



**HAL**  
open science

# Investissement et embauche avec coûts d'ajustement fixes et asymétriques

Xavier Fairise, Jérôme Glachant

► **To cite this version:**

Xavier Fairise, Jérôme Glachant. Investissement et embauche avec coûts d'ajustement fixes et asymétriques. 2018. halshs-01878454

**HAL Id: halshs-01878454**

**<https://shs.hal.science/halshs-01878454v1>**

Preprint submitted on 21 Sep 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# *RAPPORT DE RECHERCHE*

---

*N° 2018- 03*

## **INVESTISSEMENT ET EMBAUCHE AVEC COUTS D'AJUSTEMENT FIXES ET ASYMETRIQUES**

---

XAVIER FAIRISE, JEROME GLACHANT

[www.tepp.eu](http://www.tepp.eu)

TEPP - Travail, Emploi et Politiques Publiques - FR CNRS 3435

# Investissement et embauche avec coûts d'ajustement fixes et asymétriques

## *Investment and hirings with fixed and asymmetric adjustment costs*

Xavier Fairise\*      Jérôme Glachant †‡

Mai 2018

### Résumé

Une entreprise évoluant dans un monde déterministe et en temps continu utilise une simple technologie Cobb-Douglas à rendements décroissants et fait face à des coûts d'ajustements complexes de ses facteurs. D'une part, un coût d'embauche proportionnel s'applique au facteur travail irréversible. D'autre part, investir nécessite de s'acquitter d'un coût fixe mais proportionnel à la main d'oeuvre présente dans l'entreprise. L'entreprise détermine alors sa politique d'embauche et d'investissement qui maximise la valeur actualisée de ses flux de trésorerie. La combinaison de coûts fixe et variables implique un cycle non trivial d'ajustement des facteurs au cours duquel se succèdent un épisode d'embauche continue, suivi par un gel des embauches puis par un pic simultané d'investissement et d'embauche. L'article propose une évaluation numérique des effets de la taille du coût fixe sur le cycle de vie de l'entreprise.

**Mots-clés:** Investissement, embauche, coût fixe, coûts linéaire asymétrique, irréversibilité

### Abstract

A firm operating in a deterministic and continuous time world uses a simple Cobb-Douglas technology with diminishing returns and faces complex adjustment costs of its factors. On the one hand, a proportional cost of employment applies to the irreversible labor factor. On the other hand,

---

\*GAINS-TEPP, UFR de Droit, Economie et Gestion, Le Mans Université, Avenue Olivier Messiaen, 72 085 Le Mans Cedex 9. Email : xavier.fairise@univ-lemans.fr

†CES, Maison des Sciences Economiques, Université Paris 1, 106-112, boulevard de l'Hôpital, 75013 Paris. Email : jerome.glachant@univ-paris1.fr

‡Nous remercions le rapporteur de la revue pour ses remarques qui nous ont aidés à améliorer cette contribution. Grand merci à Bertrand Wigniolle!

investing requires a fixed cost that is proportional to the firm's workforce. The firm then determines its hiring and investment policy which maximizes the discounted value of its cash flows. The combination of fixed and variable costs involves a non-trivial cycle of factor adjustment in which there is a continuous hiring episode followed by a hiring freeze followed by a simultaneous spike in investment and hiring. The article proposes a numerical assessment of the effects of fixed cost size on the life cycle of the firm.

**Keywords:** Investment, hiring, fixed cost, asymmetric linear costs, irreversibility

## Introduction

Comment s'articulent les décisions d'embauche et d'investissement d'une entreprise? Comment la présence de coûts d'ajustement des facteurs modifie-t-elle le cycle de vie d'une implantation industrielle? Cet article s'intéresse à ces questions avec des coûts d'ajustements complexes, ce qui rend intéressante la caractérisation de la solution du problème d'optimisation de l'entreprise. Tout d'abord, le contrôle est mixte car il combine un coût d'embauche proportionnel et un coût fixe d'investissement, ce qui implique des ajustements continus et discrets. Ensuite, le coût fixe d'investissement est lié aux effectifs présents dans l'entreprise et s'assimile ainsi à un coût de formation de la main d'oeuvre. En présence d'une attrition à taux constant du capital et du travail, cette combinaison provoque un cycle singulier d'ajustement des facteurs au sein de l'entreprise avec une succession de trois épisodes : embauche continue, gel des embauches puis pic simultané d'investissement et d'embauche.

Ce travail se rattache à trois champs de littérature.

En premier lieu, il contribue à la littérature sur le cycle de vie des établissements industriels, qui cherche à caractériser les ajustements des effectifs employés et des équipements utilisés (Sakellaris (2004)). Cette littérature insiste sur le caractère irrégulier des ajustements qui surviennent sous forme de pics d'investissement et d'embauche et sur l'hétérogénéité des établissements dans leur mode d'ajustement. Letterie, Pfann, et Polder (2004) et Asphell, Letterie, Nilsen, et Pfann (2014) analysent la simultanéité des pics d'investissement et d'embauche sur un échantillon d'établissements industriels néerlandais et norvégien. Hawkins, Michaels, et Oh (2015) montrent que, parmi les établissements industriels coréens, les épisodes d'investissement s'accompagnent dans 35,5% des cas d'une réduction des effectifs. Ces auteurs proposent un modèle théorique de production rendant compte de la substitution du capital au travail. Contrairement à ces auteurs dont l'ambition est d'abord empirique, notre objectif est de présenter la résolution complète d'un programme d'optimisation avec des coûts d'ajustement non convexes.

En second lieu, notre programme d'optimisation déterministe en temps continu combine des ajustements continus et discrets (par "saut") des variables. Blaquière (1985) étend les conditions nécessaires de Pontryaguine pour ce type

d’optimisation mixte combinant contrôles impulsionnel et ordinaire<sup>1</sup>. Le chapitre 18 du manuel de Seierstad et Sydsæter (1987) reprend ces conditions en autorisant ainsi des “sauts” des variables d’état. Une difficulté supplémentaire de notre cadre tient à la présence d’un coût fixe qui crée une discontinuité à la frontière des ajustements possibles. Pour la contourner, nous utilisons des conditions nécessaires étendues à ce cas par Chahim, Hartl, et Kort (2012). Il est important ici de préciser que notre stratégie de résolution du programme relève d’une approche “guess and verify”. Nous caractérisons d’abord une solution stationnaire “cyclique”, puis nous vérifions que cette dernière vérifie les conditions nécessaires de Blaquière (1985), Seierstad et Sydsæter (1987) et Chahim, Hartl, et Kort (2012)<sup>2</sup>

En troisième lieu, notre modèle est lié à la littérature sur les options réelles popularisées par le manuel de Dixit et Pindyck (1994). Que l’environnement soit déterministe comme dans le présent article ou peuplé de diffusions stochastiques, il s’agit de définir la fonction valeur associée au problème d’optimisation, de caractériser les régions d’inaction (ni investissement, ni embauche) et de déterminer les contrôles discrets ou continus s’appliquant à leurs frontières. Cet “art du raccordement” introduit par Dixit (1993) s’applique également à notre cadre déterministe à deux variables de contrôle, que sont les embauches et les montants d’investissement. Dixit (1997) et Eberly et Van Mieghem (1997) utilisent ces conditions pour résoudre le problème d’une entreprise faisant face à des coûts d’ajustement asymétriques sur le travail et le capital. Ceci conduit ces auteurs à mettre en évidence un ajustement continu et séquentiel des facteurs dont l’ordre dépend de l’importance relative des coûts d’ajustement de chacun d’entre eux. Par rapport à ces travaux, notre originalité est de combiner un contrôle continu du facteur travail et un contrôle discret du capital, en fait un coût proportionnel d’embauche et un coût fixe d’investissement. De plus, le niveau de ce coût fixe est lié aux effectifs présents dans l’entreprise.

La présence d’un coût fixe complique singulièrement les problèmes d’investissement et la littérature de mathématiques appliquées peine à caractériser intégralement les solutions dans des cas généraux. On peut ainsi citer l’article de Plehn-Dujowich (2005) qui fournit des conditions nécessaires et suffisantes de politique (s,S) ou encore bien plus récemment le travail de Federico, Rosestolato, et Tacconi (2018), qui caractérise intégralement la solution d’un problème d’investissement avec coût fixe en utilisant des techniques de viscosité.

Notre contribution est loin de ces “sommets techniques” pas seulement parce qu’elle est obtenue dans un univers déterministe mais parce qu’elle décrit une solution stationnaire ou ergodique en s’appuyant sur des conditions nécessaires locales. Un intérêt est le lien effectué entre les ajustements des facteurs et l’apparition d’une inaction supplémentaire de préparation au pic d’investissement. Préalablement à ce dernier, l’entreprise renonce à embaucher pour diminuer le

---

1. Traiter le cas du temps continu facilite grandement les manipulations algébriques en utilisant des équations aux dérivées partielles, mais le type de résultats obtenus ne dépend pas de ce choix de modélisation relativement au temps discret.

2. Nous ne cherchons donc pas à déterminer l’ensemble des solutions du programme, chacune correspondant à une condition initiale particulière.

poids du coût fixe de formation des employés présents dans l’entreprise. Elle repousse ainsi les embauches.

L’article est structuré de la manière suivante. Une première section présente le programme de l’entreprise. La seconde section fournit les conditions nécessaires d’optimalité. La troisième section présente graphiquement une solution et la détermine algébriquement de manière à ce que l’ensemble des conditions nécessaires soient satisfaites. La quatrième section présente les résultats numériques. Enfin, la dernière section conclut l’article.

## 1 Présentation du problème

A chaque instant du temps continu, une entreprise combine capital et travail en quantités  $k$  et  $l$  et son flux d’excédent d’exploitation est donné par :

$$\pi(k, l) = k^a l^b - wl, \quad (1.1)$$

avec  $w > 0$  le salaire réel supposé constant dans le temps. Les élasticités  $a$  et  $b$  sont strictement positives, et vérifient  $a + b < 1$ . Ceci peut être dû à des rendements d’échelle strictement décroissants ou bien aux imperfections de concurrence sur le marché du bien avec une élasticité constante de la demande perçue. Cette restriction, vérifiée *strictement*, a pour conséquence que la taille de l’entreprise est déterminée.

Les ajustements du capital et du travail s’effectuent avec des frictions et donc des coûts. Pour se focaliser sur l’embauche et l’investissement et simplifier la présentation, on pose l’irréversibilité des ajustements. Ajuster à la hausse, de manière continue ou discrète, d’une unité le niveau d’emploi coûte un montant  $h > 0$ <sup>3</sup>. Ce dernier peut être vu comme l’addition d’un coût de recherche traditionnel, lié à la rigidité du marché du travail, et d’un coût de formation du nouvel employé à la technologie adoptée par l’entreprise. Cette adoption technologique est liée au processus d’investissement, qui induit un coût variable, le montant  $\Delta k \geq 0$  de l’investissement, et un coût fixe, ce qui exclut l’ajustement continu du capital et provoque donc des “pics” d’investissement.

Une originalité de notre approche est de supposer que le montant de ce coût fixe est proportionnel au niveau d’emploi de l’entreprise juste avant l’ajustement du capital, de sorte que ajuster le capital d’un montant discret  $\Delta k > 0$  à l’instant  $t$  coûte :

$$\Delta k + c \times l(t^-), c > 0. \quad (1.2)$$

$l(t^-)$  est la limite à gauche de la fonction éventuellement discontinue  $l(t)$  donnant le niveau d’emploi. Le pic d’investissement peut s’interpréter comme une mise à niveau des équipements de l’entreprise<sup>4</sup>, et  $c$  est alors le coût unitaire

3. Associé à l’irréversibilité du niveau d’emploi, le coût d’ajustement est ainsi asymétrique et non-dérivable en 0. De manière plus générale, nous pouvons introduire un coût de licenciement unitaire  $f > 0$  (*firing*). Poser l’irréversibilité correspond au cas  $f = \infty$ .

4. Pour pleinement formaliser l’adoption technologique, on peut ajouter une seconde composante fixe au coût d’ajustement du capital sous la forme  $k(t^-)$ . L’intégralité du “vieux” capital disparaît lors du pic d’investissement. Cette généralisation ne change pas la nature des résultats obtenus dans cet article.

de formation des employés présents dans l'entreprise. En cohérence avec cette interprétation,  $c$  et  $h$  peuvent être comparés. Si  $c < h$ , il est alors moins coûteux de former en interne plutôt que d'embaucher, l'embauche combinant un coût de formation et un coût administratif. Mais le cas inverse ( $c > h$ ) peut également se justifier si l'entreprise a la possibilité lors de l'embauche de sélectionner des employés déjà formés au nouvel équipement et d'éviter ainsi de les former.

En dehors de ces ajustements, capital et travail se déprécient continûment à un même taux  $\delta$ . L'identité des taux de dépréciation facilite grandement le calcul<sup>5</sup> et implique que, sans ajustement, l'état  $(k, l)$  de l'entreprise évolue dans le plan  $(k, l)$  le long d'un rayon issu de l'origine.

Pour faciliter la présentation, on va supposer dans la suite de l'article que le capital et l'emploi initiaux sont tels que l'entreprise n'effectue pas d'ajustements discrets en  $t = 0$ . Cette hypothèse permet de caractériser plus aisément son cycle optimal embauche-investissement.

De manière standard, l'entreprise détermine la politique optimale d'investissement et d'embauche qui maximise sa valeur, c'est-à-dire la somme de ses flux de trésorerie actualisés par un taux d'intérêt  $r$  constant.

## 2 Contrôle optimal impulsif

Notre problème déterministe combine des ajustements continus et discrets des variables d'état en présence d'un coût fixe d'ajustement du capital dépendant du niveau d'emploi et d'un coût d'ajustement asymétrique du travail. Nous avons choisi de présenter des conditions nécessaires d'optimalité en utilisant l'approche proposée par Blaquièrre (1985) de *contrôle optimal impulsif*. Ces conditions nécessaires généralisent les conditions de Pontryaguine du contrôle optimal "ordinaire" en prévoyant des "sauts" affectant les variables d'état (Voir Seierstad et Sydsæter (1987), p. 194).

On définit la fonction valeur associée aux conditions initiales  $(k_0, l_0) = (k, l)$  en faisant apparaître les composantes continues et discrètes du programme d'optimisation :

$$\begin{aligned}
 V(k, l) \equiv & \max_{\{k(\cdot), l(\cdot); u(\cdot); (\Delta k_i, \Delta l_i, t_i)_{i=1, \dots, \infty}\}} \int_0^\infty e^{-rt} [\pi(k(t), l(t)) - hu(t)] dt \\
 & - \sum_{i=1}^\infty e^{-rt_i} [h\Delta l_i + \Delta k_i + c \times l(t_i^-) \times \mathbf{1}(\Delta k_i > 0)] \quad (2.1)
 \end{aligned}$$

---

5. le cas de taux de dépréciation différents ne constitue pas une extension triviale. En particulier, il n'est pas possible de se ramener simplement par un changement de variable au cas de taux de dépréciation identiques.

avec<sup>6</sup> :

$$\begin{aligned}
\dot{k}(t) &= -\delta k(t) \\
\dot{l}(t) &= u(t) - \delta l(t) \\
k(t_i^+) - k(t_i^-) &= \Delta k_i \\
l(t_i^+) - l(t_i^-) &= \Delta l_i \\
u(t) &\geq 0 \quad ; \quad \Delta k_i \geq 0; \Delta l_i \geq 0
\end{aligned}$$

Les instants  $t_i, i = 1, \dots, \infty$ , correspondent aux points de discontinuité des trajectoires  $(k(\cdot), l(\cdot))$ , et  $(x(t_i^-), x(t_i^+))$  sont les limites à droite et à gauche de la fonction  $x(t)$  en  $t = t_i$ . La dummy  $\mathbf{1}(\Delta k_i > 0)$  vaut 1 si  $\Delta k_i > 0$  et 0 si  $\Delta k_i = 0$ .

Pour simplifier la présentation, on a supposé que les conditions initiales  $(k, l)$  sont telles qu'aucun ajustement discret ne soit effectué à l'instant 0, ce qui implique que l'on se situe initialement à l'intérieur de la région d'inaction ou sur sa frontière. Notons que, comme il s'agit d'un problème avec une irréversibilité complète sur le capital (pas de désinvestissement) et le travail (pas de licenciement), rien n'assure la positivité de la fonction valeur.

Pour caractériser la solution, on utilise les conditions nécessaires présentées dans Seierstad et Sydsæter (1987). Une difficulté est liée à l'existence du coût fixe d'ajustement, qui crée une discontinuité en bordure de la région d'ajustements discrets  $(\Delta k, \Delta l) \geq 0$ . Chahim, Hartl, et Kort (2012) reprennent ces conditions nécessaires et montrent leur validité y compris lorsque un coût fixe est présent. C'est donc en utilisant ces travaux que nous pouvons énoncer les conditions nécessaires de notre problème.

Pour cela, on associe à ce problème deux hamiltoniens (actualisés)  $H(\cdot)$  et  $IH(\cdot)$  correspondant respectivement aux évolutions continue et discrète des variables d'état :

$$\begin{aligned}
H(k, l; u; q, p) &= k^a l^b - wl - hu - q\delta k + p(u - \delta l) \\
IH(k, l; \Delta k, \Delta l; q, p) &= (-\Delta k - h\Delta l - c \times l \times \mathbf{1}(\Delta k > 0)) + q\Delta k + p\Delta l,
\end{aligned}$$

avec  $q$  et  $p$  les deux co-états associés respectivement à  $k$  et  $l$ . Ces co-états sont respectivement les valeurs marginales du capital et du travail (voir Kamien et Schwartz (1991), section 4).

On considère alors une solution constituée par des ajustements continus de l'emploi définis par la fonction  $u^*(\cdot)$  et par une suite d'ajustements discrets  $(\Delta k_i^*, \Delta l_i^*)$  intervenants à des dates optimales  $t_i, i = 1, \dots, \infty$ , avec  $t_1 > 0$  (pas d'ajustement discret en  $t = 0$ ). Par la suite, on étudiera la solution dite *stationnaire* ou *ergodique* permettant d'obtenir un cycle optimal embauche-investissement. Ce cycle se reproduit indéfiniment à l'identique de sorte que la solution est stationnaire lorsque  $t_{i+1}^* - t_i^*, i = 1, \dots, \infty$  est constant, et  $\Delta k_i^* = \Delta k^*, \Delta l_i^* = \Delta l^*$ .

---

6. Dans l'article  $\dot{x}(\cdot)$  désigne la dérivée de la fonction  $x(\cdot)$  par rapport au temps.



Pour la partie continue de l'ajustement <sup>7</sup>, on retrouve les conditions nécessaires de Pontryaguine :

$$u^* = \operatorname{argmax}_{u \geq 0} H(k^*(t), l^*(t), u; q, p), \quad (2.2)$$

avec les co-états  $q$  et  $p$  satisfaisant les équations différentielles, en dehors des points de discontinuité :

$$\begin{aligned} \dot{q}(t) &= rq(t) - \frac{\partial H(k^*, l^*; u^*; q, p)}{\partial k}, \\ \dot{p}(t) &= rp(t) - \frac{\partial H(k^*, l^*; u^*; q, p)}{\partial l}, \end{aligned}$$

Le hamiltonien étant une fonction linéaire du contrôle  $u$ , il apparaît que le problème (2.2) a une solution pour un co-état  $p \leq h$  avec  $u^* = 0$  pour  $p < h$  et  $u^*$  indéterminé pour  $p = h$ . Nous verrons ci-dessous que le cas  $p > h$  est de toute façon exclu. En dehors des points de saut, les co-états sont donc régis par :

$$\dot{q}(t) = (r + \delta)q(t) - ak^*(t)^{a-1}l^*(t)^b, \quad (2.3)$$

$$\dot{p}(t) = (r + \delta)p(t) - (bk^*(t)^a l^*(t)^{b-1} - w). \quad (2.4)$$

Lors des ajustements discrets, aux dates optimales  $t_i, i = 1, \dots, \infty$ , les co-états vérifient :

$$\begin{aligned} p(t_i^+) - p(t_i^-) &= -\frac{\partial IH(k, l; \Delta k, \Delta l; q, p)}{\partial l} = c, \\ q(t_i^+) - q(t_i^-) &= -\frac{\partial IH(k, l; \Delta k, \Delta l; q, p)}{\partial k} = 0, \end{aligned}$$

ce qui implique un ‘‘saut’’ d'amplitude  $c$  pour la valeur marginale du travail et une valeur marginale du capital continue. De plus, après le saut, on a

$$\begin{aligned} \frac{\partial IH(k, l; \Delta k_i^*, \Delta l_i^*; p, q)}{\partial \Delta k} \cdot (\Delta k_i^* - x) \geq 0, \forall x \geq 0 &\Leftrightarrow (q(t_i^+) - 1)(\Delta k_i^* - x) \geq 0, \forall x \geq 0, \\ \frac{\partial IH(k, l; \Delta k_i^*, \Delta l_i^*; p, q)}{\partial \Delta l} \cdot (\Delta l_i^* - x) \geq 0, \forall x \geq 0 &\Leftrightarrow (p(t_i^+) - h)(\Delta l_i^* - x) \geq 0, \forall x \geq 0. \end{aligned}$$

Ces deux inéquations impliquent  $q(t_i^+) = 1$  et  $p(t_i^+) = h$ , de sorte que  $q(t_i^-) = 1$  et  $p(t_i^-) = h - c$ .

En dehors des points de discontinuité, on a les conditions nécessaires :

$$\begin{aligned} \frac{\partial IH(k, l; 0, 0; p, q)}{\partial \Delta k} \cdot x \leq 0, \forall x \geq 0 &\Leftrightarrow q(t) - 1 \leq 0, \\ \frac{\partial IH(k, l; 0, 0; p, q)}{\partial \Delta l} \cdot x \leq 0, \forall x \geq 0 &\Leftrightarrow p(t) - h \leq 0, \end{aligned}$$

---

7. Lorsque l'ajustement est continue, la fonction valeur  $V(k, l)$  définie par (3.6) vérifie l'équation de Bellman en temps continu  $rV(k, l)dt = \max_{u \geq 0} [(k^a l^b - wl - hu)dt + dV(k, l)]$ . Si  $V(k, l)$  est dérivable, on a  $dV(k, l) = (-V_k(k, l)\delta k + V_l(k, l)(u - \delta l))dt$ . Les co-états  $q$  et  $p$  sont donc les dérivées  $V_k$  et  $V_l$  de la fonction valeur (voir Kamien et Schwartz (1991), section 4 et section 21), et on a la relation  $rV(k, l) = H(k, l; u^*; q, p)$ .

de sorte que  $q(t) \leq 1$  et  $p(t) \leq h$ ;  $q(t)$  est donc maximal en 1 lors du saut et  $p(t)$  est maximal en  $h$  lorsque l'ajustement continu est effectué.

Ces 6 dernières conditions nous renseignent sur l'ampleur et le moment optimal des ajustements discrets de  $k$  et  $l$ . Lorsqu'il est effectué, le saut permet d'égaliser les valeurs marginales du capital et de l'emploi à leurs coûts ( $q^+ = 1$  et  $p^+ = h$ ). Le saut est effectué lorsque la valeur marginale d'attente égalise le gain marginal du saut ( $p^- = h - c$ ,  $q^- = 1$ ).

Une dernière condition nécessaire exprime le "raccordement des valeurs" (*Value Matching Condition*, Dixit (1993, p. 26)) au point de discontinuité :

$$V(k(t_i^-), l(t_i^-)) = V(k(t_i^+), l(t_i^+)) - \Delta k_i - h\Delta l_i - c \times l(t_i^-).$$

Par définition, la valeur "avant le saut" égalise la valeur "après le saut" moins le coût du saut. Exprimée en termes de Hamiltonien, elle devient<sup>8</sup> :

$$H(t_i^+) - H(t_i^-) + r(-h\Delta l_i - \Delta k_i - c \times l(t_i^-)) = 0.$$

soit :

$$k(t_i^-)^a l(t_i^-)^b - w l(t_i^-) = k(t_i^+)^a l(t_i^+)^b - w l(t_i^+) - (r + \delta)(\Delta k_i + h\Delta l_i + c \times l(t_i^-)). \quad (2.5)$$

### 3 Cycle embauche-investissement stationnaire

#### 3.1 Représentation graphique

Nous recherchons une solution vérifiant l'ensemble des conditions nécessaires de la section précédente, et nous allons nous restreindre à une solution stationnaire ou ergodique exhibant un cycle permanent et régulier embauche-investissement. Nous adoptons une démarche "conjecturer puis vérifier" habituelle dans cette littérature. Nous exhibons ainsi une solution "raisonnable" pour notre problème, puis nous vérifions que cette solution vérifie l'ensemble des conditions nécessaires précédemment énoncées.

Le graphique 1 représente la situation dans le plan  $(k, l)$ .

En  $t = 0$ , l'entreprise est caractérisée par son état  $(k_0, l_0)$  au point  $E_0$  situé dans la région dite d'"inaction". Dans cette phase transitoire, capital et travail se dirigent vers l'origine  $(0, 0)$  en évoluant le long d'un rayon d'inaction et  $p$  la valeur marginale du travail augmente pour rejoindre le niveau  $h$ . La trajectoire rejoint ainsi en un temps fini l'arc d'embauche<sup>9</sup> :  $\pi_l = w + (r + \delta)h$  le long

8. Comme indiqué dans la note de bas de page précédente, lorsque l'ajustement est continu, l'équation de Bellman s'écrit  $rV(k, l)dt = \max_{u \geq 0} H(k, l; p, q; u)dt$ . Or l'ajustement est continu à "gauche" ( $t_i^-$ ) et à "droite" ( $t_i^+$ ) du saut. En  $t_i^+$ , on a ainsi  $rV(k(t_i^+), l(t_i^+)) = H(k^*(t_i^+), l^*(t_i^+), u^*(t_i^+); q(t_i^+), p(t_i^+)) = k^*(t_i^+)^a l^*(t_i^+)^b - w l^*(t_i^+) - \delta k^*(t_i^+) - h \delta l^*(t_i^+)$ , et en  $t_i^-$ ,  $rV(k(t_i^-), l(t_i^-)) = H(k^*(t_i^-), l^*(t_i^-), u^*(t_i^-); q(t_i^-), p(t_i^-)) = k^*(t_i^-)^a l^*(t_i^-)^b - w l^*(t_i^-) - \delta k^*(t_i^-) - (h - c)\delta l^*(t_i^-)$ . Pour simplifier les notations, on note  $H(t_i^-)$  et  $H(t_i^+)$  les valeurs du hamiltonien  $H(\cdot)$  juste avant et après le saut.

9. Par commodité,  $\pi_l(\cdot)$  désigne la productivité marginale du travail ( $bk^a l^{b-1}$ ) (et non le profit marginal du travail).

duquel la valeur marginale du travail vaut  $h$  est maximale. L'entreprise exerce alors un contrôle continu de l'emploi ( $u^* > 0$ ) de manière à se maintenir sur cet arc d'embauche. Cette première phase d'"embauche continue" s'achève au point  $\bar{E}((\bar{k}, \bar{l}))$  à partir duquel l'entreprise prépare son pic d'investissement en gelant les embauches afin de réduire le coût fixe d'ajustement. Durant cette phase de "gel des embauches", l'entreprise évolue à nouveau sur un rayon d'inaction et la valeur marginale du travail décroît de  $h$  vers  $h - c$ . L'ajustement discret, le "pic d'investissement et d'embauche", intervient alors au point  $\underline{E}((\underline{k}, \underline{l}))$  avec un saut vers le point optimal  $E^*(k^*, l^*)$  situé sur l'arc d'"embauche" :  $\pi_l = w + (r + \delta)h$ . Ce saut s'effectue lorsque  $q$ , la valeur marginale du capital, atteint 1 et  $p$  la valeur marginale du travail vaut  $h - c$ . Il est alors sous-optimal de différer encore l'ajustement.

Le cycle embauche-investissement optimal stationnaire est indiqué en rouge dans la figure 1 et lie successivement les points  $E^*$ ,  $\bar{E}$  et  $\underline{E}$  avec la succession des trois phases : "embauche continue", "gel d'embauche" puis "pic d'investissement et d'embauche". L'objectif des calculs qui suivent est donc de déterminer les différents seuils de capital  $(\underline{k}, \bar{k}, k^*)$  et d'emploi  $(\underline{l}, \bar{l}, l^*)$  correspondant à ces points. Puisque l'entreprise évolue successivement sur un "arc" (à  $\pi_l$  constant) puis sur un "rayon" (à  $k/l$  constant), il peut être pertinent d'effectuer un changement de variables pour représenter la dynamique en termes de  $(\pi_l, y)$  avec  $y \equiv k/l$  et  $\pi_l \equiv bk^a l^{b-1}$ .

### 3.2 Algèbre

Pour exploiter les conditions nécessaires, nous considérons que l'entreprise se situe dans la zone d'inaction (point  $E_0$ ) de sorte que  $(k, l)$  évolue le long d'un rayon avec  $dk = -\delta k dt$  et  $dl = -\delta l dt$ . Dans cette zone, la valeur  $V$  évolue continûment et satisfait l'équation de Bellman :

$$rV dt = (k^a l^b - wl) dt + dV$$

En l'absence de contrôle, on a  $dV = (-\delta k V_k - \delta l V_l) dt$  avec  $V_k$  et  $V_l$  les dérivées partielles de la fonction  $V$ , de sorte que la fonction valeur  $V(k, l)$  satisfait l'équation aux dérivées partielles :

$$rV = k^a l^b - wl - \delta k V_k - \delta l V_l \quad (3.1)$$

Les co-états  $q (= V_k)$  et  $p (= V_l)$  vérifient ainsi le système différentiel<sup>10</sup> :

$$(r + \delta)q = ak^{a-1}l^b - \delta k q_k - \delta l q_l \quad (3.2)$$

$$(r + \delta)p = bk^a l^{b-1} - w - \delta k p_k - \delta l p_l. \quad (3.3)$$

Dans cette zone d'inaction,  $p$ , la valeur marginale du travail, croît pour atteindre son maximum  $h$  sur l'arc d'embauche. Sur ce dernier, on a donc à la fois  $p = h$

10. On note  $q_k = V_{kk}$ ,  $q_l = V_{kl}$ ,  $p_k = V_{kl}$  et  $p_l = V_{ll}$ .

et  $p_k = p_l = 0$ . En utilisant (3.3), il se déduit donc que l'arc regroupe des états  $(k, l)$  de productivité marginale du travail constante satisfaisant :

$$(r + \delta)h + w = bk^a l^{b-1} \equiv \pi_l^*$$

La solution de (3.3) s'obtient en effectuant le changement de variable  $(k, l) \rightarrow (\pi_l, y)$  avec  $y = k/l$ . Elle s'écrit :

$$p = \frac{bk^a l^{b-1}}{r + \delta(a + b)} - \frac{w}{r + \delta} - \frac{1}{\omega} \frac{\pi_l^{*1-\omega} (bk^a l^{b-1})^\omega}{r + \delta(a + b)} \quad (3.4)$$

avec  $\omega = \frac{r+\delta}{\delta(1-a-b)} > 1$ . La valeur marginale du travail s'exprime ainsi seulement comme une fonction de  $\pi_l$  (et non de  $y = k/l$ ). Cette fonction, croissante puis décroissante, est maximale (atteint  $h$ ) pour  $\pi_l = \pi_l^* = w + (r + \delta)h$ .

La condition  $p^- = h - c$  permet de déduire le niveau de productivité marginale du travail  $\pi_l = \bar{\pi}_l > \pi_l^*$  atteint au point de saut  $\underline{E}$  défini implicitement par :

$$w + (r + \delta)(h - c) = \bar{\pi}_l \frac{\omega}{\omega - 1} - \frac{1}{\omega} (w + (r + \delta)h)^{1-\omega} \bar{\pi}_l^\omega.$$

Le point  $\underline{E}$  est donc également situé sur un arc à  $\pi_l$  constante. De plus, sachant que les points  $\bar{E}$  et  $\underline{E}$  se situent sur un même rayon issu de l'origine, il se déduit que le ratio  $\nu \equiv \bar{l}/l = \bar{k}/k$  vérifie :

$$\frac{w + (r + \delta)(h - c)}{w + (r + \delta)h} = \frac{\omega}{\omega - 1} \nu^{1-a-b} - \frac{1}{\omega - 1} \nu^{r/\delta+1}.$$

Sachant que le travail se déprécie continuellement entre  $\bar{l}$  et  $l$ ,  $\nu$  permet de calculer directement la durée de la phase de "gel des embauches". Logiquement, elle est directement fonction de l'écart  $h - c$ .

Il reste ensuite à déterminer le positionnement des points  $E^*$ ,  $\bar{E}$  et  $\underline{E}$  en termes de pente du rayon ou bien de niveau de travail (ou de capital).

On exploite la condition de *value matching* (2.5) :

$$\underline{k}^a \underline{l}^b - (w + (r + \delta)(h - c))\underline{l} - (r + \delta)\underline{k} = (k^*)^a (l^*)^b - (w + (r + \delta)h)l^* - (r + \delta)k^*.$$

En utilisant les relations :  $\pi_l^* = b(k^*)^a (l^*)^{b-1} = w + (r + \delta)h$ ,  $k = (\pi_l/b)^{1/a} l^{(1-b)/a}$  et  $\bar{\pi}_l = b\underline{k}^a \underline{l}^{b-1}$ , il se déduit une relation non linéaire liant  $\underline{l}$  et  $l^*$  :

$$\left( \frac{\bar{\pi}_l}{b} - \pi_l^* + c \right) \underline{l} - (r + \delta) \left( \frac{\bar{\pi}_l}{b} \right)^{1/a} \underline{l}^{(1-b)/a} = \pi_l^* \left( \frac{1}{b} - 1 \right) l^* - (r + \delta) \left( \frac{\pi_l^*}{b} \right)^{1/a} (l^*)^{(1-b)/a} \quad (3.5)$$

Une seconde relation liant ces deux variables se déduit des relations  $q^* = 1$  et  $\underline{q} = 1$ . Pour la déterminer, on intègre (3.4) par rapport à  $l$ , ce qui détermine la fonction valeur dans la zone d'inaction et sur sa frontière :

$$V(k, l) = \frac{k^a l^b}{r + \delta(a + b)} - \frac{wl}{r + \delta} - \frac{1}{\omega} \frac{(\pi_l^*)^{1-\omega}}{r + \delta(a + b)} \frac{b^\omega k^{a\omega} l^{(b-1)\omega+1}}{(b-1)\omega+1} + \phi(k), \quad (3.6)$$

avec  $\phi(k)$  la constante d'intégration à déterminer. A partir de cette expression, le co-état  $q$  (valeur marginale du capital) s'écrit :

$$q = \frac{ak^{a-1}l^b}{r + \delta(a+b)} - \frac{\bar{\pi}_l^{1-\omega} b^\omega}{r + \delta(a+b)} \frac{ak^{a\omega-1} l^{(b-1)\omega+1}}{(b-1)\omega+1} + \phi'(k).$$

En reportant dans l'équation (3.2), il apparaît que la fonction  $\phi(k)$  vérifie :

$$(r + \delta)\phi'(k) = -\delta k\phi''(k) \Leftrightarrow \phi(k) = \psi k^{-\frac{r}{\delta}} + C,$$

avec  $\psi$  et  $C$  deux constantes<sup>11</sup>. La valeur marginale est donc :

$$q = \frac{(a/b)\pi_l(l/k)}{r + \delta(a+b)} - \frac{a(\pi_l^*)^{1-\omega}\pi_l^\omega(l/k)}{(r + \delta(a+b))((b-1)\omega+1)} - \psi \frac{r}{\delta} k^{-r/\delta-1}.$$

La condition  $q^* = \underline{q} = 1$  implique :

$$\begin{aligned} & (k^*)^{r/\delta+1} \left( 1 - \frac{(a/b)((b-1)\omega+1) - a}{(r + \delta(a+b))((b-1)\omega+1)} \pi_l^*(l^*/k^*) \right) \\ &= \underline{k}^{r/\delta+1} \left( 1 - \frac{(a/b)\bar{\pi}_l(\underline{l}/\underline{k})}{r + \delta(a+b)} - \frac{a(\pi_l^*)^{1-\omega}\bar{\pi}_l^\omega(\underline{l}/\underline{k})}{((b-1)\omega+1)(r + \delta(a+b))} \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Sachant que :

$$k = \left(\frac{\pi_l}{b}\right)^a l^{\frac{1-b}{a}}, \quad \frac{l}{k} = \left(\frac{\pi_l}{b}\right)^{-a} l^{a+b-1},$$

En reportant dans (3.7), on obtient ainsi une seconde relation liant  $l^*$  et  $\underline{l}$ , ce qui détermine l'intégralité de la solution.

## 4 Evaluations numériques

Il n'est pas possible de dériver des résultats analytiques concernant notamment l'effet d'une variation du coût fixe sur les seuils d'ajustement des facteurs. Par ailleurs, le système définissant les seuils d'ajustement, notamment à cause de certaines singularités, ne permet pas de déterminer une approximation de ces seuils par linéarisation. Nous procédons notamment dans cette section à une évaluation numérique des effets d'une variation du coût fixe d'ajustement sur les différents seuils.

La paramétrisation de référence est présentée dans le tableau 1. Les paramètres de la technologie de production  $a$  et  $b$  correspondent aux valeurs choisies<sup>12</sup> par Letifi et Prigent (2014). Le salaire  $w$  est normalisé à 1 et le coût

11. La constante  $C$  peut se calculer en déterminant la valeur à partir du point optimal  $E^*$  ( $(k^*, l^*)$ ).

12. Ces valeurs peuvent être obtenues dans une situation de concurrence imparfaite en combinant une technologie de production à rendements constants et une demande à élasticité constante.

d'embauche  $h$  représente environ 8.3% du taux de salaire (soit environ 1 mois de salaire). Cette valeur reprends celle retenue par Bentolila et Bertola (1990). Le taux d'intérêt annuel  $r$  est fixé à 10% (Bentolila et Bertola (1990)). Dans notre modèle, le taux de dépréciation  $\delta$  est commun au travail et au capital. Sur données françaises, le taux de dépréciation du capital est de l'ordre de 5%, tandis que la valeur habituellement retenue pour l'économie américaines est de 10%. Concernant le taux d'attrition de la main d'œuvre, Bentolila et Bertola (1990) retiennent, après un examen de différentes économies européennes, une valeur moyenne de 10%. Nous choisissons pour  $\delta$  une valeur de "compromis" de 10%.

Concernant le coût  $c$  d'ajustement du capital, nous ne disposons pas de données permettant de le paramétrer. Nous faisons varier ce paramètre de 0 à  $2 \times h$ . Lorsque  $c = 0$ , l'ajustement du capital est continu et la productivité marginale du capital est égale à son coût d'usage  $r + \delta$ . A la frontière de la zone d'inaction, le capital et le travail vérifient simultanément :  $a\tilde{k}^{a-1}\tilde{l}^b = r + \delta$  et  $b\tilde{k}^a\tilde{l}^{b-1} = w + (r + \delta)h$ . On déduit ainsi le point de référence :

$$\tilde{k} = \left( \frac{a}{r + \delta} \right)^{\frac{1-b}{1-a-b}} \left( \frac{b}{w + (r + \delta)h} \right)^{\frac{b}{1-a-b}}$$

Lorsque  $c = 0$ , les seuils  $\bar{k}$ ,  $\underline{k}$  et  $k^*$  sont confondu et  $\nu = 1$ . La hausse du coût  $c$  se traduit par une hausse de  $k^*$  et une diminution de  $\bar{k}$  et  $\underline{k}$  de sorte que  $\underline{k} < \bar{k} < \tilde{k} < k^*$ .

Nous évaluons les effets quantitatifs d'un accroissement du coût fixe  $c$  sur la politique d'embauche et d'investissement de la firme. Nous faisons varier  $c$  sur l'intervalle  $[0; 2 \times h]$ . Les résultats sont donnés dans les figures 2 et 3.

En l'absence de coût fixe, le capital et le travail ont respectivement pour valeur optimale  $\tilde{k} = 0.4808$  et  $\tilde{l} = 0.1419$ . Le coût fixe produit un effet significatif sur les seuils d'ajustement, y compris pour des valeurs faiblement positives. L'écart des seuils à leur valeur de référence est très "rapidement" supérieur à 10%. Plus précisément, on observe qu'au voisinage de  $c = 0$ , les seuils s'écartent de façon exponentielle du niveau de référence  $\tilde{k}$ .

L'impact du coût fixe peut également être apprécié en examinant la durée du cycle et des phases intermédiaires (figure 4). La durée totale du cycle est immédiatement significative. Une période de 2 années est atteinte pour une faible valeur du coût fixe. La première phase (*embauche continue*), correspondant à un ajustement continu de l'emploi est sensiblement plus longue que la seconde phase (*gel des embauches*) d'attente avant le réajustement discret du capital et du travail.

Afin de mieux visualiser le cycle de l'emploi et du capital, nous traçons dans les figures 5 et 6 les évolutions du capital et du travail durant un cycle. Nous prenons en compte trois valeurs pour le coût fixe de sorte que  $c \in \{0.1 \times h, h, 2 \times h\}$ . L'ajustement du capital est simplement caractérisé par une phase de décroissance du stock. L'écart entre la valeur initiale et la valeur finale (avant réajustement) est d'autant plus élevé que le coût fixe est important. On remarque par ailleurs que l'effet du coût fixe est sensible, même lorsque celui-ci

prend une faible valeur. Pour  $c = 0.1 \times h$ , le cycle est d'un peu moins de trois ans et le stock de capital se contracte d'environ 25%.

Le cycle de l'emploi comprends les deux phases bien distinctes mentionnées précédemment. Durant la première phase, la décroissance de la main d'œuvre est contrôlée. La seconde phase est la phase d'attente avant de procéder à un réajustement discret du capital et du travail. Cette seconde phase tend à s'allonger significativement avec la valeur du coût fixe. Le coût payé par l'entreprise pour réajuster le capital est proportionnel au stock de travailleur. Si  $c$  est élevé, il est optimal pour la firme de laisser la main d'œuvre s'évaporer suffisamment de sorte que le coût fixe  $c \times l$  soit le plus faible possible. Cet effet est naturellement d'autant plus marqué que  $c$  est grand. On observe par ailleurs que les effets quantitatifs du coût fixe sur l'emploi sont significatifs, y compris pour de faibles valeurs de  $c$ . Pour  $c = 0.1 \times h$ , la contraction de la main d'œuvre est de l'ordre de l'ordre de 10% en un peu moins de trois ans.

Dans le tableau 2, nous donnons les valeurs moyennes du capital et du travail calculés sur un cycle. Le capital et l'emploi moyens diminuent lorsque le coût  $c$  augmente. On observe néanmoins que l'effet quantitatif du coût  $c$  sur l'emploi et le capital moyens est peu marqué. Le coût fixe d'ajustement du capital a essentiellement un effet sur l'ampleur des fluctuations de l'emploi et du capital.

Finalement, nous souhaitons évaluer ce que représentent les coûts d'ajustement par rapport au niveau moyen de la production. Nous calculons sur la durée d'un cycle les dépenses liées à l'ajustement des facteurs. Nous distinguons les dépenses liées à l'ajustement continu du travail et les dépenses liées à l'ajustement discret du capital et du travail (tableaux 3 et 4). Globalement, rapportées à la production, les dépenses résultant des ajustements continu puis discret du travail restent stables (tableau 4) à mesure que  $c$  augmente. En revanche, les dépenses induites par l'ajustement discret du capital augmentent sensiblement en proportion de la production. Calculé par rapport à toute la durée du cycle, le coût d'ajustement du capital demeure cependant modéré. Ponctuellement, lorsque l'ajustement est fait, il représente néanmoins 5% de la production moyenne ( $c = 2 \times h$ ).

En d'autres termes, si les dépenses liées à l'ajustement des facteurs considérées, sur l'ensemble du cycle, semblent modérées (tableau 4), les coûts d'ajustement altèrent sensiblement la politique d'embauche et d'investissement de l'entreprise. Cette dernière connaît également des phases d'expansion et de contraction significatives.

Pour conclure, on représente dans la figure 7 l'évolution sur un cycle de la valeur de la firme. La variation de la valeur est naturellement d'autant plus importante que le coût fixe est élevé. Néanmoins, la valeur moyenne, calculée sur un cycle, est remarquablement stable (tableau 5). Prenant comme état initial de la firme le point  $(k^*, l^*)$ , nous avons calculé la valeur actualisée de l'ensemble des coûts d'ajustement et les avons rapportés à la valeur de la firme en ce point. Les résultats sont reportés dans le tableau 5 et sont exprimés en pourcentage. Nous constatons que la part des coûts d'ajustement rapportée à la valeur de la firme augmente de façon très modérée à mesure que le coût fixe augmente.

## 5 Conclusion

Dans cet article, nous avons étudié les comportements d'investissement et d'embauche d'une firme lorsque les coûts d'embauche sont linéaires et l'ajustement du capital génère un coût fixe proportionnel au stock de main d'œuvre. Pour simplifier, nous avons par ailleurs supposé que les facteurs sont totalement irréversibles (coûts de licenciement ou de désinstallation infinis). A notre connaissance, ce type de problème, combinant un coût linéaire sur un facteur et un coût fixe sur un autre facteur, n'a pas été étudié dans la littérature.

Nous avons totalement caractérisé la politique d'embauche et d'investissement de la firme et déterminé l'ensemble ergodique. La vie de la firme connaît des cycles commençant par une phase d'ajustement continu de l'emploi, suivie d'une phase de gel des embauches, puis d'un ajustement discret de l'emploi et du capital, et ainsi de suite. Afin de mesurer la sensibilité de la politique de la firme au coût fixe d'ajustement, nous avons effectué quelques exercices d'évaluations numérique. Nous montrons que même un faible coût fixe altère significativement la politique d'investissement et d'embauche de la firme.

Les coûts d'embauche et le coût fixe tels que nous les avons définis dans cet article dépendent sensiblement des institutions du marché du travail. Aussi, cette structure pourrait être utilisée pour évaluer l'effet de politiques publiques visant à réformer les institutions du marché du travail sur les comportements d'investissement et d'embauche. Des recherches ultérieures devraient intégrer une structure de coût d'ajustement plus générale (coûts de licenciement et le cas échéant de désinstallation) ainsi que prendre en compte l'incertitude de l'environnement économique.

## Références

- ASPHELL, M. K., W. A. LETTERIE, O. A. NILSEN, ET G. A. PFANN (2014) : "Sequentiality versus simultaneity : interrelated factor demand," *The Review of Economics and Statistics*, 95(5), 986–998.
- BENTOLILA, S., ET G. BERTOLA (1990) : "Firing costs and labor demand : how bad is eurosclerosis?," *The Review of Economic Studies*, 57, 381–402.
- BLAQUIÈRE, A. (1985) : "Impulsive Optimal Control with Finite or Infinite Time Horizon," *Journal of optimization theory and applications*, 46(4), 431–439.
- CHAHIM, M., R. HARTL, ET P. KORT (2012) : "A tutorial on the deterministic Impulse Control Maximum Principle : Necessary and sufficient optimality conditions," *European Journal of Operational Research*, 219(1), 18–26.
- DIXIT, A. (1993) : *The Art of Smooth Pasting*. Routledge.
- (1997) : "Investment and employment dynamics in the short run and the long run," *Oxford Economic Papers*, 49, 1–20.



- DIXIT, A. K., ET R. S. PINDYCK (1994) : *Investment under Uncertainty*. Princeton University Press.
- EBERLY, J. C., ET J. A. VAN MIEGHEM (1997) : “Multi-factor dynamic investment under uncertainty,” *Journal of Economic Theory*, 75, 345–387.
- FEDERICO, S., M. ROSESTOLATO, ET E. TACCONI (2018) : “Irreversible investment with fixed adjustment costs : a stochastic impulse control approach,” *ArXiv e-prints*.
- HAWKINS, W., R. MICHAELS, ET J. OH (2015) : “The Joint Dynamics of Capital and Employment at the Plant Level,” *Working Paper*.
- KAMIEN, M., ET N. SCHWARTZ (1991) : *Dynamic Optimization, the Calculus of Variations and Optimal Control in Economics and Management*. North-Holland, second edn.
- LETIFI, N., ET J.-L. PRIGENT (2014) : “On the optimality of funding and hiring/firing according to stochastic demand : The role of growth and shutdown options,” *Economic Modelling*, 40, 410–422.
- LETTERIE, W. A., G. A. PFANN, ET M. J. POLDER (2004) : “Factor adjustment spikes and interrelation : an empirical investigation,” *Economic Letters*, 85, 145–150.
- PLEHN-DUJOWICH, M. J. (2005) : “The optimality of a control band policy,” *Review of Economic Dynamics*, 8, 877–901.
- SAKELLARIS, P. (2004) : “Pattern of Plant Adjustment,” *Journal of Monetary Economics*, 51 :22(22), 425–450–.
- SEIERSTAD, A., ET K. SYDSÆTER (1987) : *Optimal control theory with economic applications*. North-Holland.



TABLE 1 – Paramétrisation de référence

$a$	$b$	$\delta$	$w$	$r$	$h$
0.2	0.3	0.1	1	0.1	0.083

FIGURE 2 – Seuils d’ajustement du capital

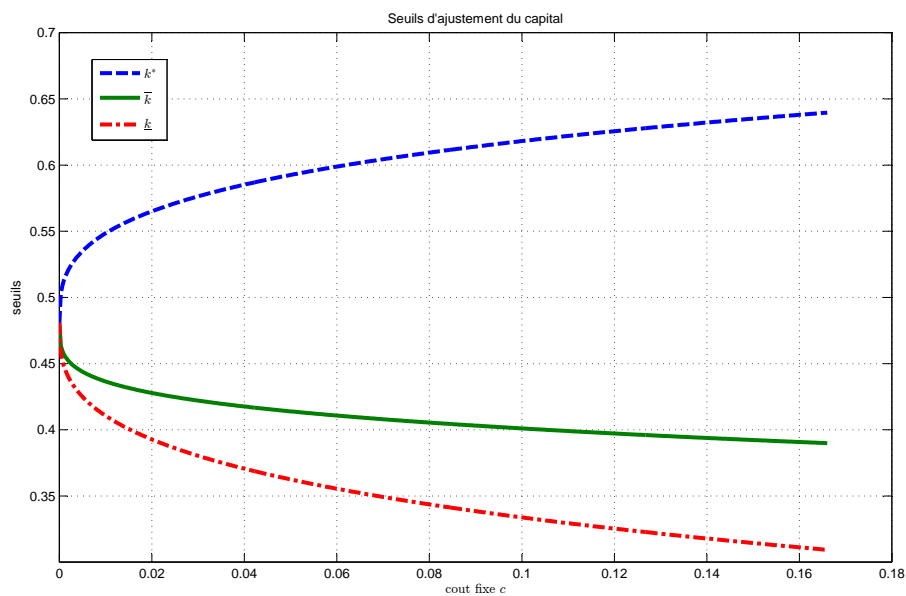


TABLE 2 – Capital et emploi moyen

coût fixe	$c = 0$	$c = 0.1 \times h$	$c = h$	$c = 2 \times h$
$k_{moyen}$	0.4808	0.4768	0.4635	0.4547
$l_{moyen}$	0.1419	0.1409	0.1378	0.1358
$y_{moyen}$	0.4808	0.4788	0.4722	0.4677

FIGURE 3 – Seuils d’ajustement du capital en écart à  $\tilde{k}$

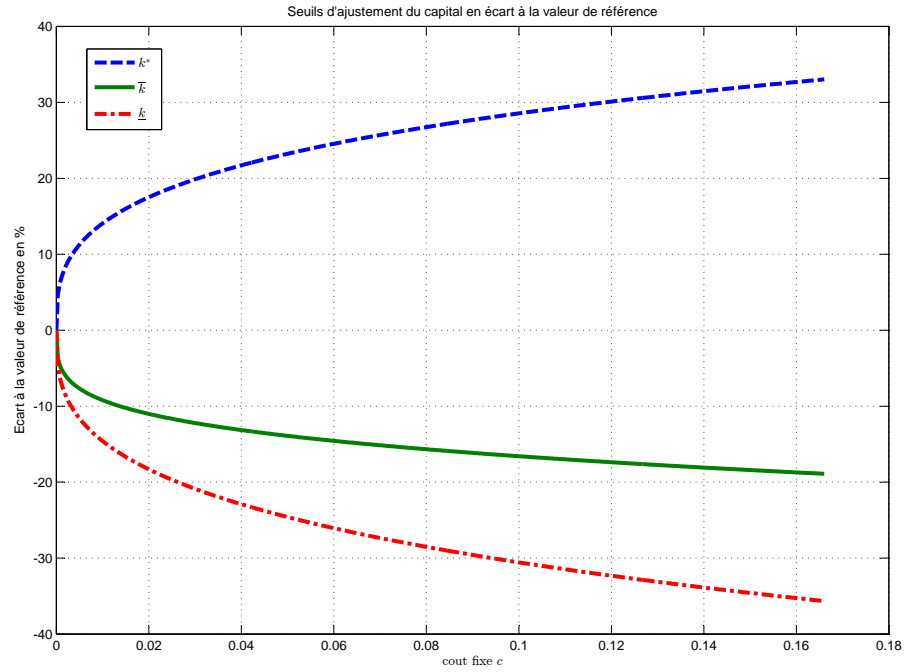


TABLE 3 – Coûts totaux d’ajustement (une période)

cout fixe	$c = 0.1 \times h$	$c = h$	$c = 2 \times h$
ajustement continu de l’emploi	0.0018	0.0035	0.0042
ajustement discret du capital	0.0011	0.0095	0.0176
ajustement discret de l’emploi	0.0014	0.0031	0.0040

TABLE 4 – Coûts totaux d’ajustement (une période) rapportés au produit (en %)

cout fixe	$c = 0.1 \times h$	$c = h$	$c = 2 \times h$
ajustement continu de l’emploi	0.1403	0.1277	0.1240
ajustement discret du capital	0.0833	0.3461	0.5180
ajustement discret de l’emploi	0.1039	0.1145	0.1171

FIGURE 4 – Durée des phase d'ajustement

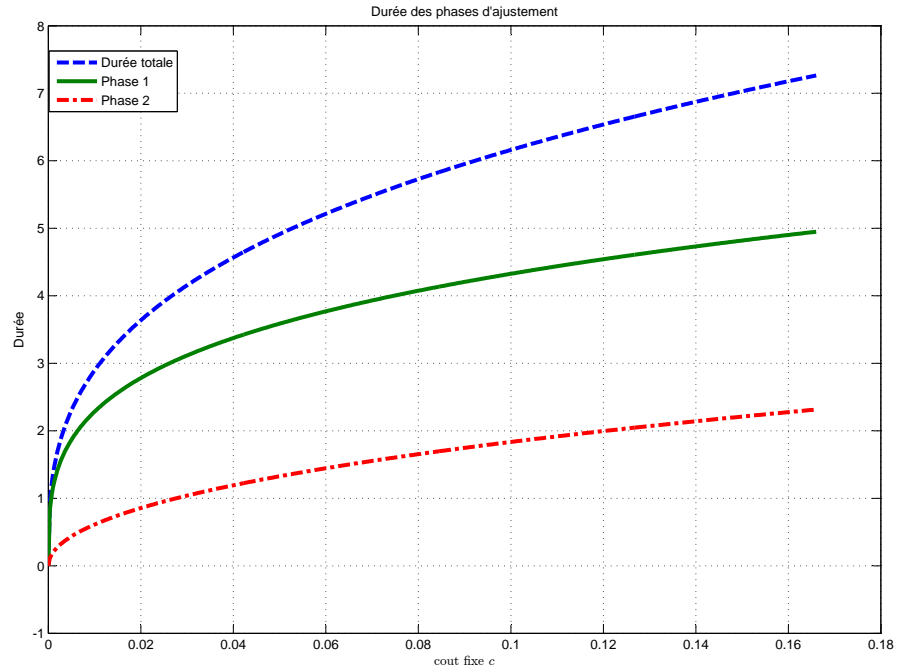


TABLE 5 – Valeur moyenne sur un cycle

cout fixe	$c = 0.1 \times h$	$c = h$	$c = 2 \times h$
valeur	2.8864	2.8522	2.8288

TABLE 6 – Part des coûts d'ajustement dans la valeur (en %)

cout fixe	$c = 0.1 \times h$	$c = h$	$c = 2 \times h$
valeur	0.4977	0.7517	0.8821

FIGURE 5 – Cycle du capital

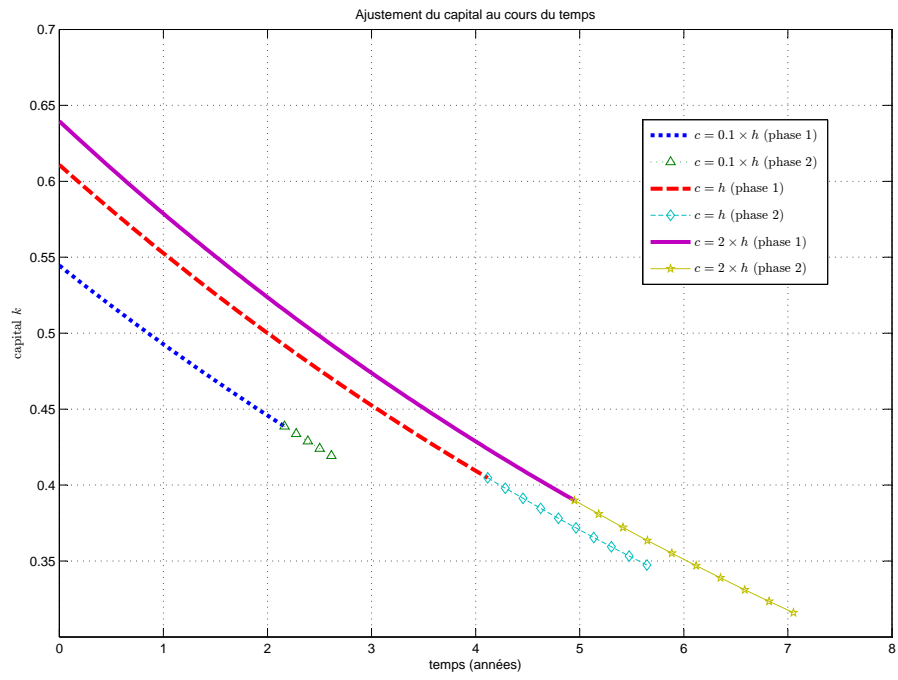


FIGURE 6 – Cycle du travail

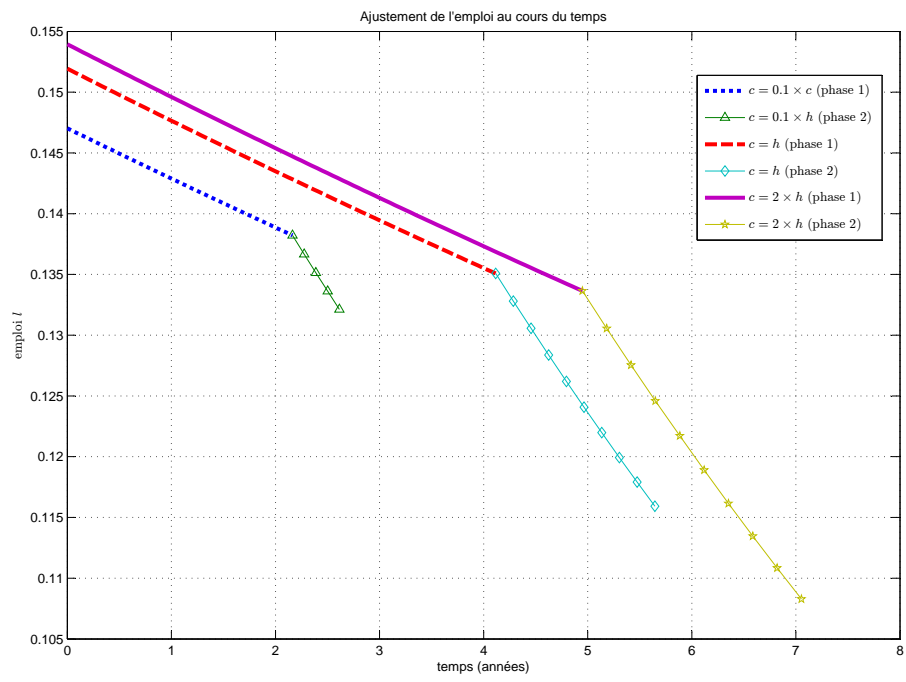
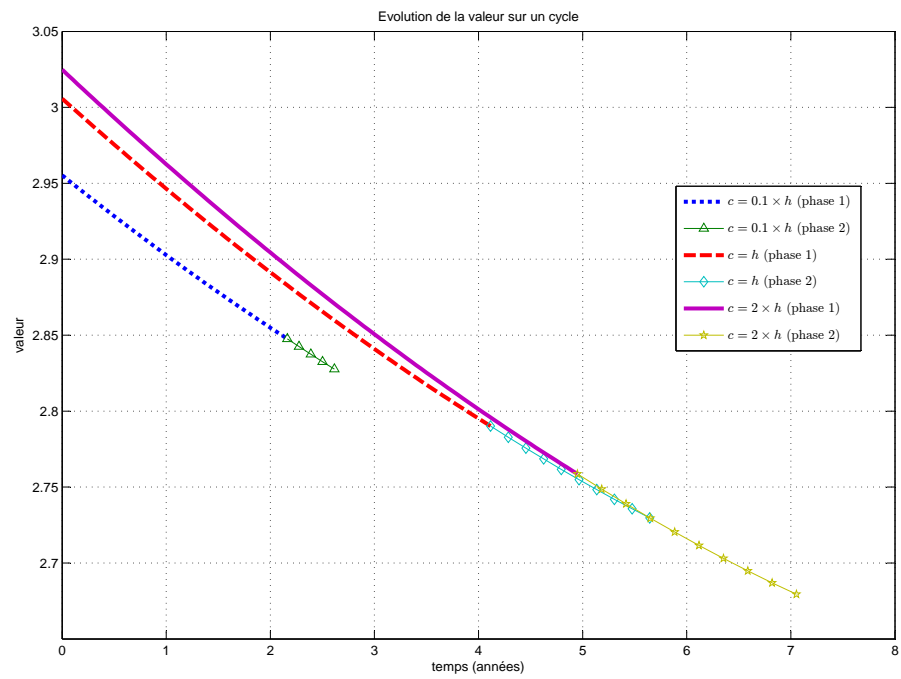


FIGURE 7 – Evolution de la valeur de la firme au cours du cycle





## **TEPP Rapports de Recherche 2018**

---

### **18-2. Faciliter la mobilité quotidienne des jeunes éloignés de l'emploi: une évaluation expérimentale**

Denis Anne, Julie Le Gallo, Yannick L'Horty

### **18-1. Les territoires ultramarins face à la transition énergétique: les apports d'un MEGC pour La Réunion**

Sabine Garabedian, Olivia Ricci

## **TEPP Rapports de Recherche 2017**

---

### **17-12. Le travail à temps partiel en France: Une étude des évolutions récentes basée sur les flux**

Idriss Fontaine, Etienne Lalé, Alexis Parmentier

### **17-11. Les discriminations dans l'accès au logement en France: Un testing de couverture nationale**

Julie Le Gallo, Yannick L'Horty, Loïc du Parquet, Pascale Petit

### **17-10. Vous ne dormirez pas chez moi! Tester la discrimination dans l'hébergement touristique**

Mathieu Bunel, Yannick L'Horty, Souleymane Mbaye, Loïc du Parquet, Pascale Petit

### **17-09. Reprendre une entreprise : Une alternative pour contourner les discriminations sur le marché du travail**

Souleymane Mbaye

### **17-08. Discriminations dans l'accès à la banque et à l'assurance : Les enseignements de trois testings**

Yannick L'Horty, Mathieu Bunel, Souleymane Mbaye, Pascale Petit, Loïc Du Parquet

### **17-07. Discriminations dans l'accès à un moyen de transport individuel : Un testing sur le marché des voitures d'occasion**

Souleymane Mbaye, Mathieu Bunel, Yannick L'Horty, Pascale Petit, Loïc Du Parquet

### **17-06. Peut-on parler de discriminations dans l'accès à la formation professionnelle ? Une réponse par testing**

Loïc Du Parquet, Mathieu Bunel, Yannick L'Horty, Souleymane Mbaye, Pascale Petit

### **17-05. Evaluer une action intensive pour l'insertion des jeunes: le cas du Service Militaire Volontaire**

Dennis Anne, Sylvain Chareyron, Yannick L'Horty

### **17-04. Les effets du CICE sur l'emploi, les salaires et l'activité des entreprises: une nouvelle évaluation ex post pour la période 2013-2015**

Fabrice Gilles, Yannick L'Horty, Ferhat Mihoubi, Xi Yang

### **17-03. La faiblesse du taux d'emploi des séniors: Quels déterminants?**

Laetitia Challe

### **17-02. Les effets du CICE sur l'emploi, les salaires et la R&D: une évaluation ex post: Résultats complémentaires**

Fabrice Gilles, Mathieu Bunel, Yannick L'Horty, Ferhat Mihoubi, Xi Yang

### **17-01. Les discriminations dans l'accès au logement à Paris: Une expérience contrôlée**

Mathieu Bunel, Yannick L'Horty, Loïc Du Parquet, Pascale Petit

---

## **TEPP Rapports de Recherche 2016**

---

### **16-10. Attractivité résidentielle et croissance locale de l'emploi dans les zones d'emploi métropolitaines**

Emilie Arnoult

### **16-9. Les effets du CICE sur l'emploi, les salaires et la R&D: une évaluation ex post**

Fabrice Gilles, Mathieu Bunel, Yannick L'Horty, Ferhat Mihoubi, Xi Yang

### **16-8. Discriminations ethniques dans l'accès au logement: une expérimentation en Nouvelle-Calédonie**

Mathieu Bunel, Samuel Gorohouna, Yannick L'Horty, Pascale Petit, Catherine Ris

### **16-7. Les Discriminations à l'Embauche dans la Sphère Publique: Effets Respectifs de l'Adresse et De l'Origine**

Mathieu Bunel, Yannick L'Horty, Pascale Petit

### **16-6. Inégalités et discriminations dans l'accès à la fonction publique d'Etat : une évaluation par l'analyse des fichiers administratifs de concours**

Nathalie Greenan, Joseph Lafranchi, Yannick L'Horty, Mathieu Narcy, Guillaume Pierné

### **16-5. Le conformisme des recruteurs: une expérience contrôlée**

Florent Fremigacci, Rémi Le Gall, Yannick L'Horty, Pascale Petit

### **16-4. Sélectionner des territoires de contrôle pour évaluer une politique localisée : le cas des territoires de soin numériques**

Sophie Buffeteau, Yannick L'Horty

### **16-3. Discrimination à l'embauche à l'encontre des femmes dans le secteur du bâtiment : les résultats d'un testing en Ile-De-France**

Emmanuel Duguet, Souleymane Mbaye, Loïc Du Parquet et Pascale Petit

### **16-2. Accès à l'emploi selon l'âge et le genre: Les résultats d'une expérience contrôlée**

Laetitia Challe, Florent Fremigacci, François Langot, Yannick L'Horty, Loïc Du Parquet et Pascale Petit

### **16-1. Faut-il encourager les étudiants à améliorer leur orthographe?**

Estelle Bellity, Fabrice Gilles, Yannick L'Horty, Laurent Sarfati

---

## **TEPP Rapports de Recherche 2015**

---

### **15-5. A la recherche des incitations perdues : pour une fusion de la prime d'activité, de la CSG, des cotisations sociales et de l'impôt sur le revenu**

Etienne Lehmann

### **15-4. Crise économique, durée du chômage et accès local à l'emploi : Eléments d'analyse et pistes d'actions de politique publique locale**

Mathieu Bunel, Elisabeth Tovar

### **15-3. L'adresse contribue-t-elle à expliquer les écarts de salaires ? Le cas de jeunes sortant du système scolaire**

Emilia Ene Jones, Florent Sari

### **15-2. Analyse spatiale de l'espace urbain : le cas de l'agglomération lyonnaise**

Emilie Arnoult, Florent Sari

### **15-1. Les effets de la crise sur les disparités locales de sorties du chômage : une première exploration en Rhône-Alpes**

Yannick L'Horty, Emmanuel Duguet, Florent Sari

---

## **TEPP Rapports de Recherche 2014**

---

### **14-6. Dépréciation du capital humain et formation continue au cours du cycle de vie : quelle dynamique des externalités sociales ?**

Arnaud Chéron, Anthony Terriau

### **14-5. La persistance du chômage ultra-marin**

Yannick L'Horty

### **14-4. Grèves et productivité du travail : Application au cas français**

Jérémy Tanguy

### **14-3. Le non-recours au RSA "socle seul": L'hypothèse du patrimoine**

Sylvain Chareyron

### **14-2. Une évaluation de l'impact de l'aménagement des conditions de travail sur la reprise du travail après un cancer**

Emmanuel Duguet, Christine Le Clainche

### **14-1. Renforcer la progressivité des prélèvements sociaux**

Yannick L'Horty, Etienne Lehmann

---

## La Fédération TEPP

---

La fédération de recherche « Travail, Emploi et Politiques publiques » (FR 3435 CNRS) rassemble des équipes de recherche en Economie, Sociologie et Gestion :

- **L'Equipe de Recherche sur l'Utilisation des Données Individuelles en lien avec la Théorie Economique**, « ERUDITE », équipe d'accueil n°437 rattachée aux Universités Paris-Est Créteil et l'UPEMLV ;
- Le **Centre de Recherches en Economie et en Management**, « CREM », unité mixte de recherche n°6211 rattachée au CNRS, à l'Université de Rennes 1 et à l'Université de Caen Basse-Normandie ;
- Le **Centre Pierre Naville**, « CPN », équipe d'accueil n°2543 rattachée à l'Université d'Evry Val d'Essonne ;
- Le **Centre de Recherche en Economie et Droit**, « CRED », équipe d'accueil n°7321, rattachée à l'Université Panthéon-Assas ;
- Le **Centre d'Etude des Politiques Economiques**, « EPEE », équipe d'accueil n°2177 rattachée à l'Université d'Evry Val d'Essonne ;
- Le **Groupe d'Analyse des Itinéraires et des Niveaux Salariaux**, « GAINS », équipe d'accueil n°2167 rattachée à l'Université du Maine ;
- Le **Groupe de Recherche Angevin en Économie et Management**, « GRANEM », unité mixte de recherche UMR UMR-MA n°49 rattachée à l'Université d'Angers ;
- Le **Laboratoire d'Economie et de Management Nantes-Atlantique**, « LEMNA », équipe d'accueil n°4272, rattachée à l'Université de Nantes ;
- Le **Laboratoire interdisciplinaire d'étude du politique Hannah Arendt** – Paris Est, « LIPHA-PE », équipe d'accueil n°7373 rattachée à l'UPEM. »
- Le **Centre d'Economie et de Management de l'Océan Indien**, « CEMOI », équipe d'accueil n°EA13, rattachée à l'Université de la Réunion

La Fédération TEPP rassemble 200 chercheurs et enseignants-chercheurs, 140 doctorants et 40 chercheurs associés, qui étudient les mutations du travail et de l'emploi en relation avec les choix des entreprises et analysent les politiques publiques en mobilisant les nouvelles méthodes d'évaluation.