



**HAL**  
open science

## L'expérience comme signe didactique indiciel

François Conne

► **To cite this version:**

François Conne. L'expérience comme signe didactique indiciel. Recherches en Didactique des Mathématiques, 2008, 28 (2), pp.219-264. halshs-01523909

**HAL Id: halshs-01523909**

**<https://shs.hal.science/halshs-01523909>**

Submitted on 17 May 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# L'EXPÉRIENCE COMME SIGNE DIDACTIQUE INDICIEL

François Conne\*

## ABSTRACT

The aim of this paper is to introduce some distinctions from Peirce's semiotic to analyse and interpret the didactical use of the experiment in mathematics teaching. Because the Peircean conception of semiosis considers that a sign is fully determined by its object, I have chosen to introduce semiotic considerations through the three modes of relation between a sign and its object: iconic, indexical, and symbolic. My thesis is that in teaching mathematics, the experiment has the function of an indexical sign. The indications can take multiple forms, which are illustrated by four examples of standard activities in the third and fourth years of primary education in French-speaking Switzerland. The essential function of such experiments is to confirm the existence of objects about which pupils had at most only vague ideas, so as to engage them in learning.

## RESUMEN

Este artículo se interesa en el recurso didáctico de la experiencia. La problemática es la del acceso a un dominio de conocimiento que se encuentra muy alejado de las personas a quienes nos dirigimos, problema que se plantea con fuerza para los alumnos de la enseñanza especializada. La tesis de este artículo es que en la enseñanza, la experiencia tiene una función de signo revelador en el sentido de Peirce. Los índices pueden tomar múltiples formas que ilustramos con cuatro ejemplos de actividades tipos de la enseñanza primaria de 3º y 4º año en Suiza francófona. Tales experiencias tienen por función esencial testear la existencia de objetos, de los cuales los alumnos antes tenían solamente vagas ideas, con el fin de motivarlos a aprender algo más sobre ellos.

## RÉSUMÉ

Cet article s'intéresse au recours didactique à l'expérience. La problématique est celle de l'accès à un domaine de connaissance qui se trouve fort éloigné des personnes à qui nous nous adressons, question qui se pose avec acuité

---

\* Ddmes ssrdm, Dimage fpse Unige.  
francois.conne@pse.unige.ch

pour les élèves de l'enseignement spécialisé. La thèse de cet article est que dans l'enseignement l'expérience a fonction de signe indiciel au sens de Peirce. Les indications peuvent prendre de multiples formes qui sont illustrées sur quatre exemples d'activités types de l'enseignement primaire de 3<sup>ème</sup> et 4<sup>ème</sup> année en Suisse Romande. De telles expériences ont pour fonction essentielle d'attester l'existence d'objets dont auparavant les élèves n'avaient tout au plus que de vagues idées, afin de les engager à en apprendre quelque chose.

Mots-clés : Géométrie, expérience, signe iconique, signe indiciel, signe symbolique, procédés, enseignement spécialisé.

## INTRODUCTION

La question qui est au cœur de cet article est celle du recours didactique à l'expérience. Derrière cette question, il en est une autre, tout aussi imposante, celle de l'accès à un domaine de connaissance qui se trouve fort éloigné des personnes à qui nous nous adressons. Par exemple, l'introduction des élèves de l'école primaire à la géométrie des mathématiciens, ou encore la thématization des instruments et procédés sophistiqués appris, exercés et utilisés en classe, etc. Mondes éloignés auxquels l'école se doit de donner accès et qui s'éloignent encore plus de tous les élèves qui, pour une raison ou pour une autre accusent un retard scolaire sérieux, en particulier les élèves de l'enseignement spécialisé (Conne, Favre & Giroux 2006). Lorsqu'on tente de trouver accès à des mondes éloignés, il nous faut des repères pour nous situer et des indices pour nous orienter ; et c'est dans le réel qu'il nous faut les chercher. La thèse de cet article est que dans l'enseignement l'expérience a fonction de signe indiciel au sens de Peirce. Les indications peuvent prendre de multiples formes : c'est une indication d'un certain savoir que de soumettre un problème à des élèves, et souvent le problème est introduit par une intrigue, une surprise qui elle aussi est un indice (Conne 2006). C'est tout autant un indice que de sensibiliser les étudiants à un problème en leur indiquant la solution, voire en la leur exposant ; et rien ne les empêche alors de retourner au problème afin de bien le baliser. C'est enfin tout autant des indices que fournissent aux élèves ce que produisent les instruments qu'on met à leur disposition, que ce soit une machine électronique, un simple truc de pliage avec tache d'encre pour obtenir des figures fantastiquement symétriques ou un procédé graphique comme le dessin à main levée d'un cube en perspective cavalière (Conne 2007b). De telles expériences ont pour fonction essentielle d'attester l'existence d'objets dont auparavant les élèves n'avaient tout au plus que de vagues idées, afin de les engager à en apprendre quelque chose. Nous assurer de l'existence de son objet : telle est la fonction du signe indiciel peircien.

Dans une première partie de cet article je développerai ma problématique en commençant par présenter quelques éléments de sémiotique peircienne, puis en exposant en quoi on peut considérer l'expérience comme signe didactique et enfin en précisant de ce point de vue les éléments de sémiotique peircienne précédemment exposés. Dans la seconde partie j'analyserai en détails quatre exemples déclinés sur les aspects mis en évidence dans la problématique. Le premier cas montrera comment le savoir vient faire écran à une évocation de l'expérience. Le second cas montre comment un dispositif expérimental trop puissant ferme l'expérience sur un simple constat. Le troisième exemple montre

à quel point l'expérience didactique sollicite l'imagination des enseignants. Le quatrième cas enfin montre comment un clivage peut s'établir dans une activité scolaire entre les pôles iconiques et indiciels. En conclusion, je reviendrai sur la caractérisation sémiotique du recours didactique à l'expérience, et que, dans mon titre, j'ai qualifié de *mise en évidence*.

## PROBLÉMATIQUE

Depuis un certain nombre d'années toutes mes recherches sont dévolues aux questions que l'enseignement spécialisé pose à la didactique. La question à laquelle cet article entend apporter sa contribution est celle de l'expérience en liant deux de ses facettes (Conne 2003, 2007a). Premièrement celle de l'expérience que peuvent retirer les élèves de l'enseignement spécialisé lorsqu'on leur propose des activités que, manifestement, ils n'arriveront pas à réussir, ni même, souvent, à accomplir pleinement. Secondement celle des expériences que les élèves ont du monde et qui pourraient être sollicitées à des fins d'apprentissage. C'est pour cette raison que je me suis particulièrement intéressé à l'enseignement de géométrie à l'école primaire. Non seulement dans l'enseignement spécialisé cette matière est relativement délaissée au profit d'activités numériques-dites de base, mais encore dans l'enseignement ordinaire lui-même, le domaine de la géométrie est considéré, en Suisse romande, comme une propédeutique à la géométrie déductive. Enfin, le domaine de la géométrie est à la croisée de l'image, de l'expérimentation matérielle et du raisonnement et offre un champ d'étude particulièrement intéressant. Néanmoins les propos de cet article ne sont pas exclusifs à ce domaine d'étude.

Lorsque l'on cherche à faire faire l'expérience aux élèves de quelque chose qu'il nous semble important de mettre en évidence, on se heurte à un problème de signification : comment faire pour s'assurer que la signification qu'elle prendra pour eux rejoigne celle que nous lui attribuons déjà ? Prenons l'exemple du fait que la somme des angles d'un triangle égale un angle plat ( $180^\circ$ ). Pour celui qui sait la place de ce savoir dans l'édification de la géométrie déductive, l'expérience consistant à dessiner un triangle et à tirer par un sommet la parallèle à sa base pour faire apparaître cette somme est intéressante (cf. fig. 1, premier des quatre exemples analysés dans la seconde partie de l'article). Il en va exactement de même de cette autre expérience que Boule (2001) propose de faire dans le registre d'un pliage (cf. *ibid.*). On peut imaginer la curiosité que peut susciter pour l'initié d'observer que ce fait peut être obtenu aussi bien par dessin, par pliage ou par mesurage, etc. Celui qui connaît le théorème voudra peut-être attirer l'attention des élèves sur ce

fait particulier à l'occasion de telle ou telle expérience, voire les intriguer au fait que des expériences différentes aboutissent toutes à ce même constat. Pourtant la propriété de la somme des angles d'un triangle est bien plus qu'un constat. D'ailleurs une expérience ne montre jamais un théorème. Ce qui est donné à constater par les élèves lors de telle ou telle activité ne sont que des marques d'actualisations effectives de cette propriété générale sur des registres particuliers. Ce sont des indices au sens peircien du terme (voir paragraphe 1 ci-dessous). Au-delà, c'est dans ce que l'on fera de ces faits, à l'occasion de nouvelles expériences, dans le report anticipatif ou constatif à d'autres activités, qu'ils viendront prendre une signification plus générale. D'où la nécessité des commentaires de l'enseignant qui anticipent de tels développements. Poser ainsi les choses c'est considérer que ces expériences de dessin, de pliage, de mesure, nous livrent des signes d'un objet. L'étiqeter : somme des angles d'un triangle c'est déjà rapporter l'expérience à autre chose qu'elle a été, c'est parler comme d'une somme de ce qu'on aura obtenu par dessin, par pliage ou par relevé de mesures successives. Tout le problème du recours à l'expérience se trouve dans le fait que son objet n'est jamais atteint pour lui-même, qu'il n'est jamais donné préalablement au travers d'une connaissance arrêtée. Au contraire son but est de faire partir un processus qui fait porter ailleurs la connaissance et par là, la transforme. On connaîtra tout autrement l'objet désigné par l'expression : somme des angles d'un triangle lorsqu'il aura été lié soit au 5ème postulat d'Euclide soit à la formule donnant la somme des angles d'un polygone convexe de  $n$  côtés, soit au théorème TTTTT (théorème du trajet total de la tortue et de sa trace) étudié par Rouchier (1985) avec la tortue de sol logo, voire au fait que dans une géométrie non euclidienne cette somme intervient dans la mesure de la surface du triangle, etc. Et cela pourrait aller jusqu'à nous imposer d'en changer l'étiquette.

### 1. Les trois modes de renvoi du signe à son objet dans la sémiotique de C. S. Peirce

Ainsi donc la problématique que j'adopte ici est sémiotique et pragmatique, ce qui veut dire aussi que je considère l'expérience comme un processus. Ce que peuvent partager un enseignant et ses élèves de leur expérience respective est ce que constitue le parcours qu'ils pourront mener ensemble chacun de l'endroit où il se trouve.

Je rappelle quelques définitions de la sémiotique indispensables pour ancrer la perspective adoptée :

Signe: (...) something by knowing which we know something more. (C.P. 8.332, Peirce, 1898)<sup>1</sup>

Signe : (...) un signe ou représentamen, est quelque chose [1] qui tient lieu pour quelqu'un [3] de quelque chose [2] sous quelque rapport ou à quelque titre. Il s'adresse à quelqu'un c'est-à-dire qu'il crée dans l'esprit de cette personne un signe équivalent ou peut-être un signe plus développé. Ce signe qu'il crée, je l'appelle interprétant du premier signe. Ce signe tient lieu de quelque chose : de son objet (C.P. 2.228, Fisette 1993, p. 10).

Si le signe tient pour son objet, cela n'implique pas pour autant que ce dernier serait déjà totalement connu. Au contraire, c'est par le signe que nous connaissons mieux l'objet, au travers des enchaînements de ses interprétants ou sémioses. Si l'objet est connaissable c'est parce que ces sémioses ne sont pas libres mais contraintes par l'objet lui-même. De ce point de vue, la relation qu'entretient un signe à son objet est quelque chose de crucial pour toute personne qui s'intéresse aux développements sémiotiques. Cette relation se décline sur trois modes : les relations iconique, indicielle et symbolique que j'illustrerai par trois exemples dont l'un se rapporte à ce qu'on raconte sur John Neper (Kaplan, 2004, p. 135) :

Kaplan rapporte que ses habits (étaient) noirs, de la tête aux pieds et qu'un coq noir l'accompagnait partout, puis il écrit : « (...) quand il devint clair qu'un de ses serviteurs était indélicat, il les rassembla tous (raconte l'histoire) et leur dit que son coq noir allait découvrir le voleur. Il l'enchaîna dans une pièce sombre. Chaque serviteur devait entrer seul, caresser le coq et sortir. Et il prit son homme : c'était le seul qui avait gardé les mains propres, car il avait eu peur de toucher l'oiseau que Neper avait saupoudré de suie. »

a) *Un signe iconique prête à son objet son apparence – qualitative, caractéristique ou générique – comme ressemblance suggestive*

Dans ce cas, le signe tient pour son objet en tant qu'il partage avec lui son apparence ou celle qu'on lui suppose. L'icône présente ainsi une possibilité d'être de son objet, elle est suggestive – sans suggérer pourtant quelque chose de précis. La relation d'une icône à son objet est une assimilation, le signe ne se distingue pas de son objet, dont on n'est même pas assuré qu'il existe.

1. « (...) quelque chose dont la connaissance nous porte quelque chose de plus à la connaissance » (traduction de F. Conne). Les références C.P. renvoient au texte de Peirce (1898), avec référence à Fisette (1993) quand la traduction vient de ce texte.

Dans l'exemple de Neper, la suie prête sa qualité aux domestiques (selon l'adage inversé, lui-même symbolique : « mains sales / mains propres »). Un exemple plus proche de ceux qui sont discutés dans la littérature est l'image d'un cyclope avec son œil unique. Il n'est pas difficile de se le représenter, et pourtant cette image ne nous assure en rien de l'existence d'un tel être (d'un tel objet), et ce même si cette image pourrait être reconnue dans un objet réel (voir point (c) ci-dessous).

b) *Un signe indiciel prête à son objet sa présence – ou une de ses occurrences – comme signal – un fait qui attire notre attention ou une simple intuition qui nous traverse l'esprit*

Contrairement au signe iconique qui nous informe seulement d'une forme logiquement possible que pourrait avoir un objet dont on ne sait s'il existe, le signe indiciel parce qu'il a été affecté par son objet nous en assure l'existence. Un indice peut être une trace laissée par l'objet lui-même sur un substrat, mais, inversement, ce peut être tout aussi bien une marque apposée sur lui, ou qu'on lui fait simplement correspondre, comme lorsqu'on pointe une chose du doigt. Dans l'étude de processus, on combine souvent marque et traces, tout comme il est relaté dans l'exemple de Neper. L'indice et son objet sont dans une relation effective qui peut pourtant être complexe. Les signes indiciels sont essentiels aux processus d'interprétation, mais l'interprétation des indices est toujours une affaire délicate, parce que la relation qu'entretiennent les propriétés de l'indice et ceux de son objet peuvent être non seulement distendues mais fort abstraites. Certaines propriétés de l'indice sont reliées à l'objet, mais cela n'en fait pas pour autant des propriétés de l'objet lui-même.

Dans l'exemple de Neper, l'absence de suie sur les mains signalera à Neper la personne à confondre. Dans l'exemple des cyclopes, le crâne d'un éléphant nain tel qu'on a pu en trouver en Sicile nous signale l'existence d'un animal et nous informe aussi que ce dernier était plus grand qu'un homme. En ce qui concerne les mathématiques et leur communication, prenons un exemple très simple de marque<sup>2</sup>. Il arrive qu'on colorie le dessin d'une figure géométrique afin d'indiquer une transformation qui la laisse invariante. Le coloriage est tel qu'il indique la transformation considérée. Ces couleurs que l'on a apposées au dessin ne sont pas à prendre pour des propriétés de l'objet ainsi figuré,

2. J'utilise le terme de « marque » dans son sens commun. Peirce quant à lui a proposé le terme de « contre-marque » pour ce que je veux qualifier. Il a ensuite abandonné ce terme en lui préférant celui de « token » communément utilisé dans les textes anglo-saxons.

puisqu'il est étudié est une forme, abstraction faite d'autres propriétés comme, entre autres, celles d'un coloriage. Un tel marquage a valeur d'indice. L'indice n'est pas la marque elle-même mais réside dans un contraste : celui qui s'établit par déplacement entre l'invariance du dessin, et la permutation de ses couleurs<sup>3</sup>. Un autre exemple est la disposition de points sur les dés ou dominos pour indiquer un nombre. Les propriétés de ces dispositions ne sont pas celles des nombres ainsi désignés.

c) *Un signe symbolique prête à son objet sa logique comme conception – possible, informante ou significative*

Un signe symbolique « veut dire quelque chose », il contraint l'esprit de l'interprète. Toutefois, cela ne détermine pas pour autant sa signification d'une manière univoque et définie une fois pour toute. Par conséquent, si le symbole « veut dire », il peut vouloir dire ceci à tel ou tel et cela à tel ou tel autre. La contrainte exercée par le symbole sur l'esprit de l'interprète a l'emprise de ce qui nous fait nous exclamer : « c'est logique ! » et qui nous rend difficile de nous déprendre de notre conception de l'objet. Un exemple de ce phénomène nous est donné par les erreurs, par exemple de calcul. Les règles de calcul que nous avons si bien intériorisées excluent par avance que nous venions à l'esprit certaines formes de réponses erronées. Une fois l'erreur observée, ces mêmes règles qui nous empêchaient de l'imaginer de manière anticipée, vont nous en fournir une interprétation. Il n'est pas rare que nous ayons alors l'impression que nous aurions tout aussi bien pu la prévoir. Après coup cela semble toujours facile et ce qui produit ce sentiment n'est rien d'autre que l'action exercée par le symbole sur notre esprit.

Un symbole n'est pas un signe qui attribue une qualité à un objet, ni un signe qui établit la correspondance entre un objet et quelque chose que ce dernier affecte, mais un signe qui saisit un objet dans un filet de significations. J'attire l'attention sur le fait qu'un symbole est un signe dont la relation à l'objet est sémiotique. Certes si on considère une telle relation dans toute sa valeur, Peirce dirait comme une relation authentiquement sémiotique, on pourra parler de « signe de signe » ou de

3. Le fonctionnement du signe, ici l'indice de coloriage, n'a pas à être explicité pour être compris, parce que cette variation de couleur et invariance de forme apparaît nettement et il suffit d'y être attentif pour que ce signe soit compris. Le recours à un tel indice sert justement à s'y rendre attentif. Mon commentaire analytique porte sur le fonctionnement d'un tel signe, il n'est pas à attribuer au signe lui-même, mais à mon exposé qui, lui, est un signe symbolique (argumental).

« signe dans le signe ». Mais, comme nous l'avons vu, une relation de simple conjonction, ou encore plus vaguement une relation de ressemblance peuvent elles aussi être considérées comme sémiotiques. C'est d'ailleurs sur ces nuances que se fondent les distinctions suivantes. Un symbole *argumental*, est ce type de symbole qui entretient avec son objet une authentique relation sémiotique, donnant prise à des développements raisonnés. Mais la relation du symbole à son objet pourrait aussi nous porter à une information factuelle, dans quel cas on qualifiera ce symbole de *dicent* – ainsi en est-il de toute proposition qui est soit vraie soit fautive. Le symbole peut enfin nous laisser sur une signification que je qualifierai de suspendue – imaginaire, intuitive, possible – parce qu'elle ne peut être ni actualisée, ni même développée, sinon à être saisie par d'autres signes, et même des signes d'autres objets. Le symbole sera alors qualifié de *rhématique* – exemple, volontairement non usuel, l'assimilation de l'idée de médiane d'un triangle à celle de diagonale d'un polygone. À la fin de mon premier exemple portant sur un pliage de triangles (seconde partie de l'article infra), j'évoquerai à nouveau cette idée, en relatant ce qu'elle aura inspiré dans mes recherches, et comment elle fut reprise ultérieurement dans le cadre de l'analyse du présent article.

Dans l'exemple de Neper, ce dernier a développé un argument et imaginé une expérience réalisant une mise en relation effective entre le marquage du coq avec de la suie et l'absence / présence de traces de suie sur les mains des serviteurs. Cette expérience comporte des éléments iconiques – tel le noir de la suie, des éléments indiciels – telles les mains salies suite à la caresse faite au coq, et symboliques – tel le pouvoir de divination du coq. Tout cela forme un argument, Neper y est montré avec un esprit très calculateur, qui interprète le résultat factuel que signale l'expérience. Pour conclure l'exemple des cyclopes, certains historiens font une hypothèse sur l'origine du mythe des cyclopes à laquelle aurait contribué la découverte par les anciens de ces crânes d'éléphants nains. Cette interprétation donne une raison à l'existence des cyclopes dans l'imaginaire des anciens. Elle ne conclut pas sur la désignation d'un fait, mais sur une explication dont on pourra discuter la cohérence. Nous avons affaire à un symbole argumental fondé sur le contraste entre deux interprétations de la présence de ces crânes. Nous imaginons facilement que le trou central du crâne ait pu être pris pour celui d'un grand œil et que sa taille ait pu faire croire qu'il s'agissait de géants. Nous savons par ailleurs que c'est un crâne d'éléphant. En ce qui concerne maintenant l'exemple du coloriage, ce dernier ne se fait pas n'importe comment, il est défini d'une manière qui convienne à ce qu'on veut montrer, cette définition est donnée *a priori*. L'action de colorier un dessin géométrique apporte de l'information sur la figure en

ce sens que les couleurs apportent un excès de compréhension logique. Elle nous informe d'un déplacement de la figure qui ne serait pas perceptible sur son seul dessin. De ce point de vue, le coloriage est un symbole dicent.

La manière dont la sémiotique de Peirce envisage les rapports du signe à son objet est très originale, il convient de s'y arrêter un tout petit peu en la comparant avec d'autres approches. Dans son livre Duval (1995) écrit, p. 66 :

Il importe tout d'abord de rappeler que les représentations de type maquette ne sont pas des représentations sémiotiques : les opérations susceptibles de les transformer sont des actions physiques, suivant des lois physiques et non des actions sur des signes régis par des règles. De plus, dans ce type de représentation, le représentant et le représenté ont les mêmes caractéristiques phénoménologiques fondamentales : ce sont des objets physiques situés dans un espace à trois dimensions. D'où la possibilité d'agir et sur le représentant et sur le représenté. Ce sont là deux différences fondamentales qui séparent les représentations de type maquette et les représentations sémiotiques. D'une part celles-ci ne peuvent pas être transformées par des actions physiques. D'autre part le représentant et le représenté ne peuvent pas être des objets appartenant à un même espace.

Cette position n'est pas celle de la sémiotique de Peirce, tout au contraire. D'ailleurs, Everaert-Desmedt (1990, pp. 54 et 72), une spécialiste de cette sémiotique, a elle-même cité la maquette comme exemple d'un signe iconique. Comme dans cet article il sera question d'expérience en géométrie et de manipulation physique : pliage, découpage, puzzle, je propose d'examiner la question que soulève Duval du point de vue de la relation indicielle du signe à son objet. Un seul exemple suffira à l'objection que je lui fais : la girouette. C'est l'exemple que vous trouverez dans tous les ouvrages exposant la sémiotique peircienne comme le type de ce que Peirce appelle un signe indiciel. La girouette est constituée d'un dispositif physique, situé dans un espace à trois dimensions conçu pour être affecté par l'action physique du vent. Elle ne se réduit pas à cela. Ce n'est jamais chez Peirce la nature du signe ni celle de son objet qui le préoccupent, mais les liens que les signes établissent. La girouette établit un lien entre le dispositif physique et une icône, celle de la direction du vent signifiée conventionnellement par une flèche. Le vent agit sur le signe qu'est la girouette pour nous indiquer, via cette image conventionnelle, sa direction, elle-même implicitement référée à un repère. Par ailleurs, et ici je fais une association symbolique, c'est une image semblable de flèche que l'on trouve sur cet autre indicateur physique de direction qu'est une boussole. Certes ces signes ne sont pas des maquettes de choses matérielles, mais de phénomènes, si on peut

me permettre une telle expression, et surtout elles indiquent des écarts et pas des choses figées. En géométrie un polygone, ou un polyèdre ne sont pas non plus des objets matériels. Le patron d'un polyèdre est un signe, même s'il est effectivement un objet matériel qui représente un polyèdre par la propriété physique qu'il a de prendre deux états : un état planaire et un état volumique. Que le patron soit considéré comme une maquette ou non n'y changera rien, ce que Duval considère comme étant sis dans le même espace ne sont pas le signe et son objet mais deux signes d'un même objet, et de ce point de vue ses arguments tombent. Pour la sémiologie saussurienne, on distingue signifiant, signifié, aussi indissociables que les faces d'une pièce de monnaie, et, ailleurs, référent ; dans la sémiotique peircienne, le référent est lui-même dans le signe, on parle de la triade représentamen / objet  $\wedge$  interprétant. Le polyèdre mathématique existe dans un espace mathématique tridimensionnel ; le patron, un signe du polyèdre qui le représente sous un certain aspect (ou fondement), est une chose matérielle de l'espace physique à 3 dimensions. Le point de vue de Duval ne permet pas de prendre en compte la dimension matérielle du signe et ne suffit pas à considérer correctement les enjeux didactiques de l'expérience.

## 2. L'expérience comme signe didactique

Du point de vue didactique, la question de l'expérience est envisagée comme support à l'apprentissage et moyen d'enseignement, et elle l'est dans les rapports qu'elle entretient avec les savoirs que l'on se propose de faire apprendre. Mon point de départ sera donc celui du rapport du savoir avec l'expérience qui selon moi se ramène entièrement à la formule : le savoir nous dispense de l'expérience, pour autant que par là on entende aussi bien ce terme dans son sens transitif – le savoir est à même de nous procurer de nouvelles expériences – que dans son sens intransitif – le savoir nous dispense de (re)faire l'expérience de tout. De nombreux auteurs se sont penchés sur la question de l'expérience et je ne saurais ici discuter leurs approches. Je me contenterai d'établir un seul lien, celui que nous offre le rapprochement de deux citations très complémentaires de Peirce et de Gonseth. Dans un article où Peirce traite essentiellement des modes d'accroître nos connaissances par l'expérience, il en vient à donner un exemple particulièrement parlant de ceci, je cite d'après Tiercelin et Thibaud (2003, p. 163) :

Il est vrai que, dans l'induction, nous faisons généralement plusieurs expériences et, dans la déduction, une seule. Ce n'est cependant pas toujours le cas. Le chimiste se contente d'une seule expérience pour établir un fait qualitatif quelconque. En vérité, il le fait parce qu'il sait qu'il existe une telle uniformité de comportement des corps chimiques qu'une autre expérience serait, à tous égards, une simple répétition de la

première. Mais c'est précisément une telle connaissance de l'uniformité qui conduit le mathématicien à se contenter d'une seule expérience. L'étudiant novice en mathématiques effectuera mentalement un certain nombre d'expériences géométriques, que le mathématicien exercé considérerait comme superflues, avant de s'autoriser à en tirer une conclusion générale. Par exemple, si la question est de savoir combien de rayons peuvent couper quatre rayons fixes dans l'espace, le mathématicien exercé se contentera d'imaginer que deux des rayons fixes se coupent et que les deux autres se coupent également. Il verra alors qu'il y a un rayon à travers les deux intersections et un autre le long de l'intersection des deux plans de paires de rayons fixes qui se coupent, et, sans hésiter, sur ce, déclarera que seulement deux rayons peuvent couper quatre rayons fixes sauf si les rayons fixes sont situés de telle sorte qu'une multitude infinie de rayons les coupent tous. Mais je suppose que beaucoup d'entre vous voudraient expérimenter d'autres arrangements des quatre rayons fixes avant de se prononcer en toute confiance.

Tout ce qui a été dit à propos de l'exemple de la somme des angles d'un triangle se retrouve ici, encore plus nettement, à propos de cette affaire de droites de l'espace. L'exemple de Peirce me convainc, les relations entre savoir et expérience sont telles que le savoir nous épargne de faire certaines expériences. Pourtant cet exemple n'est pas des plus élémentaires et pour le dire franchement, je me range du côté des lecteurs auxquels il s'adresse en disant « beaucoup d'entre vous » : moi aussi, je voudrais « expérimenter d'autres arrangements des quatre rayons fixes », et, pour des raisons mathématiques et didactiques aussi. Qu'est-ce qui me convainc dans l'argument de Peirce ? En partie l'autorité de ce penseur et, pour une autre part, le fait que j'y reconnaisse une forme dans la manière de considérer les choses. Il nous indique un schéma de pensée et c'est bien à partir de ce dernier que j'organiserais mon expérience, je ne procéderais donc pas naïvement. En ce sens, le savoir est à même de me dispenser une certaine expérience (sens transitif du verbe dispenser). Mais, alors que pour le mathématicien expert il l'engage sur une voie déductive, il laisse le novice avec une abduction. C'est exactement à ce titre que l'argument me convainc et à ce titre aussi que je ressens le besoin d'expérimenter d'autres arrangements avant d'être pleinement assuré. Il se peut toutefois qu'une fois engagé dans un tel travail et selon ce que je rencontre en route, je sorte du cadre suggéré par l'auteur.

De telles considérations, il découle que si Peirce peut effectivement envisager que le novice ait besoin de recourir à plus d'expérience que l'expert, cela ne lui permet pas, néanmoins, de préjuger de ce en quoi elle consistera. Si le savoir nous dispense une certaine expérience (sens transitif), il nous laisse relativement ignorants de toutes celles qui ne lui seraient pas *a priori* conformes. Dire ceci, c'est mettre le doigt sur le

fait qu'une part formelle vient supporter l'expérience (Conne 2007a) et nous donner une clé : pour nous libérer un tant soit peu des cadres du savoir, astreignons-nous donc à une dialectique entre les sources de notre information, donnons-nous les moyens expérimentaux et spéculatifs de confronter nos préjugés. Par exemple, déléguons à quelque règle formelle la charge de nous présenter son fait ; un tel dispositif restitué à l'expérience toute sa valeur et soutient cette dialectique que Gonseth (1948) exprime si bien :

La dialectique dont il doit s'agir, disais-je, est un dialogue de celui qui veut connaître avec lui-même et avec son expérience. Cette expérience est ouverte, irréductible à autre chose qu'elle-même. Pour en tenir compte, un arbitrage sera peut-être nécessaire entre l'acquis, le déjà éprouvé, et ce qu'elle apportera, un arbitrage lui-même imprévisible. L'arbitrage ne se fera pas de lui-même, par quelque processus abstraitement nécessaire. De cet arbitrage dialectique, l'arbitre, celui qui veut connaître et qui connaît déjà suffisamment pour être compétent, ne saurait être exclu. C'est la décision informée d'un esprit qui a fait le projet de se plier à la leçon de l'expérience.

La dialectique ainsi comprise ne saurait être un ensemble de règles et de procédés dont il serait permis de penser qu'ils s'appliquent d'eux-mêmes, avec nécessité, avec un certain automatisme abstrait. D'une dialectique de ce genre, peut-on dire qu'elle contient ceci et qu'elle ne contient pas cela ? Rien ne lui appartient d'avance, mais on ne sait pas d'avance ce qui lui est interdit. Pourquoi ne se prendrait-elle pas elle-même comme objet de l'analyse dialectique, si elle s'y tient et si quelque expérience l'y engage ?

Cette citation, comme la précédente, envisagent celui qui fait l'expérience comme un autodidacte. Les propos de Gonseth sont-ils pertinents pour la didactique ? En effet on doit alors compter avec l'intention et le choix de faire faire telles ou telles expériences aux élèves et celle aussi d'en contrôler les aboutissants. Néanmoins il faut pouvoir assurer un minimum d'authenticité aux expériences ainsi promues. Ceci est possible dès lors que l'on considère que l'expérience est le signe d'un objet, que l'intention d'enseigner porte sur l'objet et que l'expérience n'est qu'un moyen. Ainsi la question didactique nous amène à examiner de plus près la relation de l'expérience à son objet.

### 3. Les trois modes de relation de l'expérience à son objet

Peirce, dans l'exemple qu'il présente, considère que parmi ses lecteurs il se trouvera des mathématiciens exercés mais aussi quelques autres plus novices. Une telle considération intéresse directement le didacticien puisqu'elle envisage l'expérience relativement à des individus ne partageant pas les mêmes savoirs. Du point de vue sémiotique et pragmatique adopté ici, cela implique que d'emblée il y a, selon les acteurs, de



grandes différences dans la saisie et l'interprétation des signes que présente l'expérience puisque leurs objets ne sont pas connus de la même manière. Celui qui connaît par cœur le fait de la somme des angles d'un triangle pourra trouver amusant que l'on puisse le rencontrer dans un pliage élémentaire alors que celui qui ignorait tout de cela ou tout de la ligne des milieux d'un triangle ne saurait l'apprécier de la même façon et ce, quand bien même il remarquerait que son professeur prend un plaisir non feint à vouloir le lui révéler. Dit autrement, si par ses considérations Peirce peut déterminer que certains lecteurs auront besoin de plus d'expériences que d'autres, le fait même qu'il indique la solution et le savoir à la clé de son exemple influe sur la manière dont nous pouvons nous imaginer le contenu de cette expérience et la direction vers laquelle nous escomptons qu'elle nous porte. Telle est aussi la question que soulève Gonseth. L'assimilation au savoir du mathématicien déforme d'emblée l'interprétation de l'expérience et peut aller jusqu'à la boucher. Dit en termes peirciens, le savoir considéré comme signe de son objet entretient avec lui un rapport symbolique, c'est-à-dire un rapport fondé sur d'autres signes et en particulier sur d'autres savoirs. Dans l'exemple de Peirce, il s'agira de savoir penser les relations quelconques entre deux droites de l'espace : soit qu'elles sont concourantes ou parallèles, et dans ces deux cas sont coplanaires, soit qu'elles sont gauches, et dans ce cas ne sont pas coplanaires... Selon les savoirs dont dispose un sujet, il n'appréhendera pas de la même manière une expérience, qu'elle soit effective ou seulement évoquée. C'est d'ailleurs une difficulté à laquelle se confronte tout enseignant d'imaginer ce qu'une expérience qu'il réserve à ses élèves pourra leur procurer, à eux qui n'ont justement pas les savoirs qu'il possède. Le plus difficile dans l'affaire est de ne pas préjuger de ce que pourrait être l'objet de cette expérience. Les signes symboliques en effet filtrent et dirigent notre attention jusqu'à nous faire négliger certains indices. Notre interprétation de ce que produisent et font les élèves pourra en être faussée. Par exemple, en présence de dessins erronés de croix, nous pourrions attribuer les difficultés des élèves à leurs seules maladrotes graphiques, alors qu'un examen détaillé de ces dessins révélerait autre chose : comment la confrontation de l'idée que ces élèves se faisaient de la croix aux contraintes spécifiques du dessin aura déterminé leurs dessins à prendre telle ou telle forme. Le préjugé consisterait dans ce cas à ne pas considérer que la connaissance de la croix est elle-même engagée dans une telle tâche et que si un élève ne réussit pas à la dessiner c'est tout autant parce qu'il ne la connaît pas assez que par maladresse graphique. Mais comment imaginer les idées que les uns et les autres peuvent se faire d'une croix ? Comment se rendre attentif, par exemple, au fait qu'à l'école, la croix n'est pas un objet bien connu à titre de

figure géométrique : bien peu de gens interrogés à brûle pourpoint savent seulement le nombre de côtés que possède ce polygone (12), et encore moins de gens sont conscients du fait que la croix partage avec le carré le même groupe de symétries...

Il faut donc à l'expérience pour qu'elle s'ouvre, dirait Gonseth, une autre modalité de renvoi du signe à son objet que la modalité symbolique, à même d'attirer effectivement ou potentiellement notre attention sur des aspects restés implicites, négligés voire tout simplement ignorés. La théorie du signe peircien envisage deux autres : l'indice et l'icône, l'expérimentation et l'imagination. Voyons tout d'abord pour la relation savoir (symbole) / expérience (indice). Alors que le signe symbolique livre notre esprit à des associations plus ou moins habituelles (en vertu de ses propres connaissances collatérales et des interprétants qui s'en saisissent), l'expérimentation et le mode indiciel délèguent à quelque dispositif matériel l'indication de ce qu'il faut prendre en compte de l'objet. Par là, elle est à même de forcer notre attention à prendre en compte des éléments négligés. J'ai déjà évoqué cela sur le cas de la somme des angles d'un triangle, en voici un autre exemple. On me donne un puzzle dont les 4 morceaux forment une croix et on me suggère de chercher à assembler ces morceaux en carré. Je serai alors confronté à ce que ces pièces me permettent de faire, par exemple par un assemblage sans jour, par des alignements de certains côtés etc. Ici le matériel me résiste et l'objet de mon étude m'impose ses contraintes par le truchement des propriétés des pièces du puzzle. Si, maintenant, je convenais de nommer cet objet : quadrature de la croix, je me situerais alors à nouveau dans un mode symbolique, reliant ainsi savoir et expérience. Le terme quadrature ne renvoie pas seulement à la forme du carré mais encore à la dimension du côté que l'équivalence des aires va déterminer. De telles reprises sémiotiques sont bien entendu cruciales pour l'apprentissage. Toutefois l'expérience se développe d'elle-même et de ce fait ne se cantonne pas à des constats. De tous les essais que j'aurais pu faire, l'assemblage en carré est appelé à se détacher. Quels sont donc les liens qu'entretiennent ces formes remarquables que sont une croix et un carré ? Une telle question ouvre l'expérience sur l'imagination d'autre chose : celle des relations qu'entretiennent certaines figures géométriques. C'est déjà faire preuve d'imagination que de considérer une croix comme une figure géométrique polygonale au même titre qu'un carré, surtout qu'au prime abord une telle idée se présente comme une simple possibilité de penser les choses, sans rien apporter de plus dans l'immédiat. Nous sommes ainsi conduits à envisager maintenant les relations entre expérience (indice) et imagination (icône). L'expérience du puzzle et les indices qu'elle nous délivre sont-elles à même de caractériser ce qui nous semblait jusqu'ici vaguement

possible ? Les faits observés seront replacés dans un champ de possibles. Et ainsi la modalité indicielle que nous procure l'expérience sera ici confrontée à la modalité iconique de ce que nous pouvons en imaginer. Voici un autre exemple, plus simple que celui de la croix (pour ce dernier voir exemple 4 ci-dessous) : ayant montré une feuille avec imprimée dessus en très gros caractère la lettre S, plusieurs élèves n'avaient pas de difficulté à imaginer qu'il pourrait être possible d'en découper la forme dans un papier plié en deux. Ils ont alors vainement cherché à réaliser une telle découpe, allant de surprise en surprise. L'image du S leur suggérait une symétrie qu'ils associaient au procédé de découpe dans un pli. C'était confondre deux sortes de symétries. Expérience malheureuse qui, en retour, leur a imposé un nouveau savoir : la nécessaire distinction entre ces deux propriétés. Plus tard, lorsqu'ils laisseront courir leur imagination, ce savoir pourra leur éviter de se trouver à nouveau dans une telle impasse.

La thèse de cet article est que la valeur de l'expérience dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques est à la mesure du jeu qu'elle permet dans ces renvois des signes à leur objet : a) la manière dont sont sollicitées les connaissances collatérales et mises en relations des savoirs entre eux, b) les verdicts des dispositifs matériels et des procédures que leur usage requièrent et enfin c) les résonances par lesquelles ces expériences stimulent l'imagination.

#### 4. Présentation de quatre cas de recours à l'expérience dans l'enseignement et la formation

J'analyserai quatre cas de figure de cette question, tous tirés de manuels scolaires ou de formation destinés à l'enseignement primaire de la géométrie. Ce qui lie ces exemples, outre le domaine de la géométrie élémentaire, est que dans chacun des cas soit un procédé, soit une solution sont livrés, « parachutés » aux élèves. Ils sont très simples à apprendre sans besoin de les comprendre. On pourrait penser qu'indiquer la réponse au problème avant même que les élèves l'aient rencontré dans l'expérience n'est pas d'un grand intérêt didactique. Comme cet état de fait est relativement fréquent dans les exercices des manuels suisse romands et qu'il l'est encore plus dans l'enseignement spécialisé, ne serait-ce que par le fait que les enseignants préfèrent clore une situation non aboutie, l'enjeu de mes analyses est de me demander s'il n'est pas possible de faire autrement en examinant quel parti on pourrait tirer de tels coups de pouces de la part de l'enseignant. Le premier cas montrera comment le savoir vient faire écran à une évocation de l'expérience. Le second cas sera exemplifié par une fiche du manuel de 4ème primaire, et montrera comment un dispositif expérimental trop puissant ferme l'expérience sur un simple constat. Il sera alors montré que seule la mise

en rapport d'aspects iconiques et indiciels permet de tirer parti de cette fiche. Le troisième exemple tiré de commentaires destinés aux enseignants de l'école primaire (degrés 1 à 4) montre à quel point l'expérience didactique sollicite l'imagination des enseignants, car elle seule est à même de reconnaître ce qui s'y passe. Cet exemple fera apparaître comment des jeux de registres peuvent masquer des changements d'objets. Le quatrième exemple, lui encore tiré d'une fiche de 3ème primaire, montre comment un clivage peut s'établir dans une activité scolaire entre les pôles iconiques et indiciels, clivage renforcé par un jeu de registres sémiotiques.

#### QUATRE EXEMPLES RELATIFS À L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE AU PRIMAIRE EN SUISSE ROMANDE

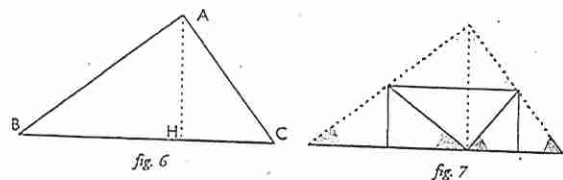
##### 1. Constater par pliage que la somme des angles d'un triangle vaut un angle plat

On trouve dans un ouvrage de Boule (2001) un chapitre qui expose les idées de Gonseth sur la géométrie telles qu'elles ont été reprises comme propositions didactiques par Houdement et Kuzniak (1999). Concernant ce que la connaissance tire de l'expérience, l'auteur l'illustre en indiquant un pliage permettant de reporter les trois angles d'un triangle sur une de ses bases et de constater ainsi que leur somme fait un angle plat (ci-dessous). Dans ce passage l'auteur évoque l'expérience en décrivant un procédé de pliage qui, de par les propriétés géométriques en jeu, permet de placer automatiquement les angles du triangle en position idoine. On lui demande de retrouver ce fait qu'il connaît déjà comme un fait d'expérience. En l'illustrant par deux figures (fig. 1, n° 6 et 7) l'auteur indique le principe de ce pliage et nous montre ce qu'il est censé nous révéler. Par ailleurs, il met en relation deux démonstrations de ce fait, l'une traduisant et justifiant le pliage, l'autre, qui est la démonstration classique faisant intervenir le tracé d'une parallèle. Il illustre tout cela avec deux figures (fig.1, n° 9 et n° 10) qui illustrent ainsi la correspondance que les auteurs cités ci-dessus établissent, à la suite de Gonseth entre ce que Boule appelle la géométrie schématique et la géométrie de l'observation.

### Une géométrie « naturelle », ou d'observation

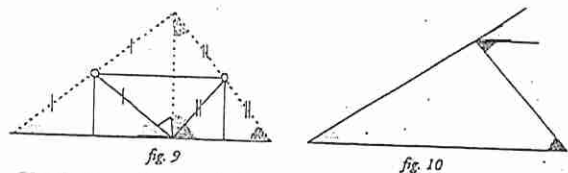
*Exemple 1 :* considérons un triangle « quelconque » ABC, découpé dans du papier. On fait apparaître la hauteur AH par pliage (fig. 6) ; ensuite, on reporte les sommets A, B, C en H et l'on observe que les trois angles du triangle reconstituent un angle plat (fig. 7).

On en conclut que la somme des angles d'un triangle est égale à un angle plat. Mais l'observation ne porte que sur un triangle particulier, éventuellement plusieurs ; aucun résultat général n'a été établi. C'est une expérience que l'on peut reproduire, mais pas une démonstration.



### Une géométrie « schématique »

Ce statut intermédiaire est plus difficile à définir. Reprenons le premier exemple. On peut admettre qu'un pliage (une symétrie axiale) reporte segment sur segment et angle sur angle, donc conserve les longueurs et les angles non orientés. Tout triangle isocèle possède un axe de symétrie : deux de ses côtés sont égaux et deux angles aussi. À partir de là, on peut raisonner sur la première situation. Les points marqués (fig. 9) sont les milieux des côtés. On remarque quatre triangles isocèles ; il reste à repérer les angles égaux. Ce que l'on peut faire même si la figure est imprécise ou inexacte. On a bien justifié par l'égalité des angles la propriété voulue. Il s'agit d'une démonstration.



Une démonstration plus classique, et peut-être plus simple, procède à partir des propriétés des angles (correspondants, ou alternes-internes) déterminés sur deux parallèles par une sécante (fig. 10).

Figure 1. – Deux pages du livre de F. Boule où il illustre les relations entre géométrie naturelle et géométrie schématique.

Tout comme Peirce dans son évocation (citation de l'introduction), Boule ne mentionne rien de ce que cette expérience de pliage pourrait nous réserver (d'autre que ce qui y est symboliquement prévu), ou, dit en termes didactiques, de ce que la dévolution de cette expérience aux élèves ira ouvrir à la connaissance. Cela m'a donné l'idée de faire faire une petite expérience didactique à mes étudiants. Je leur ai donné ce

chapitre à lire en guise de préparation pour une évaluation, et j'ai insisté pour qu'ils examinent particulièrement les pages reproduites ci-dessus. Ils connaissaient tous le théorème de la somme des angles, et savaient interpréter des figures comme les figures 6 à 9 données par l'auteur, au point même sans doute de les prendre pour tautologiques. Lors de mon évaluation, je leur ai demandé de bien vouloir effectuer le pliage indiqué par l'auteur sur les cas d'un triangle rectangle et d'un triangle obtusangle (que je leur avais donné à découper) en leur indiquant aussi le segment des milieux comme ligne de pli, et de me consigner ce qu'ils avaient pu observer lors de cette petite expérience. Je leur ai en outre demandé pour chaque cas, de bien vouloir répliquer par trois fois le pliage, en l'effectuant selon chacune des trois paires sommet/base qui se présentaient.

Le premier résultat de cette expérience fut de mettre en évidence que, lors de leur préparation, aucun étudiant n'avait effectué pour lui-même de pliages, pas même celui indiqué par Boule. Le second résultat fut que les étudiants furent pour la plupart déconcertés par ce qui leur arrivait. Dans le cas du triangle rectangle, le pliage donnait lieu non pas à un report d'angles de manière adjacente, mais superposée, illustrant plus le fait que dans un triangle rectangle la somme des angles aigus vaut un angle droit que le théorème de la somme des angles lui-même. Tandis que dans le cas d'un triangle obtusangle, et selon les sommets choisis, le pliage ne permettait pas de reporter le premier angle sur le segment de base mais qu'il allait se placer à l'extérieur du triangle, certes dans le prolongement de la base, mais cela n'était pas si évident. Cela se « voit » mieux si on dessine le pliage, donc si on le traduit dans un autre registre sémiotique et si on le sait déjà, la perception ne remet pas non plus en doute une telle interprétation. Certains étudiants en sont restés là, d'autres ont eu l'idée de poursuivre le pliage selon ce que la disposition de leur feuillet leur suggérait et ont abouti ou non à l'effet que j'avais préparé à leur intention. Selon les cas, ils ont déclaré soit que le théorème était vérifié soit qu'il ne l'était pas, sans que l'on sache très bien s'ils entendaient mettre en cause le théorème lui-même ou la procédure expérimentale proposée. Un ou deux étudiants ont décidé de vérifier la somme des angles selon un autre procédé, en découpant ou déchirant les coins de leur triangle et en les accolant pour conclure que le fait était bel et bien vérifié. Une étudiante a décidé de mesurer les angles avec son rapporteur. Elle a conclu avoir vérifié le fait sans se rendre compte que les mesures qu'elle a reportées sur sa copie ne donnaient pas une somme de  $180^\circ$  mais de  $170^\circ$  !

Pour un ouvrage entendant illustrer la géométrie d'observation, c'est plutôt raté ! On le comprend bien, la description de l'auteur livre un schéma précis de ce qui semble devoir être retenu de l'expérience. C'est

justement l'inversion opérée par le texte qui pose problème : les étudiants ont pris les observables et les conclusions de l'expérience pour l'expérience elle-même, le signe pour l'objet. Une analyse fine des dessins produits par l'auteur et de ses marquages montre en outre que le schéma de l'expérience est à l'image de la figure qui illustrerait la démonstration du théorème, ce qui indique, une fois encore ce qu'il s'agirait de lire dans l'expérience, plus que ce que serait celle-ci. Tout est donc comme à rebours. Le principal obstacle est ici le savoir, et le renvoi symbolique du signe à ce petit fait géométrique reconduit à la lecture de chacune des quatre figures de l'ouvrage (fig. 1, n° 6, 7, 9, et 10). Il aura fallu que je mette en place une clause qui force les étudiants à se rendre aux faits plutôt qu'à leurs préjugés en restituant un autre renvoi du signe à son objet. Et alors cet objet s'est révélé bien moins connu qu'il n'en avait l'air au premier abord, ou plutôt que tout ce qui en était connu d'eux et qui leur permettait d'esquiver l'expérience, ne suffisait pas à comprendre tout ce que celle-ci leur livrait une fois qu'ils s'y étaient engagés.

Ma demande de réplique de l'expérience selon chacun des sommets est relativement formelle. Peut-il arriver que dans les trois cas de pliage demandés, les résultats ne coïncident pas alors que les pliages n'auront fait à chaque fois que placer côte à côte les mêmes angles ? Mais surtout, s'il est assuré que dans tous les cas de triangles, le pliage proposé est bien réalisable, car tout triangle a au moins une hauteur qui lui soit intérieure – ceci est un autre théorème qu'on ne demande pas d'éprouver, il ne l'est pas nécessairement en prenant n'importe quel sommet. Toutes les hauteurs du triangle ne lui sont pas nécessairement internes, et par conséquent, le pliage proposé peut porter le sommet considéré en dehors du triangle – du morceau de papier. Dans ce cas, on peut montrer que moyennant la poursuite des pliages on aboutira nécessairement à la configuration finale visée – qui rende adjacents les trois angles du triangle – bien que cela pourrait théoriquement demander un nombre de pliages aussi grand qu'on veut<sup>4</sup>... J'engage le lecteur à en faire lui-même l'expérience, en prenant un triangle suffisamment obtusangle et étroit, pour que la projection d'une des lignes des milieux se trouve en dehors de la base à laquelle il est parallèle. En fait cela revient à enrouler le triangle sur un cylindre pincé en un de ses bouts, cette pince étant réalisée par le premier pliage requis dans cette procédure, comme pour confectionner un tube de dentifrice (par exemple).

4. Du moins ce sera le cas dans toute géométrie archimédienne.

Ma petite farce didactique aura donc été de mener mes étudiants à rencontrer un problème inattendu lors de l'expérimentation demandée et par ce truchement de leur donner accès à ce qui est propre à l'expérience. Comment alors concilier ce fonctionnement négatif avec l'idée selon laquelle le sujet tirerait ses premières connaissances géométriques d'observations positives ? La réponse requiert l'imagination. En termes peirciens la disposition côte à côte des angles par le pliage de la feuille triangulaire est une icône, la propriété d'un cas de figure du théorème. Mais dans ce cas de figure, cette icône n'est pas seule, elle est amalgamée à d'autres. Ici par exemple, le fait que nous n'avons plus maintenant en mains un papier de forme triangulaire mais un papier plié sans jour en un rectangle qui a deux feuillets en parfaite superposition. Cela est accompli par le dispositif de Boule tout autant que par le dispositif complété que requièrent certains pliages que j'ai demandés. L'imagination consiste à se saisir d'une telle propriété<sup>5</sup>, et à se demander quelle possibilité d'objet cela pourrait bien signifier. La réponse à cette question nécessite soit de poursuivre l'étude sur de telles voies, soit d'y reconnaître quelque chose que vous sauriez par ailleurs : dans chacun des cas envisagés, le rectangle à deux feuillets ainsi plié a comme dimension la demi hauteur et la demi base du triangle, et nous avons là une instance de la formule de l'aire du triangle<sup>6</sup>. Ou, poursuivant de telles associations, et averti que vous pourriez être de ce qu'il advient de l'aire dans une géométrie euclidienne, vous ne pourriez que vous étonner de rencontrer sur une expérience si élémentaire, quelque chose qui relie déjà l'aire et la somme des angles d'un triangle.

Quant à moi, c'est encore une autre relation que cette expérience m'aura amené à faire, et qui fut, je dois le dire, la source de mon inspiration. Il y a quelques années de cela, ayant distribué à deux élèves de classe spécialisée un morceau de papier triangulaire (une demi feuille A5), en leur disant qu'il représentait une tranche de gâteau à partager en deux parts égales, l'un des élèves a spontanément replié les angles sur l'angle droit, et confectionné un double feuillet rectangulaire. Puis il a coupé ce feuillet en deux. Il ne l'a pas fait de la manière évidente, en suivant la diagonale du feuillet ou médiane du triangle replié – le long de laquelle les deux rabattements s'ajustaient, mais parallèlement à la largeur. Ceci l'a obligé alors de me faire la démonstration de l'égalité

5. L'enroulement que requiert le pliage avec un triangle obtusangle serait une autre de ces propriétés ...

6. ou qu'en doublant un triangle on obtient un parallélogramme qui s'enroule exactement à la surface d'un cylindre.

des parts ainsi constituées, en recomposant les morceaux selon deux figures identiques. Son camarade en revanche, qui n'avait pas eu cette bonne idée, l'a néanmoins reconnue sans peine, et prise à son propre compte pour opérer sa découpe, selon la diagonale / médiane cette fois. Mais alors qu'il déplaçait ses morceaux, qui semblaient pourtant identiques lors de la découpe, il s'est trouvé tout surpris d'obtenir deux triangles bien différents, l'un lui semblant haut et étroit, l'autre bas et large. Il n'a pu s'expliquer un tel mystère et a conclu, sans vouloir en démordre que les parts n'étaient égales que lorsqu'elles restaient pliées ! Cet élève n'arrive pas à concilier deux indices fournis par l'expérience. Il lui faudra apprendre quelque chose de plus sur les aires pour y parvenir. Le savoir liera les deux indices, ici en conflit, en un seul et même signe symbolique. Cette expérience-signe pourrait même servir à mettre en évidence un cas où la distinction entre l'aire et la forme d'une figure est opérante.

## 2. La fiche Recto Verso 4P, tirer parti de l'expérience en mettant en tension indice et icône

L'analyse de l'activité qui suit (fig. 2) représente le cœur de mon argumentation, voici pourquoi je prendrai plus de soin à la développer (Danalet C., Dumas J.-P., Studer C. & Villars-Kneubülher F, 1999). Il serait tout à fait erroné de prendre cette fiche pour un exercice comme un autre. Tout au contraire il a été soigneusement choisi et élaboré par les auteurs du manuel et représente la dernière version d'un type d'activités proposées par les manuels officiels de Suisse romande depuis le début du XX<sup>ème</sup> siècle au moins. Si cet exemple est au cœur de mon argumentation c'est aussi pour cette raison que cette fiche est un emblème de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire en Suisse romande. (Pour une analyse détaillée de ce point cf. Conne 2002).

### Formes superposables et obtention de formes superposables par découpage dans deux feuilles

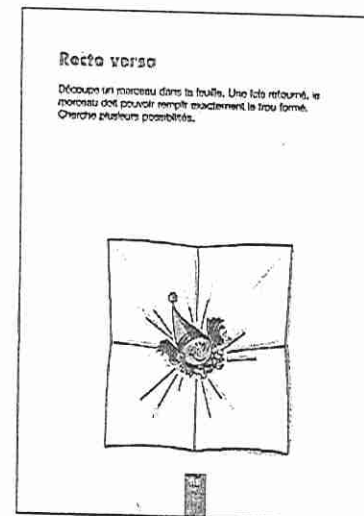
On considère que deux morceaux de papier ou de carton, signes matériels de figures bidimensionnelles, ont la même forme s'ils sont exactement superposables. Supposons maintenant que nous ayons superposé deux morceaux de papier, pour simplifier mettons que ce soient deux feuilles de papier exactement superposées, bien que ces conditions portant sur la forme de nos feuilles et sur leur superposition ne soient nullement nécessaires et qu'il nous suffirait de ne considérer des deux morceaux que la portion sur laquelle ils se superposent. Si je découpe (soigneusement) une forme dans ce feuillet, et que je garde en mains le morceau ainsi découpé, j'obtiens directement une superposition de deux morceaux qui auront, par construction, la même forme. Ce que le dispo-

sitif du feuillet prend en charge est de m'assurer que les deux morceaux seront de même forme, il ne me sera pas nécessaire d'y penser en effectuant mon découpage. Par contre si je veux m'assurer de pouvoir les superposer même après retournement, je devrai faire en sorte que la forme de mon découpage soit symétrique.

## Recto verso

### Tâche

- Dessiner et découper des figures symétriques.



### Mise en œuvre

- L'enseignant met à la disposition des élèves le papier cadeau et les ciseaux. Le choix de recourir à d'autres matériels est à la charge des élèves.

### Mise en commun

- Les élèves présentent et observent leurs résultats. Ils confrontent leurs démarches.
- Ils exposent les propriétés des morceaux "réversibles" qu'ils ont pu observer.

### Variable

#### Matériel

- Les élèves dessinent un projet de forme réversible sans la découper. Le découpage ne peut servir de validation qu'au terme d'une première mise en commun. Ainsi, les procédures par essai et ajustement ne seront plus possibles, et les démarches fondées sur une justification seront favorisées.

### Prolongement

- L'enseignant propose l'énoncé suivant :  
"En observant des caractères d'imprimerie, quelles lettres pourrait-on découper et retourner selon la même règle?"

Figure 2. – Fiche du livre du maître 4<sup>ème</sup> primaire.

### Expérience de la symétrie par retournement à partir de la superposition des formes

Supposons que nous ayons de tels morceaux exactement superposés, soit par construction soit par quelque autre manipulation et que nous retournions un des deux morceaux, et que nous tentions de superposer à nouveau nos morceaux sans les retourner. En règle générale nous

n'arriverons pas à rétablir la superposition, à moins que la forme des dits morceaux soit symétrique. Nous pouvons donc faire ici ce que j'appellerai une expérience de la symétrie (axiale). Si la forme du découpage présente plus d'une symétrie, ils pourront se superposer d'autant de manières distinctes<sup>7</sup>.

#### *Expérience de la symétrie par pliage d'une forme*

Cette fiche porte sur la symétrie en l'associant à la forme de morceaux découpés dans du papier ainsi qu'à un procédé de découpe dans du papier plié. Avant d'en venir au découpage (éventuellement sur dessin), j'examine très succinctement le cas du pliage d'un morceau de papier de forme plus ou moins symétrique (par symétrie axiale). Nous percevons cette forme et c'est alors globalement que nous apparaissent ses éventuelles propriétés de symétrie. La forme est par exemple perçue comme ayant une (des) orientation(s) privilégiée(s) selon un certain axe qui la traverse de part en part et se distribuant également de chaque côté de ce dernier. Si nous plions ce morceau, avant de marquer le pli, nous pouvons rechercher une position qui optimise le recouvrement de deux de ses « moitiés » et pour ce faire, nous guider à aligner bord à bord les deux pans de notre papier. Si la forme du morceau de papier est symétrique, mais par ailleurs quelconque, je ne connais pas de moyen, sinon approximatif, de déterminer à coup sûr son axe de symétrie. Dans cette situation, si je sais par avance parfaitement à quoi je dois être attentif pour conclure que mon pliage est une symétrie de mon morceau, si, par le truchement de l'idée de symétrie, j'ai donc bien associé une qualité de forme avec une transformation matérielle (physique), rien ne me garantit que je puisse dans chaque cas parvenir par pliage à déterminer l'axe de la symétrie qu'il me semble percevoir dans la forme de ce morceau de papier. Dans les cas où j'y serais parvenu, j'aurais fait appel à des informations supplémentaires me guidant dans ma recherche, des propriétés liées à cette symétrie, ou encore des savoirs concernant les formes considérées. Dans un tel système interviennent donc au moins les trois choses suivantes : la saisie perceptive de la forme du papier, un procédé de pliage du papier par ajustement progressif bord à bord, ainsi qu'un répertoire de figures connues pour lesquelles la symétrie est associée à d'autres propriétés.

7. Ma formule est ambiguë. Si on voulait être tout à fait précis il faudrait marquer nos morceaux en distinguant d'une part le recto du verso et de l'autre une manière de repérer sa position initiale.

#### *Contexte de l'analyse*

À partir de là nous supposerons que les formes considérées seront confectionnées par découpe dans du papier, voire du papier renforcé, suffisamment mince pour que nous puissions supposer la coupe comme étant faite dans un plan perpendiculaire à la surface du matériau. Nous supposerons aussi que le matériau ne se froisse pas et ne s'écorne pas non plus lors des manipulations. Enfin nous supposerons que toutes les découpes auront été faites proprement.

#### *Assimilation de la relation morceau découpé, découpe avec celle de la superposition*

Pour ces considérations, nous n'avons pas besoin de deux répliques papier de nos formes, une feuille de papier suffit, pour autant que nous considérons que notre découpe laisse un trou dans une feuille de papier, et que nous assimilons le trou à une réplique de notre morceau. Au lieu de superposer deux morceaux de papier, nous pouvons reloger le morceau dans sa découpe. Cela étant nous pouvons reprendre les mêmes considérations que ci-dessus.

Si au lieu de considérer deux morceaux superposables, je considère un morceau et la découpe laissée dans une feuille, il conviendra de noter deux choses. Premièrement, le morceau se détache de la feuille dans lequel il a été découpé, ce qui fait que sa forme pourra être considérée pour elle-même, indépendamment de la forme du cadre dont on l'a détachée ou de sa position dans le cadre. En revanche faire abstraction du cadre lorsqu'on considère la découpe est moins aisé. Cela peut s'opérer à la faveur de l'assimilation de cette découpe au morceau découpé lui-même. De sorte que la forme découpée sera tantôt considérée pour elle-même, tantôt selon sa position dans un cadre, lui-même ayant une forme déterminée. Secondement, si le morceau découpé comporte un bord de la feuille découpée, alors la découpe ne sera pas un trou, ou alors un trou dont le bord ne sera pas fermé dans la feuille. Pour éviter toute confusion, j'appellerai cela une entaille. Si le morceau peut bel et bien se loger dans l'entaille, un des bords du morceau viendra compléter le bord de la feuille.

#### *Expérience de la symétrie entre morceau découpé et sa découpe*

Comme je l'ai dit, si je découpe une forme symétrique dans une feuille de papier, alors le morceau pourra se loger dans sa découpe et ce, même si je l'ai entre temps retourné. Toutefois, dans le cas d'un découpage en entaille, la forme du morceau pourrait être symétrique et le dit morceau se loger de deux manières dans son entaille, sans que la forme de l'entaille, elle-même soit symétrique, ou du moins le laisse apparaître avec évidence. En effet, l'entaille n'est pas un polygone, parce que non

fermée. Découpez donc dans le bord d'une feuille un triangle isocèle de telle sorte qu'un des côtés égaux soit pris dans le bord.

#### *Dispositif de découpe dans une feuille pliée (feuille)*

Si au lieu de prendre deux feuillets distincts, je découpais ma forme dans un feuillet plié en deux, alors selon que je découpe dans le pli ou non, selon que je fasse une découpe en entaille (ouverte sur le bord) ou une découpe en trou (fermée en un point du bord ou à l'extrémité d'un segment partant de ce dernier), j'obtiendrai un ou deux morceaux et deux entailles voire deux trous sis de part et d'autre du pli ou un seul, chevauchant ce dernier. Dans un cas j'obtiens une forme qui sera nécessairement symétrique, dans l'autre j'obtiens deux répliques de la même forme, qui, elle, ne le sera, pas forcément. Dit autrement, dans ce cas, j'obtiens deux morceaux de papier, superposables après retournement de l'un, et dans la feuille deux trous ou encoches situées symétriquement l'une par rapport à l'autre de la marque du pli. On note alors que la propriété de symétrie n'est pas celle des morceaux découpés, mais bel et bien de la position de leur découpe dans leur cadre. Dans le second, cas, le morceau de papier sera traversé par le segment du pli que j'aurai entaillé ce qui marquera la position de son axe de symétrie. La découpe dans la feuille chevauchant le pli, le morceau découpé en emporte avec lui un segment. Le morceau découpé est marqué, bord à bord, par un pli. Dans la feuille trouée, le pli se présente sous la forme de deux segments séparés, sis dans le prolongement l'un de l'autre. Ainsi, dans la feuille trouée, l'axe de symétrie du trou reste néanmoins distinctement perceptible comme segment manquant du pli. Dans les deux cas, la forme de mon découpage n'aura aucune importance. Par rapport à la précédente, cette dernière expérience de la symétrie s'est enrichie du marquage de l'axe de la symétrie ainsi obtenue, puisque le dispositif du papier plié a pris en charge la propriété de symétrie (des deux chutes ou de la forme de la chute elle-même).

Si maintenant on découpe la forme dans les plis d'un feuillet plié en quatre, comme cela est suggéré par le dessin accompagnant la fiche de l'élève, alors la forme laissera un trou bien centré dans son cadre. Comme on considère ici le cas de deux plis à angle droit, la forme du morceau sera invariable deux fois par symétrie, et une fois par rotation d'un demi tour aussi. Ce qui fait qu'on pourra la reloger dans son trou de quatre manières au moins. Deux sans la retourner et deux en la retournant. Si les plis ne sont pas faits à angle droit, alors la situation se compliquerait notablement.

#### *Activité plier, couper*

La consigne donnée à l'élève est celle-ci : « Découpe un morceau dans une feuille. Une fois retourné, le morceau doit pouvoir remplir exactement le trou formé. Cherche plusieurs possibilités. » Le dessin d'accompagnement suggère un mode de faire. Le premier commentaire du livre du maître indique qu'on s'attend à ce que l'élève pense à une forme qui conviendrait – pour une raison qui peut rester implicite – la dessine afin de la découper dans sa feuille. La tâche n'est pas ponctuelle, elle se présente comme une suite de répliques de la même tâche sur plusieurs essais. On focalise l'élève sur une règle qui lui permettra de produire plusieurs formes de découpages idoines. Il pourra la trouver par essais erreurs (induction), la deviner (abduction), voire la déduire de certaines considérations théoriques (déduction). Une grande part est laissée à l'observation. On cherche ainsi à lier extension – la variété des formes considérées – et compréhension – la réussite à coup sûr – du concept de symétrie d'une forme.

Le procédé suggéré par la figure d'accompagnement permet de se passer de quelque dessin que ce soit et n'exige même plus de penser à une quelconque forme avant de considérer celle que la découpe plus le redéploiement de la feuille révélera. Il suffira de découper dans les plis et on obtiendra tantôt 1 trou ou 2 (voire à la limite 2 trous que l'on pourrait considérer comme 4). Ainsi donc, le procédé appliqué, ce qui est respectivement à la charge de l'élève ou du dispositif change : l'élève peut avoir à charge de penser la forme, éventuellement de la dessiner, de la découper et de tester si elle répond bien au critère donné. Il ne sera pas assuré de réussir. S'il prend le procédé de découper dans une feuille pliée en deux, il peut aussi bien découper sa forme n'importe comment et même se passer de faire le test. Mais qu'en saura-t-il ? Saura-t-il qu'il peut se passer de faire le test ? Et, ce qui n'est pas tout à fait la même chose, saura-t-il qu'il peut ne pas se préoccuper de la forme de son découpage ? Le procédé et le dispositif du papier plié impliquent que le test est par avance assuré et c'est cela qui permet de ne pas se préoccuper de la forme du découpage. Si l'élève prend le dispositif du papier plié en quatre l'élève saura-t-il qu'il peut alors loger de 4 manières différentes son découpage dans le trou ? Comment est-ce qu'il pourrait s'en rendre compte ?

De tout cela il ressort trois choses : a) dans son ignorance de ce qui est en jeu, il se peut que l'élève prenne en charge plus qu'il ne suffirait ; b) il se peut aussi que ce que l'élève aura pris en charge s'avère en fait inopérant puisque ce sera le dispositif qui le fera. Ainsi par exemple, l'élève peut penser à découper une forme symétrique comme un carré (ou un rond), et que par maladresse son découpage ne soit pas un carré (un rond) parfait. Il n'en reste pas moins que son découpage sera un

morceau de forme symétrique et qu'il répondra à la condition fixée par la consigne. Pas certain que l'élève se rendra compte que la forme découpée n'est pas celle qu'il envisageait, et encore moins certain qu'il se dira qu'il n'est pas pour grand-chose dans sa réussite ; c) enfin, la propriété en jeu dans cette fiche, la symétrie, est tantôt une propriété de la forme des morceaux et de leurs découpes, qui alors détermine la façon dont le découpage doit se faire (éventuellement en passant par un dessin des traits de découpe), tantôt une propriété du dispositif et du procédé de découpe qui alors détermine la forme qui en résulte à être symétrique. C'est dans cette tension et cet antagonisme d'une même propriété associée à des choses bien distinctes que se situe l'expérience à laquelle donne lieu cette activité. Dans le premier cas, la symétrie est une propriété de certaines formes (ou figures), on a affaire à ce que Peirce appelle des icônes – on est alors du côté de l'extension du concept – dans le second les figures sont les marques de la symétrie, ce sont, toujours au sens peircien, des indices de la symétrie – on est alors du côté de la compréhension du concept.

Ce qui, dans l'exemple n° 1 était pris en charge par le savoir au point de permettre à mes étudiants de ne pas examiner le pliage évoqué par le livre, est ici à la charge du dispositif de pliage, à cette différence près que le savoir est général alors que le dispositif ne produit que des cas spécifiques. Chaque expérience est particulière, c'est une réplique, au sens de Peirce, d'une propriété générale que l'on veut mettre en évidence. Nous avons vu dans l'exemple n° 1 ce qu'il restait à discuter pour nous convaincre que l'expérience proposée par Boule pouvait suffire à indiquer une propriété générale. Dans l'activité Recto/Verso le problème est encore plus marqué. En effet, rien ne permet d'affirmer avec certitude que l'élève se trouvera devant une forme non retournable. Il pourrait fort bien ne penser qu'à des formes symétriques. Par dessus le marché, le procédé de pliage découpage ne peut lui fournir que des formes jouissant de cette propriété. Il est donc à la charge de l'enseignant de faire en sorte que l'élève y soit confronté. Il pourrait lui faire de fausses suggestions, ou encore directement l'enjoindre de produire une forme qui ne soit pas retournable, et éventuellement le mettre dans l'embarras en le défiant à en produire une au moyen du procédé de découpe dans le pli. La confrontation avec des formes possédant une symétrie centrale, comme celle du S déjà mentionnée, ou celle du parallélogramme sont indispensables, et l'examen comparatif des trois figures : rectangle, losange et carré est des plus souhaitables.

*Exemple de productions des élèves de formes selon qu'ils utilisent ou n'utilisent pas le dispositif de la feuille pliée*

Je dispose de quelques productions d'élèves à cette tâche<sup>8</sup>. Je décrirai ici succinctement quatre d'entre elles qui sont significatives. Dans chacune d'elles les élèves de 4ème primaire, ont découpé leurs formes dans du papier quadrillé au recto seulement. Les deux premiers élèves ont imaginé des figures qui pourraient convenir, les ont découpées et retournées et collées à l'aide de bande adhésive. Le premier a dessiné ses figures sur le recto de la feuille, placées dans le bord de la feuille : un carré, un rectangle, un triangle isocèle de sorte que pour chacun de ces polygones un des côtés soit dans le bord de la feuille. Une exception faisant montre d'astuce, un triangle isocèle découpé sur la pointe, seul son sommet étant sur le bord de la feuille. Le second élève a dessiné et découpé des formes tout aussi standards : carré, rectangle, triangle rectangle isocèle, octogone, cercle approximatif, sans doute à l'aide d'un objet cylindrique, une forme en T et une croix chrétienne. Ses découpes sont faites au centre de sa feuille, la technique ici est de couper du bord de la feuille à un sommet (point) de la figure et de découper la figure. Notons que les côtés des polygones suivent le quadrillage et sont donc parallèles aux bords de la feuille et que les découpes partant d'un bord sont toutes perpendiculaires à ce dernier. Les deux autres productions sont faites à l'aide du procédé de pliage. Pour la première l'élève a plié sa feuille en deux transversalement par le milieu, pli en longueur, et a découpé dans le pli deux figures qui font penser à des arbres. Le second a fait deux plis dans sa feuille, non au milieu, l'un dans la largeur, l'autre de travers et découpé deux figures qui font penser à des clés ou à des objets en bois tourné. Manifestement ces deux élèves ont pris plaisir à compliquer leur ligne de découpe pour se ménager un effet lors du dépliage. Leurs trous sont en pleine feuille assez loin des bords pour que leurs figures ne les rencontrent pas. Ce contraste entre les figures obtenues illustre fort bien que le premier couple d'élèves a choisi de découper des figures symétriques alors que le second a choisi de laisser au dispositif de produire la symétrie cherchée. A part leur symétrie, leurs figures n'ont pas grand-chose de commun.

8. Je remercie ici notre collègue genevoise Christine Del Notaro pour me les avoir transmises.



### Conclusion de cet important exemple

Tel est, esquissé seulement, l'espace d'expérience dans lequel s'inscrit la fiche auquel il faut rajouter bien sûr les connaissances des élèves, les intentions et anticipations qui guideront leurs actes.

Un dernier mot sur le dessin. Un premier recours à ce mode de représentation consiste à fixer sur le papier une forme anticipée mentalement. Dans un second temps, le dessin permet de placer la figure sur la feuille et le dispositif de pliage (plus le dispositif est sollicité plus ce placement sera contraint). Enfin le dessin est utile à diriger la découpe. On peut aisément renverser cette chaîne ce qui donne une nouvelle fonction anticipatrice au dessin. Cela sera d'autant plus utile qu'on travaillera avec un procédé de découpe dans du papier plié : on découpe librement et ensuite on demande au sujet de dessiner ce qu'il pense obtenir à chacune des étapes du dépliage de sa feuille.

Lors de ces développements, j'ai voulu attirer l'attention des lecteurs sur les savoirs qui accompagnent toute expérience et qui sont, relativement aux savoirs visés, assez spécifiques. Certains de ces savoirs rencontrent des concepts fondamentaux comme : ligne, bord, trou, encoche, figure comme objet muni de propriétés. Figure comme indice de marquage, etc. Lors de la réforme des mathématiques modernes on a cru pouvoir ramener certains de ces concepts qui dans l'expérience se manifestent évasivement aux savoirs très précisément définis de la topologie. Cela s'est avéré fort peu utile.

De cette analyse je puis tirer une proposition didactique concernant les tâches intéressantes à faire faire aux élèves pour un tel champ d'expérience. Il s'agira de mettre en tension ces deux aspects iconiques et indiciels que j'ai dégagés afin de permettre la mise en relation féconde entre d'une part des figures et leurs propriétés et de l'autre la symétrie prise elle-même comme objet. Cela consiste à demander aux élèves de faire un usage aussi avisé que possible afin d'obtenir des découpes de formes diverses, et dans des positions données. J'ai testé tant avec des élèves de l'enseignement spécialisé qu'avec des étudiants une tâche assez amusante consistant à leur demander de découper des trous dans une feuille rectangulaire à l'image de cartes à jouer. Mais il est facile de trouver bien d'autres variantes encore en jouant sur la forme des trous, leur nombre, leur position, la minimisation du nombre de coups de ciseaux à faire, voire sa longueur. Rien qu'avec le carré ou le losange, on obtient des choses assez subtiles, sans compter avec la découpe de croix, qui peut se faire en un seul coup de ciseaux.

Cette mise en relation, tendue, entre images anticipatrices et indices produits par le dispositif, ne se réduit pas en une relation dyadique, mais met tout aussi bien en jeu la modalité symbolique du signe, et c'est ici que ces expériences sont instructives. Les expériences, leurs variations,

les comparaisons entre elles, les relances, tout cela établit des liens entre interprétants associés à ces signes : nombres de plis, nombre de coups de ciseaux, orientation des ciseaux selon la position choisie, nombre total de côtés des trous que l'on obtient avec un ou deux coups de ciseaux dans du papier plié en plusieurs fois, etc. et se situe donc exactement dans cette dimension symbolique, et cela sans qu'il soit nécessaire de les institutionnaliser tous. La modalité symbolique et les interprétants se rapportent autant aux objets sur lesquels on expérimente qu'aux expériences elles-mêmes.

### 3. Développement de polyèdre et dessin de son patron

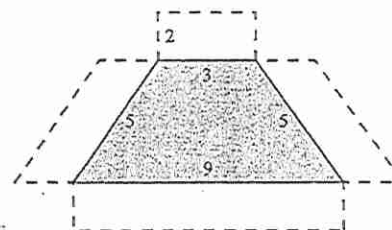
Dans un document (fig. 3) visant à présenter les nouveaux moyens d'enseignement, on trouve au chapitre de la géométrie cet exemple et ce commentaire (Gagnebin, Guignard, Jaquet, 1997, chap. 9, L'espace et la géométrie, p. 129-135).

3. Un troisième exemple se rapporte aux isométries.

Il est certes intéressant et utile de faire dessiner un rectangle et son image par une rotation sur papier quadrillé ou sur feuille blanche, mais l'activité prend plus de sens dans le domaine spatial où sa validité peut être reconnue empiriquement. C'est le cas ici, où l'on demande à l'enfant de construire le patron d'une boîte, sans couvercle, de 2 cm de hau-

teur dont le fond est un trapèze donné.

De nombreux enfants qui savent parfaitement que toutes les faces sont des rectangles les dessinent pourtant en forme de parallélogramme dans le développement du solide, attirés par les directions "horizontale" et "verticale" de la feuille de papier. Ils anticipent mal la rotation qui permettra de relever les deux faces latérales lors du montage du solide.



Pour l'enfant qui a dessiné ce patron, le sens de la recherche est évident, car le découpage, puis le pliage effectifs se chargeront de lui montrer qu'il doit revoir sa copie.

Figure 3. – Extrait des commentaires généraux des moyens d'enseignement 1ère - 4ème primaire, p. 134.

Je donne cet exemple pour illustrer de plus près la question du rôle de l'image et de l'imagination dans l'expérience et d'insister sur le fait que l'enseignant qui veut pleinement tirer parti de l'expérience voit son imagination fortement sollicitée. Le propos des auteurs de ce commentaire est de plaider pour des situations dans lesquelles les élèves peuvent se rendre compte par eux-mêmes de leurs erreurs (critère de situation d'action dans la théorie des situations didactiques, cf. Brousseau, 1998). On sait bien que corriger son erreur et même y réussir ne suppose pas

qu'elle soit pleinement comprise. Dans le commentaire ci-dessus, les auteurs nous citent une erreur d'élève, une de celles qu'ils ont pu observer, et nous en livrent une interprétation. Il est intéressant d'analyser leurs propos d'un peu plus près. Le savoir, et la relation symbolique entre signe et l'objet (la boîte) est indiqué dans le commentaire : « De nombreux enfants qui savent parfaitement que les faces de la boîte sont des rectangles... ». Par ailleurs deux dispositifs d'expérience sont évoqués, l'un dans un registre matériel de manipulation : la boîte et son patron, l'autre dans un registre de dessin sur une feuille rectangulaire. L'erreur est expliquée par un défaut de mise en relation entre ces deux registres de la part de l'élève. Le registre de dessin, qui, en acte, est indiciel, prend le dessus sur le savoir des élèves qui, bien que sachant pertinemment que les faces de la boîte sont des rectangles, n'en tirent pas moins des traits qui produisent des parallélogrammes, attirés qu'ils seraient par les directions « horizontale » et « verticale » de la feuille de papier (cf. fig. 3). Alors, dans le registre matériel de manipulation, lui aussi indiciel, « le découpage puis le pliage effectifs se chargeront de lui montrer qu'il doit revoir sa copie ». L'imagination anticipatrice, iconique, elle aussi est évoquée : « Ils anticipent mal la rotation qui permettra de relever les deux faces latérales lors du montage du solide » sans que soit indiqué de relation entre cette imagination anticipatrice et la forme du patron lui-même, iconique.

Je n'ai pas observé une telle activité en classe. Mais voici ce que nous avons pu observer de la part d'une élève adolescente de classe spécialisée lors d'une activité très voisine<sup>9</sup>. Au moment de notre observation, l'élève disposait d'une brique et de papier d'emballage. Notez l'importance du fait que dans son espace de manipulation elle disposait effectivement de la brique et qu'on lui demandait de confectionner son emballage comme un autre objet de ce même espace, notez aussi qu'il s'agissait de produire une enveloppe plus que de déterminer le développement du polyèdre. Cette élève a posé sa brique sur sa feuille, dessiné par contact le contour de la base, enlevé la brique, puis a essayé d'imaginer le rabattement de ses faces latérales, et enfin produit ce dessin des faces en forme de parallélogrammes.

9. Il s'agissait d'une tâche proposée par Jean-Michel Favre sur le thème de l'emballage de briques parallélépipédiques.

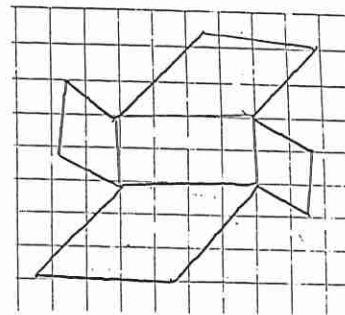


Figure 4. – Dessin du patron d'emballage de la brique.

La vidéo montre bien que ce dessin est celui de l'image qu'elle se représente mentalement et qu'elle souligne par des gestes explicites de la main. Deux faits notables se sont alors produits. Premièrement, avoir découpé son patron et voulant réaliser son emballage en posant la brique dessus, elle se rend compte qu'en relevant les faces ces dernières ne viennent pas s'appliquer sur celles de la brique. Elle tente alors d'annuler son erreur en voulant emballer la brique par le dessus, en rabattant ses faces vers le bas en espérant que maintenant elles s'appliqueront exactement. Elle tente d'annuler le décalage qu'elle a constaté lors de son premier essai de rabattement de son emballage, en inversant les positions relatives de la brique et de l'emballage. Dans une telle correction interviennent des éléments de représentation de « symétrie » en imaginant une relation entre rabattements en sens inverse et inversion des positions respectives de la brique et de son emballage. Elle est étonnée de constater alors que ses rabats ne recouvrent pas les faces de la brique mais qu'ils débordent maintenant dans l'autre sens que précédemment. Secondement, fait remarquable, le camarade avec qui elle travaille commente sans hésiter son erreur en disant : « elle essaye de dessiner en 3D ! » Il a trouvé spontanément une interprétation qui avait complètement échappé au commentaire cité ci-dessus.

Pour confectionner son patron l'élève se représente le mouvement de l'emballage, ses gestes l'attestent sans ambiguïté. Elle a tenu compte de cette représentation pour déterminer son dessin et, pour cela elle recourt à la perspective qui lui permet de représenter à la fois la brique et son emballage, ou encore de rendre par dessin ce qui lie les deux états plat et volumique que peut prendre le patron d'un polyèdre. Elle a ainsi besoin d'une perspective aussi bien pour rendre le caractère de volume que de platitude. Pour s'en convaincre il suffira au lecteur de dessiner une brique posée sur son emballage mis à plat. Et alors les faces du dessin de l'emballage seront bel et bien des parallélogrammes. Par son dessin, l'élève a cherché à déterminer la forme du patron, lui-même si-

gne de l'emballage de la brique. L'imagination du mouvement de rabattement des faces de son emballage, qui ne peut se faire que dans un espace perceptif, afin de déterminer la forme de ce dernier est à l'origine de la confusion de notre adolescente. La seule chose que l'évocation de ces mouvements peut apporter au problème est de confirmer, par déduction et non pas par imagination, que les faces de l'emballage doivent être identiques à celle de la brique.

En résumé, cette observation met en évidence ceci. L'objet polyèdre et la relation particulière 2D/3D qu'il représente, coque etc., le patron de son développement ou emballage est un signe indiciel. Le patron a la propriété physique de passer d'un état plat à un état volumique, c'est une propriété effective de ce signe. Le patron, figure géométrique polygonale qui jouit de la propriété de se replier dans l'espace en une figure polyédrique, est une proposition de polyèdre. Le dessin du patron est un signe iconique du patron, lui-même signe indiciel du polyèdre. On peut chercher à se représenter ou à dessiner les deux états que peut prendre le patron du polyèdre, plat et volumique, et pour rendre ceci, le lien volumique/plat, recourir à une vue en perspective. Dans ce cas on représente de manière iconique les propriétés du patron et plus précisément sous la forme d'un diagramme qui indique les relations entre ces deux états.

Pour en revenir au commentaire du manuel, nous disposons désormais d'une autre interprétation de l'erreur présentée. En l'état de nos informations, il est bien entendu impossible de trancher entre les deux. Par contre cet exemple suffit à montrer que le commentaire ne rend pas correctement compte de l'expérience proposée aux élèves parce qu'il ne va pas au bout de l'analyse de ce qui fait la situation. En effet, pour le commentaire, la boîte est l'objet dont il s'agit de dessiner puis découper le patron pour la confectionner. Elle est seulement ce que l'enseignant propose à l'élève de produire. Or au départ cette boîte n'est pas là, elle n'est qu'évoquée par la consigne, puis par le dessin, ce n'est qu'au bout du compte que le patron que l'élève aura confectionné se transformera, ou ne se transformera pas en une boîte, plus ou moins conforme aux intentions didactiques. Les choses avec lesquelles l'élève aura affaire varient au cours de l'expérience : il a un dessin, qui a lui-même une forme, puis une pièce de papier ou de carton, puis une boîte. Tout au long du processus, ces choses sont liées à un même objet, la boîte évoquée pour laquelle chacun de ces signes aura tenu provisoirement. La sémiologie s'arrête sur le dernier signe, une maquette de la boîte évoquée, une réplique parmi tant d'autres, en particulier toutes celles que les autres élèves auront confectionnées. Ainsi donc il y a une chaîne ininterrompue de signes qui mènent au résultat de l'expérience. Et ainsi on comprend que le dessin de l'élève donné ci-dessus en exemple, et

peut-être même simplifié pour les besoins du commentaire, doit lui-même être considéré comme signe du patron de la boîte, lui-même signe de la boîte. Dans tout ce mouvement sémiotique, il peut se produire des confusions sur les signes graphiques et leur interprétation : le signe du patron que l'on demande ici n'est pas son dessin mais son plan. Dit autrement, on ne demande pas de dessiner un objet de l'espace, même la boîte n'est pas considérée dans sa relation à l'espace.

Dans son livre, Duval évoque un effet qui me semble intervenir dans notre exemple :

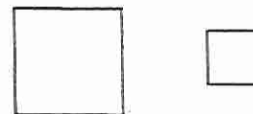


Figure 5. Deux unités figurales de même valeur de forme et de même orientation.

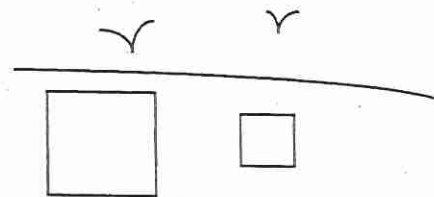


Figure 6. Mise en perspective des deux unités figurales par contextualisation.

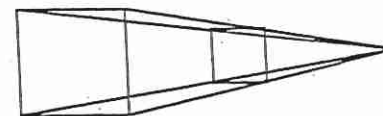


Figure 7. Mise en perspective des deux unités figurales par jonction des points homologues.

Figure 5. – Effets de perspective selon Duval (1995, p. 186-188).

Lorsqu'on dessine le patron, il faut se défendre de telles suggestions graphiques, particulièrement renforcée dans notre exemple par le fond en forme de trapèze qui suggère des lignes de fuite et par là une perspective (fig. 3). Pour une telle lecture de la figure, les faces latérales sembleront bien à plat, la face postérieure étant comme relevée verticalement. Le lecteur n'aura qu'à dessiner le développement correct avec

ses faces rectangulaires pour qu'il lui semble alors perdre cette impression de plat : les côtés lui apparaîtront comme mi-relevés.

#### 4. Fiche, Croix Géniale 3P. Le clivage entre registres indiciels<sup>10</sup>

Cette fiche présente à titre de curiosité la possibilité de découper une croix en des morceaux qu'on peut tout aussi bien arranger en carré. Le problème de trouver le bon découpage n'est pas facile, il a été résolu par Harry Lindgren et on peut le trouver en superposant astucieusement un pavage du plan avec de telles croix et un quadrillage de taille idoine (Deledicq & Casiro, 1998, p. 14-17). Ici il n'est pas tout à fait question de cela et d'ailleurs aucune mention à Lindgren ni à l'ouvrage que je viens de citer n'est faite ni dans le livre du maître, ni dans celui de l'élève. On se contente de faire éprouver aux élèves la recombinaison des morceaux de la croix en un carré. Seulement au lieu de se contenter de fournir aux élèves les pièces du puzzle, on se propose de les leur faire construire. Et la première chose qui caractérise cette fiche consiste en ce qu'elle comporte deux moments d'expérience : la confection des pièces du puzzle, l'énigme proprement dite. Notons que ces deux expériences ne s'effectuent pas dans le même registre sémiotique puisque le premier s'effectue sur dessin et découpage tandis que le second est matériel et de manipulation. De ce seul point de vue l'expérience proposée par cette activité scolaire s'écarte totalement du problème de Lindgren par un effet transpositif tout à fait comparable à celui qui consistait à étudier les ensembles à partir de collections d'objets. Le problème et la solution de Lindgren restent de bout en bout posés dans un même registre. Ce fait est d'autant moins anecdotique que ce qui caractérise le plus cette activité scolaire est que, justement, ces deux moments d'expérience y sont clivés. Certes ils entretiennent un rapport évident de fonctionnalité : pour jouer au puzzle il nous faut des pièces et, moyennant des indications suffisantes, nous pouvons aussi bien les confectionner nous-mêmes. Cela dit, on ne sollicite pas la représentation que l'élève pourrait se faire du puzzle pour le diriger dans sa confection, le dispositif et la procédure donnés se suffisent.

10. Danalet C., Dumas J.-P., Studer C. & Villars-Kneubühler F, 1998.

### Croix géniale

#### Tâche

- Dessiner, découper et assembler précisément une figure selon un plan donné.

#### Déroulement

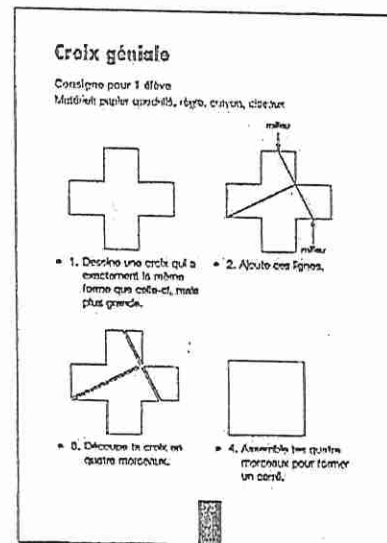
##### Validation

- Les élèves contrôlent la précision de leur dessin et de leur découpage en assemblant le carré-solution.

##### Variable

##### Matériel

- Aux élèves qui ne parviennent pas à respecter les proportions des côtés de la croix, l'enseignant donne du papier quadrillé de 1 cm, 2 cm ou 3 cm.



#### Nombre d'élèves

- 1

#### Matériel

- LE p. 73
- Papier quadrillé 4 ou 5 mm

Figure 6. – Fiche du livre du maître de 3ème primaire.

Par ailleurs, à la manière dont l'énigme du puzzle est posée, sa résolution repose entièrement sur la bonne confection des pièces. Une erreur de fabrication des pièces empêchera l'élève de résoudre ce problème. Si donc l'élève trouve une des solutions (il en existe en effet deux), il sera conforté dans le fait qu'il a bien confectionné ses pièces. Sinon, formellement on ne peut rien dire. Ainsi donc le lien fonctionnel, effectif qu'il y a entre les deux moments de cette expérience ne fournit pas plus qu'un indice, il ne permet pas d'interpréter ce qui nous arrive dans le jeu du puzzle en fonction de la manière dont nous aurions interprété et réalisé le plan de confection.

Examinons maintenant la première phase de l'expérience qui consiste à effectuer correctement les 3 premières étapes de la consigne de l'activité. On y donne un dispositif et un procédé et on attend que l'élève

ve l'applique le plus soigneusement possible. Si le signe de cette expérience est indiciel, on guide l'élève essentiellement sur des indications iconiques. On suppose en particulier que l'élève connaît assez bien ce qu'est une croix pour diriger son dessin, pour lequel on lui fournit une feuille quadrillée, et éventuellement se corriger. On pense que les indications par les mots milieu ainsi que les flèches lui permettront de se guider strictement. Et on pense enfin qu'une fois les traits de découpe soigneusement tracés, le découpage ne posera aucun problème. Relevons qu'il viendra à l'esprit d'une personne un tant soit peu exercée tant au dessin géométrique, qu'aux puzzles énigmatiques, d'autres propriétés de ce découpage (relation symbolique du plan de confection au découpage pour lequel il tient) : les lignes de découpe sont perpendiculaires, par exemple au titre qu'elles sont chacune diagonales de rectangles eux-mêmes « perpendiculaires », qu'à ce titre toujours et vu que ces rectangles sont égaux, ces diagonales sont égales, et même qu'elles valent  $\sqrt{5}$  fois le côté de la croix, ce qui est aussi l'exacte dimension du côté de la quadrature de la croix. On ne demande pas non plus des maîtres (ni des élèves bien sûr) qu'ils connaissent la croix et le carré au point de penser que ces deux polygones possèdent le même groupe d'isométries, et que tous deux pavent le plan, bien que le pavage par des croix ne présente pas la simplicité d'un quadrillage. Toutes ces relations sont laissées à la charge du plan de confection, d'un point de vue sémiotique peircien elles sont donc assurées sur le plan indiciel. Que le dessinateur en ait ou pas conscience n'empêche en rien la confection des pièces ni la résolution de l'énigme. Bien entendu l'exécutant contrôlera d'autant mieux ses actes qu'il lira au-delà du simple donné.

Comme l'activité est conçue, l'enseignant n'est pas supposé intervenir ni demander par exemple que l'élève soumette à sa sanction sa confection à chaque étape de la consigne. On va même jusqu'à indiquer que la solution au puzzle vienne valider la confection de ses pièces, cela est explicitement mentionné dans les commentaires faits aux enseignants (cf. fig. 6, Déroulement). Pourtant que peut-il arriver dans la seconde phase de l'expérience ? Il peut arriver que l'élève trouve une solution au puzzle. Dans ce cas, et même si cela resterait à démontrer, on peut sans trop prendre de risque, considérer ce fait comme une validation de la confection. Mais si l'élève ne parvient pas à une solution, je vois au moins trois possibilités : il dispose des bonnes pièces mais s'enferme dans sa recherche ; il dispose des bonnes pièces mais, pour une raison ou une autre, quelques imperfections de découpage, du papier vite écorné, etc. il ne reconnaît aucun carré à ses assemblages ; il ne dispose pas des bonnes pièces et alors tous ses efforts seront ruinés d'avance. On remarque donc que le manuel n'a pas anticipé tous les cas qui peuvent se présenter et que par conséquent les enseignants devront y surseoir. Ainsi leurs contrôles restent à

discrétion, selon les cas. Il semble toutefois entendu que l'enseignant ne voudra pas que l'élève perde trop son temps en s'acharnant à résoudre un problème insoluble : il veillera à ce que la marge d'erreur dans la confection des pièces reste dans des limites restreintes. Bref, c'est bien parce que l'activité est ainsi clivée que l'effet de validation escompté par le manuel n'est qu'un vœu pie.

Ce clivage se manifeste par d'autres aspects. Pour la phase de préparation, on aimerait que les choses aillent relativement machinalement. Ainsi quelle procédure de régulation est-elle envisagée en cas de difficultés trop grandes (cf. fig. 6, Variable) : agir sur le support de quadrillage, en augmentant la taille de sa maille de telle sorte que l'élève soit porté à dessiner correctement. Ceci signifie que l'expérience du dessin n'est reconnue que pour autant qu'elle fournisse des éléments conformes aux images données. La croix est supposée un objet suffisamment connu pour se suffire d'indications iconiques. Notez qu'il en va tout autant, et ce de manière encore plus forte, pour ce qui concerne le carré puisqu'on ne fait que de l'indiquer globalement au point 4 de la consigne, et qu'on suppose que dans ses manipulations l'élève saura le reconnaître voire même l'extrapoler sur la figure que prendra tel ou tel de ses assemblages. Ce fait a pour conséquence de rendre totalement déconcertantes des productions d'élèves telles que celles que j'ai recueillies dans une classe d'enseignement spécialisé (fig. 7, 8 & 9).

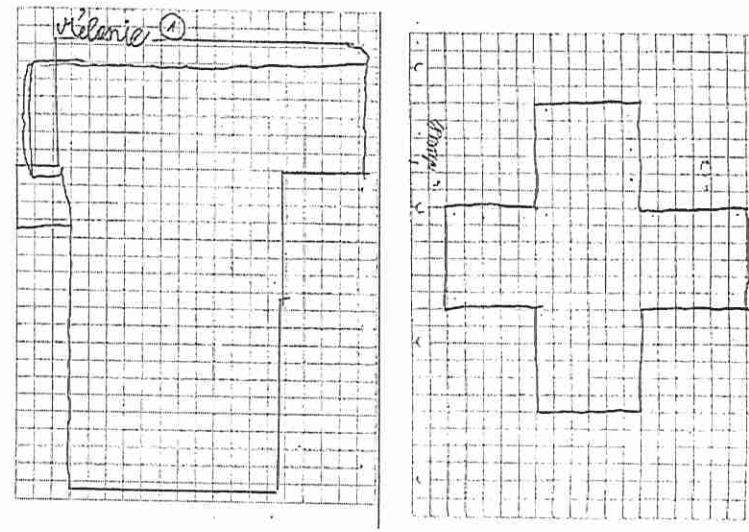


Figure 7. – Deux tentatives de Mélanie de dessiner une croix selon la consigne 1 de la fiche.

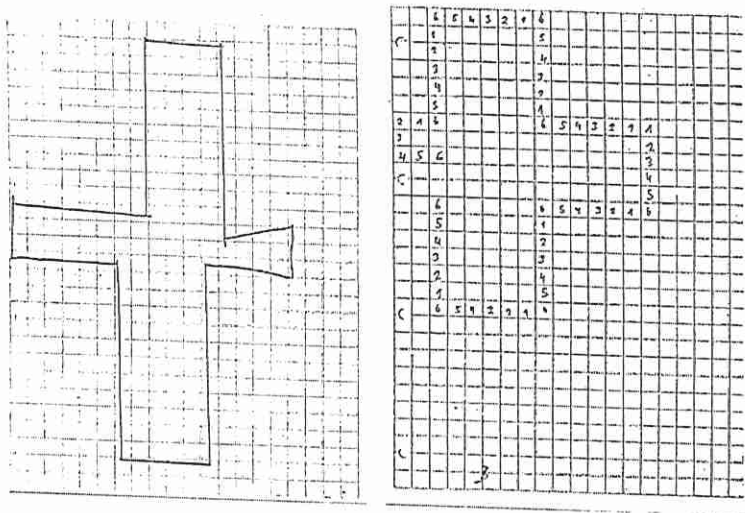


Figure 8. – Deux tentatives de José de dessiner une croix selon la consigne 1 de la fiche.

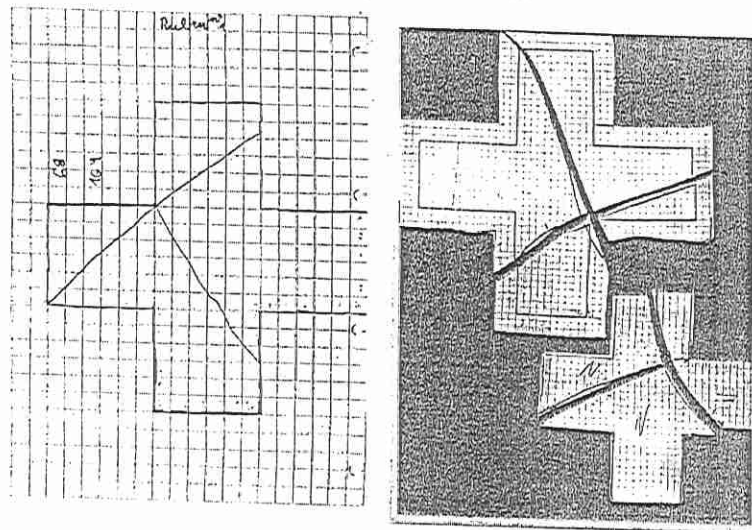


Figure 9. – Productions de 3 autres élèves aux consignes de la fiche : n° 2 report des lignes de découpe, et n°3 découpage.

Avant de clore cette analyse indiquant comment nous avons trouvé à renouer tous les aspects en jeu, une dernière remarque éclairante concernant le clivage entre les deux moments d'expérience. Si je puis

vous proposer ici des productions marquant quelques tentatives des élèves à la première phase de l'activité, je ne suis pas en mesure de vous indiquer leurs tâtonnements dans la résolution du puzzle, ni même des assemblages qu'ils auraient pris ou voulu faire passer pour des carrés ! Le registre matériel de manipulation rend l'observation très difficile, et relever sur image, dessin, photos, des figures ne serait pas à même de tout rendre puisque nombre de gestes restent ébauchés, interrompus par quelque déviation de ce que l'élève avait eu l'intention de faire. Pourtant ce ne sont pas n'importe quelles idées qui leur viennent à l'esprit. Nous pouvons aussi interpréter nos observations soit en demandant aux élèves de représenter par un dessin leur résolution, soit en explorant pour nous-mêmes, par le dessin, les différentes combinaisons qu'ils pourraient avoir faites ou ébauchées. Bref, un simple jeu de registre peut être ici fort utile et efficace, soit la restitution de cette unité de registre que j'attribuais justement au travail de Lindgren.

Or maintenant que faire avec les dessins des élèves ci-dessus ? Notez bien que les quatre premiers dessins vont par paire. Dans leurs premiers dessins, les élèves ont été laissés libres de dessiner en plus grand une croix semblable à celle de leur fiche. Le premier dessin montre que l'élève a tenté d'occuper toute la place possible. Le second dessin est intéressant parce qu'il est fait à la règle, et que le trait ne suit pas les lignes du quadrillage. Les deux autres dessins ont été produits après que la maîtresse eût indiqué la taille du côté de la croix : 6 carrés. Le troisième dessin, produit par l'élève qui avait fait le premier, est quasiment correct, globalement on pourrait s'en contenter, hélas la branche de gauche est trop courte d'une rangée de carrés. Le quatrième dessin, du même auteur que le second dessin, montre qu'il s'est inventé un dispositif de dessin de sa croix en inscrivant les numéros de ses comptages. On peut voir qu'il s'est efforcé de bien compter jusqu'à six, quitte à bifurquer lorsque, faute de place il s'est heurté à la marge.

Je viens de vous interpréter un moment de l'expérience des élèves, et ce en termes de dessin d'une croix sur un quadrillage. A ces seuls exemples on se rend compte comment les élèves en viennent à mieux connaître l'objet de leur signe, la croix, au fur et à mesure de leurs tentatives. Nous travaillons sur du papier quadrillé. Une autre modalité de travail de la croix sur papier quadrillé consiste à leur demander de paver le plan avec des croix. La chose n'est pas aussi facile qu'on pourrait le croire. Dans les dessins ci-dessus la principale difficulté était de dessiner une grande croix dans l'espace de la feuille, qui plus est rectangulaire. Dans la demande de pavage du plan par la croix et pour bien faire comprendre que nous ne désirions pas de jour dans ce pavage, nous avons assorti notre consigne de la condition suivante : disposer le plus de croix possible sur la feuille quadrillée, en suivant les lignes de

quadrillage. Cela les aura incités à dessiner la plus petite croix possible, celle constituée de 5 carrés de la maille. Dessin qui pour ces élèves est vite devenu mécanique. Nous avons exploré autrement encore les relations entre dessin de la croix et quadrillage, pour travailler les relations dimensionnelles qui caractérisent cette figure. Ce faisant et en suivant la sémiose, nous avons pu finalement restituer un milieu analogue à celui de la solution de Lindgren, celle qui consiste à considérer le pavage du plan par la croix ainsi que deux quadrillages, celui des carrés qui constituent la croix et celui de sa quadrature. C'est ce que nous avons exploré finalement avec les élèves en leur distribuant des calques et en leur montrant que d'autres découpages de la croix pouvaient encore convenir.

## CONCLUSION : L'EXPÉRIENCE COMME SIGNE DE MISE EN ÉVIDENCE

### 1. Un signe indicial atteste de l'existence de son objet. Telle est la première fonction didactique de l'expérience (niveau 2, factuel)

Dans mon introduction je me suis engagé sur une question que j'estime particulièrement sensible dans l'enseignement spécialisé : que peut-on escompter que les élèves retirent d'activités qu'on aura tentées avec eux sans pouvoir les mener à une issue tangible : sinon réussite, au moins un accomplissement effectif sans abandon ni enlèvement ? Reliant cette question à celle de l'expérience, et interrogeant de ce point de vue tout un pan d'activités scolaires promues pour l'enseignement de la géométrie en Suisse romande, je suis tombé sur des situations originales, mathématiquement non triviales, pour lesquelles les auteurs livraient la solution, tout ou en partie, voire indiquaient un procédé permettant aux élèves de l'obtenir à peu de frais et en se suffisant d'une compréhension superficielle. Mes analyses ont ainsi mis en évidence le lien étroit qui réunit procédure effective, solution et expérience. S'il est vrai qu'on n'enseigne jamais aux élèves que des savoirs qui existent déjà, il faut encore pouvoir leur en indiquer l'existence. Telle est la fonction des expériences qu'on leur donne à faire. Dans l'exemple n°1, le pliage proposé par Boule attestait que la propriété de la somme des angles avait une incidence sur ce dernier en le rendant parfaitement jointif. Le dessin du clown transperçant une feuille marquée de plis orthogonaux attestait la possibilité de produire à volonté des figures réversibles. La confection du patron de la boîte de l'exemple n° 3 indiquait la pertinence de l'idée de transformation isométrique dans la détermination des contours de son patron. Le découpage de la croix à l'exemple n° 4 attestait l'existence d'une quadrature de celle-ci.

Ainsi donc la question de savoir jusqu'où selon les circonstances il sera didactiquement pertinent de livrer aux élèves les réponses et solutions aux problèmes qu'on leur a posés, s'il est ou non souhaitable de leur enseigner des trucs qui les impressionneront par leur effet, ces questions interviennent toutes au même titre : choisir et contrôler les expériences effectives que l'on voudrait leur faire faire et leur ménager. On a souvent l'idée que l'expérience effective vaudrait surtout par ses démentis bruts, voire, sous une forme adoucie, ses surprises. Mais si on considère qu'au travers d'une expérience effective, et toujours particulière, la réalité nous indique ses réponses, cela ne fera aucune différence qu'elle nous oppose son démenti, nous renvoyant à un nouveau problème, ou qu'elle nous offre une solution de facilité. Là-dessus l'enseignant, ou quelques camarades pourront encore ajouter leur grain de sel. Lorsqu'on donne un problème à résoudre à des élèves, on leur demande de trouver le moyen de questionner la réalité pour leur indiquer la réponse. En tant que signe indicial, la résolution se contente d'indication sur l'existence du savoir qui permet de déterminer la réponse cherchée. La valeur qui sera attribuée à la rétroaction du réel (ou, dit en termes de la théorie des situations, rétroaction du milieu) : démenti, ou procédé opportun, etc., est relative à des interprétants et participe d'un renvoi symbolique et plus seulement indicial du signe à son objet.

### 2. Expérience effective, expérience imaginée (niveau 1, possible)

Cela dit on ne saurait limiter l'expérience à ne fonctionner que sur un mode effectif. Non seulement une expérience étant toujours particulière et on ne s'en tiendra pas longtemps à la répéter à l'identique – c'est exactement ce que faisait remarquer Peirce et c'est aussi cela qui est en jeu dans l'exemple n°1 – mais encore on recherchera les expériences qui pourraient nous apporter de nouvelles informations, ce qui signifie que par l'imagination on explorera un possible. À l'expérience effective, dont on attend recevoir une sanction factuelle et qui est selon les termes peirciens un *signe indicial dicent*, vient donc s'ajouter une autre modalité, l'expérience de pensée, imaginative, celle qui suggère des expériences à faire selon ce qu'on peut en escompter, et que dans les termes peirciens toujours, on nomme *signe indicial rhématique*. C'est à ce niveau que l'on cherche en particulier des variantes, voire qu'on les organise en diagrammes selon les différentes valeurs que prendront telles ou telles variables, ou encore que l'on constituera la trame d'un plan d'expérience. Ainsi la petite « farce » que j'ai jouée à mes étudiants provient du fait que j'ai entièrement repensé l'expérience proposée par Boule, et par ce fait je l'ai située dans un espace bien plus large que celui qu'avait imaginé l'auteur. J'ai montré dans l'exemple

n°2 comment le fait de disposer d'un procédé infallible de découpage de formes réversibles permettait en retour d'imaginer tout un éventail de problèmes suscités par les surprises que nous réservent les pliages dont nous avons beaucoup de peine à anticiper les effets. Dans l'exemple n°3, c'est la production inattendue de l'élève qui nous amène à reconsidérer l'expérience que nous croyons lui faire faire en lui demandant d'emballer une brique. Et enfin dans l'exemple n°4, c'est bien par le retour à la dimension iconique que nous sommes arrivés à restituer l'unité du problème de Lindgren que sa transposition en une activité de puzzle avait fait totalement perdre de vue.

### 3. L'expérience comme creuset de relations (niveau 3, général)

Par l'expérience nous posons une question au réel, que nous le fassions en imagination ou effectivement. Ce dernier ne nous dit pas comment interpréter ses réponses, cela est laissé aux jeux ultérieurs de nos interprétants. L'expérience ne nous livre jamais non plus de réponse déliée, isolée mais seulement amalgamée à d'autres aspects des objets que nous étudions. Ainsi le pliage que propose Boule est tout autant une expérience portant sur une propriété des angles de la forme pliée que sur celle de sa surface. Ainsi dans l'exemple n° 2, la forme des trous découpés sera prise dans la gangue de ses relations avec le feuillet plié et sa propre forme : le procédé de pliage / découpage suggéré nous offrira de tout autres images selon qu'on l'applique dans une feuille rectangulaire ou dans un disque de papier. Ainsi dans l'exemple n° 3, il est apparu que le dessin en perspective était le seul à même de rendre dans un diagramme la propriété du patron de la boîte de prendre une configuration plate ou en volume. Ainsi dans l'exemple n° 4, le théorème de Pythagore autant que les propriétés de pavages interviennent dans l'expérience, ou encore il apparaît que les relations entre la croix et le carré y sont ternaires et pas binaires puisque interviennent deux sortes de carrés : les cinq carrés qui constituent la croix et celui de sa quadrature. Ainsi donc si l'expérience nous oriente, c'est qu'elle oriente les sémiotiques qui nous portent dans le dédale des relations mathématiques caractérisant ce domaine de connaissance, les multiples modèles de la réalité qu'il nous offre.

### BIBLIOGRAPHIE

- BOULE F. (2001), *Questions sur la géométrie et son enseignement*. Chap. I Espace et géométrie, pp. 22-23. Paris : Nathan.
- BROUSSEAU G. (1998), *La théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CONNE F. (2002), Comment la référence à la « réalité » a-t-elle évolué dans les manuels de Suisse Romande au cours du siècle passé ? In J.-L. Dorier et alii (eds), *Actes (cd-rom) de la XIème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques* (42 p.). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CONNE F. (2003), Comprendre la théorie est en attraper le geste et pouvoir continuer. Conne F. & alii : *L'enseignement spécialisé : un autre terrain de confrontation des théories didactiques à la contingence*. In V. Durand-Guerrier et C. Tisseron (eds), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques* (pp. 79-99) ARDM et IREM, Paris.
- CONNE F. (2006), La didactique des mathématiques comme didactique d'une science étonnante. In *Numéro spécial de l'Éducateur, La recherche en Éducation*. pp. 21-26, Genève.
- CONNE F. (2007a), Une vue sur l'enseignement des mathématiques au primaire et au secondaire en Suisse romande, *Petit x* n°73, 37-70.
- CONNE F. (2007b), Quelques pas esquissés dans l'univers des polyèdres. In Giroux J. & Gauthier D., (éds.) *Difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. Hommage à Gisèle Lemoyne*. (Chap. 9, pp. 219-258) Montréal : édition La bande didactique.
- CONNE F., FAVRE J.-M. & GIROUX J. (2006), Répliques didactiques aux difficultés d'apprentissage en mathématiques : le cas des interactions de connaissances dans l'enseignement spécialisé. In P.A. Doudin et L. Lafortune (eds). *Intervenir auprès d'élèves ayant des besoins particuliers*. (pp. 118-141) Québec : Presses université du Québec.
- DANALET C., DUMAS J.-P., STUDER C. & VILLARS-KNEUBÜHLER F., (1998), *Livre du maître. Méthodologie. Livre de l'élève. Mathématiques 3P*. Commission romande des moyens d'enseignement.
- DANALET C., DUMAS J.-P., STUDER C. & VILLARS-KNEUBÜHLER F. (1999), *Livre du maître. Méthodologie. Livre de l'élève. Mathématiques 4P*. Commission romande des moyens d'enseignement.
- DELEDICQ A. & CASIRO F. (1998), *Pythagore & Thalès*. La technique du puzzle, pp. 14-17. Paris : ACL éd. et Kangourou.
- DUVAL R. (1995), *Sémiosis et pensée humaine*, Berne : Peter Lang.
- EVERAERT-DESMEÏT N. (1990), Le Processus interprétatif ; introduction à la sémiotique de Ch. S. Peirce. Bruxelles : Mardaga.
- FISSETTE J. (1993), *Introduction à la sémiotique de C. S. Peirce*. Montréal : XYZ, collection « Études et documents ».
- GONSETH F. (1948), Conclusion de *Pouvoir de l'esprit sur le réel*. Deuxièmes entretiens de Zürich sur l'idée de dialectique, Neuchâtel : Ed du Griffon.
- GAGNEBIN A., GUIGNARD N., JAQUET F. (1997), *Apprentissage et enseignement des mathématiques. Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire*. Commission romande des moyens d'enseignement.



- HOUEMENT C., KUZNIAK A. (1999), Géométrie et paradigmes géométriques. *Petit x*, n°51, 5-21. IREM de Grenoble.
- KAPLAN R. (2004), *À propos de rien, Une histoire du zéro*. Quai des sciences, Paris : Dunod.
- PEIRCE C. S. (1898), La première règle de la logique. In *Charles Sanders Peirce, Pragmatisme et sciences normatives*, Œuvres II, sous la dir. de C. Tiercelin & P. Thibaud, 2003, Paris : Cerf.
- ROUCHIER A. (1985), Théorème du trajet total de la tortue et trace des polygones réguliers. Logo à l'école élémentaire CM1. In *RO* n°3, 195, IREM, Université d'Orléans.

## INFORMATIONS AUX AUTEURS

## OBJECTIFS DE LA REVUE

La revue *Recherches en didactique des mathématiques* entend rendre compte des recherches fondamentales menées dans le cadre de la didactique des mathématiques. Il s'agit d'une revue de recherche qui publie des articles originaux concernant un ou plusieurs des points suivants :

- la détermination de faits pertinents de la communication didactique ;
- l'analyse de situations d'enseignement ;
- l'analyse des conduites et productions des élèves au cours d'un apprentissage ;
- les études à composantes épistémologique et psychologique, des contenus et concepts mathématiques qui sont en rapport avec les caractéristiques des situations où ils fonctionnent et où ils se constituent ;
- la méthodologie de la recherche : observation, questionnaires, enquêtes, etc. ;
- les débats sur les problématiques, la détermination des objets spécifiques et les théories qui les sous-tendent.

Elle s'adresse à un public composé principalement de chercheurs en didactique des mathématiques, d'enseignants, de mathématiciens professionnels, de responsables de l'éducation.

- Elle entend jouer pleinement son rôle de revue de recherche en
- publiant dès que possible des articles originaux rendant compte d'une ou plusieurs recherches ;
  - assurant des regroupements significatifs de travaux de recherche *via* des numéros thématiques ;
  - favorisant les débats de fond dans une rubrique spécifique ;
  - apportant des informations sur les événements internationaux qui concernent la recherche en didactique des mathématiques.

## SOUSSION D'ARTICLES

Les articles soumis pour publication dans la revue *Recherches en didactique des mathématiques* doivent être envoyés :

- 1) par courrier électronique, en format .doc ou .rtf à :  
[redaction.rdm@wanadoo.fr](mailto:redaction.rdm@wanadoo.fr)