DIVERSITÉ, VARIABILITÉ ET CONVERGENCE DES PRATIQUES ENSEIGNANTES

Eric Roditi

▶ **To cite this version:**

Eric Roditi. DIVERSITÉ, VARIABILITÉ ET CONVERGENCE DES PRATIQUES ENSEIGNANTES. 15th congress of the Canadian Mathematics Education Study Group, Jun 2015, Moncton, Canada. pp.5-15. halshs-01326992

HAL Id: halshs-01326992
https://shs.hal.science/halshs-01326992

Submitted on 17 Dec 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DIVERSITÉ, VARIABILITÉ ET CONVERGENCE DES PRATIQUES ENSEIGNANTES

DIVERSITY, VARIABILITY, AND COMMONALITIES AMONG TEACHING PRACTICES

Éric Roditi

Sorbonne Paris Cité
Université de Paris Descartes
Laboratoire EDA

Les recherches présentées en conférence plénière de cette 39e rencontre du Groupe canadien d'études en didactique des mathématiques ont déjà donné lieu à diverses publications, en français et en anglais (Roditi, 2003, 2005, 2008, 2009a, 2013a). Elles proposent de s'interroger sur les pratiques enseignantes, ces dernières conditionnent en effet l'enseignement des mathématiques de manière significative. Les questions à l'origine de ces recherches portent sur les contraintes institutionnelles et les normes professionnelles qui tendent à homogénéiser les pratiques des enseignants. Ces derniers investissent néanmoins des marges de manœuvre, produisant ainsi des différences interpersonnelles entre les pratiques. Les activités des élèves en classe sont également influencées par l'enseignant et son action en classe.

En étudiant l'exemple de l'enseignement français de la multiplication des nombres décimaux dans la première année de l'enseignement secondaire (11 ans), nous nous interrogeons sur la régularité et la variabilité des pratiques des enseignants de mathématiques. En référence à la « *double approche didactique et ergonomique des pratiques d'enseignement des mathématiques* » développée par Robert et Rogalski (2002) et Roditi (2013b), il s'agit de comprendre ce que fait l'enseignant, tant d'après ses objectifs quant aux apprentissages des élèves que par le fait qu'il cherche aussi à répondre à des impératifs professionnels.

Les pratiques de quatre enseignants ont été analysées. Les régularités de leurs pratiques permettront d'élucider les contraintes qui s'exercent sur elles, en amont de la classe comme en classe. Leur diversité, malgré leur variabilité, conduiront à mettre au jour une forme de cohérence qui tiennent à la personnalité de l'enseignant, à ses connaissances ou ses croyances vis-à-vis de des mathématiques ou de l'enseignement des mathématiques.

UNE RECHERCHE DIDACTIQUE POUR ALLER AU CŒUR DES PRATIQUES

Après avoir précisé la problématique de la recherche, nous présentons la méthodologie mise en œuvre que nous justifions par la « double approche » qui distingue des composantes institutionnelle, sociale et personnelle des pratiques des enseignants dont les finalités visent à la fois l'apprentissage des mathématiques par les élèves et l'apprentissage des normes et valeurs sociales qui garantissent un bon fonctionnement du groupe classe.

REGULARITÉ ET DIVERSITÉ DES PRATIQUES ENSEIGNANTES

L'interprétation de la régularité et de la diversité des pratiques enseignantes soulève trois groupes de questions que nous détaillons en lien avec les moyens mis en œuvre pour les traiter.

Le premier groupe de questions porte sur les enseignements possibles et sur les choix des enseignants observés par rapport à ces possibles, en référence aux composantes institutionnelle et sociale des pratiques. Après avoir évalué les enjeux de la multiplication des décimaux, nous en recherchons les transpositions didactiques possibles à la lumière des nombreuses publications qui abordent ce sujet. Puis nous comparons les scénarios élaborés par les enseignants à ceux qui ont précédemment déterminés.

En référence à la composante personnelle, le deuxième groupe de questions porte sur le déroulement des enseignements, et plus particulièrement sur le travail des élèves en fonction de celui de leur enseignant. Nous cherchons à mettre en rapport les tâches prévues et les activités effectives des élèves, et nous étudions parallèlement les interactions en classe ainsi que les aides que les enseignants apportent aux élèves pendant la réalisation des tâches proposées.

Le troisième groupe de questions porte sur les contraintes et les marges de manœuvre ainsi que sur la cohérence des pratiques. Par une étude des textes officiels, nous spécifions les contraintes de l'institution scolaire qui fixe la durée d'enseignement et les savoirs à transmettre. Par des entretiens avec les enseignants, nous tentons aussi d'évaluer le poids des contraintes issues des attentes diverses des professionnels de l'établissement scolaire, comme de l'exercice même du métier, en classe, avec les élèves. Nous cherchons également à mettre les marges de manœuvres investies par les enseignants en regard de ces contraintes. Enfin, entre contraintes et marges de manœuvre, se pose la question de la cohérence des choix des enseignants. Nous cherchons à savoir comment elle se manifeste en croisant les choix effectués par les enseignants depuis la préparation des cours jusqu'au déroulement en classe.

LE CORPUS : DES SOURCES PUBLIÉES ET DES OBSERVATIONS DE PRATIQUES

La détermination des scénarios possibles d'enseignement a été menée par le croisement d'études de la notion mathématique, des prescriptions institutionnelles, et des conditions liées aux connaissances antérieures des élèves comme aux difficultés connues d'apprentissage de cette notion. Ces études reposent sur des sources publiées que sont les programmes, les manuels, les évaluations des compétences des élèves, les publications à l'intention des enseignants ainsi que les travaux de recherche en didactique des mathématiques.

Pour l'analyse de la notion enseignée, nous nous sommes référés à la théorie des champs conceptuels (Vergnaud, 1990) pour ce qui concerne le « sens » de la multiplication. Nous avons également tiré parti des recherches en didactique des mathématiques sur l'enseignement des nombres décimaux et celui de la multiplication : Brousseau (1997, 1998) et Douady et Perrin-Glorian (1986) ; Vergnaud, Rouchier, et Ricco (1979) ; Vergnaud (1981, 1983),

Rogalski (1985) et Butlen (1985). Les enseignements possibles et observés sont ainsi analysés suivant différents critères : les situations multiplicatives, les propriétés de l'opération et les techniques de calculs, les écritures multiplicatives et leurs transformations, ainsi que les liens qu'entretiennent les situations, les propriétés et les écritures.

Les enseignements possibles ont été déterminés à partir de diverses publications qui traduisent l'état de la transposition didactique : programmes scolaires, brochures et manuels à l'intention des enseignants, propositions d'enseignement présentes dans les recherches en didactique. Nous avons analysé aussi les résultats à différentes évaluations afin de mieux connaître les difficultés d'apprentissage des élèves auxquelles les enseignants sont confrontés et dont ils peuvent tenir compte lorsqu'ils programment leur enseignement.

Les enseignants dont les pratiques ont été observées ont été choisis de manière à pouvoir travailler la question de la diversité interindividuelle des pratiques. Ainsi, toutes les variables qui concernent l'enseignement ont été fixées, sauf celles qui sont liées à l'enseignant en tant que personne. La notion enseignée est commune, les classes sont globalement de même niveau de performance scolaire, de même effectif et disposent d'horaires identiques, le manuel scolaire utilisé en classe est identique et les enseignants sont tous expérimentés. Afin de neutraliser aussi le facteur temps, chaque enseignant a été observé durant toutes les séances consacrées à la multiplication des décimaux. Le terme « séquence » désignera l'ensemble de ces séances.

Les observables définis pour le recueil des données sur les programmations des enseignants et sur les déroulements effectifs des séances ne sont ni trop fins, pour ne pas masquer les régularités, ni trop grossier, pour ne pas écraser les différences.

OBSERVABLES POUR L'ANALYSE DES SCENARIOS D'ENSEIGNEMENT

La programmation – ou scénario – de l'enseignement est distingué de son déroulement effectif avec les élèves. Trois observables ont permis l'analyse des scénarios proposés par les auteurs des publications ou mis au point par les enseignants observés : 1° le champ mathématique ; 2° la stratégie d'enseignement ; 3° les tâches mathématiques proposées aux élèves. Le *champ mathématique* recouvre les notions, les situations, les représentations symboliques et leurs transformations éventuelles, les propriétés et les théorèmes. La *stratégie d'enseignement* est l'organisation des contenus mathématiques selon un itinéraire déterminé pour des raisons cognitives ou mathématiques. Ainsi, certains enseignants commencent par exposer le savoir avant de donner aux élèves des problèmes mathématiques à résoudre alors que d'autres procèdent inversement. Enfin, les *tâches mathématiques* sont analysées selon des critères mathématiques et didactiques présentés plus loin.

OBSERVABLES POUR L'ANALYSE DES DEROULEMENTS DES ENSEIGNEMENTS

Pour l'analyse des déroulements des séances d'enseignement, trois observables ont été définis : les activités effectives des élèves, les aides que les enseignants apportent aux élèves, et la chronologie de l'enseignement.

Une tâche étant proposée à la classe, l'activité potentielle est ce que l'élève doit faire pour réaliser cette tâche, l'activité réelle est ce que l'élève a fait pour accomplir la tâche, et l'activité effective est la reconstitution par le chercheur de ce qu'aurait pu être l'activité réelle, en fonction de l'activité potentielle et des productions recueillies, notamment ce qui est dit par l'élève.

Voici trois exemples de tâches et de l'activité potentielle correspondant, sachant que toutes les trois peuvent conduire à la même activité effective : déterminer le produit de deux nombres décimaux à l'aide d'une calculatrice.

- **Tâche n°1** : calcule $3{,}14 \times 2{,}08$. Activité potentielle : appliquer la technique opératoire pour calculer le produit de deux décimaux ;
- **Tâche n°2** : Vrai ou Faux ? $3{,}14 \times 3 = 9{,}43$. Activité potentielle : déterminer le dernier chiffre du produit de deux décimaux ;
- **Tâche n°3** : Place la virgule au résultat $3{,}4 \times 2{,}5 = 85$. Activité potentielle : déterminer un ordre de grandeur du produit de deux décimaux.

Les aides apportées aux élèves par les enseignants observés sont essentiellement des aides procédurales répondant à ce que nous appelons des incidents didactiques ; en conséquence, ces aides ont été assimilées à des modes de gestion des incidents. Les incidents considérés ici ne sont pas des manquements à l'ordre scolaire, mais des interventions en décalage négatif par rapport aux réponses correctes possibles. Quatre types d'incident majeurs ont été repérés : les questions, les erreurs, les réponses incomplètes et les silences (lorsque un élève interrogé se tait alors que l'enseignant attend une réponse). Voici pour illustrer les incidents les plus fréquents, des exemples relatifs à la tâche n°4 : « *Place la virgule manquante dans l'égalité* $1{,}35 \times 42 = 5{,}67$ ».

- **Question. Raphaël :** « *Madame, a-t-on le droit de dire qu'il ne manque pas de virgule* ? » Manifestement, Raphaël compte les décimales. Sa question montre un décalage négatif par rapport à l'activité qui mène à la réponse exacte.
- **Erreur. Maud :** « *Pour placer la virgule, j'ai ajouté un zéro. J'ai écrit* : $1{,}35 \times 0{,}42 = 5{,}67$ ». L'erreur de Maud est certainement héritée de l'addition des décimaux.
- **Réponse incomplète.** Si Maud avait dit seulement « *Pour placer la virgule, j'ai ajouté un zéro* » sa réponse incomplète aurait constitué un incident. La classe aurait pu alors se demander si Maud pensait à 0,42, à 4,02, à 4,20 ou à 42,0, toutes ces réponses correspondant à des démarches possibles.

La gestion d'un incident est l'intervention de l'enseignant consécutive à cet incident. Les modes de gestion des incidents observés dans les séquences des enseignants qui ont participé à la recherche ont été classés en deux groupes suivant qu'ils tendent ou non à relancer le travail de réalisation de la tâche par les élèves. On comprend que l'accueil des incidents par l'enseignant, et la gestion qu'il en a, sont des facteurs qui influent sur le travail des élèves et, nous en faisons l'hypothèse, sur leur apprentissage.

Les séances ont été décomposées en épisodes caractérisés par le but spécifique que l'enseignant veut atteindre, cela permet de restituer une forme de chronologie à la séquence. Au niveau global, cette chronologie permet d'analyser l'organisation des moments de l'apprentissage et la dynamique entre le cours et la résolution de problèmes. À un niveau local, cette chronologie nourrit l'analyse de la gestion des incidents, notamment quant à l'influence du temps qui passe, sur ces interactions entre l'enseignant et les élèves.

DES SCÉNARIOS POSSIBLES AUX SCÉNARIOS RÉELS

À partir des publications dont les références ont été données précédemment, nous avons identifié les enseignements possibles de la multiplication des nombres décimaux. Par une évaluation des contraintes qui pèsent sur cet enseignement, et l'étude des manuels scolaires, nous avons déterminé les scénarios réalisables.

DES SCENARIOS POSSIBLES AUX SCENARIOS RÉALISABLES

À la lecture des publications, les enseignements de la multiplication des décimaux se différencient par la représentation des nombres décimaux et par des choix didactiques globaux. Trois types de scénarios possibles se distinguent en fonction de l'itinéraire cognitif programmé pour les élèves. Dans les scénarios du premier type, la technique opératoire est d'abord exposée par l'enseignant, puis elle est appliquée par les élèves pour calculer des produits éventuellement issus de problèmes où la multiplication est contextualisée. Avec un scénario du deuxième type, l'enseignant propose d'abord un problème en introduction, la technique opératoire est élaborée seulement partiellement par les élèves et/ou sans lien avec le problème précédent, puis elle est appliquée. Dans le troisième type de scénario, des problèmes issus de situations multiplicatives sont proposés aux élèves, leur résolution conduit à l'élaboration de la technique opératoire qui sera institutionnalisée et réinvestie dans de nouveaux problèmes.

Les manuels scolaires proposent tous des scénarios des deux premiers types, les décimaux y sont considérés indépendamment des fractions. Les propriétés algébriques de l'opération sur lesquelles repose la technique opératoire restent toujours implicites. L'étude de situations multiplicatives est globalement délaissée : la multiplication est toujours décontextualisée sauf quand les problèmes portent sur des calculs de prix. À l'opposé, les ouvrages à l'intention des enseignants et les recherches en didactique des mathématiques envisagent seulement des scénarios du troisième type. L'analyse montre aussi que leurs auteurs relient les écritures fractionnaires et les écritures décimales, mais ne tissent pas toujours de lien entre le sens de la multiplication et la technique opératoire.

LE POIDS DES CONTRAINTES

Pour concevoir un scénario d'enseignement, les enseignants utilisent les sources publiées, leurs connaissances mathématiques et leur expérience professionnelle qui les amènent à tenir compte de certaines contraintes dont les plus importantes sont les exigences du programme officiel, les connaissances réelles des élèves auxquels ils s'adressent, et les difficultés connues de l'apprentissage de la notion enseignée.

En France, les fractions sont introduites dès l'école élémentaire, mais ne sont pas approfondies à ce niveau d'enseignement où ce sont plutôt les nombres décimaux qui sont approfondis. Les nombres décimaux restent néanmoins, pour certains élèves, deux entiers séparés par une virgule, ces entiers ayant éventuellement des statuts différents. Les pourcentages d'erreurs qui correspondent à cette conception varient en effet entre 10% et 50% suivant les questions posées. On trouve peu de situations multiplicatives dans les évaluations ; les seules qui sont évaluées sont les situations d'isomorphisme de grandeurs et de calcul de l'aire d'un rectangle. De tels constats ne peuvent être sans conséquence sur les choix d'un enseignant dont la tâche est importante (compléter l'acquisition de la notion de nombre décimal, élargir le sens de la multiplication et enseigner une technique opératoire sur laquelle de nombreux élèves trébuchent) alors que le temps de l'enseignement est compté (on peut estimer une durée de 4 à 6 heures pour une séquence portant sur la multiplication des nombres décimaux, y compris la résolution de problèmes issus de situations multiplicatives).

Il est peu probable alors qu'un enseignant élabore un scénario où la multiplication est contextualisée, où les fractions et les décimaux sont reliées, et où les élèves construiront et justifieront la technique opératoire à partir d'une situation multiplicative.

LES SCÉNARIOS DES ENSEIGNANTS SONT GLOBALEMENT CONVERGENTS

Les séquences de quatre enseignants ont été comparées depuis l'élaboration du scénario jusqu'à son déroulement en classe. Ces enseignants sont désignés par des noms de mathématiciens afin de les distinguer et de les reconnaître au long des analyses : Mesdames Germain, Agnesi et Theano et Monsieur Bombelli.

Analyse du champ mathématique

Par comparaison aux enseignements proposés dans les publications, les choix des enseignants sont convergents : les scénarios sont tous du 1er ou du 2e type, et les nombres décimaux sont toujours traités indépendamment des fractions.

Le champ mathématique est composé des contenus étudiés : techniques de calcul, propriétés de l'opération, représentations symboliques des nombres, situations multiplicatives. Le tableau 1 résume l'analyse comparative des champs mathématiques.

Contenus mathématiques	**Mme Germain**	**M. Bombelli**	**Mme Agnesi**	**Mme Theano**
Technique et propriétés				
Technique opératoire	♦	♦	♦	♦
Justification de la technique	♦	♦	♦	♦
Calcul mental ou approché	♦	♦	♦	♦
Multiplication par zéro ou par un				
Propriétés algébriques de l'opération	♦	♦	♦	
Effet de la multiplication sur l'ordre	♦		♦	
Multiplication par un facteur inférieur à un	♦	♦	♦	
Représentation des décimaux				
Notation décimale	♦	♦	♦	♦
Notation fractionnaire des décimaux				
Écriture avec unité de mesure			♦	
Situations multiplicatives				
Isomorphisme de grandeurs	♦	♦	♦	♦
Produit de mesure				
Opérateur sur une mesure				
Composition d'opérateurs				

Tableau 1. Champs mathématiques des séquences observées.

Ainsi, tous les enseignants ont enseigné la technique opératoire, l'ont justifiée et ont proposé à leurs élèves d'autres méthodes de calcul, comme le calcul mental, réfléchi ou approché. De même, tous les enseignants ont traité le cas de la multiplication par un facteur inférieur à un. Ce cas particulier est important car il remet en cause le fait que la multiplication agrandisse : cette propriété, héritée du travail sur les entiers, est une source de nombreuses difficultés. Unanimité aussi des enseignants pour ne pas traiter la multiplication par 0 ou 1. L'unanimité disparaît en revanche pour les propriétés algébriques de la multiplication et son effet sur l'ordre. En ce qui concerne les représentations symboliques, tous les enseignants ont repris la signification de l'écriture décimale, mais aucun n'a fait le lien avec l'écriture fractionnaire. Madame Agnesi est la seule à proposer des liens entre l'écriture décimale et les changements d'unité de mesure. L'absence d'étude des situations multiplicatives fait l'unanimité complète des enseignants. Les seuls problèmes dans lesquels la multiplication des décimaux est contextualisée sont des problèmes de prix traités dans le cadre numérique. Aucune autre situation n'est étudiée, aucun autre cadre n'est convoqué.

Analyse de la stratégie d'enseignement

Une certaine unité se dégage quant aux stratégies d'enseignement, notamment en ce qui concerne la construction du nouveau savoir : pas de situation a-didactique, pas de changement de cadre, pas de dialectique outil/objet. Malgré cette convergence au niveau global, on constate des dynamiques différentes entre le cours et les exercices, exercices qui sont parfois des problèmes qui visent l'introduction du nouveau savoir.

Ainsi Madame Germain pose-t-elle d'entrée de jeu la question à ses élèves : « Comment calculer le produit de deux décimaux ? » Elle les laisse produire des règles efficaces sur certains cas particuliers. À la fin de la séquence seulement, toutes ces règles étudiées conduiront les élèves à l'élaboration de la technique usuelle. Monsieur Bombelli, contrairement à sa collègue, commence par exposer la technique opératoire qu'il justifie à l'aide d'opérateurs multiplicatifs, puis il propose des exercices d'application. Madame Agnesi commence par des problèmes de prix de marchandises, les produits de facteurs décimaux peuvent se calculer en effectuant des conversions. Les exemples ainsi fournis permettent d'induire la technique opératoire. Le reste de la séquence est consacré à des exercices d'application et à l'examen systématique des propriétés de la multiplication. Madame Theano introduit le calcul du produit de deux décimaux en utilisant les ordres de grandeurs, la méthode permet d'induire la technique opératoire. Les élèves contrôlent leurs conjectures avec la calculatrice. Suivent des exercices d'application et de calcul mental dont certains viennent interroger la technique opératoire.

Il apparaît finalement une grande homogénéité quant aux contenus enseignés et une certaine diversité quant à aux dynamiques entre la construction du nouveau savoir et sa mise en œuvre pour résoudre des problèmes. Qu'en est-il alors précisément des tâches mathématiques proposées aux élèves ?

Analyse des tâches mathématiques proposées aux élèves

Nous avons, d'une part, analysé les tâches proposées par les enseignants pour introduire le savoir nouveau, et, d'autre part, celles dont les activités potentielles visent son apprentissage par des applications (détermination du produit de deux décimaux), des questionnements plus théoriques ou la résolution de problème issus de situations multiplicatives. Le tableau 2 résume les résultats obtenus.

Tâches mathématiques	**Mme Germain**	**M. Bombelli**	**Mme Agnesi**	**Mme Theano**
Introduction du savoir nouveau				
Situation a-didactique				
Cadres mobilisés	numérique	numérique	numérique	numérique
La multiplication est un objet de savoir	♦	♦	♦	♦
La multiplication est un outil				
Situation multiplicative			♦	
Activités potentielles				
Détermination d'un produit	**75%**	**71%**	**50%**	**64%**
Par calcul posé ou instrumenté	*17%*	*14%*	*17%*	*09%*
Par calcul mental, réfléchi ou approché	*58%*	*57%*	*33%*	*55%*
Questionnement théorique	**25%**	**29%**	**33%**	**18%**
Situation multiplicative	**00%**	**00%**	**17%**	**18%**

Tableau 2. Tâches proposées aux élèves en fonction des activités attendues.

L'analyse des tâches proposées aux élèves confirme les choix communs des enseignants concernant l'introduction du nouveau savoir. On remarque également une certaine

homogénéité concernant les exercices proposés aux élèves. Une grande partie d'entre eux (50 à 75%) induit une activité potentielle de calcul du produit de deux décimaux, mais les applications techniques (9 à 17%) sont très minoritaires devant le calcul mental, réfléchi ou approché (33 à 58%). Les autres exercices conduisent à des questionnements théoriques (18 à 33%) ou à la résolution de problèmes issus de situations multiplicatives (0 à 18%).

Les projets des enseignants observés sont finalement convergents quant aux contenus abordés et aux tâches prescrites, mais ils se distinguent en partie par la stratégie d'enseignement. L'analyse des déroulements permettra de conclure quant aux activités effectives des élèves.

DES DÉROULEMENTS QUI SIGNENT DES PRATIQUES PERSONNELLES

L'étude des déroulements repose sur l'analyse des activités effectives des élèves et celle des aides apportées par les enseignants. Précisons que les séquences observées ont duré de 2h30 à 5h00, évaluation non comprise. La durée estimée à partir des textes officiels a été donc respectée.

DES ACTIVITÉS EFFECTIVES PLUS VARIÉES QUE LES ACTIVITÉS POTENTIELLES

Le passage des activités potentielles aux activités effectives demande quelques explications méthodologiques. Lorsqu'une tâche pose une difficulté aux élèves, la tâche n°4 « Place la virgule manquante dans l'égalité $1{,}35 \times 42 = 5{,}67$ » par exemple, les enseignants peuvent proposer des aides qui conduisent les élèves à des activités différentes. L'enseignant qui demande de poser l'opération $1{,}35 \times 42$ provoquera une activité technique à l'issue de laquelle les élèves obtiendront le produit 56,70 ; il pourra alors relancer l'activité des élèves qui mèneront cette fois un calcul raisonné pour en déduire que $1{,}35 \times 4{,}2 = 5{,}67$. Mais un enseignant qui demanderait à ses élèves de penser aux ordres de grandeurs provoquerait une activité toute autre. Ces exemples permettent de comprendre que les activités effectives relevées dans les déroulements des séances observées sont à la fois plus nombreuses et différentes des activités potentielles repérées par l'analyse des tâches. Et c'est bien l'effet enseignant sur cette transformation que nous cherchons mettre au jour et à interpréter ici. Les résultats obtenus sont indiqués dans le tableau 3.

Activités potentielles et effectives	**Mme Germain**	**M. Bombelli**	**Mme Agnesi**	**Mme Theano**
Activités potentielles				
Calcul posé ou instrumenté	17%	14%	17%	09%
Calcul mental, réfléchi ou approché	58%	57%	33%	55%
Questionnement théorique	25%	29%	33%	18%
Problème (multiplication contextualisée)	00%	00%	17%	18%
Activités effectives				
Calcul posé ou instrumenté	09%	62%	27%	40%
Calcul mental, réfléchi ou approché	58%	25%	50%	44%
Questionnement théorique	33%	13%	16%	13%
Problème (multiplication contextualisée)	00%	00%	07%	03%

Tableau 3. Répartition des activités potentielles et des activités effectives.

Le tableau révèle des différences, pour chaque enseignant entre le scénario et son déroulement, et entre les déroulements des quatre enseignants. La référence à la stratégie d'enseignement permet d'interpréter ces résultats. La stratégie de Madame Germain est de laisser les élèves élaborer des règles pour calculer certains produits, ces règles devant les conduire à la technique opératoire. Les exercices techniques sont souvent enrichis de

questions complémentaires favorisant les démarches raisonnées ou le questionnement des élèves. La stratégie de Monsieur Bombelli est, au contraire, de présenter la technique opératoire et de la faire appliquer ; cet enseignant renforce les activités de calcul posé au détriment des activités de calcul mental, réfléchi ou approché et des questionnements théoriques. Madame Agnesi a choisi d'introduire la technique opératoire par des problèmes de prix de marchandises ; cela conduit ses élèves à des activités de calcul réfléchi. Enfin, Madame Theano demande à ses élèves de placer la virgule en déterminant l'ordre de grandeur du produit, puis de contrôler le résultat avec la calculatrice, ce qui engendre des activités de calcul approché et instrumenté.

Pour conclure l'analyse, on retiendra que les activités effectives des élèves témoignent d'une plus grande variété que les activités potentielles ne le laissaient prévoir. Le travail de l'enseignant en classe apparaît alors déterminant sur l'activité des élèves : pendant le déroulement, il modifie sensiblement les tâches proposées conformément à sa stratégie d'enseignement.

LES INCIDENTS DIDACTIQUES ET LES AIDES DES ENSEIGNANTS

Pour rendre compte des interventions des élèves en classe et de leur gestion par les enseignants, nous avons relevé les incidents didactiques survenus en classe et les aides apportées par les enseignants en réponse à ces incidents.

Le nombre d'incidents par heure de cours varie suivant les enseignants. Ils sont pour tous très nombreux : un incident toutes les trois minutes en moyenne dans la séquence de Monsieur Bombelli qui en rencontre le moins, et le double dans celle de Madame Agnesi qui en rencontre le plus. Leur répartition est indiquée dans le tableau 4. On constate trois valeurs qui s'écartent sensiblement des valeurs moyennes et qui sont indiquée en gras dans le tableau 4. Ces valeurs sont sources d'interprétations des pratiques des enseignants.

Incidents didactiques	Ensemble	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Erreur	25%	27%	28%	21%	26%
Question	18%	16%	**32%**	15%	20%
Réponse incomplète	38%	36%	**16%**	**49%**	36%
Silence	09%	12%	08%	06%	07%
Autres	10%	08%	16%	09%	11%

Tableau 4. Répartition des incidents dans les séquences observées.

Dans la classe de Monsieur Bombelli, les questions sont nombreuses, alors que chez Madame Agnesi, ce sont les réponses incomplètes. Cette différence correspond à une divergence pédagogique : Madame Agnesi valorise l'expression des élèves alors que Monsieur Bombelli exige des réponses abouties, aussi, quand ses élèves ne sont pas sûrs d'eux, au lieu de répondre de façon incomplète, ils préfèrent le questionner.

L'étude des aides apportées par les enseignants en réponse aux incidents qui surviennent dans l'enseignement est également révélatrice de leur pratique et des conséquences sur l'activité des élèves. Le tableau 5 montre, pour chaque enseignant, la répartition des modes de gestion des incidents, entre ceux qui relancent l'activité des élèves et ceux qui ne la relancent pas.

Gestion des incidents	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Relance l'activité des élèves	72%	21%	42%	50%
Ne relance pas l'activité des élèves	28%	79%	58%	50%

Tableau 5. Gestion des incidents par les enseignants.

La gestion de Madame Germain relance l'activité des élèves dans plus de 70% des cas ; à l'opposé Monsieur Bombelli, près de 80 fois sur 100, préfère ne pas la relancer et finit par réaliser lui-même la tâche proposée. Entre ces deux pôles, se situent les gestions de Mesdames Agnesi et Theano. Le mode de gestion des incidents apparaît donc comme un aspect personnel des pratiques enseignantes avec un effet important sur le déroulement des cours.

Finalement, les analyses montrent que les scénarios d'enseignement sont globalement contraints, notamment par des facteurs institutionnels, mais aussi qu'il reste certaines marges de manœuvre qui sont investies par les enseignants tant pour l'élaboration d'un itinéraire cognitif pour les élèves que pour la gestion des interactions en classe, et cela conformément à leurs conceptions de l'enseignement et de l'apprentissage.

DISCUSSION DES RESULTATS SUR LES PRATIQUES DES ENSEIGNANTS

L'approche ergonomique, en considérant les pratiques des enseignants comme étant à la fois personnelles et partie prenante d'un milieu professionnel, permet d'avancer quelques hypothèses pour discuter les résultats obtenus précédemment quant à la convergence des pratiques au niveau global, et quant à leur diversité à des niveaux plus locaux.

HYPOTHÈSES POUR L'INTERPRÉTATION DES RESULTATS

Chaque fois que les enseignants ont effectué des choix convergents pour élaborer leur projet, nous nous sommes demandé à quelles nécessités professionnelles cela répondait. Les analyses et les entretiens avec les enseignants ont permis de formuler quelques hypothèses, énoncées sous forme de principes car tout se passe comme si des principes de nécessité professionnelle étaient respectés.

Les enseignants observés ont respecté le contenu du programme et aussi le rythme. Ils répondent ainsi à un « *principe de conformité aux programmes officiels* » qui leur assure une légitimité professionnelle face aux élèves et à leurs parents, aux collègues qui prennent en charge les élèves l'année suivante, et aux inspecteurs enfin qui sont garants de la mise en œuvre des consignes ministérielles.

Deux autres principes permettent de mieux comprendre les choix convergents des enseignants pour délimiter le champ des contenus mathématiques enseignés. Le « *principe d'efficacité pédagogique* » traduit le fait que les enseignants n'abordent pas les contenus mathématiques avec lesquels les élèves éprouvent des difficultés lorsqu'ils ne sont pas indispensables à la séquence. Ainsi, les fractions et les aires de rectangles ont été écartées. En outre, le « *principe de clôture du champ mathématique* » conduit les enseignants à ne pas traiter les contenus trop directement liés à ceux qui ont été écartés. Ainsi, les objets mathématiques qui restent dans le champ de la séquence sont reliés entre eux mais ne dépendent pas (ou peu) de ceux qui n'y ont pas été intégrés. De tels principes sont surprenants puisqu'ils conduisent apparemment à écarter de l'enseignement ce qui pose le plus de difficultés aux élèves ! En fait, plus précisément, ces deux principes conduisent à hiérarchiser les contenus et à éviter ceux qui

risquent de poser des difficultés telles que l'enseignant ne pourra pas les traiter, sauf à être dévié de l'itinéraire prévu et à risquer une confusion peu propice à l'apprentissage. Il garantit ainsi une ligne directrice forte qui lui permet de rester dans ce que Rogalski (2003) appelle « *l'enveloppe des trajectoires acceptables du déroulement* ».

Enfin, le « *principe de nécessité de succès d'étape* » explique aussi que les enseignants segmentent leur enseignement de manière à mettre régulièrement l'élève en activité d'application de ce qui vient d'être enseigné. Ne disposant d'aucun modèle complet de la dynamique des apprentissages, ils utiliseraient les tâches techniques simples et isolées pour évaluer l'impact de leur enseignement au fur et à mesure du déroulement.

QUELLE COHÉRENCE DES PRATIQUES D'ENSEIGNEMENT ?

Le constat simultané de convergence et de diversité des pratiques enseignantes pose la question de leur cohérence, pour chaque enseignant. Des analyses de chaque séquence, effectuées en croisant les différents résultats recueillis, ont permis de repérer des niveaux de cohérence des pratiques. Une telle affirmation peut sembler imprudente en s'appuyant sur seulement quatre exemples de pratiques, mais nous choisissons de les indiquer car les recherches menées dans cette lignée de travaux et rapportées dans différents ouvrages confirment ces résultats (Vandebrouck, 2008, 2013).

On a remarqué souvent l'opposition entre la séquence de Monsieur Bombelli et celle de Madame Germain. Ce qui oppose ces enseignants semble tenir à leur conception de la classe : un lieu d'exposition et d'application du savoir pour Monsieur Bombelli ou bien, pour Madame Germain, un lieu de construction du savoir par les élèves. Chaque conception donne une cohérence aux pratiques. Dans une classe conçue comme un lieu d'exposition et d'application du savoir, l'exposition des savoirs a lieu très tôt, les activités effectives sont surtout des applications, les incidents sont plutôt des questions ou des erreurs, et leur gestion relance rarement l'activité des élèves afin que l'enseignant puisse, tant que nécessaire, montrer l'exemple. Dans une classe conçue comme un lieu de construction du savoir, le savoir est institutionnalisé assez tard, les activités de recherche dominent, et la gestion des incidents relance l'activité des élèves.

La pratique de Madame Agnesi se distingue de ces deux pôles. Cette enseignante souhaite que ses élèves s'expriment facilement, elle cherche à en impliquer le maximum dans le déroulement des séances et favoriser ainsi leur activité. Ses conceptions de l'enseignement et de l'apprentissage font qu'elle attend de sa classe qu'elle soit d'abord un lieu d'échange entre l'enseignant et les élèves. Et les élèves répondent à son attente : le nombre d'incidents didactiques est important et particulièrement celui des réponses incomplètes dont la fréquence est nettement supérieure à celle qui est constatée dans les autres classes.

Avant de conclure, signalons que la recherche montre aussi la variabilité de la pratique de chaque enseignant qui, malgré les contraintes et ses conceptions qui organisent son enseignement, adapte, à chaque instant, ses interventions au déroulement de la classe. Un résultat concerne en particulier l'effet de la pression du temps sur les pratiques de certains enseignants. Les conceptions de la classe de Mesdames Germain et Agnesi, comme un lieu de construction du savoir ou comme un lieu d'échange, demandent de laisser du temps aux élèves. Pour respecter néanmoins le rythme qu'impose le principe de conformité aux programmes officiels, une fois passée la première moitié de la séquence, les enseignantes se sont retrouvées contraintes d'adopter une gestion plus fermée des interactions avec leurs élèves.

CONCLUSION

Cette étude des pratiques des enseignants de mathématiques est une étude de type clinique. Les résultats portent sur le travail de quatre enseignants seulement, ce qui en limite la portée. Néanmoins, ces résultats ne sont pas infirmés par de nombreuses autres recherches sur les pratiques enseignantes.

Les régularités constatées montrent que l'institution scolaire, en fixant le savoir à enseigner et la durée de l'enseignement, contraint les pratiques enseignantes, depuis la préparation des cours jusqu'à leur déroulement en classe avec les élèves. D'autres recherches montrent que c'est parfois le vide des programmes concernant un contenu d'enseignement qui contraint les pratiques des enseignants : la recherche que nous avons menée sur l'histogramme (Roditi, 2009b) en est un exemple. En outre, les conditions d'exercice du métier conduisent les enseignants à partager quelques principes généraux, et par conséquent des choix globalement analogues quant aux contenus et à l'organisation adoptée pour les transmettre. Ces invariants délimitent une enveloppe au sein de laquelle s'inscrivent les enseignements observés, et qui ne contient pas tous les scénarios envisageables *a priori* avec seulement des critères liés à l'apprentissage des élèves. De tels résultats intéressent la formation des enseignants.

Néanmoins les pratiques sont variées, les enseignants investissent les marges de manœuvre qui existent par-delà les contraintes, et la palette des différences constatées couvre aussi bien les activités induites en classe chez les élèves que les aides proposées par les enseignants. La diversité observée s'explique par la composante personnelle des pratiques, dont le rapport avec les conceptions de l'enseignement et de l'apprentissage a été montré ici. Cette recherche a finalement permis de dégager des éléments qui tiennent aux personnes et qui expliquent la diversité des pratiques enseignantes. Elle a montré aussi que certains éléments sont partagés par les enseignants, que cela homogénéise leurs pratiques, ces éléments tiennent bien sûr aux contraintes institutionnelles, mais aussi, plus largement, au métier.

RÉFÉRENCES

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble, Switzerland : La Pensée Sauvage.

Butlen, D. (1985). *Introductions de la multiplication à l'école primaire : histoire, analyses didactiques, manuels actuels*. Paris, France : Cahiers de didactique des mathématiques de l'IREM de Paris 7.

Douady, R., & Perrin-Glorian, M.-J. (1986). *Liaison École Collège : nombres décimaux*. Paris, France : Brochure de l'IREM de Paris 7.

Robert, A., & Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences, des Mathématiques et des Technologies*, *2*(4), 505-528.

Roditi, E. (2003). Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. Le cas de la multiplication des nombres décimaux en sixième. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, *23*(2), 183-216.

Roditi, E. (2005). *Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique*. Paris, France : L'Harmattan.

Roditi, E. (2008). Des pratiques enseignantes à la fois contraintes et personnelles, et pourtant cohérentes. Dans F. Vandebrouck (Ed.), *La classe de mathématiques, activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 73-94). Toulouse, France : OCTARES.

Roditi, E. (2009a). Implicites dans l'analyse des pratiques enseignantes en didactique des mathématiques. Dans C. Cohen-Azria & N. Sayac (Eds.), *Questionner l'implicite* (pp. 147-156). Villeneuve d'Ascq, France : Presse universitaires du Septentrion.

Roditi, E. (2009b). L'histogramme : à la recherche du savoir à enseigner. *Spirale – Revue de recherches en éducation, 43,* 129-138.

Roditi, E. (2013a). Diversity, variability and commonalities among teaching practices. In F. Vandebrouck (Ed.), *Mathematics classrooms: Students' activities and teachers' practices* (pp. 75-90). Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.

Roditi, E. (2013b). Une orientation théorique pour l'analyse des pratiques enseignantes en didactique des mathématiques. *Recherches en didactiques, 15*, 39-60.

Rogalski, J. (1985). *Acquisition de la bidimensionalité (combinatoire, espace, mesure) chez les élèves d'âge scolaire et préscolaire* (Thèse d'état). Université Paris 7. Paris.

Rogalski, J. (2003). Y a-t-il un pilote dans la classe? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 23*(3), 343-388.

Vandebrouck, F. (Ed.). (2008). *La classe de mathématiques, activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse, France : OCTARES.

Vandebrouck, F. (Ed.). (2013). *Mathematics classrooms: Students' activities and teachers' practices.* Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers.

Vergnaud, G. (1981). *L'enfant, la mathématique et la réalité*. Bern, Switzerland: Peter Lang.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics: Concepts and processes*. New York, NY: Academic Press.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 10*(2-3), 133-169.

Vergnaud, G., Rouchier, A., & Ricco, G. (1979). *Acquisition des « structures multiplicatives » dans le premier cycle du second degré*. Paris, France: EHESSCNRS-IREM d'Orléans et Centre d'étude des processus cognitifs et du langage.