



**HAL**  
open science

# La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations

Claire Margolinas

► **To cite this version:**

Claire Margolinas. La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. Les débats de didactique des mathématiques, La pensée sauvage, pp.89-102, 1995, Recherches en didactique des mathématiques. halshs-00418815

**HAL Id: halshs-00418815**

**<https://shs.hal.science/halshs-00418815v1>**

Submitted on 21 Sep 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## ***Rubrique "méthodes"***

# **La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations**

**Claire Margolinas**

IUFM et Université Blaise Pascal de Clermont-Ferrand

## **Introduction**

Décrire et tenter de faire partager une méthode est une tentative difficile. Si l'on veut montrer les *résultats* que l'on peut obtenir en utilisant telle ou telle méthode, il n'est pas nécessaire de l'exposer, et il est même impossible de le faire si les résultats obtenus relève d'une utilisation habile voire experte de la méthode. Il s'agit d'un problème didactique par ailleurs bien connu dans le cadre des mathématiques.

C'est pourquoi j'ai choisi un mode d'exposé de méthode assez classique, qui consiste tout d'abord à montrer l'émergence du modèle (§1), ensuite à montrer les modifications que j'y ai apportées (§2), et enfin à schématiser, sur un exemple assez trivial, un fonctionnement de la méthode ainsi exposée (§3).

## **1 Petit panorama des textes de références**

### **1.1 Brousseau 1986a (*RDM*<sup>1</sup> 7.2)**

La notion de *milieu* est un concept fondamental de la théorie des situations. On peut retracer son apparition progressive dans les théories de Guy Brousseau depuis les années 1980. Cette introduction est rendue nécessaire par une analyse en terme de jeu.

Ainsi, dans Ratsimba-Rajohn (1981), on va trouver un personnage au premier abord bien étrange: la "nature".

«Lors de la description de deux parties, nous nous sommes efforcés de mettre entre guillemets le terme "choisir" au moment où N [la nature] a le trait. En effet, lorsque nous lui donnons le trait, elle a apparemment un choix à faire —généralement entre quatre possibilités—. Nous disons "choix" car le joueur J est censé ignorer (et effectivement la plupart des joueurs J l'ignorent) l'état que N va présenter, ce qui donne l'apparence d'un choix. Mais en fait, les choix de N ne sont d'abord pas au hasard, et ils sont déterminés. De telle sorte que tout joueur J est susceptible de pouvoir prévoir la tendance générale des états présentés par N. » (p. 45)

Mais qu'est-ce que cette "nature", qui ne "joue" pas, bien qu'elle ait des "choix" cachés pour l'élève? Représente-t-elle le jeu du maître par une voie détournée? Est-elle là pour opposer un matériel concret, "joueur" inerte, à des joueurs vivants, élèves ou enseignant?

Brousseau, plusieurs années après (1986a pour la publication dans la revue *RDM*), introduit le concept de milieu:

---

<sup>1</sup>Les initiales *RDM* désignent dans ce texte la revue *Recherches en didactique des mathématiques*, ed. La Pensée Sauvage.

«Ainsi dans le cas général, la situation didactique ne peut être modélisée comme une simple communication, ou comme une simple interaction sociale. Il est nécessaire de faire intervenir un autre système. Cette nécessité découle d'une des clauses du contrat didactique lui-même qui implique le projet de son extinction: il est sous-entendu, dès le début de la relation didactique, qu'un moment doit arriver où il se rompra. A ce moment, à la fin de l'enseignement, le système enseigné sera supposé pouvoir faire face, à l'aide du savoir appris, à des systèmes dénués d'intentions didactiques. Le savoir enseigné à l'élève est supposé lui donner la possibilité de lire ses relations avec ces systèmes comme des nouvelles situations a-didactiques et par ce moyen, leur apporter une réponse appropriée. *Le milieu est le système antagoniste du système enseigné*, ou plutôt, précédemment enseigné.» (p. 89, c'est moi qui souligne)

Malgré cette définition, les mêmes questions subsistent quant aux objets du milieu.

D'autre part, dans ce texte, les situations a-didactiques (dont la modélisation rend nécessaire l'introduction du sous-système "milieu") restent attachées à l'idée d'une "didactique" particulière. L'idée que cette théorie pourrait permettre non seulement de construire des ingénieries didactiques, mais aussi d'analyser des réalisations didactiques quelconques n'a pas encore fait son chemin (rappelons que cette publication en 1986 correspond à des travaux antérieurs).

## 1.2 Brousseau (cours de l'école d'Eté de 1986)

La première version d'une structuration du milieu apparaît dans Brousseau 1986b.

Dans cet article, Brousseau situe plus nettement le milieu comme un concept nécessaire pour prendre en compte *le fonctionnement d'une situation didactique quelconque*, le milieu est envisagé dans une problématique qui n'est plus exclusivement a-didactique. Pour introduire la description de la structuration emboîtée du milieu (voir dans l'annexe 1 les schémas extraits du texte de Brousseau), il se réfère d'ailleurs à un exercice "classique", comprenant une partie informative et une question<sup>2</sup>.

Brousseau distingue «[...] quatre personnes, quatre sujets distincts auxquels l'élève peut s'identifier et donc cinq milieux avec lesquels il peut interagir selon des modes différents. Ces milieux étant emboîtés, nous les décrirons comme des niveaux du "milieu" de l'élève.»

- Dans le niveau le plus intérieur (niveau 5), Brousseau situe des "acteurs objectifs" auxquels l'élève est supposé s'identifier (comme par exemple dans un problème classique de type "Pierre et Paul jouent aux billes..."). L'acteur objectif (S5) «effectue des actions non seulement formulables simplement, mais aussi culturellement repérées, répertoriées et qui sont supposées connues de l'élève puisqu'elles doivent lui être communiquées. Il s'agit donc de procédures, d'algorithmes.»
- Dans le niveau suivant (niveau 4), Brousseau situe la position «de sujet connaissant et agissant», et les rapports d'action. L'acteur particulier (S4) «agit, mais ses opérations ne sont pas nécessairement explicites et en particulier ses opérations mentales et cognitives.»
- Dans le niveau 3 (qui est le dernier niveau a-didactique): « [les rapports du sujet épistémique S3 avec le milieu sont] plus réflexifs, se rencontrent dans des situations de formulation ou de preuve.». Le sujet épistémique

---

<sup>2</sup>Les citations de ce paragraphe sont extraites des pages 59 à 64.

(S3) «envisage les actions de S4 (lui-même, à l'occasion) soit, pour communiquer des renseignements sur l'action, soit pour débattre de son adéquation.»

- Dans le niveau 2, on voit apparaître «le professeur acteur (P2)». Dans la position correspondante (S2, sujet épistémologue), l'élève «[...] réfléchit alors à son apprentissage et aux fonctions, pour lui-même, de la connaissance.». Le sujet épistémologue (S2) «agit en intervenant dans des débats et en communiquant des preuves explicites. Il travaille avec ses pairs ou avec son professeur sur les théories mathématiques [...]. [...] il décide de refaire un exercice, relit un texte...»
- Dans le niveau 1, «Le professeur, réfléchissant à son activité d'enseignement ou la préparant, envisage ses propres rapports avec ses élèves; il se place ainsi dans la position P1 [professeur préparant son cours], réflexive par rapport à la situation précédente [...]. L'élève y a également une position (élève générique S1) dans laquelle il peut «[...] observer, juger ou tirer parti de façon consciente de la situation didactique.]. A partir du niveau 1, Brousseau ne spécifie plus les types d'interactions des sujets avec les situations.
- Le dernier niveau qu'il envisage (niveau 0) est celui de la «situation d'analyse de la didactique», dans laquelle les relations entre les sujets et les milieux précédents sont pris comme objet d'étude.

Brousseau s'arrête à ce niveau:

«La répétition du processus réflexif nous ferait sortir du champ de l'étude. De toute manière, le but de cette classification en niveaux de milieu et de situations est de permettre la prévision des relations sociales -aux jeux- qui correspondent aux différents régimes du fonctionnement de la connaissance dans les différents modes d'apprentissages utilisables en situation scolaire.»

«Cette analyse est incomplète, bien sûr: l'élève et le professeur ne sont pas isolés du milieu scientifique et culturel (de la noosphère) et du milieu social et politique.»

### 1.3 Yves Chevallard (1989)

Dans son article sur le concept de rapport au savoir (1989), Yves Chevallard introduit la notion de milieu dans le cadre de l'approche institutionnelle:

«Au cours de l'évolution temporelle de l'institution, des sous-systèmes du système général des objets institutionnels vont se stabiliser durablement, en ce sens que les rapports institutionnels à ces objets vont, sur une période assez longue, cesser d'évoluer, se révéler "robustes" face aux perturbations extérieures, et se "naturaliser", en devenant transparents aux acteurs de l'institution.»

«[On pourra dire alors] que tel ou tel système d'objets institutionnel *fonctionne* comme un milieu pour les acteurs de l'institution en telle ou telle position.»

«[Ce milieu] apparaissant doué d'une objectivité échappant au contrôle ou à l'intentionnalité de l'institution: on pourra dire alors que le milieu est "*a-institutionnel*"...» (p. 215)

L'articulation de la conception de Chevallard d'une *fonction du milieu*, avec celle de Brousseau me semble possible dès que l'on considère que Chevallard a un point de vue "macro-didactique" et Brousseau un point de vue "micro-didactique" (au sens donné dans Margolinas 1993). En effet, *dans une situation particulière donnée, le "milieu" au sens de Chevallard représente l'ensemble des objets candidats à faire partie du "milieu matériel" de la "situation objective"*.

## 1.4 Brousseau (cours de l'école d'été de 1989)

Dans cet article (paru en 1990), Brousseau «repren[dit] sa copie» sur le même sujet qu'à l'école d'été précédente (1986). Par rapport aux articles antérieurs, Brousseau situe maintenant nettement la structuration du milieu dans le fonctionnement *didactique*: le titre de l'article est «Le contrat didactique: le milieu». Le schéma complet y est repris (p. 319), avec un certain nombre de modifications (S2 devient par exemple "élève générique", les niveaux de S5 à S2 sont considérés comme des niveaux non didactiques, la situation S3 devient alors "situation d'apprentissage", sans référence au caractère a-didactique).

Ce modèle ne se situe plus exclusivement dans une perspective de construction d'ingénieries, il doit permettre: «[...] de prévoir et d'expliquer» et notamment «[...] de représenter des déroulements effectifs de leçons».

La structuration n'est plus commentée ni illustrée, mais la notion de milieu y est redéfinie: «Définition: le milieu est un jeu ou une partie du jeu qui se comporte comme un système non finalisé».

## 1.5 Brousseau et Centeno (1991)

Cet article est le premier paru dans la revue *RDM* dans lequel le modèle de structuration du milieu va être utilisé pour caractériser différentes mémoires de l'enseignant. Les auteurs y donnent un nouveau commentaire:

«Le niveau S5 est celui du sujet dont on parle dans un problème, il n'est jamais matériel. C'est l'acteur du discours. La description de ce qu'il fait est culturelle et contient ce qui est institutionnalisé et codifié dans l'institution où il vit. Cet acteur n'a pas d'initiative puisqu'il est décrit complètement. De plus, il n'est pas finalisé parce qu'il agit suivant une règle qui lui a été fixée. [...]

Le niveau S4 est celui de l'acteur qui agit face à un milieu matériel. Il a devant lui d'autres acteurs et il a le droit d'utiliser des stratégies. Il est dans une véritable situation d'action, et agit en fonction d'une stratégie qui n'est pas nécessairement nommée. [...]

La position S3 est celle du sujet qui résout un problème en situation a-didactique. Il envisage les actions de S4, soit pour communiquer des renseignements sur l'action, soit pour débattre de son adéquation. Il apprend de son action, et tant qu'il est dans cette position, il est responsable de son apprentissage. Ce qui veut dire que, dans cette position, le sujet tire directement ses décisions de son rapport au savoir, indépendamment de l'intervention du maître. [...]

Le sujet S2 est celui qui apprend du maître. C'est la position classique de l'élève.»(p. 194)

On peut remarquer que, bien que s'intéressant au rôle du maître, Brousseau et Centeno ne caractérisent ici que les niveaux 5 à 2, et ce uniquement depuis la place de l'élève.

## 2 Une nouvelle proposition

### 2.1 Remarques sur les travaux utilisant la structuration du milieu de 1986 à 1993

Le modèle présenté dès 1986 par Guy Brousseau a été plus commenté que véritablement utilisé jusqu'à présent. Dans la revue *RDM*, représentative des travaux de notre communauté de recherche, on peut relever seulement deux articles de la revue *RDM* qui évoquent le modèle de structuration du milieu: Margolinas 1992 et Perrin-Glorian 1993. Contrairement au précédent, ces deux articles s'emparent du modèle de structuration du milieu en

se référant aux niveaux 2 et 1, pour caractériser les positions du maître (dans le premier) ou les situations de rappel (dans le second).

Malgré tout, cette utilisation reste malcommode, et comme le dit Perrin-Glorian:

«La situation de rappel telle que nous l'envisageons se situerait clairement aux niveaux de la situation didactique et de la situation métadidactique dans la modélisation par systèmes emboîtés que donne Brousseau (1990) mais il nous faudrait complexifier le modèle [...]» (p. 86)

C'est précisément cette complexification du modèle qui nous occupe ici (voir Margolinas et Steinbring 1993).<sup>3</sup>

Une des faiblesses du modèle réside dans les difficultés formelles qu'il suscite: les situations ne sont pas codées; le niveau 0 est artificiel, et vraisemblablement insuffisant quand on s'intéresse au rôle du maître; le schéma complet est très complexe. D'autre part, les niveaux 1 et 0 ne sont pas décrits avec la même exactitude que les niveaux 5 à 3, en particulier le "professeur" y est défini par ses actions. Malgré cela, les tentatives d'utilisation de ce modèle proviennent de chercheurs s'intéressant au rôle du maître ou à celui de l'institutionnalisation, et donc à des situations *didactiques*. C'est dans ce cadre que je situe mes travaux depuis 1989, ce qui m'a conduit à proposer une modification du modèle de structuration du milieu.

Prenant la proposition de Brousseau 1986 au pied de la lettre, j'ai choisi d'utiliser ce modèle comme un outil d'analyse de problèmes "classiques" provenant de manuels scolaires ou de réalisations didactiques très ordinaires.

## 2.2 Modification de la présentation

Partons donc des systèmes en présence dans la *situation didactique*: Milieu, Elève, Professeur. Ces systèmes créent des *places*, dont l'analyse en terme de structuration du milieu a pour objet de caractériser des *positions* possibles.

Le niveau de base de nos préoccupations est celui de la *situation didactique*, je considère donc ce niveau de base comme étant le niveau 0; les niveaux a-didactiques deviennent ainsi les niveaux négatifs (on a une fonction  $f(x) = -x+2$  par rapport aux indices utilisés par Brousseau).

Comme dans le schéma de Brousseau, on a toujours  $M_{n+1}=S_n$ , le niveau n est donc toujours englobé dans le niveau n+1 (structure "d'oignon"), on a  $S_n=\{M_n, E_n, P_n\}$ <sup>4</sup>. Pour des raisons pratiques, j'utilise une présentation en tableau qui rend immédiatement visibles les différentes positions relatives aux trois places M, E, P.

---

<sup>3</sup>D'autres travaux, qui n'ont pas fait l'objet de publication dans la revue *RDM*, utilisent le modèle de la structuration du milieu, on peut penser notamment à BERTHELOT, R. et SALIN, M. H. (1992), *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire*, Thèse de doctorat de l'Université de Bordeaux 1, ed. LADIST, Bordeaux; ORUS-BAGUENA, P. (1992), *Le raisonnement des élèves dans la relation didactique, effets d'une initiation à l'analyse classificatoire dans la scolarité obligatoire*, Thèse de doctorat de l'Université de Bordeaux 1, ed. IREM de BORDEAUX; ROUCHIER, A. (1991). Le maître dans le système didactique, *Actes de la VIème école d'été de didactique des mathématiques*, 29 août- 7 septembre 1991; d'autre part, on trouvera une utilisation très intéressante de la structuration du milieu dans la Thèse posthume de Julia CENTENO, à paraître au LADIST de Bordeaux.

<sup>4</sup>Plus exactement, la situation  $S_n$  correspond aux rapports entre  $M_n, E_n, P_n$ .

Si l'on reprend les qualificatifs utilisés par Brousseau 1986b (voir annexe 1), on obtient le tableau suivant (qui n'a encore de différent par rapport à l'original que la forme et les indices).

M-3: Milieu matériel	E-3: Acteur objectif		S-3: Situation objective
M-2: Milieu objectif	E-2: Acteur particulier de référence		S-2: Situation de référence
M-1: Milieu de référence	E-1: Sujet épistémique résolveur de problèmes		S-1: Situation d'apprentissage a-didactique
M0: Milieu d'apprentissage	E0: Sujet "épistémologue"	P0: Professeur acteur	S0: Situation d'enseignement
M1: Milieu didactique	E1: Elève générique	P1: Professeur préparant son cours	S1: Situation d'analyse de la didactique
M2: Milieu de la recherche en didactique	Sujet universel		S2

Le modèle de Brousseau, sous cette forme, appelle quelques remarques qui vont conduire à des modifications:

- Les niveaux positifs ne sont pas symétriques par rapport aux niveaux négatifs. Pourtant, la situation dans laquelle se trouve l'enseignant pourrait avoir une structure analogue à celle dans laquelle se trouve l'élève si l'on caractérise plus finement ses positions, notamment par rapport à la noosphère.
- L'élève possède une position (E1) dans les niveaux positifs (qui caractérisent plutôt des positions du professeur), alors que le professeur n'en a aucune dans les niveaux négatifs. L'absence de position du professeur dans les niveaux négatifs correspondrait à l'idée d'une absence de position dans la situation a-didactique, alors que ce retrait du maître n'est relatif qu'à son rapport public, une position P-1 prendrait en compte cette dimension d'observation.
- Le vocabulaire concernant les positions de l'élève varie: acteur, sujet; cette variation est encore plus importante si l'on prend en compte les articles successifs de Guy Brousseau. Le vocabulaire concernant les positions du maître n'est pas aussi concis que celui qui concerne l'élève, il faudra rechercher des qualificatifs plutôt que de décrire des actions particulières. Je propose d'adopter la solution suivante: mes mots désignant les personnes "élève" et "professeur" ne seront utilisés que dans le cadre *didactique*, dans les autres niveaux, ces places seront caractérisées par l'initiale des systèmes correspondants: E, P, et par un qualificatif.
- Il est clair que les niveaux strictement négatifs correspondent aux niveaux a-didactique, alors que le niveau zéro est le niveau didactique; comment pourrait-on qualifier les niveaux strictement positifs?

### 2.3 Une structuration du milieu complétée

Ces questions m'ont conduit à donner la réponse suivante<sup>5</sup>:

( $M_{n+1}=S_n$ ,  $S_n=\{M_n, E_n, P_n\}$ ).

<sup>5</sup>Ce modèle est légèrement différent, dans les qualificatifs utilisés, (pour E-2, S-2, M-1, j'ai repris un vocabulaire plus proche de celui de Brousseau) de celui qui se trouve dans Margolinas et Steinbring 1993.

M-3: M-matériel	E-3: E-objectif		S-3: situation objective	a-
M-2: M-objectif	E-2: E-agissant		S-2: situation de référence	di
M-1: M-de référence	E-1: E-apprenant	P-1: P-observateur	S-1: situation d'apprentissage	dac
<b>M0: M-d'apprentissage</b>	<b>E0: Elève</b>	<b>P0: Professeur</b>	<b>S0: situation didactique</b>	ti
M1: M-didactique	E1: E-réflexif	P1: P-projeteur	S1: situation de projet	que
M2: M-de projet		P2: P-constructeur	S2: situation de construction	sur
M3: M-de construction		P3: P-noosphérien	S3: situation noosphérique	di
				dac
				ti
				que
				e

Cette présentation appelle quelques commentaires:

- Je qualifie ici de "sur-didactique" les niveaux positifs, plutôt que de "méta-didactique" qui aurait pu être proposé. En effet, pour tout niveau n, le niveau n+1 est méta (méta (n) = n+1), si l'on considère que: «l'on adjoint ce préfixe à des activités cognitives pour nommer la forme que revêtent ces activités lorsqu'elles se prennent elles-mêmes pour objet<sup>6</sup>», ce qui est très exactement le cas.
- Il ne s'agit pas d'une description de situations temporellement successives, mais *positions* que les sujets peuvent prendre, de façon effective ou intériorisée, *dans le temps de la situation didactique* (même si l'on peut considérer que certaines phases d'une situation didactique (dont le temps n'est pas nécessairement réduit à une "leçon" en classe) sont plus ou moins caractérisées par des situations de niveaux différents).
- La notion de "position" peut être complétée par celle de "point de vue": comme dans un véritable oignon<sup>7</sup>, les niveaux sont translucides, et le point de vue de E-3, par exemple, va rendre tout à fait opaque la position E1, alors qu'il aperçoit la position E-2.

### 3 Une analyse a posteriori

#### 3.1 Pourquoi l'analyse a posteriori?

Même dans le cas d'une situation expérimentale décrite à l'avance, nous avons besoin de moyens spécifiques pour décrire (et donc obtenir un modèle) la situation observée, confrontée à la contingence. Cette description, dont nous cherchons les moyens, permettrait en effet une analyse a priori de la situation ainsi reconstruite, et donc une interprétation des phénomènes rencontrés (en confrontation avec l'analyse a priori de la situation prévue quand celle-ci peut-être obtenue<sup>8</sup>).

<sup>6</sup>BOUFFARTIGUE Jean et DELRIEU Anne-Marie, 1981, *Trésors des racines grecques*, ed Belin, p. 72.

<sup>7</sup>Et même dans un poireau, petit clin d'oeil à l'humour de Carmen Chamorro!

<sup>8</sup>La confrontation des analyses a priori (objets de même nature) me semblant toujours préférable.



### 3.2 Une situation très ordinaire

Je vais illustrer ce qui a été présenté précédemment en détaillant les étapes et les choix sur une situation très ordinaire qui comprend deux leçons qui se succèdent<sup>9</sup>.

On se trouve ici dans le cas d'une observation, pour laquelle nous voulons construire un modèle qui permette une analyse a priori, analyse qui permettra ensuite un retour sur l'observation. Dans le cadre des théories que nous utilisons, nous avons besoin de déterminer une *question* posée à l'élève (aux élèves). Dans le cadre d'une observation ordinaire, ces questions ne sont pas toujours formulées explicitement comme dans une "consigne" ou un "exercice", il faut souvent les reconstruire, comme c'est le cas ici.

Dans l'épisode intitulé "Le dernier zéro, est-il nécessaire?", on peut formuler ainsi la question 1 (intervention 5 et 6):

*Question 1*: Est-ce qu'un zéro manque ici?

$$\begin{array}{r} 3, 4 5 8 \\ 0, 9 7 1 5 \\ \hline 1 2, 4 7 \end{array}$$

Mais, juste avant la fin de la leçon, surgit une autre question: *Question 2*: Est-ce que le nombre 3,4580 est plus grand que le nombre 3,458?

Dans l'épisode suivant, intitulé "Que signifie le zéro à la fin?", le professeur commence par faire revivre aux élèves les conditions du débat, en prenant comme exemple l'addition suivante:

$$\begin{array}{r} 2, 3 7 \\ 1 3, 7 3 1 \\ \hline 0, 2 \end{array}$$

puis il pose la *question 3*: Supposons qu'il s'agisse de distances mesurées en kilomètres: trois élèves doivent mesurer le chemin jusqu'à l'école, ils se sont partagé le travail. Que signifient les nombres 1,3731; 2,37 et 0,2 en kilomètres et mètres? (interventions 22, 24, 26 et 30). La question se focalise rapidement sur l'interprétation de 2,37 (*question 3bis*).

Analysons la situation relative à cette dernière question. Pour mieux comprendre le phénomène relatif à cette situation, nous partirons de l'analyse des niveaux positifs (3, 2, 1, 0) pour montrer la situation didactique telle qu'elle est conçue par le professeur. La "descente" dans les niveaux s'explique par le fait que nous voulons caractériser S0 comme étant égal à M1, il nous fait donc d'abord construire les situations Sn+1 pour obtenir les milieux Mn (n>0).

M3: M-de construction		P3: P-noosphérien	S3: situation noosphérienne
-----------------------	--	-------------------	-----------------------------

D'après le protocole précédent, on peut considérer que S3 (situation noosphérienne) comprend les règles suivantes: "faire des mathématiques, ce n'est pas appliquer des règles", "les élèves doivent s'exprimer et

<sup>9</sup>Le protocole complet de la première leçon se trouve dans Margolinas et Steinbring 1993, celui de la deuxième dans Steinbring 1993.

comprendre“. Le milieu M3 (milieu de construction) comprend ici l'assertion mathématique: “un nombre décimal n'est pas plus grand quand on rajoute des zéros à droite après la virgule“.

M2: M-de projet		P2: P-constructeur	S2: situation de construction
-----------------	--	--------------------	-------------------------------

S2 = M3, la situation de construction est donc ici "faire comprendre aux élèves que le nombre décimal n'est pas plus grand quand on rajoute des zéros à droite après la virgule". P2 (P-constructeur) doit donc construire un mode d'intervention didactique correspondant. Le milieu M2 (milieu de projet) correspondant va inclure les connaissances du maître sur les modes de présentation de cette question. Nous pouvons dire que ce milieu comprend au moins les situations que P2 connaît dans le contexte de mesure des longueurs en mètres et kilomètres. L'interaction de P2 avec M2 aboutit ici à la situation didactique suivante: reprendre l'addition de trois nombres décimaux analogues à ceux rencontrés dans la leçon précédent dans le cadre de la mesure des longueurs en mètres et kilomètres.

M1: M-didactique		P1: P-projeteur	S1: situation de projet
------------------	--	-----------------	-------------------------

S1=M2, la situation de projet est donc ici "de faire accepter aux élèves la validité de la règle de rajout des zéros en s'appuyant sur les mesures de longueurs en mètres et en kilomètres". P1 (P-projeteur) analyse, au préalable et dans l'instant, l'impact de la situation construite, le milieu M1 (milieu didactique) avec lequel il interagit est celui des réactions des élèves qu'il observe en situation S0 ou bien qu'il a observé dans des situations qu'il estime similaires (ou dont il connaît un compte rendu fait par d'autres).

M0: M-d'apprentissage	E0: élève	P0: Professeur	S0: situation didactique
-----------------------	-----------	----------------	--------------------------

Vu du point de vue de l'enseignant, on obtient donc la situation didactique suivante: S0 (=M1): E0 interprète les écritures des nombres en terme de mesure pour les comparer, P0 contrôle une phase de conclusion sur la validité de la règle de rajout des zéros.

Reconstruisons maintenant la situation crée par la question 3bis, du point de vue de l'élève, c'est-à-dire en remontant les niveaux de -3 à 0.

M-3: M-matériel	E-3: E-objectif		S-3: situation objective
-----------------	-----------------	--	--------------------------

Dans le milieu matériel M-3, doivent se trouver les éléments nécessaire pour entrer dans la question, ici ces éléments sont évoqués: chemin, mesure des portions de chemin en kilomètre.E-3: E-objectif est également évoqué, il s'agit d'un des enfants fictifs. Pour décrire la situation objective, il faut garder à l'esprit qu'il s'agit d'une situation non finalisée, dans laquelle il n'y a pas d'enjeu, S-3 (situation objective): E mesure des portions de chemin et écrit les nombres obtenus en kilomètres. On remarque que la situation objective obtenue ici ne correspond à aucune pratique familière des élèves (ni à aucune pratique sociale d'ailleurs)<sup>10</sup>.

M-2: M-objectif	E-2: E-agissant		S-2: situation de référence
-----------------	-----------------	--	-----------------------------

On a M-2=S-3: (1,3131 km; 2,37 km; 0,2 km) nombres obtenus comme portions de chemin. Pour décrire S-2, situation de référence, il faut trouver un enjeu dont la conclusion puisse être obtenue dans l'interaction de E-agissant avec le milieu objectif. Mais on ne peut pas trouver d'enjeu pour S-2 qui soit différent de celui de S0: E

<sup>10</sup>Michèle Artigue a fait la remarque au séminaire national qu'il s'agit ici d'une situation particulièrement "tordue"; ne s'agit-il pas au contraire d'une réalisation didactique extrêmement banale et fréquente?

interprète les écritures des nombres en terme de mesure pour les comparer. Ce résultat ne peut faire l'objet d'une validation (ni milieu objectif pour la conclusion, ni critère de validité).

C'est pourquoi on est obligé d'admettre ici l'absence de situations S-2 et (a fortiori) S-1, c'est-à-dire l'absence de situation a-didactique. Ce résultat rejoint celui de Steinbring (1993): le professeur doit "forcer" une situation didactique qui ne s'appuie sur rien.

Du point de vue de l'analyse a priori, quel que soit l'aspect apparent de l'interaction, il s'agit d'un cours formel, dans la mesure où S0 ne peut s'appuyer sur des situations qui lui donne du sens que dans les niveaux positifs, c'est-à-dire pour le maître.

L'analyse a posteriori du protocole confirme cette analyse: l'interprétation de 2,37 est donnée aussi bien comme 2km 37m que comme 2km 370 m, une interaction typique de la séance est la suivante:

- 55 Michael: Alors moi je pense que deux kilomètres et trente-sept mètres, c'est juste.  
 56 P: Et pourquoi?  
 57 Michael: Difficile à justifier.  
 58 P: Mmm...  
 59 E: Il n'y a pas de raison pour ça.  
 60 P: C'est simplement d'après ton intuition. Ergin?  
 61 Ergin: Trois cent soixante-dix mètres.  
 62 P: Alors, c'est bien quelque chose comme ça qui est juste, c'est là où je voulais en venir aussi<sup>11</sup>.

Michael ne peut s'appuyer sur aucune situation a-didactique pour s'exprimer, la situation de validation de la règle de rajout des zéros ne peut avoir lieu. L'intervention 62 correspond au début de la phase d'évaluation, dans laquelle le professeur va s'appuyer sur élèves proposant la bonne réponse.

## Conclusion

Une méthode d'analyse a posteriori a été esquissée ici, je ne prétends pas avoir montré son intérêt la voie à suivre est maintenant nettement tracée: faire fonctionner cette méthode (sans plus la décrire en détail) sur des réalisations didactiques dans lesquelles elle pourra apporter des résultats nouveaux<sup>12</sup>.

De nombreuses questions sur le modèle lui-même se posent encore, en particulier:

- Les positions  $E_n$  ( $n > 1$ ) et  $P_n$  ( $n < 1$ ) ne sont pas définies, s'agit-il d'un théorème? Comment le prouver?<sup>13</sup>
- Quels sont les répertoires et les fonctionnements relatifs à chaque situation? Quelles sont les contraintes (en particulier les contraintes minimales) exercées d'un niveau sur un autre?<sup>14</sup>

<sup>11</sup>La phrase originale est : "Du willst also auf das richtige, auf eins hinaus, wo ich auch drauf hinaus möchte..."

<sup>12</sup>Je pense que tel est le cas dans Margolinas 1994 (à paraître dans les actes du séminaire de Grenoble) où j'analyse un protocole relatif à une leçon de Marc Legrand (Di Martino, atelier de la 7e école d'été), et dans Comiti, Grenier, Margolinas 1994 (à paraître dans les actes du colloque du GR des 11 et 12 Décembre 1994).

<sup>13</sup>Question de Jean Philippe Drouhard.

<sup>14</sup>Questions de Guy Brousseau

- Comment interpréter les connaissances et les savoirs avec ce schéma? S'agit-il d'une nouvelle "colonne" à ajouter? Sont-ils compris dans les positions E- et P-? Peut-on affiner les relations entre savoirs et connaissances à l'aide de ce modèle?<sup>15</sup>

## Bibliographie

- BROUSSEAU Guy, 1986a, Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol 7 n°2 pp. 33-115, ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.
- BROUSSEAU Guy, 1986b, La relation didactique: le milieu, *Actes de la 4e école d'été de didactique des mathématiques*, pp. 54-68, ed IREM de Paris 7.
- BROUSSEAU Guy, 1990, Le contrat didactique: le milieu, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol 9 n°3 pp. 309-336, ed. La Pensée Sauvage, Grenoble
- BROUSSEAU Guy, CENTENO Julia, 1991, Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol 11 n°2.3 pp. 167-210, ed. La Pensée Sauvage, Grenoble
- CHEVALLARD Yves, 1989, Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel, *Séminaire de Didactique des mathématiques et de l'informatique*, n°108, LSD-IMAG, Grenoble.
- MARGOLINAS Claire, 1992, Eléments pour l'analyse du rôle du maître: les phases de conclusion , *Recherches en Didactique des Mathématiques vol 12 n°1*, ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.
- MARGOLINAS Claire, 1993, *De l'importance du vrai et le faux dans la classe de mathématiques*, 255p., ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.
- MARGOLINAS Claire, STEINBRING Heinz, 1993, Double analyse d'un épisode: cercle épistémologique et structuration du milieu, in ARTIGUE Michèle et coll. eds, 1993, *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, pp. 250-257, ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.
- PERRIN-GLORIAN Marie-Jeanne, 1993, Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes "faibles", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol 13 n°1.2 pp. 5-118, ed. La Pensée Sauvage, Grenoble.
- RATSIMBA-RAJOHN Harrison, 1981, *Etude de deux méthodes de mesures rationnelles: la commensuration et le fractionnement de l'unité, en vue d'élaboration de situations didactiques*, Thèse de 3e cycle, Université de Bordeaux I.

---

<sup>15</sup>Discussion en cours avec André Rouchier et Heinz Steinbring.

## Annexe 1 Schémas du milieu extrait de Brousseau 1986b

