



**HAL**  
open science

## Raisonner sur la connaissance en contexte

Franck Lihoreau, Manuel Rebuschi

► **To cite this version:**

Franck Lihoreau, Manuel Rebuschi. Raisonner sur la connaissance en contexte. 2006. halshs-00113447

**HAL Id: halshs-00113447**

**<https://shs.hal.science/halshs-00113447>**

Preprint submitted on 13 Nov 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Raisonner sur la connaissance en contexte

FRANCK LIHOREAU

L.P.H.S. – Archives H. Poincaré

Université Nancy 2

franck.lihoreau@univ-nancy2.fr

MANUEL REBUSCHI

L.P.H.S. – Archives H. Poincaré

Université Nancy 2

manuel.rebuschi@univ-nancy2.fr

La philosophie de la connaissance, généralement associée au projet de fournir une analyse de la connaissance et une réponse au scepticisme, a une longue histoire marquée, ces deux ou trois dernières décennies, par l’insistance croissante sur le rôle du contexte dans la connaissance et le discours sur la connaissance<sup>1</sup>, avec notamment l’avènement de l’approche dite “contextualiste” qui compte aujourd’hui de nombreux défenseurs, comme Cohen [7, 8], DeRose [10, 11, 12], Heller [21, 22], Lewis [30, 31], Stine [43], et bien d’autres. Chacun d’eux propose une version particulière de contextualisme, mais tous admettent que les conditions de vérité des attributions de connaissance varient en fonction de certaines caractéristiques du contexte conversationnel dans lequel elles sont effectuées par le ou les locuteurs – ceux qui attribuent la connaissance – prenant part à la conversation.

Dans ce travail, nous prenons acte de cette reconnaissance du rôle du contexte en épistémologie, en proposant, en premier lieu, un cadre formel général qui nous permettra de faire le lien entre épistémologie et logique épistémique, et ce via la notion de “modèle contextuel” grâce à laquelle il devient possible d’exprimer formellement, à l’aide d’un même langage et d’une même sémantique, plusieurs positions que l’on peut trouver dans la littérature philosophique sur la connaissance.

En second lieu, nous proposerons d’adjoindre à cette formalisation “statique” une formalisation “dynamique” du contexte, et plus précisément une adaptation et une simplification de la théorie des représentations de discours utilisée en sémantique formelle des langues naturelles. Cette extension nous permettra, notamment, de rendre compte de la variabilité des exigences épistémiques au gré des interactions discursives entre les participants à une

---

<sup>1</sup>En philosophie du langage, l’importance de la notion de contexte avait été reconnue bien plus tôt. En la matière, Frege [16], Russell [38], Reichenbach [37], Bar-Hillel [4], Kamp [26], Montague [33], Kaplan [29], et plus près de nous Barwise & Perry [5], Stalnaker [40], Perry [34, 35], comptent parmi les principaux repères. Bien entendu, on trouve déjà aussi une insistance toute particulière sur l’importance de la notion de contexte en philosophie de la connaissance dans la perspective d’épistémologies pragmatistes comme celles de Peirce, James, Dewey, Ramsey, et plus près de nous, Putnam, pour n’en citer que des plus illustres. Cependant, leur notion de contexte n’est pas celle sur laquelle insiste la philosophie de la connaissance contemporaine, bien qu’à certains égards elle ne soit pas sans lien avec cette dernière (sur ce point, voir notamment Tiercelin [44]). On peut considérer que l’intérêt de l’épistémologie contemporaine pour la question de la “contextualité” de “savoir” trouve son origine la moins lointaine dans l’excellent article de Castañeda [6].

même conversation, de mettre en lumière la contribution d'énoncés épistémiques (de la forme "Untel sait/ne sait pas ceci ou cela") à l'évolution du "score conversationnel", et de dépasser certaines des difficultés – comme le problème de l'omniscience logique – auxquelles sont habituellement confrontées les approches de la connaissance fondées sur la logique modale normale.

Il s'agira, en bref, de se donner les moyens formels d'appréhender, tant dans ses aspects statiques que dans ses aspects dynamiques, le raisonnement sur la connaissance en contexte.

## 1 Éléments d'épistémologie informelle

Après avoir brièvement exposé en quel sens il conviendra d'entendre – de manière quasi-stipulative – l'expression "d'analyse philosophique de la connaissance", nous présenterons rapidement quelques analyses philosophiques de la connaissance, parmi les plus discutées en épistémologie à l'heure actuelle, dont nous proposerons de rendre compte formellement dans la section suivante.

### 1.1 Notion d'analyse vériconditionnelle de la connaissance

L'un des principaux objectifs de l'épistémologie post-cartésienne est d'élucider la nature de la connaissance, soit *grosso modo* de fournir un critère, une définition ou analyse de la connaissance. Dans l'approche dominante en philosophie contemporaine de la connaissance (disons, des années soixante jusqu'à nos jours), trouver une analyse de la connaissance revient à compléter le schéma suivant :

( $\alpha$ ) Une phrase d'attribution de connaissance de la forme " $i$  sait que  $\varphi$ " est vraie ssi les conditions  $C_1, C_2, \dots, C_n$  sont satisfaites

où  $i$  vaut pour un agent connaissant – plus volontiers appelé "sujet" –,  $\varphi$  pour une proposition, et lorsque ( $\alpha$ ) est une analyse adéquate pour la connaissance, l'ensemble des  $C_i$  est un ensemble de conditions individuellement nécessaires et conjointement suffisantes pour qu'il soit vrai que  $i$  sait que  $\varphi$ . Parce que les  $C_i$  qu'il s'agit de produire sont des conditions pour la *vérité* d'une phrase d'attribution de connaissance, on parle souvent d'analyse "vériconditionnelle" de la connaissance.

L'une des conditions nécessaires quasi-unaniment acceptée pour la connaissance est la condition de vérité ou de "véridicité" : " $i$  sait que  $\varphi$ " est vraie, seulement si " $\varphi$ " est vraie. Les autres  $C_i$  candidates pourront différer d'un auteur à un autre mais peuvent être conçues de manière générale comme exprimant des exigences sur la "position épistémique" du sujet  $i$  en regard de la proposition  $\varphi$  – *grosso modo*, l'information dont  $i$  dispose dans des circonstances données à un moment donné et susceptible de plaider en faveur de  $\varphi$ . Plus précisément, l'idée est que pour que " $i$  sait que  $\varphi$ " soit vraie, il faut que  $i$  soit dans une position épistémique suffisamment bonne pour satisfaire les exigences de certains "standards épistémiques", des standards pour la vérité de " $i$  sait que  $\varphi$ ". À la charge ensuite de telle ou telle analyse particulière de préciser quelles sont et comment se figurer les exigences des standards épistémiques en question.

Une manière efficace de se représenter ces exigences est en termes “d’alternatives pertinentes”. On fait correspondre les standards épistémiques à des “ensembles de pertinence”, c’est-à-dire des ensembles “d’alternatives” ou “possibilités d’erreur” que le sujet, lorsqu’il satisfait ces standards, est en position épistémique d’exclure ou éliminer. Dans ce genre d’analyse, il est vrai qu’un sujet  $i$  connaît une proposition  $\varphi$  seulement s’il peut exclure toutes les manières pertinentes dont  $\varphi$  pourrait être fausse. La taille des ensembles de pertinence associés aux standards épistémiques envisagés sera plus ou moins importante selon que l’on considère que ces standards sont lâches ou libéraux ou qu’on les considère comme étant plus stricts ou conservateurs.

Un peu plus loin, nous présenterons plusieurs analyses de la connaissance – l’anti-scepticisme, le scepticisme, le contextualisme, le subjectivisme – aussi bien en termes généraux de standards qu’en termes plus spécifiques d’alternatives pertinentes. Ces analyses diffèrent les unes des autres selon qu’elles envisagent les standards épistémiques comme étant “absolus”, soit toujours ordinairement lâches, soit toujours extraordinairement stricts, ou qu’elles les envisagent comme étant “relatifs” à un certain type de contexte, soit le “contexte du sujet”, soit le “contexte de l’attributeur” .

## 1.2 L’argument sceptique par l’ignorance

Outre fournir une définition adéquate de la connaissance, l’autre objectif “officiel” de l’épistémologie est de fournir une réponse au scepticisme, c’est-à-dire à la thèse selon laquelle nous ne savons (presque) rien de ce que nous prétendons d’ordinaire savoir.

L’argument le plus communément évoqué en faveur de cette thèse est “l’argument sceptique par l’ignorance”, qui consiste à faire valoir l’incapacité dans laquelle nous sommes à exclure des “hypothèses sceptiques bien formulées d’erreur massive”. De telles hypothèses nous dépeignent dans un monde où la plupart des croyances ordinaires que nous avons actuellement sont fausses, et nous y dépeignent de manière telle que la totalité de l’information dont nous disposons actuellement ne nous permet pas de déterminer si nous sommes ou pas dans un tel monde. Les deux hypothèses sceptiques d’erreur massive les plus connues sont certainement celle du Malin Génie que l’on trouve chez Descartes :

Je supposerai donc [...] quelque génie méchant, et en même temps souverainement puissant et rusé, qui a mis toute son adresse à me tromper. Je tiendrai que [...] l’ensemble des choses extérieures ne sont que mystifications de songes dont il s’est servi pour tendre des pièges à ma crédulité. Je me considérerai moi-même comme n’ayant ni mains, ni chair, ni sang, ni aucun sens, et croyant faussement avoir tout cela ([14], p. 22–3)

et celle du “cerveau dans la cuve” que l’on trouve chez Putnam :

Supposons qu’un être humain ait été opéré par un savant fou. Le cerveau de cette personne a été enlevé de son corps et placé dans un bain de nutriments qui garde le cerveau en vie. Les terminaisons nerveuses ont été raccordées à un ordinateur ultra-sophistiqué [...]. Tout ce qu’éprouve cette personne est le résultat d’impulsions électroniques voyageant de l’ordinateur vers les terminaisons

nerveuses. En modifiant le programme, le savant fou peut causer chez la victime l'expérience ou l'hallucination de n'importe quelle situation ou environnement souhaités par le savant fou ([36], p. 527).

L'argument du sceptique consiste alors à insister sur le fait que nous ne pouvons pas savoir que nous ne sommes pas dans un monde tel qu'un scénario sceptique de ce genre le décrit, car par hypothèse, rien du point de vue de l'information dont nous disposons ne nous permet d'exclure cette possibilité : si nous étions dans un tel monde, nous aurions exactement les mêmes expériences perceptives, les mêmes souvenirs, les mêmes croyances, etc, que celles qui sont actuellement les nôtres. Or, la possibilité que nous soyons dans un monde sceptique à la Descartes ou à la Putnam constitue une possibilité alternative par rapport à la (quasi-)totalité de ce dont nous sommes d'ordinaire prêts à nous attribuer la connaissance : par exemple, si nous étions des cerveaux dans une cuve, nous n'aurions pas de mains, et si nous étions victimes d'un Malin Génie, il n'y aurait en réalité aucun arbre, ni chaise, ni ciel, etc ; le monde serait tel que (presque) rien de ce que nous croyons en savoir serait vrai. Étant donnée l'impossibilité dans laquelle nous sommes d'atteindre la connaissance de la fausseté des hypothèses sceptiques, la conclusion qu'en tire le sceptique est que nous sommes dans l'impossibilité d'atteindre la moindre connaissance ordinaire : nous ne savons (presque) rien en réalité de ce que nous pensons d'ordinaire savoir.

Le problème, bien entendu, est que cette conclusion sceptique, que l'on ne rencontre pourtant guère que dans le contexte de discussions philosophiques sur la connaissance, va à l'encontre de la puissante inclination que nous avons tous, en contexte ordinaire, non philosophique, à penser que nous savons un grand nombre de choses sur tout un tas de choses.

Nous allons maintenant présenter quatre grandes positions épistémologiques sur ce problème. On aura tout d'abord ce que nous appellerons "l'anti-scepticisme" – mais que l'on trouve souvent dans la littérature sous les noms "d'anti-scepticisme radical", "d'invariantisme mooréen" (d'après le philosophe G. E. Moore) ou encore "d'invariantisme modéré" –, thèse selon laquelle une partie voire la plupart des attributions de connaissance que nous effectuons en contexte ordinaire sont vraies ; nous prendrons comme exemple d'une telle position celle du philosophe du langage ordinaire Austin. On aura ensuite le "scepticisme" lui-même – que l'on appelle encore "l'invariantisme sceptique" –, que nous illustrerons en prenant l'exemple de Unger, pour qui la plupart des attributions que nous effectuons d'ordinaire sont fausses. Puis nous présenterons le "contextualisme – encore appelé "contextualisme de l'attributeur" –, pour lequel les attributions effectuées en contexte ordinaire sont massivement vraies en contexte ordinaire et celles effectuées en contexte philosophique sont massivement fausses en contexte philosophique et en contexte philosophique seulement, et que nous aborderons à travers l'exemple de la théorie de Lewis. Enfin, nous aborderons, à travers l'exemple de la position d'Hawthorne, ce que nous appellerons le "subjectivisme" – que l'on trouve plus volontiers cité sous les noms "d'invariantisme de la sensibilité au sujet", "d'invariantisme sensitif modéré", ou de "contextualisme du sujet" –, position selon laquelle ce n'est pas le contexte, ordinaire ou philosophique, dans lequel se trouve celui qui attribue ou refuse la connaissance qui importe, mais le contexte, ordinaire ou philosophique, dans lequel se trouve le sujet qui

possède ou ne possède pas la connaissance.

### 1.3 Un exemple d'anti-scepticisme : Austin

Dans [3], Austin adopte une **approche anti-sceptique** qu'il fait essentiellement reposer sur un argument que l'on peut appeler "l'argument par le primat du langage ordinaire".

Il remarque que le standard épistémique que le sceptique a en vue dans ses discussions philosophiques sur la connaissance n'est pas le même que celui qui gouverne nos attributions de connaissance au quotidien. Celui du sceptique exige que le sujet connaissant soit en position d'exclure des possibilités aussi tirées par les cheveux que celles que présentent ses scénarii, alors que l'exclusion de telles possibilités d'erreur n'est pas exigée d'ordinaire pour que l'on puisse prétendre correctement à la connaissance : dans la vie de tous les jours, *tant qu'on n'a pas de raison de penser* que, par exemple, on n'est pas victime d'un Malin Génie à la Descartes, il n'est pas requis par nos standards épistémiques que nous éliminions cette possibilité. L'ensemble des possibilités pertinentes que le sujet doit pouvoir exclure pour qu'on puisse lui attribuer correctement la connaissance est plus important selon le standard visé par le locuteur sceptique que selon celui employé dans la vie de tous les jours par le locuteur ordinaire. La question est de savoir, du standard du sceptique et celui du sens commun, lequel est légitime et lequel ne l'est pas.

Or, la légitimité ou l'illégitimité d'un standard de connaissance ne peut être évaluée, de droit, qu'en regard de nos pratiques linguistiques ordinaires d'attribution de connaissance. Ce sont elles qui donnent le ton de ce qu'il est correct ou pas de dire. Or, de ce point de vue, le standard que le sceptique a en vue est tout sauf légitime. En effet, les locuteurs ordinairement compétents que nous sommes jugent acceptables une grande partie, voire la plupart, des attributions de connaissance effectuées (par nous-mêmes ou par d'autres) dans la vie de tous les jours ; or, les attributions ordinaires de connaissance ne nous sembleraient pas aussi massivement acceptables, à nous locuteurs ordinairement compétents, si elles étaient aussi massivement fausses que le suggère le sceptique, c'est-à-dire si la plupart, voire la totalité des attributions ordinaires de connaissance étaient fausses.

C'est pourquoi le sceptique se trompe lorsqu'il prétend que nos attributions ordinaires de connaissance sont incorrectes, parce qu'il se fonde sur une élévation illégitime des standards épistémiques ordinaires. Il est accusé de distordre le concept de connaissance à un point tel qu'il n'est plus applicable à nos prétentions ordinaires à la connaissance. Au mieux, le sceptique suggère un nouveau standard épistémique, de nouvelles règles pour notre discours sur la connaissance – ce qui pourrait paraître quelque peu absurde puisque si nous acceptions le standard du sceptique, il deviendrait quasiment impossible d'utiliser correctement l'expression "je sais". Il n'y aurait alors plus aucun intérêt ni aucun sens à l'employer, alors que manifestement nous trouvons à l'employer et trouvons un intérêt et un sens à le faire.

### 1.4 Un exemple de scepticisme : Unger

Dans l'**approche sceptique** qu'il développe dans [45], Unger reproche à la philosophie du langage ordinaire de conclure un peu trop facilement, du fait que les règles du langage

autorisent une attribution de connaissance, que cette attribution est vraie ou véridique, et de ne faire aucune différence entre “utiliser une expression de manière *appropriée*” et “l’utiliser de manière *véridique*”. Selon lui, il existe des précédents d’expressions qui sont utilisées de manière systématiquement erronée par des locuteurs compétents mais dont l’usage n’en reste pas moins pragmatiquement correct en contextes ordinaires et qui ne sont donc pas à évacuer de notre vocabulaire. La locution “je sais” est une expression de ce genre.

Pour Unger, en effet, “savoir” relève d’une classe de termes qu’il appelle des “termes absolus” et dont l’application n’admet pas de degrés, au sens où si  $F$  est un terme, disons un prédicat, absolu, alors de deux choses  $a$ ,  $b$ , si les phrases “ $a$  est  $F$ ” et “ $b$  est  $F$ ” sont toutes les deux vraies, alors la phrase “ $a$  est plus  $F$  que  $b$ ” ne peut pas être vraie.

C’est le cas, selon Unger, de l’adjectif “plat”, puisqu’une surface n’est plate que si elle n’a absolument aucune bosse ou n’est pas du tout irrégulière : si elle présente la moindre bosse ou irrégularité, la surface n’est pas plate, à proprement parler, mais “presque plate” ou “très proche d’être plate”. C’est d’ailleurs ce que semble indiquer le fait qu’un énoncé de “Cette surface est *très* plate” suggère que la surface en question n’est pas vraiment plate et présente quelque irrégularité. La planéité n’admet donc pas de degrés. Or, puisque les surfaces physiques macroscopiques manifestent (presque) toutes des irrégularités au niveau microscopique, nous ne disons (presque) jamais quelque chose de vrai au travers d’une attribution de planéité. Quand nous disons d’une surface qu’elle est plate, nous ne disons pas vraiment qu’elle est plate, ce qui reviendrait à dire quelque chose de faux, mais nous disons qu’elle “est suffisamment proche d’être plate, pour le genre de choses dont il s’agit, pour les buts qui peuvent être présumés dans ce cas, et relativement à d’autres facteurs que le contexte est susceptible de fournir” ([45], p. 69).

De la même manière, selon Unger, “savoir” est un terme absolu. Simplement, ce qui joue le rôle des “irrégularités”, ce sont toutes les possibilités d’erreur que le sujet doit pouvoir éliminer pour qu’on puisse dire véridiquement de lui qu’il sait. En d’autres termes, la connaissance est absolue au sens où une proposition  $\varphi$  n’est connue qu’à condition que toutes les alternatives à  $\varphi$ , toutes les possibilités logiques d’erreur, y compris celles dépeintes par les scénarii sceptiques du type Malin Génie ou cerveau dans une cuve, soient éliminées. Toutes les possibilités de ce type ne pouvant être éliminées sur la base de l’information dont nous disposons, aucune de nos prétentions ordinaires à la connaissance ne peut être vraie. Unger en conclut qu’il n’y a (presque) rien dont nous puissions véridiquement nous attribuer la connaissance.

Par contre, même si une phrase de la forme “ $i$  sait que  $\varphi$ ” est littéralement fautive, un énoncé de cette phrase peut tout à fait être justifié pragmatiquement dans un contexte approprié, si le locuteur est dans une position suffisamment proche de satisfaire les conditions pour une assertion véridique de cette phrase, où ce qui compte comme “suffisamment proche” est fonction du contexte en question (des intérêts, buts, présupposés, etc, de la conversation). Ainsi, (presque) toute attribution de connaissance sera fautive mais justifiée dans un contexte conversationnel ordinaire, sémantiquement incorrecte mais pragmatiquement correcte. Mais quoi qu’il en soit, nos attributions ordinaires de connaissance sont massivement erronées : nous ne savons réellement (presque) rien, parce qu’absolument toutes les possibilités logiques d’erreur, y compris les possibilités sceptiques d’erreur massive que nous sommes dans l’inca-

pacité d'exclure, sont pertinentes pour la connaissance.

## 1.5 Un exemple de contextualisme : Lewis

L'**approche contextualiste** que Lewis développe dans [31] se donne comme objectif explicite de dépasser l'apparente opposition entre scepticisme et anti-scepticisme. A cette fin, il propose une analyse de la connaissance en termes d'alternatives pertinentes, dans laquelle la pertinence est d'ordre contextuel : une alternative pertinente est caractérisée comme une possibilité d'erreur qui "n'est pas ignorée à juste titre" dans un contexte donné d'attribution éventuelle de connaissance.

Selon Lewis, il est vrai qu'un sujet "**S** sait que **P** ssi l'évidence de **S** [la totalité de son expérience perceptive et de ses souvenirs] élimine toute possibilité dans laquelle non-**P** – Psst! – sauf pour ces possibilités que nous [attributeurs, i.e. locuteurs et auditeurs qui nous prononçons sur la connaissance de **S**] n'ignorons pas à juste titre" conformément à un ensemble de "règles de pertinence". Parmi ces règles, les suivantes déterminent quelles possibilités *ne peuvent pas* être ignorées à juste titre, celles qui sont pertinentes<sup>2</sup> :

- (**Actualité**) La possibilité qui constitue l'actualité du sujet ne peut jamais être ignorée à juste titre,
- (**Croyance**) Une possibilité que le sujet croit ou devrait croire réalisée ne peut pas être ignorée à juste titre,
- (**Attention**) Une possibilité qui n'est pas ignorée *simpliciter* ne peut pas être ignorée à juste titre,
- (**Ressemblance**) De deux possibilités qui se ressemblent de manière saillante, si l'une ne peut pas être ignorée à juste titre (en vertu des trois règles précédentes), l'autre ne le peut pas non plus.

Maintenant, si la vérité d'une phrase de connaissance du type "Untel sait ceci ou cela" requiert l'exclusion de toutes les possibilités alternatives où ceci ou cela n'est pas le cas et qui sont contextuellement pertinentes, ce réquisit est aussi bien satisfait lorsqu'aucune de ces possibilités n'est contextuellement pertinente. Autrement dit, un sujet **i** peut savoir que  $\varphi$  lorsque toute possibilité dans laquelle non- $\varphi$  est ignorée à juste titre, i.e. n'est pas contextuellement pertinente. C'est ainsi qu'en contexte *ordinaire*, le sens commun a raison et le sceptique tort : dans de tels contextes, il est vrai de n'importe quel **i** qu'il sait ne pas être

---

<sup>2</sup>Il est à noter que Lewis avance aussi un autre ensemble de règles indiquant, cette fois, quelles possibilités *peuvent être* ignorées à juste titre. Par les règles de Conservatisme, de Fiabilité, et de Méthode, nous pouvons ignorer à juste titre (quoique de manière défaisable), respectivement :

- (**Conservatisme**) Toutes les possibilités que les gens autour de nous ignorent d'habitude,
- (**Fiabilité**) La possibilité d'une déficience dans nos processus normalement fiables d'acquisition de connaissance (expérience perceptive, souvenirs, témoignage d'autrui, etc), et
- (**Méthode**) La possibilité (a) que les échantillons sur lesquels nous fondons nos généralisations inductives soient biaisées ou (b) que la meilleure explication des observations que nous faisons ne soit pas la bonne.



dans un monde sceptique, parce qu’une telle possibilité d’erreur massive peut y être ignorée à juste titre et n’a donc pas à être éliminée.

Par contre, “le simple fait de mentionner un cas particulier de cette connaissance, à voix haute ou à part soi, est une façon de prendre en compte la possibilité jusqu’à lors ignorée, et par là même de faire qu’elle ne soit plus ignorée, et par conséquent de créer un contexte dans lequel il n’est plus vrai d’attribuer la connaissance en question, que ce soit à vous-mêmes ou à d’autres” ([31], p. 438). C’est pourquoi en contexte *philosophique* cette fois, c’est le sceptique qui a raison et le sens commun qui a tort : dans de tels contextes, il est faux que nous sachions que des possibilités sceptiques d’erreur massive ne sont pas réalisées, parce que d’une part, n’y étant pas ignorées, elles ne peuvent donc pas l’être à juste titre, et que d’autre part elles ne peuvent pas être éliminées.

Bien que l’on doive toujours parler de contextualisme au pluriel, une constante des positions contextualistes est l’affirmation que, en plus de l’attention que les attributeurs de connaissance portent à telle ou telle possibilité d’erreur, les intérêts qui sont les leurs et l’importance pour eux d’avoir raison et de ne pas se tromper lorsqu’ils attribuent des connaissances à autrui ou à eux-mêmes, jouent un rôle crucial dans la détermination des standards épistémiques, de l’ensemble des possibilités qui sont pertinentes pour la vérité ou la fausseté de leurs attributions de connaissance.

## 1.6 Un exemple de subjectivisme : Hawthorne

Par contraste, un **subjectivisme**, comme celui que propose Hawthorne<sup>3</sup> dans [24], nous dit que :

Les sortes de facteurs que le contextualiste envisage comme contribuant à la dépendance vis-à-vis de l’attributeur – attention, intérêts, enjeux, et ainsi de suite – importent pour la vérité des attributions de connaissance dans la seule mesure où il s’agit de l’attention, des intérêts, des enjeux, et ainsi de suite, du sujet (p. 157).

Autrement dit, pour qu’un énoncé de la phrase “*i* sait que  $\varphi$ ” soit vraie, certaines conditions sur la position épistémique de *i* doivent être satisfaites, *modulo* la contribution de certains facteurs pertinents liés au contexte de *i* lui-même, et non plus de celui qui énonce la phrase en question.

En particulier, l’importance qu’il y a, pour le sujet (*versus* pour l’attributeur), d’avoir raison et de ne pas se tromper est déterminante pour la pertinence – qu’il identifie à la “saillance pour le sujet” – d’une possibilité d’erreur. À ce titre, l’anxiété est appelée à jouer un rôle important. Hawthorne admet en effet que l’anxiété dont fait preuve un sujet peut contribuer à rendre certaines possibilités d’erreur saillantes. Quelqu’un qui, sorti de chez lui après avoir fermé le gaz, se met à s’inquiéter de l’avoir fermé ou pas, peut être amené à s’inquiéter d’une éventuelle défaillance de sa mémoire. L’anxiété qu’il se provoque lui-même mine ainsi la connaissance qu’il avait d’avoir fermé le gaz avant la prise en compte

---

<sup>3</sup>Voir également la position subjectiviste récemment défendue par Stanley dans [42].

de cette possibilité d'une défaillance de sa mémoire. Cette anxiété provoquée par l'intérêt pratique d'avoir raison et l'importance des enjeux en cas d'erreur fait ici une différence dans la possession, la non-possession et la dépossession de la connaissance du sujet.

Ce n'est donc plus seulement la *vérité* qu'il peut y avoir pour un attributeur à attribuer la connaissance à un sujet qui est en jeu, comme dans le contextualisme, mais c'est la *connaissance* elle-même du sujet. Ce sont les possibilités d'erreur qui sont saillantes pour le sujet connaissant, et non plus pour l'attributeur de connaissance, qui sont pertinentes, et la nécessité d'être en position d'exclure ces possibilités n'est plus tant en regard de la valeur de vérité des attributions de connaissance effectuées à l'égard du sujet qu'en regard de la possession ou pas par le sujet des connaissances qu'on lui attribue. Alors que le contextualiste nous dit que la vérité d'une attribution de connaissance peut aller et venir d'un contexte d'attribution à un autre, le subjectiviste nous dit, quant à lui, que c'est la connaissance du sujet elle-même qui est susceptible d'aller et venir, et cette fois d'un contexte de connaissance à un autre. De la sorte, un sujet peut connaître plus (de propositions) en ignorant plus (de possibilités d'erreur) : dans les termes d'Hawthorne, "le philosophe qui s'inquiète d'être [ou pas] un cerveau dans une cuve, etc., peut savoir moins de choses que le niais qui ne s'en inquiète pas" ([24], p. 167).

Nous verrons, dans la section suivante, grâce au cadre formel que nous y proposons, un peu plus précisément quels sont les liens entre le subjectivisme et le contextualisme.

## 2 Formalisme statique

Dans cette section, nous proposons un cadre général pour une logique de la connaissance en contexte, grâce auquel nous allons pouvoir "capturer" les diverses positions épistémologiques mentionnées dans la section précédente.

Pour ce faire, nous commencerons par présenter le cadre formel en question – un langage et une sémantique pour celui-ci –, distinguerons à cette occasion quatre définitions différentes de la vérité pour les formules épistémiques du langage (correspondant aux "phrases de connaissance" du langage naturel, de la forme "*i* sait que  $\varphi$ ") dans notre sémantique "contextuelle", et avancerons un certain nombre de résultats sur la préservation ou pas, dans nos modèles contextuels et pour les définitions de la vérité que nous aurons distinguées, des axiomes et règles d'inférence standard pour les opérateurs épistémiques.

Nous montrerons ensuite comment l'épistémologue peut mettre à profit notre cadre formel en faisant correspondre chacune des positions épistémologiques de référence avec telle ou telle définition de la vérité pour les formules épistémiques, notamment par l'imposition de contraintes appropriées sur diverses composantes de ces définitions.

### 2.1 Présentation du formalisme statique

#### 2.1.1 Le langage

Soient  $\mathcal{At} = \{p_i : 0 \leq i \leq n\}$ , avec  $n \leq \omega$ , un ensemble de formules "atomiques" et  $I = \{1, \dots, m\}$  un ensemble de  $m$  agents. L'ensemble  $\mathcal{L}_K^m(\mathcal{At})$  des formules du langage que nous

utiliserons pour raisonner sur la connaissance de  $m$  agents est le plus petit ensemble clos sous les quatre conditions suivantes :

1. Si  $p \in \mathcal{At}$ , alors  $p \in \mathcal{L}_{\mathbf{K}}^m(\mathcal{At})$ ,
2. Si  $\varphi \in \mathcal{L}_{\mathbf{K}}^m(\mathcal{At})$ , alors  $\neg\varphi \in \mathcal{L}_{\mathbf{K}}^m(\mathcal{At})$ ,
3. Si  $\varphi, \psi \in \mathcal{L}_{\mathbf{K}}^m(\mathcal{At})$ , alors  $(\varphi \wedge \psi) \in \mathcal{L}_{\mathbf{K}}^m(\mathcal{At})$ ,
4. Si  $\varphi \in \mathcal{L}_{\mathbf{K}}^m(\mathcal{At})$ , alors  $\mathbf{K}_i\varphi \in \mathcal{L}_{\mathbf{K}}^m(\mathcal{At})$ , pour tout  $i \in I$ .

Les formules  $\varphi \vee \psi$ ,  $\varphi \rightarrow \psi$ ,  $\varphi \leftrightarrow \psi$  et  $\perp$  sont introduites dans  $\mathcal{L}_{\mathbf{K}}^m(\mathcal{At})$  comme autant d'abréviations pour  $\neg(\neg\varphi \wedge \neg\psi)$ ,  $\neg\varphi \vee \psi$ ,  $(\varphi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \varphi)$  et  $p_0 \wedge \neg p_0$ , respectivement. Nous conviendrons aussi, pour la suite, d'appeler "formule épistémique" toute formule de  $\mathcal{L}_{\mathbf{K}}^m(\mathcal{At})$  comportant au moins une occurrence d'un des opérateurs épistémiques  $\mathbf{K}_1, \dots, \mathbf{K}_m$ , et "formule non-épistémique" toute formule de  $\mathcal{L}_{\mathbf{K}}^m(\mathcal{At})$  qui n'en comporte pas la moindre.

### 2.1.2 Notion de modèle contextuel

La sémantique que nous proposons se différencie de la sémantique de Kripke habituelle par l'ajout, d'une part, d'un ensemble  $\mathcal{C}$  de contextes et, d'autre part, d'une fonction  $\mathcal{R}$  de pertinence qui détermine la classe des mondes pertinents dans chaque contexte. Un "modèle contextuel" pour  $\mathcal{L}_{\mathbf{K}}^m(\mathcal{At})$  sera donc une structure  $\mathcal{M} = \langle W, \mathcal{K}_1, \dots, \mathcal{K}_m, \mathcal{C}, \mathcal{R}, \mathcal{V} \rangle$ , où :

- $W$  est un ensemble non-vide de mondes possibles,
- $\mathcal{K}_i \subseteq W \times W$  est une relation d'accessibilité épistémique, pour tout agent  $i \in I$ ,
- $\mathcal{C} = \{c_j : j \in J\}$ , avec  $I \subseteq J$ , est un ensemble non-vide, fini ou non, de contextes,
- $\mathcal{R} : \mathcal{C} \rightarrow \wp(W)^W$  est une fonction de pertinence (*relevance*) qui, à chaque contexte  $c_i \in \mathcal{C}$ , pour chaque monde  $w \in W$ , associe l'ensemble des mondes qui sont pertinents dans le contexte  $c_i$  pour le monde  $w$ ,
- $\mathcal{V} : \mathcal{At} \rightarrow \wp(W)$  est une valuation qui associe, à chaque atome  $p \in \mathcal{At}$ , l'ensemble des mondes dans lesquels  $p$  est vrai.

#### Remarques

- Le contexte n'est pas forcément lié à un agent. On a minimalement un contexte lié à chaque agent – et on note  $c_i$  le contexte lié à l'agent  $i$  – mais on peut avoir des contextes supplémentaires : un contexte lié à un groupe d'agents (par exemple si on s'intéresse à la connaissance commune), à une conversation, ...
- Nous ne postulons *rien* de particulier quant à la *nature* des contextes. On peut avoir des contextes qui évoluent dans le temps, par exemple des contextes mis à jour par de nouveaux actes de langage. Nous proposerons, dans la section 3, une modélisation possible du contexte (évoluant dans le temps) inspirée de la théorie des représentations du discours, mais la sémantique envisagée dans cette section-ci ne dépend pas de cette formalisation.

### 2.1.3 Définition de la vérité

On ne parlera plus, comme on le fait habituellement, de vérité dans un modèle et un monde. On parlera de vérité ou satisfaction dans un modèle  $\mathcal{M}$ , un contexte  $\mathbf{c}$  et un monde  $\mathbf{w}$  :  $\mathcal{M}, \mathbf{c}, \mathbf{w} \models \varphi$  ; s'il n'y a pas d'ambiguïté, on pourra omettre la référence au modèle :  $\mathbf{c}, \mathbf{w} \models \varphi$ . Dans ce qui suit, nous donnons quatre définitions possibles de la relation  $\models$  de satisfaction pour les formules de  $\mathcal{L}_{\mathbf{K}}^m(\mathcal{A}t)$ , la variante apparaissant au niveau des formules épistémiques :

- (i)  $\mathcal{M}, \mathbf{c}, \mathbf{w} \models p$  ssi  $\mathbf{w} \in V(p)$ , si  $p \in \mathcal{A}t$
- (ii)  $\mathcal{M}, \mathbf{c}, \mathbf{w} \models \neg\varphi$  ssi  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \not\models \varphi$
- (iii)  $\mathcal{M}, \mathbf{c}, \mathbf{w} \models \varphi \vee \psi$  ssi  $\mathcal{M}, \mathbf{c}, \mathbf{w} \models \varphi$  ou  $\mathcal{M}, \mathbf{c}, \mathbf{w} \models \psi$
- (iv)  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \models \mathbf{K}_j\varphi$  ssi pour chaque  $\mathbf{w}' \in W$  tel que  $\mathcal{K}_j\mathbf{w}\mathbf{w}'$ , on a :  
 si  $\mathbf{w}' \in \mathcal{R}(\mathbf{c}_k)(\mathbf{w})$ , alors  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_l, \mathbf{w}' \models \varphi$ , avec au choix :
  - 1.1.  $k = i$  &  $l = i$
  - 1.2.  $k = i$  &  $l = j$
  - 2.1.  $k = j$  &  $l = i$
  - 2.2.  $k = j$  &  $l = j$

**Notation** Pour faire référence à une définition spécifique parmi les quatre proposées, on indicera le symbole  $\models$  du numéro correspondant :  $\mathcal{M}, \mathbf{c}, \mathbf{w} \models_{1.2} \varphi$ ,  $\mathcal{M}, \mathbf{c}, \mathbf{w} \models_{2.2} \psi$ , etc. On regroupera parfois deux à deux les notions de satisfaction :  $\mathcal{M}, \mathbf{c}, \mathbf{w} \models_{-2} \varphi$  référerá indifféremment à  $\mathcal{M}, \mathbf{c}, \mathbf{w} \models_{1.2} \varphi$  ou  $\mathcal{M}, \mathbf{c}, \mathbf{w} \models_{2.2} \varphi$ , et de même pour  $\mathcal{M}, \mathbf{c}, \mathbf{w} \models_{-1} \varphi$ . Enfin,  $\mathcal{M}, \mathbf{c}, \mathbf{w} \models \varphi$  référerá indifféremment à l'une des quatres notions.

**Terminologie** Dans une évaluation du type  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \models \mathbf{K}_j\varphi$ , on convient d'appeller le contexte  $\mathbf{c}_i$  "contexte de référence", et d'appeller le contexte  $\mathbf{c}_j$  "contexte de l'agent  $\mathbf{j}$ ".

**Remarque** Les différents choix proposés dans le point (iv) ci-dessus recourent l'ensemble des options logiquement envisageables, dont toutes ne seront pas obligatoirement utilisées par la suite. Il apparaît cependant que chacune peut trouver une signification. Donc, nous n'en retranchons aucune *a priori*<sup>4</sup>.

### 2.1.4 Préservation des propriétés de $\mathbf{K}_i$ dans les modèles contextuels

Dans ce qui suit, on s'intéresse à un ensemble d'axiomes et règles d'inférence habituellement retenus (et/ou débattus) pour les opérateurs épistémiques :

- K  $\models (\mathbf{K}_i\varphi \wedge \mathbf{K}_i(\varphi \rightarrow \psi)) \rightarrow \mathbf{K}_i\psi$
- RN Si  $\models \varphi$ , alors  $\models \mathbf{K}_i\varphi$
- T  $\models \mathbf{K}_i\varphi \rightarrow \varphi$

<sup>4</sup>A première vue le cas le plus problématique serait 2.1. Si le langage était augmenté d'expressions indexicales (au niveau non modal), il pourrait cependant s'avérer utile.

- D  $\models \mathbf{K}_i\varphi \rightarrow \neg\mathbf{K}_i\neg\varphi$     ou encore     $\models \neg\mathbf{K}_i\perp$   
4  $\models \mathbf{K}_i\varphi \rightarrow \mathbf{K}_i\mathbf{K}_i\varphi$   
5  $\models \neg\mathbf{K}_i\varphi \rightarrow \mathbf{K}_i\neg\mathbf{K}_i\varphi$   
B  $\models \varphi \rightarrow \mathbf{K}_i\neg\mathbf{K}_i\neg\varphi$

Ces principes sont-ils préservés dans notre sémantique contextuelle, et si non, quelle(s) condition(s) doit-on imposer à la fonction de pertinence pour les restaurer ?

Dans un modèle contextuel donné, on peut définir une relation d'accessibilité  $\mathcal{R}_{c_k}$  à partir de la fonction de pertinence  $\mathcal{R}$  et d'un contexte  $c_k : \forall w. \forall w'. \mathcal{R}_{c_k}ww' \Leftrightarrow w' \in \mathcal{R}(c_k)(w)$ . Il sera utile de réécrire la clause (iv) de la définition récursive de la satisfaction d'une formule épistémique, à l'aide de l'intersection des deux relations d'accessibilité,  $\mathcal{K}_j^k = \mathcal{K}_j \cap \mathcal{R}_{c_k}$  :

$$(iv') \quad \mathcal{M}, c_i, w \models \mathbf{K}_j\varphi \quad \text{ssi} \quad \text{pour chaque } w' \in W \text{ tel que } \mathcal{K}_j^k ww', \text{ on a : } \mathcal{M}, c_i, w' \models \varphi$$

(avec des conditions sur  $k$  et  $l$ )

Soit  $\mathfrak{M}_n$  la classe de tous les modèles contextuels pour  $n$  agents sans restriction sur les relations  $\mathcal{K}_i$  d'accessibilité épistémique ni sur la fonction  $\mathcal{R}$  de pertinence contextuelle, et indépendamment du choix particulier d'une option parmi (1.1)–(2.2). On observe que l'axiome (K) et la règle (RN) sont valides en regard de  $\mathfrak{M}_n$ .

**Proposition 1.** *L'axiome (K) est valide dans  $\mathfrak{M}_n$  :*

$$\mathfrak{M}_n \models (\mathbf{K}_i\varphi \wedge \mathbf{K}_i(\varphi \rightarrow \psi)) \rightarrow \mathbf{K}_i\psi$$

*Preuve.* Supposons que  $\mathcal{M}, c_i, w \models \mathbf{K}_j\varphi \wedge \mathbf{K}_j(\varphi \rightarrow \psi)$ . Alors, pour tout monde  $w'$  tel que  $\mathcal{K}_j^k ww'$ , on a à la fois  $\mathcal{M}, c_i, w' \models \varphi$  et  $\mathcal{M}, c_i, w' \models \varphi \rightarrow \psi$ . Donc, pour un tel monde  $w'$ , on a  $\mathcal{M}, c_i, w' \models \psi$ . Par conséquent, on a  $\mathcal{M}, c_i, w \models \mathbf{K}_j\psi$ . Ainsi, si  $\mathcal{M}, c_i, w \models \mathbf{K}_j\varphi \wedge \mathbf{K}_j(\varphi \rightarrow \psi)$ , alors  $\mathcal{M}, c_i, w \models \mathbf{K}_j\psi$ .

**Proposition 2.** *La règle de nécessité (RN) est valide dans  $\mathfrak{M}_n$  :*

$$\text{Si } \mathfrak{M}_n \models \varphi, \text{ alors } \mathfrak{M}_n \models \mathbf{K}_i\varphi$$

*Preuve.* Supposons que  $\mathcal{M} \models \varphi$ , pour un modèle  $\mathcal{M}$  quelconque. Alors, pour tout contexte  $c_i$  et tout monde  $w$  dans  $\mathcal{M}$ , on a  $\mathcal{M}, c_i, w \models \mathbf{K}_j\varphi$ . En particulier, étant donné un contexte  $c_i^*$  et un monde  $w^*$  quelconques, pour tout monde  $w'$  tel que  $\mathcal{K}_j^k w^* w'$ , on aura  $\mathcal{M}, c_i, w' \models \varphi$ . Donc, pour tout contexte  $c_i$  et tout monde  $w$  dans  $\mathcal{M}$ , on aura  $\mathcal{M}, c_i, w \models \mathbf{K}_j\varphi$ . Par conséquent,  $\mathcal{M} \models \mathbf{K}_j\varphi$ . Ainsi, si  $\mathcal{M} \models \varphi$ , alors  $\mathcal{M} \models \mathbf{K}_j\varphi$ .

Pour les axiomes habituels correspondant à des contraintes sur la relation  $\mathcal{K}_i$ , on va dans la suite se limiter à donner des *conditions suffisantes* de préservation par passage aux modèles contextuels. On dissocie systématiquement deux cas :

1. Un cas simple est lié aux définitions (1.1) et (2.1), qui peuvent être formulées ainsi (à partir de (iv')) :

$$(iv'/-.1) \quad \mathcal{M}, c_i, w \models_{-.1} \mathbf{K}_j\varphi \quad \text{ssi} \quad \text{pour chaque } w' \in W \text{ tel que } \mathcal{K}_j^k ww', \text{ on a :}$$

$$\mathcal{M}, c_i, w' \models_{-.1} \varphi$$

Ici si le contexte  $\mathbf{c}_i$  intervient, c'est au plus pour fixer la valeur de  $\mathbf{k}$ . On a en fait une définition strictement équivalente à la définition de la vérité dans le modèle de Kripke standard  $\mathcal{M}' = \langle W, \mathcal{K}_1, \dots, \mathcal{K}_n, V \rangle$  correspondant au modèle contextuel  $\mathcal{M} = \langle W, \mathcal{K}_1, \dots, \mathcal{K}_n, C, \mathcal{R}, V \rangle$ , pour un opérateur  $\mathbf{K}_j^k$  de relation d'accessibilité  $\mathcal{K}_j^k$  :

$$\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \models_{-1} \mathbf{K}_j \varphi \Leftrightarrow \mathcal{M}', \mathbf{w} \models \mathbf{K}_j^k \varphi$$

Intuitivement, les axiomes régissant l'opérateur  $\mathbf{K}_j$  préservés dans les modèles contextuels seront *grosso modo* les principes correspondant aux propriétés de la relation  $\mathcal{K}_j$  préservées par intersection. Plus précisément :

**Proposition 3.** *Les schémas (T), (B), (4) et (5) sont valides aux sens (1.1) et (2.1) dans les modèles contextuels  $\mathcal{M}$  tels que les relations  $\mathbf{K}_j$  et  $\mathcal{R}_{\mathbf{c}_k}$  sont toutes respectivement réflexives, symétriques, transitives et euclidiennes :*

$$\begin{array}{ll} (T) & \mathcal{M} \models_{-1} \mathbf{K}_j \varphi \rightarrow \varphi \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{K}_j \text{ réflexive et } \mathbf{w} \in \mathcal{R}(\mathbf{c}_k)(\mathbf{w}) \text{ (pour tout } \mathbf{w}) \\ (B) & \mathcal{M} \models_{-1} \varphi \rightarrow \mathbf{K}_j \neg \mathbf{K}_j \neg \varphi \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{K}_j \text{ symétrique et } \mathbf{w} \in \mathcal{R}(\mathbf{c}_k)(\mathbf{w}') \Rightarrow \mathbf{w}' \in \mathcal{R}(\mathbf{c}_k)(\mathbf{w}) \\ (4) & \mathcal{M} \models_{-1} \mathbf{K}_j \varphi \rightarrow \mathbf{K}_j \mathbf{K}_j \varphi \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{K}_j \text{ transitive et} \\ & \mathbf{w} \in \mathcal{R}(\mathbf{c}_k)(\mathbf{w}') \ \& \ \mathbf{w}' \in \mathcal{R}(\mathbf{c}_k)(\mathbf{w}'') \Rightarrow \mathbf{w} \in \mathcal{R}(\mathbf{c}_k)(\mathbf{w}'') \\ (5) & \mathcal{M} \models_{-1} \neg \mathbf{K}_j \varphi \rightarrow \mathbf{K}_j \neg \mathbf{K}_j \varphi \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{K}_j \text{ euclidienne et} \\ & \mathbf{w} \in \mathcal{R}(\mathbf{c}_k)(\mathbf{w}') \ \& \ \mathbf{w} \in \mathcal{R}(\mathbf{c}_k)(\mathbf{w}'') \Rightarrow \mathbf{w}' \in \mathcal{R}(\mathbf{c}_k)(\mathbf{w}'') \end{array}$$

La sérialité des relations  $\mathbf{K}_j$  et  $\mathcal{R}_{\mathbf{c}_k}$  ne suffit pas à garantir la validité du schéma (D).

*Preuve.*

- Supposons que pour toutes les valeurs de  $\mathbf{j}$  et  $\mathbf{k}$ , les relations  $\mathcal{K}_j$  et  $\mathcal{R}_{\mathbf{c}_k}$  sont réflexives. L'intersection de deux relations réflexives est réflexive : soient  $\mathbf{S}$  et  $\mathbf{T}$  deux relations binaires réflexives sur un ensemble  $\mathbf{E}$ , et  $\mathbf{U} = \mathbf{S} \cap \mathbf{T}$ , i.e. pour deux éléments quelconques  $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbf{E}$ , on a  $\mathbf{Uxy} \Leftrightarrow (\mathbf{Sxy} \wedge \mathbf{Txy})$  ; pour tout  $\mathbf{x} \in \mathbf{E}$ , on a par hypothèse  $\mathbf{Sxx}$  et  $\mathbf{Txx}$  ; donc on a  $\mathbf{Uxx}$  :  $\mathbf{U}$  est réflexive. Donc  $\mathcal{K}_j^k$ , qui est l'intersection de  $\mathcal{K}_j$  et  $\mathcal{R}_{\mathbf{c}_k}$ , est une relation réflexive. Par conséquent :  $\mathcal{M}', \mathbf{w} \models \mathbf{K}_j^k \varphi \rightarrow \varphi$ , ce qui équivaut à  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \models_{-1} \mathbf{K}_j \varphi \rightarrow \varphi$ .
- Pour les axiomes (B), (4) et (5) : on peut montrer de façon similaire que la symétrie, la transitivité et l'euclidianité sont préservées par intersection de deux relations.
- Axiome (D) : La sérialité n'est pas préservée par intersection. Un exemple est fourni par les deux relations sur  $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$  :  $\mathbf{S} = \{\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle, \langle \mathbf{b}, \mathbf{b} \rangle\}$  et  $\mathbf{T} = \{\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle, \langle \mathbf{b}, \mathbf{a} \rangle\}$ , toutes deux sérielles, et dont l'intersection se réduit à  $\{\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle\}$ .

2. Le cas lié aux définitions (1.2) et (2.2) est moins immédiat. On peut formuler à nouveau la clause (iv') :

(iv' / -2)  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \vDash_{-2} \mathbf{K}_j \phi$  ssi pour chaque  $\mathbf{w}' \in W$  tel que  $\mathcal{K}_j^k \mathbf{w} \mathbf{w}'$ , on a :  
 $\mathcal{M}, \mathbf{c}_j, \mathbf{w}' \vDash_{-2} \phi$

La difficulté concerne ici les formules où plusieurs modalités sont emboîtées, puisqu'alors la vérité va dépendre de plusieurs contextes. On illustre le point avec trois schémas : (T), (4) et (5).

**Proposition 4.** *Le schéma (T) n'est pas valide aux sens (1.2) et (2.2) dans les modèles contextuels  $\mathcal{M}$  tels que les relations  $\mathbf{K}_j$  et  $\mathcal{R}_{\mathbf{c}_k}$  sont toutes réflexives. On a cependant, dans de tels modèles, les instanciations suivantes :*

- $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \vDash_{-2} \mathbf{K}_j \phi \rightarrow \phi$ ,  $\phi$  étant une formule non-épistémique ;
- $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \vDash_{-2} \mathbf{K}_j \phi \rightarrow \phi$  si  $\mathcal{R}_{\mathbf{c}_i} \subseteq \mathcal{R}_{\mathbf{c}_j}$ ,  $\phi$  étant une formule épistémique en forme normale disjonctive<sup>5</sup> ne contenant aucune négation d'opérateur épistémique ;
- $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \vDash_{-2} \mathbf{K}_j \phi \rightarrow \phi$  si  $\mathcal{R}_{\mathbf{c}_i} = \mathcal{R}_{\mathbf{c}_j}$ ,  $\phi$  étant une formule épistémique en forme normale disjonctive dont au moins un opérateur épistémique est nié.

*Preuve.*

- (T) n'est pas valide aux sens (-.2) : Soit un modèle contextuel  $\mathcal{M}$  dont les relations sont toutes réflexives, un contexte  $\mathbf{c}_i$  et un monde  $\mathbf{w}$  tels que pour une formule  $\phi$  donnée, on ait :  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \vDash_{-2} \mathbf{K}_j \phi$ . Cela signifie que pour tout monde  $\mathbf{w}'$  tel que  $\mathcal{K}_j^k \mathbf{w} \mathbf{w}'$ , on a  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_j, \mathbf{w}' \vDash_{-2} \phi$ . La relation  $\mathcal{K}_j^k$  étant réflexive, on a en particulier :  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_j, \mathbf{w} \vDash_{-2} \phi$ . Mais ceci n'implique pas  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \vDash_{-2} \phi$ . Par exemple si  $\phi$  est de la forme  $\mathbf{K}_m \psi$ , il peut exister un monde  $\mathbf{w}_0$  tel que  $\mathcal{R}_{\mathbf{c}_i} \mathbf{w} \mathbf{w}_0, \neg \mathcal{R}_{\mathbf{c}_j} \mathbf{w} \mathbf{w}_0$  où  $\psi$  n'est pas satisfaite.
- Admettons les mêmes hypothèses que précédemment, et supposons que  $\phi$  est non épistémique. D'après les clauses (i)–(iii) de la définition de la vérité dans les modèles contextuels, la valeur de  $\phi$  est alors indépendante du contexte. Donc  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_j, \mathbf{w} \vDash_{-2} \phi$  implique  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \vDash_{-2} \phi$ . Par conséquent l'instanciation du schéma (T) par des formules non-épistémique est (-.2)-valide.
- Admettons les mêmes hypothèses que dans le premier alinéa, et supposons en outre (1) que  $\phi$  est en forme normale disjonctive et ne contient aucune négation d'opérateur épistémique, et (2) que  $\mathcal{R}_{\mathbf{c}_i} \subseteq \mathcal{R}_{\mathbf{c}_j}$ . La formule  $\phi$  a la forme d'une disjonction de formules :  $\phi_h = \mathbf{K}_{h_1} \psi_{h_1} \wedge \mathbf{K}_{h_m} \psi_{h_m} \wedge \psi_{h_{m+1}} \wedge \dots \wedge \psi_{h_{m+n}}$ , les  $\psi_{h_{m+1}}, \dots, \psi_{h_{m+n}}$  étant des formules non-épistémiques. Quand  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_j, \mathbf{w} \vDash_{-2} \phi$ , deux cas se présentent :

---

<sup>5</sup>On étend la notion de forme normale disjonctive du calcul des propositions à la logique modale propositionnelle : une forme normale disjonctive est une formule ne comportant que les connecteurs  $\neg, \wedge$  et  $\vee$  ; plus spécifiquement, c'est une disjonction de conjonctions d'atomes, de négations d'atomes, de formules préfixées d'un opérateur épistémique et de négations de telles formules.

- (a) La vérité de  $\phi = \phi_1 \vee \dots \vee \phi_k$  repose sur une sous-formule  $\phi_h$  ne comportant aucune composante épistémique. Dans ce cas,  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_j, \mathbf{w} \vDash_{-.2} \phi_h$  implique que  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \vDash_{-.2} \phi_h$ , et donc  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \vDash_{-.2} \phi$ .
- (b) La vérité de  $\phi = \phi_1 \vee \dots \vee \phi_k$  repose sur une sous-formule  $\phi_h$  comportant des composantes épistémiques; elle repose donc notamment sur la vérité des sous-formules :  $\mathbf{K}_{h_1}\psi_{h_1}, \dots, \mathbf{K}_{h_m}\psi_{h_m}$  de  $\phi_h$ . Donc pour chacun des indices  $e \in \{h_1, \dots, h_m\}$ , on a  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_j, \mathbf{w} \vDash_{-.2} \mathbf{K}_e\psi_e$ ; autrement dit pour tout  $\mathbf{w}'$ , si  $\mathcal{K}_e^k \mathbf{w}\mathbf{w}'$ , alors  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_e, \mathbf{w}' \vDash_{-.2} \psi_e$ . On distingue (provisoirement) les deux définitions 1.2 et 2.2 :
- 2.2 :  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_j, \mathbf{w} \vDash_{2.2} \mathbf{K}_e\psi_e$  équivaut à : pour tout  $\mathbf{w}'$ , si  $\mathcal{K}_e^e \mathbf{w}\mathbf{w}'$ , alors  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_e, \mathbf{w}' \vDash_{2.2} \psi_e$ ; autrement dit, la condition de vérité de  $\mathbf{K}_e\psi_e$  est indépendante du contexte  $\mathbf{c}_j$ ; donc on a également :  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \vDash_{2.2} \mathbf{K}_e\psi_e$
  - 1.2 :  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_j, \mathbf{w} \vDash_{1.2} \mathbf{K}_e\psi_e$  équivaut à : pour tout  $\mathbf{w}'$ , si  $\mathcal{K}_e^j \mathbf{w}\mathbf{w}'$ , alors  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_e, \mathbf{w}' \vDash_{1.2} \psi_e$ ; ici la condition de vérité de  $\mathbf{K}_e\psi_e$  dépend du contexte  $\mathbf{c}_j$ . Mais on a supposé que  $\mathcal{R}_{\mathbf{c}_i} \subseteq \mathcal{R}_{\mathbf{c}_j}$ , ce qui entraîne que  $\mathcal{R}_{\mathbf{c}_i} \cap \mathcal{K}_e \subseteq \mathcal{R}_{\mathbf{c}_j} \cap \mathcal{K}_e$ , i.e.  $\mathcal{K}_e^i \subseteq \mathcal{K}_e^j$ . Par conséquent pour tout  $\mathbf{w}'$ , si  $\mathcal{K}_e^i \mathbf{w}\mathbf{w}'$  alors  $\mathcal{K}_e^j \mathbf{w}\mathbf{w}'$ , et donc  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_e, \mathbf{w}' \vDash_{1.2} \psi_e$ . Ce qui signifie que  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \vDash_{1.2} \mathbf{K}_e\psi_e$

On a donc montré que pour chacune des composantes épistémiques  $\mathbf{K}_e\psi_e$  de  $\phi_h$ ,  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \vDash_{-.2} \mathbf{K}_e\psi_e$ ; pour les composantes non-épistémiques  $\psi_{h_{m+1}}, \dots, \psi_{h_{m+n}}$ , la vérité est indépendante du contexte et se transpose de  $\mathbf{c}_j$  à  $\mathbf{c}_i$ . On a donc établi que  $\phi_h, \mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \vDash_{-.2} \phi_h$ , et par conséquent que  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \vDash_{-.2} \phi$ . Conclusion : on a bien  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \vDash_{-.2} \mathbf{K}_j\phi \rightarrow \phi$ .

- Le cas des formules  $\phi = \phi_1 \vee \dots \vee \phi_k$  dont la vérité repose sur des composantes conjonctives  $\phi_i$  comportant des sous-formules du type  $\neg\mathbf{K}_e\psi_e$  exigent plus que la simple inclusion des ensembles de mondes contextuellement pertinents. Supposer l'identité des deux ensembles assure trivialement la transition de la vérité d'un contexte à l'autre. On ne refait pas ici la démonstration, qui est similaire à celle du point précédent.

**Proposition 5.** *Validités du schéma (4) :*

- Le schéma (4) est valide au sens (2.2) dans les modèles contextuels  $\mathcal{M}$  tels que les relations  $\mathbf{K}_j$  et  $\mathcal{R}_{\mathbf{c}_k}$  sont toutes transitives;
- Le schéma (4) n'est pas valide au sens (1.2) dans les modèles contextuels  $\mathcal{M}$  tels que les relations  $\mathbf{K}_j$  et  $\mathcal{R}_{\mathbf{c}_k}$  sont toutes transitives. On a cependant, dans de tels modèles, l'instanciation suivante :

$$\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \vDash_{1.2} \mathbf{K}_j\phi \rightarrow \mathbf{K}_j\mathbf{K}_j\phi \quad \text{si } \mathcal{R}_{\mathbf{c}_j} \subseteq \mathcal{R}_{\mathbf{c}_i}.$$

*Preuve.*



- (2.2) : Soient un modèle contextuel  $\mathcal{M}$  dont les relations sont toutes transitives, un contexte  $c_i$ , un monde  $w$  et une formule  $\phi$ . On suppose que : (a)  $\mathcal{M}, c_i, w \vDash_{2.2} \mathbf{K}_j \phi$ , et par l'absurde : (b)  $\mathcal{M}, c_i, w \not\vDash_{2.2} \mathbf{K}_j \mathbf{K}_j \phi$ . De l'hypothèse (a), il suit que pour tout  $w'$ , si  $\mathcal{K}_j^j w w'$  alors  $\mathcal{M}, c_j, w' \vDash_{2.2} \phi$ . De l'hypothèse (b), il suit qu'il existe deux mondes  $w_1$  et  $w_2$ , tels que :  $\mathcal{K}_j^j w w_1$ ,  $\mathcal{K}_j^j w_1 w_2$ , et (c)  $\mathcal{M}, c_j, w_2 \not\vDash_{2.2} \phi$ . Or on a supposé que les relations étaient transitives, donc on a  $\mathcal{K}_j^j w w_2$ ; par l'hypothèse (a), on a donc :  $\mathcal{M}, c_j, w_2 \vDash_{2.2} \phi$ , qui contredit directement (c). Conclusion :  $\mathcal{M}, c_i, w \vDash_{2.2} \mathbf{K}_j \phi \rightarrow \mathbf{K}_j \mathbf{K}_j \phi$ .
- (1.2) : Soient un modèle contextuel  $\mathcal{M}$  dont les relations sont toutes transitives, deux contextes  $c_i$  et  $c_j$  tels que  $\mathcal{R}_{c_j} \subseteq \mathcal{R}_{c_i}$ , un monde  $w$  et une formule  $\phi$ . On suppose que : (a)  $\mathcal{M}, c_i, w \vDash_{1.2} \mathbf{K}_j \phi$ , et par l'absurde : (b)  $\mathcal{M}, c_i, w \not\vDash_{1.2} \mathbf{K}_j \mathbf{K}_j \phi$ . De l'hypothèse (a), il suit que pour tout  $w'$ , si  $\mathcal{K}_j^i w w'$  alors  $\mathcal{M}, c_j, w' \vDash_{1.2} \phi$ . De l'hypothèse (b), il suit qu'il existe deux mondes  $w_1$  et  $w_2$ , tels que :  $\mathcal{K}_j^i w w_1$ ,  $\mathcal{K}_j^j w_1 w_2$ , et (c)  $\mathcal{M}, c_j, w_2 \not\vDash_{1.2} \phi$ . Comme  $\mathcal{R}_{c_j} \subseteq \mathcal{R}_{c_i}$ , on peut inférer  $\mathcal{K}_j^i w_1 w_2$  de  $\mathcal{K}_j^j w_1 w_2$ . Or on a supposé que les relations étaient transitives, donc de  $\mathcal{K}_j^i w w_1$  et  $\mathcal{K}_j^i w_1 w_2$  on peut inférer  $\mathcal{K}_j^i w w_2$ ; par l'hypothèse (a), on a donc :  $\mathcal{M}, c_j, w_2 \vDash_{1.2} \phi$ , qui contredit directement (c). Conclusion :  $\mathcal{M}, c_i, w \vDash_{1.2} \mathbf{K}_j \phi \rightarrow \mathbf{K}_j \mathbf{K}_j \phi$ .

**Proposition 6.** *Validités du schéma (5) :*

- Le schéma (5) est valide au sens (2.2) dans les modèles contextuels  $\mathcal{M}$  tels que les relations  $\mathbf{K}_j$  et  $\mathcal{R}_{c_k}$  sont toutes euclidiennes ;
- Le schéma (5) n'est pas valide au sens (1.2) dans les modèles contextuels  $\mathcal{M}$  tels que les relations  $\mathbf{K}_j$  et  $\mathcal{R}_{c_k}$  sont toutes euclidiennes. On a cependant, dans de tels modèles, l'instanciation suivante :

$$\mathcal{M}, c_i, w \vDash_{1.2} \neg \mathbf{K}_j \phi \rightarrow \mathbf{K}_j \neg \mathbf{K}_j \phi \quad \text{si } \mathcal{R}_{c_j} \subseteq \mathcal{R}_{c_i}.$$

*Preuve.* La démonstration est similaire à celle pour le schéma (4). On suppose que l'on a simultanément  $\mathcal{M}, c_i, w \vDash_{-2} \neg \mathbf{K}_j \phi$  et  $\mathcal{M}, c_i, w \vDash_{-2} \neg \mathbf{K}_j \neg \mathbf{K}_j \phi$ . Cela conduit à des exigences contradictoires sur un monde  $w_0$ , la première hypothèse exigeant que  $\mathcal{M}, c_j, w_0 \not\vDash_{-2} \phi$  et la seconde impliquant  $\mathcal{M}, c_j, w_0 \vDash_{-2} \phi$  du fait de l'euclidianité de  $\mathcal{K}_j^j$  pour (2.2), et de  $\mathcal{K}_j^i$  pour (1.2).

Une dernière remarque technique avant de passer à l'interprétation épistémologique de notre cadre formel.

## Réduction à la sémantique standard

**Proposition 7.** *Le cas 1.1 avec une fonction de pertinence  $w$ -constante – i.e. une fonction  $\mathcal{R}$  telle que pour tout contexte  $\mathbf{c}$ ,  $\mathcal{R}(\mathbf{c})$  est constante – se réduit à un cas de sémantique kripkéenne standard.*

Supposons que la fonction de pertinence d'un modèle contextuel  $\mathcal{M} = \langle W, \mathcal{K}_1, \dots, \mathcal{K}_m, C, \mathcal{R}, V \rangle$  soit  $w$ -constante, et considérons un contexte particulier  $\mathbf{c}_i$ . A partir du modèle contextuel initial on construit un modèle de Kripke standard  $\mathcal{M}^{\mathbf{c}_i} = \langle W^{\mathbf{c}_i}, \mathcal{K}_1^{\mathbf{c}_i}, \dots, \mathcal{K}_m^{\mathbf{c}_i}, V \rangle$  où : (a)  $W^{\mathbf{c}_i} = \mathcal{R}(\mathbf{c}_i)$  et (b)  $\mathcal{K}_j^{\mathbf{c}_i}$  est la restriction de  $\mathcal{K}_j$  à  $\mathcal{R}(\mathbf{c}_i)$ . On a alors, pour tout monde  $w \in \mathcal{R}(\mathbf{c}_i)$  :

(i) si  $\alpha$  est un atome :  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, w \vDash_{1.1} \alpha \Leftrightarrow w \in V(\alpha) \Leftrightarrow \mathcal{M}^{\mathbf{c}_i}, w \vDash \alpha$

Pour les points (ii) et (iv) on admet l'hypothèse de récurrence :  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, w \vDash_{1.1} \varphi \Leftrightarrow \mathcal{M}^{\mathbf{c}_i}, w \vDash \varphi$ , et les hypothèses correspondantes avec  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  pour le point (iii).

(ii)  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, w \vDash_{1.1} \neg\varphi \Leftrightarrow \mathcal{M}, \mathbf{c}_i, w \not\vDash_{1.1} \varphi \Leftrightarrow \mathcal{M}^{\mathbf{c}_i}, w \not\vDash \varphi \Leftrightarrow \mathcal{M}^{\mathbf{c}_i}, w \vDash \neg\varphi$

(iii)  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, w \vDash_{1.1} \varphi_1 \vee \varphi_2 \Leftrightarrow \mathcal{M}, \mathbf{c}_i, w \vDash_{1.1} \varphi_1$  ou  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, w \vDash_{1.1} \varphi_2 \Leftrightarrow \mathcal{M}^{\mathbf{c}_i}, w \vDash \varphi_1$  ou  $\mathcal{M}^{\mathbf{c}_i}, w \vDash \varphi_2 \Leftrightarrow \mathcal{M}^{\mathbf{c}_i}, w \vDash \varphi_1 \vee \varphi_2$

(iv)  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, w \vDash_{1.1} \mathbf{K}_j\varphi \Leftrightarrow$  pour chaque  $w' \in W$  tel que  $\mathcal{K}_j ww'$ , on a : si  $w' \in \mathcal{R}(\mathbf{c}_i)$  [=  $W^{\mathbf{c}_i}$ ], alors  $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, w' \vDash_{1.1} \varphi \Leftrightarrow$  pour chaque  $w' \in W^{\mathbf{c}_i}$  tel que  $\mathcal{K}_j ww'$ , on a :  $\mathcal{M}^{\mathbf{c}_i}, w' \vDash \varphi \Leftrightarrow \mathcal{M}^{\mathbf{c}_i}, w \vDash \mathbf{K}_j\varphi$ .

## 2.2 Interprétation du formalisme statique

### 2.2.1 Généralités

Dans ce qui précède, la sémantique contextuelle a été présentée sous un angle très général. Il s'agit maintenant d'interpréter ce cadre en fixant certains paramètres selon les applications visées.

Par exemple on supposera dans nos applications que  $W$  est l'ensemble de tous les mondes *métaphysiquement* (ou *logiquement*) *possibles*. Cette hypothèse permet d'interpréter le formalisme de telle sorte qu'on puisse y positionner différentes conceptions épistémologiques. Évidemment, une simple utilisation du formalisme en question – par exemple pour modéliser une situation épistémique particulière “en contexte” – ne dépend pas de cette hypothèse, et n'implique donc pas les engagements corrélatifs.

D'autres contraintes posées sur les modèles contextuels permettront de rendre compte de différentes positions en épistémologie. Un cas habituel concerne la structure relationnelle elle-même, autrement dit les contraintes imposées sur les relations d'accessibilité  $\mathbf{K}_j$ , qui correspondent strictement à l'acceptation de certains principes régissant les opérateurs correspondants.

Le formalisme des modèles contextuels en tant que tel est neutre et il offre un cadre de comparaison entre conceptions philosophiques rivales. Ce n'est pourtant pas un cadre optimal puisque – dans cette version statique – il hérite de l'une des difficultés des modèles standard de Kripke en présupposant la clôture épistémique des agents.

**Ensembles de mondes pertinents** La fonction de pertinence sert ici à évaluer les modalités épistémiques. L'idée est de représenter pour une situation donnée – un monde  $w$  – l'ensemble des alternatives pertinentes relativement à un contexte  $c$  – le choix du contexte (contexte de référence, contexte de l'agent...) dépendant de la définition choisie. Dans une situation donnée  $w$ , deux contextes  $c$  et  $c'$  permettront de produire deux ensembles de mondes contextuellement pertinents,  $\mathcal{R}(c)(w)$  et  $\mathcal{R}(c')(w)$ . Si l'un est strictement inclus dans l'autre, disons  $\mathcal{R}(c)(w) \subset \mathcal{R}(c')(w)$ , la vérité d'un énoncé épistémique relativement à  $c'$  sera plus difficile à réaliser que la vérité du même énoncé par rapport à  $c$ ; chaque contexte peut donc être vu comme déterminant (via la fonction  $\mathcal{R}$ ) un niveau de normativité épistémique. Le durcissement des standards épistémiques se traduit par un élargissement de la classe des mondes contextuellement pertinents, le relâchement par un rétrécissement.

**Possibilité épistémique et pertinence** L'ensemble des mondes pertinents pour un agent  $i$  dans un monde  $w$ ,  $\mathcal{R}(c_i)(w)$ , est plus large que l'ensemble des possibilités épistémiques de cet agent, i.e. que l'ensemble des mondes qu'il peut atteindre sur la base de ce qu'il sait. En effet, cet agent peut savoir que  $\varphi$ , donc exclure de l'ensemble des possibilités épistémiques accessibles tous les mondes possibles où  $\varphi$  n'est pas le cas – par restriction de la relation d'accessibilité  $\mathcal{K}_i$ ; mais il peut également savoir qu'un autre agent,  $j$ , ne sait pas que  $\varphi$  parce que certaines possibilités où  $\varphi$  n'est pas le cas sont accessibles par  $\mathcal{K}_j$  : il faut donc que l'agent  $i$  puisse *considérer* ces mondes possibles, bien qu'ils ne fassent pas partie des mondes épistémiquement possibles pour lui. Si on note  $\mathcal{K}(j)(w) = \{w' : w' \in W \text{ et } \mathcal{K}_j ww'\}$  l'ensemble des possibilités épistémiques pour un agent  $j$  dans un monde  $w$ , on a donc :  $\mathcal{R}(c_i)(w) \not\subset \mathcal{K}(j)(w)$ .

**Une illustration : le paradoxe de Moore** L'ensemble  $\mathcal{K}(j)(w)$  prend une importance particulière pour éviter le paradoxe de Moore. Une version du paradoxe pourrait apparemment être énoncée dans le formalisme que nous proposons :  $\mathcal{M}, c_i, w \models \varphi \wedge \neg \mathbf{K}_i \varphi$ . Or cette formule est vérifiée dès lors que l'on dispose d'un monde  $w'$  tel que  $\mathcal{K}_i ww'$  où  $\varphi$  n'est pas le cas. Mais cette formule n'est pas en fait le paradoxe de Moore. Elle énonce que l'agent  $i$ , dans le contexte  $c_i$  et le monde  $w$  peut ne pas savoir que  $\varphi$  même si  $\varphi$  est le cas. A moins d'être omniscient, l'agent ne sait pas qu'il se trouve dans le monde  $w$ . Il sait seulement qu'il se trouve dans l'un des mondes de  $\mathcal{K}(j)(w)$ . Le paradoxe apparaît quand  $\varphi$  et la non connaissance de  $\varphi$  sont simultanément *assertées* par l'agent, ce qui suppose (si les conditions pragmatiques usuelles de l'assertion sont remplies) que  $\varphi$  et  $\neg \mathbf{K}_i \varphi$  sont vérifiées *dans toutes les possibilités épistémiques* pour l'agent. Le paradoxe doit donc être formulé de la façon suivante, concernant une assertion faite dans le monde  $w$  :

Pour chaque monde  $w' \in \mathcal{K}(j)(w)$ , on a :  $\mathcal{M}, c_i, w' \models \varphi \wedge \neg \mathbf{K}_i \varphi$ .

Et là, on a bien quelque chose qui n'est jamais vérifié.

### 2.2.2 Application à l'épistémologie

Le cadre que nous proposons permet d'exprimer formellement chacune des positions épistémologiques mentionnées dans la section 1. L'un des intérêts majeurs de notre formalisme est de permettre d'observer, pour chacune des positions épistémologiques en question, quelle réponse elle peut apporter à une question très peu abordée dans la littérature épistémologique, viz. l'enchâssement des opérateurs épistémiques.

Pour pouvoir faire correspondre les positions épistémologiques en question avec les définitions (1.1) à (2.2), il importe au préalable de proposer une interprétation épistémologique de certaines composantes de notre cadre formel.

**Interprétation des  $\mathcal{K}_i$**  Nous avons présenté les positions épistémologiques de référence en termes très généraux de “standards épistémiques” et de “satisfaction de standards épistémiques”, mais aussi en termes plus spécifiques “d'ensembles de pertinence” et “d'élimination d'alternatives pertinentes”. Or, la notion d'élimination peut être comprise en termes d'accessibilité épistémique et c'est ainsi que nous proposons de la comprendre.

Cette manière de voir est en effet assez naturelle dans la mesure où l'une des interprétations les plus intuitives de l'accessibilité épistémique est de l'envisager comme une “indiscernabilité épistémique” :  $\mathcal{K}_j \mathbf{w} \mathbf{w}'$  ssi il est impossible pour l'agent  $j$  de discerner  $\mathbf{w}$  de  $\mathbf{w}'$  sur la (seule) base de tout ce qu'il sait. Du coup, “l'information dont l'agent  $j$  dispose dans un monde  $\mathbf{w}$  élimine un monde  $\mathbf{w}'$ ” semble pouvoir être lue “les mondes  $\mathbf{w}$  et  $\mathbf{w}'$  ne sont pas épistémiquement indiscernables pour l'agent  $j$ ”. Autrement dit, l'exigence que  $j$  sache que  $\varphi$  à la seule condition que  $j$  élimine toute possibilité pertinente dans laquelle non- $\varphi$  se traduira formellement dans notre cadre comme :

$$\mathcal{M}, c_i, \mathbf{w} \vDash \mathbf{K}_j \varphi \quad \text{ssi} \quad \text{pour tout } \mathbf{w}', \text{ si } \mathbf{w}' \in \mathcal{R}(c_k)(\mathbf{w}) \text{ et } \mathcal{M}, c_i, \mathbf{w}' \vDash \neg \varphi, \text{ alors non-}\mathcal{K}_j \mathbf{w} \mathbf{w}'.$$

On a là un format général pour toute définition formelle de la connaissance en termes d'alternatives pertinentes, dont on remarque qu'elle équivaut à la définition générale de  $\vDash$ .

Maintenant, de quel type les relations d'accessibilité épistémique doivent-elles être ? Nous proposons de les considérer comme des relations d'équivalence, i.e. réflexives, symétriques et transitives.

Tout d'abord, parce qu'il semble naturel, et qu'il est d'ailleurs courant dans la littérature logico-épistémique, d'assimiler les  $\mathcal{K}_i$  à des relations d'équivalence “puisque nous voulons capturer l'intuition que l'agent  $i$  considère [le monde]  $\mathbf{t}$  possible dans le monde  $\mathbf{s}$  si, à la fois dans  $\mathbf{s}$  et dans  $\mathbf{t}$ , l'agent  $i$  possède la même information à propos du monde, c'est-à-dire si les deux mondes sont indiscernables pour l'agent” ([15], p. 18)<sup>6</sup>. Ensuite, parce que dans la littérature épistémologique cette fois, l'un des objectifs principaux est de répondre au scepticisme dont l'argument principal repose sur la prémisse que les mondes sceptiques sont épistémiquement indiscernables de notre monde actuel, et qu'en règle générale, on accorde

<sup>6</sup>Il faut cependant noter que si l'assimilation des  $\mathcal{K}_i$  à des relations d'équivalence est assez courante dans la littérature logico-épistémique, elle ne fait pas pour autant l'unanimité, loin s'en faut. Ainsi, en plus de Hintikka [25], on pourra se reporter par exemple à l'article récent de Stalnaker [41].

cette prémisse au sceptique : nous ne pouvons pas éliminer la possibilité que nous soyons dans un monde sceptique, car si nous étions dans un tel monde, notre évidence serait exactement la même que celle dont nous disposons dans le monde actuel, i.e. le monde sceptique est exactement le même que le monde actuel en regard de l'information à notre disposition. Plus généralement, il semble correct de penser qu'il suffit qu'un monde possible  $\mathbf{w}'$  ne soit pas exactement le même que le monde actuel, qu'il en diffère ne serait-ce que de manière minimale, en regard de notre évidence, pour que la possibilité que nous soyons dans ce monde soit éliminée. Or, *être exactement le même* est une relation d'équivalence. C'est pourquoi nous jugeons opportun de considérer les  $\mathcal{K}_i$  comme de telles relations.

**Interprétation des  $\mathbf{c}_i$**  Chacune des positions épistémologiques de référence – scepticisme, anti-scepticisme, contextualisme, subjectivisme – peut être envisagée comme une prise de position en faveur ou à l'encontre de la relativité de l'ensemble de pertinence épistémique à un certain type de contexte : relativité au contexte de "l'attributeur" pour le contextualisme, à celui du "sujet" pour le subjectivisme, et pas de relativité à quelque contexte que ce soit pour le scepticisme et l'anti-scepticisme. Or, dans notre présentation du formalisme, il était bien question de "contexte", mais celui-ci restait alors non-interprété. Il est temps d'y remédier.

Parler de "sujet", ou "d'attributeur", c'est toujours en définitive parler d'un agent. Un agent peut être sujet connaissant dans un cas – e.g. l'agent  $\mathbf{i}$  auquel on attribue la connaissance d'une proposition  $\varphi$  –, attributeur de connaissance dans un autre – viz. l'agent  $\mathbf{j}$  qui attribue à  $\mathbf{i}$  la connaissance de  $\varphi$ . Il peut aussi se trouver qu'un agent s'auto-attribue des connaissances en première personne – en disant quelque chose comme "Je sais ceci ou cela" – auquel cas il est à la fois l'attributeur de connaissance et le sujet auquel la connaissance est attribuée.

Pour rendre compte dans notre cadre formel de ces diverses combinaisons :

1. Tout d'abord, on convient de lire : " $\mathbf{c}_i \in \mathbf{C}$ " comme : "le contexte de l'agent  $\mathbf{i}$ " lorsque  $\mathbf{i} \in \mathbf{I}$ , et lorsque  $\mathbf{i} \in \mathbf{J}$  mais  $\mathbf{i} \notin \mathbf{I}$ , on parlera simplement de "contexte de référence" – l'idée étant de nous permettre de penser formellement, en particulier, une notion de contexte "conversationnel", i.e. de contexte résultant des interactions conversationnelles de plusieurs agents (nous revenons sur ce point dans la section 3).
2. Ensuite, on convient que lorsque, pour  $\mathbf{i} \in \mathbf{I}$ , on a " $\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \models \mathbf{K}_j \varphi$ ", d'une part l'agent  $\mathbf{i}$  soit appelé plus spécifiquement "l'attributeur de connaissance" et que l'on parle de  $\mathbf{c}_i$  comme du "contexte de l'attributeur  $\mathbf{i}$ ", d'autre part que l'agent  $\mathbf{j}$  soit appelé plus spécifiquement "le sujet connaissant", et par ailleurs que lorsque l'on a " $\mathcal{R}(\mathbf{c}_k)(\mathbf{w})$ ", selon que  $\mathbf{k} = \mathbf{i}$  ou que  $\mathbf{k} = \mathbf{j}$ , on parle de  $\mathbf{c}_k$  comme du "contexte de l'attributeur" ou comme du "contexte du sujet".

**Interprétation épistémologique des définitions de  $\models$**  Nous pouvons maintenant considérer les diverses définitions de  $\models$  et proposer des correspondances entre celles-ci et les positions épistémologiques de référence. Pour commencer, considérons les définitions (1.1) et (1.2).

La définition (1.1) :

$\mathcal{M}, c_i, w \models_{1.1} \mathbf{K}_j \varphi$  ssi pour tout  $w'$ , si  $\mathcal{K}_j ww'$  et  $w' \in \mathcal{R}(c_j)(w)$ , alors  $\mathcal{M}, c_i, w' \models \varphi$

nous dit, sous l'hypothèse que  $i \in I$ , que :

Il est vrai, relativement au contexte d'un attributeur et dans un monde, qu'un sujet connaît une proposition ssi, relativement à ce même contexte, cette proposition est vraie dans tous les mondes qui sont pertinents dans le contexte en question et que le sujet ne peut pas exclure.

En d'autres termes : je peux dire que vous savez que  $\phi$  ssi *je* peux dire, compte tenu de *mes* standards, qu'étant donnée votre évidence, vous savez que  $\phi$ .

La définition (1.2) :

$\mathcal{M}, c_i, w \models_{1.2} \mathbf{K}_j \varphi$  ssi pour tout  $w'$ , si  $\mathcal{K}_j ww'$  et  $w' \in \mathcal{R}(c_j)(w)$ , alors  $\mathcal{M}, c_j, w' \models \varphi$

quant à elle, nous dit, toujours sous l'hypothèse  $i \in I$ , que :

Il est vrai, relativement au contexte d'un attributeur et dans un monde, qu'un sujet connaît une proposition ssi, relativement au contexte non plus de l'attributeur mais du sujet cette fois, cette proposition est vraie dans tous les mondes qui sont pertinents dans le contexte de l'attributeur et que le sujet en question ne peut pas exclure.

En d'autres termes : je peux dire que vous savez que  $\phi$  ssi *vous* pouvez dire, compte tenu de *mes* standards, qu'étant donnée votre évidence, vous savez que  $\phi$ .

À première vue, les définitions (1.1) et (1.2) ne semblent pas présenter de différence remarquable lorsqu'on les interprète épistémologiquement. En effet, on remarque que dans les deux cas, la pertinence d'un monde pour la vérité ou fausseté d'une phrase de connaissance est fonction du contexte de l'attributeur, i.e. de l'agent qui énonce ou est susceptible d'énoncer cette phrase. Cependant, il y a bien une différence entre les deux cas, que l'on peut observer en s'intéressant au cas des formules renfermant des enchâssements d'opérateurs épistémiques, par exemple une formule du type  $\mathbf{K}_1 \mathbf{K}_2 \dots \mathbf{K}_m \varphi$ .

**Interprétation de la définition (2.1)** Dans le cas d'opérateurs épistémiques enchâssés, la définition (1.1) donne :

(1.1)  $\mathcal{M}, c_1, w \models_{1.1} \mathbf{K}_2 \mathbf{K}_3 \varphi$  ssi pour tous  $w', w''$  tels que  $\mathcal{K}_2 ww'$  et  $\mathcal{K}_3 w'w''$ ,  
si  $w' \in \mathcal{R}(c_1)(w)$  et  $w'' \in \mathcal{R}(c_1)(w')$ ,  
alors  $\mathcal{M}, c_1, w'' \models_{1.1} \varphi$

Selon cette définition, pour que je – attributeur – puisse dire que vous – sujet 1 – savez que telle ou telle personne – sujet 2 – sait que  $\varphi$ , il importe peu que vous-même puissiez dire que cette personne sait que  $\varphi$ , du moment que moi je peux dire que cette personne sait que  $\varphi$ ; ceci requiert uniquement que cette personne soit en mesure de satisfaire les standards de connaissance qui sont associés à *mon* contexte, pas le vôtre. Autrement dit,  $\mathbf{a}$  est en position suffisamment bonne pour dire que  $\mathbf{s}_1$  sait que  $\mathbf{s}_2$  sait que  $\varphi$ , seulement si  $\mathbf{a}$  est en position

suffisamment bonne pour dire que  $s_2$  sait que  $\varphi$  ; mais les standards en vertu desquels  $a$  peut dire que  $s_2$  sait que  $\varphi$  sont exactement les mêmes que ceux en vertu desquels il peut dire que  $s_1$  sait que  $\varphi$ . Lorsque  $a$  dit que  $s_1$  sait que  $s_2$  sait que  $\varphi$ , pour que ce qu'il dit soit vrai, les standards que doit satisfaire  $s_2$  – l'ensemble des possibilités que  $s_2$  doit exclure – sont exactement les mêmes que ceux que doit satisfaire  $s_1$ , en l'occurrence ceux associés au contexte de  $a$ . Pour savoir que  $\varphi$ ,  $s_2$  ne doit éliminer ni plus ni moins de possibilités que celles que doit éliminer  $s_1$  pour savoir que  $s_2$  sait que  $\varphi$ , *et vice versa*.

En résumé, étant donné le contexte d'un attributeur, quel que soit le nombre de sujets susceptibles de se voir attribuer des connaissances dans ce contexte, y compris des connaissances sur la connaissance d'autres sujets, ces sujets devront tous satisfaire les mêmes standards de connaissance, ceux associés au contexte en question.

On peut ainsi envisager d'associer à cette définition (1.1) deux des positions épistémologiques que nous avons présentées, viz. le **scepticisme** et l'**anti-scepticisme**. En effet, aussi bien l'un que l'autre part du principe que les standards de connaissance sont partout toujours les mêmes, indépendamment de qui attribue et de qui se voit attribuer la connaissance : les attributions de connaissance ne sont relatives ni au contexte de l'attributeur, ni au contexte du sujet – ce qui, soit dit en passant, correspond à ce que nous dit, pour la définition (1.1), la Proposition 7. Simplement, pour l'anti-sceptique, ces standards sont assez lâches pour rendre vraies au moins une partie, voire la plupart des attributions ordinaires de connaissance, alors que pour le sceptique, ces standards sont trop stricts pour rendre vraie la moindre attribution ordinaire de connaissance. En termes d'alternatives pertinentes, pour l'anti-sceptique, l'ensemble de pertinence est le même pour tous les sujets épistémiques et il est tel que les alternatives qui en relèvent sont possibles à exclure pour ces sujets, au moins dans certains cas, alors que pour le sceptique, l'ensemble de pertinence en question est tel que certaines des alternatives qui en relèvent sont impossibles à exclure pour les sujet en question, et ce dans tous les cas.

Pour marquer cette différence informelle dans notre cadre formel, il suffit de dire que scepticisme et anti-scepticisme correspondent tous deux formellement à notre définition (1.1) mais diffèrent l'un de l'autre formellement dans les contraintes qu'elles imposent sur la fonction  $\mathcal{R}$  de pertinence. Pour le scepticisme, la contrainte en question est que quel que soit le contexte de l'attributeur, l'ensemble de pertinence qui lui est associé soit exactement l'ensemble de tous les mondes logiquement possibles :

$$(\textit{Scepticisme}) \quad \text{Pour tout } i, \text{ pour tout } w, \mathcal{R}(c_i)(w) = W$$

Cette contrainte garantit en effet que l'ensemble de pertinence sera le même d'un contexte d'attribution à un autre et qu'il est tel qu'aucun sujet ne pourra jamais satisfaire une condition nécessaire de connaissance, celle d'exclure toutes les possibilités pertinentes d'erreur, puisqu'absolument toutes les possibilités logiques d'erreur sont pertinentes et qu'il est impossible que des sujets aux capacités épistémiques aussi limitées que les nôtres puissent les exclure absolument toutes. Une autre façon de le dire est que le sceptique, parce qu'il tient pour épistémiquement possibles et pertinents tous les mondes qui sont logiquement possibles, se prend pour Dieu, et qu'en outre, les agents ne peuvent raisonner sur la connaissance d'autres agents qu'à condition que ce soient eux-mêmes des dieux. Autrement dit, du point

de vue du sceptique, la seule logique épistémique qui puisse tenir est une logique épistémique pour agents divins.

Pour l'anti-scepticisme, cette fois, la contrainte à imposer sur la fonction  $\mathcal{R}$  de pertinence doit permettre qu'au moins dans certains cas, il soit possible de satisfaire la condition d'exclusion de toutes les alternatives pertinentes et ainsi permettre qu'au moins certaines attributions de connaissance puissent être vraies. Elle exige donc, au minimum, que l'ensemble de pertinence associé au contexte d'un attributeur quel qu'il soit soit plus petit que l'ensemble de tous les mondes logiquement possibles :

$$(Anti-scepticisme) \quad \text{Pour tout } i, \text{ pour tout } w, \mathcal{R}(c_i)(w) \subsetneq W$$

Cette contrainte rend déjà moins impossible pour les sujets aux capacités épistémiques limitées que nous sommes d'exclure toutes les possibilités d'erreur pertinentes et garantit qu'elles peuvent toutes être exclues au moins dans certains cas. Bien entendu, il faut un peu plus que cette contrainte pour garantir qu'il soit facile pour nous de les exclure toutes dans la plupart des cas, mais il est déjà rassurant de se dire que ce n'est pas là, en principe, chose impossible. En première approche et de manière quasi-informelle, une contrainte supplémentaire devrait être que  $\mathcal{R}(c_i)(w)$  consiste dans un ensemble de mondes épistémiquement accessibles dans lesquels la plupart des propositions dont on s'attribue d'ordinaire la connaissance sont vraies.

**Interprétation de la définition (1.2)** Par contraste avec la définition (1.1), on observe que la définition (1.2), appliquée au cas de formules avec enchâssement d'opérateurs épistémiques, nous donne :

$$(1.2) \quad \mathcal{M}, c_1, w \models_{1.2} \mathbf{K}_2 \mathbf{K}_3 \varphi \quad \text{ssi} \quad \begin{array}{l} \text{pour tous } w', w'' \text{ tels que } \mathcal{K}_2 w w' \text{ et } \mathcal{K}_3 w' w'', \\ \text{si } w' \in \mathcal{R}(c_1)(w) \text{ et } w'' \in \mathcal{R}(c_2)(w'), \\ \text{alors } \mathcal{M}, c_3, w'' \models_{1.2} \varphi \end{array}$$

Selon cette définition, pour que je – attributeur – puisse dire que vous – sujet 1 – savez qu'une tierce personne – sujet 2 – sait que  $\varphi$ , ce n'est plus moi mais *vous* qui devez pouvoir dire que cette personne sait que  $\varphi$ , et cela implique que cette personne soit en mesure de satisfaire les standards de connaissance qui sont associés à *votre* contexte. Si  $\mathbf{a}$  dit quelque chose de vrai par “ $\mathbf{s}_1$  sait que  $\mathbf{s}_2$  sait que  $\varphi$ ”, les standards que satisfait alors  $\mathbf{s}_2$  – l'ensemble des possibilités que  $\mathbf{s}_2$  est en position d'exclure – ne sont pas nécessairement les mêmes que ceux que satisfait  $\mathbf{s}_1$ , à savoir ceux associés au contexte de  $\mathbf{a}$ , mais ils sont nécessairement ceux associés au contexte de  $\mathbf{s}_2$ .

Dès lors, tous les sujets qui, dans le contexte d'un attributeur donné, se voient attribuer des connaissances, notamment des connaissances sur la connaissance d'autres sujets, ne seront pas dans l'obligation de satisfaire les mêmes standards de connaissance, en particulier de satisfaire ceux associés au contexte de l'attributeur en question. Dans le cas où un attributeur  $\mathbf{a}$  effectue une attribution de connaissance portant sur la connaissance, du type “ $\mathbf{s}_1$  sait que  $\mathbf{s}_2$  sait que  $\varphi$ ”, les standards que doit satisfaire le sujet  $\mathbf{s}_1$  – pour qu'il soit vrai qu'il sait que  $\mathbf{s}_2$  sait que  $\varphi$  – seront ceux associés au contexte de l'attributeur  $\mathbf{a}$ , cependant que les



standards que doit satisfaire le second sujet  $\mathbf{s}_2$  – pour qu’il soit vrai qu’il sait que  $\varphi$  – seront ceux associés non plus au contexte de l’attributeur  $\mathbf{a}$ , mais ceux associés au contexte du sujet  $\mathbf{s}_1$ .

Dans un certain sens, selon cette définition (1.2), l’attributeur est un agent qui n’a pas seulement conscience que c’est à la lumière de ses propres standards qu’il raisonne sur la connaissance d’autrui, mais qui a aussi conscience qu’autrui fait de même et qu’autrui raisonne lui-même sur la connaissance d’autres personnes en tenant compte de ses propres standards. Or, c’est précisément ce que l’on peut et doit raisonnablement attendre du comportement des agents si le **contextualisme** est vrai.

Pour le contextualisme, en effet, les standards de connaissance ou les ensembles de pertinence peuvent différer en fonction de qui attribue la connaissance : les attributions de connaissance sont relatives au contexte de l’attributeur. Dans certains contextes, pour certains attributeurs, les standards seront assez lâches pour être possiblement, voire facilement satisfaits par des sujets, cependant que dans d’autres contextes, e.g. pour d’autres attributeurs, ils seront stricts au point d’être difficiles, voire impossibles à satisfaire par ces mêmes sujets. Ainsi, le contextualisme entend combiner les vues du sceptique et de l’anti-sceptique sans les rendre incompatibles entre elles. D’un point de vue formel, cela se fait en étant plus souple sur les contraintes sur  $\mathcal{R}$  : alors que pour le scepticisme, on avait la contrainte que  $\mathcal{R}(\mathbf{c}_i)(\mathbf{w}) = \mathbf{W}$ , et que pour l’anti-scepticisme, on avait la contrainte que  $\mathcal{R}(\mathbf{c}_i)(\mathbf{w}) \subsetneq \mathbf{W}$ , pour le contextualisme, on doit avoir ceci que  $\mathcal{R}(\mathbf{c}_i)(\mathbf{w}) \subseteq \mathbf{W}$ . Lorsque  $\mathbf{c}_i$  est un contexte philosophique, la fonction  $\mathcal{R}$  de pertinence rend comme résultat l’ensemble de tous les mondes logiquement possibles – bien entendu impossibles à éliminer dans leur totalité –, et lorsque  $\mathbf{c}_i$  est un contexte ordinaire,  $\mathcal{R}$  rend comme résultat un sous-ensemble propre de celui des mondes logiquement possibles – découpé, de préférence, de manière à ce que les mondes qui s’y trouvent soient des mondes épistémiquement accessibles dans lesquels la plupart des propositions dont on s’attribue d’ordinaire la connaissance soient vraies.

Un aspect intéressant de la mise en correspondance du contextualisme avec la définition (1.2) est lié à la question de la véridicité des attributions de connaissance. C’est un principe relativement peu controversé que la connaissance implique la vérité, au sens où un agent ne peut pas vraisemblablement *savoir* quelque chose de faux. C’est là une propriété qui, au moins depuis Platon, est censée distinguer la connaissance de la simple croyance : s’il est vrai que  $\mathbf{i}$  sait que  $\varphi$ , alors il est vrai que  $\varphi$ . Cette propriété est par ailleurs censée valoir quelle que soit  $\varphi$ , qu’il s’agisse d’une proposition atomique ou que  $\varphi$  résulte de la préfixation d’un opérateur épistémique à une proposition : s’il est vrai que  $\mathbf{s}_1$  sait que  $\mathbf{s}_2$  sait que  $\varphi$ , alors il est vrai que  $\mathbf{s}_2$  sait que  $\varphi$ .

Or, dans la section précédente, plus précisément la Proposition 4, nous avons vu que la version formelle de ce principe, viz. le schéma (T)  $\mathbf{K}_i\varphi \rightarrow \varphi$ , bien que validé en sémantique kripkéenne standard par la classe des modèles dont les relations d’accessibilité  $\mathcal{K}_i$  sont réflexives, n’est validé au sens (1.2) par la classe des modèles contextuels dont les relations d’accessibilité contextualisées  $\mathcal{K}_i^k$  sont réflexives que dans le cas où  $\varphi$  est une formule atomique, donc non-épistémique. Si l’identification du contextualisme à la définition (1.2) est correcte, ceci peut être interprété en disant que le contextualisme a pour conséquence que

la connaissance implique la vérité seulement lorsque cette connaissance porte sur des propositions auxquelles correspondent des faits ou états de choses (simples ou complexes) réalisés dans le monde, et non lorsqu'elle porte sur des propositions auxquelles correspondent des "faits de connaissance" ou des "états de choses épistémiques".

Et pour cause, si le contextualisme est vrai, alors il n'y a rien de tel que des "faits" ou des "états de connaissance" qui se trouveraient ou non réalisés dans le monde. La connaissance d'un agent n'est pas dans le monde dans la mesure où le terme "savoir" ou le terme "connaissance" ne renvoie pas à des entités *connaissance*<sub>1</sub>, *connaissance*<sub>2</sub>, ... qui existeraient objectivement, puisque le contextualisme dit justement qu'un sujet, dans une certaine position épistémique, peut compter comme ayant connaissance d'une proposition dans le contexte d'un attributeur donné et que ce même sujet dans cette même position épistémique peut compter comme n'ayant pas connaissance de cette même proposition dans le contexte d'un autre attributeur. En d'autres termes, le concept de connaissance n'est pas un concept descriptif, mais purement évaluatif.

Une autre raison pour laquelle le contextualisme a pour conséquence de restreindre la véridicité à la *connaissance du monde* et de ne pas l'étendre à la *connaissance de la connaissance d'autrui* est celle-ci : si le contextualisme est vrai et si les standards épistémiques sont relatifs aux contextes des attributeurs, alors lorsqu'un agent raisonne sur la connaissance d'un autre agent à la lumière de ses propres standards, il doit tenir compte du fait que cet autre agent raisonne lui aussi à la lumière des standards qui sont les siens propres. Or, un agent *a* pourrait très bien vouloir dire "*s*<sub>1</sub> sait que *s*<sub>2</sub> sait que  $\varphi$ " parce que *s*<sub>1</sub> satisfait les standards associés au contexte de *a*, mais ne pas vouloir dire pour autant "*s*<sub>2</sub> sait que  $\varphi$ " simplement parce que *s*<sub>2</sub> pourrait ne pas pouvoir satisfaire les standards associés au contexte de *s*<sub>1</sub>.

Pour résumer : la connaissance ne peut impliquer la vérité que si celle-ci est contextuellement invariante ; or, si la vérité d'une attribution de connaissance est contextuellement variable, alors ce n'est pas le genre de vérité que peut impliquer la connaissance ; donc, si la connaissance implique la vérité, il ne peut s'agir que de vérité non-épistémique, portant sur le monde, pas sur la connaissance elle-même. La possibilité d'observer cette restriction, par le contextualisme, de la véridicité de la connaissance à la connaissance du monde, constitue donc un avantage considérable de l'interprétation de cette position épistémologique dans notre cadre formel.

**Interprétation de la définition (2.2)** On remarque, si l'on se reporte à la Proposition 4, que cette restriction de la véridicité vaut aussi pour la définition (2.2). Pourtant, cette définition :

$$\mathcal{M}, c_i, w \models_{2.2} \mathbf{K}_j \varphi \quad \text{ssi} \quad \text{pour tout } w', \text{ si } \mathcal{K}_j w w' \text{ et } w' \in \mathcal{R}(c_j)(w), \text{ alors } \mathcal{M}, c_j, w' \models \varphi$$

est très différente de l'esprit contextualiste de la précédente. Nous pensons plutôt qu'elle est conforme à l'esprit du **subjectivisme**.

En effet, cette définition nous dit, sous l'hypothèse que  $i \in I$ , que :

Il est vrai, relativement au contexte d'un attributeur et dans un monde, qu'un sujet connaît une proposition ssi, relativement au contexte du sujet et non de l'attributeur, cette proposition est vraie dans tous les mondes qui sont pertinents dans le contexte du sujet lui-même, pas celui de l'attributeur, et que le sujet en question ne peut pas exclure.

En d'autres termes : je peux dire que vous savez que  $\phi$  ssi *vous* pouvez dire, compte tenu de *vos* standards, qu'étant donnée votre évidence, vous savez que  $\phi$ .

Dans cette définition, il n'y en a que pour le sujet. Lorsque nous lui attribuons une connaissance, nous le faisons au vu de ses standards à lui, pas les nôtres. Ce sont les standards en place dans le contexte du sujet quel qu'il soit qui déterminent la vérité d'une attribution à son propos dans le contexte de tout attributeur éventuel.

Mais le contexte du sujet est celui dans lequel le sujet lui-même se prononce sur la vérité de la proposition dont on lui attribue la connaissance. Ceci a pour effet que si l'on peut parler de "vérité" d'une attribution de connaissance à un sujet relativement au contexte d'un attributeur éventuel, on doit par contre directement parler de "connaissance" relativement au contexte du sujet. On est donc bien loin du contextualisme. Pour le contextualisme, c'est seulement la vérité de "*i* sait que  $\varphi$ " qui est relative – et elle l'est au contexte d'un attributeur *a* éventuel –, cependant que selon la définition (2.2), c'est aussi la connaissance par *i* elle-même qui est relative – et relative au contexte du sujet *i*. Or, ceci rejoint ce que nous disions dans la section précédente à propos des "allées-et-venues" de connaissances que doit admettre le subjectiviste : en fonction de ce qui est en jeu dans son contexte, un sujet peut posséder, ne pas posséder, ou être dépossédé d'une connaissance. C'est pourquoi nous pensons que le subjectivisme trouve tout naturellement sa place, dans notre cadre formel, via la définition (2.2).

Mais s'il est bien question de possession ou pas de connaissance, et pas seulement de vérité d'énoncés de connaissance, du coup, si la véridicité de la connaissance dans la définition (2.2), donc dans le subjectivisme, se restreint à la connaissance portant sur le monde et ne vaut pas pour celle portant sur la connaissance d'autrui, ce n'est pas pour les mêmes raisons que pour la définition (2.1), donc le contextualisme. Alors que pour ce dernier, il ne pouvait rien y avoir de tel que des "faits épistémiques", c'est au contraire le cas pour le subjectivisme et la définition (2.2), puisque la possession et la non-possession de connaissance sont des "faits épistémiques" existant indépendamment du fait qu'un attributeur s'y rapporte, de la même manière que la possession ou pas d'une croyance dépend uniquement de ce qui est effectivement le cas du sujet qui la possède ou pas. Alors pourquoi le principe  $\mathbf{K}_j\varphi \rightarrow \varphi$  ne devrait-il valoir que lorsque  $\varphi$  est non-épistémique ?

La restriction, par le subjectivisme, de la véridicité à la connaissance du monde n'a, pour autant que nous sachions, jamais été mise en lumière dans la littérature épistémologique. Elle s'explique pourtant assez simplement. Supposons que *a* dise que *s*<sub>1</sub> sait que *s*<sub>2</sub> sait que  $\varphi$  et qu'il dise par là quelque chose de vrai. Si tel est le cas, cela veut dire que *s*<sub>1</sub> est en position de satisfaire le standard associé à son contexte, i.e. d'exclure les possibilités d'erreur qui sont pertinentes pour lui. Cela veut-il dire pour autant que *s*<sub>2</sub> sait que  $\varphi$  ? Pour cela, à supposer

que le subjectivisme soit vrai, il faudrait que le fait, pour  $\mathbf{s}_1$ , de satisfaire les standards associés à son contexte implique le fait, pour  $\mathbf{s}_2$ , de satisfaire les standards associés à son propre contexte. Cependant, rien n’oblige *a priori* les standards en place dans le contexte de  $\mathbf{s}_2$  à avoir les mêmes exigences ou des exigences moindres que ceux en place dans le contexte de  $\mathbf{s}_1$ . Il se pourrait que  $\mathbf{s}_1$  soit au courant de l’information dont dispose  $\mathbf{s}_2$ , que l’ensemble des alternatives qui sont saillantes pour  $\mathbf{s}_1$  soient éliminées par cette information, mais que plus d’alternatives soient saillantes pour  $\mathbf{s}_2$  que pour  $\mathbf{s}_1$  et que l’information en question ne soit pas en mesure d’éliminer les alternatives qui sont en trop.

Donc, si le subjectivisme est vrai, la véridicité ne peut pas s’étendre à la connaissance de la connaissance d’autrui, sauf à postuler des contraintes spécifiques sur la façon dont les standards des différents sujets doivent se situer les uns par rapport aux autres. Et c’est justement un résultat que l’association du subjectivisme à notre définition (2.2) permet de faire ressortir, ce qui témoigne à nouveau de l’intérêt épistémologique du cadre formel que nous proposons.

Remarquons pour finir que la définition (2.1) :

$$\mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w} \models_{2.1} \mathbf{K}_j \varphi \quad \text{ssi} \quad \text{pour tout } \mathbf{w}', \text{ si } \mathcal{K}_j \mathbf{w} \mathbf{w}' \text{ et } \mathbf{w}' \in \mathcal{R}(\mathbf{c}_j)(\mathbf{w}), \text{ alors } \mathcal{M}, \mathbf{c}_i, \mathbf{w}' \models \varphi$$

qui nous dit, *grosso modo*, que :

Je – attributeur – peux dire que vous – sujet – savez que  $\phi$  ssi *je* peux dire, compte tenu de *vos* standards, qu’étant donnée votre évidence, vous savez que  $\phi$ ,

n’a pas trouvé preneur de la part des positions épistémologiques que nous avons envisagées. Mais cela ne veut pas dire que l’on ne peut pas imaginer une position épistémologique susceptible d’occuper ce “créneau”. La formulation d’une telle position est reportée à un possible travail ultérieur. Mentionnons en outre que cette définition (2.1) pourrait avoir son importance pour la considération d’une extension du langage  $\mathcal{L}_{\mathbf{K}}^m(\mathcal{A}t)$  en vue d’incorporer des symboles indexicaux, de manière à pouvoir rendre compte formellement d’attributions de connaissance dans lesquelles figurent des termes indexicaux, du type “Untel sait que je suis ici”, ou “Je sais que tu es là”.

## 3 Formalisme dynamique

### 3.1 Idée générale

Le *contexte* jusqu’ici considéré n’a été aucunement spécifié : il s’agit d’un simple point  $\mathbf{c}_i$  dans un ensemble  $\mathbf{C}$ . Nous voudrions, dans cette section, proposer une formalisation dynamique du contexte, inspirée de la sémantique du discours pour les langues naturelles<sup>7</sup>.

---

<sup>7</sup>Il est regrettable que la littérature épistémologique récente, pourtant si prompt à discuter du rôle du contexte dans la connaissance et le discours sur la connaissance, ne s’intéresse que très peu à la dynamique du contexte. Mais voir quand-même les articles de DeRose [13] et de Gottschling [18] autour de la notion, inspirée de Lewis [30], de “score conversationnel”.

La sémantique du discours, et plus spécifiquement la théorie des représentations de discours (DRT, *Discourse Representation Theory*) a été créée par Kamp [27] pour rendre compte de phénomènes sémantiques spécifiquement liés à la dynamique du discours (*versus* de la phrase) et non pris en charge par l’analyse standard comme celle de Montague : résolution d’anaphores, *donkey sentences*, ... (Pour une présentation rapide, voir [46], et pour une approche plus complète se reporter à [28].) Le “tournant dynamique” en sémantique formelle a débouché sur la création d’autres formalismes, notamment DPL (*Dynamic Predicate Logic*, voir [19]) qui envisage la valeur sémantique d’un énoncé comme un programme modifiant un contexte.

La DRT construit un niveau représentationnel intermédiaire entre langage et modèle, composé de structures de représentation de discours (DRS pour *Discourse Representation Structures*). Chaque DRS est simultanément (i) le contexte de l’interprétation du discours, et (ii) mise à jour par cette interprétation – ce qui produit une nouvelle DRS. L’idée que l’on retient pour notre propos, c’est d’introduire un niveau représentationnel produit par l’interprétation qui comporte des “traces syntaxiques” des différentes assertions effectuées au fil du discours.

### 3.2 Pseudo-DRT pour un langage propositionnel

Nous n’aurons pas besoin ici d’un formalisme aussi complexe que celui de la DRT. Nous aurons besoin d’un ensemble des conditions, mais pas d’un univers (faute de variables individuelles) – sauf si l’on souhaite spécifier des données contextuelles extralinguistiques comme le locuteur, le lieu, etc. Dans la présentation qui suit, nous nous dispensons de ces données et nous contentons d’un ensemble de conditions, précédé d’une étiquette (dans l’esprit de [17]).

Conformément à l’usage on va représenter une DRS (i.e. un contexte) sous la forme d’une boîte. Par exemple, la DRS produite par l’interprétation du discours :

$\varphi_1$  ; si  $\varphi_1$  alors l’agent  $i$  sait que  $\varphi_2$  ; donc l’agent  $i$  sait que  $\varphi_2$ .

sera représentée par :

$$c = \boxed{A \mid \varphi_1, \varphi_1 \rightarrow \mathbf{K}_i\varphi_2, \mathbf{K}_i\varphi_2}$$

l’étiquette **A** indiquant que le contexte a été produit par une suite d’assertions. On n’introduit pas ici de sous-DRS puisque dans un langage propositionnel, la question de l’accessibilité entre univers n’est pas soulevée.

Ce contexte sera interprété par rapport à un “proto-contexte”, c’est-à-dire un ensemble de présuppositions qui seront des littéraux, i.e. des énoncés atomiques ou des négations d’énoncés atomiques (du type : “l’agent  $i$  n’est pas un cerveau dans une cuve”, ou “la vue de l’agent  $j$  est fiable”). Ce proto-contexte est représenté par une boîte étiquetée par **P** :

$$c^* = \boxed{P \mid h_1, h_2, \dots, h_n}$$

Il faut donc introduire plusieurs définitions.

**Définition 1.** Un discours du langage  $\mathcal{L}$  est une suite (ordonnée) finie de formules de  $\mathcal{L}$  :

$$D = \langle \phi_1, \dots, \phi_p \rangle$$

**Définition 2.** Un contexte (discursif) pour  $\mathcal{L}$  est un couple formé d'une étiquette  $X$  et d'un ensemble  $\Sigma$  de formules de  $\mathcal{L}$  :  $c = \langle X, \Sigma \rangle$ . Notation :  $\boxed{X \mid \Sigma}$ .

- Un contexte assertif est un contexte étiqueté par  $A$  :  $\boxed{A \mid \psi_1, \dots, \psi_m}$  ;
- Un proto-contexte, ou contexte des présuppositions, est un contexte étiqueté par  $P$  :  $\boxed{P \mid h_1, h_2, \dots, h_n}$  , les formules  $h_i$  étant toutes des littéraux.

On introduit trois notations utiles pour parler des étiquettes, des formules et des atomes impliqués dans les contextes :

**Définition 3.** Notations :

- L'étiquette d'un contexte est notée  $\mathbf{Lab}(c)$  - i.e.  $\mathbf{Lab}(\boxed{X \mid \Sigma}) = X$  ;
- L'ensemble des formules d'un contexte  $c$  est noté  $\mathbf{Fo}(c)$  - i.e.  $\mathbf{Fo}(\boxed{X \mid \Sigma}) = \Sigma$  ;
- L'ensemble des atomes qui composent les formules d'un contexte  $c$  est noté  $\mathbf{At}(c)$  :  $\mathbf{At}(c) \in \wp(\mathcal{At})$ .

**Définition 4.** L'agglomération d'une formule  $\phi$  à un contexte  $c$ , notée  $c + \phi$ , est une fonction binaire définie sur  $\mathcal{C} \times \mathcal{L}$ , prenant ses valeurs dans  $\mathcal{C}$ , et définie comme suit :

$$\boxed{X \mid \varphi_1, \dots, \varphi_l} + \psi = \boxed{X \mid \varphi_1, \dots, \varphi_l, \psi}.$$

La définition qui précède implique que si une formule est déjà présente dans un contexte, son agglomération ne modifie pas le contexte en question.

**Définition 5.** La représentation d'un discours  $D = \langle \phi_1, \dots, \phi_p \rangle$  relativement à un contexte  $c$ ,  $\mathbf{R}(c, D)$ , est une suite finie de contextes assertifs  $\langle c_0, c_1, \dots, c_p \rangle$  construite par agglomération successive des formules de  $D$ , i.e. tels que :

- si  $c = \boxed{X \mid \varphi_1, \dots, \varphi_l}$ , alors  $c_0 = \boxed{A \mid \varphi_1, \dots, \varphi_l}$
- pour tout indice  $i \in \{0, \dots, p-1\}$ , on a :  $c_{i+1} = c_i + \varphi_{i+1}$

Nous avons les éléments pour représenter un discours, avec un ensemble de marqueurs (les formules du contexte) représentant les différentes assertions du discours. Il faut maintenant envisager l'interprétation sémantique des contextes :

**Définition 6.** La valeur sémantique  $\llbracket c \rrbracket$  d'un contexte  $c$  dans un modèle de Kripke  $\mathcal{M} = \langle W, \mathcal{K}, V \rangle$  est l'ensemble des mondes possibles compatible avec les formules de  $c$  :

$$\text{Si } c = \boxed{X \mid \varphi_1, \dots, \varphi_l}, \text{ alors } \llbracket c \rrbracket = \{w : w \in W \ \& \ \mathcal{M}, w \models (\varphi_1 \wedge \dots \wedge \varphi_l)\}$$

Il nous reste à introduire un composant dynamique au niveau du proto-contexte. Le proto-contexte doit permettre d'enrégimenter les présuppositions, c'est-à-dire les énoncés dont la vérité n'est pas mise en question et qui ne sont même pas simplement explicités dans le contexte discursif. Le discours peut expliciter des présupposés, les mettre en question, et par là modifier le proto-contexte.

**Définition 7.** La fusion de deux contextes est une fonction binaire partielle :  $\# : \mathcal{C} \times \mathcal{C} \longrightarrow \mathcal{C}$  définie pour les couples  $\langle \mathbf{c}_1, \mathbf{c}_2 \rangle$  ou  $\mathbf{c}_1 = \boxed{P \mid h_1, h_2, \dots, h_n}$  est un proto-contexte et  $\mathbf{c}_2 = \boxed{A \mid \psi_1, \dots, \psi_m}$  un contexte assertif :

$$\mathbf{c}_1 \# \mathbf{c}_2 = \boxed{P \mid h_1, h_2, \dots, h_n} \# \boxed{A \mid \psi_1, \dots, \psi_m} = \boxed{P \mid h_{i_1}, h_{i_2}, \dots, h_{i_k}}$$

tel que :

- $\mathbf{Fo}(\mathbf{c}_1 \# \mathbf{c}_2) \subseteq \mathbf{Fo}(\mathbf{c}_1)$
- $\mathbf{At}(\mathbf{c}_1) \setminus \mathbf{At}(\mathbf{c}_1 \# \mathbf{c}_2) = \mathbf{At}(\mathbf{c}_1) \cap \mathbf{At}(\mathbf{c}_2)$ .

Autrement dit, la fusion retranche du proto-contexte tous les littéraux qui sont des atomes ou négations d'atomes contenus dans le contexte assertif. Partant de cette définition, on peut construire une nouvelle suite de contextes résultants de l'analyse du discours : la suite des proto-contextes parallèle à la représentation du discours.

**Définition 8.** Etant donnés (a) un proto-contexte  $\mathbf{c}^*$ , et (b) un discours  $\mathbf{D} = \langle \phi_1, \dots, \phi_p \rangle$  interprété relativement à un contexte initial quelconque  $\mathbf{c}$ , – de représentation  $\mathbf{R}(\mathbf{c}, \mathbf{D}) = \langle \mathbf{c}_0, \mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_p \rangle$  –, on construit l'histoire du proto-contexte  $\mathbf{c}^*$ , notée  $\mathbf{H}(\mathbf{c}^*, \mathbf{c}, \mathbf{D})$ , qui est une suite de proto-contextes  $\langle \mathbf{c}_0^*, \mathbf{c}_1^*, \dots, \mathbf{c}_p^* \rangle$ , telle que :

- $\mathbf{c}_0^* = \mathbf{c}^* \# \mathbf{c}$ ;
- pour tout indice  $i \in \{0, \dots, p-1\}$ , on a :  $\mathbf{c}_{i+1}^* = \mathbf{c}_i^* \# \mathbf{c}_{i+1}$ .

Une histoire de proto-contextes rend ainsi compte de la modification progressive de l'ensemble des présuppositions par retranchement des littéraux explicités (ou dont la négation est explicitée) dans le discours.

À une histoire de proto-contextes on peut associer une fonction de pertinence ( $\mathbf{w}$ -constante) telle que :

$$\forall \mathbf{w} \mathcal{R}(\mathbf{c}_i^*)(\mathbf{w}) = \llbracket \mathbf{c}_i^* \rrbracket$$

Cette fonction permet de faire évoluer l'ensemble des mondes contextuellement pertinents au fil de l'interprétation d'un discours.

### 3.3 Application

Le formalisme statique présenté plus haut ne rompt pas avec les difficultés habituelles rencontrées par les systèmes de logique modale normale – notamment l'omniscience logique qui découle de l'acceptation de l'axiome K et de la règle de nécessité.

La sémantique à base de DRT proposée ici permet de dépasser ces difficultés. En effet, les effets de la règle de nécessité peuvent être contournés si chaque assertion est supposée modifier le contexte d'évaluation. C'est-à-dire que si l'on a bien :  $\mathbf{K}\varphi_1, \mathbf{K}(\varphi_1 \rightarrow \varphi_2) \rightarrow \mathbf{K}\varphi_2$  à contexte constant, ce n'est plus le cas quand le contexte évolue au fil des assertions.

En effet, on propose d'évaluer  $\mathbf{K}\varphi_1$  relativement à un contexte initial vide de formules,  $\mathbf{c} = \boxed{A \mid \phantom{\varphi_1}}$  ; puis on évalue la formule suivante  $\mathbf{K}(\varphi_1 \rightarrow \varphi_2)$  relativement au nouveau contexte produit par l'agglomération de  $\mathbf{K}\varphi_1$ , soit :  $\mathbf{c}_1 = \boxed{A \mid \mathbf{K}\varphi_1}$ . Ce qui engendre un troisième contexte,  $\mathbf{c}_2 = \boxed{A \mid \mathbf{K}\varphi_1, \mathbf{K}(\varphi_1 \rightarrow \varphi_2)}$ , relativement auquel la conclusion  $\mathbf{K}\varphi_2$  peut être

fausse : tout dépend de l'effet des deux premières assertions sur l'histoire du proto-contexte initial.

**Exemple** On suppose pour simplifier qu'on a un langage épistémique avec un seul opérateur  $\mathbf{K}$ , et une seule relation  $\mathcal{K}$ . Soit un contexte des présuppositions contenant différents littéraux parmi lesquels :  $\mathbf{h}_1 = \neg r$ , interprété comme "L'agent  $i$  n'est pas un cerveau dans une cuve". Le proto-contexte initial est alors :  $\mathbf{c}^* = \boxed{P \mid \neg r, h_2, \dots, h_n}$ . Il correspond à des standards épistémiques moyens, plutôt lâches, du moins éloignés de ceux du scepticisme.

On va analyser le discours (bien connu) suivant :

- $\varphi_1$ . L'agent  $i$  sait qu'il a deux mains.
- $\varphi_2$ . Si l'agent  $i$  sait qu'il a deux mains, alors il sait qu'il n'est pas un cerveau dans une cuve.
- $\varphi_3$ . Donc l'agent  $i$  sait qu'il n'est pas un cerveau dans une cuve.

En notant  $\mathbf{p}$  l'atome exprimant la phrase "L'agent  $i$  a deux mains", on obtient le discours suivant :  $D = \langle \mathbf{Kp}, \mathbf{K}(p \rightarrow \neg r), \mathbf{K}\neg r \rangle$ . Pour l'interprétation, on suppose que ni  $\mathbf{p}$ , ni  $\neg \mathbf{p}$  n'appartiennent aux présuppositions initiales ( $\mathbf{p} \notin \text{At}(\mathbf{c}^*)$ ). Dans le tableau ci-dessous, on indique dans deux colonnes parallèles les deux suites engendrées par le discours :

$D$	représentation de $D$	histoire du proto-contexte
		$\mathbf{c}^* = \boxed{P \mid \neg r, h_2, \dots, h_n}$
$\varphi_1$ . $\mathbf{Kp}$	$c_0 = c = \boxed{A \mid}$ $c_1 = \boxed{A \mid \mathbf{Kp}}$	$\mathbf{c}_0^* = \boxed{P \mid \neg r, h_2, \dots, h_n}$ $\mathbf{c}_1^* = \boxed{P \mid \neg r, h_2, \dots, h_n}$
$\varphi_2$ . $\mathbf{K}(p \rightarrow \neg r)$	$c_2 = \boxed{A \mid \mathbf{Kp}, \mathbf{K}(p \rightarrow \neg r)}$	$\mathbf{c}_2^* = \boxed{P \mid h_2, \dots, h_n}$
$\varphi_3$ . $\mathbf{K}\neg r$	$c_3 = \boxed{A \mid \mathbf{Kp}, \mathbf{K}(p \rightarrow \neg r), \mathbf{K}\neg r}$	$\mathbf{c}_3^* = \boxed{P \mid h_2, \dots, h_n}$

Suivant ce que l'on a indiqué plus haut, on peut définir une fonction de pertinence à partir de l'histoire du proto-contexte. On obtient alors une fonction constante sur  $\mathbf{c}^*$ ,  $\mathbf{c}_0^*$  et  $\mathbf{c}_1^*$ , dont la valeur (la classe de mondes pertinents) s'élargit à partir de  $\mathbf{c}_2^*$  :

$$\mathcal{R}(\mathbf{c}^*) = \mathcal{R}(\mathbf{c}_0^*) = \mathcal{R}(\mathbf{c}_1^*) = \llbracket \mathbf{c}^* \rrbracket \subsetneq \llbracket \mathbf{c}_2^* \rrbracket = \mathcal{R}(\mathbf{c}_2^*) = \mathcal{R}(\mathbf{c}_3^*)$$

Chaque formule  $\varphi_i$  du discours est interprétée relativement au contexte précédent de la représentation,  $\mathbf{c}_{i-1}$ . Supposons pour la suite que l'interprétation des deux premières assertions est vraie dans un monde donné  $\mathbf{w}$ . On a alors :

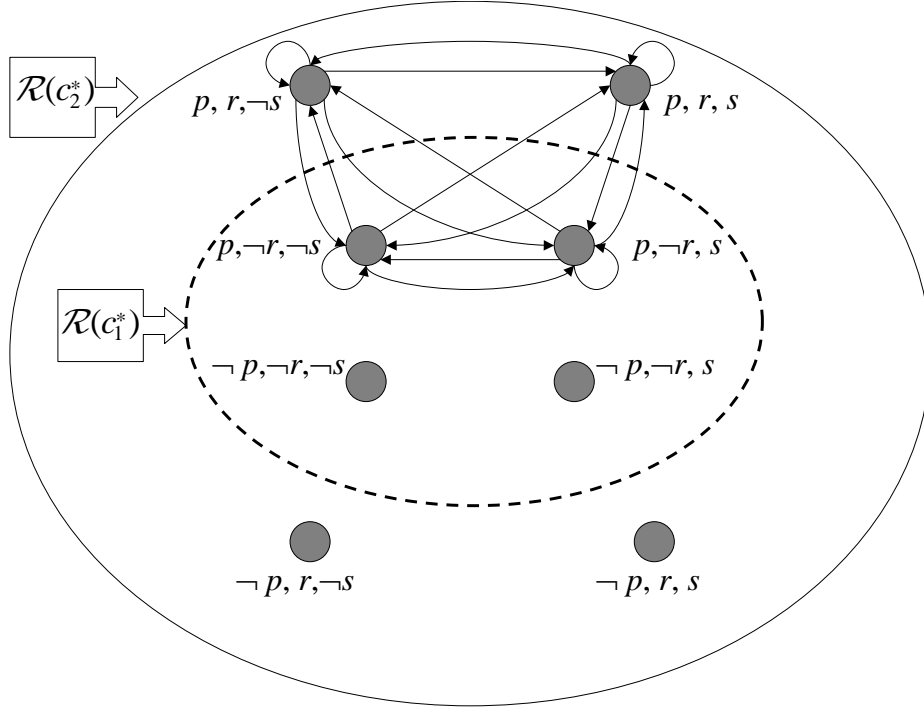
$$\begin{aligned} \mathcal{M}, \mathbf{c}_0, \mathbf{w} \models \mathbf{Kp} & \quad \text{soit : } \forall \mathbf{w}' \in \mathcal{R}(\mathbf{c}_0^*)(\mathbf{w}) (= \llbracket \mathbf{c}^* \rrbracket) \text{ si } \mathcal{K}\mathbf{w}\mathbf{w}' \text{ alors } \mathcal{M}, \mathbf{c}_0, \mathbf{w}' \models p \\ \mathcal{M}, \mathbf{c}_1, \mathbf{w} \models \mathbf{K}(p \rightarrow \neg r) & \quad \text{soit : } \forall \mathbf{w}' \in \mathcal{R}(\mathbf{c}_1^*)(\mathbf{w}) (= \llbracket \mathbf{c}^* \rrbracket) \text{ si } \mathcal{K}\mathbf{w}\mathbf{w}' \text{ alors } \mathcal{M}, \mathbf{c}_1, \mathbf{w}' \models (p \rightarrow \neg r) \end{aligned}$$

De cela, il découle que *par rapport* à  $\mathbf{c}_1$ , la formule  $\mathbf{K}\neg r$  est vraie dans  $\mathbf{w}$ . Mais on l'évalue par rapport à  $\mathbf{c}_2$ , dont la classe des mondes pertinents est élargie par rapport à  $\llbracket \mathbf{c}^* \rrbracket$  :



$$\mathcal{M}, c_2, w \models \mathbf{K}\neg r \Leftrightarrow \forall w'' \in \mathcal{R}(c_2^*) (= \llbracket c_2^* \rrbracket) \text{ si } \mathcal{K}ww'' \text{ alors } \mathcal{M}, c_2, w'' \models \neg r$$

Il suffit donc qu'il y ait un monde accessible à partir de  $w$  suivant  $\mathcal{K}$  où l'agent est un cerveau dans une cuve, et pertinent dans le contexte  $c_2$  – il peut y en avoir, ce qui n'était pas le cas dans  $c_1$  – pour que  $\mathbf{K}\neg r$  ne soit pas vrai dans  $w$ . Un exemple en est fourni ci-dessous.



### 3.4 Contextes discursifs et bases de croyances

L'approche dynamique proposée ici n'est pas sans rappeler le modèle AGM de révision de croyances (cf. [1]). Toutefois nous n'avons pas repris ici cette approche étant donné son caractère trop peu sensible à la syntaxe des formules, et par là trop *statique*.

Les bases de croyances du modèle AGM sont déductivement closes : cela entraîne un niveau d'idéalisation trop élevé pour résoudre certains problèmes d'épistémologie [20]. On hérite en effet *ipso facto* des problèmes d'omniscience. A l'inverse, les contextes discursifs inspirés de la DRT sont des ensembles finis – et même très limités – de formules : seules les formules représentant directement des assertions sont introduites dans un contexte assertif. Le fait qu'une formule soit présente dans un contexte n'implique donc pas, par exemple, que toutes les disjonctions contenant cette formule y soient – ce qui est présumé dans le modèle AGM.

L'ensemble des formules d'un contexte donné  $c$ ,  $\mathbf{Fo}(c)$ , coïncide cependant avec sa clôture déductive ( $\mathbf{Cn}(c)$ ) quand vient le moment de l'évaluation. On pourrait alors envisager de

présenter l'opération d'agglomération comme une *expansion*, et la fusion d'un proto-contexte avec un contexte assertif comme une *contraction* du proto-contexte.

Les théories de la révision de croyances pourraient par ailleurs intervenir à un autre niveau : celui des contextes assertifs, quand le discours génère des inconsistances appelant des révisions de la DRS. On a donc plusieurs connexions possibles entre l'approche développée dans cet article et les approches dominantes de la dynamique doxastique en Intelligence Artificielle.

## 4 Quelques perspectives en guise de conclusion

Dans le présent travail nous avons jeté les bases d'un cadre formel utilisant les outils de la logique épistémique à des fins d'analyse épistémologique. Ce faisant, nous pensons répondre à une préoccupation récurrente dans la littérature épistémologique des dernières années. En effet, bien que l'ouvrage séminal de Hintikka [25] ait consisté en un traitement de problèmes issus de la philosophie de la connaissance par l'emploi de formalismes issus de la logique modale, les quarante années qui ont suivi ont vu s'opérer une dissociation entre les deux champs disciplinaires [47] : tandis que la logique épistémique suivait son propre développement en lien, notamment, avec des questions soulevées par l'Intelligence Artificielle – notamment la modélisation des flux informationnels entre “agents” artificiels – l'épistémologie a approfondi certaines problématiques classiques et en a abordé de nouvelles, sans recourir aux instruments logico-formels. Plusieurs des chefs de file de la logique épistémique comme de la philosophie de la connaissance pensent aujourd'hui que renouveler l'alliance originare entre les deux disciplines ne pourrait être que fructueux pour les deux disciplines.

L'application de notre cadre aux différentes thèses épistémologiques devra être étendu. Nous n'avons traité ni du “relativisme” à la MacFarlane [32] – pour qui les standards épistémiques varient en fonction, non pas du contexte du sujet auquel on attribue une connaissance, ni du contexte de l'attributeur qui attribue la connaissance au sujet, mais du contexte de l'évaluateur qui précisément évalue l'attribution de connaissance effectuée par l'attributeur – ni du “circonstancialisme” à la Nozick – pour qui les standards épistémiques ne varient pas en fonction de quelque contexte que ce soit, mais en fonction des circonstances d'évaluation, i.e. *grosso modo* le monde dans lequel se trouve le sujet auquel on attribue la connaissance. Nous réservons ce traitement à des travaux ultérieurs.

Mais c'est également le cadre même des modèles contextuels présenté dans cet article qui doit être approfondi. Nous avons jusqu'ici ébauché une sémantique “déviant” faisant intervenir une fonction de pertinence contextuelle en plus de la structure relationnelle habituelle des mondes possibles. L'étape suivante consistera à développer une syntaxe en adéquation avec ces modèles, ce qui passera par l'introduction d'opérateurs contextuels du type :  $[c_i]$  et  $\langle c_i \rangle$  permettant d'explicitier *dans le langage* la dépendance vis-à-vis du contexte.

Pour finir, il nous apparaît que le cadre des modèles contextuels pourrait être *étendu* suivant différents axes, que nous citons ici sans ordre de priorité :

1. par le choix de différents systèmes axiomatiques (S4, T, etc.) dans la définition des opérateurs  $\mathbf{K}_i$  ;

2. par l'ajout d'un opérateur d'*awareness*, par l'introduction d'une notion formelle de *proximité*, ou par quelque autre modification – du type des “mondes possibles impossibles” – permettant de bloquer la clôture épistémique dès le modèle “statique” (ce qu'exige une épistémologie circonstantialiste à la Nozick, par exemple) ;
3. par l'ajout d'opérateurs doxastiques (i.e. du type  $\mathbf{B}_i$  : “l'agent  $i$  croit que  $\varphi$ ”, ou  $\mathbf{J}_i$  : “l'agent  $i$  est justifié à croire que  $\varphi$ ”) ;
4. par l'ajout de modalités aléthiques, pour le traitement d'énoncés (épistémiques) contre-factuels du type : « *Si Marie avait vu Paul à la soirée, elle le saurait* » ;
5. par l'ajout de symboles indexicaux dans le fragment non modal, permettant de rendre compte d'énoncés comme « *Marie sait que je suis à Paris* », ou « *Je sais que je suis ici* » ;
6. par la combinaison, via la définition explicite d'opérateurs contextuels et d'opérateurs épistémiques contextualisés, de différentes positions épistémologiques dans un même modèle contextuel (par exemple, pour rendre compte du comportement logique d'un agent contextualiste raisonnant sur la connaissance d'un agent sceptique qui lui-même raisonne sur la connaissance d'un agent subjectiviste).

De façon générale, l'étude des modifications et enrichissements du langage épistémique devrait permettre d'affiner la modélisation des différentes positions épistémologiques dans le cadre des modèles contextuels.

## Références

- [1] Alchourrón C.E., Gärdenfors P. & D. Makinson 1985 : ‘On the Logic of Theory Change : Partial Meet Contraction and Revision Functions’, *Journal of Symbolic Logic* **50** : 510–530.
- [2] Artemov, Sergei & Elena Nogina, 2005 : ‘Introducing Justification into Epistemic Logic’, *Journal of Logic and Computation* **15** (6) : 1059–1073.
- [3] Austin, John, 1946 : ‘Other Minds’, *Proceedings of the Aristotelian Society, Supplementary Volume* **20** : 148–187.
- [4] Bar-Hillel, Y., 1954 : ‘Indexical Expressions’, *Mind* **63** : 359–79.
- [5] Barwise, J. et Perry, J., 1983, *Situation and Attitudes*, MIT Press, Cambridge.
- [6] Castañeda, H.-N., 1979 : ‘The Theory of Questions, Epistemic Powers, and the Indexical Theory of Knowledge’, in P. A. French, T.E. Uehling & H.K. Wettstein (eds), *Midwest Studies in Philosophy* **5**, University of Minnesota Press, Minneapolis.
- [7] Cohen, S., 1999 : ‘Contextualism, Skepticism, and the Structure of Reasons’, *Philosophical Perspectives* **13** : 57–89.
- [8] Cohen, S., 2000 : ‘Contextualism and Skepticism’, in E. Sosa et E. Villanueva (eds.), *Scepticism : Philosophical issues* Vol. **10**, Basil Blackwell, Boston, 94–107.

- [9] Crocco, G. & A. Herzig, 2005 : ‘Les opérations de changement basées sur le test de Ramsey’ in Pierre Livet (ed.), *Révision des croyances (Traité des sciences cognitives)*, Paris, Hermès.
- [10] DeRose, K., 1992 : ‘Contextualism and Knowledge Attributions’, *Philosophy and Phenomenological Research* **52** : 913–929.
- [11] DeRose, K., 1995 : ‘Solving the Skeptical Problem’, *The Philosophical Review* **104** : 1–52.
- [12] DeRose, K., 1999 : ‘Contextualism : An Explanation and Defense’, in J. Greco et E. Sosa (eds.), *The Blackwell Guide to Epistemology*, Blackwell Publishers, Malden, 187–205.
- [13] DeRose, K., 2004 : ‘Single Scoreboard Semantics’, *Philosophical Studies* **119**, 1–21.
- [14] Descartes, René, 1641 : *Meditationes de prima philosophia*, traduction de M. Beyssade sous le titre *Méditations métaphysiques*, Le livre de Poche, Paris, 1990.
- [15] Fagin, R., Halpern, J. et al., 1995 : *Reasoning about Knowledge*, MIT Press, Cambridge.
- [16] Frege, G., 1918 : ‘Der Gedanke’, traduit sous le titre “La pensée” par C. Imbert in G. Frege, *Ecrits logiques et philosophiques*, 1971, Seuil, Paris.
- [17] Geurts B. & E. Maier, 2003 : Layered DRT. ms, University of Nijmegen, November 7, 2003. Available at <http://www.ru.nl/filosofie/tfl/bart/papers/ldrt.pdf>.
- [18] Gottschling, V., 2004 : ‘Keeping the Conversational Score : Constraints for an Optimal Contextualist Answer’, *Erkenntnis* **61** : 295–314.
- [19] Groenendijk, J. & M. Stokhof, 1991 : ‘Dynamic Predicate Logic’, *Linguistics and Philosophy* **14** : 39–100.
- [20] Hansson, S.O., 2003 : ‘Ten philosophical problems in belief revision’, *Journal of Logic and Computation* **13** : 37–49.
- [21] Heller, M., 1999a : ‘Relevant Alternatives and Closure’, *Australasian Journal of Philosophy* **77**, 196–208.
- [22] Heller, M., 1999b : ‘The Proper Role for Contextualism in an Anti-luck Epistemology’, *Philosophical Perspectives* **13** : 115–29.
- [23] Hendricks, Vincent F., 2004 : ‘Hintikka on Epistemological Axiomatizations’, in Daniel Kolak & John Symons (eds.) : *Questions, Quantifiers and Quantum Physics : Essays on the Philosophy of Jaakko Hintikka*, Springer, Dordrecht, 3–34.
- [24] Hawthorne, John, 2004 : *Knowledge and Lotteries*, Oxford University Press, Oxford.
- [25] Hintikka, Jaakko, 1962 : *Knowledge and Belief. An Introduction to the Logic of the Two Notions*, Cornell Univ. Press, New York.
- [26] Kamp, H., 1971 : ‘Formal Properties of now’, *Theoria* **31** : 227–273.
- [27] Kamp, H., 1981 : A Theory of Truth and Semantic Representation, in Stokhof, J. et al. (eds.), *Formal methods in the study of language*, Mathematisch centrum, Amsterdam, 277–322.
- [28] Kamp, H. & U. Reyle, 1993 : *From Discourse To Logic*, Kluwer, Dordrecht.

- [29] Kaplan, D., 1989 : ‘Demonstratives’, in Almog, Perry, & Wettstein, *Themes from Kaplan*, Oxford University Press, Oxford.
- [30] Lewis, D., 1979 : ‘Scorekeeping in a Language Game’, *Journal of Philosophical Logic* **8** : 339–59.
- [31] Lewis, David, 1996 : ‘Elusive Knowledge’, *Australasian Journal of Philosophy* **74** : 549–567.
- [32] MacFarlane, J., 2005 : ‘The Assessment Sensitivity of Knowledge Attributions’, in Szabo & Hawthorne (eds), *Oxford Studies in Epistemology*, Oxford University Press, Oxford.
- [33] Montague, R., 1974 : *Formal Philosophy : Selected Papers of Richard Montague*, Yale University Press, New Haven.
- [34] Perry, J., 1993 : *The Problem of the Essential Indexical*, Oxford University Press. Traduction française de J. Dokic & F. Preisig sous le titre *Problèmes d’indexicalité*, 1999, Éditions CSLI, Stanford et Paris.
- [35] Perry, J. 1997 : ‘Indexicals and Demonstratives’, in R. Hale & C. Wright (eds), *Companion to the Philosophy of Language*, Blackwell, Oxford.
- [36] Putnam, Hilary, 1981 : *Reason, truth, and History*, Cambridge University Press, Cambridge.
- [37] Reichenbach, Hans, 1947 : *Elements of Symbolic Logic*, MacMillan, New York.
- [38] Russell, Bertrand, 1940 : *An Inquiry into Meaning and Truth*, Allen and Unwin, Londres. Traduction française de P. Devaux sous le titre *Signification et vérité*, 1969, Flammarion, Paris.
- [39] Schotch, Peter K., 2000 : ‘Skepticism and Epistemic Logic’, *Studia Logica* **66** : 187–198.
- [40] Stalnaker, R., 1999 : *Context and Content*, Oxford University Press, Oxford.
- [41] Stalnaker, R., 2006 : ‘On Logics of Knowledge and Belief’, *Philosophical Studies* **128** : 169–199.
- [42] Stanley, Jason, 2005 : *Knowledge and Practical Interests*, Oxford University Press, Oxford.
- [43] Stine, Gail, 1976 : ‘Scepticism, Relevant Alternatives, and Deductive Closure’, *Philosophical Studies* **29** : 249–61.
- [44] Tiercelin, Claudine, 2005 : *Le Doute en question*, Éditions de l’éclat, Paris.
- [45] Unger, Peter, 1971 : ‘A Defense of Scepticism’, *The Philosophical Review* **80** : 198–219.
- [46] van Eijk, J., 2005. ‘Discourse Representation Theory’, à paraître dans la 2<sup>nde</sup> édition de *Encyclopedia of Language and Linguistics*, Elsevier.
- [47] van Benthem, Johan, 2006 : ‘Epistemic Logic and Epistemology : The State of Their Affairs’, *Philosophical Studies* **128** : 49–76.