



**HAL**  
open science

# ARISTOTE ET LA QUESTION DE LA COMPLETUDE Le modèle formel de Kurt Ebbinghaus

Clément Lion, Shahid Rahman

► **To cite this version:**

Clément Lion, Shahid Rahman. ARISTOTE ET LA QUESTION DE LA COMPLETUDE Le modèle formel de Kurt Ebbinghaus. 2016. <halshs-01399594>

**HAL Id: halshs-01399594**

**<https://shs.hal.science/halshs-01399594v1>**

Preprint submitted on 19 Nov 2016

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

# ARISTOTE ET LA QUESTION DE LA COMPLETUDE

## Le modèle formel de Kurt Ebbinghaus.

Clément Lion\* – Shahid Rahman \*\*

(\*Doctorant, UMR STL ; \*\* Professeur de Logique et d'Epistémologie, Univ. Lille 3, UMR STL)

*ABSTRACT.* With the article “Aristotle’s natural deduction system”, published in 1974, J. Corcoran has contributed to spread a new insight into Aristotelian logical writings and of the theory of assertoric syllogism in particular. The main claim of this article is that, in the first chapters of the *Analytic prior*, Aristotle doesn’t expose an axiomatic system that would suppose an underlying logic, as thought Łukasiewicz, but a natural deduction system, with metalogical dimensions. Our paper is based on the work of Kurt Ebbinghaus, called “*Ein formales Model der Syllogistik des Aristoteles*” (1964), which set a landmark for the new insight mentioned above and that was developed within the conceptual framework of Paul Lorenzen’s “operative logic”. Ebbinghaus develops a formal reconstruction that shows that Aristotle’s perspective is a proof-theoretical one, not only in relation to the underlying inference system but in relation to the study of its metalogical features. The latter indicates a main distinction to Corcoran’s own reconstruction. Indeed, while Corcoran’s assumes that Aristotle’s inferential systems is rooted on an underlying model-theoretical semantics (worked by Corcoran himself), Ebbinghaus understands the theory of syllogisms has been developed under the background of a “rule-based” approach to meaning similar to “game rules. In fact, Ebbinghaus’ reconstruction proposes a pragmatist reading of Aristotle’s syllogistic, that, so we claim, not only seems to be definitely closer to Aristotle’s views, than the model-theoretical semantics developed by Corcoran, but it also yields the theory of syllogism as a unified system.

*RÉSUMÉ.* Avec l’article “Aristote’s natural deduction système”, publié en 1974, J. Corcoran a contribué à diffuser une nouvelle perspective sur les écrits logiques d’Aristote et sur la théorie du syllogisme en particulier. Dans cet article, Corcoran prétend établir que, dans les premiers chapitres des *Premiers Analytiques*, Aristote ne propose pas un système axiomatique, qui supposerait une logique sous-jacente, ainsi que le pensait Łukasiewicz, mais plutôt un système de déduction naturelle, avec des dimensions métalogiques. Notre propos est ici basé sur un article de Kurt Ebbinghaus, intitulé “*Ein formales Model der Syllogistik des Aristoteles*”(1964), où est fixé le canon de cette nouvelle perspective mentionnée plus haut et qui a été développé dans le cadre conceptuel de la « logique opérative » de Paul Lorenzen. Ebbinghaus développe une reconstruction formelle montrant que l’approche d’Aristote relève de la « théorie de la preuve », non seulement pour ce qui concerne le système d’inférence sous-jacent, mais aussi pour ce qui concerne les éléments métalogiques. C’est notamment à travers ce dernier aspect que se manifeste une différence majeure par rapport à la reconstruction de Corcoran. Alors que celui-ci pose que le système d’inférence d’Aristote est enraciné dans une sémantique de théorie des modèles (élaborée par Corcoran lui-même), Ebbinghaus comprend que la théorie du syllogisme a été développée à partir d’une approche de la signification par des règles (« rule based »), semblables aux règles d’un jeu. En fait, la reconstruction d’Ebbinghaus offre une lecture pragmatiste de la syllogistique d’Aristote, qui, tel est notre propos, paraît non seulement beaucoup plus proche du point de vue d’Aristote que ne l’est la sémantique de théorie des modèles proposée par Corcoran, mais qui, de plus, permet de saisir l’unité systématique de la théorie du syllogisme.

Dans la seconde moitié du XXème siècle, après avoir été complètement délaissée par les logiciens, la théorie aristotélicienne du syllogisme assertorique est de nouveau apparue comme un objet d’étude digne d’intérêt. On considère généralement que ce retour paradoxal à la logique d’Aristote, si décriée à la fin du XIXème siècle, a procédé en deux temps principaux. Dans les années 50, J. Łukasiewicz, proposa d’abord, dans son ouvrage *Aristotle’s Syllogistic from the standpoint of Modern Formal Logic*, de revenir au texte aristotélicien, par-delà la lecture traditionnelle, puis montra que les résultats obtenus par Aristote pouvaient être retrouvés et complétés au moyen des outils de la logique formelle moderne (notamment le calcul des propositions et la théorie des quantificateurs) certes au prix d’un décalage important avec les procédés explicitement employés par Aristote lui-même, laissant ouvertes

de nombreuses questions, dont G. Patzig dressa l'inventaire dans son propre ouvrage de 1959, *Die Aristotelische Syllogistik*. Puis, au début des années 70, à travers une série d'articles<sup>1</sup>, J. Corcoran déploya une autre perspective, consistant à lire le début des *Premiers Analytiques* comme l'exposé d'un système de déduction naturelle autonome, même s'il devait être associé à une sémantique de théorie des modèles, demeurée implicite chez Aristote. La principale contribution de Corcoran fut de proposer une notion de la validité des syllogismes fondée sur l'explicitation d'une telle sémantique et sur la construction d'une preuve de complétude. On tient aujourd'hui pour acquis que la lecture des syllogismes comme règles d'inférence – et non comme propositions implicatives complexes, lecture suggérée, quant à elle, par Łukasiewicz – est la plus fidèle au texte des *Analytiques*, et c'est elle qui guide désormais les traductions et les commentaires, notamment ceux de Ross.

Dans ce récit du renouveau des études logiciennes d'Aristote, on passe sous silence un article paru en 1964 dans la revue de langue allemande HYPOMNEMATA, discrètement présent dans de nombreuses bibliographies, à commencer par celle de la seconde édition de l'ouvrage de Patzig, mais presque jamais cité, intitulé *Ein formales Modell der Syllogistik des Aristoteles* et écrit par Kurt Ebbinghaus, un étudiant de P. Lorenzen. On peut le déplorer, car outre l'impression qui s'en dégage que l'interprétation des syllogismes comme règles d'inférence y est déjà contenue, cet article présente un intérêt majeur pour comprendre ce qui fait d'Aristote un grand logicien et qui tient notamment à l'originalité de sa propre pensée de la « complétude », pensée qui peut être opposée à celle qui guide notamment J. Corcoran lorsqu'il entreprend d'établir, par une preuve, la complétude de la logique d'Aristote en relayant de ses propres efforts ceux d'Aristote lui-même<sup>2</sup>. Dans cet article, nous revenons d'abord sur les paradoxes de l'interprétation proposée par Łukasiewicz, afin de montrer en quoi l'interprétation d'Ebbinghaus adhère bien mieux au texte des *Premiers Analytiques*. Puis, nous comparons le modèle formel proposé par ce dernier au modèle mathématique proposé par Corcoran, afin d'en exhiber la proximité. Pour finir, nous essayons de dégager de l'article d'Ebbinghaus une conception de la « complétude » que nous opposons à la « preuve de complétude » que Corcoran s'est efforcé de greffer au système de déduction naturelle qu'il attribue à Aristote.

---

<sup>1</sup> 'Completeness of an Ancient Logic' (1972), 'A mathematical Model of Aristotle's Syllogistic' (1973), 'Aristotle's Natural Deduction System' (1974)

<sup>2</sup> Corcoran, 1972

### ***1. Les limites de la reconstruction de Łukasiewicz.***

Dans son ouvrage, traduit en français sous le titre : *La syllogistique d'Aristote dans la perspective de la logique formelle*, Łukasiewicz fait un travail de pionnier et cherche à instaurer un dialogue avec Aristote en le défendant à la fois contre l'interprétation traditionnelle et contre les reproches qui lui sont faits par la logique moderne<sup>3</sup>. Ce travail est d'abord un travail de retour au texte, même s'il rencontre des limites considérables.

Pour présenter tout d'abord les grandes lignes de cette reconstruction, on peut énoncer les points suivants.

- Łukasiewicz estime tout d'abord qu'Aristote n'est pas rigoureux dans son formalisme et qu'il joue sur les correspondances intuitives propres au langage naturel. Il y aurait formalisme si à ce « jeu » étaient substituées des formes parfaitement univoques, ce que Łukasiewicz propose de faire.
- Un syllogisme ne représente pas, selon Łukasiewicz, une règle d'inférence, mais une proposition du type « si p et q, alors r », c'est-à-dire une proposition exprimant une implication matérielle. Pour affirmer cela, il s'appuie sur la manière dont Aristote formule explicitement ses syllogismes. Par exemple, « Si A s'applique à tout B et B à tout C, alors il est nécessaire que A s'applique à tout C » (*PA*, 1. 4 25 b 38). En outre, un syllogisme ne met pas en relation des propositions, mais des termes.
- La proposition qu'est le syllogisme est non quantifiée<sup>4</sup>. Les quantificateurs apparents que sont « tout, aucun, quelque » ne sont que des parties des constantes A, E, I et O, qui représentent des types de relations entre des termes. Il y a toutefois une quantification universelle implicite dans toutes les relations entre termes définies par Aristote. C'est cette quantification universelle qui constitue la nécessité syllogistique.
- Enfin, les syllogismes parfaits sont, selon Łukasiewicz des axiomes dont vont être dérivés les syllogismes imparfaits au moyen de lois qu'Aristote utilise intuitivement, mais qu'il n'explique pas et qui correspondent aux lois du calcul des propositions. Il y a donc là aussi une dimension implicite dans les raisonnements d'Aristote. Son travail

---

<sup>3</sup> Voir J.B. Gourinat, 'Aristote et la « logique formelle moderne » : sur quelques paradoxes de l'interprétation de Łukasiewicz' (2011)

<sup>4</sup> « Aristote ne s'est pas formé une idée très claire des quantificateurs et n'en a pas fait usage dans ses œuvres »

de logicien est alors incomplet et Łukasiewicz se propose de le compléter<sup>5</sup>, au moyen des outils de la logique moderne.

A partir de l'ensemble de ces choix théoriques, Łukasiewicz parvient à restituer l'ensemble des résultats obtenus par Aristote, mais c'est au prix d'un décalage avec le texte et les procédés effectivement mis en œuvre par Aristote.

On peut noter les points suivants :

- Si les syllogismes étaient effectivement des propositions, alors Aristote devrait considérer que les syllogismes valides sont des propositions vraies. Or, à aucun moment il ne qualifie un syllogisme de « vrai ».
- Si les syllogismes étaient des propositions conditionnelles, alors on ne pourrait pas comprendre pourquoi Aristote soutient qu'une démonstration est un syllogisme<sup>6</sup>. Une démonstration ne peut évidemment pas consister en une seule proposition.
- L'idée qu'un syllogisme est une proposition conduit Łukasiewicz à rejeter la manière dont Aristote s'y prend explicitement pour réduire les syllogismes imparfaits aux syllogismes parfaits, ou du moins à substituer à leur expression encore trop intuitive, une expression rigoureusement formaliste. Considérons en guise d'exemple deux des trois types de preuve proposés par Aristote ( la preuve par conversion, la preuve par l'impossible), afin de montrer comment Łukasiewicz s'y prend pour les reconstruire.

*La preuve par conversion (Festino, mode de la deuxième figure) :*

Voici le texte d'Aristote :

« Si  $M$  n'est le cas pour aucun  $N$  et est le cas pour tel  $P$ , alors, nécessairement  $N$  n'est pas le cas pour tel  $P$ . Car puisque la négative se convertit,  $N$  n'est le cas pour aucun  $M$ . Or, on avait supposé que  $M$  était le cas pour tel  $P$ , de sorte que  $N$  ne sera pas le cas pour tel  $P$  (en effet, on a ici une déduction de la première figure » (P.A. 1,5 27a32)<sup>7</sup>

Selon Łukasiewicz, « Aristote effectue [là] une preuve intuitive », dont, selon lui, l'analyse révèle qu'elle contient implicitement deux thèses du calcul propositionnel, qu'il va quant à lui expliciter.

La première énonce :

---

<sup>5</sup> « Il est impossible de comprendre complètement les démonstrations d'Aristote si l'on méconnaît l'existence d'un autre système que le sien, qui lui est parallèle tout en étant plus fondamental que la théorie du syllogisme. Il s'agit de la logique des propositions » (p. 65)

<sup>6</sup> P.A. 1. 4. 25b30

<sup>7</sup> Traduction de M. Crubellier, GF, 2014

$$(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow (q \wedge r))$$

Si on définit  $p$  : M n'est le cas d'aucun N ;  $q$  : N n'est le cas d'aucun M ;  $r$  : M est le cas de quelque P, alors l'antécédent correspond à la loi de conversion, admise par Łukasiewicz dans sa reconstruction axiomatique. On peut donc détacher le conséquent, à savoir : « Si M n'est le cas d'aucun N et si M est le cas de quelque P, alors N n'est le cas d'aucun M et M est le cas de quelque P ».

Si maintenant, on définit  $p$  : M n'est le cas d'aucun N et M est le cas de quelque P ;  $q$  : N n'est le cas d'aucun M et M est le cas de quelque P ; et  $r$  : N n'est pas le cas de quelque P, alors en invoquant la seconde thèse du calcul propositionnel, qui énonce que :

$$(p \rightarrow q) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow r)),$$

en se reportant au mode *Ferio* de la première figure (« Si N n'est le cas d'aucun M et si M est le cas de quelque P (=  $q$ ) , alors N n'est pas le cas de quelque P (=  $r$ ) ») et en s'appuyant sur le conséquent détaché auparavant (ici  $p \rightarrow q$ ), on établit que si on admet le mode *ferio* , c'est-à-dire : « Si N n'est le cas d'aucun M et si M est le cas de quelque P, alors N n'est pas le cas de quelque P » (ici :  $q \rightarrow r$ ), alors on est obligé d'admettre le mode *festino*, c'est-à-dire : « Si M n'est le cas d'aucun N et M est le cas de quelque P, alors N n'est pas le cas de quelque P » (ici :  $p \rightarrow r$ ).

On constate que l'analyse que Łukasiewicz propose de la démonstration « intuitive » d'Aristote distingue des rapports logiques qui n'apparaissent pas à Aristote, mais sur lesquels celui-ci s'appuie « sans le savoir »<sup>8</sup>.

*La preuve par l'impossible (Baroco) :*

Aristote argumente ainsi :

« Si maintenant M est le cas pour tout N et n'est pas le cas pour tel P, nécessairement N n'est pas le cas pour tel P ; car s'il était le cas pour tout P, étant donné que par ailleurs M s'applique à tout N, il serait nécessaire que M soit le cas pour tout P ; mais on a supposé qu'il n'était pas le cas pour tel P » (P.A. 1. 5. 27b)

Selon Łukasiewicz, ce procédé ne peut pas constituer une vraie preuve par l'impossible du syllogisme, car il repose sur la négation non pas du syllogisme entier, mais seulement de la conclusion (« N n'est pas le cas pour tel P »).

---

<sup>8</sup> Ou peut-être plutôt sans s'y intéresser. Il ne serait pas illégitime de penser que les dérivations formulées par Łukasiewicz dans le calcul des propositions correspondent plutôt à des métarègles, secondaires par rapport à la marche naturelle des raisonnements.

Łukasiewicz va donc là aussi proposer une toute autre démonstration, en s'appuyant sur la loi de la logique des propositions appelée « loi de transposition » qui énonce :

$$((p \wedge q) \rightarrow r) \rightarrow (p \wedge \neg r) \rightarrow \neg q).$$

Si on définit  $p$  : « M est le cas pour tout N » ;  $q$  : « N est le cas pour tout P » et  $r$  : « M est le cas pour tout P », alors, d'après la loi de transposition, l'antécédent correspondant au syllogisme parfait *Barbara* donne bien le syllogisme de la deuxième figure *Baroco*.

Selon Łukasiewicz, les démonstrations proposées par Aristote sont donc menées dans une certaine inconscience, car elles comportent une dimension intuitive à laquelle on peut substituer une expression formaliste plus rigoureuse. Aristote ne serait, en somme, pas vraiment conscient de ce qu'il fait : pas conscient que les syllogismes parfaits sont des axiomes, ni que les démonstrations qu'il effectue ne sont pas des syllogismes, ni que les fondements d'une preuve par conversion sont plus complexes qu'il ne le croit, ni que les preuves qu'il propose comme étant des preuves par l'impossible ne satisfont pas aux exigences d'une véritable preuve par l'impossible. Il apparaît donc que la lecture proposée par Łukasiewicz est peu charitable. Elle conduit à croire que le travail d'Aristote est plutôt un travail d'éclaireur, comme si Aristote formulait des conjectures sans les accompagner par les outils d'analyse adéquats. Aristote serait donc, dans les textes des *Analytiques*, dans un rapport d'approximation avec des vérités logiques qu'il devine plus qu'il ne les conceptualise adéquatement. Łukasiewicz conçoit alors son propre travail comme comblant, au moyen des outils de la logique moderne, les lacunes et les carences du travail d'Aristote. Selon ce point de vue, le développement historique de la logique pourrait donc être mesuré à l'aune de sa finesse expressive. Les efforts d'Aristote peuvent être vus comme encore un peu maladroits, si on les évalue à l'aune des résultats postérieurs de la logique.

## **2. Le modèle formel d'Ebbinghaus et sa proximité avec le texte des *Analytiques*.**

Dans un effort d'adhérence minutieuse à la lettre du texte, Ebbinghaus va paradoxalement concevoir son modèle à travers ce qu'il appelle un « calcul »<sup>9</sup>, c'est-à-dire ici un ensemble de règles qu'on peut faire correspondre à des schémas opératifs. En ce sens très large du mot « calcul », tricoter est un calcul : quelqu'un qui tricote applique une règle

---

<sup>9</sup> Ce concept particulier de « calcul », compris comme un ensemble d'opérations schématisées à partir desquelles on se donne le droit de produire des signes déterminés à partir de signes donnés, est tiré, d'ailleurs comme la plupart des concepts sur lesquels s'appuie Ebbinghaus, de l'ouvrage de Lorenzen, *Einführung in die operative Logik und Mathematik* (1959).

implicite qui lui permet de répéter des opérations. On peut dire qu'un calcul n'est rien d'autre que l'explicitation par des règles d'une méthode de construction de quelque chose à partir de quelque chose. Les syllogismes correspondent ici à des règles de ce type.

Pour être exact, Ebbinghaus va en fait reconstruire la théorie du syllogisme à partir de deux calculs. Le premier prend pour « input » des phrases concrètes et les transforme en des formes propositionnelles de 4 types :  $AaB$ ,  $CeD$ ,  $EiF$ ,  $GoH$ . Ce point est important pour au moins deux raisons. D'abord, il implique que, dans la reconstruction d'Ebbinghaus, il n'y a aucun contenu assertif à proprement parler : aucune proposition n'est à la base du système. Les points de départ d'un raisonnement ne sont pas des propositions reconnues comme étant vraies, mais ils sont déjà les résultat de l'application d'opérations schématiques. A partir d'un ensemble infini de phrases, on peut construire quatre ensembles correspondant aux propositions de type  $A$ ,  $E$ ,  $I$  et  $O$ . A la base de la théorie d'Aristote, il y aurait un acte de construction de prémisses possibles. Ce point est important pour une deuxième raison, à savoir qu'il permet d'explicitier la règle qu'Aristote emploie implicitement lorsqu'il désigne une même proposition sous plusieurs formes différentes, par exemple «  $A$  est prédiqué de tout  $B$  » ou «  $A$  appartient à tout  $B$  ». Cet usage indifférencié de formules équivalentes correspond à une opération, à une sorte de fonction injective, qui à un ensemble de phrases fait correspondre une seule et unique forme abstraite. Ce calcul auxiliaire qu'Ebbinghaus situe en amont de son modèle semble correspondre à une opération constructive qui situe d'emblée l'activité proprement logique dans un domaine d'objet qui est fabriqué à partir des discours réels, afin de permettre la réalisation d'opérations plus complexes qui seront effectuées dans le calcul proprement dit. Le fait qu'Aristote emploie indifféremment des formules équivalentes ne signifie donc pas un défaut de formalisme, mais plutôt l'indication que quelque chose est à construire à partir de ces formules diverses, à savoir une forme schématique.

Ce calcul auxiliaire (nommé  $K^*_s$ ) étant posé, Ebbinghaus va en définir un second, qu'il nomme  $K_s$  et qui consiste lui aussi en un ensemble de règle de construction à appliquer aux constructions qui résultent elles-mêmes du calcul auxiliaire. Ce calcul est le suivant :

$$(R_1) \quad AeB \rightarrow BeA$$

$$(R_2) \quad AaB, BaC \rightarrow AaC \text{ (barbara)}$$

$$(R_3) \quad AeB, BaC \rightarrow AeC \text{ (celarent)}$$

$$(D_1) \quad AaB, AoB \rightarrow \Lambda$$

$$(D_2) \quad AeB, AiB \rightarrow \Lambda$$

$(D_3) \quad AaB, AeB \rightarrow \wedge$

$(R_{4,1}) \quad AaB \rightarrow \wedge \dot{\rightarrow} AoB$

$(R_{4,2}) \quad AeB \rightarrow \wedge \dot{\rightarrow} AiB$

$(R_{4,3}) \quad AiB \rightarrow \wedge \dot{\rightarrow} AeB$

$(R_{4,4}) \quad AoB \rightarrow \wedge \dot{\rightarrow} AaB$

$(R_5) \quad AaB, BiC \rightarrow AiC$

$(R_6) \quad AeB, BiC \rightarrow AoC^{10}$

A propos de ce calcul, on peut noter les points suivants :

- Les syllogismes correspondent bien ici à des règles d'inférence, c'est-à-dire à des schémas opératifs, tels qu'à partir de quelque chose de donné, on peut construire quelque chose d'autre. La flèche désigne donc une action de construction de quelque chose à partir de quelque chose d'autre. La question de la vérité n'a pas du tout à être posée dans ce cadre ; du moins, elle n'a pas à être posée pour comprendre la nature du syllogisme<sup>11</sup>.
- Si on parvient à établir que les démonstrations proposées par Aristote pour réduire les syllogismes correspondent bien à une application de ces mêmes syllogismes, alors Aristote ne fait pas erreur quand il affirme que les démonstrations sont des syllogismes.
- Les procédés de réduction d'un syllogisme à un autre ne correspondent pas, dans ce cadre, à la démonstration d'un théorème à partir d'axiomes, mais plutôt à la démonstration qu'une règle est réductible à d'autres. Ebbinghaus appelle *admissibilité* (terme repris à Lorenzen) le statut d'une règle qui permet de construire quelque chose qui pourrait très bien être construit sans cette règle, qui constitue donc une sorte de détour<sup>12</sup>. Les syllogismes imparfaits sont réductibles aux syllogismes parfaits, car ce

---

<sup>10</sup> Ces deux dernières règles peuvent être mises à part, car Ebbinghaus montrera qu'elles sont « admissibles », c'est-à-dire qu'elles correspondent à des syllogismes qu'il est possible de réduire aux syllogismes parfaits auxquels correspondent les règles  $R_2$  et  $R_3$ , ce que fait également Aristote au chapitre 7 du livre 1 des *Premiers Analytiques*.

<sup>11</sup> « La flèche, ici équivalente au « si...alors » aristotélicien, n'est pas [...] définie à travers la valeur de vérité, mais elle exprime une indication d'action. Nous nous écartons par conséquent des interprétations qui jusqu'ici ont considéré le « si – alors » aristotélicien en tant qu'implication, au sens de l'implication matérielle et formelle (Łukasiewicz, 1951 ; Bocheński, 1951 ; Patzig, 1959) », Ebbinghaus, 1964, p. 28 de l'article allemand.

<sup>12</sup> Ou « peak » (Gentzen 1969). On peut prouver l'admissibilité d'une règle au moyen d'une « méthode d'élimination » (Lorenzen) – qu'on appelle plutôt « réduction des détours » en théorie de la preuve – elle-même fondée sur le concept de « dérivabilité » : une règle est admissible, si l'élimination de cette règle, maintient la

qu'ils permettent de construire peut très bien être construit sans eux ; autrement dit, ils n'ajoutent rien à la capacité proprement opérative procurée par les règles fondamentales du calcul, sinon une simplification des procédures. Nous reviendrons plus loin sur le concept d'admissibilité, lorsque nous aborderons la question de la complétude.

On peut maintenant reprendre les preuves par conversion et par l'impossible dont nous avons précédemment montré en quoi consistait leur reconstruction formaliste chez Łukasiewicz<sup>13</sup>, afin de voir, en contrepois, comment Ebbinghaus les restitue dans son propre modèle formel, sous la forme de preuves d'admissibilité.

Dans  $K_s$ , le mode *festino* (prouvé par conversion) correspond à la règle :

$$MeN, MiX \rightarrow NoP$$

Une dérivation contenant cette règle a la forme :

$$\begin{array}{l} \vdots \\ l \quad MeN \\ \vdots \\ m \quad MiP \\ \vdots \\ l, m \rightarrow n \quad NoP \\ \vdots \end{array}$$

On peut remplacer cette dernière ligne de la façon suivante :

$$l \rightarrow n \quad NeM \quad (R_1)$$

$$n, m \rightarrow n + 1 \quad NoP \quad (R_6)$$

A la ligne  $n$  correspond chez Aristote : « Etant donné que la négation peut être inversée ( $R_1$ ),  $N$  n'est le cas d'aucun  $M$ . » A la ligne  $m$  : « On a posé au départ qu' $M$  est le cas de quelque  $X$  ». A la ligne  $n+1$  : « Ainsi,  $N$  n'est pas le cas de quelque  $X$  ». Finalement, Aristote indique à propos de la règle employée ( $R_6$ ) : « Par conséquent, cela est produit à travers ( $\delta\acute{\iota}$ ) un syllogisme de la première figure ».

Dans  $K_s$ , *Baroco* (prouvé par l'impossible) correspond à la règle :

---

dérivabilité dans le calcul de toutes les formules dérivables dans le calcul complété au moyen de cette règle. Sur la méthode de l'élimination, voir P. Lorenzen, *Einführung in die operative Logik und Mathematik*, 1. §3

<sup>13</sup> Ebbinghaus déclare ne pas disposer avec  $K_s$  d'un moyen adéquat de reconstruire la preuve par ecthèse. Cependant, nous évoquerons à nouveau ce point un peu plus loin, lorsque nous reviendrons sur la thèse de Łukasiewicz selon laquelle il n'y aurait aucune théorie des quantificateurs chez Aristote.

$$MaN, MoP \rightarrow NoP$$

Sa dérivation correspond au schéma suivant :

$$\begin{array}{rcl}
 & \vdots & \\
 l & MaN & \\
 & \vdots & \\
 m & MoP & \\
 & \vdots & \\
 n & NaP & \text{(formule initiale ajoutée)} \\
 l, n \rightarrow n+1 & MaP & (R_2) \\
 n+1, m \rightarrow n+2 & \wedge & (D_1) \\
 n \rightarrow n+2 \dot{\rightarrow} n+3 & NoP & (R_{4,1})
 \end{array}$$

On peut comparer cette dérivation avec le texte d'Aristote (pour le début, voir l'extrait d'Aristote retranscrit p. 5) : ligne  $n$  : « car s'il est le cas pour chaque  $P$  », ligne  $l$  : « et si  $M$  est aussi dit de chaque  $N$  », ligne  $n+1$  : « il est nécessaire que  $M$  soit le cas de chaque  $P$ . » ; ligne  $m$  : « Mais il était posé au départ que  $M$  n'est pas le cas de quelque  $P$  ». Les lignes  $n+2$  et  $n+3$  sont à compléter : « mais il est impossible que  $M$  soit le cas de chaque  $P$  et qu'il ne soit pas le cas pour quelque  $P$ . » ( $n+2$ ) : « Il doit donc être faux que  $N$  soit le cas de tout  $P$ , et par suite il n'est le cas d'aucun » ( $n+3$ ).

On constate que la fidélité au texte d'Aristote est dans les deux cas très exacte. La démonstration consiste à exhiber les opérations de construction qu'il est possible d'accomplir au moyen des seules règles initiales du calcul et dont les règles admissibles ne constituent qu'une explicitation.

Si l'on suit cette reconstruction, il apparaît qu'Aristote nomme les éléments de ses propres raisonnements avec une parfaite adéquation. Le fait qu'il n'emploie ni le concept d'axiome, ni celui de vérité dans le texte des *Premiers analytiques* apparaît parfaitement justifié. En somme, il est légitime de dire que la théorie du syllogisme expose les règles qu'Aristote emploie lorsqu'il établit des rapports de réduction entre les syllogismes. Ceci tend à prouver que les raisonnements effectués par Aristote ne présupposent aucune logique sous-jacente, mais constituent plutôt une exécution de la logique dont il définit lui-même les règles. Ainsi, tout se passe comme si Aristote commençait par formuler des règles, pour ensuite faire de ces règles des objets d'étude, à travers une sorte de procédé réflexif. Son travail de logicien ne s'arrête pas au seul acte de répertorier des formes valides de raisonnement, car il en vient à construire des relations entre ces mêmes formes, telles qu'il est possible d'établir que les unes

n'augmentent nullement la puissance opérative des formes canoniques que constituent les syllogismes parfaits et la règle d'inversion. Cette démarche pourrait être qualifiée de *métalogique* si l'on entend par là non pas l'acte de formaliser les rapports entre des assertions, mais celui de formaliser les schémas inférentiels eux-mêmes pour construire des relations d'équivalence entre leurs diverses formes possibles, qui sont autant d'instruments permettant de décider de la validité d'un raisonnement.

Il est intéressant de remarquer qu'Ebbinghaus situe par ailleurs la théorie du syllogisme dans son contexte historique et qu'il justifie ainsi la pertinence de son approche opérative. Selon lui, l'origine du syllogisme est à rechercher dans les jeux dialectiques. A partir d'un certain niveau de codification de ces jeux, le besoin s'est fait ressentir de déterminer précisément ce qu'il convenait de reconnaître comme devant être éprouvé comme évident. Dans les *Topiques*, Aristote recommande de ne pas formuler en tant que question l'acte même de tirer la conclusion (158 a7-13). En effet, si l'on pose cette question, le partenaire considérera qu'il est possible de contester la légitimité de la conclusion. Cette solution comporte à l'évidence une dimension purement rhétorique, qui ne la rend pas pleinement satisfaisante. Néanmoins le problème est bien posé : comment contraindre un partenaire à tirer une conclusion ? Les *Analytiques* offrent une solution pour rendre parfaitement décidable la question de la validité ou la non-validité de chaque étape de la discussion. Cela signifie que les *Analytiques* reprennent d'une manière systématique une réflexion qui s'impose naturellement aux partenaires d'un jeu dialectique<sup>14</sup>, et qui vise à

---

<sup>14</sup> Cette manière de situer le sens de la théorie du syllogisme dans le contexte des jeux dialectiques ouvre d'ailleurs une perspective de recherche sur la question des quantificateurs chez Aristote. Souvenons-nous que pour Łukasiewicz, la théorie du syllogisme est une théorie dont toute quantification explicite est absente. Or, dans une note de bas de page, Ebbinghaus suggère qu'il est possible de dégager de textes extraits des *Topiques*, une théorie de la quantification des prémisses. Les quantifications universelles et existentielles vont être situées dans le contexte d'une interaction entre un proposant et un opposant sous la forme d'une procédure d'argumentation. Citons Ebbinghaus :

1. « Si le proposant soutient une phrase de la forme «  $A$  est le cas de quelque  $B$  » et si l'opposant la nie, alors le proposant a gagné s'il parvient à proposer un cas  $n$  pour laquelle les deux propositions primitives «  $A$  est le cas pour  $n$  » et «  $B$  est le cas pour  $n$  » sont vraies. S'il n'y parvient pas, alors il a perdu.
2. Si le proposant soutient une phrase de la forme «  $A$  est le cas de tout  $B$  » et si l'opposant la nie, alors le proposant doit convaincre l'opposant de la validité générale de son assertion en donnant plusieurs cas pour lesquels  $A$  et  $B$  sont valables. Mais comme l'assertion générale se rapporte à une classe infinie, l'opposant peut toujours nier celle-ci. Or, le proposant a le droit d'exiger de lui un contre-cas, c'est-à-dire que l'opposant doit donner un  $n$ , pour lequel  $n \in B$  soit valable, mais pas  $n \in A$ . S'il n'y parvient pas, alors le proposant a gagné et vice-versa. (On trouve cette dernière règle explicitement dans les *Topiques*  $\theta$ , 157a34 ; on nomme ce procédé l'induction,  $\epsilon\pi\alpha\gamma\omega\gamma\eta$ ) »

Ceci tend à établir qu'Aristote avait en sa possession une théorie de la quantification qui le rendait capable de distinguer entre une procédure argumentative fondée sur l'incapacité de l'opposant à fournir un contre-exemple (dans le cas d'une proposition universelle) et sur la capacité du proposant à fournir un exemple (dans le cas de la proposition particulière). Il convient de remarquer que cette théorie de la quantification ne repose pas sur la mise

dégager les moyens d'obtenir un accord sur les règles d'inférence. La théorie du syllogisme répondrait donc à un besoin immanent aux jeux dialectiques. Elle doit donc être fondée en dernière instance sur une perspective pragmatique et dialogique.

### **3. Le modèle de J. Corcoran, sa proximité avec le modèle d'Ebbinghaus et ses limites.**

Si l'on se cantonnait à une compréhension de la sémantique en termes de théorie des modèles, on pourrait être étonné de l'absence apparente de toute considération de cet ordre dans l'article d'Ebbinghaus et croire que la validité des règles d'inférence que sont les syllogismes demanderait à être fondée dans une discipline formelle remplaçant l'ontologie, dont Ebbinghaus concède qu'elle complète, chez Aristote, les recherches proprement logiques<sup>15</sup>. On serait alors tenté de penser que le modèle d'Ebbinghaus est incomplet, car le système de règles d'inférence qu'il propose n'est associé à aucune « fonction de vérité », ni à aucun « univers de discours ». On chercherait pourtant en vain des formules indiquant qu'Aristote lui-même envisage comme pertinente la perspective d'un langage non-interprété. John Corcoran le concèdera dans l'article « Aristotle's natural deduction system » : « le concept [d'un univers de discours] ne joue aucun rôle dans le système des *Premiers analytiques* » (p. 104). Mais s'il le concède, c'est parce que dans son propre modèle, il fondera les règles d'inférence que constituent, pour Ebbinghaus comme pour lui, les syllogismes, sur un système sémantique, basé sur des notions extensionnelles, et donc sur la possibilité théorique de concevoir des univers de discours alternatifs<sup>16</sup>, afin que soit universellement fondée la relation de conséquence logique. Avant d'étudier en quoi cette

---

en relation d'une proposition avec un domaine d'objets correspondant, mais bien sur une interaction au sein d'une dynamique argumentative qui repose sur une prise en compte de la capacité des agents épistémiques à produire ou pas des exemples ou des contre-exemples. Notons au passage que s'il est vrai que cette approche dialogique permet de contester la thèse de Łukasiewicz selon laquelle on ne trouve aucune théorie de la quantification chez Aristote, du moins elle ne s'imbrique pas d'elle-même dans l'approche opérative qui est celle d'Ebbinghaus dans la construction du calcul  $K$ . Ajoutons enfin qu'Ebbinghaus exprime à plusieurs reprises l'idée qu'il ne dispose pas d'une théorie des prémisses. Sur la quantification universelle et une première réhabilitation de l'importance de l'article d'Ebbinghaus, voir M. Marion, H. Ruckert, « Aristotle on universal quantification : a study from the perspective of game semantics » (2015). Sur une interprétation proprement dialogique de la théorie du syllogisme assertorique, voir S. Rahman, Z. McConaughy, M. Crubellier, « A dialogical Framework for Aristotle's Syllogism » (2015) Work in progress.

<sup>15</sup> « Si on aborde le système aristotélicien avec le concept moderne de la règle et si on se demande pourquoi cette règle est valide, alors on ne peut donner à cela comme fondement qu'un état de fait, qui se laisse percevoir au moyen du  $\nu\omicron\varsigma$  et qui, dans le cadre de la pensée d'Aristote, relève proprement du domaine de l'ontologie. » Ebbinghaus (1964), p. 53.

<sup>16</sup> Même si Corcoran précise que ce système déductif sera associé à une seule interprétation, considérée comme interprétation naturelle.

introduction d'un système sémantique dans le modèle que propose Corcoran l'éloigne de la lettre du texte des *Analytiques*, considérons d'abord son modèle en tant que système formel de déduction naturelle.

Nous pouvons réduire ce système, qu'on nomme  $D$  (pour « *Deductive System* »), au minimum en adoptant la présentation suivante<sup>17</sup> (et en normalisant les expressions pour faciliter la comparaison avec les reconstructions respectives de Łukasiewicz et d'Ebbinghaus)<sup>18</sup>.

1. L'alphabet de  $D$  contient :
  - a) Un ensemble  $V$  de termes constants ( $A, B, C, D, \dots$ )
  - b) Les opérateurs du syllogisme ( $a, e, i, o$ )
2. Les expressions bien formées du langage  $L$ , pour CS, sont :
  - a) Pour tous termes constants distincts  $A$  et  $B$  :  $AaB, AeB, AiB$  et  $AoB$  sont des expressions bien formées (ou des « phrases »)
  - b) Rien d'autre n'est une expression bien formée.
3. Les règles d'inférence pour  $D$ . Pour tout  $x, y, z \in V$  :
  - C1.  $x e y \vdash y e x$  (conversion)
  - C2.  $x a y \vdash y i x$  (conversion)
  - C3.  $x i y \vdash y i x$  (conversion)
  - PS1.  $x a y, y a z \vdash x a z$  (Barbara)
  - PS2.  $x e y, y a z \vdash x e z$  (Celarent)
  - PS3.  $x a y, y i z \vdash x i z$  (Darii)
  - PS4.  $x e y, y i z \vdash x o z$  (Ferio)
  - CTR. Si  $P, C(d) \vdash e$  et  $P, C(d) \vdash C(e)$ , alors  $P \vdash d$  (Réduction)<sup>19</sup>

**Définition 1 (argument) :** *Un argument est une paire ordonnée  $(P, c)$ , où  $P$  est un ensemble de phrases (appelées prémisses) et  $c$  est une seule phrase (appelée conclusion).*

<sup>17</sup> Voir N. Fillion « Two accounts of Aristotle's logic » (2007), à qui nous reprenons la présentation du système déductif  $D$  notamment dans le choix de remplacer le signe  $\models$  par le signe  $\vdash$ , afin de faire ressortir provisoirement la primauté des règles d'inférences sur les relations de conséquences logiques, choix sur lequel nous reviendrons plus bas.

<sup>18</sup> Ainsi, au lieu de  $Aab$  (pour tout  $a$  est  $b$ ), on écrira  $BaA$  ( $B$  est le cas de tout  $A$ )

<sup>19</sup>  $x a y$  et  $x e y$  sont définis respectivement comme les contradictoires de  $x o y$  et de  $x i y$  (et vice-versa).  $C(d)$  indique le contradictoire de  $d$ .

**Définition 2 (déduction directe) :** Une déduction directe dans  $D$  de  $c$  à partir de  $P$  est une liste finie de phrases terminant par  $c$ , commençant par toutes ou plusieurs phrases de  $P$ , et telle que toute phrase subséquente (après celles de  $P$ ) est soit :

- Une répétition d'une ligne qui précède
- Une  $D$ -conversion d'une ligne précédente
- Une  $D$ -inférence de deux lignes précédentes.

**Définition 3 (déduction indirecte) :** Une déduction indirecte dans  $D$  de  $c$  à partir de  $P$  est définie comme une liste finie de phrases finissant par une paire de contradictoire, commençant par une liste de toutes ou plusieurs phrases de  $P$  suivies du contradictoire de  $d$  ( $C(c)$ ), et telle que chaque ligne additionnelle subséquente (après  $C(c)$ ) soit :

- Une répétition d'une ligne qui précède
- Une  $D$ -conversion d'une ligne précédente.
- Une  $D$ -inférence de deux lignes précédentes.

En nous appuyant sur ce système déductif, montrons à présent comment on peut réduire les syllogismes *ferio* et *baroco*, en indiquant en note de bas de page pour plus de lisibilité, les règles correspondantes dans le calcul  $K_s$  que proposa auparavant Ebbinghaus.

- *festino* (déduction directe)

	1	NoP	Prémisse
	2	Prémisse <sup>20</sup>	C1 (1)
	3	_____	
	4	<sup>20</sup> On se reportera à la preuve correspondante chez Ebbinghaus en faisant abstraction du concept d'admissibilité et de la méthode dite d'élimination (qui est la méthode permettant d'établir l'admissibilité d'une règle). On constatera facilement que la règle C1 correspond exactement à la règle $R_7$ et que la règle PS4 correspond tout aussi	_____
MeN			exactement à la règle $R_6$ . La ligne 4 est chez Corcoran une répétition, dont Ebbinghaus se passe dans son propre formalisme.
MiP			
NeM			
MiP			<sup>21</sup> Il est facile de procéder pour cette preuve à la même comparaison que dans l'exemple précédent.

Réitération (2)

PS4

(3,4)

*Baroco*

(déduction

indirecte)<sup>21</sup>

---

1	MaN	Prémisse
2	Mop	Prémisse
3	NaP	C(NoP)
4	MaN	Réitération (1)
5	MaP	PS1 (3,4)
6	MoP	Réitération (2)
7	NoP	Réduction

On voit que le modèle de Corcoran est assez exactement similaire à celui d'Ebbinghaus, si on présente le système déductif  $D$  de cette manière, c'est-à-dire sous la forme d'un ensemble de règles d'inférence définies à partir d'un langage donné. Pourtant cette présentation est, en toute rigueur, trompeuse (même si elle permet de rendre manifeste une forte similitude avec le calcul  $K_s$ ). En effet, dans l'article de 74, Corcoran, après avoir défini le langage  $L$  ne pose pas à proprement parler des « règles d'inférence », ici indiquées par le symbole  $\vdash$ . Ces règles d'inférence sont plutôt basées sur la formulation première de « lois », appartenant à une sémantique nommée  $S$ , et d'emblée associée au système déductif  $D$ . Elles sont donc rendues au moyen du symbole  $\models$ , qui exprime la conséquence logique, et pas seulement la dérivabilité. La validité de ces lois est fondée par Corcoran sur la définition d'une fonction de vérité qui associe les phrases de  $D$  à un « domaine » spécifique. Selon Corcoran, Aristote considère la valeur de vérité des propositions catégoriques non modales comme déterminée extensionnellement. Il se base alors sur ce fait pour relier les règles d'inférences à une fonction de vérité  $V$  associée à une interprétation des éléments du langage  $L$  qui fonde la possibilité pour les prémisses ou la conclusion d'un syllogisme d'être qualifiées de vraies. Selon Corcoran, Aristote établit la validité des syllogismes non-réductibles en appliquant deux principes : 1) *le principe du contre-exemple* (un argument (P, c) est invalide si et seulement s'il a un contre-exemple ; 2) *le principe de la forme* (un argument n'est valide que si et seulement si tout argument de la même forme est aussi valide). S'ils ne sont pas énoncés explicitement par Aristote, ces principes semblent correspondre à des méthodes qu'il met effectivement en œuvre tout au long des *Premiers analytiques*. De cette manière, Corcoran parvient sans doute à préciser la dimension sémantique de la théorie du syllogisme et à justifier certaines méthodes employées par Aristote (notamment celles qui reposent sur une interprétation des variables contenues dans un syllogisme donné), mais cette précision a un coût considérable du point de vue de l'isomorphisme – pour reprendre un concept qu'utilise Ebbinghaus – avec le texte d'Aristote. Evoquons les trois points suivants :

- La définition préalable dans le langage  $L$  de la forme syntaxique « argument » :  $P(c)$  n'a aucun équivalent dans le texte d'Aristote. En effet, ainsi que le concède Corcoran, « à chaque fois qu'il se réfère à travers un nom commun à un argument de type  $P(c)$ , c'est toujours à travers le mot de syllogisme, qui s'accompagne de l'idée de validité »<sup>22</sup>. Il n'y a pas, dans les *Premiers analytiques*, de traitement distinct d'un langage ou d'une pure forme argumentative, abstraction faite de son sens. Le passage par le moment « formel » ne revient pas, semble-t-il pour Aristote, à épurer la syntaxe de sa charge sémantique.
- De façon corrélatrice, fonder la validité des syllogismes parfaits et des lois de conversion sur des considérations sémantiques extensionnelles suppose de se rapporter à un univers de discours pris dans sa totalité et tel que les « lois » dont parle Corcoran s'y appliquent universellement. Bien plus, cela impliquerait que l'univers de discours « réel », celui qui est effectivement présent derrière les usages de la langue naturelle, ne constituerait qu'une interprétation particulière du langage formel correspondant à la théorie du syllogisme. Or, l'idée d'une interprétation alternative à celle qui accompagne naturellement les mots communs semble être totalement étrangère à la pensée d'Aristote, qui utilise un langage formel toujours déjà interprété.
- Si la validité des règles du syllogisme est, en dernière instance, fondée sur leur rapport à un domaine qui distribue les valeurs de vérité pour les prémisses et la conclusion (d'une manière telle que cette distribution soit toujours la même quels que soient les termes concrets apparaissant dans l'argument), alors même si l'on a établi la cohérence du système de ces règles, il reste à établir la *complétude* de ce système, c'est-à-dire à montrer que tout argument valide selon la sémantique  $S$  peut être obtenu au moyen d'une dérivation selon les règles d'inférence. Si Corcoran en établit la preuve rigoureuse dans l'article « Completeness of an ancient logic » (1972), il convient de dire que la nécessité d'une preuve de complétude *ainsi comprise* ne correspond à aucune suggestion d'Aristote. Cette manière d'envisager la question de la complétude est plutôt greffée au texte des *Analytiques* qu'elle n'y est préfigurée.

#### **4. Vers une autre compréhension de la question de la complétude.**

Ebbinghaus ne conteste certes pas qu'Aristote ait pu s'intéresser à la question de la complétude. Il écrit, au contraire, au moment où il rapporte la théorie du syllogisme au contexte pragmatique des jeux de discussions qu'Aristote « s'intéresse beaucoup à la preuve

---

<sup>22</sup> Art. cit. p. 101

de la complétude (*Nachweis der Vollständigkeit*) de son système, à cela que toutes les inférences passent par les figures répertoriées, que chaque preuve requiert trois termes...etc »<sup>23</sup>. Puisque cependant, il ne s'occupe pas, dans cet article, de la question de la vérité<sup>24</sup>, sinon incidemment et pour la rejeter hors de son propos, étant donné que « le concept de vérité est éliminé de la syllogistique »<sup>25</sup>, alors on doit en conclure que l'intérêt d'Aristote pour une preuve de complétude doit être pensé autrement qu'à partir de la question de la vérité, donc autrement que Corcoran ne la pose, en termes de « fonction de vérité » et « d'univers de discours ». Ebbinghaus perçoit la raison de cet intérêt dans le fait qu'Aristote a inventé, avec la théorie du syllogisme, « un procédé au moyen duquel il devient possible de décider de la validité ou de la non-validité de chaque étape de la discussion »<sup>26</sup>. La « question de la complétude » est en quelque sorte déplacée et n'est plus à comprendre selon le sens qu'elle revêt lorsqu'on commence par séparer les règles d'inférence des questions sémantiques. Un système inférentiel ne sera pas qualifié de « complet » s'il est corrélé à une structure ensembliste dont il restituerait entièrement les relations inclusives, il le sera, dans un autre sens, s'il est associé à la preuve que toutes les inférences qu'il rend possibles sont susceptibles d'être normalisées, c'est-à-dire ramenées à des figures canoniques qui correspondent, non pas à des règles évidentes conservant la vérité, mais à des assumptions fondamentales instituant le cadre dans lequel une discussion entre individus raisonnables devient possible. Tel est le sens du concept d'admissibilité<sup>27</sup>, qui rend possible de penser la

---

<sup>23</sup> Ebbinghaus (1964), p. 49

<sup>24</sup> « Les propriétés « vrai » et « faux » ne sont pas définies pour les figures du calcul  $[K_s]$  et ne peuvent être définies de façon opérative », p. 35.

<sup>25</sup> p. 53.

<sup>26</sup> p. 49. Le verbe « *entscheiden* » (décider) et l'expression « *Entscheidungsverfahren* » (procédé de décision) employés dans la même page par Ebbinghaus font écho au problème de la décision (« *Entscheidungsproblem* ») posé par Hilbert, problème qui trouverait, en quelque sorte, dans la syllogistique d'Aristote une solution positive. Notons qu'il s'agit là d'une théorie logique ne permettant pas de formaliser les relations, contrairement à la logique du premier ordre, dont Church a établi l'indécidabilité, et que ce n'est évidemment pas le type de théorie logique que Hilbert avait en vue lorsqu'il formulait le « problème de la décision ». D'ailleurs, Ebbinghaus parle de la décidabilité d'une *inférence* et non pas de celle d'une *proposition* : il ne s'agit pas, pour Aristote, de se demander si on peut décider de la dérivabilité ou de la non-dérivabilité de toute proposition, mais plutôt si on peut décider de la validité de toute inférence. Or, c'est justement possible si toute inférence valide constitue un détour réductible au moyen d'une preuve d'admissibilité. Le « flottement » entre le problème de la décision et celui de la complétude tient sans doute au fait que l'approche d'Ebbinghaus présuppose une manière de penser la signification qui diffère de celle en fonction de laquelle ces problèmes ont été formulés par Hilbert. On peut dire que ce que fait Aristote concerne la complétude si on comprend celle-ci comme détermination *complète* de l'ensemble des inférences du point de vue de la validité. Cependant, il est sans doute plus approprié de parler de l'admissibilité de toutes les inférences valides relativement aux règles fondamentales de la théorie du syllogisme.

<sup>27</sup> Il est important de savoir que le concept d'admissibilité a eu une importance décisive dans la construction d'une sémantique de théorie de la preuve, notamment à travers le « principe d'inversion » qu'il permet de fonder, que Lorenzen formule en 1953 et que Dag Prawitz reprendra en 1965 pour développer l'idée que la signification d'un connecteur logique est donnée à travers des règles, à savoir les règles dites d'introduction et d'élimination de ce connecteur (idée que Gentzen formulait dès 1934). Si le travail d'Ebbinghaus est en quelque

notion de validité comme, en quelque sorte, immanente aux inférences elles-mêmes. Ebbinghaus a l'intuition géniale qu'en réduisant l'ensemble des syllogismes à quelques figures canoniques, moyennant l'usage des règles de conversion, Aristote *n'a pas besoin d'une preuve de complétude*. Dans les *Analytiques*, l'instrument inférentiel constitue l'objet même de l'analyse logique, indépendamment de toute perspective référentielle, renvoyée en dehors du domaine propre de la logique. Si Corcoran a bien perçu que les syllogismes étaient des règles d'inférence, il s'en est tenu à l'idée que ces règles devaient servir, en dernière instance, à transporter et à conserver la vérité, qui seule fonde, à ses yeux, leur validité. Ebbinghaus va, pour sa part, beaucoup plus loin, en suggérant qu'Aristote pense la validité syllogistique à travers l'analyse des inférences elles-mêmes et de leur réductibilité aux règles d'inférences canoniques que sont les syllogismes parfaits. C'est donc, en somme, le concept d'admissibilité qui permet de nommer la manière spécifique dont Aristote élabore la preuve de la complétude de son système, la mise en œuvre de cette preuve correspondant à celle de réduction des détours, c'est-à-dire à la réduction des syllogismes imparfaits aux syllogismes parfaits. On pourrait donc certes appeler ici « preuve de complétude » une preuve que la validité de tous les « coups » possibles dans le cadre d'un jeu peut faire l'objet d'une « décision » fondée sur la construction d'une relation d'équivalence entre les règles d'inférence auxquelles correspondent ces « coups » et les règles canoniques qui constituent fondamentalement le cadre du jeu, mais il serait plus naturel de parler de « preuve d'admissibilité » en ayant bien en tête qu'établir l'admissibilité de schémas inférentiels suffit pour fournir ce que Corcoran prétendait réaliser à travers sa preuve de complétude et que c'est exactement ce que fait Aristote dans les *Premiers Analytiques*. Il est alors naturel d'associer cette nouvelle perspective sur la question de la complétude au contexte pragmatique des jeux de discussions qu'Aristote étudie dans les *Topiques*. Ebbinghaus nous donne par là à comprendre ce qui fait d'Aristote un grand logicien, sans réduire l'intérêt des *Premiers Analytiques* au système de déduction naturelle qu'on peut en dégager, en redonnant de l'éclat à ses découvertes propres, dans la simplicité de leur présentation par Aristote lui-même et dans le contexte où elles s'inscrivent.

---

sorte traversé par des idées novatrices, et en chantier, sur la nature de la signification, c'est d'une manière qui n'est pas toujours totalement maîtrisée, ce dont témoigne, par exemple, la note de bas de page concernant la dialogique, dont le contenu est suggéré, de l'aveu d'Ebbinghaus, par Lorenzen, mais qui s'intègre difficilement au contexte de l'article. Il nous semble qu'un des intérêts de ce dernier ressort justement de l'impression d'indécision et de flottement qui s'en dégage et qui est l'indice d'une bifurcation hésitante vers une approche nouvelle de la notion de validité, encouragée par la lecture toute « matinale » qu'elle rend possible du texte des *Analytiques*. Sur le développement de la sémantique de la théorie de la preuve à partir des travaux de Lorenzen, voir. P. Schroeder-Heister « Proof-Theoretic Semantics », 2012 (Stanford Encyclopaedia of Philosophy)

\*

S'il vaut donc la peine de lire (ou de relire) aujourd'hui cet article de 1964, ce n'est peut-être pas tant pour lui restituer la part d'influence qui fut la sienne, d'une manière plus ou moins souterraine, dans le domaine des études des écrits logiques d'Aristote, que pour redécouvrir, dans son éclat naissant, une intuition lumineuse relative à l'essence de la logique, intuition qui pourrait, dans sa discrétion même, ouvrir la perspective de nouveaux développements audacieux, s'inscrivant dans la continuité des textes de l'*Organon*.

\*

**Remerciements.** Nous exprimons notre gratitude et nos plus vifs remerciements au professeur Michel Crubellier pour ses précieuses indications et pour la relecture minutieuse de la traduction de l'article d'Ebbinghaus par Clément Lion. Merci également à Zoé McConaughey pour les échanges fructueux dans le cadre d'un séminaire organisé au sein de l'UFR de philosophie de Lille 3, portant sur les reconstructions modernes de la théorie du syllogisme d'Aristote et à l'occasion duquel s'est esquissé le contenu du présent article. Merci à la MESHS de la région Hauts-de-France, pour nous avoir donné l'occasion, dans le cadre de l'axe de recherche ADA (Argumenter-Décider-Agir), de soumettre une première présentation du contenu de cet article au jugement de chercheurs avisés.

\*

## **BIBLIOGRAPHIE.**

- Corcoran, J. 1972, «Completeness of an Ancient Logic», *Journal of Symbolic Logic*, vol. 37, p. 696-702.
- Corcoran, J., 1973, «A Mathematical Model of Aristotle's Syllogistic», *Archiv für Geschichte der Philosophie*, vol. 55, p. 191-219.
- Corcoran, J., 1974a, «Aristotle's Natural Deduction System», in J. Corcoran (ed.), *Ancient Logic and its Modern Interpretations*, Dordrecht, D. Reidel, p. 85-131.
- Corcoran, J., 1974b, «Aristotelian Syllogisms: Valid Arguments or True Universalized Conditionals? », *Mind*, n.s., vol. 83, p. 278-281.
- Corcoran, J., 1994, «The Founding of Logic. Modern Interpretations of Aristotle's Logic», *Ancient Philosophy*, vol. 14, p. 9-24.
- Crubellier, M. 2011, «Du sullogismos au syllogisme», *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, vol. 136, no 1, p. 17-36.

- Crubellier, M. 2014, *Aristote, Premiers Analytiques ; traduction, introduction et commentaire*, Garnier-Flammarion.
- Dorion, L.-A. 1995, *Aristote, Réfutations Sophistiques*, Presses de l'Université Laval.
- Ebbinghaus, K., 1964, *Ein formales Modell der Syllogistik des Aristoteles*, Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht.
- Fillion, N, 2007, "Two accounts of Aristotle's Logic", Seminar on Aristotelian Logic, Ph.D in Philosophy
- Gourinat, J.B., 2011, "Aristote et la « logique formelle moderne »: sur quelques paradoxes de l'interprétation de Łukasiewicz", *Philosophia Scientiae*, 15-2
- Kapp, E, *Greek foundation of traditional logic*, New-York, 1942
- Marion, M, Ruckert, H., 2015, « Aristotle on universal quantification: a study from the perspective of game semantics » *History and philosophy of Logic*, texte en ligne.
- Patzig, G. *Die aristotelische Syllogistik*, Göttingen, 1959
- Patzig, G, Aristotle's theory of the syllogism: a logico-philosophical study of Book A of the prior analytics, New York, 1969
- Prawitz, D. *Natural deduction*, Stockholm, 1965
- Rahman, S, McConaughy Z., M. Crubellier (2015), *A dialogical framework for Aristotle's Syllogism*, work in progress.
- Rahman, S, Nzokou, G., 2015, "Les racines dialectiques de la syllogistique aristotélicienne. Identité et quantification universelle." Conférence Ada-Lacto, MESHS Lille
- Smith, R., 1982, «What is Aristotelian Ecthesis? », *History and Philosophy of Logic*, vol. 3, p. 113-127.
- Smith, R., 1983, «Completeness of an Ecthetic Logic», *Notre Dame Journal of Formal Logic*, vol. 24, p. 224-232.
- Smith, R. 1989, *Aristotle's Prior Analytics ; traduction, introduction et commentaire*, Hackett.