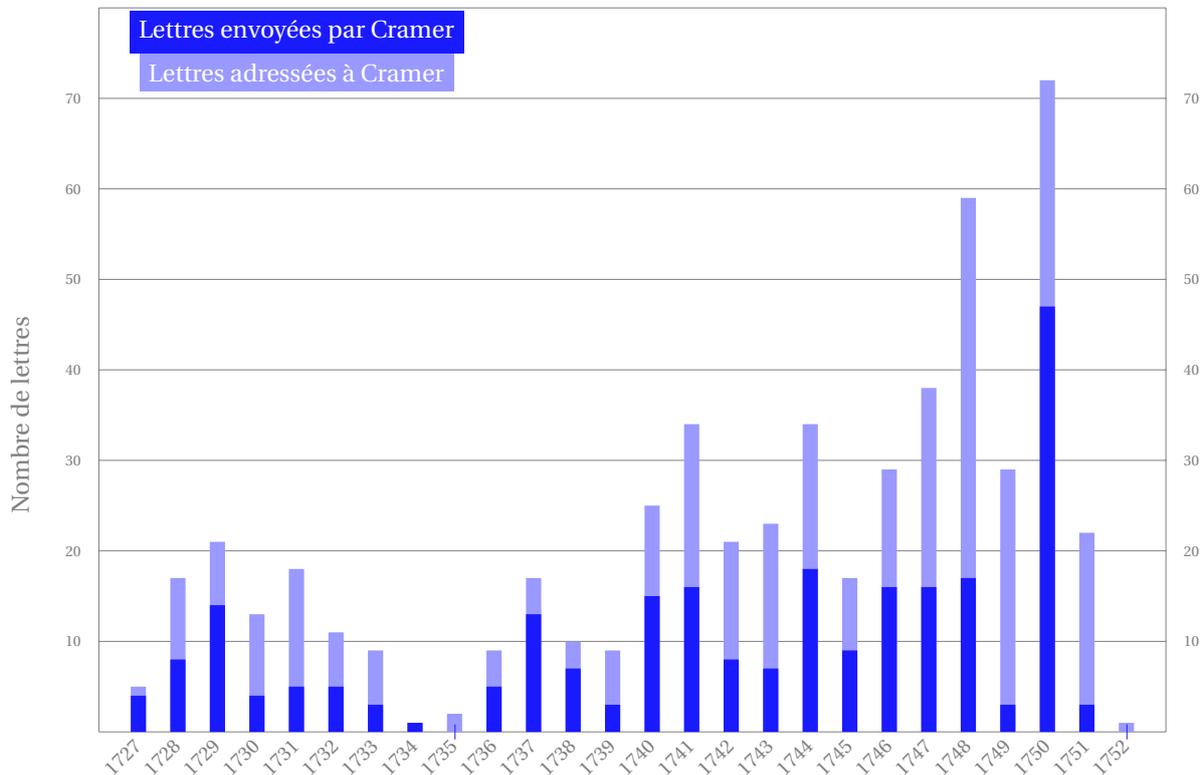


FIGURE A.1 – Évolution du nombre de lettres de la correspondance connue de Gabriel Cramer (1727-1752).

Tout en gardant à l'esprit que nous ne connaissons aujourd'hui qu'une partie de cette correspondance, il y a dans ce diagramme des évolutions, voire des ruptures, suffisamment significatives pour être prises en compte et analysées. On voit que le premier réseau se constitue dès les années 1727-1729, alors que Cramer réalise son Grand Tour de formation. Ses correspondants sont alors essentiellement des savants rencontrés lors de ce Grand Tour, comme Jean I et Nicolas Bernoulli à Bâle, Stirling à Londres, Clairaut et Dortous de Mairan à Paris, 's Gravesande à Leyde. L'un des sujets majeurs de sa correspondance est la querelle des forces vives, pour laquelle il promeut le point de vue de son maître Jean I Bernoulli, mais elle contient aussi de nombreuses lettres mathématiques avec Stirling, Nicolas Bernoulli, Clairaut ou encore Buffon. Ce premier réseau de correspondants perdure jusqu'aux années 1732-1733, avant de péricliter en 1734-1735 : à cette époque, après que Calandrini a été nommé professeur de philosophie, le Genevois assure seul les cours de mathématiques et une partie des cours de philosophie d'Ézéchiél Gallatin, alors malade. De plus, il contribue à la vie politique de la cité en entrant au Conseil des Deux-Cents en janvier 1734 puis,

quelques années plus tard, participe aux travaux relatifs au Règlement de la Médiation qui fait suite aux graves troubles survenus à Genève lors de l'automne 1737. Ces événements de la vie de Cramer expliquent la quasi-absence de traces d'activité épistolaire dans la période 1734-1737.

Avec la perte des ambitions politiques locales suite aux troubles de 1737, Cramer retrouve des ambitions scientifiques et académiques qui débordent de la République de Genève pour embrasser la République des lettres : il réactive ses réseaux de correspondants, notamment à Bâle et à Paris, à l'occasion du Grand Tour de son ancien élève Jean Jallabert en 1737-1739. On voit apparaître de nouveaux centres d'intérêt dans ses activités savantes où l'expérimentation prend une place certaine : hydrodynamique avec Daniel Bernoulli, thermométrie avec Micheli du Crest. Les années 1740-1743 voient ces réseaux s'ouvrir à de nouveaux correspondants, comme son ancien étudiant Charles Bonnet à Genève, Formey et Leonhard Euler à Berlin, Jean II Bernoulli à Bâle, notamment à l'occasion de ses travaux d'éditeur des *Œuvres* des frères Bernoulli, dont la parution en 1743-1744 lui donne prétexte de renouer avec une bonne partie de ses correspondants à Paris, comme Clairaut, Buffon et Dortous de Mairan (même s'il n'a jamais cessé de correspondre avec ce dernier, échangeant notamment sur le mode de propagation du son). C'est pour lui également le moment de revenir sur la question des forces vives dans ses échanges avec Mairan, König et surtout Émilie du Châtelet. Dès lors son activité épistolaire augmente continûment et témoigne, avec son élection aux académies et sociétés royales de Montpellier, Bologne et Berlin, de son excellente intégration aux réseaux de la République des lettres.

Le second séjour du Genevois à Paris en 1747-1748, revitalise une nouvelle fois sa correspondance : il y fait la rencontre de D'Alembert et de Condillac, qui y occupent une place très importante dès son retour à Genève en mai 1748. La question de sa candidature à l'élection comme associé étranger à l'académie des sciences de Paris, puis la publication de son *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques* au début du mois d'août 1750, à peine quelques semaines avant son discours inaugural prononcé à l'occasion de son élection à la chaire de philosophie de l'académie de Genève, provoque de riches échanges avec ses correspondants parisiens. D'Alembert, Nicolas Bernoulli et Leonhard Euler lui écrivent pour discuter des contenus de son traité des courbes dans des lettres où les mathématiques deviennent centrales. Mais la maladie, qui semble beaucoup le diminuer dès le printemps 1751, ne lui permet pas d'entretenir cette correspondance, qui décline jusqu'à son décès au début de l'année 1752 : dans la dernière lettre de sa main aujourd'hui connue, envoyée à Formey en septembre 1751 pour lui recommander un jeune juriste originaire de Soissons cherchant à s'installer à Berlin, il fait part de « *l'état languissant de [sa] santé & les defenses severes qu'on [lui] a faites de tout ce qui exige la moindre application* ».

Je donne ci-dessous le détail, année après année, de la chronologie de la correspondance conservée de Cramer.

1727, 5 lettres

24 mai 1727	de Gabriel Cramer	à Jean-Louis Calandrini
9 juin 1727	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
21 août 1727	de Firmin Abauzit	à Gabriel Cramer
oct. 1727	de Gabriel Cramer	à Jean-Louis Calandrini
11 déc. 1727	de Gabriel Cramer	à Jean I Bernoulli

1728, 17 lettres

8 janv. 1728	de Jean-Louis Calandrini	à Gabriel Cramer
15 janv. 1728	de Jean I Bernoulli	à Gabriel Cramer
4 févr. 1728	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
10 mars 1728	de Gabriel Cramer	à Jean I Bernoulli
15 avr. 1728	de Gabriel Cramer	à Jean I Bernoulli
13 mai 1728	de Jean I Bernoulli	à Gabriel Cramer
21 mai 1728	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
22 juin 1728	de Gabriel Cramer	à Jean I Bernoulli
3 juil. 1728	de Nicolas I Bernoulli	à Gabriel Cramer
22 juil. 1728	de Jean I Bernoulli	à Gabriel Cramer
27 juil. 1728	de Jean I Bernoulli	à Gabriel Cramer
13 août 1728	de Gabriel Cramer	à Jean I Bernoulli
4 sept. 1728	de Jean I Bernoulli	à Gabriel Cramer
27 sept. 1728	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
28 nov. 1728	de Christian Wolff	à Gabriel Cramer
15 déc. 1728	de Jacob Vernet	à Gabriel Cramer
22 déc. 1728	de Gabriel Cramer	à James Stirling

1729, 21 lettres

6 janv. 1729	de Gabriel Cramer	à James Stirling
8 janv. 1729	de Gabriel Cramer	à Jean I Bernoulli
18 janv. 1729	de Gabriel Cramer	à Jurin, James
6 févr. 1729	de Jean I Bernoulli	à Gabriel Cramer
7 févr. 1729	de Gabriel Cramer	à Willem Jacob's Gravesande
25 févr. 1729	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
12 mars 1729	de Gabriel Cramer	à James Stirling
14 mars 1729	de Gabriel Cramer	à Jean I Bernoulli
23 mars 1729	de Nicolas I Bernoulli	à Gabriel Cramer
30 mars 1729	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer
31 mars 1729	de Jean I Bernoulli	à Gabriel Cramer

6 mai 1729	de Gabriel Cramer	à Jean I Bernoulli
30 mai 1729	de Gabriel Cramer	à James Stirling
20 juin 1729	de Gabriel Cramer	à James Stirling
4 juil. 1729	de Jean I Bernoulli	à Gabriel Cramer
12 juil. 1729	de Gabriel Cramer	à Jean I Bernoulli
3 août 1729	de Jean I Bernoulli	à Gabriel Cramer
22 août 1729	de Gabriel Cramer	à Willem Jacob's Gravesande
9 sept. 1729	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
26 déc. 1729	de Gabriel Cramer	à James Stirling
28 déc. 1729	de Nicolas I Bernoulli	à Gabriel Cramer

1730, 13 lettres

8 janv. 1730	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer
14 févr. 1730	de Gabriel Cramer	à Jean I Bernoulli
5 mars 1730	de Christian Wolff	à Gabriel Cramer
28 mars 1730	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer
7 avr. 1730	de Gabriel Cramer	à Jean I Bernoulli
15 avr. 1730	de Jean I Bernoulli	à Gabriel Cramer
4 mai 1730	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
août 1730	de Gabriel Cramer	à Réaumur
sept. 1730	de James Stirling	à Gabriel Cramer
1 sept. 1730	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
3 oct. 1730	de Buffon	à Gabriel Cramer
22 déc. 1730	de Gabriel Cramer	à James Stirling
31 déc. 1730	de Réaumur	à Gabriel Cramer

1731, 18 lettres

21 janv. 1731	de Buffon	à Gabriel Cramer
28 janv. 1731	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer
2 févr. 1731	de Jean-Adam Serre	à Gabriel Cramer
23 févr. 1731	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
30 avr. 1731	de Abraham de Moivre	à Gabriel Cramer
1 mai 1731	de Gabriel Cramer	à Jean I Bernoulli
12 juin 1731	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
18 juin 1731	de Gabriel Cramer	à James Stirling
24 juil. 1731	de Buffon	à Gabriel Cramer
28 juil. 1731	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer
1 sept. 1731	de Jean I Bernoulli	à Gabriel Cramer
12 oct. 1731	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer

16 oct. 1731	de Gabriel Cramer	à Jean I Bernoulli
16 oct. 1731	de Gabriel Cramer	à Georges-Louis I Lesage
12 nov. 1731	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
25 nov. 1731	de Buffon	à Gabriel Cramer
3 déc. 1731	de Georges-Louis I Lesage	à Gabriel Cramer
5 déc. 1731	de Jean I Bernoulli	à Gabriel Cramer

1732, 11 lettres

22 févr. 1732	de Gabriel Cramer	à James Stirling
07 mars 1732	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer
10 avr. 1732	de Gabriel Cramer	à Jean I Bernoulli
10 avr. 1732	de Gabriel Cramer	à Georges-Louis I Lesage
30 mai 1732	de Jean I Bernoulli	à Gabriel Cramer
30 mai 1732	de Georges-Louis I Lesage	à Gabriel Cramer
16 nov. 1732	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
28 nov. 1732	de Maupertuis	à Gabriel Cramer
déc. 1732	de Willem Jacob's Gravesande	à Gabriel Cramer
8 déc. 1732	de Gabriel Cramer	à Jean I Bernoulli
8 déc. 1732	de Gabriel Cramer	à Georges-Louis I Lesage

1733, 9 lettres

29 janv. 1733	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
1 avr. 1733	de Nicolas I Bernoulli	à Gabriel Cramer
10 avr. 1733	de Gabriel Cramer	à James Stirling
mai 1733	de Georges-Louis I Lesage	à Gabriel Cramer
30 mai 1733	de Jean I Bernoulli	à Gabriel Cramer
15 juin 1733	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
14 oct. 1733	de Gabriel Cramer	à Willem Jacob's Gravesande
28 oct. 1733	de Gabriel Cramer	à Jean I Bernoulli
14 déc. 1733	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer

1734, 1 lettre

14 août 1734	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
--------------	-------------------	-----------------------

1735, 2 lettres

4 avr. 1735	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
16 juil. 1735	de Beaupré Bell	à Gabriel Cramer

1736, 9 lettres

16 févr. 1736	de Buffon	à Gabriel Cramer
31 juil. 1736	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
3 août 1736	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
14 août 1736	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
15 août 1736	de Nicolas I Bernoulli	à Gabriel Cramer
28 août 1736	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
26 sept. 1736	de Nicolas I Bernoulli	à Gabriel Cramer
14 oct. 1736	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
25 déc. 1736	de Gabriel Cramer	à Anton Birr

1737, 17 lettres

11 janv. 1737	de Gabriel Cramer	à Anton Birr
22 janv. 1737	de Gabriel Cramer	à Anton Birr
29 janv. 1737	de Gabriel Cramer	à Anton Birr
16 avr. 1737	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
22 avr. 1737	de Gabriel Cramer	à Beaupré Bell
24 avr. 1737	de Nicolas I Bernoulli	à Gabriel Cramer
12 mai 1737	de John Trembley	à Gabriel Cramer
31 mai 1737	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
9 sept. 1737	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
17 sept. 1737	de Schmerfeld	à Gabriel Cramer
1 oct. 1737	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
8 oct. 1737	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
22 oct. 1737	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
1 nov. 1737	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
9 nov. 1737	de Maupertuis	à Gabriel Cramer
13 déc. 1737	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
27 déc. 1737	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert

1738, 10 lettres

14 févr. 1738	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
21 févr. 1738	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
14 mars 1738	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
14 mai 1738	de Daniel Bernoulli	à Gabriel Cramer
août 1738	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
31 août 1738	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
23 sept. 1738	de Gabriel Cramer	à Daniel Bernoulli

oct. 1738	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
déc. 1738	de Daniel Bernoulli	à Gabriel Cramer
24 déc. 1738	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert

1739, 9 lettres

26 janv. 1739	de Jean Jallabert	à Gabriel Cramer
13 avr. 1739	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
22 mai 1739	de Réaumur	à Gabriel Cramer
6 juin 1739	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
22 août 1739	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
14 sept. 1739	de Gabriel Cramer	à Dortous de Mairan
26 sept. 1739	de Micheli du Crest	à Gabriel Cramer
5 oct. 1739	de Gabriel Cramer	à Micheli du Crest
6 déc. 1739	de Daniel Bernoulli	à Gabriel Cramer

1740, 25 lettres

22 juin 1740	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
juil. 1740	de Gabriel Cramer	à Dortous de Mairan
12 sept. 1740	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
oct. 1740	de Gabriel Cramer	à Dortous de Mairan
3 oct. 1740	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
3 oct. 1740	de Gabriel Cramer	à Micheli du Crest
12 oct. 1740	de Jean II Bernoulli	à Gabriel Cramer
14 oct. 1740	de Samuel König	à Gabriel Cramer
16 oct. 1740	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
23 oct. 1740	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
25 oct. 1740	de Gabriel Cramer	à Jean II Bernoulli
29 oct. 1740	de Jean II Bernoulli	à Gabriel Cramer
nov. 1740	de Jean Jallabert	à Gabriel Cramer
4 nov. 1740	de Gabriel Cramer	à Jean II Bernoulli
4 nov. 1740	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
6 nov. 1740	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
12 nov. 1740	de Micheli du Crest	à Gabriel Cramer
16 nov. 1740	de Nicolas I Bernoulli	à Gabriel Cramer
22 nov. 1740	de Gabriel Cramer	à Jean II Bernoulli
25 nov. 1740	de Gabriel Cramer	à Jean II Bernoulli
30 nov. 1740	de Jean II Bernoulli	à Gabriel Cramer
19 déc. 1740	de Gabriel Cramer	à Dortous de Mairan
20 déc. 1740	de Gabriel Cramer	à Charles Bonnet

24 déc. 1740	de Gabriel Cramer	à Micheli du Crest
24 déc. 1740	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer

1741, 34 lettres

1741	de Gabriel Cramer	à Charles Bonnet
1741	de Gabriel Cramer	à Jean-Louis Calandrini
10 janv. 1741	de Gabriel Cramer	à Jean II Bernoulli
13 janv. 1741	de Nicolas I Bernoulli	à Gabriel Cramer
15 janv. 1741	de Jean II Bernoulli	à Gabriel Cramer
18 janv. 1741	de Francesco Algarotti	à Gabriel Cramer
20 janv. 1741	de Gabriel Cramer	à Jean II Bernoulli
22 janv. 1741	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
27 janv. 1741	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
fév. 1741	de Gabriel Cramer	à Francesco Algarotti
15 févr. 1741	de Francesco Algarotti	à Gabriel Cramer
24 févr. 1741	de Gabriel Cramer	à Francesco Algarotti
16 mars 1741	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
4 avr. 1741	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
juin 1741	de Gabriel Cramer	à Charles Bonnet
29 juin 1741	de Gabriel Cramer	à Charles Bonnet
30 juin 1741	de Nicolas I Bernoulli	à Gabriel Cramer
juil. 1741	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
juil. 1741	de Gabriel Cramer	à Charles Bonnet
9 juil. 1741	de Jean II Bernoulli	à Gabriel Cramer
21 juil. 1741	de Jean II Bernoulli	à Gabriel Cramer
1 août 1741	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
5 août 1741	de Nicolas I Bernoulli	à Gabriel Cramer
15 août 1741	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
18 août 1741	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
19 août 1741	de Gabriel Cramer	à Charles Bonnet
25 août 1741	de Gabriel Cramer	à Jean II Bernoulli
25 août 1741	de Gabriel Cramer	à Micheli du Crest
26 août 1741	de Nicolas I Bernoulli	à Gabriel Cramer
sept. 1741	de Gabriel Cramer	à Charles Bonnet
2 sept. 1741	de Jean II Bernoulli	à Gabriel Cramer
26 sept. 1741	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
28 oct. 1741	de Nicolas I Bernoulli	à Gabriel Cramer
18 nov. 1741	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer

1742, 21 lettres

7 mars 1742	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
25 mars 1742	de Gabriel Cramer	à Jean-Henri-Samuel Formey
avr. 1742	de Gabriel Cramer	à Charles Bonnet
9 avr. 1742	de Gabriel Cramer	à Jean-Henri-Samuel Formey
12 mai 1742	de Jean II Bernoulli	à Gabriel Cramer
15 mai 1742	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
11 juin 1742	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
13 juil. 1742	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
11 août 1742	de Jean II Bernoulli	à Gabriel Cramer
17 août 1742	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
25 août 1742	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
29 août 1742	de Gabriel Cramer	à Jean-Henri-Samuel Formey
12 sept. 1742	de Gabriel Cramer	à François Boissier de Sauvages
oct. 1742	de Gabriel Cramer	à Charles Bonnet
26 oct. 1742	de Jean-Robert Tronchin	à Gabriel Cramer
21 déc. 1742	de Gabriel Cramer	à Jean II Bernoulli
24 nov. 1742	de Jean II Bernoulli	à Gabriel Cramer
21 déc. 1742	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
25 déc. 1742	de Gabriel Cramer	à Jean II Bernoulli
26 déc. 1742	de Jean II Bernoulli	à Gabriel Cramer
29 déc. 1742	de Jean II Bernoulli	à Gabriel Cramer

1743, 23 lettres

janv. 1743	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
janv. 1743	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
8 mars 1743	de Gabriel Cramer	à Étienne-Hyacinthe De Ratte
9 avr. 1743	de Gabriel Cramer	à Jean-Henri-Samuel Formey
10 avr. 1743	de Jean II Bernoulli	à Gabriel Cramer
1 mai 1743	de Jean I Bernoulli	à Gabriel Cramer
1 mai 1743	de Jean II Bernoulli	à Gabriel Cramer
21 mai 1743	de Leonhard Euler	à Gabriel Cramer
22 mai 1743	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
juin 1743	de Gabriel Cramer	à François Boissier de Sauvages
12 juin 1743	de Jean II Bernoulli	à Gabriel Cramer
18 juin 1743	de Gabriel Cramer	à Leonhard Euler
19 juin 1743	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
12 juil. 1743	de Gabriel Cramer	à Anton Birr
22 juil. 1743	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer

29 juil. 1743	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
3 août 1743	de Leonhard Euler	à Gabriel Cramer
7 août 1743	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
14 août 1743	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
17 sept. 1743	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
25 sept. 1743	de Nicolas I Bernoulli	à Gabriel Cramer
27 nov. 1743	de Daniel Bernoulli	à Gabriel Cramer
14 déc. 1743	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer

1744, 34 lettres

1 janv. 1744	de Samuel König	à Gabriel Cramer
10 janv. 1744	de Gabriel Cramer	à Buffon
10 janv. 1744	de Gabriel Cramer	à Alexis-Claude Clairaut
10 janv. 1744	de Gabriel Cramer	à Dortous de Mairan
10 janv. 1744	de Gabriel Cramer	à Fontenelle
10 janv. 1744	de Gabriel Cramer	à Maupertuis
10 janv. 1744	de Gabriel Cramer	au comte d'Ons-en-Bray
10 janv. 1744	de Gabriel Cramer	à Daniel-Charles Trudaine
14 janv. 1744	de Paul Loys de Cheseaux	à Gabriel Cramer
10 févr. 1744	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer
28 févr. 1744	de Gabriel Cramer	à Jean-Philippe Loys de Cheseaux
mars 1744	de Gabriel Cramer	à Alexis-Claude Clairaut
10 mars 1744	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
14 mars 1744	de Fontenelle	à Gabriel Cramer
21 mars 1744	de Nicolas I Bernoulli	à Gabriel Cramer
4 avr. 1744	de Buffon	à Gabriel Cramer
13 avr. 1744	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer
15 avr. 1744	de Samuel König	à Gabriel Cramer
20 avr. 1744	de Francesco Maria Zanotti	à Gabriel Cramer
mai 1744	de Gabriel Cramer	à Alexis-Claude Clairaut
6 mai 1744	de Gabriel Cramer	à Dortous de Mairan
23 mai 1744	de Samuel König	à Gabriel Cramer
30 mai 1744	de Émilie du Châtelet	à Gabriel Cramer
29 juin 1744	de Abraham Trembley	à Gabriel Cramer
12 juil. 1744	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer
août 1744	de Gabriel Cramer	à Alexis-Claude Clairaut
août 1744	de Gabriel Cramer	à Émilie du Châtelet
10 août 1744	de Maupertuis	à Gabriel Cramer
12 sept. 1744	de Gabriel Cramer	à Baulacre, Léonard
30 sept. 1744	de Gabriel Cramer	à Leonhard Euler

oct. 1744	de Gabriel Cramer	à Maupertuis
20 oct. 1744	de Leonhard Euler	à Gabriel Cramer
11 nov. 1744	de Gabriel Cramer	à Leonhard Euler
15 déc. 1744	de Leonhard Euler	à Gabriel Cramer

1745, 16 lettres

26 avr. 1745	de Gabriel Cramer	à Leonhard Euler
27 avr. 1745	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer
8 mai 1745	de Émilie du Châtelet	à Gabriel Cramer
20 mai 1745	de Samuel König	à Gabriel Cramer
juin 1745	de Gabriel Cramer	à Émilie du Châtelet
11 juin 1745	de Gabriel Cramer	à Jean II Bernoulli
16 juin 1745	de Jean II Bernoulli	à Gabriel Cramer
juil. 1745	de Gabriel Cramer	à Abraham Trembley
6 juil. 1745	de Leonhard Euler	à Gabriel Cramer
19 juil. 1745	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
20 juil. 1745	de Gabriel Cramer	à Charles Bonnet
23 juil. 1745	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
26 juil. 1745	de Gabriel Cramer	à Jean II Bernoulli
août 1745	de Gabriel Cramer	à Abraham Trembley
août 1745	de Gabriel Cramer	à Levesque de Champeaux
nov. 1745	de Gabriel Cramer	à Amédée Lullin

1746, 29 lettres

7 janv. 1746	de Gabriel Cramer	à Bon de Saint-Hilaire
mars 1746	de Gabriel Cramer	à Jean II Bernoulli
mai 1746	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
mai 1746	de Gabriel Cramer	à Jacques-François Deluc
22 mai 1746	de Samuel König	à Gabriel Cramer
8 juin 1746	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
16 juin 1746	de Gabriel Cramer	à Leonhard Euler
16 juin 1746	de Gabriel Cramer	à Jean-Henri-Samuel Formey
19 juin 1746	de Georges-Louis II Lesage	à Gabriel Cramer
27 juin 1746	de Gabriel Cramer	à Georges-Louis II Lesage
3 juil. 1746	de Georges-Louis II Lesage	à Gabriel Cramer
16 juil. 1746	de Jean-Henri-Samuel Formey	à Gabriel Cramer
août 1746	de Gabriel Cramer	à Bon de Saint-Hilaire
13 août 1746	de Leonhard Euler	à Gabriel Cramer
19 août 1746	de Jan van Musschenbroek	à Gabriel Cramer

30 août 1746	de Gabriel Cramer	à Leonhard Euler
30 août 1746	de Gabriel Cramer	à Jean-Henri-Samuel Formey
24 sept. 1746	de Leonhard Euler	à Gabriel Cramer
3 oct. 1746	de Gabriel Cramer	à Georges-Louis II Lesage
18 oct. 1746	de Gabriel Cramer	à Jean-Henri-Samuel Formey
19 oct. 1746	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer
20 oct. 1746	de Georges-Louis II Lesage	à Gabriel Cramer
nov. 1746	de Gabriel Cramer	au comte d'Ons-en-Bray
9 déc. 1746	de Jean-Henri-Samuel Formey	à Gabriel Cramer
26 déc. 1746	de Gabriel Cramer	à Leonhard Euler
30 déc. 1746	de Gabriel Cramer	à Académie des sciences de Berlin
30 déc. 1746	de Gabriel Cramer	à Jean-Henri-Samuel Formey
30 déc. 1746	de Gabriel Cramer	à Maupertuis
31 déc. 1746	de Georges-Louis II Lesage	à Gabriel Cramer

1747, 38 lettres

17 janv. 1747	de Maupertuis	à Gabriel Cramer
25 janv. 1747	de Gabriel Cramer	à Georges-Louis II Lesage
15 févr. 1747	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
26 févr. 1747	de Georges-Louis II Lesage	à Gabriel Cramer
14 mars 1747	de Gabriel Cramer	au duc Frédéric III
17 mars 1747	de Leonhard Euler	à Gabriel Cramer
avr. 1747	de Étienne Bonnot de Condillac	à Gabriel Cramer
12 avr. 1747	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
20 avr. 1747	de Jean Jallabert	à Gabriel Cramer
22 avr. 1747	de Claude-Adrien Helvetius	à Gabriel Cramer
24 avr. 1747	de Buffon	à Gabriel Cramer
juin 1747	de Buffon	à Gabriel Cramer
juin 1747	de Buffon	à Gabriel Cramer
15 juin 1747	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
18 juin 1747	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
25 juin 1747	de Gabriel Cramer	à Jean-Henri-Samuel Formey
30 juin 1747	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
6 juil. 1747	de Étienne Bonnot de Condillac	à Gabriel Cramer
11 juil. 1747	de Gabriel Cramer	à Charles Bonnet
31 juil. 1747	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
2 août 1747	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
9 août 1747	de Gabriel Cramer	à Charles Bonnet
21 août 1747	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
14 sept. 1747	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert

19 sept. 1747	de Étienne Bonnot de Condillac	à Gabriel Cramer
29 sept. 1747	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
30 sept. 1747	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
oct. 1747	de Étienne Bonnot de Condillac	à Gabriel Cramer
6 oct. 1747	de Gabriel Cramer	à Charles Bonnet
20 oct. 1747	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
nov. 1747	de Gabriel Cramer	à duc Frédéric III
nov. 1747	de Gabriel Cramer	à Théodore Tronchin
1 nov. 1747	de Jean-Louis Calandrini	à Gabriel Cramer
15 nov. 1747	de Jean Jallabert	à Gabriel Cramer
17 nov. 1747	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
25 nov. 1747	de Gabriel Cramer	à Charles Bonnet
12 déc. 1747	de Jean-Louis Calandrini	à Gabriel Cramer
29 déc. 1747	de Amédée De la Rive	à Gabriel Cramer

1748, 59 lettres

janv. 1748	de Jacques II Bernoulli	à Gabriel Cramer
janv. 1748	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
janv. 1748	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
2 janv. 1748	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
11 janv. 1748	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
22 janv. 1748	de Jean Sarasin	à Gabriel Cramer
25 janv. 1748	de Gabriel Cramer	à Charles Bonnet
30 janv. 1748	de Jean Jallabert	à Gabriel Cramer
fév. 1748	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
2 févr. 1748	de Jean-Antoine Nollet	à Gabriel Cramer
8 févr. 1748	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
15 févr. 1748	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
19 févr. 1748	de Charles Bonnet	à Gabriel Cramer
20 févr. 1748	de Jean-Louis Calandrini	à Gabriel Cramer
28 févr. 1748	de Amédée De la Rive	à Gabriel Cramer
mars 1748	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
6 mars 1748	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer
8 mars 1748	de Gabriel Bonnot de Mably	à Gabriel Cramer
21 mars 1748	de Gabriel Cramer	à Jean Jallabert
24 mars 1748	de Montesquieu	à Gabriel Cramer
31 mars 1748	de Jean Jallabert	à Gabriel Cramer
1 avr. 1748	de Levesque de Champeaux	à Gabriel Cramer
5 avr. 1748	de Jacob Vernet	à Gabriel Cramer
15 avr. 1748	de Jean Jallabert	à Gabriel Cramer

26 avr. 1748	de Marie-Thérèse Geoffrin	à Gabriel Cramer
30 avr. 1748	de Emmanuel Christophe Klüpfel	à Gabriel Cramer
mai 1748	de Gabriel Cramer	à Elisabeth Ferrand
mai 1748	de Gabriel Cramer	à la marquise d'Urfé
4 mai 1748	de Gabriel Cramer	au baron Ulrich de Thun
4 mai 1748	de Gabriel Cramer	au prince héréditaire Frédéric
8 mai 1748	de Gabriel Cramer	à Henri François d'Aguesseau
8 mai 1748	de Gabriel Cramer	à Daniel-Charles Trudaine
10 mai 1748	de Gabriel Cramer	au duc Frédéric III
11 mai 1748	de Gabriel Cramer	à Alexis-Claude Clairaut
19 mai 1748	de Daniel-Charles Trudaine	à Gabriel Cramer
30 mai 1748	de Buffon	à Gabriel Cramer
juin 1748	de Gabriel Cramer	à Fontenelle
16 juin 1748	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer
18 juin 1748	de Gabriel Cramer	à Bernstorff
18 juin 1748	de Réaumur	à Gabriel Cramer
20 juin 1748	de Étienne Bonnot de Condillac	à Gabriel Cramer
28 juin 1748	de Fontenelle	à Gabriel Cramer
juil. 1748	de Gabriel Cramer	à Jean Le Rond d'Alembert
18 juil. 1748	de la comtesse du Romain	à Gabriel Cramer
août 1748	de Gabriel Cramer	à la comtesse du Romain
août 1748	de Gabriel Cramer	à Fontenelle
18 août 1748	de Marie-Thérèse Geoffrin	à Gabriel Cramer
29 août 1748	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer
1 sept. 1748	de Elisabeth Ferrand	à Gabriel Cramer
4 sept. 1748	de Claudine Guérin de Tencin	à Gabriel Cramer
6 sept. 1748	de Buffon	à Gabriel Cramer
6 sept. 1748	de Henri François d'Aguesseau	à Gabriel Cramer
17 sept. 1748	de Étienne Bonnot de Condillac	à Gabriel Cramer
21 oct. 1748	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
5 déc. 1748	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer
14 déc. 1748	de Buffon	à Gabriel Cramer
24 déc. 1748	de Étienne Bonnot de Condillac	à Gabriel Cramer
25 déc. 1748	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer
29 déc. 1748	de madame Dupré de Saint-Maur	à Gabriel Cramer

1749, 29 lettres

4 janv. 1749	de Henri François d'Aguesseau	à Gabriel Cramer
4 janv. 1749	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
18 janv. 1749	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer

10 févr. 1749	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer
4 mars 1749	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer
11 avr. 1749	de Gabriel Cramer	à Bon de Saint-Hilaire
12 mai 1749	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer
18 mai 1749	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
24 mai 1749	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
3 juin 1749	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer
1 juil. 1749	de Gabriel Cramer	à Charles Bonnet
6 juil. 1749	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer
10 juil. 1749	de Réaumur	à Gabriel Cramer
26 juil. 1749	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer
27 juil. 1749	de Réaumur	à Gabriel Cramer
15 août 1749	de Georges-Louis II Lesage	à Gabriel Cramer
18 août 1749	de Gabriel Cramer	à Jean-Henri-Samuel Formey
21 août 1749	de Étienne Bonnot de Condillac	à Gabriel Cramer
25 août 1749	de Gabriel Bonnot de Mably	à Gabriel Cramer
21 sept. 1749	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer
24 sept. 1749	de Étienne Bonnot de Condillac	à Gabriel Cramer
3 oct. 1749	de Louis Jean-Marie Daubenton	à Gabriel Cramer
13 oct. 1749	de Buffon	à Gabriel Cramer
14 oct. 1749	de Étienne Bonnot de Condillac	à Gabriel Cramer
24 oct. 1749	de Georges-Louis II Lesage	à Gabriel Cramer
15 nov. 1749	de Louis Jean-Marie Daubenton	à Gabriel Cramer
22 nov. 1749	de Étienne Bonnot de Condillac	à Gabriel Cramer
30 nov. 1749	de Louis Jean-Marie Daubenton	à Gabriel Cramer
15 déc. 1749	de Dezallier d'Argenville	à Gabriel Cramer

1750, 72 lettres

janv. 1750	de Gabriel Cramer	à Alexis-Claude Clairaut
janv. 1750	de Gabriel Cramer	à Étienne Bonnot de Condillac
janv. 1750	de Gabriel Cramer	à la marquise de La Ferté-Imbault
4 janv. 1750	de Buffon	à Gabriel Cramer
9 janv. 1750	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer
19 janv. 1750	de Gabriel Cramer	à Buffon
20 janv. 1750	de Gabriel Cramer	à Jean Le Rond d'Alembert
29 janv. 1750	de la marquise de La Ferté-Imbault	à Gabriel Cramer
fév. 1750	de Gabriel Cramer	à Dortous de Mairan
2 févr. 1750	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer
3 févr. 1750	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
11 févr. 1750	de Gabriel Cramer	à Dortous de Mairan

12 févr. 1750	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer
18 févr. 1750	de Jean-Philippe Rameau	à Gabriel Cramer
mars 1750	de Gabriel Cramer	à Levesque de Champeaux
10 mars 1750	de Marie-Thérèse Geoffrin	à Gabriel Cramer
avr. 1750	de Gabriel Cramer	à Charles Bonnet
avr. 1750	de Gabriel Cramer	à Levesque de Champeaux
30 avr. 1750	de Gabriel Cramer	à Levesque de Champeaux
30 mai 1750	de Gabriel Cramer	à Levesque de Champeaux
10 juin 1750	de Étienne Bonnot de Condillac	à Gabriel Cramer
26 juin 1750	de Marie-Thérèse Geoffrin	à Gabriel Cramer
10 juil. 1750	de Gabriel Cramer	à Dortous de Mairan
22 juil. 1750	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
août 1750	de Gabriel Cramer	à Emmanuel Christophe Klüpfel
2 août 1750	de Gabriel Cramer	à Maupertuis
4 août 1750	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
4 août 1750	de Gabriel Cramer	à Jean-Philippe Loys de Cheseaux
5 août 1750	de Gabriel Cramer	à Buffon
5 août 1750	de Gabriel Cramer	à Alexis-Claude Clairaut
5 août 1750	de Gabriel Cramer	à Jean Le Rond d'Alembert
5 août 1750	de Gabriel Cramer	à Dortous de Mairan
5 août 1750	de Gabriel Cramer	à Daniel-Charles Trudaine
10 août 1750	de Gabriel Cramer	au prince héréditaire Frédéric
15 août 1750	de Gabriel Cramer	à Samuel König
17 août 1750	de Gabriel Cramer	à la comtesse du Romain
19 août 1750	de Nicolas I Bernoulli	à Gabriel Cramer
22 août 1750	de Jean II Bernoulli	à Gabriel Cramer
sept. 1750	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer
1 sept. 1750	de Gabriel Cramer	à Patrick Murdoch
1 sept. 1750	de Gabriel Cramer	à Nicolas I Bernoulli
7 sept. 1750	de Gabriel Cramer	à Dortous de Mairan
7 sept. 1750	de Gabriel Cramer	à Levesque de Champeaux
14 sept. 1750	de Gabriel Cramer	à Alexis-Claude Clairaut
20 sept. 1750	de Gabriel Cramer	à Jean Le Rond d'Alembert
25 sept. 1750	de Gabriel Cramer	à Leonhard Euler
25 sept. 1750	de Gabriel Cramer	à Jean-Henri-Samuel Formey
30 sept. 1750	de Nicolas I Bernoulli	à Gabriel Cramer
1 oct. 1750	de Fontenelle	à Gabriel Cramer
2 oct. 1750	de Gabriel Cramer	à Jean Le Rond d'Alembert
10 oct. 1750	de Jean-Henri-Samuel Formey	à Gabriel Cramer
13 oct. 1750	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer

13 oct. 1750	de Maupertuis	à Gabriel Cramer
15 oct. 1750	de Leonhard Euler	à Gabriel Cramer
18 oct. 1750	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer
10 nov. 1750	de Réaumur	à Gabriel Cramer
17 nov. 1750	de Gabriel Cramer	à Jean-Henri-Samuel Formey
17 nov. 1750	de Gabriel Cramer	à Emmanuel Christophe Klüpfel
17 nov. 1750	de Gabriel Cramer	au prince héréditaire Frédéric
18 nov. 1750	de Gabriel Cramer	à Alexis-Claude Clairaut
20 nov. 1750	de Gabriel Cramer	à Jean Le Rond d'Alembert
24 nov. 1750	de Gabriel Cramer	à Dortous de Mairan
24 nov. 1750	de Gabriel Cramer	à Samuel König
24 nov. 1750	de Gabriel Bonnot de Mably	à Gabriel Cramer
27 nov. 1750	de Gabriel Cramer	à Leonhard Euler
déc. 1750	de Samuel König	à Gabriel Cramer
5 déc. 1750	de Gabriel Cramer	à la comtesse du Romain
7 déc. 1750	de Gabriel Cramer	à Jean-Henri-Samuel Formey
11 déc. 1750	de Gabriel Cramer	à Daniel-Charles Trudaine
12 déc. 1750	de Gabriel Cramer	à Dortous de Mairan
26 déc. 1750	de Gabriel Cramer	à Georges-Louis II Lesage
30 déc. 1750	du prince héréditaire Frédéric	à Gabriel Cramer

1751, 22 lettres

2 janv. 1751	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
5 janv. 1751	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer
12 févr. 1751	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
15 févr. 1751	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer
8 mars 1751	de Alexis-Claude Clairaut	à Gabriel Cramer
8 mars 1751	de Gabriel Cramer	au prince héréditaire Frédéric
22 mars 1751	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer
11 avr. 1751	de Gabriel Bonnot de Mably	à Gabriel Cramer
29 mai 1751	de Gabriel Cramer	à Amédée Lullin
6 juin 1751	de Charles Bossut	à Gabriel Cramer
15 juin 1751	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer
20 juin 1751	de La Condamine	à Gabriel Cramer
6 juil. 1751	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer
16 août 1751	de Charles Bossut	à Gabriel Cramer
5 sept. 1751	de Réaumur	à Gabriel Cramer
7 sept. 1751	de Gabriel Cramer	à Jean-Henri-Samuel Formey
9 sept. 1751	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
10 sept. 1751	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer

2 nov. 1751	de Leonhard Euler	à Gabriel Cramer
19 nov. 1751	de Charles Bossut	à Gabriel Cramer
18 déc. 1751	de Dortous de Mairan	à Gabriel Cramer
23 déc. 1751	de Jean Le Rond d'Alembert	à Gabriel Cramer

1752, 1 lettre

1 janv. 1752	de La Condamine	à Gabriel Cramer
--------------	-----------------	------------------

Sans datation, 3 lettres

s.d.	de Gabriel Cramer	à Conyers Middleton
s.d.	de Théodore Tronchin	à Gabriel Cramer
s.d.	de Cramer, Gabriel	à Jacquier, François

Bibliographie

Manuscrits et fonds d'archives

Sont recensés ci-dessous les principaux fonds d'archives consultés.

Archives d'État de Genève (AEG)

Cp. Past R 21. Procès-verbaux des séances de la Compagnie des Pasteurs, 1724.

Cp. Past R 22. Procès-verbaux des séances de la Compagnie des Pasteurs, 1728.

Cp. Past R 23. Procès-verbaux des séances de la Compagnie des Pasteurs, 1733.

Cp. Past R 24. Procès-verbaux des séances de la Compagnie des Pasteurs, 1737.

Cp. Past R 26. Procès-verbaux des séances de la Compagnie des Pasteurs, 1750.

Cp. Past R 27. Procès-verbaux des séances de la Compagnie des Pasteurs, 1751.

Jur. Civ. E 13. Registre des testaments, 1751.

R.C. 203. Procès-verbaux des séances du Petit Conseil, 1704.

R.C. Cop. 223. Copie du registre du Petit Conseil pour l'année 1724.

R. C. 233. Procès-verbaux des séances du Petit Conseil, 1734.

R. C. 244. Procès-verbaux des séances du Petit Conseil, 1744.

R. C. 247. Procès-verbaux des séances du Petit Conseil, 1747.

R. C. 249. Procès-verbaux des séances du Petit Conseil, 1749.

R. C. 250. Procès-verbaux des séances du Petit Conseil, 1750.

R. C. 251. Procès-verbaux des séances du Petit Conseil, 1751.

R. C. 252. Procès-verbaux des séances du Petit Conseil, 1752.

Bibliothèque de Genève (BGE)

Archives de la Bibliothèque de Genève, Dd 4 (Département des imprimés, Dons anciens et dons divers 1616-). Livres légués par M^r Gabriel Cramer Professeur de Philosophie mort le 4 janvier.

Archives de Saussure 205. Cours de logique, de M. le Prof. Cramer donné à Théodore de Saussure par son oncle De Lubière.

Dossiers ouverts d'autographes. Lettres de D'Alembert, Buffon, Calandrini, Clairaut, Comtesse du Romain, Euler, Geoffrin, Zanotti.

Fonds Trembley 34. Logique de M. Cramer.

Ms Bonnet 43. Lettres en original de Mr Cramer Professeur de Philosophie.

Ms Comp Past 886. Logique par le Prof. Cramer, copié sur le manuscrit de l'auteur par le pasteur Jean Peschier.

Ms Cours Univ 113 et 114. Logique de Cramer.

Ms Fr 650. Logique de M. Cramer.

Ms Fr 652. Les premiers éléments de géométrie expliqués par Mr Cramer Professeur en Philosophie à Genève.

Ms Fr 654. Géométrie sublime, de M. le prof. Calandrini.

Ms Fr 656. Correspondance mathématique avec les Bernoulli.

Ms Fr 657a. Lettres autographes signées adressées à Gabriel Cramer.

Ms Fr 657b. Minutes de lettres de Gabriel Cramer.

Ms Fr 2017. Papiers Georges-Louis Lesage. Polémique avec Gabriel Cramer au sujet de la découverte du mécanisme de la gravité.

Ms Fr 2063. Lettres adressées à Georges-Louis Le Sage (fils).

Ms Fr 2065. Recueil de lettres, brouillons ou extraits, écrits par Georges-Louis Le Sage (fils).

Ms Jallabert 48. Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques.

Ms Suppl 359. Recueil d'autographes de savants français.

Ms Suppl 384. Lettres adressées à Gabriel Cramer.

Musée d'histoire des sciences de Genève (MHS)

Z 179. Notes prises aux cours d'astronomie de Gabriel Cramer.

Z 211. Gabriel Cramer (1704-1752), papiers divers.

Bibliothèque de l'université de Bâle (UBB)

AN II 4a. Rektoratsmatrikel der Universität Basel, Band 3 (1654-1764).

L Ia 21 et 22. Correspondance de Gabriel Cramer et Nicolas Bernoulli.

L Ia 655. Correspondance de Gabriel Cramer et Jean I Bernoulli.

L Ia 686. Correspondance de Gabriel Cramer et Jean II Bernoulli.

Académie royale des sciences de Paris (ARS)

Procès-verbaux, T. 48 (1729).

Procès-verbaux, T. 61 (1742).

Procès-verbaux, T. 66 (1747).

Procès-verbaux, T. 67 (1748).

Procès-verbaux, T. 69 (1750).

British Library de Londres (BL)

Add Ms 23899. Original letters, chiefly addressed to Gabriel Cramer, Professor of Mathematics at Geneva.

Add Ms 25015. Cours de mathématiques; containing the elements of geometry and trigonometry, with problems, etc.

Archives départementales de l'Hérault (ADH)

D 200. Société Royale des Sciences de Montpellier. Membres de la Société. Notices et éloges : éloges de membres décédés; notes biographiques et bibliographiques sur divers membres. XVIIIe siècle. Eloge de Mr. Cramer, par Étienne-Hyacinthe de Ratte, f. 6-11.

Sources imprimées

Sources primaires

Académie royale des sciences de Paris, éd. 1734–1809. *Table générale des matières contenues dans l'Histoire & dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences*. Compilé par Louis Godin, Pierre Demours et Louis Cotte. 10 vols. Paris.

Anonyme. 1730. Nouvelles littéraires, Genève. Sous la direction de Willem Jacob 's Gravesande et Prosper Marchand. *Journal littéraire* (La Haye) XVI : 236–245.

———. 1731a. Johannis Poleni Epistolarum Mathematicarum Fasciculus. *Bibliothèque italique, ou Histoire littéraire de l'Italie* (Genève) XII : 1–44.

———. 1731b. Nouvelles littéraires, Genève. Sous la direction de Willem Jacob 's Gravesande et Prosper Marchand. *Journal littéraire* (La Haye) XVIII : 476–485.

———. (1729) 1731. Sur les Lignes du III^{me} ordre ou Courbes du second. *Histoire de l'Académie royale des sciences. Année M. DCCXXIX. Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année. Tirés des Registres de cette Académie*. 37–43.

———. (1730) 1732. Sur une Théorie générale des Lignes du quatrieme ordre. *Histoire de l'Académie royale des sciences. Année M. DCCXXX. Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année. Tirés des Registres de cette Académie*. 68–86.

———. 1735a. Autre Lettre écrite de Genève aux Editeurs du Mercure, à l'ocasion d'une Société Littéraire formée dans cette Ville. *Mercurie suisse ou Recueil de nouvelles historiques, politiques, littéraires et curieuses* (Neufchâtel) (avril) : 100–103.

———. (1732) 1735. Sur les lignes du IV^{me} ordre. *Histoire de l'Académie royale des sciences. Année M. DCCXXXII. Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année. Tirés des Registres de cette Académie*. 63–70.

Anonyme. 1752a. *Almanach astronomique et historique de la Ville de Lyon*. Lyon : Aymé Delaroche.

- . 1752b. *Introductio in analysin linearum curvarum algebraicarum*; Autore Gabriele Cramero, Philosoph. & Math. Professore, Academiarum & Societatum regiarum, Londinensis, Berolinensis, Montispessulanensis, Lugdunensis, nec non Insituti Bononiensis, Socio. *Nova acta eruditorum* (Leipzig) (janvier) : 19–32.
- . 1759a. Eloge de Mr. Jean Louis Calandrini, Ancien Syndic de la République de Genève; mort le 29. Déc. 1758. Agé de 56 ans. *Journal helvétique* (janvier) : 30–34.
- . 1759b. Essai sur les Sociétés Littéraires, établies à Genève, & sur l'origine & l'utilité des Académies. *Journal helvétique : ou, Annales littéraires et politiques de l'Europe et principalement de la Suisse* (Neuchâtel) (juillet) : 31–61.
- Bails, Benito. 1779. *Elementos de matemática*. T. III. Madrid : J. Ibarra.
- Barbier, Antoine-Alexandre. 1804. *Catalogue des livres qui doivent composer la bibliothèque d'un lycée, conformément à l'article XXVII de l'arrêté du 19 frimaire an XI*. Paris : Imprimerie de la République.
- Barlow, Peter. 1814. *A New Mathematical and Philosophical Dictionary : Comprising an Explanation of Terms and Principles of Pure and Mixed Mathematics, and Such Branches of Natural Philosophy as are Susceptible of Mathematical Investigation. With Historical Sketches of the Rise, Progress and Present State of the Several Departments of These Sciences, and an Account of the Discoveries and Writings of the Most Celebrated Authors, Both Ancient and Modern*. London : Whittingham / Rowland.
- Baulacre, Léonard. 1736. Aux Editeurs du Mercure Suisse, Sur les Societez Littéraires. *Mercure suisse ou Recueil de nouvelles historiques, politiques, littéraires et curieuses* (Neufchâtel) (février) : 33–38.
- . 1752a. Eloge Historique de feu Mr. Cramer, Professeur de Philosophie & de Mathématiques dans l'Académie de Genève. *Bibliothèque raisonnée des ouvrages des savans de l'Europe pour les mois de Janvier, Février et Mars 1752* (Amsterdam) 48 : 225–237.
- . 1752b. Lettre contenant un Eloge historique de Monsr. Cramer, Professeur de Philosophie à Genève. *Bibliothèque Impartiale pour les mois de Janvier et Février MDCCLII* (Leyde) V part. 1 : 427–443.
- . 1752c. Lettre sur la Mort de Mr. Cramer, Professeur en Philosophie à Genève. *Journal helvétique ou Recueil de pièces fugitives de littérature choisie. Février 1752* (Neuchatel) : 99–126.
- Baynes, Thomas Spencer. 1878–1889. *The encyclopædia britannica; a dictionary of arts, sciences, and general literature*. New York : Charles Scribner's sons.

- Benet de Montcarville, Robert. 1751. Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques, par M. Gabriel Cramer, Professeur de Philosophie & de Mathématiques, des Académies & Sociétés Royales de Londres, de Berlin, de Montpellier, de Lyon & de l'Académie de l'Institut de Boulogne. *Journal des Sçavans* (Paris) : 43–51.
- Bernoulli, Daniel. 1738. Specimen Novæ Theoriæ de Mensura Sortis. *Commentarii Academiae scientiarum imperialis Petropolitanae*. (Saint-Petersbourg) 5 : 175–192.
- . (1753) 1769. Recherches sur la manière la plus avantageuse de suppléer à l'action du Vent sur les grands Vaisseaux, soit en y appliquant les Rames, soit en y employant quelqu'autre moyen que ce puisse être, fondées sur une nouvelle Théorie de l'économie des forces & des effets. Pièce qui a remporté le Prix proposé par l'Académie Royale des Sciences, pour l'année 1753. In *Recueil des pieces qui ont remporté les prix de l'Académie royale des sciences : depuis leur fondation en M.DCC.XX*. T. 7. Panckoucke.
- Bernoulli, Jacques. 1744. *Jacobi Bernoulli, Basileensis, Opera*. Sous la direction de Gabriel Cramer. Genève : sumptibus hæredum Cramer & fratrum Philibert.
- Bernoulli, Jean. 1730. *Nouvelles pensées sur le système de M. Descartes et la manière d'en déduire les orbites et les aphélies des planètes*. chez Claude Jombert.
- . 1742. *Johannis Bernoulli Opera omnia tam antea sparsim edita quam hactenus inedita : tomus primus, quo continentur ea quae ab anno 1690 ad annum 1713 prodierunt*. Sous la direction de Gabriel Cramer. Lausanne et Genève : sumptibus Marci-Michaelis Bousquet & Sociorum.
- Bertrand, Louis. 1778. *Développement nouveau de la partie élémentaire des mathématiques, prise dans toute son étendue*. Genève : aux dépens de l'Auteur.
- Bézout, Étienne. 1764–1767. *Cours de mathématiques à l'usage des gardes du Pavillon et de la Marine*. 5 vols. Paris : J. B. G. Musier.
- . (1764) 1767. Recherches sur le degré des équations résultantes de l'évanouissement des inconnues, et sur les moyens qu'il convient d'employer pour trouver ces Équations. *Histoire de l'Académie royale des sciences. Année M. DCCLXIV. Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année. Tirés des Registres de cette Académie*. 288–338.
- . 1770–. 1772. *Cours de mathématiques à l'usage du Corps royal de l'Artillerie*. 5 vols. Paris : imprimerie Royale.
- . 1779. *Théorie générale des équations algébriques*. Paris : Ph.-D. Pierres.
- Biot, Jean-Baptiste. 1805. *Essai de géométrie analytique, appliqué aux courbes et aux surfaces du second ordre*. Paris : Bernard.

- Bonnet, Charles. 1754. *Recherches sur l'usage des feuilles dans les plantes, et sur quelques autres sujets relatifs à l'histoire de la végétation*. Gottingue & Leyde : chez Elie Luzac, fils.
- Bossut, Charles. 1773. *Traité élémentaire d'algèbre*. Paris : Claude-Antoine Jombert.
- . 1775. *Traité élémentaire de géométrie : et de la manière d'appliquer l'algèbre à la géométrie*. Paris : Claude-Antoine Jombert, fils aîné.
- . 1798. *Traités de calcul différentiel et de calcul intégral*. T. I. Paris : Imprimerie de la République.
- . 1802. *Histoire générale des mathématiques*. Paris : Louis.
- Boucharlat, Jean-Louis. 1810. *Théorie des courbes et des surfaces du second ordre : précédée des principes fondamentaux de la géométrie analytique*. Paris : Mme V^e Courcier.
- Bourdon, Pierre Louis Marie. 1820. *Elémens d'algèbre*. 2^e éd. Paris : Courcier.
- . 1825. *Application de l'algèbre à la géométrie*. Paris : Bachelier.
- Bragelongne, abbé de, Christophe-Bernard. 1708. Solution d'un problème de géométrie. *Supplément du Journal des Sçavans du dernier Septembre M. DCCVIII* : 337–343.
- . (1730) 1732. Examen des Lignes du quatrième ordre ou Courbes du troisième genre. *Histoire de l'Académie royale des sciences. Année M. DCCXXX. Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année. Tirés des Registres de cette Académie*. 158–216.
- . (1730) 1732. Examen des Lignes du quatrième ordre. Seconde partie de la Section I dans laquelle on traite en général des Lignes du quatrième ordre qui ont des points doubles. *Histoire de l'Académie royale des sciences. Année M. DCCXXX. Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année. Tirés des Registres de cette Académie*. 363–434.
- . (1731) 1734. Examen des lignes du quatrième ordre. Troisième Partie de la Section I. Dans laquelle on traite des Osculations, des Lemniscates infiniment petites, des points triples, & enfin d'une nouvelle espèce de point multiple invisible, dont les Lignes du quatrième ordre sont susceptibles. *Histoire de l'Académie royale des sciences. Année M. DCCXXXI. Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année. Tirés des Registres de cette Académie*. 10–49.
- Braikenridge, William. 1733. *Exercitatio geometrica de descriptione linearum curvarum*. Londres : apud R. Hett & J. Nourse.
- Brewster, David. 1830. *Edinburgh encyclopædia*. Edinburgh : William Blackwood.

- Buffon, Comte de, Georges Louis Le Clerc. 1855. *Œuvres complètes de Buffon. Expériences sur les végétaux, arithmétique morale et tables analytiques et raisonnées des matières contenues dans l'ouvrage entier*. T. 12. Paris : Garnier frères.
- Calandrini, Jean-Louis. 1722. *Disquisitio physico de coloribus*. Genève : typis Gabrielis de Tournes et filiorum.
- Casanova, Giovanni Giacomo. 1871. *Mémoires de Jacques Casanova de Seingalt : écrits par lui-même*. T. III. Bruxelles : Rozez.
- Catalogue général des livres françois qui se vendent chez les Fr. Cramer & Cl. Philibert, imprimeurs & libraires à Geneve*. 1752. Avec la collaboration de Frères Cramer et Claude Philibert. Genève.
- Cayley, Arthur et Forsyth, Andrew Russell. 1889. *The collected mathematical papers of Arthur Cayley*. T. 11. Cambridge University Press.
- Chambers, Ephraim. 1728. *Cyclopædia : or, An Universal Dictionary of Arts and Sciences*. T. 1. Londres.
- Chasles, Michel. 1837. *Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie, particulièrement de celles qui se rapportent à la géométrie moderne, suivi d'un mémoire de géométrie sur deux principes généraux de la science, la dualité et l'homographie*. Bruxelles : M. Hayez.
- Chisholm, Hugh. 1910–1911. *The Encyclopædia Britannica : a dictionary of arts, sciences, literature and general information*. Cambridge, England : University Press.
- Clairaut le cadet. 1731. *Diverses quadratures circulaires elliptiques et hiperboliques*. Paris : Gabriel François Quillau.
- Clairaut, Alexis-Claude. 1731. *Recherches sur les courbes à double courbure*. Paris : Chez Nyon, Didot, Quillau.
- Clarke, Samuel. 1727. A Letter from the Rev. Dr. Samuel Clarke to Mr. Benjamin Hoadly, F.R.S. Occasion'd by the Present Controversy among Mathematicians, concerning the Proportion of Velocity and Force in Bodies in Motion. *Philosophical Transactions* (London) 35 (399-406) : 381–388.
- Clebsch, Alfred. 1880. *Leçons sur la géométrie. Courbes algébriques en général et courbes du troisième ordre*. Sous la direction de Ferdinand Lindemann. Traduit par Adolphe Benoist. T. II. Paris : Gauthier-Villars.
- Condillac, Etienne Bonnot de. 1754. *Traité Des Sensations : A Madame La Comtesse De Vassé*. Londres, Paris : De Bure l'aîné.

- Coste, Joseph. 1842. Note sur le nombre de points multiples des courbes algébriques. *Journal de mathématiques pures et appliquées : ou recueil mensuel de mémoires sur les diverses parties des mathématiques, publié par Joseph Liouville* (Paris) 7 : 184–189.
- Cramer, Gabriel. 1722. *Dissertatio physico-mathematica de sono*. Genève : typ. Cramer, Perachon et Cramer filii.
- . 1731. An Account of an Aurora Borealis Attended with Unusual Appearances, in a Letter from the Learned Mr. G. Cramer, Prof. Math. Genev. to James Jurin, M. D. and F. R. S. *Philosophical Transactions* (London) 36 (407) : 279–282.
- . (1748) 1750. Dissertation sur Hippocrate de Chio. *Histoire de l'Académie royale des sciences et des belles lettres de Berlin, année MDCCXLVIII* (Berlin) : 482–498.
- . 1750b. *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*. Genève : chez les frères Cramer et C. Philibert.
- . 1750c. *Oratio inauguralis De utilitate philosophiæ in civitatibus regendis*. Genève : Frères Cramer et Claude Philibert.
- . 1752. Oratio academica Genevæ habita An. 1750 a Gabriele Cramer, Philosophiæ Professore, qua respondetur ad hanc quæstionem : Num semen tritici in lolium vertatur? *Museum helveticum : ad juvandas literas in publicos usus apertum*, n^o 23 : 321–339.
- . (1752) 1754. Mémoire posthume de géométrie. *Histoire de l'Académie royale des sciences et des belles lettres de Berlin, année MDCCLII* (Berlin) : 283–290.
- . (1743) 1778. Problème de dioptrique. Trouver le foyer des raïons rompus par un nombre quelconque de Verres convexes ou concaves, par M. Cramer. *Histoire de la Société royale des sciences, établie à Montpellier avec les mémoires de mathématiques et de physique, tirés des registres de cette société* (Montpellier) II : 296–303.
- Cremona, Luigi. 1862. *Introduzione ad una teoria geometrica delle curve piane*. Bologna : Gamberini e Parmeggiani.
- D'Alembert, Jean Le Rond. 1740. Usage de l'analyse de Descartes, pour découvrir sans le secours du Calcul différentiel les propriétés ou affections principales des lignes Géométriques de tous les Ordres, par M. l'Abbé de Gua de Malves. *Le Journal des Sçavans, pour l'année M.DCC.XL, Mai* : 854–885.
- . 1743. *Traité de dynamique*. Paris : David l'aîné.
- . 1748a. Mémoire historique sur la vie & les ouvrages de M. Jean Bernoulli, Professeur de Mathématiques à Bâle, & Membre des Académies Royales des Sciences de France, d'Angleterre, de Prusse & de Russie &c. mort depuis peu dans un âge fort avancé. *Mercur de France* (Paris) (mars) : 39–78.

- . 1751–. 1765. *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonné des Sciences, des Arts et des Métiers*. Sous la direction de Denis Diderot. Chez Briasson, David l'aîné, Le Breton, Durand à Paris, puis chez Samuel Faulche & Compagnie à Neufchâtel.
- . 1768. *Opuscules mathématiques ou Mémoires sur différens sujets de géométrie, de mécanique, d'optique, d'astronomie*. T. IV. Paris : Briasson.
- . 1821. *Œuvres complètes de D'Alembert*. T. Troisième, IIe partie. Paris : A. Belin.
- De Felice, Fortunato Bartolomeo. 1770–1780. *Encyclopédie, ou dictionnaire universel raisonné des connoissances humaines*. De Felice.
- De Gua de Malves, Jean-Paul. 1740. *Usages de l'Analyse de Descartes pour découvrir, sans le secours du Calcul Différentiel, les Propriétés, ou Affections principales des Lignes Géométriques de tous les Ordres*. Paris : Jombert.
- De Morgan, Augustus. 1855. On the Singular Points of Curves, and on Newton's Method of Coordinated Exponents. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society* (Cambridge) IX : 608–627.
- . 1857. Historical note on the theorem respecting the dimensions of roots. *The Quarterly Journal of Pure and Applied Mathematics* (Londres) I : 232–235.
- Descartes, René. 1637. La géométrie. In *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison, & chercher la vérité dans les sciences. Plus La dioptrique, les météores et la géométrie, qui sont des essais de cete méthode*, 297–413. Leyde : Ian Maire.
- . 1659. *Geometria, à Renato Des Cartes anno 1637 gallicè edita; postea autem unà cum notis Florimondi de Beaune... gallicè conscriptis in latinam linguam versa, & commentariis illustrata, operâ atque studio Francisci à Schooten... Nunc demum ab eodem diligenter recognita, locupletioribus commentariis instructa, multisque egregiis accessionibus, tam ad uberiores explicationem, quàm ad ampliandam hujus Geometriae excellentiam facientibus, exornata, quorum omnium catalogum pagina versa exhibet*. Sous la direction de Rasmus Bartholin et Pieter Van Schooten. Amstelaedami : apud Ludovicum & Danielem Elzevirios.
- Dreyfus, Ferdinand-Camille. 1886–1902. *La grande encyclopédie : inventaire raisonné des sciences, des lettres et des arts. Par une société de savants et de gens de lettres*. Paris : Lamirault.
- École polytechnique, éd. 1812. *Journal de l'École polytechnique, publié par le Conseil d'instruction de cet établissement. Septième et huitième cahiers*. T. II. Paris : Imprimerie impériale.
- Euler, Leonhard. 1744. *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes : sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti*. Lausanne et Genève : Marc-Michel Bousquet & associés.

- . 1748. *Introductio In Analysin Infinitorum*. T. 2. Lausanne : Marc-Michel Bousquet & associés.
- . (1748) 1750. Démonstration sur le nombre de points où deux lignes des ordres quelconques peuvent se couper. *Histoire de l'Académie royale des sciences et des belles lettres MDCCXLVIII* : 234–248.
- . (1748) 1750. Demonstration sur le nombre des points, où deux lignes des ordres quelconques peuvent se couper. *Histoire de l'Académie royale des sciences et des belles lettres. Année MDCCXLVIII* (Berlin) : 234–248.
- . (1748) 1750. Sur une contradiction apparente dans la doctrine des lignes courbes. *Histoire de l'Académie royale des sciences et des belles lettres MDCCXLVIII* : 219–233.
- . (1749) 1751. Sur le point de rebroussement de la seconde espèce de Mr. le Marquis de L'Hôpital. *Histoire de l'Académie royale des sciences et des belles lettres. Année MDCCXLIX*. (Berlin).
- . (1750) 1752. Avertissement au sujet des Recherches sur la Précession des Equinoxes. *Histoire de l'Académie royale des sciences et des belles lettres. Année MDCCL*. (Berlin) : 412.
- . 1797. *Introduction à l'analyse infinitésimale par Léonard Euler; Traduite du latin en français, avec des Notes & des éclaircissements, par J. B. Labey*. Traduit par Jean-Baptiste Labey. T. II. Paris : Barrois l'aîné.
- Fantet de Lagny, Thomas. 1697. *Nouveaux éléments d'arithmétique et d'algèbre ou introduction aux mathématiques*. Paris : Jombert.
- Favre, Edouard et Tronchin, Antoine. 1901. *L'état du gouvernement présent de la République de Genève [1721]*. Mémoires et documents publiés par la Société d'histoire et d'archéologie de Genève. 25. J. Jullien et Georg & Company.
- Fontenelle, Bernard Le Bouyer de. 1727. *Eléments de la géométrie de l'infini : suite des Mémoires de l'Académie royale des sciences*. Paris : Imprimerie royale.
- Formey, Jean Henri Samuel. 1750. Introduction à l'Analyse des Lignes Courbes Algébriques, par Gabriel Cramer, Professeur de Philosophie & de Mathématiques; des Académies & Sociétés Royales de Londres, de Berlin, de Montpellier, de Lyon & de l'Académie l'Institut de Bologne. A Genève. *Nouvelle Bibliothèque Germanique* (Amsterdam) : 364–383.
- Frost, Percival. 1872. *An elementary treatise on curve tracing*. London : MacMillan.
- Ganguli, Surendramohan. 1925. *The Theory Of Plane Curves*. T. I. Calcutta : Université de Calcutta.

- Gergonne, Joseph-Diez. 1813. Analyse élémentaire. Développement de la théorie donnée par M. Laplace, pour l'élimination au premier degré. *Annales de Gergonne* 4 : 148–155.
- . 1818. Géométrie analytique. Théorie élémentaire de la courbure des lignes et des surfaces courbes. *Annales de Gergonne* 9 : 127–195.
- Goudin, Mathieu-Bernard. 1788. *Traité des propriétés communes à toutes les courbes : suivi d'un Mémoire sur les éclipses de soleil*. 2^e éd. Didot l'aîné.
- Goudin, Mathieu-Bernard et Dionis du Séjour, Achille Pierre. 1756. *Traité des Courbes algébriques*. Paris : Chez Charles-Antoine Jombert.
- Grandi, Guido. 1728. *Flores geometrici ex rhodonearum et cloeliarum*. Florence : Typis Regiæ Celsitudinis, apud Tartinium & Franchium.
- Gravesande, Willem Jacob 's. 1722. *Essai d'une nouvelle théorie du choc des corps fondée sur l'expérience*. La Haye : T. Johnson.
- . 1727. *Matheseos universalis elementa*. Leyde : Samuel Luchtman.
- . 1728. *The Elements of Universal Mathematics, Or Algebra : To which is Added, a Specimen of a Commentary on Sir Isaac Newton's Universal Arithmetic. Containing, Demonstrations of His Method of Finding Divisors, ... Translated from the Latin of G. I. 'sGravesande*. London : John Senex.
- . 1729. Remarques sur la Force des Corps en mouvement, & sur le Choc; précédées de quelques Reflexions sur la Maniere d'écrire de Monsieur le Docteur Samuel Clarcke. *Journal littéraire* (La Haye) 13 : 189–197, 407–432.
- . 1774. *Oeuvres philosophiques et mathématiques de Mr. G.J.'s Gravesande*. Sous la direction de Jean Nicolas Sébastien Allamand. T. 1. Amsterdam : Marc Michel Rey.
- Gregory, Duncan Farquharson. 1841. *Examples of the processes of the differential and integral calculus*. Cambridge : J. / J. J. Deighton.
- Guisnée, Nicolas. 1733. *Application de l'algèbre à la géométrie, ou méthode de démontrer par l'algèbre les théorèmes de géométrie*. Paris : Chez Quillau.
- Hamilton, Henry Parr. 1826. *The principles of analytical geometry*. Cambridge : J. Smith.
- Hammond, Nathaniel. 1742. *The elements of algebra in a new and easy method : with their use and application, in the solution of a great variety of arithmetical and geometrical questions ... To which is prefixed an introduction, containing a succinct history of this science*. London : Printed for J. Walthoe.
- Harris, John. 1714. *A new short treatise of algebra, with the geometrical construction of equations*. Londres : Midwinter.

Hermann, Jacob. 1727. *Observationes in Schiedasma quod Dn. Rolle cum hac inscriptione : Eclaircissements sur la Construction des Egalitez*, in *Commentariis Academiae Reg. Scient.* 1708. edidit. *Miscellanea Berolinensia ad incrementum scientiarum* (Berlin) : 131–146.

Histoire de la Société royale des sciences, établie à Montpellier avec les mémoires de mathématiques et de physique, tirés des registres de cette société. 1766. T. 1. Lyon : Benoît Duplain.

Histoire de la Société royale des sciences, établie à Montpellier avec les mémoires de mathématiques et de physique, tirés des registres de cette société. 1778. T. 2. Montpellier : Jean Martel.

Hutton, Charles. 1795. *A Mathematical and Philosophical Dictionary : Containing an Explanation of the Terms, and an Account of the Several Subjects, Comprized Under the Heads Mathematics, Astronomy, and Philosophy Both Natural and Experimental.* London : J. Davis.

Jallabert, Jean. 1731. *Theses physico-mathematicae de gravitate, in quibus ejus leges ex motibus caelestibus deducuntur, ac circa ejus causam mechanicam hypothesis eruditorum examini subjicitur; quas, deo dante, sub praesidio D.D. Gabrielis Cramer matheseos professoris, tueri conabitur Johannes Jallabertus, author. Die Martis proxima, Septembris 4. horâ locoque solitis.* Genève : Typis M. Mich. Bousquet et Soc.

———. 1753. *Oratio exponens Vitam, Fata ac Virtutes V. Clar. Gabrielis Crameri, Philosophiae Profess. in Illustr. Acad. Genevensis. Museum Helveticum ad juvandas literaras in publicos usus apertum* (Zurich) 28 : 525–543.

Johnson, William Woolsey. 1884. *Curve tracing in Cartesian coordinates.* New York : John Wiley / sons.

Kästner, Abraham Gotthelf. 1743. *Aequationum speciosarum resolutio Newtoniana per series.* Leipzig : Breitkopf.

———. 1758–. 1769. *Der mathematischen anfangsgründe.* 4 vols. Göttingen : Vandenhoeck.

Klein, Felix. 1898–1933. *Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen.* Leipzig : Teubner.

Koerber, Christian Albert. 1738. *Novum idque insigne curvas quadrandi.* Lipsiae.

La Serna Santander, Charles Antoine de. 1803. *Catalogue des livres de la bibliothèque de M. C. de la Serna Santander, rédigé et mis en ordre par lui-même.* T. 2. Bruxelles.

Lacroix, Sylvestre-François. 1797. *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral.* T. I. Paris : J.B.M. Duprat.

- . 1802. *Traité élémentaire de calcul différentiel et de calcul intégral, précédé de réflexions sur la manière d'enseigner les mathématiques, et d'apprécier dans les examens le savoir de ceux qui les ont étudiées*. Paris : Crapelet.
- . 1803. *Traité élémentaire de trigonométrie rectiligne et sphérique, et d'application de l'algèbre à la géométrie*. 3^e éd. Paris : Courcier.
- . 1804. *Elémens d'algèbre à l'usage de l'Ecole centrale des Quatre-Nations*. 5^e éd. Paris : Courcier.
- . 1805. *Essais sur l'enseignement en général, et sur celui des mathématiques en particulier*. Paris : Courcier.
- . 1810. *Traité du calcul différentiel et du calcul intégral*. 2^e éd. T. 1. Paris : Courcier.
- Lagrange, Joseph Louis de. (1770) 1772. Réflexions sur la résolution algébrique des équations. *Nouveaux mémoires de l'Académie royale des sciences et belles-lettres, avec l'histoire pour la même année*. Année MDCLXX (Berlin) : 134–215.
- . (1771) 1773. Suite des Réflexions sur la Résolution algébrique des Équations. *Nouveaux mémoires de l'Académie royale des sciences et belles-lettres, avec l'histoire pour la même année*. Année MDCLXXI (Berlin) : 138–253.
- . (1776) 1779. Sur l'usage des fractions continues dans le Calcul intégral. *Nouveaux mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres, avec l'histoire pour la même année*. Année MDCCLXXVI (Berlin) : 236–264.
- . 1797. *Théorie des fonctions analytiques, contenant les principes du calcul différentiel dégagés de toute considération d'infiniment petits ou d'évanouissans, de limites ou de fluxions, et réduits à l'analyse algébrique des quantités finies*. Paris : Imprimerie de la République.
- Laplace, Pierre-Simon de. 1776. Recherches sur le calcul intégral et le système du monde. *Histoire de l'Académie royale des sciences*. Année M. DCCLXXII. *Seconde Partie*. Avec les *Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année*. Tirés des Registres de cette Académie. (Paris) : 267–376.
- Lardner, Dionysius. 1823. *A system of algebraic geometry*. Londres : Thomas Davison.
- Larousse, Pierre. 1866–1877. *Grand dictionnaire universel du XIXe siècle : français, historique, géographique, mythologique, bibliographique*. Paris : Administration du grand Dictionnaire universel.
- Leibniz, Gottfried Wilhelm et Bernoulli, Jean. 1745. *Virorum Celeberr. Got. Gul. Leibnitii Et Johan. Bernoullii Commercium Philosophicum Et Mathematicum*. Sous la direction de Gabriel Cramer. 2 vols. Lausanne et Genève : Marc-Michel Bousquet & associés.

L'Hospital, Marquis de, Guillaume François Antoine. 1696. *Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes*. Paris : de l'Imprimerie Royale.

———. 1707. *Traité analytique des sections coniques : et de leur usage pour la resolution des equations dan les problêmes tant déterminez qu'indéterminez*. Paris : Veuve de J. Boudot et J. Boudot fils.

L'Huillier, Simon. 1809. *Éléments d'analyse géométrique et d'analyse algébrique appliquées à la recherche des lieux géométriques*. Paris : chez J. J. Paschoud.

Lubières, Charles-Benjamin De Langes de. 1752. Eloge historique de Monsieur Cramer, Professeur de Philosophie & de Mathématiques à Genève. *Nouvelle Bibliothèque Germanique ou Histoire Littéraire de l'Allemagne, de la Suisse & des Pays du Nord, Janvier, Février & Mars 1752* (Amsterdam) X part. 2 : 359–392.

Macfarquhar, Colin. 1797. *Encyclopædia Britannica, or, A dictionary of arts, sciences, and miscellaneous literature*. 3^e éd. 18 vols. Edinburgh : C. Macfarquhar / A. Bell.

Maclaurin, Colin. 1720. *Geometria organica, sive descriptio linearum curvarum universalis*. Londres : Impensis Gul. & Joh. Innys.

———. 1738. A Letter from Mr. Colin Mac Laurin, Math. Prof. Edinburg. F. R. S. to Mr. John Machin, Astr. Prof. Gresh. & Secr. R. S. concerning the Description of Curve Lines. Communicated to the Royal Society on December 21, 1732. *Philosophical Transactions* XXXIX. For the Years 1735, 1736. (436) : 143–165.

———. 1742. *A Treatise of Fluxions*. Edinburgh : T. W. T. Ruddimans.

———. 1748. *A Treatise of Algebra, in Three Parts. Containing 1. The Fundamental Rules and Operations. 2. The Composition and Resolution of Equations of All Degrees; and the Different Affections of Their Roots. 3. The Application of Algebra and Geometry to Each Other. To which is Added an Appendix, Concerning the General Properties of Geometrical Lines*. London : A. Millar / J. Nourse.

———. 1753. *Traité d'algèbre et de la manière de l'appliquer. Traduit de l'Anglois de M. MACLAURIN, de la Société Royale de Londres, Professeur de Mathématique à Edimbourg. Avec des additions tirées des Mathématiciens les plus célèbres*. Traduit par Le Cozic. Paris : Charles-Antoine Jombert.

Mairan, Jean-Jacques Dortous de. (1728) 1730. Dissertation sur l'estimation & la mesure des forces motrices des corps. *Histoire de l'Académie royale des sciences. Année M.DCCXXVIII* (Paris).

———. 1733. *Traité physique et historique de l'aurore boréale*. Paris : Imprimerie royale.

- . (1737) 1740. Discours sur la Propagation du Son dans les différents Tons qui le modifient - Eclaircissements sur le discours précédent. *Mémoires de mathématique et de physique, tirés des registres de l'Académie Royale des Sciences, de l'année MDCCXXXVII* (Paris) : 1–58bis.
- . 1741a. Extrait de quelques Lettres de M. Cramer, Professeur de Mathématiques & de Philosophie à Genève, écrites à M. de Mairan, Secrétaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences, & d'une Réponse de M. de Mairan à M Cramer. *Journal des Sçavans* (Paris) (mars 1741) : 508–556.
- . 1741b. *Lettre de M. De Mairan, secrétaire perpétuel de l'Académie royale des Sciences, &c. à Madame ***. Sur la Question des Forces Vives, en réponse aux Objections qu'elle lui fait sur ce sujet dans ses Institutions de Physique.* Jombert.
- Mallet, Edouard, éd. 1857. *Oeuvres historiques et littéraires de Léonard Baulacre, Ancien Bibliothécaire de la République de Genève (1728 à 1756)*. T. 1. Genève : Jullien frères.
- Maupertuis, Pierre Louis Moreau de. (1729) 1731. Sur quelques affections des courbes. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Année M. DCXXIX. Avec les mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année. Tirés de registres de cette Académie.* 277–282.
- Mengoli, Pietro. 1659. *Geometriæ speciosæ elementa : De potestatibus, à radice binomia, & residua. De innumerabilibus numerosis progressionibus. De quasi proportionibus. De rationibus logarithmicis. De propijs rationum logarithmis. De innumerabilibus quadraturis.* Bononiae : typis Io. Baptistae Ferronij.
- Molk, Jules. 1904–1916. *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées*. Paris : Gauthier-Villars.
- Monge, Gaspard. 1807. *Application de l'analyse à la géométrie, à l'usage de l'Ecole impériale polytechnique*. Paris : Bernard.
- Montucla, Jean-Étienne et Lalande, Jérôme de, éd. 1799–1802. *Histoire des Mathématiques, dans laquelle on rend compte de leur progrès depuis leur origine jusqu' à nos jours; ou l'on expose le tableau et le développement des principales découvertes dans toutes les parties des Mathématiques, les contestations qui se sont élevées entre les Mathématiciens, et les principaux traits de la vie des plus célèbres*. 4 vols. Paris : Henri Agasse.
- Murdoch, Patrick. 1746. *Neutoni genesis curvarum per umbras*. Londres : Apud A. Millar.
- Newton, Isaac. 1739-1742. *Philosophiæ naturalis principia mathematica*. Sous la direction de François Jacquier et Thomas Le Seur. 4 vols. Genève : Barrillot.

- . 1704. *Enumeratio linearum tertii ordinis*. In *Opticks : or, A treatise of the reflexions, refractions, inflexions and colours of light. Also two treatises of the species and magnitude of curvilinear figures*, 137–162. London : Sam. Smith, / Benj. Walford, Printers to the Royal Society.
- . 1707. *Arithmetica Universalis : Sive de Compositione Et Resolutione Arithmetica Liber. Cui Accessit Halleiana Æquationum Radices Arithmetice Inveniendi Methodus*. Londres : Benj. Tooke.
- . 1711. *Analysis Per Quantitatum Series, Fluxiones, Ac Differentias : Cum Enumeratione Linearum Tertii Ordinis*. Londini : ex officina Pearsoniana.
- . 1740. *La Méthode des fluxions, et des suites infinies*. Traduit par Comte de Buffon Georges Louis Le Clerc. Paris : Debure.
- . 1860. *Sir Isaac Newton's Enumeration of Lines of the Third Order, Generation of Curves by Shadows, Organic Description of Curves, and Construction of Equations by Curves*. Traduit par Christopher Rice Mansel Talbot. London : Bohn.
- Nicole, François. (1729) 1731. *Traité des Lignes du troisième ordre, ou des Courbes du second genre. Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Année M. DCCXXIX. Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année. Tirés des Registres de cette Académie*. 194–224.
- Paman, Roger. 1745. *The harmony of the ancient and modern geometry asserted : In answer to the call of the author of the analyst upon the celebrated mathematicians of the present age, to clear up what he stiles, their obscure analytics*. London : Printed for J. Nourse.
- Panckoucke, Charles-Joseph. 1784–1789. *Encyclopédie méthodique : Mathématiques. Par MM. D'Alembert, l'Abbé Bossut, De la Lande, le Marquis de Condorcet, & c.* Paris : Chez Panckoucke.
- Peacock, George. 1820. *A collection of examples of the applications of the differential and integral calculus*. Cambridge : J. Smith.
- Pluche, Noël-Antoine. 1732. *Le Spectacle de la nature, ou Entretiens sur les particularités de l'histoire naturelle qui ont paru les plus propres à rendre les jeunes gens curieux et à leur former l'esprit*. 9 vols. Paris : Veuve Estienne.
- Plücker, Julius. 1828. *Géométrie analytique. Recherches sur les courbes algébriques de tous les degrés. Annales de Gergonne* 19 : 97–106.
- . 1831. *Analytisch-geometrische Entwicklungen*. T. 2. Essen : G. D. Baedeker.
- . 1835. *System der analytischen Geometrie*. Berlin : Duncker und Humblot.

- . 1836. Enumération des courbes du quatrième ordre, d'après la nature différente de leurs branches infinies. *Journal de mathématiques pures et appliquées : ou recueil mensuel de mémoires sur les diverses parties des mathématiques, publié par Joseph Liouville* 1 : 229–252.
- . 1839. *Theorie der algebraischen Curven*. Bonn : A. Marcus.
- Poncelet, Jean-Victor. 1866. *Traité des propriétés projectives des figures*. T. 2. Paris : Gauthier-Villars.
- Pouillet-Delisle, Antoine Charles. 1809. *Application de l'algèbre à la géométrie*. Paris : Courcier.
- Powell, Baden. 1828. *The Elements of Curves : Comprising, I. The Geometrical Principles of the Conic Sections. II. An Introduction to the Algebraic Theory of Curves. Designed for the Use of Students in the University*. Oxford : Clarendon Press.
- Puiseux, Victor. 1850. Recherches sur les fonctions algébriques. *Journal de mathématiques pures et appliquées : ou recueil mensuel de mémoires sur les diverses parties des mathématiques, publié par Joseph Liouville*, n° 15 : 365–480.
- Rees, Abraham. 1819. *The Cyclopædia ; or, Universal dictionary of Arts, Sciences, and Literature*. 45 vols. London : Longman, Hurst, Rees, Orme & Brown.
- Regnault, Noël. 1737. *Les Entretiens physiques d'Ariste et d'Eudoxe, ou Physique nouvelle en dialogues*. 4 vols. Paris : J. Clousier.
- Reynaud, André-Antoine-Louis. 1819. *Traité d'application de l'algèbre à la géométrie et de trigonométrie*. Paris : Courcier.
- Reyneau, Charles. 1708. *Analyse démontrée, ou la methode de résoudre les problèmes des mathématiques, et d'apprendre facilement ces sciences*. 2 vols. Paris : Jacque Quillau.
- Riccati, Vincenzo et Saladini, Girolamo. 1765. *Institutiones analyticae*. Bologne : Ex Typographia Sancti Thomæ Aquinatis.
- Rolle, Michel. 1690. *Traité d'algèbre ou principes généraux pour résoudre les questions de mathématique*. Paris : Estienne Michallet.
- . (1703) 1720. Remarques sur les Lignes Géométriques. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Année M. DCC. III. Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année. Tirés des Registres de cette Académie*. (Paris) : 132–139.
- Rolle, Michel. (1708) 1730. Eclaircissemens sur la construction des egalitez. *Histoire de l'Académie royale des sciences. Année M. DCCVIII. Avec les Memoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année. Tirés des registres de cette Academie*. (Paris) : 339–374.

- . (1709) 1733. Eclaircissemens sur la construction des egalitez. *Histoire de l'Académie royale des sciences. Année M. DCCIX. Avec les Memoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année. Tirés des registres de cette Academie.* (Paris) : 320–350.
- . (1712) 1733. Sur l'application des règles de Diophante à la géométrie. *Histoire de l'Académie royale des sciences. Année M. DCCXII. Avec les Memoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année. Tirés des registres de cette Academie.* (Paris) : 54–58.
- Salmon, George. 1852. *A Treatise on the Higher Plane Curves - Intended as a Sequel to a Treatise on Conic Sections.* Dublin : Hodges / Smith.
- Sarrazin de Montferrier, Alexandre André Victor. 1835–1840. *Dictionnaire des sciences mathématiques pures et appliquées.* Paris : Dénain et Delamare.
- Saurin, Joseph. (1716) 1718. Remarques sur un Cas singulier du Problème general des Tangentes. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Année M. DCCXVI. Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année. Tirés des Registres de cette Académie.* (Paris) : 59–78.
- Saury, Jean. 1774. *Cours complet de mathématiques, par M. l'Abbé Sauri.* 5 vols. Paris.
- Savérien, Alexandre. 1753. *Dictionnaire universel de mathématique et de physique.* Paris : chez Jacques Rollin et Charles-Antoine Jombert.
- Simpson, Thomas. 1823. *The doctrine and application of fluxions : containing (besides what is common to the subject) a number of new improvements in the theory, and the solution of a variety of new and very interesting problems in different branches of mathematics.* T. I. Londres : J. Collingwood.
- Smedley, Edward, Rose, Hugh James et Rose, Henry John. 1845. *Encyclopædia Metropolitana : Or Universal Dictionary of Knowledge.* London : B. Fellowes.
- Stirling, James. 1717. *Lineæ tertii ordinis Neutonianæ, sive Illustratio tractatus D. Neutoni De enumeratione linearum tertii ordinis : Cui subiungitur Solutio trium problematum.* Oxoniæ : e Theatro Sheldoniano, impensis Eduardi Whistler.
- Swammerdam, Jan. 1737. *Biblia naturæ, sive historia insectorum.* 2 vols. Leyde : apud Isaacum Severinum.
- Taylor, Brook. 1715. *Methodus Incrementorum Directa & Inversa.* Londres : Typis Pearsonianis.
- Terquem, Olry. 1834. *Manuel d'algèbre : ou exposition élémentaire des principes de cette science à l'usage des personnes privées des secours d'un maître.* 2^e éd. Paris : Roret.

- . 1838. Solution d'un problème de combinaison. *Journal de mathématiques pures et appliquées : ou recueil mensuel de mémoires sur les diverses parties des mathématiques, publié par Joseph Liouville* (Paris) 3 : 559–560.
- . 1842. Notice sur l'élimination : Formules de Cramer. *Nouvelles annales de mathématiques, journal des candidats aux écoles polytechnique et normale* 1 : 125–131.
- . 1846a. Note sur les équations du premier degré en nombre plus grand que celui des inconnues; applications géométriques. *Nouvelles annales de mathématiques, journal des candidats aux écoles polytechnique et normale* 5 : 551–556.
- . 1846b. Notice sur l'élimination. *Nouvelles annales de mathématiques, journal des candidats aux écoles polytechnique et normale* 5 : 153–162.
- . 1850. Propriétés générales des courbes algébriques planes. *Nouvelles annales de mathématiques, journal des candidats aux écoles polytechnique et normale* 9 : 283–296.
- Thomson, James. 1848. *An Introduction to the Differential and Integral Calculus : With an Appendix Illustrative of the Theory of Curves and Other Subjects*. 2^e éd. Londres : Simms / McIntyre.
- Vaucher, Louis. 1834. *Catalogue de la Bibliothèque publique de Genève*. T. 1. Genève.
- Wallis, John. 1655. *De sectionibus conicis nova methodo expositis tractatus*. Oxford : Leon Lichfield.
- . 1685. *A treatise of algebra, both historical and practical*. Londres : John Playford.
- Waring, Edward. 1762. *Miscellanea analytica, de æquationibus algebraicis, et curvarum proprietatibus*. Cambridge : J. Bentham.
- . 1772. *Proprietates algebraicarum curvarum*. Cambridge : J. Archdeacon.
- Waud, Samuel Wilkes. 1835. *A Treatise on Algebraical Geometry*. Londres : Baldwin / Cradock.
- Weidler, Johann Friedrich. 1725. *Institutiones mathematicæ decem et sex puræ mixtæque matheseos disciplinas complexæ*. Vitembergæ : Georg. Marcum Knochium.
- Wieleitner, Heinrich Karl. 1905. *Theorie der ebenen algebraischen Kurven höherer Ordnung*. Leipzig : G.J. Göschen.
- Wolff, Christian. 1743. *Elementa matheseos universæ, Tomus primus*. Editio novissima, multo auctior et correctior. T. 1. Genevæ : Henricum-Albertum Gosse & socios.
- . 1744. *La logique ou réflexions sur les forces de l'entendement humain et sur leur légitime usage dans la connoissance de la vérité*. Marc-Michel Bousquet & Comp.
- Wood, James. 1795. *The elements of algebra*. Cambridge.

Sources secondaires

- Alfonsi, Liliane. 2008. Étienne Bézout : analyse algébrique au siècle des lumières. *Revue d'histoire des mathématiques* 14 (2) : 211–287.
- . 2011. *Étienne Bézout (1730-1783) : mathématicien des Lumières*. Collection Histoire des sciences. Série études. Paris : L'Harmattan.
- Bandelier, André et Eigeldinger, Frédéric, éd. 2010. *Lettres de Genève (1741-1793) à Jean Henri Samuel Formey*. Vie des huguenots. Paris : Honoré Champion.
- Baskevitch, François. 2016. La propagation du son chez Dortous de Mairan (1737) : Des particules d'air de différentes élasticités. *Revue d'histoire des sciences* Tome 68 (2) : 335–358.
- Benguigui, Isaac. 1998. *Gabriel Cramer : illustre mathématicien 1704-1752*. Genève : Messieurs Cramer & Cie.
- Bensaude-Vincent, Bernadette. 2012. Vies d'objets. *Critique*, n° 781 (juillet) : 588–598.
- Bioesmat-Martagon, Lise, éd. 2010. *Éléments d'une biographie de l'espace projectif*. Nancy, France : Presses Universitaires de Nancy.
- Blanckaert, Claude et Porret, Michel. 2006. *L'encyclopédie méthodique (1782-1832) : des Lumières au positivisme*. Genève : Droz.
- Bodenmann, Siegfried. 2008. La République des sciences vue à travers le commerce épistolaire de Léonhard Euler. *Dix-huitième siècle*, n° 40 : 129–151.
- . 2013. Faux accords et vrais désaccords : Rhétoriques et stratégies de la controverse dans le réseau de correspondance de Leonhard Euler. *Revue d'histoire des sciences* Tome 66 (2) : 361–394.
- Bodenmann, Siegfried et Kleinert, Andreas, éd. 2017. *Correspondance de Leonhard Euler avec des savants suisses en langue française*. T. 4A / 7. *Commercium epistolicum*. Bâle : Birkhäuser.
- Bongie, Laurence L. 1977. *Diderot's femme savante*. Oxford : Voltaire Foundation at the Taylor Institution, 1977.
- Bonnant, Georges. 1999. *Le livre genevois sous l'Ancien Régime*. Genève : Librairie Droz.
- Bonnot, Thierry. 2002. *La vie des objets : D'ustensiles banals à objets de collection*. Éditions de la Maison des sciences de l'homme.
- Borgeaud, Charles. 1900. *Histoire de l'Université de Genève*. Genève : Georg.

- Bos, H. J. M. 1984. Arguments on Motivation in the Rise and Decline of a Mathematical Theory; the "Construction of Equations", 1637 - ca. 1750. *Archive for History of Exact Sciences* 30 (3) : 331–380.
- Bourdieu, Pierre. 1986. L'illusion biographique. *Actes de la recherche en sciences sociales* 62 (1) : 69–72.
- Boyer, Carl B. 2004. *History of analytic geometry*. Mineola, New York : Dover Publications.
- Bradley, Robert E. 2006. The Curious Case of the Bird's Beak. *International Journal of Mathematics and Computer Science* 1 (2) : 243–268.
- Bradley, Robert E. et Stemkoski, Lee. 2011. When Nine Points are Worth But Eight : Euler's Resolution of Cramer's Paradox. *Convergence* (avril).
- Brandli, Fabrice. 2012. *Le nain et le géant. La République de Genève et la France au XVIIIe siècle : cultures politiques et diplomatie*. Rennes : Presses universitaires de Rennes.
- Bruneau, Olivier. 2011a. *Colin Maclaurin ou l'obstination mathématicienne d'un newtonien*. Histoires de géométries. Nancy : Presses Universitaires de Nancy.
- . 2011b. Le De Linearum de Maclaurin : entre Newton et Poncelet. *Revue d'histoire des mathématiques* 17 (1) : 9–39.
- . 2015. La géométrie en Grande-Bretagne 1750-1850. In *Sciences mathématiques 1750-1850 : continuités et ruptures*, par Christian Gilain et Alexandre Guilbaud, 403–440. Paris : CNRS éditions.
- Bruneau, Olivier et Joffredo, Thierry. 2012. La recherche des extremums des courbes algébriques chez Newton et Cramer. In *Aventures de l'Analyse, de Fermat à Borel, Mélanges en l'honneur de Christian Gilain*, sous la direction d'Olivier Bruneau, Pierre Crépel, Jean Delcourt, Alexandre Guilbaud et Irène Passeron, 165–188. Histoires de Géométries. PUN-Éditions universitaires de Lorraine.
- Bruneau, Olivier et Passeron, Irène. 2015. Des lions et des étoiles : Dortous de Mairan, un physicien distingué. *Revue d'histoire des sciences* Tome 68 (2) : 259–279.
- Brunet, Jacques Charles. 1802. *Dictionnaire bibliographique, historique et critique des livres rares*. T. IV. Paris : Delalain, fils.
- Brunet, Pierre. 1931. *L'introduction des théories de Newton en France au XVIIIe siècle*. Paris : A. Blanchard.
- Buysens, Danielle, El-Wakil, Leïla, Winiger-Labuda, Anastaszja et Fornara, Livio. 2003. *Le portique de la cathédrale Saint-Pierre. Un grand chantier à Genève au XVIIIe siècle*. Genève : Maison Tavel. Visité le 12 octobre 2015. <http://archive-ouverte.unige.ch/unige:74884>.

- Candaux, Jean-Daniel. 1993. Monsieur de Lubières encyclopédiste. *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie* 15 (1) : 71–96.
- Candolle, Augustin-Pyramus De. 1830. *Histoire de la botanique genevoise*. Genève : J. Barbezat.
- Cannon, John T. et Dostrovsky, Sigalia. 1981. Cramer (1722). In *The evolution of dynamics : vibration theory from 1687 to 1742*, 33–36. Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences 6. Springer New York.
- Capel, Horacio. 1982. La teoria fisica de la Tierra. Una tesis en la Ginebra del siglo XVIII. Avec la collaboration de Virgilio Bejarano. *Geo critica*, n° 39 (mai) : 5–18.
- Cernuschi, Alain. 2014. L'ABC de l'Encyclopédie d'Yverdon ou la refonte encyclopédique de F.-B. De Felice à la lumière de ses lettres de 1771. *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, n° 49 : 123–143.
- Cerulus, Frans A. 2004. *Die Werke Von Daniel Bernoulli*. T. 8 : Technologie II. Bâle : Birkhäuser.
- . 2006. Daniel Bernoulli and Leonhard Euler on the Jetski. In *Two Cultures*, 73–96. Bâle : Birkhäuser.
- Chabot, Hugues. 2003. Georges-Louis Lesage (1724-1803), un théoricien de la gravitation en quête de légitimité. *Archives internationales d'histoire des sciences* 53 (150) : 157–183.
- Chapront-Touzé, Michelle. 2002. Introduction générale. In *Premiers textes de mécanique céleste*, t. 6. Jean Le Rond d'Alembert, Œuvres complètes, série I. Paris : CNRS Editions.
- Clebsch, Alfred. 1872. Notice sur les travaux de Jules Plücker, par M. Alfred Clebsch. Traduit par Paul Mansion. *Bullettino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche* (Rome) V : 183–205.
- Collinot, Anne. 2012. Entre vie et œuvre scientifiques : le chaînon manquant. *Critique*, n° 781 (juillet) : 576–587.
- Collison, Robert Lewis Wright. 1964. *Encyclopaedias : their history throughout the ages. A bibliographical guide with extensive historical notes to the general encyclopaedias issued throughout the world from 350 B.C. to the present day*. New York, Londres : Hafner Publishing Company.
- Costabel, Pierre. 1983. *La signification d'un débat sur trente ans (1728-1758) : la question des forces vives*. Paris : Centre de Documentation Sciences Humaines, Société Française d'Histoire des Sciences et des Techniques, Centre Interdisciplinaire d'Étude de l'Évolution des Idées, des Science et Techniques.

- Coste, Alain et Crépel, Pierre. 2006. Prospectus pour une étude du Dictionnaire de *Mathématiques* de l'*Encyclopédie méthodique*. In *L'encyclopédie méthodique (1782-1832) : des Lumières au positivisme*, par Claude Blanckaert et Michel Porret, 493–519. Genève : Droz.
- Courcelle, Olivier. 2013. Chronologie de la vie de Clairaut (1713-1765). Visité le 20 février 2016. <http://www.clairaut.com/cramer.html>.
- Covelle, Alfred-Lucien. 1897. *Le livre des Bourgeois de l'ancienne République de Genève*. Genève : Jullien.
- Craik, Alex D. D. 1999. Calculus and Analysis in Early 19th-Century Britain : The Work of William Wallace. *Historia Mathematica* 26, n° 3 (1^{er} août) : 239–267.
- Cramer, Lucien. 1952. *Une famille genevoise, les Cramer, leurs relations avec Voltaire, Rousseau et Benjamin Franklin-Bache : documents inédits*. Genève : Droz.
- Crucitti-Ullrich, Francesca Bianca. 1974. *La "Bibliothèque italique" - Cultura "italianisante" e giornalismo letterario*. Milan, Naples : Ricciardi.
- Darnton, Robert. 2013. *L'aventure de l'Encyclopédie (1775-1800) : Un best-seller au siècle des Lumières*. Traduit par Marie-Alyx Revellat. Paris : Points.
- Daston, Lorraine. 2000. *Biographies of Scientific Objects*. University of Chicago Press.
- De Biasi, Pierre-Marc. 2003. Sciences : des archives à la genèse. Pour une contribution de la génétique des textes à l'histoire des sciences. *Genesis*, n° 20 : 19–52.
- . 2011. *Génétique des textes*. Paris : CNRS Éditions.
- De Gandt, François. 2005. Les études newtoniennes du jeune D'Alembert. *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, n° 38 : 177–190.
- Delorme, Suzanne. 1951. L'Académie Royale des Sciences : ses Correspondants en Suisse. *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications* 4 (2) : 159–170.
- Dhombres, Jean, éd. 1992. *L'École normale de l'an III. Vol. 1, Leçons de mathématiques : Laplace - Lagrange - Monge*. Histoire de l'ENS. Paris : Éditions Rue d'Ulm.
- Dieudonné, Jean. 1968. *Calcul infinitésimal*. Paris : Hermann.
- . 1974. *Cours de géométrie algébrique*. T. 1. Paris : Presses universitaires de France.
- Doig, Kathleen Hardesty. 2013. *From Encyclopédie to Encyclopédie méthodique : revision and expansion*. Studies on Voltaire and the Eighteenth Century 2013 :11. Oxford : Voltaire Foundation.

- Doig, Kathleen Hardesty et Donato, Clorinda. 1991. Notices sur les auteurs des quarante-huit volumes de «discours» de l'Encyclopédie d'Yverdon. *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie* 11 (1) : 133–141.
- Domingues, João Caramalho. 2008. *Lacroix and the calculus*. Bâle : Birkhäuser.
- Dutka, Jacques. 1988. On the St. Petersburg paradox. *Archive for History of Exact Sciences* 39 (1) : 13–39.
- Ehrhardt, Caroline. 2011. *Évariste Galois : la fabrication d'une icône mathématique*. Paris : Éditions de l'École des hautes études en sciences sociales.
- Gabbey, Alan. 1998. Force, force vive, conservation. In *La Science classique XVIe-XVIIIe siècle : dictionnaire critique*, par Michel Blay et Robert Halleux, 524–534. Flammarion.
- Galiffe, Jacques Augustin. 1836. *Notices généalogiques sur les familles Genevoises depuis les premiers temps jusqu'à nos jours*. T. 3. Genève : Gruaz.
- Galiffe, John Barthélemy Gaïfre. 1877. *D'un siècle à l'autre : correspondances inédites entre gens connus et inconnus du XXVIIIe et du XIXe siècle. Première partie (jusqu'en 1798) : Genève politique, scientifique et sociale au XVIIIe siècle, période révolutionnaire*. Genève : J. Sandoz.
- Gerini, Christian. 2002. *Les «Annales» de Gergonne : apport scientifique et épistémologique dans l'histoire des mathématiques*. Presses universitaires du Septentrion.
- Gerini, Christian et Verdier, Norbert, éd. 2014. *L'émergence de la presse mathématique en Europe au 19ème siècle. Formes éditoriales et études de cas (France, Espagne, Italie et Portugal)*. Cahiers de logique et d'épistémologie 19. College Publications.
- Gilain, Christian. 2008. Euler, d'Alembert et la controverse sur les logarithmes. *Quaderni, Accademia Delle scienze de Torino*, n° 16 : 43–60.
- . 2010. La place de l'analyse dans la classification des mathématiques : de l'Encyclopédie à la Méthodique. *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, n° 45 : 109–128.
- Gilain, Christian et Guilbaud, Alexandre, éd. 2015. *Sciences mathématiques 1750-1850 : continuités et ruptures*. Paris : CNRS éditions.
- Gispert, Hélène. 1999. Les débuts de l'histoire des mathématiques sur les scènes internationales et le cas de l'entreprise encyclopédique de Felix Klein et Jules Molk. *Historia Mathematica* 26, n° 4 (novembre) : 344–360.
- . 2001. The german and french editions of the Klein-Molk Encyclopedia : contrasted images. In *Changing images in mathematics : from the French Revolution to the new millennium*, par Umberto Bottazzini et Amy Dahan Dalmedico, 93–112. London : Routledge.

- Gray, Jeremy John. 2011. *Worlds out of nothing : a course in the history of geometry in the 19th century*. Springer.
- Guicciardini, Niccolò. 2003. *The Development of Newtonian Calculus in Britain, 1700-1800*. Cambridge University Press.
- . 2009. *Isaac Newton on Mathematical Certainty and Method*. MIT Press.
- . 2015. Editing Newton in Geneva and Rome : The Annotated Edition of the *Principia* by Calandrini, Le Seur and Jacquier. *Annals of Science* 72 (3) : 337–380.
- Günther, Siegmund. 1876. *Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der Mathematischen Wissenschaften*. Leipzig : Teubner.
- Haag, Eugène et Haag, Emile. 1846-1859. *La France protestante, ou Vies des protestants français qui se sont fait un nom dans l'histoire depuis les premiers temps de la réformation jusqu'à la reconnaissance du principe de la liberté des cultes par l'Assemblée nationale*. 10 vols. Paris : J. Cherbuliez.
- Hahn, Roger. 1993. *L'anatomie d'une institution scientifique : l'Académie des sciences de Paris (1666-1803)*. Histoire des sciences et des techniques. Bruxelles : Éditions des archives contemporaines.
- Hankins, Thomas L. 1979. In Defence of Biography : The Use of Biography in the History of Science. *History of Science* 17, n° 1 (mars) : 1–16.
- Harman, Peter M. 1988. Dynamics and Intelligibility : Bernoulli and Maclaurin. In *Metaphysics and Philosophy of Science in the Seventeenth and Eighteenth Centuries*, par R. S. Woolhouse, 213–225. Dordrecht : Springer Netherlands.
- Häseler, Jens. 2005. *L'Encyclopédie d'Yverdon et sa résonance européenne*. Sous la direction de Jean-Daniel Candaux. Sous la direction d'Alain Cernuschi. Sous la direction de Clorinda Donato. Genève : Slatkine.
- . 2008. Entre République des lettres et République des sciences : les correspondances « scientifiques » de Formey. *Dix-huitième siècle*, n° 40 : 93–103.
- Henry, Charles. 1885. Correspondance inédite de D'Alembert : avec Cramer, Lesage, Clairaut, Turgot, Castillon, Beguelin, etc. *Bullettino de bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche* XVIII : 507–570, 605–649.
- Heyd, Michael. 1983. *Between Orthodoxy and the Enlightenment : Jean-Robert Chouet and the Introduction of Cartesian Science in the Academy of Geneva*. La Haye : Martinus Nijhoff.
- Heyd, Michael. 1995. *Be Sober and Reasonable : The Critique of Enthusiasm in the Seventeenth and Early Eighteenth Centuries*. Leiden : Brill.

- Heyer, Henri. 1898. *Catalogue des thèses de théologie soutenues à l'Académie de Genève pendant les XVIe, XVIIe et XVIIIe siècles*. Genève : Georg et cie.
- Iltis, Carolyn. 1970. D'Alembert and the vis viva controversy. *Studies in History and Philosophy of Science Part A* 1 (2) : 135–144.
- . 1971. Leibniz and the Vis Viva Controversy. *Isis* 62 (1) : 21–35.
- Inderwildi, Frédéric. 2008. Géographie des correspondants de libraires dans la deuxième moitié du 18e siècle. *Dix-huitième siècle*, n° 40 : 503–522.
- Jeffares, Neil. 2015. La Tour, Mlle Ferrand méditant sur Newton. Pastels & pastellists. Visité le 26 février 2016. http://www.pastellists.com/Essays/LaTour_Ferrand.pdf.
- Joffredo, Thierry. 2016. Entre algèbre et géométrie : la question des points de serpentement et de rebroussement dans la correspondance de Gabriel Cramer avec Euler et D'Alembert. *Circé. Histoires, Cultures & Sociétés*, n° 8 (avril). Visité le 11 mai 2016. <http://www.revue-circe.uvsq.fr/entre-algebre-et-geometrie-la-question-des-points-de-serpentement-et-de-rebroussement-dans-la-correspondance-de-gabriel-cramer-avec-euler-et-dalembert/>.
- Jones, Phillip S. 1970-1980. Gabriel Cramer. In *Dictionary of scientific biography*. Charles Scribner's Sons.
- Jouve, Guillaume. 2007. Imprévus et pièges des cordes vibrantes chez D'Alembert (1755-1783). Doutes et certitudes sur les équations aux dérivées partielles, les séries et les fonctions. Thèse de doct., Université Claude Bernard - Lyon I. Visité le 2 avril 2017. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00380952/document>.
- Kaesar, Marc-Antoine. 2003. La science vécue. Les potentialités de la biographie en histoire des sciences. *Revue d'Histoire des Sciences Humaines* 8 (1).
- Kafker, Frank Arthur et Loveland, Jeff. 2009. *The early Britannica, 1768-1803 : the growth of an outstanding encyclopedia*. Oxford : Voltaire Foundation.
- . 2012. La vie agitée de l'abbé De Gua de Malves et sa direction de l'Encyclopédie. *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, n° 47 : 187–205.
- Kleinschmidt, John R. 1948. *Les imprimeurs et libraires de la république de Genève, 1700-1798*. Genève : A. Jullien.
- Laeven, Augustinus Hubertus et Laeven-Aretz, Lucia Johann Maria. 2014. *The authors and reviewers of the Acta Eruditorum 1682-1735*. Heidelberg : Universitätsbibliothek Heidelberg. Visité le 23 mars 2017. <http://archiv.ub.uni-heidelberg.de/volltextserver/16568/>.
- Lagarrigue, Bruno. 1993. *Un temple de la culture européenne (1728-1753) : l'histoire externe de la Bibliothèque raisonnée des ouvrages des savants de l'Europe*. Nijmegen.

- Le Fort, Charles. 1860. *Le livre du Recteur : catalogue des étudiants de l'Académie de Genève de 1559 à 1859*. Genève : J.-G. Fick.
- Le Roy, Georges, éd. 1953. *Lettres inédites à Gabriel Cramer*. Paris : Presses universitaires de France.
- Le Sueur, Achille. 1896. *Maupertuis et ses correspondants*. Montreuil-sur-Mer : Impr. Notre-Dame des Prés.
- Leu, Urs, Marti, Hanspeter et Rouiller, Jean-Luc. 2011. Bibliothèque de Genève. In *Répertoire des fonds imprimés anciens de Suisse*, 1 : 311–328. Zurich : Olms-Weidmann. Visité le 22 décembre 2016. https://www.zb.uzh.ch/Medien/spezielsammlungen/alte-drucke/hb_schweiz_band_01_001_488.pdf.
- Levi, Giovanni. 1989. Les usages de la biographie. *Annales. Économies, Sociétés, Civilisations* 44 (6) : 1325–1336.
- Lilti, Antoine. 2005. *Le monde des salons : sociabilité et mondanité à Paris au XVIIIe siècle*. Paris : Fayard,
- Lubet, Jean-Pierre. 2005. Le calcul différentiel et intégral dans l'Analyse démontrée de Charles René Reyneau. *Recherches sur Diderot et sur l'Encyclopédie*, n° 38.
- Lubet, Jean-Pierre et Friedelmeyer, Jean-Pierre. 2014. *L'Analyse Algébrique un Épisode Clé de l'Histoire des Mathématiques*. Paris : Ellipses.
- Marielle, C. P. 1855. *Répertoire de l'École impériale polytechnique : ou, Renseignements sur les élèves qui ont fait partie de l'institution depuis l'époque de sa création en 1794 jusqu'en 1853 inclusivement, avec plusieurs tableaux et résumés statistiques, suivi de la liste des élèves admis en 1854 et de l'indication des mutations survenues dans l'intérieur de l'école jusqu'au 25 septembre 1855*. Paris : Mallet-Bachelier.
- Maronne, Sébastien. 2007. La théorie des courbes et des équations dans la Géométrie cartésienne : 1637-1661. [version corrigée]. Thèse de doct., Université Paris-Diderot - Paris VII. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00203094/document>.
- Martin, Thierry. 2006. La logique probabiliste de Gabriel Cramer. *Mathématiques et sciences humaines. Mathematics and social sciences*, n° 176 (décembre) : 43–60.
- Mattmüller, Martin, Weil, André et Speiser, David, éd. 1999. *Die Werke von Jakob Bernoulli - Bd. 5 : Differentialgeometrie*. Bâle : Birkhäuser.
- McClellan, James Edward. 1985. *Science reorganized : scientific societies in the eighteenth century*. New York : Columbia university press.
- McNiven Hine, Ellen. 1989. Dortous de Mairan, the Cartonian. *Studies on Voltaire and the Eighteenth Century* 266 : 163–179.

- . 1996. *Jean-Jacques Dortous de Mairan and the Geneva connection : scientific networking in the eighteenth century*. Studies on Voltaire and the eighteenth century 340. Oxford : Voltaire foundation.
- Montandon, Cléopâtre. 1975. *Le développement de la science à Genève aux 18e et 19e siècles : le cas d'une communauté scientifique*. Vevey : Éditions Delta.
- Muir, Thomas. 1890a. *The Theory of Determinants in the Historical Order of Development*. Londres : Macmillan.
- . 1890b. *The theory of determinants in the historical order of development*. T. 1. Londres : Macmillan.
- Nabonnand, Philippe. 2015. L'étude des propriétés projectives des figures par Poncelet : une modernité explicitement ancrée dans la tradition. In *Sciences mathématiques 1750-1850 : continuités et ruptures*, par Christian Gilain et Alexandre Guilbaud, 381–402. Paris : CNRS éditions.
- Nabonnand, Philippe et Rollet, Laurent, éd. 2012. *Les uns et les autres... Biographies et prosopographies en histoire des sciences*. Nancy : Presses universitaires de Nancy.
- Nye, Mary Jo. 2006. Scientific Biography : History of Science by Another Means? *Isis* 97 (2) : 322–329.
- Pappas, John. 1996. La correspondance de D'Alembert avec Gabriel Cramer. *Dix-Huitième Siècle* 28 (1) : 229–258.
- Passeron, Irène. 1996. Une séance de l'Académie au XVIIIe siècle. In *Histoire et mémoire de l'Académie des sciences - Guide de recherches*, sous la direction d'Éric Brian et Christiane Demeulenaere-Douyère, 339–350. TEC & DOC. Paris : Lavoisier.
- . 2002. La Société des arts, espace provisoire de reformulation des rapports entre théories scientifiques et pratiques instrumentales. In *Règlements, usages et science dans la France de l'absolutisme*, sous la direction d'E. Brian et Christine Demeulenaere, 109–132. Liège : Brépols.
- . 2006. Qu'est-ce qu'une lettre? Lettres ostensibles, ouvertes ou privées dans la correspondance de D'Alembert. *Littérales* 37, Presses de l'université de Paris X-Nanterre (Paris) (octobre) : 59–86.
- , éd. 2015. *Correspondance générale 1741-1752*. T. V/2. Jean Le Rond d'Alembert, Œuvres complètes. Paris : CNRS. ISBN : 978-2-271-08749-2.
- Peiffer, Jeanne. 1998. Faire des mathématiques par lettres. *Revue d'histoire des mathématiques* 4 (1) : 143–157.

- Peiffer, Jeanne et Vittu, Jean-Pierre. 2008. Les journaux savants, formes de la communication et agents de la construction des savoirs (17e-18e siècles). *Dix-huitième siècle*, n° 40 : 281–300.
- Penchèvre, Erwan. 2004. L'élimination en algèbre aux XVIIe et XVIIIe siècles. *Historia Scientiarum* 14 2 : 101–117.
- . 2009. Histoire de la théorie de l'élimination. Thèse de doct. http://www.penchevre.fr/version_electronique.pdf.
- Perrenoud, Alfred. 1979. *La Population de Genève du Seizième au début du Dix-Neuvième Siècle*. Mémoires et documents publiés par la Société d'histoire et d'archéologie de Genève, XLVII. Genève : Société d'histoire et d'archéologie de Genève.
- Porter, Theodore M. 2006. Is the Life of the Scientist a Scientific Unit? *Isis* 97 (2) : 314–321.
- Prevost, Pierre et Le Sage, Georges-Louis. 1805. *Notice de la vie et des écrits de George-Louis Le Sage de Genève : suivie d'un opuscule de Lesage sur les Causes finales, d'extraits de sa correspondance avec divers savans et personnes illustres ...* Genève : J. J. Paschoud.
- Rabouin, David. 2011. Infini mathématique et infini métaphysique : d'un bon usage de Leibniz pour lire Cues (... et d'autres). *Revue de métaphysique et de morale*, n° 70 : 203–220.
- Reichenberger, Andrea. 2011. Leibniz's Quantity of Force : A 'Heresy'? Emilie du Châtelet's Institutions in the Context of the Vis Viva Controversy. In *Emilie du châtelet between leibniz and newton*, par Ruth Hagengruber, t. 205. Archives internationales d'histoire des idées. Springer.
- Roche, Daniel. 1969. Un savant et sa bibliothèque au 18e siècle. Les livres de Jean-Jacques Dortous de Mairan, secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences, membre de l'Académie de Béziers. *Dix-huitième Siècle* 1 (1) : 47–88.
- Rollet, Laurent et Nabonnand, Philippe. 2012. Les Nouvelles annales de mathématiques : journal des candidats aux Écoles polytechnique et normale. *Conferenze e Seminari dell'Associazione Subalpina Mathesis* : 1–10.
- Rusnock, Andrea Alice. 1996. *The Correspondence of James Jurin (1684-1750) : Physician and Secretary to The Royal Society*. Amsterdam : Rodopi.
- Savioz, Raymond. 1948. *Mémoires autobiographiques de Charles Bonnet de Genève*. Paris : Vrin.
- Schmit, Christophe. 2015. Les dynamiques de Jean-Jacques Dortous de Mairan. *Revue d'histoire des sciences* Tome 68 (2) : 281–309.
- Senebier, Jean. 1786. *Histoire littéraire de Genève*. 3 vols. Genève : Barde, Manget & Compagnie.

- Shank, John Bennett. 2008. *The Newton wars and the beginning of the French Enlightenment*. Chicago : University of Chicago press.
- Shortland, Michael et Yeo, Richard, éd. 1996. *Telling Lives in Science : Essays on Scientific Biography*. Cambridge University Press.
- Sigrist, René. 2004. *L'essor de la science moderne à Genève*. Lausanne : Presses polytechniques et universitaires romandes.
- . 2011. *La nature à l'épreuve : les débuts de l'expérimentation à Genève (1670-1780)*. L'Europe des Lumières. Paris : Classiques Garnier.
- Speziali, Pierre. 1955. Une correspondance inédite entre Clairaut et Cramer. *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications* 8 (3) : 193–237.
- . 1958. Réaumur et les savants genevois. Lettres inédites. *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications* 11 (1) : 68–80.
- . 1959. Gabriel Cramer (1704-1752) et ses correspondants. *Conférences du Palais de la Découverte* 59.
- Terrall, Mary. 2004. VIS VIVA Revisited. *History of Science* 42 (2) : 189–209.
- . 2006. Biography as Cultural History of Science. *Isis* 97 (2) : 306–313.
- Tweedie, Charles. 1922. *James Stirling. A sketch of his life and works along with his scientific correspondence*. Oxford : Clarendon Press.
- Verdier, Norbert. 2009. Les journaux de mathématiques dans la première moitié du XIX^e siècle en Europe. *Philosophia Scientiæ. Travaux d'histoire et de philosophie des sciences*, n^o 13 (octobre) : 97–126.
- . 2010. Le Journal de Liouville et la presse de son temps : une entreprise d'édition et de circulation des mathématiques au XIX^e siècle (1836-1885). *Bulletin de la Sabix. Société des amis de la Bibliothèque et de l'Histoire de l'École polytechnique*, n^o 45 : 57–64.
- Weil, Françoise. 1961. La correspondance Buffon-Cramer. *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications* 14 (2) : 97–136.
- Wolf, Rudolf. 1858-1862. *Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz*. 4 vols. Zurich : Orell, Füssli, & Comp.

Index des noms de personnes

Index

A

- Abauzit, Firmin : 27, 29, 34, 45, 100, 143, 147, 252, 388
- Achard, Antoine : 90
- Achard, François : 90
- Agnesi, Maria Gaetana : 315
- Aguesseau, Henri-François d' : 272, 388
- Algarotti, Francesco : 388
- Ancezune, Françoise Félicité, marquise d' : 94, 95
- Arcy, Patrice d' : 334
- Argenson, Antoine-René de Voyer de Paulmy, marquis d' : 107, 179, 273
- Argenson, Marc Pierre de Voyer de Paulmy, comte d' : 107, 108, 273
- ## B
- Babbage, Charles : 348
- Bails, Benito : 352
- Barginet, Alexandre : 314, 315
- Barlow, Peter : 322–324, 328
- Barrillot, Jacques François : 75, 79
- Baulacre, Léonard : 4, 6, 21, 54, 55, 57, 79, 252, 255, 388
- Bayle, Pierre : 17, 300
- Baynes, Thomas Spencer : 325, 326
- Beaune, Florimond de : 246
- Béguelin, Nicolas de : 324
- Bell, Andrew : 319
- Bell, Beaupré : 111, 251, 388
- Benet de Montcarville, Robert : 283, 284
- Berkeley, George : 253
- Bernoulli, Daniel : 6, 31, 42, 43, 48, 69, 71, 78, 98, 104, 113, 273, 388
- Bernoulli, Jacques : 28, 31, 41, 72, 76, 77, 79, 82, 88, 91, 119, 121, 125, 127, 129, 144, 146, 163, 165, 201, 227, 231, 232, 237, 244, 259, 260, 264, 316, 381
- Bernoulli, Jean I : 5, 28–33, 35, 36, 40–44, 49, 50, 53, 54, 59, 65, 68, 72, 73, 75–77, 79, 84, 86, 88, 91, 98, 119–121, 124, 127, 129, 141, 144, 146, 264, 316, 324, 381, 389
- Bernoulli, Jean II : 6, 31, 43, 72, 73, 86, 124, 126, 273–275, 390
- Bernoulli, Jacques II : 389
- Bernoulli, Nicolas : x, 5, 30, 31, 40–44, 48, 69, 76, 77, 109, 120, 125, 126, 146, 240, 260, 261, 264, 273–276, 376, 382, 391
- Bernstorff, Johann Hartvig Ernst von : 393
- Bertrand, Joseph : 316, 326
- Bertrand, Louis : 320
- Berzolari, Luigi : 318
- Bèze, Théodore de : 14, 16
- Bézout, Étienne : 81, 128, 199, 254, 312, 315, 316, 323, 326, 328, 329, 334, 335, 338, 356–364, 377, 382
- Biot, Jean-Baptiste : 324, 325, 344
- Birr, Anton : 393
- Boerhaave, Herman : 28
- Boissier de Sauvages, François : 88, 393
- Boissier-Lullin, Marie-Charlotte : 63
- Bon de Saint Hilaire, François-Xavier : 393
- Bonnet, Charles : 5, 56, 61–63, 88, 97, 101, 104, 112, 113, 393
- Bonnycastle, John : 322
- Borda, Jean-Charles : 334

- Bossut, Charles : 282, 312, 313, 328, 335, 336, 338, 339, 342, 343, 377, 395
- Boubée de Lespin, Alphonse-Louis-Bernard : 314, 315
- Boucharlat, Jean-Louis : 325, 344
- Bouguer, Pierre : 98, 272
- Bouillet, Jean : 52, 88
- Bouquet, Jean-Claude : 368
- Bourdon, Pierre-Louis-Marie : 325, 344, 362
- Bourguet, Louis : 53
- Bousquet, Marc-Michel : 41, 53, 68, 72, 75–78, 129, 134, 139, 144, 262, 277
- Bradley, James : 98, 104
- Bragelongne, Christophe-Bernard de : 180, 182, 207, 229, 232–235, 243–249, 258, 265, 279, 280, 334, 337, 339
- Braikenridge, William : 86, 131, 253, 318, 320
- Brewster, David : 323, 324
- Briasson, Antoine-Claude : 301
- Briot, Charles : 316, 368
- Brockhaus, Friedrich Arnold : 316
- Brunet, Jacques Charles : 274
- Buffon, Georges-Louis Le Clerc de : 5, 6, 37, 40, 47, 48, 71, 79, 80, 82, 93–95, 99, 102, 103, 105, 169, 183, 234, 256, 258, 272, 281, 395
- Burlamaqui, Jean-Jacques : 28
- C**
- Calandrini, Jean-Louis : 21, 22, 25–30, 34, 39, 52, 53, 56–64, 66–68, 75, 76, 81, 83, 91, 96, 97, 100–103, 111–114, 119–121, 123, 124, 141, 143, 165, 251, 252, 254, 256, 395
- Calvin, Jean : 12, 14, 16
- Camus, Charles-Étienne-Louis : 272
- Carrus, Sauveur : 318
- Cassini, Jacques : 272
- Castel, Louis Bertrand : 32, 272
- Catalan, Eugène Charles : 326
- Cauchy, Augustin Louis : 326
- Cayley, Arthur : 316, 325–329, 353
- Cervi, Joseph : 98, 141
- Chambers, Ephraim : 130, 300, 301, 322
- Chasles, Michel : 325, 328, 336–338
- Châtelet, Gabrielle-Émilie Le Tonnelier de Breteuil, marquise du : 30, 45, 83–86, 396
- Chenau, Jacques : 88
- Chéseaux, Jean-Philippe Loys de : 273, 396
- Chéseaux, Paul-Étienne Loys de : 396
- Chisholm, Hugh : 327
- Chouet, Jean-Robert : 15–19, 21, 24, 39, 65, 66, 68, 113, 147, 255
- Clairaut, Alexis-Claude : 6, 13, 36, 40, 41, 44–47, 51, 58, 66, 79–82, 84, 87, 88, 94–97, 99, 102, 103, 106, 109, 112, 127–131, 133, 141, 142, 146, 162, 198, 230, 244, 253, 259, 264, 272, 280–282, 284, 287, 304, 324, 334, 335, 337, 347, 356, 376, 396
- Clairaut, Jean-Baptiste : 46
- Clairaut le cadet : 253
- Clarke, Samuel : 35, 44
- Clebsch, Alfred : 316, 326–328, 366, 369, 374, 376, 378, 382
- Clermont, Louis de Bourbon-Condé comte de : 46, 47
- Coleridge, Samuel : 324
- Condillac, Étienne Bonnot de : 95, 99, 102, 104, 113, 114, 397
- Condorcet, Jean-Antoine-Nicolas de Caritat, marquis de : 312, 313
- Coste, Joseph : 347
- Cotes, Roger : 320, 336, 337
- Courtivron, Gaspard Le Compasseur Créquy Montfort de : 272
- Cramer, Gabriel (imprimeur-libraire) : 12, 71, 72, 76, 77, 106, 143, 146, 274, 381
- Cramer, Jean : 12, 28, 40, 67, 69, 71, 92, 110, 111, 251
- Cramer, Jean-Antoine : 12

- Cramer, Jean-Isaac : 12
- Cramer, Jean-Manassé : 110, 111, 251, 254, 256
- Cramer, Philibert : 71, 72, 76, 77, 106, 143, 146, 274, 381
- Crébillon, Prosper Jolyot de : 103, 104
- Cremona, Luigi : 327
- Cromelin, Pierre : 20
- Crousaz, Jean-Pierre de : 53, 104, 105, 107, 108, 146
- D**
- D'Alembert, Jean Le Rond : x, 5, 6, 30, 63, 73, 80, 87, 95, 96, 99, 102–105, 108, 109, 112, 120, 123, 124, 135, 136, 139, 140, 143, 144, 169, 182, 201, 232, 234, 242, 246, 247, 249, 253, 271, 272, 280, 284–293, 295–297, 299–313, 316, 319, 321, 324, 327, 328, 331, 347, 354, 356, 376, 382, 398
- Darboux, Gaston : 316
- Daubenton, Louis-Jean-Marie : 94, 399
- De Felice, Fortunato Bartolomeo : 310, 311, 377
- De Gua de Malves, Jean-Paul : 46, 86, 123–125, 131–133, 136, 137, 140, 143, 146, 155, 156, 162, 164, 169, 170, 180, 181, 183, 190, 205, 207, 208, 224, 229–236, 244–249, 254, 265, 272, 279, 280, 283, 291, 292, 300, 302, 304, 306–308, 315, 318, 319, 321, 324, 328, 332, 334, 335, 337, 339–342, 346, 350, 366–368, 372, 374, 381
- De la Rive, Amédée : 22, 24, 56–58, 97, 111, 251, 252, 254, 399
- De Morgan, Augustus : 366–370, 376, 378, 382
- De Ratte, Étienne-Hyacinthe : 4, 20, 37, 88, 89, 399
- Deluc, Jacques-François : 399
- Desaguliers, John-Theophilus : 33, 71
- Descartes, René : 3, 15–17, 19, 29, 49–51, 124, 130, 132, 162, 180, 200, 227–230, 236, 237, 246, 249, 254, 283, 320, 325, 332, 334, 335, 337, 338, 341
- De Witt, Jan : 236, 237
- Dezallier d'Argenville, Antoine-Joseph : 399
- Diderot, Denis : 63, 299, 300, 309–311, 316, 319
- Dieudonné, Jean : 194
- Dionis du Séjour, Achille Pierre : 310, 311, 324, 333, 334, 336, 341, 377
- Dreyfus, Ferdinand-Camille : 316
- Du Boccage, Anne-Marie : 104
- Du Romain, Constance-Simone-Flore-Gabrielle Rouault de Gamaches, comtesse : 93, 94, 98, 101, 104, 273, 399
- Du Pan, Jean-Louis : 110, 134
- Dupré de Saint-Maur, Marie-Marthe Alléon : 95, 104, 399
- Dupré de Saint-Maur, Nicolas François : 95
- E**
- Eames, John : 33
- Elliott, Edwin Bailey : 327
- Estienne, Robert : 251
- Euler, Leonhard : x, 5, 6, 42, 43, 53, 72, 75, 77–81, 86, 87, 89, 90, 98, 102, 103, 109, 113, 127, 129–137, 139–141, 143, 146, 159, 163–166, 169, 171, 175, 181, 182, 199, 200, 224, 227, 229, 231, 242, 249, 261–265, 271, 273, 277–280, 283, 286, 287, 292, 302–305, 307, 308, 312, 315–320, 322, 324–328, 332, 334, 335, 337–341, 343, 347–350, 352–356, 358–360, 362, 363, 376, 377, 382, 400
- F**
- Fabri, Jean-Rodolphe : 16
- Fano, Gino : 318
- Fantet de Lagny, Thomas : 253
- Fatio de Duillier, Nicolas : 27, 29, 64, 88, 100, 147
- Fatio de Duillier, Jean-Christophe : 88
- Fermat, Pierre de : 332

- Ferrand, Élisabeth : 94, 95, 98, 99, 104, 106, 141, 400
 Folkes, Martin : 105
 Fontaine Des Bertins, Alexis : 334, 364
 Fontenelle, Bernard Le Bouyer de : 28, 36, 41, 44, 79, 83, 95, 98, 99, 182, 232, 234, 272, 280, 281, 287, 288, 321, 400
 Formey, Jean Henri Samuel : 3, 68, 87, 90, 92, 93, 109, 257, 273, 277, 300, 310, 401
 Frédéric II de Prusse : 75, 89, 102
 Frost, Percival : 370–373, 375, 378

G

- Gallatin, Ezechiel : 24, 41, 59
 Ganguli, Surendramohan : 375, 376
 Gardelle, Robert : 6, 8
 Garnier, Jean Guillaume : 325, 344
 Gassendi, Pierre : 251
 Gauss, Carl Friedrich : 316, 357
 Gautier, Jean-Antoine : 18, 29, 147
 Geoffrin, Marie-Thérèse : 95, 96, 98, 99, 102, 104–106, 108, 141, 142, 264, 402
 Gergonne, Joseph-Diez : 344–346, 353, 354, 363
 Gerono, Camille : 345
 Gosse, Henri-Albert : 79
 Goudin, Mathieu-Bernard : 310, 311, 324, 328, 333, 334, 336, 338, 341, 377
 Grandi, Guido : 235
 Grandjean de Fouchy, Jean-Paul : 46, 83, 100, 272
 Gravesande, Willem Jacob 's : 21, 28, 30, 34–36, 40, 43, 44, 52, 53, 71, 120, 181, 229, 233, 234, 240, 241, 249, 256, 265, 321, 402
 Gregory, Duncan : 351, 366, 368
 Guisnée, Nicolas : 257
 Günther, Siegmund : 369

H

- Halley, Edmund : 33
 Halphen, Georges-Henri : 368
 Hamilton, Henry Parr : 325

- Hammond, Nathaniel : 253
 Harris, John : 253
 Hauksbee, Francis : 34
 Helvetius, Claude-Adrien : 93, 95, 402
 Hermann, Jacob : 50, 125, 231, 232, 258, 260
 Herschel, John Frederick William : 348
 Hesse, Ludwig Otto : 325
 Hippocrate de Chio : 305
 Hudde, Johan : 171, 184, 237, 364
 Hutton, Charles : 320–323, 328, 352, 377

I

- Ivory, James : 322

J

- Jacquier, François : 75, 84, 85, 96, 402
 Jallabert, Étienne : 18, 19, 21, 22, 24, 27, 29, 31, 39, 43, 64, 147
 Jallabert, Jean : 4, 39, 45, 56–58, 64–69, 71, 79, 84, 88, 92, 93, 96, 97, 99–101, 107, 110–114, 118, 121–123, 125, 126, 130–132, 134, 146, 147, 175, 251, 252, 254, 256, 259, 264, 402
 Johnson, Thomas : 52
 Johnson, William Woolsey : 371–374, 378
 Jurin, James : 33, 51, 84, 85, 403

K

- Kästner, Abraham Gotthelf : 352, 353
 Kelland, Philip : 326, 328
 Klein, Felix : 317, 318
 Klüpfel, Emanuel Christoph : 403
 Koerber, Christian Albert : 253
 König, Samuel : 72, 273, 403

L

- La Condamine, Charles Marie de : 45, 46, 272, 404
 La Ferté-Imbault, Marie-Thérèse Geoffrin, marquise de : 404
 La Serna Santander, Charles Antoine de : 274
 Labey, Jean-Baptiste : 262, 340, 341

- Lacroix, Sylvestre-François : 315, 325, 341–344, 346, 348, 352, 361, 362, 366, 367, 377
- Lagrange, Joseph-Louis : 313, 324, 326, 337, 341, 342, 346, 348–350, 360–363, 366, 367, 377
- Laisant, Charles-Ange : 316
- Lalande, Jérôme de : 310, 312, 335
- Laplace, Pierre-Simon de : 315, 326, 341, 360–365, 377
- Lardner, Dyonisius : 324, 325, 350
- Larousse, Pierre : 314, 316
- Laurent, Hermann : 316
- Le Clerc, Daniel : 31, 88
- Le Cozic : 332
- Le Sage, Georges-Louis I : 27, 29, 64, 404
- Le Sage, Georges-Louis II : 5, 27, 60, 63, 64, 100, 111, 112, 145, 160, 404
- Le Seur, Thomas : 75, 96
- Léger, Antoine : 18, 147
- Leibniz, Gottfried Wilhelm : 3, 29, 30, 32, 33, 35, 45, 75, 82, 84, 86, 89, 112, 113, 128, 144, 146, 237, 246, 288, 316
- Leu, Jean-Jacques : 7
- Levesque de Champeaux, Gérard : 79, 80, 95, 99, 106, 107, 134, 142–145, 179, 264, 273, 280, 405
- Levesque de Pouilly, Louis-Jean : 79
- L'Hospital, Guillaume-François-Antoine, marquis de : 30, 53, 86, 123, 136, 137, 162, 200, 202, 231, 232, 235, 236, 242–244, 246, 247, 257, 265, 303, 308, 319, 324, 327, 333
- L'Huillier, Simon : 324
- Linné, Carl von : 88
- Liouville, Joseph : 344, 345, 366
- Locke, John : 28, 104, 113
- Lubières, Charles-Benjamin de Langes de : 3, 4, 6, 31, 33, 34, 50, 57, 60, 63, 67, 79, 91, 93, 134, 252
- Lullin, Amédée : 57, 63, 405
- M**
- Mably, Gabriel Bonnot de : 95, 405
- Macfarquhar, Colin : 319, 320
- Maclaurin, Colin : 30, 31, 49, 135, 162, 198, 199, 231, 242, 243, 249, 253, 254, 258, 259, 283, 302–304, 315, 318, 320–323, 325, 326, 328, 332, 333, 336, 337, 341, 346
- Mairan, Jean-Jacques Dortous de : 5, 27–31, 35, 36, 40, 41, 44–46, 50, 51, 65, 69, 71, 79, 82–85, 88, 94, 98, 99, 102, 105, 106, 108, 109, 129, 142, 144, 252, 258, 264, 272, 273, 280–283, 405
- Malesherbes, Chrétien-Guillaume de Lamignon de : 281
- Marchand, Prosper : 52
- Martin, Benjamin : 255
- Maupertuis, Pierre Louis Moreau de : 36, 44, 45, 48, 79, 80, 82, 86, 89, 90, 102, 136, 143, 219, 235, 241, 245, 247, 249, 258, 265, 273, 277, 293, 318, 319, 334, 407
- Maurepas, Jean-Frédéric Phélypeaux, comte de : 98
- Maurice, Antoine : 20
- Mazière, Jean Simon : 32, 49
- Mengoli, Pietro : 253
- Micheli du Crest, Jacques-Barthélémy : 58, 67, 408
- Middleton, Conyers : 408
- Minutoli, Vincent : 255
- Möbius, August Ferdinand : 325
- Moivre, Abraham de : 31, 33, 43, 71, 112, 408
- Molk, Jules : 317–319, 328
- Monge, Gaspard : 324, 325, 334, 337, 344
- Montesquieu, Charles-Louis de Secondat, baron de : 3, 95, 408
- Montmort, Pierre Rémond de : 31, 42
- Montucla, Jean-Étienne : 335, 336, 362, 377
- Mortimer, Cromwell : 105
- Murdoch, Patrick : 259, 273, 319, 325, 408

Musschenbroek, Jan van : 408

Musschenbroek, Pieter van : 71, 88

N

Netto, Eugen : 317, 318

Newton, Isaac : 3, 21, 22, 27–30, 32–37, 51, 75, 77, 80, 81, 83, 86, 96, 103, 111, 112, 123–127, 132, 146, 155, 162, 169, 170, 180, 181, 183, 185, 190, 199, 200, 205, 211, 212, 214, 224, 227, 229–235, 237–244, 246, 247, 249–252, 254, 256, 259–261, 263, 265, 275, 276, 278, 281, 283, 302, 304, 308, 309, 311–313, 315, 318, 320–322, 325–328, 332, 335–337, 339, 341–343, 346–348, 350–352, 356, 366–370, 372, 374, 376, 378, 381

Nicole, François : 37, 44, 180, 229, 233, 234, 240, 242–246, 248, 249, 258, 265, 272, 279, 280, 282, 304, 334, 335, 337, 339

Nollet, Jean-Antoine : 71, 96, 97, 272, 408

O

Oldenburg, Henry : 256, 367

Ons-en-Bray, Louis-Léon Pajot, comte d' : 83, 272, 408

P

Paman, Roger : 252, 253

Panckoucke, Charles-Joseph : 310–313, 377

Peacock, George : 325, 348, 349, 351, 352, 365, 366, 377

Pemberton, Henry : 33

Peschier, Jean : 63, 87, 109, 300

Philibert, Claude : 143, 146, 274

Pictet, Benedict : 18

Pitot, Henri : 334

Pluche, Noël-Antoine : 62

Plücker, Julius : 316, 325, 328, 334, 345, 346, 352–355, 365, 369, 377

Poleni, Giovanni : 33, 35, 53, 54

Poncelet, Jean-Victor : 325, 328, 336–338, 377

Pond, John : 322

Pouillet-Delisle, Antoine Charles : 325, 344

Powell, Baden : 350, 351

Puiseux, Victor : 366, 368, 369, 376

R

Rameau, Jean-Philippe : 409

Réaumur, René Antoine Ferchault de : 5, 36, 44, 48, 57, 71, 95, 96, 98, 99, 272, 281, 409

Rees, Abraham : 322–324, 328

Regnault, Noël : 62

Reynaud, André-Antoine-Louis : 325

Reyneau, Charles : 257

Riccati, Vincenzo : 352

Rilliet, Robert-Guillaume : 65

Roberval, Gilles Personne de : 336

Rolle, Michel : 201, 229–232, 235, 245, 253

Rousseau, Jean-Jacques : 103, 104

S

Saladini, Girolamo : 352

Salmon, George : 316, 326, 365

Sarasin, Jean : 409

Sarrazin de Montferrier, Alexandre : 314, 315

Saunderson, Nicholas : 32, 120

Saurin, Jean : 244, 246

Saurin, Joseph : 32, 44, 235

Saury, Jean : 339, 340

Saussure, Horace-Bénédict de : 255

Saussure, Théodore de : 63

Savérien, Alexandre : 304

Saxe-Gotha-Altenbourg, Frédéric, prince héritaire de : 91, 92, 94, 146, 409

Saxe-Gotha-Altenbourg, Frédéric III, duc de : 91, 92, 409

Schmerfeld, Johann Daniel von : 410

Seigneux de Correvon, Gabriel : 53

Senebier, Jean : 4

Serre, Jean-Adam : 410

Serret, Joseph : 366

Simpson, Thomas : 349

Sloane, Hans : 33

Smith, Robert : 273, 319

Smith, William Robertson : 325

Soubeyran, Pierre : 63

Stewart, John : 370

Stirling, James : 5, 21, 33, 34, 40, 43, 71, 120, 123, 162, 180, 202, 229–234, 239–244, 247–249, 254, 256, 261, 265, 279, 283, 302, 304, 305, 312, 315, 321, 322, 325, 326, 332, 335, 336, 339, 341, 350, 351, 367, 368, 381, 410

Swammerdam, Jan : 62

T

Tagaut, Jean : 16

Talbot, Christopher Rice Mansel : 200, 238, 370, 378

Taylor, Brook : 34, 229, 233, 234, 240, 241, 256, 265, 275, 342, 367

Tencin, Claudine Alexandrine Guérin de : 95, 96, 410

Terquem, Olry : 345, 346, 363–365, 382

Thomson, James : 351

Thourneyser, Étienne : 65

Thun, baron Ulrich de : 86, 91, 92, 410

Trembley, Abraham : 57, 105, 112, 410

Trembley, Jean : 411

Trembley, Jean-Pierre : 65

Tronchin, Antoine : 7, 9

Tronchin, François : 71

Tronchin, Jean-Robert : 57, 110, 134, 411

Tronchin, Louis : 17, 24

Tronchin, Théodore : 411

Trudaine, Daniel-Charles : 79, 95, 272, 411

Trudaine de Montigny, Jean Charles Philibert : 272

Tschirnhaus, Ehrenfried Walter von : 360

Turrettini, Jean-Alphonse : 15, 18, 19, 28, 255

U

Urfé, Jeanne de la Rochefoucauld, marquise d' : 104, 411

V

Vandermonde, Alexandre-Théophile : 315, 326, 328, 364

Van Schooten, Frans : 200, 236, 237, 254, 320

Van Swieten, Gherard : 107, 108, 145, 146

Varignon, Pierre : 288

Varro, Michel : 16

Vassé, Antoinette Louise Gabrielle des Gentils du Bessay, comtesse du : 94, 106

Vaucher, Louis : 255–257

Vernet, Jacob : 3, 53, 56, 79, 91, 95, 411

Viète, François : 253

Vogt, Henri : 317

Voltaire : 71, 104

Von Haller, Albrecht : 310, 311

Von Haller, Gottlieb Emanuel : 311

W

Wallace, William : 323, 324

Wallis, John : 200, 237, 256

Waring, Edward : 320, 347, 348, 350, 352

Waud, Samuel : 351

Weidler, Johann Friedrich : 253

Wieleitner, Heinrich Karl : 327, 373–375, 378

Wolff, Christian : 28, 29, 75, 79, 113, 233, 411

Z

Zanotti, Francesco Maria : 88, 89, 411

Zeuthen, Hieronymus Georg : 316