



HAL
open science

Trois pas de deux entre savoirs et connaissances

François Conne

► **To cite this version:**

François Conne. Trois pas de deux entre savoirs et connaissances. Arzac G., Gréa J., Grenier D., Tiberghien A. (éds). Différents types de savoirs et leur articulation, *La pensée sauvage*, pp.253-278, 1995. halshs-01535924

HAL Id: halshs-01535924

<https://shs.hal.science/halshs-01535924>

Submitted on 9 Jun 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

TROIS PAS DE DEUX ENTRE SAVOIRS ET CONNAISSANCES

François CONNE *

INTRODUCTION

Les textes qui m'ont été donnés à lire se réfèrent tous à l'enseignement des mathématiques; par contre ils recouvrent un très large empan scolaire, allant de l'école primaire au DEUG, et concernent trois domaines des mathématiques forts différents: la logique formelle, la combinatoire et la géométrie. Qui plus est, deux de ces domaines (le raisonnement mathématique, la géométrie) sont déjà bien investis par les chercheurs épistémologues, psychologues ou encore didacticiens, tandis que la combinatoire est à ma connaissance encore peu explorée. Enfin les traitements, c'est-à-dire, les points de vue, les angles d'attaques, les objets d'études, les méthodes employées dans ces textes diffèrent. La comparaison des trois titres est d'ailleurs éloquente. L'article de Durand-Guerrier s'intitule: *Place de la logique formelle comme outil d'analyse des connaissances mises en œuvre dans le raisonnement mathématique dans une perspective didactique*, le savoir n'y est pas mentionné; par contre Grenier a choisi de nous entretenir des *Savoirs mis en jeu dans des problèmes de combinatoire*, et cette fois c'est la connaissance qui est absente; enfin Berthelot & Salin proposent de traiter de *Savoirs et connaissances dans l'enseignement de la géométrie*.

J'ai vu dans cette diversité une opportunité et l'idée de l'inscrire dans une problématique commune m'a plu. Le travail de lecture et d'analyse auquel je me suis adonné est analogue à celui que je fais lorsque j'examine le travail d'un élève, observé en classe, ou encore celui d'un de mes étudiants. Je ne vais pas examiner les textes de nos collègues sous l'angle des résultats qu'ils nous présentent, sur ce qu'ils dévoilent dans leur champ d'étude respectif. Par contre, m'inspirant de la métaphore de la fourmi de Simon (Simon H. 1974), et considérant que d'une manière ou d'une autre les démarches de ces recherches reflètent le didactique, je vais tenter d'en dégager quelques traits marquants. Ma restitution s'efforcera donc de rapporter ces travaux à une référence commune, en l'occurrence la théorie des situations. Mon but n'est pas d'imposer telle ou telle approche théorique, et encore moins de donner des leçons aux chercheurs sur le type de démarche à adopter. J'espère plutôt montrer comment les trois auteurs viennent à rencontrer des pro-

* Séminaire Cantonal de l'Enseignement Spécialisé, Département de la Prévoyance Sociale et des Assurances, 37, ch. Maillefer, 1052 Le Mont, Lausanne.

blèmes didactiques communs dont la théorie des situations rend particulièrement bien compte. Mon point de mire dans cet exposé se situe donc au delà de la théorie, dans la problématique qui l'accompagne.

Le propos de ce texte est double. Mon analyse des trois textes contribue à mettre en évidence le caractère général de la théorie des situations en montrant comment elle éclaire des travaux qui ne concernent ni les degrés primaires de l'enseignement, ni des objets de savoirs scolaires traditionnels. Pour cela je m'appuierai essentiellement sur les travaux de Durand-Guerrier et Grenier. En outre la recherche de Berthelot & Salin me permettra d'esquisser un schéma d'analyse (mais pourquoi pas même un des principes) de cette théorie. Voici maintenant deux idées qui ont guidé mon travail.

SITUATIONS ET MODELES, JEU FORMEL ET MILIEU DIDACTIQUE

1° La situation (au sens de la théorie des situations) est un concept qui, tout en permettant de saisir et penser l'enseignement sous une certaine globalité, est aussi suffisamment calibré, découpé dans la réalité, pour se prêter à des études expérimentales et descriptives. Il est banal de rappeler que c'est un *modèle* pour le didacticien ; comme tout modèle, il se donne comme une entité (fenêtre, coupure) dans une certaine complexité. Une question vient aussitôt à l'esprit : on aimerait bien savoir ce que ce modèle va devoir prendre en charge minimalement. C'est ainsi que je reçois la question des connaissances implicites, thème de ce groupe de travail : les connaissances implicites ou laissées implicites le sont en regard des cadres d'analyse des enseignants ou, lorsqu'un chercheur est impliqué, en regard des modèles qui dirigent son expérience. On n'a bien entendu pas attendu le concept de situation, et encore moins la théorie des situations pour rencontrer des modèles dans le champ de la didactique, cependant la didactique des mathématiques nous oblige à y regarder de plus près. Je peux en apporter un exemple personnel et tout frais puisque dans la préparation de cet exposé j'ai buté sur une difficulté de ce type ; je me suis demandé comment articuler les pratiques de modélisation en mathématiques, donc propres au savoir visé (en géométrie, en combinatoire, dans le domaine du raisonnement), avec la modélisation, didactique cette fois-ci, qui accompagne la définition d'une situation. A prime abord, ces deux niveaux ne devraient pas interférer puisqu'il s'agit de sciences bien distinctes, pourtant tel n'est pas le cas étant donné que la didactique participe de ces *Pratiques Sociales de référence de niveau III*, telles que les a définies Rouchier (Rouchier A. 1991a). Rappelons qu'il distingue trois niveaux de références, notés PSI, PSII, PSIII que l'on peut définir comme suit (Rouchier A. 1991b) : «*PSI : Pratique de référence dans un rapport direct à la situation (agie et vécue) – Sujet connaissant. PSII : Pratique de référence qui prend en compte les PSI comme objet. Référence à des formes instituées du systè-*

me culturel. – Sujet instruit. PSIII : Pratique de référence qui met en circulation des savoirs. Communication et/ou transmission des savoirs.» En didactique, nous nous situons au niveau le plus complexe, le PSIII, et on se réfère constamment aux PSI (résolution de problèmes) aux PSII, et aux PSIII associées. J'affirme alors, première idée, que **ces modèles didactiques (les situations) sont comme des relais entre PSI, PSII et PSIII**, ils sont liés au savoir et au projet d'enseignement. Une citation de l'article de Berthelot & Salin vient appuyer cette idée : «*Nous avons montré que la mise en œuvre de situations d'enseignement comportant des limitations usuellement liées à des espaces de grande taille peut être productrice des connaissances correspondantes, même si ces situations sont développées dans un espace de petite taille*». Il n'est cependant pas nécessaire de chercher des exemples si loin de l'expérience commune. Des modèles didactiques, certains nous sont très familiers. Ainsi on sait bien comment l'algorithme des savoirs permet d'éviter la connaissance par recours à des modèles procéduraux (modèles d'action). Voyez la contribution de Mercier à ce même colloque. Il est banal de dire que le recours aux modèles est aussi une question d'économie. Ainsi par exemple, Durand-Guerrier à propos des théorèmes universels et citant Tarsky pose en fait la question suivante : quel savoir de logique formelle est indispensable pour raisonner en classe de mathématique ? Si en définitive ce ne sera que l'implication formelle de Russell qu'il faudra retenir, alors qu'enseignera-t-on de la logique formelle ? Et plus généralement enfin, à partir de quand faut-il porter à la connaissance, enseigner, demander que tel ou tel objet soit su ? Que bloquer pour atteindre des savoirs spécifiques ?

Dans cet ordre d'idée, je conçois une situation comme un filtre agissant sur trois plans à la fois :

a) Le savoir à enseigner, bien entendu, et ici nous rejoignons la modélisation en mathématiques.

b) La réalité, jouée et évoquée, qui sert de substrat à la situation, ou encore le milieu de la situation. En tant que modèle il fournit une entrée toute faite («réelle») au sujet et de ce fait sélectionne d'emblée telle ou telle connaissance (par indice). Deux contraintes pèsent alors sur la situation : 1) Que le modèle soit accessible, compris, c'est-à-dire que les connaissances à mobiliser le soient vraiment (dans les paradoxes du contrat de Brousseau (1986) cette contrainte est rapportée aux phénomènes dits de «*destruction de sa cause*»). 2) Que le modèle ne soit pas trop réducteur de la disponibilité d'autres connaissances (ibid : «*inadaptation à des adaptations ultérieures*»), ou dit autrement, que les *raisons* ne soient pas trop réductrices et limitatrices des *causes* (cf infra). La méthode de recherche exposée par Berthelot & Salin exploite systématiquement cette double contrainte pour «traquer» les connaissances nécessaires à l'initiation d'un enseignement de la géométrie.

c) Le plan des connaissances, ou plus précisément celui des interactions sujet-milieu.

2° C'est à propos de cette troisième facette de la situation comme modèle et filtre que vient ma seconde idée. **La théorie des situations attribue par ce biais une fonction sélective aux situations.** Prise comme une idée générale, elle est relativement anodine et ne justifie pas la référence à une quelconque théorie. Mais je n'en reste pas à l'idée, et c'est bien sûr la manière dont la théorie l'exploite qui retient mon attention. Cette analyse de la théorie des situations a été le fil conducteur pour ce colloque. Afin de me faire bien comprendre, un petit détour par quelques citations est nécessaire. Par la suite je m'y référerai constamment.

1° **Conversion causes / raisons** (Brousseau Centeno 1991, note 14, p.186).

«*La situation didactique agit comme cause (ou ensemble de causes) de l'apprentissage de l'élève (par des conditions qu'il n'a ni choisies ni même repérées), elle lui procure une connaissance ou même un savoir contextualisé et non institutionnalisé.*

Pour intégrer cette connaissance comme savoir, l'élève doit la placer par rapport à son système propre de savoir (qui peut être conforme à la culture) et par rapport aux savoirs institutionnalisés. Il lui faut donc identifier des « raisons » (par exemple une démonstration...) pour accepter cette connaissance qui va se substituer aux causes. Il y a donc conversion d'un phénomène psychologique en un phénomène épistémologique (au sens de Chevallard). Cette opération change la signification des connaissances et participe de la transposition didactique.»

Entendons bien que cette action de la situation (comme cause ou ensemble de causes à l'apprentissage) n'opère pas n'importe comment. Elle a pour fonction d'orienter les connaissances induites chez l'élève, ou encore de les canaliser en portant, si je puis dire, sur le pôle accommodateur de l'adaptation cognitive (ou alors faut-il dire par un contrôle descendant?). C'est de cette manière en jouant le rôle d'agent sélectif des connaissances (des schèmes pourra-t-on même dire), que la situation est censée agir comme filtre. La conversion des causes en raisons fixera alors le résultat de ce processus en reconstruisant ses produits sur un autre plan. Ceci est très bien marqué par la modélisation des situations a-didactiques en tant que jeu formel dont il sera abondamment question par la suite, mais aussi à un autre niveau de la théorie, par exemple dans la définition des sauts informationnels, ou dans la recherche de situations fondamentales comme nous en rend compte avec précision l'article de Berthelot & Salin.

(Brousseau 1988, p. 314): «*Pour toute connaissance, il est possible de construire au moins un jeu formel, communicable sans utiliser cette connaissance, et dont elle détermine pourtant la stratégie optimale.*». En se donnant un tel axiome, la modélisation en termes de jeux formels entend définir jusqu'à la trame de ce filtre. La théorie des situations cherche à rendre opérationnelle cette idée, somme toute peu originale, de sélection des connaissances, et c'est dans le prolongement de

ceci que vient la définition de *milieu didactique* qui occupe tant les didacticiens actuellement. Deux remarques s'imposent alors. 1° Quand on y regarde de plus près, on peut se demander si le terme de sélection est bien choisi. Il y a en effet un double jeu de promotion, puis sélection, dans lequel très peu de place est laissée au hasard, et de ce point de vue l'analogie avec la biologie ne serait pas tenable. Le moyen de cette sélection consiste, pour le didacticien, à mettre volontairement en échec une connaissance (qualifiée dans la théorie de *modèle de base*, ou *encore stratégie de base*). Relativement au processus pris dans son entier, on cherche donc des conditions permettant a) de mobiliser une connaissance, b) de proposer une situation où elle soit inopérante, c) de promouvoir une nouvelle connaissance (à apprendre) permettant de surmonter l'obstacle. 2° Ce schéma est repris à différents niveaux, soit, dans les cas les plus commodes, que cela puisse prendre place dans le cadre d'une même famille de situations a-didactiques, par le simple jeu sur quelques variables de la situation fondamentale (par exemple par le recours à un *saut informationnel*); soit, problème déjà plus délicat à gérer, par une modification du jeu associé à la situation (*rupture de contrat*); soit, ce qui me paraît devoir se situer sur un autre niveau encore, par ce que Berthelot & Salin appellent dans leur texte une «*disqualification d'une problématique*» (que je comprend pour ma part comme la disqualification d'une pratique de référence particulière). C'est donc avec le même schéma de mise en échec, avec la même idée d'obstacle, que cette théorie affronte des problèmes de différents niveaux comme ceux que pose l'articulation des situations entre elles, ceux qui se rapportent à l'articulation de différents types et niveaux de jeux, voire encore ceux qui découlent de l'articulation des diverses pratiques de référence. Un schéma si général mérite encore quelques citations de la théorie.

Modèle général d'interaction (Brousseau 1988, p 314):

«*L'activité d'un des sous-systèmes (élève ou enseignant) sera modélisée par le triplet (X,J,I):*

X: joueur <-----> J: jeu formel

I_t: interaction (dépend du temps)

A chaque état du jeu, le joueur choisit parmi un des états permis et détermine ainsi l'état suivant. Les états terminaux sont chargés d'enjeux.

Les connaissances du joueur apparaissent, dans les stratégies et les changements de stratégies, comme des moyens de gagner des parties ou d'en améliorer l'issue. Une décision du joueur peut être interprétée par un observateur:

- comme le résultat d'une stratégie anciennement choisie: soit qu'elle ait été apprise spontanément, soit qu'elle ait été enseignée au joueur,

- ou comme une improvisation nouvelle, soit au hasard, soit résultant d'une réflexion et/ou d'une information extérieure contemporaines de la décision.

Axiome 1. Pour toute connaissance, il est possible de construire au moins un jeu formel, communicable sans utiliser cette connaissance, et dont elle détermine pourtant la stratégie optimale.

Une situation est une association [interaction Jeu-Joueur, Connaissance].
 $S(I, (X, J), C)$

La relation de X avec la connaissance C à l'instant t est donc appréhendée par l'intermédiaire d'une fonction de C dans le jeu J.»

Le milieu dans ce modèle (Brousseau 1988, p. 320)

«Pour représenter convenablement le fonctionnement non didactique des connaissances, nous devons adopter le plus souvent des situations dans lesquelles les états du jeu sont déterminés alternativement par le joueur et un SYSTÈME antagoniste qui modifie les états du jeu de façon non contrôlée par le joueur. Ce système, nous l'avons déjà signalé, est pour l'observateur une modélisation de l'environnement et de ses réponses pertinentes pour l'apprentissage en cours. Il n'est qu'une partie de la situation.

Car la situation n'est pas seulement le cadre de l'action du sujet, elle en est la condition, elle est donc étroitement associée aux connaissances en jeu. De ce fait, une partie de la situation va devoir entrer comme partie intégrante des savoirs correspondants. Cette partie, cachée peut-être, mais essentielle, sert de référence aux savoirs et d'objet à la connaissance. [...]

C'est ce système antagoniste que nous avons proposé d'appeler milieu. Il joue donc un rôle central dans l'apprentissage comme cause des adaptations et dans l'enseignement comme référence et objet épistémique. (Définition : le milieu est un jeu ou une partie de jeu qui se comporte comme un système non finalisé).

Il a un caractère relatif [...]

Il y a une autre raison à citer ces définitions. Ce sont en effet les connaissances de base requises pour accepter l'invitation que nous font Berthelot & Salin à entrer dans le jeu de leur argumentation. Nous y reviendrons.

Place de la logique formelle comme outil d'analyse des connaissances mises en œuvre dans le raisonnement mathématique dans une perspective didactique

De ce texte, plus dense qu'il n'y paraît à prime abord, je ne garde-rais que quelques traits. L'article est difficile à résumer par la multiplicité de ses facettes. Schématiquement j'en dégagerai deux volets, l'un théorique se rapportant au thème du colloque, l'autre argumentatif, lui-même orienté sur deux axes : une analyse épistémologique d'une part, une présentation de données observées de l'autre. La théorie de l'auteur peut se lire au travers de deux citations, l'une présentant le cadre de la problématique, l'autre l'explication qui en découle.

1° (introduction) : «Au stade actuel de la recherche, l'accent est mis sur l'analyse des processus en jeu dans le raisonnement mathématique, en référence à la logique naturelle d'une part qui intervient comme un ensemble de connaissances implicites supposées présentes (par les enseignants) chez les élèves et les étudiants ; à la logique formelle (calcul des propositions et des prédicats) d'autre part, qui intervient comme une théorie explicite, cette dernière n'étant cependant pas considérée par l'institution comme un objet de savoir à enseigner aux niveaux considérés. Plus récemment, nous avons mis en évidence un troisième pôle lié à la pratique mathématique des enseignants de mathématique et fonctionnant également comme un ensemble de connaissances implicites, non nécessairement partagées par les élèves et les étudiants (...).» Ajoutons-y un quatrième pôle qui viendra s'adjoindre au cours de l'exposé, la pratique de la classe.

2° (conclusion) : «On voit de plus apparaître ici une composante implicite très forte qui débouche inéluctablement sur un «dialogue de sourds» puisque pour l'élève ou l'étudiant, la référence est principalement la logique naturelle, alors que pour l'enseignant, la référence est celle de la pratique mathématique. Aucune des deux ne renvoie stricto sensu à la théorie de référence qu'est la logique formelle, sans pour autant lui être étrangère, cette dernière apparaissant ainsi comme une sorte de savoir savant commun potentiel de référence, occulté dans la pratique de la classe, ceci étant particulièrement vrai en ce qui concerne le calcul des prédicats.»

Cette thématique se rapporte donc à la Transposition Didactique. Cette affirmation que je ne commenterai pas plus ici me permet de poser une première question. Incluons dans le système étudié l'observateur (chercheur), ce qui est de notre ressort à nous lecteurs critiques, considérons donc ce système formé d'un observateur des pratiques enseignantes et prenons ses déclarations comme production de ce système. Cela ne contribue-t-il pas à augmenter le «dialogue de sourds» évoqué, puisque en l'occurrence la logique formelle est une référence introduite par l'observateur lui-même ? C'est exactement cela qui transparait dans la discussion de l'exemple du labyrinthe, où l'auteur a su prendre des enseignants en flagrant délit de «quantification implicite» et où elle met beaucoup de soin à montrer qu'un traitement en termes de prédicats s'impose. Mais comment se fait-il que la pratique mathématicienne de référence des enseignants ne les ait pas rendus aussi avertis qu'elle ? Comment se fait-il que cette référence ne les ait pas automatiquement renvoyés à la logique formelle ? Qu'est-ce qui a bien pu faire qu'ils n'aient pas engagé ces connaissances-là ? Cela est d'autant plus obscur que si l'on examine le propos de l'auteur, on remarque qu'en faisant état de sa propre démonstration, elle-même n'a pu manquer de faire référence à la pratique mathématicienne, donc de présenter mathématisation et modélisation logique comme étroitement liées. On pourrait penser que cela concerne les abus de langage en mathématique. Mais ce serait

prendre le symptôme pour la maladie. L'auteur s'illusionne, me semble-t-il, lorsqu'elle déclare: «*Les exemples montrés montrent que pour un usage didactique, les abus de langage doivent être au minimum explicités et institués comme termes du contrat didactique.*» (Pour ce point de confusion qui est assez général en didactique lorsque l'on fait appel au contrat didactique, je renvoie le lecteur à Conne F. 1993, *La transposition didactique doublée par le contrat didactique*, p. 233-235).

C'est ici que réside à mon point de vue le point le plus faible de l'explication, et qu'il conviendrait d'entrer dans des considérations de type stratégique bien mises en évidence par la modélisation en terme de jeu proposée dans la théorie des situations. Le «dialogue de sourds» entre élèves et enseignants (qui se triple de celui instauré par le chercheur et sa référence à la logique formelle) s'expliquerait alors par différents niveaux de stratégies. Le principe d'économie invoqué par l'auteur: «*On retrouve ici l'alternative bien connue entre d'une part: rigueur, explication et lourdeur, et d'autre part la triade: abus de langage, ambiguïté et élégance.*» étant alors plus une économie de moyens engagés par chacun qu'une simple clause esthétique.

Mais cette remarque ne fait pas une critique, ou du moins pas avant que l'on ait examiné l'autre versant de cette recherche, c'est-à-dire les arguments qui viennent étayer cette théorie. Ils sont de deux types, d'abord une présentation des théories logiques et de leur architecture, ensuite des observations tirées des activités scolaires. Concernant le versant «épistémologique» voici la proposition de l'auteur: (*introduction*) «*(...) la logique des prédicats et la quantification sont de «bons outils» pour analyser les connaissances et les processus mis en œuvre dans le raisonnement mathématique, considéré ici principalement comme une activité. Pour cela, nous introduirons la notion d'énoncé contingent, dans un sens que nous définirons, et nous nous efforcerons d'en montrer la pertinence (...).*» Tandis que pour ce qui est des observations, elles nous seront fournies par les «*difficultés rencontrées dans le cadre de l'enseignement des mathématiques au niveau du premier cycle universitaire scientifique.*»

L'auteur procède à une longue présentation du calcul des propositions, enchaîne sur le calcul des prédicats, et présente son point de vue sur la contingence et le sens qu'elle va donner à ce terme dans sa recherche. Elle met en place l'appareil interprétatif qui va lui servir dans ses observations et recherches. A ce propos, mais sans entrer dans le détail de la présentation, quelques remarques:

1° Remarque.

a) *Epistémologie.* Dans cette présentation, la logique des prédicats présuppose la logique des propositions. Mais quel niveau de logique rencontre-t-on en premier? Rien n'assure que ce qui est élémentaire dans la construction formelle soit le premier niveau avec lequel on aborde ces questions, surtout lorsqu'elles sont mises en œuvre non pour elles-mêmes, mais dans le cadre d'un raisonnement mathématique. C'est ce

que semble soutenir aussi l'auteur, voyez sa critique des travaux des psychologues, et c'est sans doute pour cela aussi qu'elle nous cite Quine: «*C'est pourquoi j'ai dit et redit au fil des années qu'être, c'est être la valeur d'une variable. Plus précisément ce que l'on reconnaît être est ce que l'on admet comme valeur des variables liées.*» Quant à moi, je tirerai de ceci une indication qui m'intéresse. Au delà de savoir ce qu'il en est de l'ontologie, du monde tel qu'il est, je ferai l'hypothèse que le jeu de la connaissance nous fait entrer directement au niveau des prédicats (ne serait-ce déjà que celui des *prédicats amalgamés* de Wermus). Ou dit autrement, je fais l'hypothèse que le jeu du raisonnement mathématique suppose des calculs relationnels du niveau du calcul des prédicats. Cela ne veut pas dire bien entendu que des jeux de raisonnements plus «pragmatiques» (modèles d'action) ne seraient peut-être pas, eux, du niveau du calcul propositionnel.

b) *Observations.* Passons donc à l'examen de l'exemple du problème *labyrinthe*. Ce que met en évidence l'auteur c'est un traitement non cohérent des items par les évaluateurs. Ces derniers traitent les trois premières questions dans le cadre du calcul propositionnel, et les trois suivantes dans celui du calcul des prédicats comme des énoncés implicitement quantifiés. On retrouve bien les deux niveaux de la construction épistémologique. L'analyse de la tâche par l'auteur montre que l'entrée devrait se faire par le niveau des prédicats. Bien entendu, une clôture universelle ou existentielle d'un prédicat est à nouveau une proposition, mais d'un niveau plus élevé encore. Cela signifie que du point de vue du jeu de connaissance, la confusion de ce jeu avec avec un calcul propositionnel ne porte pas vraiment à conséquence. Cette explication rend compte de la nécessité de considérer les formules P4, P5 et P6 comme des propositions, donc de les supposer quantifiées universellement. L'auteur semble avoir saisi cela, du moins intuitivement, mais son explication reste à ce point de vue trop vague puisqu'elle invoque un simple effet de contexte. Deux remarques pour étayer encore mon interprétation. L'une concerne la pratique scolaire, l'auteur ne nous donne pas assez de détails à propos de l'épreuve *labyrinthe*. Il est clair que l'on veut évaluer le raisonnement. Mais ici l'appareil de cette évaluation est bien la logique, explicitement le jeu consiste à se prononcer sur la valeur de vérité de propositions. Ce qui me frappe, c'est que la pratique enseignante s'acharne tant à interpellier les élèves sur un niveau plus élémentaire que le niveau de leur entrée dans le problème. La tâche *labyrinthe* met en présence deux modalités, la formulation des questions et l'évocation de la situation ne se font pas dans les mêmes termes. Par conséquent, ce n'est pas seulement sur l'expression de son raisonnement que l'on jugera l'élève, mais encore sur sa capacité à traduire celui-ci dans des termes (formels) imposés. Pourtant l'article de Durand-Guerrier, et notamment ses nombreuses citations, nous rappellent à quel point ce jeu de formulations est semé d'embûches. Ce genre de hiatus est classique en didactique, et je l'avais déjà analysé en détails dans ma thèse

(Conne F. 1981, tout particulièrement : *Le problème des oppositions vu sous un autre angle*, p. 268 à 279.) Cela se voit aussi sur l'autre exemple de l'article, relatif aux quadrilatères, où ayant examiné dans le menu les réponses des élèves, je conclurai qu'ils ont mieux raisonné que répondu. Nous retrouvons ici un avertissement que nous avait déjà fait l'auteur (à propos d'autres tâches, il est vrai) : « *l'observateur risque de considérer que le sujet fait une erreur de raisonnement, alors que la réponse est cohérente si l'on considère que le sujet fait la tâche proposée.* »

Derrière l'ambiguïté de références relevée par l'auteur se cache donc, dans l'action didactique elle-même, un écart de niveau de jeu entre celui qui a trait aux questions posées (niveau infra, calcul propositionnel) et celui qui a trait à la situations évoquée (traitement des informations sur le labyrinthe). Je me demande bien pourquoi il en est ainsi, et comment je dois l'interpréter : comme cela se présente, c'est-à-dire comme un défaut de la pratique, ou au contraire comme l'expression d'une contrainte didactique sous-estimée dans nos analyses. Explicitons ce dernier point. La reconstruction¹ formelle nous place en deça du plan où se situent la plupart des raisonnements spontanés. Mais alors, lorsqu'on propose aux élèves de raisonner sur une situation donnée, comment les engager à effectuer un tel « recul formel » ? En formulant des questions en termes de calcul propositionnel ? Peut-être. C'est ce qu'apparemment les auteurs du problème *labyrinthe* ont choisi de faire. Est-il vraiment nécessaire d'aller jusque-là, c'est-à-dire d'asseoir le raisonnement sur ses fondements formels ? Tout le monde se le demande. S'agit-il d'une nécessité de l'entrée dans le jeu de la connaissance ? Est-ce la seule voie pour installer une stratégie de base ? Si les réponses à ces questions sont affirmatives, on comprend pourquoi la quantification implicite est nécessaire en classe de mathématique. Une autre indication parle en faveur de cette interprétation en termes de jeu de connaissance (donc d'un jeu épistémique, sur les valeurs de vérité des formules), voyez la formulation même de la question dans la tâche *labyrinthe* : « *Pour chacune des 6 phrases suivantes, dire si elle est VRAIE, si elle est FAUSSE ou SI ON NE PEUT PAS SAVOIR* » (c'est moi qui souligne). Les issues du jeu ne sont pas tant la « vérité » que la « certitude ».

2° Remarque :

a) *Epistémologie*. La citation de Blanché (1973) : « *Raisonner, c'est faire une inférence ou combiner des inférences. [...] Raisonner juste, c'est faire des inférences correctes.* », suppose qu'il y a plusieurs niveaux de raisonnement passant du calcul des propositions à celui des prédicats. De quelque manière que l'on considère les choses, cette distinction de niveaux se retrouve : que l'on considère, comme ici Blanché, le niveau

1. Dans son article, Durand-Guerrier « justifie » la convention qui veut qu'une implication (propositionnelle) soit vraie quand l'antécédent est faux, en montrant qu'elle est nécessaire à une formalisation cohérente des prédicats. Vue sous cet angle, il s'agit donc bien d'une reconstruction.

du calcul des propositions proprement dit et celui de la validation de ce calcul ; que l'on considère encore l'articulation : *proposition, prédicat, formule, clôtures des formules*, voire que l'on considère le schéma *système-modèle* en logique (au sens des logiciens qui est l'inverse du sens que lui donne Chevallard) ; ou enfin que l'on considère le passage d'un univers où règne le *tiers exclu* (les propositions sont supposées avoir une valeur de vérité même si l'on ne peut la déterminer) à celui où l'on prend en compte la tierce éventualité de la *contingence*.

Pour ce qui en est du traitement que l'auteur nous propose, encore ceci. Je répète que les quantifications ramènent le calcul des prédicats à celui de la détermination de la valeur de clôtures qui sont à nouveau des propositions. Mais là où il y a différence de niveau (et abstraction réfléchissante), c'est bien dans le fait que ce qui importe ce ne sont plus tant des propositions mais des couples de formules quantifiées. Il s'agit de prendre en compte le couple : (quantification universelle ; quantification existentielle), quantifications qui comme chacun le sait sont liées par la négation. C'est ici que la logique s'ouvre à la modalité de contingence : (quantification universelle fausse ; quantification existentielle vraie). C'est à cela qu'en appelle l'auteur lorsqu'elle insiste tant sur le cas des réciproques de théorèmes : il y a un couple de théorèmes à considérer (théorème ; théorème réciproque), le cas des théorèmes à réciproque vraie n'étant qu'une figure très particulière.

b) *Observation*. Laissons-là le traitement du *labyrinthe* et de la contingence dans ce cas, il en a assez été question, mais revenons sur la question des théorèmes et de leurs réciproques et ce que nous en montre l'auteur. Implicitement le jeu de connaissance est encore évoqué par la citation de Peirce : « *Raisonner, c'est découvrir par l'examen de ce que l'on sait déjà, quelque chose que l'on ne sait pas encore.* » Je ne suis pas si certain que les choses se passent comme une extension du connu, d'un recul des frontières de l'ensemble des vérités avérées, mais je pense plutôt que ce jeu de la connaissance se joue sur deux plans. Il y a deux boîtes. Dans la première on verse ce qui est connu et qui n'est donc plus un enjeu de la partie, ce sont nos gains (soit ce qui est avéré vrai, nécessaire que l'on garde, soit ce qui s'est avéré faux, impossible, que l'on jette, ou plutôt que l'on garde en le niant). Dans la seconde on considère ce qui est encore en jeu et qui, comme le dit l'auteur à propos des conjectures, demande à être *investi d'une valeur épistémique* (du moins à partir d'un certain moment du jeu). C'est sur ce plan que l'on s'intéressera particulièrement aux énoncés contingents, comme le montre très pertinemment l'auteur en se référant à Polya dans la présentation de ses deux exemples de résolution de problèmes. Mais alors qu'est-ce qui est intéressant ? Les vérités avérées et éternelles, ou au contraire ce qui n'est pas encore su ? Ainsi donc la référence au jeu de la connaissance relativise le vrai et le faux. Dans une première acception, si l'on s'intéresse à établir un système cohérent et complet, le jeu consiste à ne retenir que ce qui est assuré, « le vrai » et « le contraire du faux », le

reste est rejeté soit comme faux, soit, pire, comme douteux (le contingent). A croire Mme Durand-Guerrier, c'est la perspective de l'enseignement au collège et au lycée. Dans une seconde acception, lorsque la perspective est exploratoire, on met « l'avéré » en réserve pour porter son attention sur ce qui est inconnu, encore contingent. Comme le montre très bien la seconde annexe de l'article, le vrai, l'avéré, le théorème « *Toute fonction dérivable est continue* » prend du service dans le traitement du contingent, sur la réciproque « *Cette fonction est continue, est-elle dérivable ?* ». Ceci n'est plus à proprement parler le jeu de la connaissance, mais bien celui de la connaissance mathématique (et la référence à Polya nous le rappelle). Là nous rejoignons exactement les préoccupations de Berthelot & Salin.

3° Remarque:

a) *Epistémologie*. L'auteur fait un pas de plus en donnant la définition suivante: « *Un énoncé est contingent pour un sujet donné à l'instant t si ce sujet n'a pas, à l'instant t, les moyens de savoir si l'énoncé est vrai ou faux.* » On notera deux nouveaux venus dans la logique: le sujet et le temps. Voilà presque de l'épistémologie génétique (Conne F., à paraître). Mais cela concerne la didactique puisque c'est quasiment définir une situation, et même, puisqu'il y a un indice explicite par le temps, un jeu formel du raisonnement mathématique (en tant qu'activité).

Voici ce que pourrait être un tel jeu. Le sujet est appelé à transformer des énoncés qui lui sont présentés en début de partie comme continents en énoncés qualifiés de vrais ou de faux. Ce serait un jeu de calcul logique. Un second niveau de jeu sera défini lorsque l'on joindra aux issues prévues, *vrai/faux*, la nouvelle issue, *contingent* (c'est-à-dire que l'on admettra dans le jeu l'éventualité du maintien d'une indétermination). Enfin le jeu peut se compliquer lorsqu'il s'agira de déterminer, à propos d'une structure donnée, les certitudes que l'on peut en tirer, c'est-à-dire de trier d'un côté les énoncés qualifiés de vrai ou de faux, et de l'autre les énoncés dits contingents. Dans ce cas, la détermination des nécessités et des impossibilités logiques sera comme l'établissement de stratégies: suites de coups permettant la détermination de plusieurs propositions ou formules (de telles chaînes étant l'équivalent des ouvertures aux jeux d'échecs). De là, on comprend l'intérêt stratégique qu'il y a à rejeter des énoncés contingents (abus de langage qui les qualifie de faux) parce qu'ils ne permettent pas de réduire le jeu (ne diminuent pas l'information ostensive, Pascal & Chevallard 1980). Ils marquent des situations indévisibles du jeu, et n'ont pas de valeur stratégique particulière. Plus précisément, certains d'entre eux signalent des impasses sans intérêt, tandis que d'autres au contraire, lorsque le sujet réussit à les *investir d'une valeur épistémique* (conjecture) indiquent au sujet la nécessité d'engager des stratégies alternatives. Bien entendu, pour cela il faudra qu'il ait de bonnes *raisons* à faire valoir comme par exemple, les fruits d'une observation ou d'un raisonnement inductif (Euler et Polya in Conne F., à paraître). Une telle description du calcul logique se rapproche de celles

que notre équipe de Genève propose pour les calculs numériques élémentaires (Conne F. et alii 1994) ainsi que de certains modèles proposés en IA (Van Lehn 1988). Dernière remarque concernant ce modèle, si l'on adopte le point de vue de l'avancée du jeu, on voit que les énoncés équi-valents se « substituent » les uns aux autres. Cela pourrait expliquer « l'assimilation » persistante des implications et de leur converses.

b) *Observation*. Mme Durand-Guerrier ne nous donne pas vraiment d'exemple de ce type, où elle fait fonctionner sa définition. Est-ce cela qu'elle évoque dans sa conclusion, je cite: « *Ces outils d'analyse [permettant de prendre en charge les modalités du possible et du nécessaire] devraient permettre une meilleure compréhension des erreurs de raisonnement des élèves et des étudiants; la vérification expérimentale de cette hypothèse est en cours.* » (cf supra, lien avec recherches sur erreurs de calculs numériques).

Conclusion

Ainsi donc, le travail de Durand-Guerrier peut sans trop de difficulté être rapporté à la théorie des situations et à la modélisation par jeu formel telle que la propose Brousseau. Cette explication fait intervenir ce que j'ai appelé un peu pompeusement *jeu de la connaissance*, qui est un jeu dont les issues sont la détermination de la valeur de vérité d'énoncés donnés au départ pour contingents (au sens de Durand-Guerrier), voire encore pour des jeux plus complexes, l'attribution à certains de ces énoncés d'une valeur épistémique. Outre qu'elle permet de relier divers travaux entre eux, tel cet article à celui de Berthelot & Salin, elle apporte divers éclairages nouveaux. Elle explique ainsi la persistance des élèves à assimiler une implication à une équivalence. Ceci a été noté par tous les chercheurs, au point que certains d'entre eux en ont même fait une marque caractéristique de *la logique naturelle*. Elle permet d'expliquer la persistance, elle aussi observée, des divers abus de langages caractéristiques de l'activité mathématique en classe (et ailleurs): quantification universelle implicite, jeu sur l'indéfini général (« *Dans un losange, les diagonales sont perpendiculaires.* ») ou sur l'indéfini particulier (« *Question: un quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires; est-ce un losange ?* »), attribution de la valeur faux à des énoncés qui ne sont que contingents (« *La réciproque est fautive.* »). Elle rend compte de cette *bizarrie didactique* qui s'acharne à enseigner le calcul des propositions alors que les raisonnements, du moins ceux qui ont pu être formulés par les élèves, s'inscrivent plutôt dans le cadre du calcul des prédicats. La fonction supposée de cette insistance didactique serait la nécessité d'installer une stratégie de base. Elle permet de considérer des niveaux de jeu, *le prétexte d'une implication* étant souvent la marque (pour l'élève l'indice à ne pas manquer) d'un passage du niveau du calcul propositionnel à celui du calcul des prédicats, et de la quantification implicite. C'est l'exemple *labyrinthe*. Elle permet de penser les deux plans que sont le

raisonnement d'un côté et le matériel sur lequel porte ce raisonnement de l'autre, et permet de mettre en évidence que dans certaines tâches les niveaux de traitement ne sont pas les mêmes sur chacun de ces plans. Le jeu de la connaissance est un jeu sélectif. De plus avec la notion de stratégie (au sens de Brousseau 1988), on gagne une description de l'articulation entre le raisonnement d'une part et le contenu sur lequel il porte d'autre part, contenu dont Durand-Guerrier nous a rappelé toute l'importance (il guide les raisonnements). Les théorèmes et formules rapportés au modèle seront considérés comme états du jeu, les inférences (nécessités, etc) correspondant à l'enchaînement des coups caractéristiques d'un jeu, les inférences valides représentant alors les *stratégies gagnantes*. Ainsi par exemple, on pourra considérer que c'est bel et bien une stratégie que Mme Durand-Guerrier développe dans son analyse de la tâche *labyrinthe*, lorsqu'elle fait porter sa formalisation du niveau où l'on prend en compte le *parcours de monsieur X* (tel que proposé dans la donnée) à celui de l'étude de *l'espace des trajets dans le labyrinthe*. Ceci est formellement correct puisque la seule chose qui détermine (caractérise) *ce monsieur X* c'est le fait qu'il a traversé le labyrinthe. Ceci illustre parfaitement ce que Quine appelle une escalade *sémantique* (Quine 1977, *L'escalade sémantique*, p. 371). Elle permet aussi de définir des situations didactiques relatives au raisonnement mathématique par la définition proposée d'un énoncé contingent pour un sujet donné à un instant t. On pourra alors distinguer les partenaires du jeu, en particulier enseignants et élèves, par le nombre d'énoncés contingents pour eux. Elle permet aussi de rattacher ce travail à celui de Duval, en particulier à ce qu'il apporte dans un excellent article publié dans *Petit X* (Duval 1992).

Reste une question, celle que pose Duval justement. Il y a donc plusieurs niveaux de raisonnements: calcul des propositions, calcul des prédicats, conjecture, et finalement procédures de résolution de problèmes qui sont aux calculs logiques ce que les calculs d'approximation et d'encadrement sont au calcul numérique. Comment s'opèrent ces changements de niveaux? Peuvent-ils tous s'obtenir sans rupture de contrat? Existe-t-il une séquence de situations faisant passer du jeu de connaissance au jeu de connaissance mathématique? Existe-t-il pour le calcul des prédicats une situation fondamentale? Nous reconnaissons-là les questions que se sont posées, à propos de la géométrie cette fois, Berthelot & Salin. Les recherches ultérieures de Mme Durand-Guerrier nous diront, je l'espère, si ce rapprochement était forcé.

Savoirs mis en jeu dans des problèmes de combinatoire

Alors que la référence faite à la théorie des situations était très ténue dans le texte de Mme Durand-Guerrier, elle est plus nette ici puisqu'il est abondamment fait usage de la notion de *milieu*. Bien que Grenier rappelle la définition de Brousseau, elle ne fait aucunement mention de la modélisation par jeu formel qui sous-tend, dans la théorie des situations du

moins, cette notion. En fait comme c'est la perspective du savoir qui retient principalement son attention, elle s'en remet à la définition plus générale qu'en donne Chevillard: «*(Le milieu est) l'ensemble des objets pour lesquels les rapports institutionnels relatifs à ces objets vont de soi pour les acteurs de l'institution.*» Elle ajoute: «*En accord avec ces définitions, il nous semble que les liens que l'élève établit avec le problème – c'est-à-dire son « rapport au le milieu » – sont de l'ordre des connaissances. Ils ne sont pas enseignés parce que, par contrat, ils vont de soi.*» C'est ainsi qu'elle inclut dans la question du milieu celle des connaissances. Ces considérations conviennent particulièrement bien pour souligner une caractéristique apparemment paradoxale des problèmes de combinatoire (qu'on est bien trop souvent tenté de qualifier de *petits problèmes*) et qui tient en gros aux trois citations suivantes:

1) «*Les énoncés des problèmes classiques de combinatoire peuvent être compris par des non-spécialistes, qu'ils aient ou non une grande culture mathématique (...). Ils peuvent sembler avoir une solution « intuitive » évidente – qui se révèle souvent fautive – et présenter une complexité de résolution qu'il est difficile d'anticiper.*» 2) «*Les mathématiques discrètes occupent une place pas toujours reconnue dans les mathématiques savantes.*» 3) «*Beaucoup de problèmes de combinatoire peuvent être abordés avec des outils faciles à saisir et permettre malgré tout de poser des questions fondamentales pour les mathématiques en général, en particulier celle de la modélisation et de la preuve.*»

Selon le point de vue adopté pour ma lecture, cherchons à qualifier ce que pourrait être un jeu formel pour la combinatoire. D'abord un milieu est fait d'objets. En combinatoire, ces objets ont une particularité que relève bien Grenier: «*Une des raisons de ces difficultés [des problèmes de combinatoire] tient en partie au type d'objets que l'on manipule: objets définis en compréhension (et non en extension), d'où la nécessité de travailler sur des raisonnements formels.*» Quant à moi, je m'inspirerai plutôt de Morf, Grize & Pauli (1969, p. 28) pour dire qu'il s'agit là d'objets-modèles: «*Il y a des circonstances où, par décision de l'esprit, un objet est réduit à une somme de paramètres. A une barre de fer donnée, est substituée un parallépipède rectangle, une masse, un poids spécifique, etc. abstraction faite de sa couleur, de son poids, etc. Nous parlerons dans ce cas d'objet-modèle. Un objet réel constitue une source inépuisable d'aspects. En revanche, un objet-modèle est entièrement déterminé: y ajouter un seul aspect, c'est en faire un autre objet. [...] au niveau des objets-modèles on est dans le domaine des structures opératoires formelles.*» Cette citation me paraît convenir particulièrement bien pour caractériser le milieu des problèmes de combinatoire, les objets sont des objets-modèles, dépouillés au maximum de leurs aspects, et dont même, au contraire de l'exemple de la barre de fer donné ci-dessus, on n'aura retenu que des traits comme paramètres: la couleur, la position etc. Pauvres d'aspects, *définis en compréhension et non en extension* dit Grenier, ils n'offrent aucune prise évocatrice, et n'aident pas le

sujet à déciller de ses intuitions premières. Si on voulait parler en termes de jeu formel, on dirait que la stratégie de base intuitive se trouve bloquée, ne trouve aucun appui intuitif pour se transformer. Prenons l'exemple de l'énoncé: «*De combien de façons différentes peut-on colorier n boules indiscernables en k couleurs distinctes ?* » On pourra traiter ce problème en considérant une application mathématique. Ce ne sera pourtant pas l'application des couleurs sur les boules comme le voudrait le bon sens, mais à l'inverse, la *distribution* des boules dans les différentes couleurs. Une telle représentation est contre-intuitive. Le seul paramètre à considérer pour ces objets est en effet la couleur qu'on leur aura attribuée, pour le reste c'est au niveau de leur ensemble que l'on raisonne. L'évocation de boules et de couleurs n'est qu'une image pour fixer les choses, et comme il est si fréquent avec les mots en mathématiques (que peuvent bien avoir entre eux les mots suivants: groupe, anneau, corps, etc?), ces boules-là n'ont de boule que le nom. Elles ne sont qu'un habillage de l'objet abstrait traité: un ensemble d'objets marqués de quelques traits distinctifs. Cette représentation peut éventuellement aider à induire une stratégie de base, mais cela n'ira jamais très loin. Dès lors développer cette stratégie, la modifier lorsqu'on est aux prises avec un problème de combinatoire consiste à se faire une meilleure idée des objets traités, et vu qu'il s'agit d'objets-modèles, cela nous oblige à changer d'objet, donc à changer de modèle (souvenons-nous de la citation de Quine: «*être c'est être la valeur d'une variable*»). C'est bien là la caractéristique de la combinatoire, cette souplesse dans la modélisation et les changements de modèles, que réalisent figurativement ces coloriations, distributions en arbres, formalisations en termes d'applications ensemblistes (permutations, combinaisons, arrangements), etc. Les connaissances en jeu dans les problèmes de combinatoire sont donc bien des connaissances relatives aux passages d'une modélisation à une autre. On imagine à quel degré d'abstraction cela nous mène. Pour reprendre la terminologie de Gonseth (1949), il s'agit du recours à des *modèles par transcription* et à l'usage de l'*analogie*, niveau d'abstraction qui, dans l'élaboration mathématique, s'apparente selon lui plus à l'*horizon axiomatique* qu'à l'*horizon théorique*! Le problème est donc fort distinct de celui traité par Berthelot & Salin ou encore par Durand-Guerrier.

Ainsi donc il est en combinatoire une circonstance favorable à l'amorce didactique: l'échec des stratégies de base est si patent que l'élève est assuré de *rencontrer la nécessité du savoir*. Mais quel savoir? Ceci manque encore à ma description en terme de jeu formel. C'est d'ailleurs cette question qui occupe Grenier et qui l'incite, entre autres, à examiner les pratiques enseignantes au collège. On s'y occupe exclusivement d'*analyse combinatoire* dont voici la définition que donne le dictionnaire Bouvier, George & Le Lionnais (1979): «*Synonyme de théorie des ensembles finis, c'est-à-dire de problèmes de dénombrement et d'énumération de situations (configurations) dont les plus tra-*

ditionnels concernent les arrangements, les permutations et les combinaisons. » Les états finaux du jeu sont donc la possibilité d'engager un calcul, un dénombrement de configurations. Et à ce propos savoir les formules de permutations, arrangements, combinaisons, les factorielles ou encore le calcul de puissances, etc, sont autant de moyens pour abréger les fins de parties (et peut-être même de gagner). Le sujet cherchera donc à rendre calculables les configurations décrites. Et pour reprendre la très jolie description de Brousseau & Centeno (1991 p. 197): «*Dans ces conditions, il est possible de décrire une situation a-didactique par un automate, sous forme d'un jeu formel (Brousseau 1986) dans lequel il est possible de reconnaître les décisions des élèves, les connaissances actives, les conditions de leur apparition, etc. Une séquence conduite à son terme constitue la reconnaissance, par la situation, d'une connaissance du joueur ou de son apprentissage.* », c'est ce débouché sur le calcul qui «*reconnaîtra*» la connaissance des joueurs. Pour nous rapprocher maintenant du propos de Berthelot & Salin, on entre dans une problématique pragmatique de calcul, et même de l'adresse au calcul. Les olympiades et autres concours mathématiques sont bien là pour nous le rappeler, c'est aussi ce que les manuels cités par Grenier appellent plus pudiquement: *de la méthode et de la patience*.

Cette habileté à calculer s'élargira plus tard à des savoirs plus nobles tels la modélisation et la démonstration. De même le champ d'étude ne se limitera pas à l'analyse combinatoire, mais à la combinatoire qui est, toujours selon Bouvier, George, Le Lionnais (1979): «*Mathématique du discret, issue de l'analyse combinatoire, la combinatoire (ou combinatoire) est l'étude des configurations*. Cela caractérise bien à mon avis un second trait de la combinatoire qui est d'être une science encore mal identifiée dans la culture (ou seulement chez un tout petit public). Le vide créé par ce défaut de savoirs identifiés et de concepts propres rapporte la combinatoire vulgaire aux pratiques sociales relevant de l'adresse et de l'astuce, tandis que la combinatoire savante se voit réservée à l'art de la démonstration et de la modélisation en mathématiques.

C'est bien la possibilité de faire évoluer les divers jeux que représente la combinatoire qui est en cause ici. Comment enseigner aux élèves à dépasser leurs intuitions? Comment faire évoluer leurs stratégies de base? Comment les sortir de leurs acquis en analyse combinatoire? etc. Grenier attribue ceci au manque de milieu suffisant, mais comme je l'ai déjà fait remarquer, avec la définition qu'elle adopte du milieu, cela peut très bien se dire par un manque d'identification des connaissances en jeu. De là, et dans le droit fil de la modélisation de Brousseau, on comprend la difficulté que le didacticien rencontre pour définir une situation de combinatoire, et pour coupler l'acquisition progressive de connaissances à des changements de stratégies. Au delà de la relative nouveauté du domaine, cet état de fait provient selon moi de trois circonstances. Un manque conceptuel. A quelles questions intrinsèques répond la combinatoire? Existe-t-il de grands problèmes de com-

binatoire? C'est ici reprendre les remarques de Dieudonné (citées par Grenier dans son texte). Un manque épistémologique. La combinatoire ne semble pas devoir se rattacher aux grandes catégories de la connaissance, ce que l'on entend classiquement par ce terme. A ce propos le contraste est grand avec la géométrie ou la logique formelle. Enfin un savoir relativement peu élaboré, comportant peu d'objets différenciés. Pour utiliser le langage de Morf, Grize & Pauli (1969, p 25-26) ces objets sont appréhendés au niveau de leurs propriétés: «*Nous appelons ensuite propriétés des aspects distincts, mais non détachables de l'objet lui-même. C'est ainsi, par exemple, que pendant très longtemps le poids est, pour l'enfant, une propriété. Il l'identifie bien dans son expérience, mais que l'on vienne à lui poser une tâche précise, et poids, volume, force s'interpénètrent. Bien plus, si l'objet est soumis à une transformation, la propriété lui est si intimement liée que rien, sinon l'observation, ne lui permet de décider si elle est conservée ou pas.*» Bien entendu les objets dont il s'agit ici ce sont des techniques de résolution et de démonstration et les objets techniques associés. Dans une version antérieure de son article Grenier en avait identifié quelques unes qu'elle qualifiait même de *modélisations*: «*Induction ou démonstration par l'absurde sur des objets extrémaux, mise en correspondance d'objets avec d'autres objets, découpages d'objets et recombinaison des parties, structuration d'objets et coloriages.*» Ce ne sont pas des modèles d'action, mais des modèles de configuration bien sûr. Or je soutiens que l'on ne saurait identifier une connaissance qu'à partir d'un savoir (Conne 1992, Conne à paraître), ceci s'illustre fort bien dans le cas de la combinatoire puisque l'on voit qu'à cette relative indifférenciation du savoir en combinatoire répond le peu de connaissances identifiées sur lesquelles nous pourrions construire des situations.

Ces considérations pourront paraître longues au lecteur. Outre le fait qu'elles me permettent de montrer la solidité de ce qui lie savoir et connaissance, elles me paraissent nécessaires pour bien comprendre ce qui détermine la démarche de Grenier, et en particulier le fait que son article soit presque entièrement consacré à l'étude de quelques problèmes de combinatoire. Nous en sommes encore à chercher à nous mettre d'accord pour caractériser ce qu'est un problème de combinatoire. De tout cela, il ressort qu'il manque un fil conducteur qui puisse permettre de faire évoluer un jeu en combinatoire, ou dit en termes plus classiques, qui permette d'établir des séquences de situations. Pour ce faire, la méthode adoptée par Grenier semble s'imposer: proposer des études locales de l'espace des problèmes de la combinatoire. Grenier le fait de deux points de vue: structurellement d'une part, en examinant les relations entre 5 problèmes choisis (3 problèmes de dénombrement, 2 problèmes d'existence), fonctionnellement d'autre part, en nous relatant une exploration expérimentale d'un problème d'existence et des problèmes rencontrés dans son voisinage. Dans les deux cas la perspective reste le savoir. Ici, selon mes définitions (Conne F. 1992), elle contribue à l'édi-

fication d'un *savoir-savant* en combinatoire. Ce n'est que tout à la fin de son texte qu'elle nous livre quelques éléments d'observation: «*[...] les stratégies de base peuvent être très éloignées des stratégies pertinentes sans pouvoir être validées ou invalidées.*». Un point doit faire réfléchir, il a trait à la nature particulière des modélisations en combinatoire: «*Comme on pouvait s'y attendre, la coloration n'émerge pas naturellement comme outil de preuve, mais elle peut être induite par l'examen visuel d'une configuration sur laquelle ont été hachurées des cases qui ne «marchent» pas, ce qu'évoque le damier*» Peut-on compter contrôler le recours à des actes cognitifs de niveaux si élémentaires (on est bien au niveau des propriétés de Morf et alii)? En tout cas nous voici devant un exemple typique où dans une situation l'élève va chercher, comme régressivement, une *raison* là où les causes *censées* opérer dans la situation semblent déficientes.

Je me contenterai pour conclure de faire quelques remarques concernant le point de vue fonctionnel qui m'intéresse plus particulièrement ici. Dans son expérience, c'est bien l'espace de problème qui est le système inconnu (au sens de Chevallard) étudié par Grenier. On pourra rapporter cela à une architecture en sous-problèmes, sauf que dans le cas rapporté ici, le jeu des spécifications, généralisations et conjectures brouille vite une telle hiérarchie. Non, il ne s'agit pas ici d'un de ces fameux problème-à-tiroir, fleuron classique de la transposition didactique au baccalauréat. Ce qui est le plus intéressant à relever est ce «pas de canard» de la démarche de résolution. Les différentes modélisations, leur progression jusqu'à la résolution finale (la détermination de l'existence ou de l'inexistence) sont jalonnées par les rebondissements de problèmes en problèmes. Il y aurait là à réfléchir sur les modifications des finalités que se donne le sujet dans une telle résolution. Outre l'analogie que j'y vois avec ce que j'ai relevé dans les exemples de Durand-Guerrier, ou encore avec ce que j'avais en son temps repéré dans la résolution de problèmes d'arithmétique (Conne F. 1984), j'en tire une indication nouvelle concernant la modélisation des situations a-didactiques par des jeux formels.

Savoirs et connaissances dans l'enseignement de la géométrie

Alors que Grenier en est à déterminer les savoirs et le milieu attachés à la combinatoire et son enseignement, la recherche de Berthelot & Salin vise une mise en évidence systématique des rapports entretenus entre connaissances et savoirs géométriques. Ils nous livrent un texte très serré, synthétique, et de construction assez complexe. Comme je l'ai dit, je ne discuterai pas des résultats avancés, mais chercherai plutôt à dégager ce qu'il y a de plus remarquable dans la démarche.

Les auteurs tentent de nous montrer comment ils s'y sont pris pour identifier et qualifier «*les connaissances auxquelles professeurs et élèves*

[...] font appel implicitement dans leurs échanges et sans lesquelles l'accès à la géométrie paraît impossible [...].» Deux choses m'ont alors particulièrement intéressé, toutes deux ont trait à la théorie des situations et à la méthodologie développée. La première tient à ce que les auteurs nous présentent leur «chasse aux connaissances implicites» en remontant le cours d'une initiation à la géométrie. Ils nous exposent leurs résultats comme autant d'éléments qui ont dû venir compléter un modèle de départ insuffisant pour générer une épistémologie artificielle de la géométrie déductive. Le point surprenant ne réside pas dans cette démarche à rebours, elle se comprend bien dans une perspective de mise en évidence des implicites (il faut bien ancrer l'analyse sur une situation pour laquelle on soit assuré de leur présence muette). Il ne s'agit pas non plus de l'idée générale selon laquelle on va essayer de remonter les «obstacles» rencontrés dans l'expérience: «*La mise en œuvre expérimentale d'un processus d'enseignement basé sur une articulation de ces situations a-didactiques permet d'explorer, par référence à ce contexte a-didactique, les rapports fondamentaux des élèves au savoir visé, en différenciant les fonctions différentes que peut remplir le savoir comme producteur de modèles d'action, de déclarations ou de preuves. La mise en œuvre de ces situations permet aussi de repérer différents obstacles à l'appropriation de ce savoir: obstacles didactiques, ontologiques ou épistémologiques.*» Pour moi, le point remarquable réside dans le fait que la recherche soumet sa propre démarche à des contraintes en tous points analogues à celles que l'enseignement devra mettre en place. Ainsi par exemple, le lecteur se rappellera ma citation de l'*axiome I* lié à la modélisation des situations par jeu formel, et le fait qu'il permettait de donner «une trame au filtrage» des connaissances en savoir. On retrouve cette même idée, mais concernant cette fois-ci la progression de la recherche, lorsque Berthelot & Salin écrivent: «*La délimitation entre connaissances spatiales communes et connaissances spatiales de géométrie doit, selon notre méthodologie, s'appuyer sur la détermination de catégories de situations différentes. Pour montrer la nécessité de deux types de connaissances, il nous faut montrer [...] comment une catégorie de connaissances s'oppose à une autre à travers des «jeux» de nature différentes.*» C'est dire que cette théorie conçoit de la même façon, sous un même modèle, tant le développement des connaissances des élèves que celui de la recherche didactique. On ne s'étonnera donc pas que Berthelot & Salin placent en second, dans la méthode, le passage à l'observation des acteurs de la situation: «*Le chercheur peut tirer ensuite, de toutes ces informations, une grille de base pour identifier et analyser les comportements d'élèves et de professeurs dans des situations ordinaires de ce savoir.*» Un autre exemple de ceci, particulièrement bien illustré par Berthelot & Salin, est le suivant. Ce ne sont en fait pas toutes les connaissances en jeu qui intéressent le didacticien, mais seulement celles qu'il ne peut pas éviter car «*elles sont de types nécessairement distincts*». La recherche est donc elle-même une sélection, un filtrage des connais-

sances impliquées dans l'enseignement considéré, et ce n'est qu'au bout d'un examen très sévère que l'on décidera d'adjoindre telle ou telle connaissance au modèle de base. La seconde chose que je voudrais relever est que ce que l'on cherche est, plus que les connaissances en jeu, leur structure. Dès lors, la méthode choisie pour mettre en évidence les connaissances implicites fait passer d'un état syncrétique, voire «amalgamé», à un état de différenciation notable.: «*La mise en œuvre de la modélisation des situations d'enseignement par la théorie des situations fait surgir, associées au traitement des situations fondamentales choisies, un ensemble de connaissances aux statuts didactiques divers.*»

On peut regretter que les auteurs ne nous aient pas laissé un tableau récapitulatif des différents types de connaissances dégagées dans leurs analyses. Peut-être est-ce dû au fait que leur recherche est encore en cours et que comme les auteurs le reconnaissent eux-mêmes: «*L'identification de situations fondamentales, permettant d'engendrer les situations d'initiation à la géométrie est encore un objet de recherche.*» Des «familles de situations» ont été décrites qui devraient aider à construire, par «abstraction» (devrait-on dire modélisation?), les fameuses situations fondamentales cherchées. Berthelot & Salin engagent leur analyse sur la considération de deux de ces familles, donc de deux types de connaissances associés au savoir de la géométrie. L'analyse de la situation des médiatrices en révèle l'articulation, puisqu'elle se décompose en un pas de deux sous-situations: a) une situation a-didactique d'action sur le milieu spatial de la feuille de papier: la recherche de figures adaptées, b) une situation de débat, conséquence de l'impossibilité de trouver une solution au problème posé. On retrouve cette idée de mettre en échec un modèle de base (ici modèle d'action) et de présenter le savoir comme moyen de surmonter et dépasser l'obstacle. Les choses sont un peu plus subtiles puisque a priori le débat (qui schématiquement dit renvoie aux pratiques mathématiciennes), pourrait se référer autant aux connaissances spatiales géométriques qu'aux connaissances géométriques théoriques. La supériorité de la seconde référence serait donc que, contrairement à sa concurrente, elle permet de trancher le débat. Dans ce cas, l'enjeu directeur de la situation serait pour l'élève qu'il apprenne à se référer à la géométrie théorique et à ses concepts plutôt qu'aux connaissances spatiales. La connaissance a donc ici le double statut de référé et de référence. Mais voilà, l'entrée dans la situation des médiatrices ne peut se faire toute seule, elle suppose mobilisable chez les élèves, même implicitement, un modèle de base, que les auteurs désignent par l'expression: *connaissances spatiales géométriques*. Ce dernier devra lui-même avoir été enseigné. Ceci est pris en charge par une autre famille de situations dites *du charpentier*. Ces situations, à leur tour, ont pour effet d'opérer un tri dans les connaissances. Ainsi il apparaît que les connaissances spatiales géométriques auront dû, elles aussi, être distinguées des connaissances spatiales dites *de la vie courante*. Etc.

Cette démarche régressive de la recherche « débobine » le savoir, et aboutit à une nouvelle hypothèse : « l'hypothèse de représentations hétérogènes de l'espace ». « Les limitations de l'enseignement usuel » vont alors se révéler dans le fait qu'il table au contraire sur l'homogénéité des représentations spatiales, et qu'il croit qu'elle est réalisée pour les élèves dès l'école élémentaire. Cette proposition est suffisamment importante pour que l'on s'y arrête.

Faisons le point. Il y a donc, selon les auteurs deux modes de fonctionnement des connaissances appelées communément géométriques : les connaissances relatives à la géométrie théorique (ou déductive) qui ont pour objets les concepts spatiaux et leurs propriétés. Il y a ensuite les connaissances spatiales géométriques qui ont trait aux modèles d'action engagés. Ces connaissances spatiales font elles-mêmes partie d'un ensemble plus vaste de connaissances spatiales dont celles dites « de la vie courante ». Pourquoi donc toutes ces distinctions, ne pourrait-on pas prolonger à l'infini ? Pour ma part, ma compréhension du propos de Berthelot & Salin repose sur la considération suivante : ces distinctions sont rendues nécessaires par le fait que le savoir géométrique théorique ne suffit pas, à lui seul, à se reproduire (au travers d'un enseignement ou plus généralement d'une épistémologie artificielle). On ne peut pourtant pas dire que sa constitution ne soit pas bien aboutie. Dès lors, je ne vois pas comment me passer d'une fameuse hypothèse de l'épistémologie génétique qui a trait au concept d'abstraction réfléchissante. Ainsi l'initiation au savoir géométrique n'a pas seulement comme conséquence, pour le sujet, de lui donner accès à ce domaine, mais il y a bien pour lui **retour du savoir sur la connaissance** : les connaissances spatiales elles-mêmes en sont affectées et subissent de ce fait une réorganisation (ne pourrions-nous pas même dire qu'elles se conceptualisent ?) L'implication des connaissances devient en quelque sorte le point aveugle du savoir sur la connaissance, et il faut que la didactique puisse récupérer une autre vision des choses. Dit dans les termes de la théorie, il ne faudrait pas que le didacticien prenne les *raisons pour des causes*. Comme ces dernières sont des éléments de la situation, il serait inopérant qu'il se contente de rapporter ces particularités cognitives aux seuls sujets. En conséquence, la recherche en didactique tentera d'en rendre compte objectivement. Ici intervient le rôle du milieu et de ses limitations, par exemple la *taille de l'espace*. Cette mise en évidence des différents types de connaissances de leur fonctionnement, de leur structuration en tant que connaissances des milieux spatiaux (micro-, méso-, macro-espaces) rattache les connaissances à l'expérience commune des sujets (et des élèves en particulier) et aux pratiques sociales de référence. Cette recherche des connaissances implicites propose donc de mettre en relation trois aspects distincts : une structuration des connaissances, une structuration du milieu objectif (nos entrées dans la réalité) et enfin une structuration des pratiques sociales associées. A ce propos, nos auteurs rapportent les *connaissances spatiales « de la vie courante »* à une pro-

blématique pratique qui relève : « d'une autre grande classe de « jeux », ceux de la vie courante : Dans « Le sens pratique » Bourdieu (1980) en a étudié les règles et en a dégagé quelques caractères. » Ceci leur permet en outre d'envisager un troisième type de référence pratique, qu'ils appellent *problématique de la modélisation*, et qui, si je les ai bien compris, serviraient de relais entre les problématiques pratiques de la vie courante d'une part et la problématique déductive de la géométrie de l'autre. Cela ouvre un débat avec Arzac et ses collaborateurs (cf bibliographie de l'article), et aussi Floris (Floris R., à paraître).

Cette mise en relation de ces divers types de connaissances (dont certaines non-didactiques) avec, d'une part des caractérisations objectives des milieux spatiaux, et d'autre part diverses pratiques sociales de références renvoie à différents types ou régimes de savoirs. Et nous rejoignons le thème général de ce colloque. Ainsi trouvera-t-on plusieurs types de *raisons* auxquelles peuvent venir se convertir les *causes* des apprentissages effectués par un individu donné au cours de son histoire et en particulier des multiples expériences spatiales (didactique et non didactique) qui seront son lot. Cette référence nécessairement plurielle des connaissances à des pratiques sociales distinctes et à des milieux divers suggère l'hypothèse de représentations hétérogènes de l'espace. Dès lors, nous nous trouvons devant une difficulté didactique redoutable puisque la situation ne pourra filtrer (canaliser, sélectionner) les connaissances qu'à la condition d'un contrôle strict du savoir en jeu, à défaut de quoi on pourra toujours voir la connaissance faire impasse sur le savoir, et l'apprentissage dévier du but fixé. C'est ce qui explique entre autres que : « L'enseignement usuel de la géométrie plane soit porté à restreindre ses situations d'enseignement à celles où la confusion entre les connaissances spatiales et les savoirs géométriques est possible. » C'est aussi cela qui, dans la situation des médiatrices, demande de la part de l'enseignant un déplacement du « débat relatif au milieu spatial local vers un débat relatif aux concepts spatiaux et à leurs propriétés ». Notons alors que l'on peut traduire en ces mêmes termes l'analyse que donne Durand-Guerrier lorsqu'elle évoque le *dialogue de sourd* instauré entre enseignants et élèves à propos de leurs références implicites respectives.

Ainsi donc, partie à la recherche d'une situation d'entrée pour des « jeux réglés par la géométrie », la démarche exposée par Berthelot & Salin aboutit à proposer un schéma de structuration des connaissances attachées à un même concept. Dans leur article le lecteur trouvera une jolie photo de la cascade qui mène d'un concept donné à des conceptions distinctes, pour former finalement, autour des champs conceptuels spatiaux, des représentations spatiales spécifiques. Les auteurs ne pousseront pas plus avant leurs développements théoriques. Leur démarche se termine alors par une mise à l'épreuve de leurs conclusions dans l'analyse et l'interprétation de données issues de l'observation de diverses situations d'enseignement.

CONCLUSION

Y a-t-il place dans la recherche en didactique pour des travaux critiques, reprochera-t-on au critique didacticien que j'ai été dans cet exposé ce que l'on a coutume de reprocher aux critiques littéraires ou artistiques? Aux lecteurs d'en juger. J'avais espoir que l'exercice permette d'ouvrir des perspectives et fasse bénéficier de leurs avancées respectives chacune de ces recherches. L'avenir nous le dira, il est temps que je «repasse le témoin» aux chercheurs eux-mêmes. Quant à mes propres préoccupations telles que j'ai pu les exprimer dans la partie introductive de ce texte, je retiendrai de cette lecture une nouvelle idée au moins. Dans les trois recherches, j'ai compris que les situations jouaient sur deux plans à la fois. Pour Durand-Guerrier, je pense à l'association du raisonnement mathématique et du contenu sur lequel il porte; pour Grenier, je pense aux multiples pas renvoyant le sujet d'un problème de combinatoire à un autre, tantôt plus général, tantôt plus particulier; pour Berthelot & Salin, je pense à la situation médiatrices qui met en jeu deux sous-situations. C'est sans doute qu'il ne suffit pas de dire qu'une situation est un modèle, mais qu'il faudrait rectifier en disant qu'elle met en jeu l'articulation d'un couple système-modèle. Que l'on prenne alors pour définition celle qu'adoptent Chevillard et son équipe ou celle, plus classique, des logiciens importe peu, puisqu'il n'y a entre elles qu'une interversion des termes. Cela indique peut-être que l'essentiel dans cette affaire est de distinguer un couple ou deux entités dont les fonctions seraient par contre relatives aux divers moments que traversent les processus d'enseignement. C'est bien ce que l'image d'une démarche «en pas de canard» voulait suggérer.

RÉFÉRENCES

- 1.- Cet article analyse trois contributions à ce colloque:
 BERTHELOT R., SALIN M-H., Savoirs et connaissances dans l'enseignement de la géométrie.
 DURAND-GUERRIER V., Place de la logique formelle comme outil d'analyse des connaissances mises en œuvre dans le raisonnement mathématique dans une perspective didactique.
 GRENIER D., Savoirs mis en jeu dans des problèmes de combinatoire.
 On se référera aussi à leurs bibliographies respectives.
- 2.- Textes cités:
 BROUSSEAU G. (1986) Fondements et méthodes de la Didactique des Mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, n° 7-2, 1986, pp. 33-115.
 BROUSSEAU G. (1988) Le contrat didactique: le milieu, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, n° 9-3, pp. 309-336.

- BROUSSEAU G., CENTENO J. (1991) Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, n° 11 2/3, 1991, p. 167-210.
 CONNE F. (1981) *La Transposition Didactique à travers l'enseignement des Mathématiques en première et deuxième année de l'école primaire*. Thèse de doctorat, FPSE, Université de Genève, Suisse.
 CONNE F. (1984) Calculs numériques et calculs relationnels dans la résolution de problèmes d'arithmétique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, n° 5-3, pp. 269-341.
 CONNE F. AVEC BRUN. J. (1992) Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12 (2).
 CONNE F. (1993) Du sens comme enjeu à la formalisation comme stratégie: une démarche caractéristique en didactique des mathématiques, in *Sens des didactiques, didactiques du sens*. Ph. Jonnaert et Y. Lenoir Eds, (actes des Troisièmes rencontres internationales du REF – réseau international de recherche en éducation et formation), 1993, Editions du CRP, Faculté d'éducation, Université de Sherbrooke, Québec, p. 205-270.
 CONNE F. ET ALII (1994) Erreurs systématiques et schème-algorithmiques, in *Vingt ans de Didactique des Mathématiques en France*, Artigue M., Gras R., Laborde C. & Tavignot P. eds., La Pensée Sauvage, Grenoble 1994.
 CONNE F. (à paraître) Quelques enjeux épistémologiques rencontrés lors de l'étude de l'enseignement des mathématiques, *Actes du XXe congrès de la COPIRELEM*, Chantilly, 1994.
 DUVAL R. (1992) Argumenter, démontrer, expliquer: continuité ou rupture cognitive?, *Petit X*, n° 31, pp. 37-61, IREM de Grenoble.
 FLORIS R. (à paraître) *La géométrie est-elle une illusion d'optique?*, 30p.
 GONSETH, F. (1949) *La géométrie et le problème de l'espace* Neuchâtel: Editions du Griffon.
 MORF A., GRIZE J-B., PAULI L. (1969) Pour une pédagogie scientifique, in *Dialectica*, vol 23.1.
 PASCAL D. (1980) *Le problème du zéro - L'économie de l'échec dans la classe et la production de l'erreur*, mémoire pour le DEA de didactique des mathématiques, IREM Aix Marseille.
 POLYA G. (1953) *Mathematics and Plausible Reasoning*. Vol. I et Vol II, Princeton University Press, Princeton New Jersey, 8ème éd. 1973.
 QUINE W. V. O. (1977) *Le Mot et la Chose*, Paris, Flammarion, 1977.
 ROUCHIER A. (1991)a L'institutionnalisation des savoirs dans l'enseignement des mathématiques, in *Etude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématiques et informatique élémentaires: proportionnalité, structures itérativo-récurrentes, institutionnalisation*. Thèse de doctorat d'état, Université d'Orléans, UFR: Sciences Fondamentales et Appliquées, Orléans 1991, pp. 26-71.
 ROUCHIER A. (1991)b *L'institutionnalisation dans le système didactique*, exposé au séminaire national de Didactique des mathématiques, Paris, avril 1991.

SIMON H. (1974) *La science des systèmes*, EPI éditeurs, Paris.
VAN LEHN K. (1988) Toward a theory of impasse-driven learning. In Heinz Mandl, Alan Lesgold eds., *Learning Issues for Intelligent Tutoring Systems*, pp 19-41, New York, Springer Verlag, 1988.

SUR QUELQUES OPPOSITIONS ET MISES EN RELATIONS DANS LES ÉTUDES DIDACTIQUES

André ROUCHIER*

PRÉSENTATION

Mon intervention sera brève et modeste. Elle ne peut, en effet, que s'effacer derrière la qualité des travaux qui se sont trouvés réunis dans ce colloque. Il parlent suffisamment par eux-mêmes et leur lecteur saura s'en apercevoir.

La question mère qui me semble pouvoir guider une démarche un peu spéculative¹ et fortement interrogative selon le projet énoncé dans le titre du colloque me paraît être la suivante: «*Y-a-t-il un progrès possible dans la manière dont nous pouvons voir et traiter le savoir dans les systèmes didactiques?*» Bien entendu la notion, ou l'idée, de progrès dans ce domaine paraît pleine d'ambiguïtés et on aurait pu nuancer en utilisant d'autres terminologies notamment en parlant d'avancées. Il semble néanmoins que dans ce cas la question aurait perdu de sa force, force qui me paraît utilement induite par les travaux dont il est rendu compte ici. D'une certaine manière, on y verra une façon de souligner, sans qu'une partie de cette intervention y soit expressément consacrée, les évolutions considérables que les thématisations avec lesquelles nous travaillons depuis plusieurs années, ont permis.

Trois grandes catégories d'objets avaient été placées au centre de ce colloque: les **savoirs** et la diversité de leurs localisations, les éléments du dialogue **savoirs-connaissances** dans les mathématiques, les sciences, les techniques et leur enseignement, les **conditions de rencontre** de l'élève et du savoir.

La didactique étudie les questions liées à la rentrée des savoirs dans les systèmes didactiques ainsi qu'à l'installation des individus dans des rapports à ces savoirs, rapports qui seront spécifiés par la position que ces individus viennent occuper. Du point de vue de l'élève, ces études doivent s'exprimer, en particulier, dans la dimension cognitive. Par

* IUFM Orléans-Tours, 72, rue du Faubourg de Bourgogne, 45044 Orléans Cedex et CREHSTO Université d'Orléans.

1. Ce terme qualifie «*Qui pratique la spéculation, s'occupe de théorie (sans se préoccuper de pratique)*»; Spéculation se rapportant de manière lapidaire à «*Étude, Recherche abstraite*». Sans méconnaître la péjoration qui s'attache habituellement à ce terme, nous entendons marquer ici le parti pris de s'intéresser à des objets théoriques dans une perspective qui ne les soumet pas immédiatement à la «*tyrannie*» de la contingence.