



**HAL**  
open science

## Conception sémiotique de l'ostension didactique.

Sophie Gobert

► **To cite this version:**

Sophie Gobert. Conception sémiotique de l'ostension didactique.. Recherches en Didactique des Mathématiques, 2012, 32 (2.3), pp.333-360. halshs-01020857

**HAL Id: halshs-01020857**

**<https://shs.hal.science/halshs-01020857>**

Submitted on 6 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## CONCEPTION SEMIOTIQUE DE L'OSTENSION DIDACTIQUE

Sophie Gobert\*

### SEMIOTIC CONCEPTION OF DIDACTIC OSTENSION

**Abstract** – Ostension is a common mode of communication based on a consensus, tacit or explicit, that links the things shown and the object at stake in the communication process (Eco, 1992). Different views of ostension have been developed through research in didactics conducted under the theory of didactic situations (Brousseau, 1998), studying the evolution of didactic situations in instruction. The role of signs in didactic transposition has also been studied through the notion of ostensives in the anthropological theory of didactics (Bosch & Chevallard, 1999). Our approach follows these research studies in a different way, retaining a semiotic view of ostension based on the links between icon, index, and symbol proposed by Peirce and interpreted by Conne (2008) in the field of research in didactics. Our work permits us to characterize didactic ostension as ostension of an object of knowledge for which the consensus must be explicit in the didactic situation. This need is a consequence of the symbolic character of language, and of the specific examples produced in this kind of communication. Thus the thesis of this article is that didactic ostension is itself a symbolic sign of the didactic transposition process.

**Key words:** ostension, demonstration, sign, index, icon, symbol, didactic situation, mathematics teaching.

### CONCEPCIÓN SEMIÓTICA DE LA OSTENSIÓN DIDÁCTICA

**Resumen** – La ostensión es un "modo habitual de comunicación en base a un consenso, tácito o implícito", que liga cosas exhibidas y el objeto en juego dentro del proceso de comunicación (Eco, 1992). Su estudio en didáctica a dado pie a diferentes concepciones con respecto a cuestiones teóricas relacionadas con el estudio de situaciones en la Teoría de Situaciones Didácticas (Brousseau, 1998) y el papel de los ostensivos en el proceso de transposición didáctica en la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Bosch y Chevallard, 1999). Nosotros continuamos con el trabajo iniciado, desarrollando una concepción semiótica de la ostensión en una perspectiva didáctica basada en la distinción entre ícono, índice y símbolo introducido por Peirce y de la lectura que se hace a través de Conne en educación matemática (Conne, 2008). Nuestro trabajo nos lleva a caracterizar la ostensión didáctica como un objeto de saber, para el cual la explicitación del consenso está limitada por el carácter simbólico del lenguaje y de los ejemplos que se

---

\* CREN – Université de Nantes ; sophie.gobert@univ-nantes.fr

producen en esta forma de comunicación. Así, la ostensión didáctica en sí misma es un signo simbólico del proceso de transposición didáctica.

**Palabras-claves:** ostensión, exhibición, signo, índice, ícono, símbolo, situación didáctica, enseñanza de las matemáticas.

#### RÉSUMÉ

L'ostension est une forme courante de communication basée sur « une forme de consensus tacite ou explicite » liant les choses montrées à l'enjeu de la communication (Eco 1992). Son étude en didactique a donné lieu à différentes conceptions au regard de problèmes théoriques liés à l'étude des situations en Théorie des Situations Didactiques (Brousseau 1998) et au rôle des ostensifs dans le processus de transposition didactique en Théorie Anthropologique du Didactique (Bosch & Chevallard 1999). Nous poursuivons les travaux engagés en développant une conception sémiotique de l'ostension dans une perspective didactique basée sur les distinctions icône, indice et symbole introduites par Peirce et la lecture qui en est faite par Conne en didactique des mathématiques (Conne 2008). Notre travail amène alors à caractériser l'ostension didactique comme une ostension d'un objet de savoir pour laquelle l'explicitation du consensus est contrainte par le caractère symbolique du langage et des exemples produits dans cette forme de communication. De sorte que l'ostension didactique est elle-même un signe symbolique du processus de transposition didactique.

**Mots-Clés :** ostension, monstration, signe, indice, icône, symbole, situation didactique, enseignement des mathématiques

## INTRODUCTION

Les didacticiens des mathématiques s'intéressent à l'ostension depuis le début de l'élaboration de ce champ de recherche. Un certain nombre de travaux ont permis de faire avancer la prise en charge théorique de ce concept selon deux axes. Les recherches en Théorie des Situations Didactiques<sup>1</sup> ont progressivement construit des schémas de l'ostension correspondant à la réalité de nombreuses observations de classes, aboutissant à la construction du concept d'ostension comme *phénomène* didactique (Berthelot & Salin 1992, Fregona 1995, Brousseau 1995). Dans une autre perspective, les recherches en Théorie Anthropologique du Didactique<sup>2</sup> ont accordé une grande importance aux signes constitutifs des savoirs et des pratiques mathématiciennes savantes et scolaires, permettant de focaliser l'attention sur le rôle des signes dans le processus de transposition didactique (Bosch 1994, Bosch & Chevallard 1999). Dans ces deux cas le concept d'ostension apparaît comme réponse à un problème posé aux théories : pour la TSD, il s'agit de formaliser les paradoxes du contrat didactique inhérents au paradigme d'apprentissage par adaptation ; pour la TAD il s'agit de formaliser l'usage des ostensifs comme outils de l'action mathématique dans l'activité du professeur et des élèves pour la construction des praxéologies mathématiques scolaires. Des travaux plus récents tentent d'articuler les deux problèmes par une théorisation de la « mémoire didactique ostensive dans la constitution d'un milieu d'apprentissage » (Matheron & Salin 2002) amenant à reconsidérer *le rôle de l'ostension dans les processus didactiques*. Nous poursuivons un nouvel examen de cette problématique dans une perspective qui tente de lier analyse sémiotique et analyse didactique.

Concernant notre matériau d'étude, l'attention est portée aux ostensions présentes au sein des échanges didactiques dont l'intention est de fixer (provisoirement) une interprétation du savoir en jeu : l'explicitation d'une règle, d'une définition, d'une propriété, d'une technique, d'un discours méta. Au niveau de l'enseignement cela correspond à la production des traces écrites ou orales constitutives des cahiers de leçon des élèves, des affichages de référence réalisés dans la classe ou de leur équivalent oral.

---

<sup>1</sup> Notée TSD par la suite.

<sup>2</sup> Notée TAD par la suite.

Concernant nos outils d'analyse pour l'étude, la conception sémiotique développée dans ce texte s'appuie sur la définition du signe selon Peirce :

[...] un signe ou *représentamen*, est quelque chose [1] qui tient lieu pour quelqu'un [3] de quelque chose [2] sous quelque rapport ou à quelque titre. Il s'adresse à quelqu'un c'est-à-dire qu'il crée dans l'esprit de cette personne un signe équivalent ou peut-être un signe plus développé. Ce signe qu'il crée, je l'appelle interprétant du premier signe. Ce signe tient lieu de quelque chose : de son objet (Peirce, C.P. 2.228, traduit par Fiset 1993, p.10).

Les signes de l'ostension didactique tiennent lieu de quelque chose : un objet de savoir<sup>3</sup> projeté sur la réalité d'une classe. La thèse développée dans l'article est alors la suivante : l'ostension didactique, considérée comme *un procédé de production de signes d'un objet de savoir en jeu dans une situation didactique, est elle-même signe d'un objet de savoir dans le processus de transposition didactique*.

Par ailleurs, nous nous appuyons sur les travaux de compréhension et d'interprétation de cette conception dans le cadre de la didactique des mathématiques (Conne, 2008) à partir de ce qu'elle permet de comprendre des distinctions faites par Peirce entre icône, indice et symbole :

Si le signe tient pour son objet, cela n'implique pas pour autant que ce dernier serait déjà totalement connu. Au contraire, c'est par le signe que nous connaissons mieux l'objet, au travers des enchaînements de ses interprétants ou sémioses. Si l'objet est connaissable c'est parce que ces sémioses ne sont pas libres mais contraintes par l'objet lui-même. De ce point de vue, **la relation qu'entretient un signe à son objet** est quelque chose de crucial pour toute personne qui s'intéresse aux développements sémiotiques. Cette relation **se décline sur trois modes : les relations iconique, indicielle et symbolique** [...] (Conne 2008, p.224 , souligné en gras par nous)

Ces trois modes de relation du signe à son objet permettent de caractériser *l'ostension didactique comme une ostension dont les indices, et les icônes sur lesquelles ils s'appuient, maintiennent le renvoi symbolique à l'objet de savoir, c'est-à-dire préservent leur rôle de signes symboliques*.

---

<sup>3</sup> Nous utilisons cette expression assez vague « objet de savoir » pour permettre de renvoyer à différentes strates d'une sphère épistémique, didactique ou cognitive liée à une notion ou un objet mathématique, dans un contexte social, culturel et institutionnel donné. L'objet de savoir n'est jamais appréhendable qu'en contexte, au regard d'interprétations du sujet qui s'y intéresse.

Ainsi, nos recherches visent à lier les phénomènes sémiotiques aux phénomènes didactiques, pour construire un regard théorique et pragmatique sur cette forme de communication dans le cadre scolaire, qui ne la rende ni paradoxale dans l'étude des situations, ni opaque aux traitements didactiques qu'un enseignant peut en faire dans la construction du texte du savoir.

Le mouvement auquel nous convions le lecteur dans ce texte-ci s'organise selon deux plans d'analyse : le premier, développé au cours des trois premières parties, correspond à l'étude du fonctionnement sémiotique de l'ostension didactique. A partir de la définition de l'ostension donnée par Eco (1992) trois caractéristiques sont dégagées permettant de distinguer l'ostension de la monstration puis de spécifier l'ostension didactique comme ostension particulière. Nous précisons alors des contraintes portant sur le langage et les exemples utilisés dans ce procédé pour cerner le caractère symbolique de l'ostension didactique dans le processus de transposition didactique. Le second plan, développé au cours de la quatrième partie, correspond à une relecture de l'évolution du concept d'ostension au sein de la TSD, de manière à clarifier diverses représentations ayant marquées son histoire, et amorcer un second mouvement d'étude (Gobert, en révision), où l'ostension didactique ne sera plus étudiée comme un procédé, mais comme un processus, nécessaire à la dynamique des processus de dévolution et d'institutionnalisation.

## L'OSTENSION DIDACTIQUE

### **1. L'ostension n'est pas une monstration**

L'ostension est un phénomène inhérent à tout système de communication dans lequel l'enjeu de l'échange est absent, soit qu'il est virtuel, soit qu'il est éloigné géographiquement, soit qu'il est caché, plus largement inaccessible au sens propre ou figuré. Forme particulière de production de signes, Eco en donne la définition suivante (Eco, 1992):

L'ostension a lieu quand un objet ou un événement donné, produit de la nature ou de l'action humaine (intentionnellement ou inintentionnellement), fait parmi les faits, est « sélectionné » par un individu et désigné pour exprimer la classe dont il est membre. L'ostension représente le premier niveau de la signification active, et c'est la première convention employée par deux personnes qui ne connaissent pas la même langue. [...] Notons que lorsqu'on veut s'exprimer par ostension, une forme de consensus tacite ou explicite doit avoir établi le niveau de pertinence à considérer. (Eco 1992, p.79).

La définition de Eco lie trois éléments :

- i. une chose,
- ii. un ensemble auquel cette chose appartient, ensemble de choses pouvant être très différentes les unes des autres mais possédant en commun une propriété caractérisant alors l'ensemble,
- iii. un « consensus » qui permet de lire l'appartenance de cette chose à cet ensemble.

Dans les situations de communication courantes « c'est parce que le réel a la structure d'un signe que nous pouvons, par simple ostension d'une chose réelle, produire un signe » (Everaert-Desmedt, 1990, p46).

Ainsi, nous pouvons montrer un pot de peinture « réel » comme « signe » d'un pot de peinture. A la question « Que dois-je acheter ? », nous pouvons répondre « ceci » en montrant un pot de peinture réel. Le pot de peinture montré devient un référent qui renvoie à l'objet immédiat : pot de peinture type. L'interprétant est la référence à toute la classe des pots de peinture, classe plus ou moins large selon les circonstances exactes de la communication-interprétation : celle des pots de peinture en général, sans restriction, ou une classe plus restreinte des pots de peinture de telle marque, et/ou de telle couleur, et/ou de telle contenance. (Everaert-Desmedt 1990, p.46)

Comme le précise Eco, « une forme de consensus tacite ou explicite doit avoir établi le niveau de pertinence à considérer ». Par conséquent l'usage d'ostensifs et de déictiques<sup>4</sup> est contraint par un cadre d'énonciation défini par une habitude, une convention, une règle, une loi « déjà là ». C'est ce consensus, cette habitude, qui spécifie l'ostension au regard d'une simple monstration. Dans les situations courantes, le consensus reste le plus souvent implicite, encapsulé dans les habitudes, permettant une certaine efficacité de la communication.

Lorsque le consensus fait défaut, rien ne garantit que ce qui est montré soit interprété comme élément d'un ensemble plus large possédant la propriété visée par l'ostension<sup>5</sup>. Cette non garantie est souvent illustrée par le proverbe de Confucius : « Quand le sage montre la lune, le fou regarde le doigt »<sup>6</sup>. Or ce proverbe illustre

---

<sup>4</sup> Les déictiques sont des termes du discours dont le sens est lié entièrement à la situation d'énonciation, ils ne peuvent être compris que lorsque la situation est connue. Par exemple, « là-bas », « celui-ci », « voici », « je » et autres pronoms ou adverbes de temps et de lieu.

<sup>5</sup> Ceci ne signifie par pour autant que lorsque le consensus est explicite l'interprétation atteigne la visée de l'ostension.

<sup>6</sup> Il existe plusieurs traductions où « le fou » est un « idiot » ou un « imbécile ».

l'absence de consensus. En effet, si le sage a interpellé le fou et se positionne le doigt levé, rien n'indique un lien entre la lune et ce positionnement corporel, la posture invitant alors à regarder le doigt. Si le sage a accompagné son geste d'un « regarde la lune », il n'est pas certain que le fou s'occupe du doigt s'il sait que la lune est quelque chose dans le ciel. Mais alors, pourquoi le doigt du sage est-il nécessaire pour accompagner son exclamation ? Parce que le ciel est vaste et la lune jamais au même endroit chaque jour. Il faut la situer dans l'immensité. Le doigt, ou l'ensemble du bras tendu, est nécessaire pour indiquer une direction afin de situer approximativement une région du ciel dans laquelle la lune se trouve. Le doigt est un instrument de monstration pour situer la lune, enjeu de la monstration. « Regarde la lune » est l'intention portée par l'ostension. Et celle-ci peut fonctionner par habitude de regarder la lune dans le ciel, car « l'habitude fige provisoirement le renvoi infini d'un signe à d'autres signes, permettant à des interlocuteurs de se mettre rapidement d'accord sur la réalité dans un contexte donné de communication. » (Everaert-Desmedt 1990, p.42).

Qu'en est-il de l'habitude, lorsque le professeur use d'ostensifs (le doigt) pour donner à voir quelque chose d'un objet de savoir (la lune) ? Comment le consensus peut-il être un « déjà-là » ? Et s'il est en construction, si la trajectoire d'une situation vise la recherche d'un consensus, comment peut fonctionner l'ostension sans se réduire à une monstration ? Dans ce texte-ci, nous limitons l'étude à la considération des propriétés sémiotiques de l'explicitation du consensus qui lui confèrent un caractère symbolique dans le processus de transposition. L'étude de la nécessité de cette explicitation en situation didactique est travaillée dans le second mouvement (Gobert, en révision).

## **2. L'ostension didactique, cas particulier d'ostension**

En situation didactique, l'enseignant et les élèves usent également, à leur insu ou non, de cette forme de communication relativement à différents objets de communication. Nous cernons parmi toutes les ostensions présentes dans les échanges entre les élèves et le professeur, celles qui portent sur l'objet de savoir porté par l'intention didactique.

Car toutes les ostensions ne portent pas sur l'objet de savoir. Prenons par exemple un extrait de la situation de l'agrandissement du puzzle dans sa partie inaugurale (Brousseau 1981). Lorsque le professeur dit à ces élèves « voici un puzzle », il s'agit d'une ostension au sens courant, le consensus porte sur ce qu'est un puzzle. Le puzzle montré fonctionne comme un signe non relié à l'objet de

savoir de la situation, il sert à préciser un élément du milieu matériel sur lequel vont s'exercer les actions des élèves. De même quand il montre sur un exemple ce que signifie qu'un segment de longueur de quatre centimètres doit correspondre à un segment de longueur sept centimètres, le maître précise une contrainte à la tâche d'agrandissement du même puzzle. Le consensus porte sur ce qu'est un segment, une longueur de segment, et un travail de reproduction, mais ne pointe pas l'objet de savoir. En revanche il s'agit bien d'un tel pointage lorsque le professeur travaille à l'établissement d'une fenêtre sur l'objet de savoir de la situation d'apprentissage quand il reformule, suite aux travaux des élèves, qu'en ajoutant trois centimètres à chacune des longueurs la reproduction effectuée ne convient pas (et par suite qu'une transformation additive n'est pas le bon modèle mathématique pour l'agrandissement), ou lorsqu'il institutionnalise que l'agrandissement d'une forme correspond à une transformation multiplicative des mesures de longueurs. Il s'agit d'établir avec les élèves un nouveau consensus lié à l'objet de savoir en jeu dans la situation, dont le professeur vise qu'il se constituera en habitude pour la suite des apprentissages.

Ainsi, si le professeur use régulièrement d'ostensions pour lesquelles le consensus est plus ou moins caché par les habitudes, celles-ci ne portent pas toujours sur l'objet de savoir en jeu dans la situation didactique. Focalisant notre attention sur la production de fragments de savoir, nous considérons alors les ostensions relatives à ces fragments, qualifiées d'ostensions didactiques.

Les parties II et III invitent le lecteur à considérer comment le point de vue sémiotique outillé de la distinction icône, indice, symbole permet de problématiser les choix relatifs aux indices dans l'explicitation du consensus (condition iii de la définition de Eco) et aux indices pour faire exemples (conditions i et ii de la définition). Nous y cheminerons avec un même exemple, de manière à bien marquer les caractéristiques sémiotiques de l'ostension didactique. Dans une classe de CE2, en janvier 2011, une enseignante énonce à propos de la lecture des nombres à quatre chiffres : « pour lire un nombre de quatre chiffres [les élèves n'ont pas encore travaillé avec des nombres plus grands] il faut séparer le premier chiffre des trois derniers pour pouvoir bien dire les mille ; par exemple 9534, on le réécrit avec un espace après le chiffre des mille « 9 534 » et on peut lire neuf mille cinq cent trente quatre.»<sup>7</sup>

---

<sup>7</sup> Il n'est pas question ici de promouvoir cette ostension. Si nous avions à travailler avec des élèves sur la lecture des grands nombres, les textes promus seraient bien différents. Nous choisissons volontairement de travailler sur *ce*

Il s'agit bien d'une ostension, *a priori*, puisque la réécriture de 9534 en 9 534 est choisie comme représentante de la transformation de toutes les écritures chiffrées des nombres à quatre chiffres de manière à pouvoir les lire. Le consensus est explicité par la formulation suivante : « on le réécrit avec un espace après le chiffre des mille ». Le signe d'espacement des chiffres pour la lecture des nombres à quatre chiffres est alors un signe indiciel de l'objet de savoir :

*Un signe indiciel prête à son objet sa présence – ou une de ses occurrences – comme signal – un fait attire notre attention ou une simple intuition nous traverse l'esprit. [...] Le signe indiciel parce qu'il a été affecté par son objet nous en assure l'existence. (Conne 2008, p.225).*

Entrons dans une analyse permettant de mieux cerner le lien entre icône, indice, symbole imposant pour l'ostension didactique des contraintes sur le choix des indices (partie II) et sur le choix des icônes sur lesquelles s'appuient ces indices (partie III), pour garantir le rôle symbolique des signes de l'ostension.

#### CHOIX DES INDICES DANS L'EXPLICITATION DU CONSENSUS – LIAISON INDICE/SYMBOLE

Cette partie revisite d'un point de vue sémiotique ce que nous connaissons par ailleurs sur les « prises d'indices logiques » qu'effectuent les élèves, pour ensuite revenir à la logique du savoir, et préciser alors une contrainte sur l'explicitation du consensus : le nécessaire renvoi symbolique à l'objet de savoir.

##### **1. Des prises d'indices logiques du côté des élèves**

Reprenons : l'enseignante énonce une règle de manipulation de signes graphiques pour la lecture des nombres de quatre chiffres, en l'illustrant par un exemple. Pour la plupart des élèves cet énoncé suffit à leurs actions, ils en usent de manière correcte pour lire les nombres à quatre chiffres. Mais confrontés à des écritures différentes,

---

texte et de rester dans *le* contexte d'énonciation proposé par l'enseignante. Ce positionnement semble en effet adapté pour éclairer les outils de l'analyse sémiotique et ce qu'ils permettent de saisir de notre problématique. Nous ne questionnerons donc pas ici les choix didactiques du professeur de restreindre la question de la lecture des grands nombres aux nombres à *quatre* chiffres, ni de faire référence à la structure spatiale de l'écriture par l'usage de marqueurs langagiers comme « avant », « après », « premier », « dernier », ni même l'ellipse « chiffre des milles » pour « chiffre des unités de mille ».

des nombres de cinq chiffres ou plus, que pourront-ils inférer de cette connaissance pour aller au-delà de l'énoncé et agir dans une situation nouvelle ? Au cours d'un entretien individuel, nous avons proposé à une élève d'essayer de lire l'écriture « 15376 ». Concernant les écritures de nombres à quatre chiffres, cette élève les transforme en plaçant un espace entre les chiffres comme l'enseignante l'a indiqué, et produit les lectures attendues. Que produit cette élève pour la lecture de « 15376 » ? Elle écrit « 1 5376 » en expliquant qu'il faut « mettre un espace après le premier chiffre » puis lit « mille cinq cent trente sept ... ». Elle se rend compte que quelque chose ne va pas, annonce « c'est pas ça » et reste dubitative, sans rien produire de plus. Pourtant l'élève a bien accompagné sa manipulation des chiffres du même langage et du même signe d'espacement que celui utilisé par l'enseignante pour dire la règle de lecture des nombres. Même langage *ou presque* ; car l'élève a mis un espace « après le premier chiffre » et non pas « après le chiffre des mille » comme l'avait précisé l'enseignante. Cette réinterprétation de l'élève est légitime pour au moins deux raisons : d'une part, les deux expressions sont synonymes dans le cas des nombres à quatre chiffres, elles renvoient à la même chose. D'autre part, n'ayant pas fréquenté les écritures chiffrées (ni les mots) des nombres plus grands que 9999, l'élève peut ne pas repérer le chiffre des mille dans l'écriture 15376. Ainsi « après le premier chiffre » est pris comme indice de savoir par cette élève, car « après le chiffre des mille » ne peut jouer ce rôle sans renvoyer à une expérience déjà là d'un domaine numérique plus large. Même si dans la réalité d'une classe beaucoup d'élèves savent déjà ce que l'enseignant cherche à leur faire savoir, nous ne pouvons raisonnablement bâtir nos analyses sur ce fait, qui rendrait caduque tout un pan des investigations didactiques. Ce que nous cherchons à montrer ici est que l'élève, celle-ci ou une autre, acceptant de jouer le jeu de l'enseignante, ne peut faire autrement que de prendre pour indice de savoir le signe d'espacement « après le premier chiffre ». Or cet indice, dans le cas de l'écriture 15376, ne fournit rien d'autre que l'image 1 5376 qui ne correspond à rien de connu de l'élève, si ce n'est un retour au problème initial par l'apparition dans 15376 d'un autre nombre à quatre chiffres 5376. Elle pourrait lire 15376 « un cinq mille trois cent soixante seize », mais visiblement ne s'engage pas dans cette voie. Sans doute dispose-t-elle par ailleurs d'autres connaissances ne l'y incitant pas. Le travail de recherche de l'élève est bloqué et rien dans l'énoncé formulé par l'enseignante ne lui permet de faire de nouvelles hypothèses de lecture.

Cet exemple est typique d'un phénomène déjà bien repéré par ailleurs dans de nombreuses recherches, que nous pourrions qualifier

de prise d'indice logique du côté des élèves. D'une manière générale les élèves entendent bien ce que l'enseignant dit<sup>8</sup>. Ils l'interprètent pour certains selon une façon, qui n'est pas celle attendue, mais qui s'appuie sur « le texte » énoncé. Les erreurs courantes d'élèves peuvent alors être réinterprétées comme prises d'indices logiques sur des textes de savoirs courants. Par exemple pour la multiplication par dix, cent, mille des nombres entiers il est très fréquemment formulé une règle appelée « la règle des zéros » indiquant l'écriture de zéros à droite de l'écriture du nombre multiplié. Un ensemble d'erreurs récurrentes se constitue alors lorsqu'il s'agit de multiplier des nombres décimaux non entiers ; par exemple pour  $3,28 \times 100$  : {300,28 ; 3,2800 ; 30,280 ; 32,800 ; ...}. Pourtant pour toutes ces solutions, il est indéniable qu'on a bien écrit deux zéros à droite de quelque chose et conservé globalement les signes de l'écriture de 3,28. La règle a bien été entendue.

Dans les deux exemples précédents, quels sont les signes qui font indices d'un objet de savoir ? Le signe d'espacement dans la lecture des grands nombres est bien un signe indiciel du système en base mille de la numération orale. Le signe des zéros dans la multiplication par des puissances de dix est bien un signe indiciel des transformations des écritures chiffrées opérées par cette application. Or quelque chose dysfonctionne, qu'il ne s'agit pas d'imputer à l'élève, ni de renvoyer simplement aux ruptures épistémologiques. Le dysfonctionnement provient du fait que les indices proposés dans ces énoncés ne sont pas reliés à l'objet de savoir de manière symbolique.

« Un signe symbolique prête à son objet sa logique comme conception – possible, informante ou significative. » (Conne, 2008, p226)

Bien que l'exemple de la règle sur la lecture des grands nombres ne soit pas de même nature que celui de la multiplication par une puissance de dix, remarquons une problématique commune (et générique au fonctionnement des mathématiques) : le maintien du fonctionnement de la règle par extension de son domaine d'usage. Ici : passage des nombres à quatre chiffres à des nombres s'écrivant avec plus de quatre chiffres, passage des nombres entiers aux nombres décimaux. Le fait que les énoncés n'anticipent pas sur ce maintien par extension est caractéristique d'une absence de prise en charge du caractère symbolique des signes indiciels. Nous développons cet aspect dans les deux paragraphes suivants.

---

<sup>8</sup> Mal entendre est déjà entendre.

## 2. Logique du côté du savoir

Le renvoi symbolique du signe d'espacement au savoir mathématique est la séparation des coefficients relatifs aux nombres avant mille, puis aux mille, puis ensuite aux millions, aux milliards, ... la lecture des écritures en chiffres des grands nombres se fait relativement à la base 1000, où chacun des signes de cette base est par ailleurs constitué par les nombres de 1 à 999. Lire un grand nombre écrit en chiffres, c'est lire chacun des coefficients de sa décomposition selon les puissances de mille. Par exemple le nombre 5730040053 se décompose en base mille :  $5 \times 1000^3 + 730 \times 1000^2 + 40 \times 1000 + 53 \times 1$ , il se lit alors « cinq milliards sept cent trente millions quarante mille cinquante trois ». Le signe d'espacement des chiffres par groupes de trois en partant de la droite, 5 730 040 053, renvoie à cette décomposition en base mille. Pour peu que l'on dispose d'un système de noms des différentes puissances de mille, on peut lire n'importe quel grand nombre. Par exemple le nombre 5649874760084306436006<sup>9</sup>. On peut en formuler une technique associée de manière restreinte (un peu sommaire, mais rigoureuse) : on écrit les chiffres de sorte à visualiser les trois derniers chiffres correspondant à la partie du nombre plus petite que mille, puis les trois autres correspondant à la partie des mille, puis les trois autres correspondant à la partie des millions, et ainsi de suite, on espace ainsi les chiffres de trois en trois en partant de la droite ; puis on effectue la lecture du nombre en partant de la gauche (après avoir repéré la plus grande puissance) : « nombre dit » de « nom de la puissance de mille la plus grande », ... , « nombre dit » de millions, « nombre dit » de mille « nombre dit » de « tout seuls » (plus petit que mille). Par exemple : 17002058<sup>10</sup> ; 17 002 058 ; 17 millions 2 mille 58 ; dix sept millions deux mille cinquante huit. Le signe d'espacement indiqué par un vide en France, mais par une virgule en Angleterre, et peut-être encore autrement ailleurs, n'est pas seulement un « truc ». Au

<sup>9</sup> Dans le système proposé par le mathématicien Russ Rowlett, basé sur les préfixes grecs, utilisés aussi dans le SI (Système International des unités de mesures), N-illions représente  $1000^N$  « mille puissance N » : le nombre « 5 649 874 760 084 306 436 006 » se lit : 5 heptillions 649 hexillions 874 pentillions 760 tetrillions 84 gillions 306 millions 436 mille 6.

Dans le système américain, le mot « N-illions » représente  $1000 \times 1000^N$ , le nombre se lit : 5 sextillions 649 quintillions 874 quadrillions 760 trillions 084 billions 306 millions 436 mille 6.

Dans le système européen, le mot « N-illions » représente  $10^{6N}$  et le mot « N-illiards »  $1000 \times 10^{6N}$ , le nombre se lit : 5 trilliards 649 trillions 874 billiards 760 billions 084 milliards 306 millions 436 mille 6.

<sup>10</sup> Nombre extrait du corpus dans (Blanchard-Laville 1997).

contraire, il est un symbole d'une transposition de savoir : le système de désignation orale des grands nombres s'articule avec un système d'écriture chiffrée structuré autour de la base mille. Cependant la façon dont il s'insère dans du langage est primordiale. En particulier ici nous comprenons en quoi ce symbole ne peut être rattaché qu'à un indice mentionnant le groupement par trois. Retournons à notre exemple et voyons comment une modification du texte de l'ostension permet d'assurer ce renvoi symbolique, et de pointer alors l'importance du langage comme porteur du savoir.

### 3. Le langage, porteur du savoir dans l'ostension didactique

Effectuons un petit changement de formulation dans l'énoncé de l'enseignante, dont nous verrons qu'il permet à la fois d'établir le renvoi symbolique du signe à son objet et de laisser ouvert le travail d'abduction pour les élèves. L'abduction est la possibilité d'inférer des hypothèses à la fois sur l'exploration de l'ensemble des choses concernées par l'ostension, et à la fois sur l'investigation de quelque chose de nouveau portant sur l'objet de savoir considéré<sup>11</sup>. Nous mettons en barré ce que nous enlevons et en italiques ce que nous substituons. « Pour lire un nombre de quatre chiffres il faut séparer ~~le premier chiffre des trois derniers~~ *les trois derniers chiffres* pour pouvoir bien dire ~~les mille~~ *le nombre* ; par exemple 9534, on le réécrit avec un espace ~~après~~ *avant le chiffre des mille* ~~les trois derniers chiffres,~~ *donc avant 534,* et on peut lire neuf mille cinq cent trente quatre ». La transformation de l'énoncé ne fait plus porter la référence de l'espacement sur le chiffre des mille, mais sur les trois derniers chiffres de l'écriture.

Cette transformation change radicalement les possibilités d'action des élèves dans une confrontation à du nouveau. Ainsi, pour le nombre 15376, le signe d'espacement produit une nouvelle image 15 376 faisant apparaître de nouveaux signes « 15 » et « 376 » connus des élèves. Cette nouvelle image ouvre alors sur des hypothèses de lecture de ce nombre, même si l'élève n'a pas encore rencontré de nombres de plus de quatre chiffres. « Le signe ici n'est pas tant une technique qu'un moyen de voir et de laisser la matérialité du signe

---

<sup>11</sup> L'abduction est un terme de sémiotique peircienne. Peirce en fait un mode de raisonnement différent de l'induction et de la déduction (Peirce, 1901 ; Everaert-Desmedt, 1990)

nous faire voir certaines relations, nous faire venir à l'esprit des abductions possibles. »<sup>12</sup>

Il est probable que la lecture de « 15 376 » fasse intervenir le mot « quinze » et l'ensemble « trois cent soixante seize ». C'est une hypothèse. A charge de construire ailleurs, avec d'autres signes, d'autres connaissances qui permettront de confirmer ou d'infirmer cette piste de lecture, ou d'autres. La règle laisse ouverte une extension de son domaine d'application aux nombres à cinq ou six chiffres ou plus. Et si on élargit encore le champ d'investigation ? Qu'est-ce que cela donne par exemple pour un nombre à sept chiffres ? Que nous apprend la règle de lecture (reconfigurée) pour lire l'écriture « 3520107 » ? On place un espace après les trois derniers chiffres. Cela donne « 3520 107 ». Ce nombre pourrait-il se lire « trois mille cinq cent vingt mille cent sept » ? C'est une hypothèse valable. Là encore il faudra d'autres signes et d'autres connaissances pour confirmer ou invalider cette hypothèse. Si la règle ne nous dit pas comment lire ce nombre, elle permet d'en construire certains aspects, le fait par exemple que 3520107 se lit probablement « quelque chose mille cent sept ». La règle énoncée est donc utile pour explorer un champ d'investigation plus large que l'ensemble pour lequel elle est énoncée<sup>13</sup>.

Nous venons de voir que le signe d'espacement et la façon dont il est porté par le langage sont contraints par le savoir. Contraint à la fois parce qu'ils sont indices du savoir, mais aussi contraints parce qu'ils sont reliés de manière symbolique au savoir par le truchement d'autres signes, ici la spatialisation du positionnement de cet espacement. Cet énoncé là conserve le renvoi symbolique au savoir mathématique, trop complexe pour qu'il soit formulé à la classe de manière générale et explicité en termes experts. *Le langage porte le savoir, il est un indice symbolique de sa transposition.*

---

<sup>12</sup> Phrase empruntée à François Conne dans un texte non publié de 2000 intitulé « Conception sémiotique de la transposition didactique : rêverie d'un didacticien solitaire ».

<sup>13</sup> L'apprentissage à long terme consiste à établir d'ailleurs la récursivité de la règle : si la partie avant l'espacement a plus de quatre chiffres, alors on peut à nouveau introduire un espacement avant les trois derniers chiffres, ...

## CHOIX DES INDICES POUR FAIRE EXEMPLES – LIAISON ICÔNE/INDICE/SYMBOLE

Nous nous intéressons dans cette partie aux exemples utilisés dans l'ostension didactique. Au regard de la définition de Eco, ils sont ces choses choisies pour faire indice d'un ensemble plus large de choses possédant une même propriété, ou fonctionnant selon une même règle, enjeu de l'ostension. La question reste la même que pour le langage : dans quelle mesure un exemple fait-il signe de ce qui est énoncé, comment laisse-t-il ouvert le processus d'interprétation de sorte à assurer un renvoi symbolique à l'objet de savoir ?

Dans le cas<sup>14</sup> analysé en partie II l'enseignante utilise pour faire exemple de la règle énoncée l'enchaînement d'écritures : « 9534 ; 9 534 ; neuf mille cinq cent trente quatre », utilisant par ailleurs d'autres signes (les couleurs) pour accentuer le lien entre « 9 » « neuf », « 534 » « cinq cent trente quatre » et « mille ». Le design utilisé peut se reproduire ici sous une autre forme tout en conservant l'intention de l'enseignante : « 9 534 se lit : **neuf** MILLE *cinq cent trente quatre* ». Cependant ce n'est pas du design dont nous discuterons, bien que fondamental dans la mise en scène des ostensifs, mais du choix de l'exemple. Celui-ci d'une manière générale doit attirer l'attention sur ce pour quoi il est utilisé, puisqu'il en constitue un indice. Pour étudier cette question, il convient alors de préciser qu'un indice repose toujours sur des icônes, et que le renvoi indiciel d'un signe à son objet n'est possible que par le truchement de renvois iconiques.

### 1. Quelles icônes pour faire indice ?

Un signe iconique prête à son objet son apparence – qualitative, caractéristique ou générique – comme ressemblance suggestive. [...] L'icône présente ainsi une possibilité d'être de son objet, elle est suggestive. (Conne 2008, p.224)

9534 est un signe iconique pour l'exemple utilisé. Mais ce nombre possède bien d'autres propriétés que le fait de pouvoir se lire « neuf mille cinq cent trente quatre » : c'est un nombre plus grand que neuf mille, son complément à la centaine supérieure est 66, il n'est pas divisible par 17, c'est un nombre pair, son chiffre des dizaines est le tiers de son chiffre des mille, ... Un exemple possède bien d'autres propriétés que celle qui préside à sa monstration dans l'ostension.

---

<sup>14</sup> Nous utiliserons dorénavant le mot « cas » pour désigner l'exemple de notre exposé, de manière à éviter les confusions avec le mot « exemples » référant à ceux utilisés dans un énoncé de savoir par ostension.

C'est son intrication dans le système de signes utilisés qui va conférer la focalisation sur une de ses propriétés. En l'occurrence ici l'enchaînement des écritures : chiffrée sans espace, chiffrée avec espace, puis littérale. La ressemblance « neuf cinq trois quatre » (lecture des chiffres un à un) et « neuf mille cinq cent trente quatre » est suggestive de la règle énoncée, mais dans quel sens l'est-elle ?

Du fait de l'indétermination de la relation de ressemblance d'un côté et de l'étendue du champ interprétatif de l'autre, le signe est en lui-même dépourvu de capacités informatives aussi bien que communicatives. Un cliché photographique, par exemple, ne fournit en lui-même aucune information. (Morand 2004, p.245)

En l'absence d'autres exemples, la ressemblance précédente pourrait suggérer en effet qu'il faille dire les noms des chiffres de l'écriture en intercalant le mot mille à l'endroit de l'espace, de sorte que 4506 pourrait alors se lire « quatre mille cinq six » ou « quatre mille cinquante six », ou encore « quatre mille cinq zéro six », ou « quatre mille cinq cent six » ? La suggestion ne peut être orientée sans recours à d'autres signes. Cependant sur quels autres exemples peut s'appuyer l'ostension considérée, pour suggérer raisonnablement la dernière lecture ? La distinction faite par Peirce entre « singulier » et « particulier », présentée dans le paragraphe suivant, apporte un éclairage à cette question (Peirce 1901).

## 2. Logique du réseau d'icônes : singularité/particularité/généralité

Singulier : en mathématiques, un point singulier sur un continuum est un point dont les propriétés diffèrent de celles de tous les autres points de la proximité de manière à constituer une discontinuité sous un aspect. (Peirce 1901, p.152).

Pour notre cas, 6000 est un point singulier. Mais 2500 également, 3067 aussi, et plus généralement tout nombre est une singularité dans la suite des nombres, même 9534 est un nombre singulier. Le singulier permet à Peirce de définir le particulier :

Particulier : appliqué, comme terme non technique, à des cas singuliers placés sous des rubriques générales, et qui se présentent, ou sont censés se présenter dans l'expérience ; employé aussi dans ce sens comme substantif. Les particuliers sont les circonstances connues expérimentalement de nature générale, mais comme elles apparaissent dans un cas individuel. (Peirce 1901, p.118)

Dans notre cas, ces rubriques générales peuvent correspondre alors à des ensembles de nombres possédant des propriétés identiques du point de vue de leur impact sur leur lecture : par exemple les nombres multiples de mille comme 3000 ou 7000 sont des cas singuliers pouvant se placer sous une rubrique générale « nombres de quatre chiffres s'écrivant avec trois zéros » ; les nombres somme d'un

multiple de mille et d'un nombre non nul à un chiffre, comme 2005, 3007, 6009, sont des cas singuliers d'une rubrique plus générale « nombres de quatre chiffres possédant deux zéros non placés en position finale », leur conférant ainsi un statut de cas particuliers ; ...<sup>15</sup>. N'oublions pas les nombres dont aucun des chiffres n'est nul, comme 9534 ou 1999, ils sont également des cas particuliers, au sens où ils peuvent se placer sous une rubrique générale « nombre de quatre chiffres dont aucun chiffre n'est zéro ».

La ressemblance de l'icône à son objet diffère alors selon ces cas particuliers : **3000** trois MILLE ; **2005** deux MILLE *cinq* ; **9534** neuf MILLE *cinq cent trente quatre* ; **5150** cinq MILLE *cent cinquante* ; **8200** huit MILLE *deux cents*. Le réseau de ces cas particuliers forme alors une nouvelle icône pour la règle suggérée : chaque nombre, après avoir mis un espace avant les trois derniers chiffres, se lit « **nom du nombre à un chiffre (placé avant l'espace)** MILLE *nom du nombre de trois chiffres (s'il est différent de zéro)* ». Cette règle formelle s'inscrit dans la logique du savoir, en constitue une forme de transposition, et laisse ouvert l'extension du champ d'investigation à un domaine plus vaste que les nombres à quatre chiffres (elle pourra « tenir » pour les nombres à cinq ou six chiffres et devra ensuite être complétée pour les nombres à plus de six chiffres). Dans l'ostension de l'enseignante, modifiée avec l'introduction d'exemples particuliers, autrement particuliers que 9534, cette règle formelle, objet de l'ostension, est portée par l'icône constituée du réseau d'exemples et renvoie de manière symbolique à l'objet de savoir.

### 3. Le réseau de cas particuliers, porteur du savoir pour l'ostension didactique

Ainsi la formulation de l'enseignante peut être reprise pour constituer effectivement une ostension didactique : « Pour lire un nombre de quatre chiffres il faut séparer *les trois derniers chiffres* pour pouvoir bien dire *le nombre*. Par exemple : 9534, on le réécrit avec un espace avant les trois derniers chiffres, donc avant 534, et on peut lire neuf mille cinq cent trente quatre. Par exemple 2005, on le réécrit avec un espace avant les trois derniers chiffres, donc avant 005, et on peut lire deux mille cinq. Par exemple 4107, on le réécrit avec un espace avant les trois chiffres, donc avant 107, et on peut lire quatre mille cent sept.» Il est évident que cette longue formulation dans un mode oral se

---

<sup>15</sup> On peut constituer différentes rubriques de nombres particuliers, en jouant sur l'égalité à zéro d'un des coefficients *b*, *c*, ou *d* de la décomposition canonique  $a \times 1000 + b \times 100 + c \times 10 + d$ , où *a*, *b*, *c*, *d* sont des entiers compris entre 1 et 9 pour *a* et entre 0 et 9 pour *b*, *c* et *d*.

schématise à l'écrit de manière plus succincte. Cependant la brièveté doit assurer les renvois symboliques portés par le langage et le réseau d'exemples. Par exemple pour le tableau ci-dessous, ce renvoi est assuré par les titres des colonnes indiquant la logique du tableau, logique du savoir :

Nombres à quatre chiffres	Réécriture avec signe d'espacement avant les trois derniers chiffres	Utilisation de la règle de lecture
9534	<b>9</b> 534	<b>neuf</b> MILLE cinq cent trente quatre
2005	<b>2</b> 005	<b>deux</b> MILLE cinq
4107	<b>4</b> 107	<b>quatre</b> MILLE cent sept
3000	<b>3</b> 000	<b>trois</b> MILLE

**Tableau 1** : Reconfiguration en ostension didactique de l'ostension initiale proposée par l'enseignante

Le rôle suggestif de l'icône est double dans l'ostension didactique : à la fois il suggère l'objet de savoir, lui-même objet de l'énonciation, mais également il suggère tout un ensemble d'autres exemples absents qui supportent comme lui l'objet de savoir considéré. Cette suggestion n'est pas une donnée en soi<sup>16</sup>. Elle est possible dans la mesure où se trame un réseau de cas particuliers focalisant l'attention de l'élève sur une possible suggestion liée à la logique du savoir. Les cas particuliers sont des cas singuliers relevant de rubriques générales relatives à l'investigation menée. Ils (se) représentent *ensemble*, pour constituer le renvoi symbolique à *l'ensemble* auquel s'applique l'objet de l'ostension (condition ii de la définition de Eco).

#### EVOLUTIONS DU CONCEPT D'OSTENSION EN TSD

Cette dernière partie rompt avec les développements des parties précédentes, en s'intéressant non plus au rôle des signes, mais aux évolutions du concept d'ostension dans le cadre de la Théorie des Situations Didactiques. Cette partie assure la charnière entre l'étude de l'ostension didactique comme procédé sémiotique et l'étude de l'ostension didactique comme processus sémiotique inhérent aux processus de dévolution et d'institutionnalisation, développée dans un autre article. Ce projet impose en effet de revisiter le concept dans le cadre de la théorie ayant permis la mise en évidence, les formalisations et des théorisations de ces processus.

<sup>16</sup> Toute comme la suggestion des classes de situations relatives au développement d'un schème n'est pas une donnée en soi (Vergnaud, 1990).

Il existe déjà un certain nombre d'articles de description et de synthèse sur l'ostension ou les pratiques ostensives (Salin 1999, 2002, Matheron & Salin 2002, Matheron 2009). Ici, nous pointerons le mouvement dialectique caractérisant l'évolution du concept au sein de la TSD, passant d'une conception de l'ostension comme *mode d'enseignement*, à une modélisation d'un *phénomène* didactique, et enfin comme *contrat* et *situation* ; chacune de ces conceptions se constituant comme réponse à des problèmes théoriques différents.

### 1. Construction d'un paradigme

#### *Ostension versus adaptation*

L'apparition de « l'ostension » dans les premiers travaux en TSD est due à Ratsimba-Rajohn (Ratsimba-Rajohn, 1977). Le mot ostension vient désigner un procédé d'introduction didactique des savoirs, reposant selon l'auteur sur des conceptions empiristes ou naturalistes des apprentissages qui relèvent à la base d'une position philosophique sur l'articulation concret - abstrait, perçu - pensé, ...

[...] la conception qui juge que la contradiction entre le concret et l'abstrait est principale s'est perpétuée. Or, cette contradiction n'est principale que dans la mesure où le rapport du sujet et de l'objet nouveau est institué seulement au niveau de la représentation de l'objet présumé indépendant du sujet, et seulement si l'on suppose que la conception de la notion n'est qu'un résultat nécessaire (donc automatique) de sa perception : toucher, voir, modifier, [...]. Les enseignants prétendent ainsi fournir « d'un coup » tous les éléments et les relations constitutifs de la notion visée. Ce sont de tels procédés que nous qualifions d'introduction ostensive et que nous appelons ostension. (Ratsimba-Rajohn 1977, p.8)

Ce mode d'enseignement était promu institutionnellement à l'époque de ces travaux, amenant plus tard Berthelot et Salin à qualifier cette ostension d'« assumée » (Berthelot & Salin 1992) : programmes et manuels scolaires développaient un discours relatif à la façon de présenter les savoirs « savants » dans lesquels la part active des élèves était restreinte à une activité d'application, de mise en fonctionnement des objets mathématiques présentés par le professeur.

Certaines raisons expliquent cet intérêt pour l'ostension à ce moment là de l'histoire des recherches. Les courants constructivistes se développent depuis les années soixante dans les sciences de l'éducation et un postulat s'impose : les savoirs prennent leur sens pour les élèves dans le processus d'apprentissage comme réponse à un problème, comme outil de résolution, comme construction problématique. Les travaux en didactique initiés par ces courants se développent à cette même période et l'analyse de l'ostension permet

alors de renforcer sur le plan théorique la construction du paradigme de la TSD (Brousseau 1986) :

Le critère qui nous apparaît essentiel pour différencier une présentation ostensive du mode d'enseignement par adaptation, est celui de l'existence ou non, au sein de la situation d'enseignement, d'une situation a-didactique d'apprentissage où l'élève peut se situer en « résolveur de problèmes » grâce à ses interactions avec un milieu de référence effectif. (Berthelot et Salin, 1992, p.79).

La réflexion sur l'ostension, à laquelle réfèrent des expressions comme « enseignement par ostension » ou « l'ostension comme style d'enseignement », se construit comme la caractérisation d'une certaine façon d'introduire un savoir en classe et d'engager les interactions des élèves avec ce savoir, par opposition au paradigme d'enseignement par adaptation construit dans le cadre de la TSD.

Dans les situations d'ostension assumée que nous avons analysées, si la situation objective peut être présente, ni la situation de référence où se pose le problème pour l'élève ni la situation d'apprentissage a-didactique qui favorise l'explicitation et la justification de l'action, ne sont mises en scène. Or c'est la situation de référence qui donne du sens à la problématique [mathématique] et c'est la situation d'apprentissage a-didactique qui sert d'appui à l'institutionnalisation des connaissances. Leur absence a pour conséquence que la relation entre le savoir enseigné et l'ensemble des situations de référence dont ce savoir assure la maîtrise, c'est à dire le sens de ce savoir, est à la charge de l'élève. (Ibid., pp.79–80)

Le concept d'ostension désigne alors un mode d'enseignement caractérisé par l'absence d'aménagement d'une situation didactique structurée par une situation adidactique permettant aux élèves de se confronter à un problème de façon à ce que les rétroactions du milieu orientent une interprétation, une explicitation, et une formalisation des significations des savoirs visés. Dans cette conceptualisation, l'ostension apparaît *contre* la nécessité de mettre en scène une situation de référence et une situation d'apprentissage au sens de la structuration du milieu en TSD (Brousseau 1990, Margolinas 2004).

#### *Paradoxe de la dévolution*

Cependant, la théorie se voit confrontée à un paradoxe : « le paradoxe de la dévolution ». Le maître ne devrait pas dire ce qu'il attend de l'élève au risque de rendre visible ce qu'il cherche à cacher (le savoir visé) et que l'élève devrait découvrir dans ses interactions avec le milieu adidactique. « Le maître ne peut pas dire à l'élève ce qu'il faut qu'il fasse et pourtant, il faut qu'il l'obtienne » (Brousseau 1982). Ce paradoxe persistera tout le long du développement de la TSD, en témoigne cette citation assez récente :

Pour que l'élève ait une chance de s'adapter à la situation, par une modification adéquate et spontanée de ses propres connaissances ou de ses convictions, pour qu'il doive produire la connaissance attendue de son propre mouvement, le professeur ne peut pas lui fournir la réponse. S'il le fait, quelle que soit la raison, l'occasion de l'adaptation personnelle est perdue et l'acquisition de la connaissance visée devra se produire dans une nouvelle tentative ou selon un autre processus. (Brousseau 2002, p.19)

Ces assertions indiquent un certain hiatus entre la recherche d'une solution théorique au problème de l'apprentissage par adaptation, l'activité du professeur, la production de sens et l'acquisition de savoirs par les élèves. Si la TSD s'inscrit contre l'ostension au début de son émergence pour installer l'ancrage d'un paradigme d'apprentissage par adaptation, elle va être amenée à dépasser cette opposition.

## 2. Modélisation comme phénomène

Dans les travaux réalisés à l'école Michelet, concernant l'étude de la gestion des phases de mise en commun, synthèse, conclusion, ou institutionnalisation, Margolinas pointait dès la fin des années quatre-vingts l'absence de prise en compte de la phase d'institutionnalisation dans l'analyse *a priori* des situations construites avec une méthodologie « ingénierie didactique » (Margolinas, 1992). Salin précise :

Elle [Margolinas] met l'accent sur un « manque » dans l'élaboration des ingénieries que nous ressentons gravement dans la pratique quotidienne au COREM. Quand, à l'issue de l'observation d'une séquence, nous rapportons les difficultés de l'enseignant à ce que la fiche didactique prévoyait, souvent tirée des documents d'ingénierie rédigés par les chercheurs, nous nous apercevons alors que ces phases de conclusion sont le plus souvent laissées à la libre appréciation de l'enseignant, et qu'en particulier, les décisions qu'il peut prendre dans tel ou tel cas ne sont pas explicitées. On observe le plus souvent l'apparition de procédés ostensifs, insérés dans une maïeutique qui peut laisser croire à l'enseignant qu'il effectue une institutionnalisation adéquate alors qu'il « rame » pour aboutir à la conclusion attendue. (Salin 1999, p.333)

Ce constat reste également valable pour les séances laissées en responsabilité aux enseignants, non construites avec l'équipe de chercheurs. Berthelot et Salin désigneront ce phénomène par l'expression « ostension déguisée » (Berthelot et Salin, 1992 ; Salin 1999). Il correspond à un acte d'insertion du professeur lors de ces phases des savoirs visés par la situation, en rupture avec les éléments rencontrés par les élèves lors des moments adidactiques organisés

pour l'étude, ou en rupture avec la volonté que les élèves puissent formuler eux-mêmes ces savoirs dans le cas des situations ordinaires.

[...] au lieu de montrer à l'élève ce qui est à voir, le maître le dissimule derrière une fiction : celle que c'est l'élève lui-même qui le découvre sur les figures soumises à son observation. Comme ce savoir à découvrir est un savoir très élaboré, le maître est obligé de « manipuler » le milieu matériel pour rendre la lecture de ses propriétés la plus simple possible ... (Berthelot & Salin 1992, p.175)

L'ostension déguisée laisse à la charge des élèves la responsabilité d'identifier le savoir visé et de l'explicitier sans qu'ils n'en aient pour cela les moyens. Quelques exemples emblématiques fédèrent le repérage de ce phénomène, citons en quelques uns : la lecture et l'écriture des grands nombres à l'école Michelet (Salin 1999, Blanchard-Laville 1997) ; l'étude des fonctions (Bloch 1999, 2002, Rouy 2005) ; l'étude de propriétés géométriques de formes planes (Fregona 1995, Berthelot & Salin 1992). Le travail de Fregona sur les figures comme milieu pour l'enseignement de la géométrie sera une sorte d'aboutissement de cette conceptualisation de l'ostension indiquant à la fois les « illusions de transparence » du recours à cette forme de communication, et la désignant comme un incontournable : puisqu'on ne peut pas montrer des figures de géométrie, le recours à l'ostension est inévitable (Fregona 1995). Ce travail aboutira au développement théorique de Brousseau de formalisation d'un « contrat d'ostension », faisant basculer son appréhension comme phénomène, à une appréhension comme *moyen* de gestion des paradoxes du contrat didactique (Brousseau 1995).

### **3. Elaboration d'un contrat**

#### *Contrat d'ostension*

Dans son texte de 1995, Brousseau reprend la définition de Eco pour désigner un type de contrat, le « contrat d'ostension » :

Le professeur « montre » un objet, ou une propriété, l'élève accepte de la « voir » comme le représentant d'une classe dont il devra reconnaître les éléments dans d'autres circonstances. La communication de connaissance, ou plutôt de reconnaissance, ne passe pas par son explicitation sous forme d'un savoir. Il est sous entendu que cet objet est l'élément générique d'une classe que l'élève doit imaginer par le jeu de certaines variables souvent implicites. (Brousseau 1995, p.46)

Cette définition formalise un procédé qui laisse à la charge de l'élève la responsabilité d'établir un lien entre quelque chose de « montré » et quelque chose « à savoir » : l'élève « accepte » de voir, l'élève doit « imaginer ». Brousseau reprend cette définition dans un texte sur

l'étude des représentations en TSD, de manière plus orientée pour désigner un moyen inductif pour définir un objet mathématique :

Attachons nous un instant par exemple à l'usage des représentations comme moyen inductif de la définition d'un objet ou de l'enseignement d'un théorème. L'ostension consiste à présenter un objet pour désigner une classe d'objets, lorsque la reconnaissance de la classe « exacte » à partir de représentants de cette classe (et qui sont des représentations les uns des autres) peut induire un meilleur résultat : A est P, B est P, C est P ceci doit te permettre de reconnaître que D est P. [...]

Le procédé rhétorique est somme toute assez innocent. Mais il peut devenir « principe » et s'ériger en exigence didactique à l'égard de l'élève. L'exemple le plus clair est sans doute celui des exercices structuraux. Le principe est le suivant : l'élève doit décoder le discours du professeur et trouver l'objet d'enseignement dissimulé par le professeur derrière une représentation. (Brousseau 2004, p.268).

Ajoutons les exercices de type « oui/non », basés sur une conception naïve des processus d'abstraction, consistant à présenter un certain nombre d'images possédant une propriété (à chercher) et d'autres qui ne la possèdent pas. Découvrir  $P$  à partir de «  $a, b, c \dots$  sont  $P$  » et «  $x, y, z \dots$  sont non  $P$  ». La justification courante de ce type d'exercice est la mise au travail des élèves sur l'émission d'hypothèses qui sont réfutées ou maintenues progressivement au fur et à mesure de la présentation de nouveaux cas oui ou de nouveaux cas non. Parfois la notion de milieu est invoquée pour indiquer que le choix des exemples et contre-exemples est un aménagement du milieu permettant des rétroactions, et justifier alors de la pertinence didactique de telles « situations » au regard de certains cadres théoriques.

#### *Situation d'ostension*

Dans un texte récent<sup>17</sup>, Brousseau revient sur la critique qui lui a été faite de laisser floue la volonté d'inclure l'ostension comme nécessité du contrat didactique (Sarrazy 2007). Il y précise qu'il s'est élevé contre les abus et non contre l'ostension elle-même, et propose de modéliser à partir de plusieurs exemples certaines situations comme *situation d'ostension*. Examinons le premier exemple utilisé. Il s'agit

---

<sup>17</sup> Brousseau, 2011. Texte réponse à des questions d'étudiants, intitulé « L'ostension », mis en ligne en novembre 2011 sur le site [guy-brousseau.com](http://guy-brousseau.com). Par hasard, et pour information, la première soumission de notre article est antérieure de quatre mois à cette mise en ligne.

pour les élèves de repérer des propriétés communes à des formes, dont les ostensifs sont constitués par des blocs Diénès<sup>18</sup>.

« Le professeur montre une forme » en demandant aux élèves de « montrer une forme identique : la même forme. » Brousseau (2011) indique :

Les élèves répondent à leur tour par une sorte d'ostension. Tous lèvent un bloc de leur collection que ce soit parce qu'ils ont compris la consigne ou pour imiter leurs voisins. Mais certains au début ne lèvent pas le bon bloc. Dans notre ébauche de situation, ils n'ont aucun moyen de s'en apercevoir... à moins que quelqu'un le leur fasse remarquer. Et si cet observateur se croit obligé de prouver son jugement il attirera l'attention du malheureux sur un des traits qui oppose les deux objets. Après quelques tentatives l'élève connaîtra l'ensemble des traits et des valeurs possibles. Il pourra alors s'assurer le succès en comparant « trait pour trait » les deux objets, en suivant une énumération exhaustive de ces traits. (Op. cité, p.3)

L'interprétation de cette situation est problématique relativement au contrat qu'elle cherche à installer : s'agit-il de lister un ensemble de propriétés possibles de différenciation des formes, ou s'agit-il de problématiser la question de l'identité ? Si le professeur montre un grand triangle rouge épais, le fait qu'un élève montre un grand triangle jaune épais, permet en effet de mettre en évidence que la couleur est une propriété qui différencie les deux formes, mais cela permet-il de répondre à la question « les deux formes sont-elles identiques ? ». En effet, deux formes peuvent être identiques au sens par exemple où elles relèvent de la même catégorie de formes géométriques (triangle, disque, carré, rectangle) et seulement de cette caractérisation ; alors le grand triangle rouge épais et le grand triangle jaune épais sont bien identiques. En revanche, si l'identité est définie à partir de critères dont l'un est « avoir la même couleur », alors la forme rouge et la forme jaune ne sont pas identiques quelles que soient leurs autres propriétés communes. La validité d'une réponse dépend donc du consensus établi préalablement sur « être identique ». Cet accord, qui n'est pas unique, ni déterminé à l'avance, ni figé car il peut évoluer au cours du temps didactique, fournit les critères de validité (Margolinas 1993) relatifs au questionnement sur l'identité.

La consigne « dire si deux formes sont identiques (en l'argumentant) », sans qu'un consensus n'ait été établi préalablement, aboutit à questionner l'habitude sur laquelle s'était appuyée

---

<sup>18</sup> Appelés aussi blocs logiques, constitués de carrés, rectangles, triangles équilatéraux, disques, qui se distinguent par la taille, la couleur, l'épaisseur, et les rapports de proportions des longueurs des côtés pour les rectangles.

l'interprétation première de cette expression pour chacun des élèves, par la mise en évidence les interprétations différentes (dont aucune n'est moins bonne ou meilleure qu'une autre). La poursuite de la situation nécessite de se mettre d'accord sur une signification commune (provisoire) à attribuer à l'expression « deux formes sont identiques ». Dans ce cas, l'objet du consensus est l'identité et non pas une liste de propriétés.

La consigne « Je vous montre une forme ; vous me montrez une autre forme en indiquant les propriétés qu'elle a en commun ou qui sont différentes de la forme montrée » aboutit quant à elle à l'établissement d'une liste de propriétés.

Dans chacun des cas, comparaison ou argumentation d'une identité, l'ostension didactique, comme elle a pu être caractérisée dans les parties II et III, correspond à la production des textes « Liste de propriétés pour différencier des formes » et « Identité de deux formes, sur quoi nous accordons nous ? ». Ce sont des états, à des moments donnés du déroulement des situations, permettant ou de conclure ou de poser des éléments de savoirs, balises pour l'enchaînement des situations didactiques. Cet exemple et l'analyse proposée semblent clarifier la différence développée au cours des parties précédentes entre ostension dans son sens courant de monstration et ostension didactique, telle que nous l'avons caractérisée d'un point de vue sémiotique dans une perspective didactique. Ajoutons qu'à la différence de Brousseau nous ne parlerons jamais de situation d'ostension. Si l'enseignement pouvait se faire par ostension, il n'y aurait nul besoin des situations. C'est bien ce qu'a démontré, il y a quarante ans déjà, l'émergence théorique de la Théorie des Situations Didactiques.

## CONCLUSION

Les signes indiciels sont essentiels aux processus d'interprétation, mais l'interprétation des indices est toujours une affaire délicate, parce que la relation qu'entretiennent les propriétés de l'indice et ceux de son objet peuvent être non seulement distendues mais aussi fort abstraites. Certaines propriétés de l'indice sont reliées à l'objet, mais cela n'en fait pas pour autant des propriétés de l'objet lui-même. (Conne 2008, p.225).

Si les signes indiciels fonctionnent « libres » d'attache symbolique, il y a un problème de contrôle de l'effet de l'ostension, comme nous l'avons montré dans les débuts des seconde et troisième parties. Ils vont s'attacher à d'autres symboles, d'autres logiques que celles du savoir en jeu, comme celles analysées dans les travaux à l'origine de

la notion d'ostensifs, où il était alors question d'« information ostensive » (Tonnelles, 1979 ; Pascal, 1980). L'ostension didactique, à la différence de la monstration, s'appuie sur une interprétation logique (symbolique) du renvoi de l'indice à l'objet de savoir. Elle imbrique les trois modes de relation du signe à son objet : icône, indice, symbole, dans cet ordre d'inclusion.

Au regard de la conception sémiotique développée dans cet article, l'ostension didactique n'est pas un mode d'enseignement, elle participe d'un moment d'enseignement au cours des enchaînements des situations didactiques. Elle n'est pas un phénomène mais un procédé spécifique de production de signes relatifs à l'enseignement d'un objet de savoir. Elle n'est pas un contrat ou un modèle de situation. En tant que procédé de production de signe d'un objet de savoir, elle installe, ponctue ou conclut une situation didactique.

Rappelons ses propriétés sémiotiques. Le langage et le réseau de cas particuliers utilisés pour faire exemples sont porteurs du savoir ; ils y renvoient de manière symbolique ; ils sont la trace de son ancrage dans les mathématiques et du processus de transposition didactique. Langage et cas particuliers doivent laisser ouvert le processus d'abduction. Malgré ces contraintes, il faut admettre que l'effet de l'ostension didactique n'est jamais garanti. Cependant elle ménage la possibilité d'obtenir les effets visés pour des actions ultérieures. C'est la dimension « assumée » de cette forme de communication en situation didactique.

Le principal résultat de cet article est donc le suivant : *l'ostension didactique est un signe symbolique du processus de transposition didactique*, c'est-à-dire une ostension pour laquelle la chaîne des emboîtements icône, indice, symbole est préservée dans la mise en texte du savoir. Les analyses effectuées sur le langage et les exemples permettent alors d'outiller les analyses didactiques portant sur cette mise en texte, dans les observations de recherches, l'élaboration d'ingénieries ou l'analyse critique des ressources pour les enseignants. Sur le plan théorique ce résultat permettra de reconsidérer le rôle de l'ostension dans les dynamiques d'évolution des situations didactiques et le travail de l'enseignant afférent.

#### RÉFÉRENCES

- BERTHELOT R., SALIN M.-H. (1992) *L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans l'enseignement obligatoire*. Thèse de l'Université Bordeaux I.
- BLANCHARD-LAVILLE C. (Ed.) (1997) *Variations sur une leçon de mathématiques. Analyses d'une séquence : « L'écriture des grands nombres »*. Paris : L'Harmattan.

- BLOCH I. (1999) L'articulation du travail mathématique du professeur et de l'élève dans l'enseignement de l'analyse en première scientifique. Détermination d'un milieu – Connaissances et savoirs. *Recherches en didactiques des mathématiques* 19(2) 135–194.
- BLOCH I. (2002) Un milieu graphique pour l'apprentissage de la notion de fonction au lycée. *Petit x* 58 25–46.
- BOSCH M. (1994) *La dimensión ostensiva en la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad*. Thèse de doctorat, Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelone.
- BOSCH M., CHEVALLARD Y. (1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objets d'étude et problématiques. *Recherches en didactique des mathématiques* 19(1) 77–124.
- BROUSSEAU G. (1981) Problèmes de didactique des décimaux. *Recherches en didactique des mathématiques* 2(3) 37–127.
- BROUSSEAU G. (1982) Les effets du contrat didactique. In *Actes de la 2ème école d'été de didactique des mathématiques* IREM Orléans. En ligne sur le site : <http://guy-brousseau.com>
- BROUSSEAU G. (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques* 7(2) 33–115.
- BROUSSEAU G. (1990) Le contrat didactique : le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques* 9(3) 309–336.
- BROUSSEAU G. (1995) Cours 2 : les stratégies de l'enseignant et les phénomènes typiques de l'activité didactique. In Noïrfalïse R., Perrin-Glorïan M.-J. (Eds) *Actes de la VIIIème Ecole d'été de didactique des mathématiques* (pp.3–46). Clermont-Ferrand : IREM.
- BROUSSEAU, G. (1998) *Théorie des situations didactiques* (Textes rassemblés et préparés par Balacheff N., Cooper M., Sutherland R., Warfield V.). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- BROUSSEAU G. (2002) Les doubles jeux de l'enseignement des mathématiques. *Revue du Centre de Recherche en Education*. Université de Saint-Etienne Didactique des mathématiques, 22/23 83–155. En ligne sur le site <http://hal.inria.fr> identifiant 00516813.
- BROUSSEAU G. (2004) Les représentations : étude en théorie des situations. *Revue des sciences de l'éducation* 30(2) 241–277. <http://id.erudit.org/iderudit/012669ar>
- BROUSSEAU G. (2011). *L'ostension*. En ligne sur le site Web de Guy Brousseau.
- CHEVALLARD Y. (1985) *La transposition didactique* Grenoble : La Pensée Sauvage. Rééd. augmentée (1991).
- CONNE F. (2008) L'expérience comme signe didactique indiciel. *Recherches en didactique des mathématiques* 28(2) 219–264.
- ECO U. (1992) *La production des signes*. Paris : Poche.
- EVERAERT-DESMEDT N. (1990) *Le processus interprétatif, introduction à la sémiotique de Ch.S. Peirce*. Paris : Pierre Mardura Editeurs.
- FISETTE J. (1993) *Pragmatique de la signification*. Montréal : Ed. XYZ.
- FREGONA D. (1995) *Les figures planes comme milieu dans l'enseignement de la géométrie : interactions, contrats et transpositions didactiques*. Thèse de l'Université Bordeaux I.

- GOBERT S. (en révision) L'ostension didactique dans la dynamique des processus de dévolution et d'institutionnalisation. *Recherches en Didactique des Mathématiques*.
- MARGOLINAS C. (1992) Élément pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 12(1) 113–158.
- MARGOLINAS C. (1993) *De l'importance du vrai et du faux en classe de mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- MARGOLINAS C. (2004) *Point de vue de l'élève et du professeur, essai de développement de la théorie des situations didactiques*. Note de synthèse pour l'habilitation à diriger des recherches, Université de Provence.
- MATHERON Y. (2009) *Mémoire et Etude des Mathématiques*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.
- MATHERON Y., SALIN, M.-H. (2002) Les pratiques ostensives comme travail de construction d'une mémoire officielle de la classe dans l'action enseignante. *Revue Française de Pédagogie* 141 57–66.
- MORAND B. (2004) *Logique de la conception. Figure de sémiotique générale d'après Charles S. Peirce*. Paris : L'Harmattan.
- PASCAL D. (1980) *Le problème du zéro. L'économie de l'échec dans la classe et la production de l'erreur*. Mémoire de DEA. IREM Bordeaux/IREM Aix-Marseille.
- PEIRCE C.S. (1901) *Les textes logiques de C.S. Peirce du Dictionnaire de J.M. Baldwin*. Nîmes : champ social éditions (2007).
- RATSIMBA-RAJOHN H. (1977) *Etude didactique de l'introduction ostensive des objets mathématiques*. Mémoire de DEA, Université Bordeaux 1. IREM, Bordeaux.
- ROUY E. (2005) *Formation initiale des professeurs du secondaire supérieur et changement de posture vis-à-vis de la rationalité mathématique*. Mémoire de DEA. Université Paris 7.
- SALIN M.-H. (1999) Pratiques ostensives des enseignants et contraintes de la relation didactique. In Lemoyne G, Conne F. (Eds.) (pp. 327–352) *Le cognitif en didactique des mathématiques*. Montréal : Les Presses de l'Université de Montréal.
- SALIN M.-H. (2002) Les pratiques ostensives dans l'enseignement des mathématiques comme objet d'analyse du travail du professeur. In Venturini O, Amade-Escot C, Terrisse A. (Eds.) *Etude des pratiques effectives : l'approche des didactiques* (pp.71–81). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- SARRAZY B. (2007) Ostension et dévolution dans l'enseignement des mathématiques. *Education & Didactique* 1(3) 31–46.
- TONNELLE J. (1979) *Le monde clos de la factorisation*. Mémoire de DEA. Marseille : IREM de Bordeaux/IREM Aix-Marseille.
- VERGNAUD, G. (1990) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques* 10 (2/3) 133–170.