



HAL
open science

Évolution de la référence à la réalité dans les manuels suisses romands au cours du 20ème siècle

François Conne

► To cite this version:

François Conne. Évolution de la référence à la réalité dans les manuels suisses romands au cours du 20ème siècle. J.-L. Dorier & Al. (éds),. Actes de la XI-ème école d'été de didactique des mathématiques, Corps, aout 2001. In Cd-rom J.-L. Dorier & Al. (éds), La Pensée Sauvage, La Pensée Sauvage, 2002, Recherches en Didactique des Mathématiques. <halshs-01941965>

HAL Id: halshs-01941965

<https://shs.hal.science/halshs-01941965v1>

Submitted on 12 Dec 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire HAL, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



HAL Authorization

Evolution de la référence à la *réalité* dans les manuels suisses romands au cours du XXème siècle.

Introduction

En Suisse romande, les manuels de mathématiques sont édités par les états cantonaux. Jusqu'ici, ils ont connu une grande durée de vie, 4 à 5 générations de manuels sur un siècle. Ces deux circonstances sont très favorables pour une étude de la transposition didactique, et en particulier pour connaître l'évolution des représentations officielles de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Dans ce séminaire, j'examinerai un aspect de cette question. Je tiens le raisonnement suivant. Les auteurs des manuels proposent d'enseigner les mathématiques en faisant faire certaines *expériences* aux élèves, au cours desquelles ces derniers sont mis en *interaction cognitive* avec certaines *réalités*. J'examinerai trois générations de manuels utilisés dans le canton de Genève en 1922, 1972 et 1996. Pour chacune des époques considérées, je chercherai à décrire quels types d'expériences on prévoit de faire faire aux élèves et avec quelles *réalités* on les met aux prises. Ces analyses me permettront de fournir une image assez claire de l'évolution de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire en Suisse romande.

1. Précisions sur les manuels scolaires en suisse romande

J'ai choisi d'examiner 3 générations de manuels pour l'école primaire. Les plus anciens sont deux manuels de méthodologie de l'enseignement des mathématiques, l'un pour l'arithmétique, l'autre pour la géométrie, écrits par le même auteur : Louis Groscurin dont les premières éditions sont respectivement 1922 et 1926. Ce furent des manuels officiels de l'enseignement primaire au canton de Genève jusque à la fin des années 50 et au début des années 60.

Faute de documents complets, je n'ai pas analysé les manuels de la génération allant du début des années 60 jusque en 1972. Il s'agit encore de manuels officiels pour le canton de Genève, mais ils présentent deux différences notables avec les manuels de Groscurin, à savoir que ce sont des ouvrages collectifs, commandés par l'état, et que chaque degré de la scolarité primaire a son propre manuel.

Le second ensemble de manuels que j'ai examiné est la génération de manuels en vigueur depuis 1972-1977 jusque en 1996-2002. Si j'indique des fourchettes d'années pour l'introduction et le retrait de ces manuels, c'est qu'ils se sont produits de manière échelonnée, en suivant une cohorte d'élèves. La première cohorte d'élèves qui a utilisé ces manuels est entrée en 1P en 1972, et la dernière a terminé sa 6P en 2002. Ainsi les premiers manuels de cette génération ont été introduits en 1972 pour la première année primaire (1P) et ainsi de suite jusque en 1977 pour la 6P. On voit que ces manuels ont connu une très grande longévité. J'ai pu suivre tout au long de ma carrière de chercheur l'évolution de cette génération de manuels, en particulier leur réédition revue et corrigée qui a eu lieu entre les années 1979 et 1985. Je reviendrai sur cet élément qui fut de première importance. Comme pour les manuels des années 60 du canton de Genève, c'est un collectif d'auteurs qui a été chargé de leur rédaction. Par contre, il y a deux nouveautés majeures. Tout d'abord ce sont les manuels officiels pour toute la Suisse romande et plus seulement pour le canton de Genève. Ils ont été rédigés par des auteurs de toute la Suisse romande. Et cela même si les plans d'études sont restés affaire cantonale. Enfin ce sont des manuels réformés, je veux dire par là dans la mouvance des mathématiques modernes, et on y sent très fortement l'influence d'auteurs comme Z. Dienes au Québec et N. Picard en France.

La réédition de 1979-1985 a donné lieu à une autre innovation puisqu'elle s'est appuyée sur une vaste enquête d'évaluation confiée à l'Institut de Recherche et de Documentation Pédagogique, institut suisse romand, installé à Neuchâtel. Par ailleurs, les

débats autour de ces rééditions ont été vifs ce qui aura occasionné une rupture lorsqu'il s'est agi de rééditer les manuels de niveau 5P et 6P. Leur réédition a en effet marqué une rupture assez radicale avec le *moule mathématiques modernes* qui avait pu jusque là se maintenir. Le nouveau moule (cf Conne 1989, et Conne & Brun 1990) adopté faisait bien plus référence aux courants innovateurs de la « résolution de problèmes » et en particulier à ce qui inspirait à la même époque les équipes INRP en France autour des ouvrages ERMEL. Cette rupture était à prévoir surtout si on sait que pour certains cantons romands, les années 5P et 6P étaient des années de l'école primaire, où on enseigne à des classes hétérogènes alors que pour d'autres cantons c'étaient des années secondaires où les élèves avaient déjà été triés dans différentes filières. Ce n'est que depuis le début des années 90 que l'on connaît en Suisse romande un début d'harmonisation des différents systèmes scolaires cantonaux. Le début des années 85 marquait la tension qui résultait de ces disparités. Mais elle marquait aussi l'abandon officiellement entériné des mathématiques modernes.

La troisième génération de manuels est toute récente, 1996, elle a d'abord touché les 4 premiers degrés de l'école primaire. Là, il y a eu une refonte totale, ainsi qu'un nouveau concept de rédaction de moyens d'enseignement. Il n'y a plus un seul texte de méthodologie, mais plusieurs, rédigées par des équipes au statut différents. Ainsi, l'idée de notes méthodologiques communes pour les enseignants de 1P à 4P, qui avait été le point de vue explicitement annoncé par Groscurin dans la préface de son ouvrage de 1922, a été repris. Mais parallèlement, et pour chaque degré, on a rédigé des méthodologies comme on l'avait fait pour la génération précédente de manuels. Le concept de ces nouveaux moyens d'enseignement pour les degrés 1P à 4P a été très inspiré par les manuels ERMEL, et on peut dire qu'il y a eu un effort notable pour harmoniser les manuels 1P à 4P avec les manuels 5P et 6P des années 85. On ne parle plus de mathématiques modernes, et le terme de compétences est devenu à la mode (Conne & Brun, 1999).

En ce qui concerne les manuels de 5P et 6P, ils ont connu ce que certains ont appelé un *lifiting* afin de bien correspondre aux nouveaux moyens d'enseignement. On peut dire que ce sont les manuels 5P et 6P de 84/85 qui ont servi de modèle à la réforme actuelle. On peut d'autant plus le dire qu'actuellement se passe un événement notable en Suisse romande.

C'est à la faveur du grand mouvement de réforme des mathématiques modernes que certains pédagogues éclairés ont réussi une première dans le monde de l'enseignement, à savoir l'adoption par chacun des cantons suisses romands d'une méthodologie commune pour l'enseignement des mathématiques dans les degrés primaires (en gros de 1P à 6P, avec quelques bémols en ce qui concernait les années 5P et 6P). Le terrain de l'enseignement des mathématiques fut pionnier en la matière. L'harmonisation des programmes de français n'auront de loin pas connu un même succès et on peut parler à son propos de semi-échec. De tels efforts n'ont pas encore été vraiment entrepris pour l'enseignement des autres disciplines. L'harmonisation des programmes scolaires au niveau de la Suisse romande, engagée en grande pompe au début des années 70, n'est toujours pas réalisée 30 ans plus tard.

Quoi qu'il en soit, l'harmonisation des méthodologies d'enseignement ne concernait que l'école primaire. Il faut attendre l'an 2000, à la faveur du renouvellement en cours des moyens d'enseignement des mathématiques pour les classes primaires pour que la décision de poursuivre cette harmonisation jusque dans tous les degrés de l'école secondaire soit officiellement annoncée. Là encore il échoit à la noosphère de l'enseignement des mathématiques de reprendre le flambeau.. La décision est donc toute fraîche et les manuels sont en passe d'être rédigés, toujours des manuels officiels, toujours rédigés par des équipes d'auteurs. Le concept pour cette innovation marquante est encore et à nouveau le modèle des manuels de 5P et 6P, version 84/85 retouchées 2000-2001. On voit combien la « rupture » du début des années 80 aura été importante dans le monde de l'enseignement des mathématiques en Suisse romande. On voit aussi combien les choses sont compliquées en Suisse, cause ou effet de notre lenteur légendaire, les deux à la fois sans doute.

2. Réalité et situations.

Deux préoccupations épistémologiques président à mon étude. La première est une préoccupation classique qui a toujours interpellé les épistémologues des mathématiques, je veux dire le problème de la réalité. Je ne vais pas à mon tour entrer dans le débats des philosophes, ce serait prétentieux de ma part. Ici, je tiens simplement à mettre un accent. Si la réalité nous apparaît multiple, non seulement plurielle, mais diverse et variée, il semble que **de leur côté** les mathématiques y apportent un peu d'ordre, elles qui excellent à découvrir comment on retrouve dans cette multiplicité les mêmes choses autrement. Cette idée ainsi que l'idée mathématique de *clôture* sont très chères à Poincaré. Les algorithmes sont des moyens de calculer indifféremment sur toute une variété (formellement identifiée) de données. Je rajouterai même que lorsqu'on a trouvé, en tel ou tel domaine, un *modèle universel* (ou canonique), lorsqu'on a débusqué les *isomorphismes*, on peut retrouver la multiplicité du réel sous la forme d'une modulation de modélisations / réalisations / simulations variées. Il y a donc un double mouvement de schématisation et de modélisation, d'unification et de diversification qui me paraît essentiel. (Pour une plus ample présentation et discussion de cette idée je vous renvoie à la conclusion de ce texte, mais aussi à deux articles, Conne 1994, Conne & Lemoyne 1999). Mais, avant de vous dire où je veux en venir avec cette remarque, je dois parler de ma seconde préoccupation épistémologique, à propos de l'épistémologie de la didactique cette fois, à savoir un questionnement sur le terme de *situation*.

Nous savons tous que ce terme désigne l'objet d'une théorie, la *théorie des situations didactiques* (tsd), mais si on examine l'usage qu'en font d'autres didacticiens (je pense à l'usage de ce terme dans la *théorie des champs conceptuels* - tcc), ou d'autres psychologues (je pense au *situated learning*), ou si on considère encore les documents qui se réfèrent à la didactique des mathématiques (comme par exemple les manuels scolaires actuellement en vigueur en Suisse romande) on ne trouve pas tant un objet de théorie, ni même un concept, mais seulement une idée commune. Ces diverses approches théoriques se rejoignent sur deux points. Le premier est de ne pas considérer la réalité globalement mais découpée, confinée dans un cadre particulier. Le projet d'enseignement assigne une place à la réalité. Le second point de convergence est qu'il faut considérer les rapports entre réalité et sujets (élèves, enseignants, etc.) comme une interaction.

Pour la tcc par exemple, la réalité est rencontrée en situation, et la didactique ne doit pas seulement choisir les situations les plus adéquates pour ses projets, mais encore veiller à tenir compte des situations les plus courantes où les sujets rencontreront les savoirs qu'on veut leur enseigner. Ici, situation veut dire segment de réalité, réalité en contextes culturels et sociaux. La tcc insiste pour dire que si Piaget parlait d'interaction sujet-objet, elle proposerait quant à elle de parler d'interaction sujet-situation, la situation est donc un segment de cette réalité externe au sujet. On a découpé la réalité en situations parce qu'on ne peut pas tout faire en même temps. Parce que les situations offrent des profils forts variés de combinaisons conceptuelles. On a éventuellement établi un réseau de situations à faire parcourir lors de l'enseignement.

Les tenants du *situated learning* se font une idée assez proche de celle que je viens d'exposer. Toujours dans ce même ordre d'idées d'autres parlent de *micro-mondes*.

Pour les manuels suisses romands actuellement en vigueur, s'ils réfèrent assez superficiellement à cette idée de situation, ils pensent trouver dans ce qu'ils appellent les *situations-problèmes*, un modèle de ces situations adéquates pour l'enseignement des mathématiques. En fait ils procèdent à contre sens car ils partent du préjugé voulant que les situations adéquates pour l'enseignement soient les problèmes. Dès lors au lieu de chercher quelle situations sont adéquates pour l'enseignement, ils inversent le propos et cherchent à travestir les problèmes en situations. Le terme situation devient un qualificatif, désignant une sorte de problème alors que si on s'en tient à la signification des termes, c'est au contraire les problèmes qui sont une sorte très spéciale de situations, que l'on ne rencontre quasiment qu'en contexte d'apprentissage, de recherche ou d'expertise. Le terme situation leur sert à naturaliser le terme de problème. Pour la description détaillée d'un exemple, je renvoie le lecteur à un article récent (Conne 2000).

Dans la tsd, c'est encore autre chose. La situation est un objet qui contient les

interactions du sujet avec la réalité ; ou, plus précisément, la réalité sur laquelle il y aura interaction prend place dans la situation, **les interactions elles-mêmes sont situées**. Cette place est désignée par le terme de milieu. La tsd fait un pas de plus que les autres approches, elle n'en reste pas à l'idée de situation mais en propose une objectivation, et cela fait que la situation devient un modèle. Alors le milieu est, dans le modèle, la place assignée à la réalité, c'est lui qui la représente. La réalité n'est plus seulement découpée en segments, mais encore son représentant, le milieu, est structurée en niveaux que caractérisent les types d'interactions qu'il faut distinguer selon les statuts des sujets et des objets qui interagissent dans la situation. De plus, les situations sont différemment structurées selon que l'on a une situation d'action, de formulation ou de validation.

Ce qui distingue donc les approches, et en particulier celle de la tcc de celle de la tsd, c'est de savoir quelle place assigner à la réalité, pour la première la réalité est la situation, ou plutôt la situation est un découpage dans la réalité. On y affirme qu'il ne faut parler *d'interaction sujet-situation*, la situation est en dehors du sujet. Pour la seconde la réalité n'est qu'un des sous systèmes de la situation, et la situation inclut les interactions que ses différents sous-systèmes entretiennent entre eux.

On rejoint alors la question de la réalité mathématique. Comme nous l'avons vu, la tsd cherche à dépasser l'idée de situation pour en faire un objet qu'elle puisse modéliser mathématiquement. Ce faisant, elle en vient tout naturellement à rechercher des situations fondamentales, petits modèles universels régissant une variété de réalisations didactiques. C'est une toute autre ambition que celle des approches plus classiques qui se contentent de dire : « Pour enseigner, il faut choisir dans la diversité des situations réelles, la didactique est la discipline qui permet d'optimiser ce choix ».

Derrière ces positions théoriques se profile un débat épistémologique, ontologique qui n'est rien moins que de savoir si il est pertinent et légitime, de faire des situations l'objet de toute une théorie. La fécondité de la tsd ne laisse aucun doute sur sa valeur, tout au moins comme heuristique. On ne peut pas nier la pertinence et l'intérêt de la démarche qui préside à la tsd, il faut compter avec son existence. Cela ne veut pas dire pour autant que tous les chercheurs doivent y inscrire leurs études. Pour moi, vous l'aurez compris, l'étude des situations est essentielle pour la didactique, je ne saurais donc me suffire d'un mot ni d'une idée. Je reviendrai là-dessus dans ma conclusion.

Ici, mon projet n'est pas d'entrer dans une discussion épistémologique, ni même d'en rester à une étude des différentes théories en didactique des mathématiques, mais d'examiner des manuels scolaires, donc des produits qui se trouvent à un autre rayon du bazar didactique. Le détour que j'ai fait a pour but de vous exposer le regard que je porte sur les manuels. Non pas parce que je me dis que les manuels vont essayer d'appliquer ce que leurs auteurs auront retenu des propositions des chercheurs et des théoriciens, mais parce que je vois dans le travail théorique d'une part et dans ces productions d'autre part ce qui correspond à ce double mouvement de schématisation et de modélisation que j'ai évoqué plus haut au sujet des mathématiques. Je fais référence ici à un schéma proposé par Petitot & Descaves (Descaves 92) illustrant une boucle épistémologique partant du divers empirique, remontant (par catégorisation) aux concepts, puis passant (par schématisation) aux mathématiques et redescendant (par modélisation) vers l'univers empirique. J'ai soutenu ailleurs (Conne & Lemoyne 1999), que la didactique nous faisait parcourir une seconde fois cette boucle. C'est cela qui rend si difficile l'analyse des pratiques d'enseignement, qui à la fois sont fortement empreintes des idées des épistémologues et théoriciens de leur temps, les comprennent mal et en altèrent complètement le sens (transposition didactique), et sont soumises à des processus tout à fait analogues que ceux décrits par les épistémologues à partir d'exemples idéaux comme celui des mathématiques et de leur évolution en tant que connaissance rationnelle du monde. C'est ainsi que les théories mathématiques, épistémologiques, didactiques, linguistiques, etc. viennent s'inscrire dans la réalité didactique. Je ne suis bien entendu pas capable de partir d'un modèle, même très simplifié de cela, et en suis réduit à chercher quelques fenêtres.

Dans ce texte, je me propose donc de regarder les choses sous l'angle suivant. Plutôt que de nous demander *quelle place assigner à la réalité*, demandons-nous *si c'est toujours*

la même réalité que l'on assigne à cette place. Poser la question en ces termes c'est aller au delà du simple constat de la multiplicité de la réalité pour examiner en qui réside cette multiplicité on se rend alors compte que non seulement la réalité est plurielle, mais qu'elle est diverse, variée, et si vous me permettez cette expression que j'emploie faute de mieux, artificiellement modulée (par des simulations). Pour bien comprendre la suite de mon propos, je vous demande de considérer le substantif *multiplicité* et l'adjectif *multiple* comme termes génériques des autres.

3. Qu'est-ce qui est représenté dans les manuels et comment ?

Pour beaucoup d'enseignants à qui les manuels sont adressés, ces derniers sont sinon comme des livres de cuisine, du moins comme des ouvrages pratiques de diététique, livrant certes quelques principes de cuisson, mais offrant surtout des recettes d'activités garanties saines et délicieuses. Ce n'est pas ainsi que pour ma part je les étudie. Si je poursuivais les comparaisons, je les considérerais comme de petits traités dont la fonction est de représenter certaines pratiques d'enseignement, et je rajouterai comme nuance que cette représentation est tout autant une représentation que l'institution se donne, qu'une représentation, voire une image, qu'elle entend promouvoir. Précisons encore. Dans cet ordre d'idée, il y a deux questions à se poser : Qu'est-ce qui est représenté ? Sous quelle forme cette chose est-elle représentée ? Je n'examine pas ces questions de manière exhaustive, je ne regarde que certains aspects. Ici, la représentation qui m'intéresse dans les manuels est une représentation (forcément partielle) des pratiques d'enseignement ; les formes de ces représentations que je retiens sont celles de discours théoriques et doctrinaux auxquels se réfèrent les auteurs, ces références ne sont pas nécessairement externes aux auteurs, elle peuvent aussi être faites à des théories et/ou doctrines plus ou moins explicites que les auteurs se seraient forgés pour eux-mêmes. J'exprimerai ce double aspect en disant que **les manuels rendent compte de certaines pratiques en se faisant écho de l'évolution de la pensée didactique**. Du point de vue de l'analyse des manuels, ce fait a une importance, surtout lorsque l'on les examine d'un point de vue historique. .

Il est bien évident que les manuels ne peuvent pas livrer une représentation complète (exhaustive) de ce qui se fait dans les classes. Car l'univers de ces pratiques a sa vie propre et n'est que temporairement en phase avec ces représentations. C'est là une de leur façon de vieillir. Les manuels connaissent leur époque de gloire, leur jeunesse, lorsque la représentation qu'ils offrent n'est sans doute pas fidèle car l'aspect promotionnel les caractérise fortement. La représentation livrée est toujours une représentation critique de ce qui se pratique au moment de sa parution. Le manuel se fixe un programme d'innovation. A l'autre bout de leur existence, plus personne ne se reconnaît dans la représentation que donnent les manuels, ils deviennent obsolètes et ont perdu toute vigueur promotionnelle. La représentation, de critique qu'elle était dans sa jeunesse, est devenue, , maintenant qu'elle a vieilli, elle-même objet de critiques. On lui reproche surtout le fait d'y avoir cru. Mais cela va plus loin. Non seulement les pratiques représentées ne sont plus aussi valorisées, mais encore, on ne reconnaît plus la pertinence des formes sous lesquelles le manuel cherchait à les représenter. L'écho s'est perdu. Par exemple on ne reconnaît plus la réalité à laquelle un vieux manuel faisait référence, si Grogurin définit le mètre comme on le faisant à son époque, en se référant à la circonférence de la Terre et à l'étalon déposé à Sèvres, ces références ont totalement disparu des manuels des années 70 et 96 (cela s'explique puisque le mètre n'est plus défini en référence à l'étalon de Sèvres, seulement voilà, qui sait comment on définit actuellement le mètre ? Qui sait même que la définition a changé ?). Et la plupart des enseignants n'ont plus qu'une très vague idée de ces choses, quant ils ne les ignorent pas carrément.

Mais il y a autre chose encore, les représentations que nous livrent les manuels sont quelques une des représentations sociales qui prévalent dans nos cultures. Ici on retrouve le caractère multiple de la réalité, et les diverses nuances que j'ai introduites sans les définir encore, pluralité, diversité, variété et modulations. Comme je l'ai déjà expliqué, si la réalité est multiple alors il faudra faire un choix pour déterminer les quelles se prêtent le mieux à

l'entreprise d'enseigner les mathématiques à tels ou tels élèves (ou étudiants). Comment diriger ce choix ? C'est ici que, pour prendre un exemple particulièrement évident, se fait entendre ce que j'appellerais le *concert du sens*, repris en chœur par les pédagogues, didacticiens, enseignants, parents, et autres. On part de l'idée, voire même du préjugé, qu'il serait des réalités qui, selon les individus, auraient plus de sens que d'autres ! La notion de réalité qui est vue sous l'angle d'une multiplicité pensée s'est donc relativisée. Il m'arrive moi-même de faire usage d'expressions du type : « quelque chose *fait* ou ne fait pas *réalité* pour tel ou tel élève ». Ou encore de considérer que je puis voir si quelque chose *fait réalité* pour un élève lorsque je le vois aux prises à un milieu qui ne lui répond pas comme il l'avait escompté. Il est assez délicat de savoir si ces façons de parler ne sont en définitive que des abus de langage ou si, au contraire, ils expriment quelque chose de plus profond. J'espère que c'est le cas bien sûr, mais je me fais surtout écho de mon temps, certaines représentations sociales parlent avec ma voix. Passons.

Mais le sens n'est qu'une indication de choix, une autre est plus subtile et porte sur l'idée de développement. D'un point de vue dit interactif (et constructiviste), la multiplicité de la réalité se révélerait petit à petit aux sujets, sous l'influence de la diversité des expériences mais aussi du développement des connaissances elles-mêmes, ou encore sous l'effet de l'élargissement des compétences, terme qui semble avoir supplanté dans les représentations sociales actuelles celui d'adaptation (adaptation par assimilation /accommodation) qui faisait flores dans les années 70-80.

Dès lors, si la réalité est multiple, organiser un enseignement des mathématiques ne consistera plus seulement à opérer des découpages dans la matière, ni même à en chercher un ordonnancement favorable, mais encore à choisir dans la diversité des réalités, celles qui seront les plus parlantes, feront sens pour les élèves, celles qui seront les plus propices au développement de leurs connaissances et à l'acquisition des savoirs qu'on se propose de leur enseigner.

On peut étudier ce caractère de représentation de diverses manières. Quant à moi, je me propose d'y entrer en questionnant le terme de *situation*, qui est devenu au fil des ans un terme de représentation, justement, tout comme l'est le terme de *problème* d'ailleurs. C'est là que je rencontre forcément la question de la *réalité*. J'insisterai jamais assez pour dire que cette démarche ne va pas me livrer une connaissance entière et définitive des pratiques d'enseignement, ni de leur évolution. Le travail entrepris est un travail d'esquisse, et je ne pense pas pouvoir jamais dresser le portrait de ces pratiques. Il faut une collectivité de chercheur pour en arriver là.

4. Premières comparaisons des manuels.

Je propose d'entrer dans la problématique de l'analyse de manuels par cette question qui est maintenant bien formulée : *Quelles sont les réalités mises en place dans l'enseignement des mathématiques ?* Et c'est en effet ce à quoi j'invite mes étudiants. Par contre, mes propres études de manuels remontent à 1976, et je dois exposer pourquoi je trouve important maintenant d'examiner les choses sous cet angle. Vous aurez remarqué que j'ai cadré ma question dans celle de la multiplicité de la réalité, mais aussi dans celle des clôtures de cette multiplicité que nous offrent localement les mathématiques dans leur travail d'abstraction et de généralisation. Ce n'est donc pas avec un regard naïf que j'examine la question posée.

4.1 Diagrammes logiques dans les manuels des années 70 ou l'expérience comme révélation.

Mon intention est en effet d'éprouver le cadre esquissé au paragraphe 2. Pour bien expliquer cela, remontons à ma thèse (Conne 81) pour laquelle j'avais procédé à un examen très minutieux des manuels de méthodologie 1P et 2P de Suisse romande, dans leurs éditions de 1972-73 et 1979-80. (Ce n'était pas ma première étude de manuels, j'avais déjà examiné le chapitre division dans le manuel de 4P édité en 1962 par le canton de Genève

(Conne 76.)

Dans cette étude de l'enseignement effectif des mathématiques à l'école primaire, je me suis arrêté longuement sur la question des diagrammes logiques (Venn, Carroll et arbres de classement) du chapitre intitulé : *Ensembles et relations*. Ce choix est dû au fait que c'était là un des emblèmes de ce nouveau programme, que l'enseignante de la classe que je visitais avait beaucoup investi ce thème et que nous avions là un magnifique exemple de ce que produit les processus de transposition didactique.

Profitant d'un texte fort éclairant que L. Carroll lui-même avait écrit sur le sujet (Carroll, 1966), j'avais bien saisi le chemin parcouru depuis les fameux schémas que L. Euler propose dans ses *Lettres à une princesse d'Allemagne* - petits schémas supports à une heuristique dans la résolution de syllogismes classiques - jusqu'à la proposition d'un diagramme universel et d'un algorithme pour résoudre les syllogismes, par John Venn puis, sous une forme améliorée par Carroll. Ces deux auteurs avaient relu Euler à la lumière de l'enseignement de G. Boole. J'avais trouvé un écho à mes analyses dans un excellent livre de M. Gardner (Gardner, 64). Le diagramme de Venn / Carroll est un diagramme universel. Cette propriété permet de fournir un algorithme de calcul de syllogismes, consistant à remplir le diagramme en suivant des règles strictes de marquage. Tous les cas de figures (on ne peut dire mieux) répertoriés par Euler se retrouvent alors en tant que produits d'une variation. Ce qui m'a retenu c'est qu'on était passé dans l'étude de la multiplicité des syllogismes d'une pluralité de figures - établies selon une convention de dessin - à une variété de marquages d'un diagramme universel. Et cela est fort joliment expliqué par L. Carroll.

Mais dans les années 70-80, dans les manuels et en classes primaires, les diagrammes logiques n'étaient pas le moins du monde enseignés pour du calcul de syllogisme, et encore moins comme un algorithme de calcul logique. Les diagrammes n'étaient que des esquisses pour illustrer des classes logiques et certaines de leurs relations. Ces illustrations n'allaient même pas jusqu'à rendre compte des cas de figure de L. Euler. Ce qui chez Euler/Venn/Carroll étaient règles de marquage, n'étaient plus que règles de dessin.

Le processus de transposition ne s'était pas fait en une fois, mais il fallait remonter assez loin pour en retrouver le fil. En particulier comprendre comment avait bien pu s'opérer l'hybridation entre *calculs de syllogismes* et *théorie des ensembles*. Pour cela, il fallait avoir quelques connaissances sur ce qui s'était passé en mathématiques et logique à la fin du XIXème siècle et au début du XXème. Ces aspects historiques étaient totalement absents des manuels. Était-ce un implicite largement partagé ? Non bien sûr. Par exemple plus personne ne se souvenait du livre du pourtant très populaire M. Gardner. Tout cela était méconnu des enseignants, mais aussi des auteurs eux-mêmes. L. Euler était quasi oublié (ses figures apparurent sur les billets de 10 Fr suisse, mais seulement plus tard et ne furent pas vraiment remarquées par les usagers) et personne ne savait qui était au juste Venn ; quelques personnes gens savaient que Carroll était l'auteur de *Alice au Pays des Merveilles*. Tous étaient à mille lieues de savoir que les diagrammes de Venn concernaient le traitement des syllogismes et que cela pouvait être calculé avec un algorithme.

L'écart transpositif étant rappelé, il s'agissait dans mon étude de comprendre ce qu'on travaillait effectivement en classe et comment ce travail était représenté dans les manuels. l'élément le plus saillant était le rôle qu'on faisait jouer aux marquages symboliques. Reprenons. Pour les diagrammes logiques, les élèves disposent d'une représentation d'un diagramme (il y en a trois types : Venn, Carroll, i.e. tableau à double entrée, arbres de classement), qu'il s'agit de compléter en y plaçant les figures à classer. Les élèves ont à disposition devant eux des collections de telles figures, soit sous formes de cartes à placer, soit sous formes de gommettes à coller, soit sous forme de figures stylisées à recopier. Il y a une règle de placement qui doit être exhaustif, toutes les figures doivent être placées, et univoque, une figure n'a qu'une place, elle ne peut être à deux endroits à la fois. Ces règles vont quasiment de soi et sont référées à l'expérience des élèves, qui comme tous le monde ne jouissent pas le don d'ubiquité et qui par ailleurs ont droit comme tout le monde à avoir leur place. Ce sont les justifications ultimes de ces règles, effectivement signifiées, au besoin, dans les débuts de cet enseignement. Le résultat de ces placements fournit une

image d'un classement, peut être lu et interprété comme tel. On procède alors à des comparaisons des images d'un même classement selon que l'on a pris comme support le diagramme de Venn, de Carroll ou un arbre de classement.

On a donc proposé aux élèves un schéma de base, une règle basique. Puis les élèves agissent, selon une action qui laisse des traces. On dépose un objet, on colle une étiquette, on dessine. Il y a marquage du diagramme. Le produit est une variété de classements. C'est l'analogue aux des marques de surface de la linguistique de l'époque. Ce qui est important pour l'enseignement des maths de cette époque c'est ce qu'il y a derrière ces marques, la structure profonde, si on poursuit l'analogie, on disait aussi l'invariant. Ainsi donc l'action des élèves, marquée, parce qu'il faut bien une mémoire, aboutit à une variété d'images qui lorsqu'on les comparent révèlent un invariant, une structure profonde, celle de la logique ensembliste : les ensembles, l'opérateur complément, les opérations intersection et réunion. Selon ce que les auteurs des manuels ont compris de Piaget, cette structure profonde n'est pas tant la structure de la réalité, que celle de l'intelligence des enfants. Un livre de N. Picard expose cette didactique, son titre est éloquent : *Agir pour Abstraire* (Picard 76).

Il est intéressant de comparer ce processus à un calcul tel que le préconise Carroll. Il examine un syllogisme, il dresse son diagramme et selon les règles de marquage et les informations du syllogisme, il coche ou hachure certaines plages. Ce qui lui donne une image qu'il s'agit de retraduire en proposition logique. Ce sera la conclusion du syllogisme. Dans ce qu'il s'agit de faire en classe, on part d'une collection de figures à classer, on dispose d'un diagramme et on y place les figures. On a alors une figure non pas de la collection classée, elle n'importe pas, mais d'une relation ensembliste, une intersection etc. Ce n'est donc pas pour apprendre quelque chose des objets classés que l'on a fait cela mais pour apprendre quelque chose de ce que le diagramme représente, lorsqu'il est vide ! Il y a comme un court-circuit. La structure profonde inscrite dans le diagramme se révèle à l'usage, c'est elle qui est la réalité à connaître, pas la collection d'objets que l'on classe. La réalité visée n'est plus la réalité manifeste, c'est bien la réalité mathématique. Ainsi donc, les glissements transpositifs opérés en empruntant les diagrammes de Venn ou de Carroll ne sont pas tant une dérivation, on reconstruirait comme par dérivation les expériences de logique, qu'un court-circuit sur des formes prédéfinies. C'est en ce sens que cet enseignement est formel.

On a donc fait ce que Platon décrit déjà dans son fameux Menon. C'est un processus de révélation. La différence d'avec le Menon est le type de révélateur utilisé. Ainsi les images que l'on utilise pour faire cela ne sont pas quelconques mais choisies pour être parlantes aux enfants, elles ont une charge sémiotique forte, elles sont culturellement marquées. Il n'y donc a pas de maïeutique pure en ce sens que ce qui est produit ne sort pas comme par réminiscence de l'esprit du sujet mais se révèle, se déploie et se développe, au cours d'interactions complexes entre un procédé - diagramme + règles de placement -, des actions effectives du sujet - placements, mais aussi comparaisons - et des références sémiotiques (qui introduisent leur propres justifications logiques, pensez à ce que j'ai dit de la justification des règles de placement). (Pour en savoir plus, Conne 81 et 87).

Remarques :

1. Bien entendu, je dresse ici un schéma idéal et général. Et tout cohérents que soient les manuels ou les enseignants, on ne peut pas réduire toute leur pratique à cela. Il n'en reste pas moins que ce schéma est bien présent dans les méthodologies de l'époque, et il est central dans celles qui concernent les années 1P à 4P.

2. J'ai volontairement fait une analogie avec la linguistique à la mode à la même époque. Je l'ai fait pour qu'il soit bien clair que dans les manuels et plus encore dans les pratiques effectives s'opèrent toutes sortes de rapprochements, d'amalgames, d'hybridations. L'enseignement des mathématiques modernes est inscrit dans une époque où le structuralisme était très à la mode. Beaucoup d'encre aura coulé sur la question de savoir si les mathématiques étaient ou non un langage. Si les mathématiques étaient un langage, voire une langue, alors on pouvait s'inspirer des théories linguistiques pour les

enseigner. Ce qui change depuis les années 70, et les mathématiques modernes, c'est surtout que l'on pense avoir atteint ce qu'en paraphrasant certains linguistes, je désignerai ici la structure profonde. On l'a atteinte parce qu'on peut désormais en rendre compte, la décrire, en donner ce que nous dirions aujourd'hui un modèle. Les mathématiques sont le langage pour exprimer cette structure profonde. Les diagrammes logiques qu'on demande aux élèves de compléter en y dessinant à leur bonne place les éléments, ne sont que des marques de surface, mais ces marques produisent une image de structure profonde.

4.2 Actions, traces écrites et processus révélateurs dans l'enseignement des savoirs mathématiques dans les années 70.

J'ai poursuivi sur le même ordre d'idée pour d'autres aspects de l'enseignement élémentaire des mathématiques, comme par exemple ce qui touche aux connaissances et savoirs numériques. Je me contenterai ici de cette seule mention et renvoie le lecteur à quelques articles (Conne 88, Conne 89b, Conne 01). En particulier, j'ai analysé très en détails la suite d'activités proposées pour l'enseignement de l'algorithme de division écrite. Et on peut voir que à nouveau l'expérience est pensée selon cette idée que j'ai dite de révélation. Dans le cas de la division écrite, ce qui sera révélé à la fin du processus, par ailleurs très long, est le diagramme de l'algorithme de division et les règles du calcul. Il y a cependant une nuance de taille. Ici, on ne touche pas tant une structure profonde que l'on construit un instrument. Par contre l'importance des variations et des comparaisons qu'elles occasionnent est tout aussi centrale que dans le cas des diagrammes logiques. Tout au long de l'activité, elles ont pour fonction de réaliser diverses identifications ou synthèses. Le diagramme final et sa progression en biais sur la feuille de calcul est obtenu par une telle synthèse entre deux points de vues sur la division écrite : comme succession de soustractions d'une part et comme résultant d'échanges d'un reste partiel en un nombre d'unités inférieures d'autre part. Pour plus de détails, Conne 97, 01).

J'ai donc dégagé pour les manuels des années 70 cette idée directrice qui est de considérer l'expérience comme une révélation, les représentations symboliques, le figuratif comme dirait Piaget jouant le rôle de révélateur, au sens photographique, le sujet réagissant aux interactions avec le milieu comme la plaque sensible le ferait à l'exposition des rayons lumineux provenant de l'objet ou du paysage photographié. Ce qui est surprenant c'est qu'il est alors donné à l'appareil de photo de regarder la photo une fois tirée. En d'autres circonstances, je comparais cet enseignement à une pièce de théâtre dont les acteurs seraient eux-mêmes les spectateurs. Cette analogie m'ayant été suggérée par la formes des descriptions de leçons par les manuels. de véritables scénarios, voire texte de pièce de théâtre. Avec tout le sentiment d'artifice que l'on a à lire ce genre de littérature. La révélation est alors le dénouement de la pièce ou du film. L'avantage de cette dernière analogie étant que le temps défini dans ces pièces est un temps long. L'importance de ces deux images est la boucle opérée : le processus n'est pas seulement en vase clos, mais se développe de manière récursive. On retrouve en écho les stades (mais en pratique ce sont plutôt des paliers), le constructivisme. Les règles de placement (exhaustion et unicité) sont considérées comme acquises par les élèves de 1P (même si leur contrôle laisse souvent à désirer), et au bout de l'enseignement, la structure ensembliste : intersection, réunion, complémentaire le seront pour de nouvelles constructions. Le programme se dit cyclique et chaque année, on reprend en abrégé ce qu'on a fait l'année précédente, et **c'est une reprise formelle**. Ce qui fait que le fil du développement est toujours renoué, on travaille à long terme. Les élèves marquent la réalité de leurs actions et surtout de leurs traces écrites, et sous cette action se dessine et se révèlent les structures mathématiques fondamentales. Par exemple, on enseigne les « machines numériques et non numériques » pour révéler aux élèves, comme aux maîtres d'ailleurs, que derrière des réalités qui peuvent paraître à prime abord si disparates que sont les réalités numériques et géométriques se trouvent des structures extrêmement simples et profondes, *les groupes*. Là encore, c'est par des jeux réglés d'actions et de marquage des ces actions que se révèle, au cours de constats, de comparaisons, de mises en tableaux, les propriétés communes des machines : *associativité*,

commutativité, existence d'éléments neutres, existence ou construction d'inverses etc. Bien entendu le développement est forcé, on ne laisse pas libre cours aux actions et marquages des élèves, on les moule dès le départ dans des formes, la donnée des diagrammes en logique, la donnée de tableaux de code en numération, la forme fléchée des applications et de leur composition pour les machines etc. Toutes formes choisies à la fois parce qu'elles sont facilement justifiables aux yeux des enfants en référence à des prétextes externes tirés de l'univers enfantin, et parce qu'elles sont rattachables aux formes et codes des mathématiques les plus élaborées. C'est ce que veut dire exactement la référence pompeuse à la théorie des ensembles, pour les diagrammes, ou aux opérateurs, pour les machines etc.

Je puis qualifier un tel enseignement de formel en ce sens que d'un bout à l'autre du processus, il est contrôlé par l'existence d'une forme universelle préexistante et que d'autre part, l'enjeu est bien l'accès à une réalité cachée, profonde qu'est la réalité mathématique, telle qu'elle est en puissance dans les interactions cognitives des sujets. Ainsi donc **préside** à tout le processus d'enseignement d'un thème donné **une forme préétablie et abstraite considérée comme universelle**. C'est sur la base de cette forme que l'on opère à des variations. Ce ne sont pas simplement une pluralité, ni une diversité, ce sont des **variations à partir d'un moule donné**. Ces **variations** ne sont pas naturelles, mais **idiomatiques** (si vous me permettez ce terme). Cela se voit à ce que les parents des élèves n'y retrouvaient plus leurs mathématiques. Ces variations sont **obtenues comme traces, le plus souvent écrites d'actions développées par les élèves sur des supports didactiques idoines**. Le fait qu'elles aient pu être produites concrètement au travers de leurs actions est supposé suffire à rendre ces traces et variations réelles aux yeux des élèves. C'est **par constat et comparaisons de ces traces que la structure profonde se révèle**.

4.3 La numération au fil des manuels.

Les bases de numération dans les années 70.

L'enseignement de la numération dans les manuels suisses romands des années 70 est celui des fameuses *bases* proposé par Z. Dienes et développé par N. Picard. Là encore, préside ce schéma de révélation, qu'on entend encore aujourd'hui très souvent dans la bouche des enseignants, la révélation de ce qui se cache derrière la simple écriture chiffrée des nombres, puis de celle des règles suivies dans une soustraction en colonnes etc.

Le moule donné au départ, est *groupe et code*. La variation est opérée sur la *base de groupement et de codage*. Ces codages ne correspondent pas à des réalités externes à la classe et à ce type d'activité, mais prennent un sens que dans le contexte précis de ce type d'activités. Hélas, ce fut plus étroit encore qu'on ne le désirait. Et c'est bien là-dessus que l'enseignement des bases a échoué : si les codes que les élèves obtenaient étaient bien reconnus comme code de leur actions de groupement, à leurs yeux, il n'en disaient pas pour autant le nombre d'objets groupés et codés, pour savoir cela, les élèves les recomptaient oralement. Rien que cela ruinait tout effort de comparaison. En effet le nombre n'était pas considéré comme pouvant être obtenu par groupement et codage, donc **l'invariant que l'on pouvait dégager de la comparaison des groupements et codages variés ne pouvait avoir le statut de numération**, mais seulement celui de règle commune à des activités solaires imposées arbitrairement.

La construction ne s'arrêtait pas là. Le premier palier étant passage aux groupements de groupements, et se poursuivant jusque dans la reconstruction des algorithmes de calculs écrits, mais les conversions d'unités et les puissances. A chaque palier le même schéma, développement d'actions, trace des celles-ci, révélation à partir de la comparaison de ces traces d'une structure profonde et reprise à un autre palier.

Autres temps autres enjeux.

Ce qui est intéressant lorsqu'on essaye d'esquisser l'histoire de l'enseignement de la numération à l'école primaire est que si l'objet est toujours le même, les mathématiques ne s'y signalent pas de la même manière selon les époques et les enjeux de l'instruction

changent aussi. On sait que la numération de position, puis le système décimal et le système métrique ne se sont pas imposés du jour au lendemain dans nos sociétés et que cela a non seulement varié dans le temps mais dans l'espace. On sait que l'école a été partie prenante dans ce mouvement et promotrice de changements.

Condorcet

A un moment donné la numération décimale a supplanté toutes les autres, à quelques exceptions près. Pour en arriver là, il a bien fallu l'enseigner contre les autres systèmes, éliminer ces derniers. Condorcet dit par exemple dans son fameux manuel (Condorcet 1989) :

« Cette manière d'exprimer tous les nombres par un petit nombre de mots, *ou de chiffres*, s'appelle (sic) numération ; et comme il étoit possible d'en trouver plusieurs, chacune d'elle s'appelle *système de numération*. - **Seconde leçon** - Voici quel est le système de numération actuellement usité (c'est moi qui souligne) en France. Un ajouté à *dix*, *dix* et *un*, s'appellent ... *Dix-Un*. Un ajouté à *dix-un*, ou *deux* ajoutés à *dix*, *dix* et *deux*, s'appellent ... *Dix-Deux*. Etc. » On trouve ensuite *Duante*, on dira *Duante-Un* etc., puis *Trente*, et on dira *Trente-Un* etc. , puis plus loin *Septante*, *Octante* et *Nonante*.

Groscurin ou l'inscription des mathématiques dans le réel empirique

Cette norme étant établie, elle a fonctionné comme un absolu. Groscurin ne parle plus de système de numération mais de numération tout court, et surtout pour la formation des noms de nombres au delà de la centaine. Je paraphraserais son propos de la manière suivante : dit en substance : « On a choisi le système métrique parce qu'il présente de nombreux avantages pratiques, c'est comme ça, c'est cela qu'il faut apprendre. » La mathématique a été inscrite dans la réalité, et les élèves sont appelés à apprendre à lire ces inscriptions et à écrire de manière conforme. Groscurin est cependant prêt à faire quelques concessions aux enfants, mais très provisoirement. Ainsi toujours à propos des noms des nombres de la première dizaine il écrit : Il écrit (p. 30) :

« Il faut remarquer que les six noms consécutifs à dix n'attirent en rien l'attention sur le rôle spécial et le privilège de la dizaine ; aussi fera-t-on bien de dire temporairement : *dix-un*, *dix-deux*, *dix-trois*, *dix-quatre*, *dix-cinq*, *dix-six*. On fera construire deux dizaines - deux piles de jetons, deux boîtes, etc. - et l'on dira que le nombre de jetons s'appelle *vingt*. En progressant par de nouvelles piles, on obtiendra les nombres *trente*, *quarante*, *cinquante*, *soixante*, *septante*, *huitante* ou *quatre-vingt*, *nonante*. »

Par contre Groscurin présente le *système métrique* au chapitre VII (p. 99-108) avec de grands développements, p. 105-108. Puis même deux chapitres, chapitres VIII et IX intitulés : *Didactique du système métrique : fractions décimales*. (p. 109-132) et *Didactique du système métrique, longueur - capacités, poids - surfaces - volumes* (p. 133-160). Les seuls chapitres où le mot didactique apparaisse. Si le caractère conventionnel de ce système est expliqué, c'est pour souligner l'enjeu qu'il y a à le maîtriser, les autres systèmes ne sont quasiment pas mentionnés. Et surtout, le système métrique est la propédeutique pour l'étude des fractions. Le chapitre X est en effet consacré aux *fractions ordinaires* (p. 161-193). Le système métrique a l'objectivité des objets mathématiques c'est un chapitre des mathématiques. Les objets du monde matériel procèdent de ce système, c'est sur eux que portent l'essentiel des explications de Groscurin dans ses commentaires (théoriques). **Le système métrique est important à maîtriser car on l'a désormais inscrit dans la réalité.** Ainsi Groscurin fait minutieusement référence à ce qu'il appelle *unités effectives*, je cite, p. 101, ce qu'il en dit à propos de la mesure des longueurs :

« (ce sont) les règles de 1, 2, 3, 5 décimètres. Le mètre et le double-mètre, droits ou pliants, ou sous forme de rubans de toile ou d'acier. Les mesures de 3, 4, 5, 10, 15, 20, 30, 40, 50 mètres, sous forme de règles ou lattes de bois (3, 4, 5m), de chaînes d'arpenteurs (ex. 5, 10, 20m), de rubans d'acier ou de toile, de fils d'invar (acier au nickel). »

Ailleurs en évoquant les expériences que l'on peut faire faire aux élèves, il écrit : p.134 :

« Seule l'expérimentation directe pourra faire vouer au décamètre (ficelle de 10m), à l'hectomètre (cette ficelle posée 10 fois sur la route), au kilomètre (entre ses deux bornes) quelque sympathique intérêt. »

Si on examine attentivement les manuels de Groscurin, on voit qu'en fait il distingue assez soigneusement deux aspects de l'expérience dans l'enseignement des mathématiques. D'une part, quelques petites expérimentations empiriques où les élèves vont rencontrer les mathématiques telles qu'on les aura inscrites dans le réel, et d'autre part, les exercices et entraînements qui sont effectués sur des supports symboliques, au moyens d'écritures et de rédactions de solutions etc. Il y a donc lecture du réel et écriture dans le réel. Ce second univers est bien entendu plus social, didactiquement marqué. Il est peuplé de toutes sortes de moyens didactiques auxiliaires comme les figures numériques, les écritures d'égalités, les tables, les figures diverses pour représenter les grandeurs des problèmes d'arithmétique, ou encore les fractions etc. aspect que Groscurin qualifie à quelques reprises de langagiers. Je désignerai ces auxiliaires symboliques du nom de *marquages didactiques* afin de les distinguer des *inscriptions matérielles* auxquelles se réfère longuement Groscurin. Ce qui distingue *marques* et *inscriptions* c'est que ces dernières sont uniformes, homogènes et univoques, tandis que les *marques* sont plurielles et redondantes. C'est sur le terrain de ces dernières que Groscurin se montre sensible aux particularités enfantines.

Selon les indications partielles que je possède sur les manuels des années 60, ils se distinguent des manuels de Groscurin par le développement important des marquages didactiques et recourent à des systèmes de codage de plus en plus variés. On voit aussi apparaître la couleur dans les manuels, ce n'est pas rien car les couleurs permettent des marquages bien plus efficaces que le noir-blanc, même avec usage du gras ou des italiques. La langue de Groscurin est admirable, de nuances et d'intelligence c'est un plaisir de le lire, la langue des manuels des années 60 est fonctionnelle, mais surtout on s'appuie de plus en plus sur des images et figures, souvent « enfantines » pour exprimer les choses. Dans les manuels de cette époque que je connais, ce qui frappe est que la part de références à une réalité empirique dans laquelle est inscrite, par convention, le mathématique, se réduit de plus en plus pour laisser la place à un développement grandissant des supports symboliques, langagiers, mais aussi de codes. La réalité de référence se faisant de plus en plus proche de ce que l'on imagine du monde enfantin. Les marques ont pris le pas sur les inscriptions. On a vu Cuisenaire et Gattegno opter pour les couleurs, et Dienes enseignant les groupes en faisant danser les élèves. Etc. Bien entendu, ce mouvement n'a pas cessé de s'amplifier par la suite mais il a pris une toute autre signification. Car tant chez Groscurin que dans les manuels des années 60, ces marques sont le fait des didacticiens. Comme nous l'avons vu, dans l'idée des auteurs des manuels des années 70, les élèves sont appelés à prendre une part essentielle à ce marquage didactiques dont ils deviennent en partie les auteurs. L'écriture n'est pas seulement exercice d'une langue mais expression et développement de connaissance.

Basculement avec la réforme des mathématiques modernes

On s'aperçoit donc qu'en 70, il y a bel et bien eu basculement. Les mathématiques ne se manifestent plus tant par les normes qu'elles ont contribué à inscrire dans le réel, mais parce qu'elles sont une réalité profonde, ancrée tout autant dans le réel que dans notre intelligence. Elles restent universelles, mais leur universalité est encore plus profondément ancrée dans le réel. L'universalité sociale du système décimal n'est pas première, elle est seconde, car elle procède elle-même d'une structure de numération abstraite, qui ne dépend pas des choix des signes ni des mots, c'est ce que désigne le mot *numération* depuis les années 70. Dès lors, la simple variation autour de ce moule universel est réel au même titre que la numération décimale promue lors de la révolution française. Et le didacticien choisira celles de ces variations qui seront les plus faciles à faire reconstituer aux élèves. Pour reprendre l'exemple de Condorcet et Groscurin, on ne dira pas *dix-un*, mais en base dix, *onze*, la question ne se pose plus parce que la combinaison de dix et un en onze ne se fera plus à la faveur de la seule base dix, mais sera, croit-on, immédiatement perceptible lors de la comparaison de codages en bases autres que dix. Dans toutes les autres bases que dix, les enseignants reçoivent l'instruction explicite de lire le code 11 (on ne l'écrit pas exactement comme cela, on le met en tableau) comme *un groupement et un isolé*. Et on doit

souvent rappeler les élèves à l'ordre. La réalité mathématique profonde permet d'enrichir la réalité d'une manière considérable. Une réalité didactique commence à se détacher. C'est à cette époque aussi que comme par hasard, on commence à parler et penser en termes de *situations*.

La redécouverte des systèmes de numérations non décimaux comme autant de dialectes du nôtre

Si les mathématiques modernes ont passé aux oubliettes, cela ne veut pas dire que ce basculement aurait lui aussi été effacé. Les manuels ne sont pas du tout revenus à la numération des manuels de Condorcet, ou Groscurin. Ce n'est pas possible, car les enjeux ne peuvent plus être les mêmes. Le système décimal est désormais un système premier, et la foule des éliminés a basculé dans le domaine de l'histoire. Mais on n'en est pas resté aux variations idiomatiques proposées aux élèves car le joint entre celle-ci et la réalité sociale ne se faisait pas, parce que groupe et code ne numéraient finalement rien. (cf plusieurs auteurs dont pour la Suisse romande Perret 85). En fait, le chemin fait depuis le début des années 70 est un chemin de redécouverte, redécouverte des autres systèmes de numération. A commencer par une meilleure représentation des différences entre numération parlée et écrite, mais aussi et encore redécouverte des numérations des temps passés. Les didacticiens des mathématiques se sont penchés là-dessus, il y a eu des débats, Brousseau a fait grand cas d'un ouvrage un peu oublié ces temps (Guittel, 75), et G. Iffrah a publié sa somme bien entendu (Iffrah 81, puis 94). Tous ces éléments, avec aussi la prise en compte de préoccupations interculturelles (pour un exemple, Girodet 96) ont abouti à l'idée que plutôt que de présenter des variations artificielles sur une structure universelle, il serait plus profitable de proposer aux élèves d'analyser des numérations encore usitées de nos jours, dans une perspective, même modeste, de modélisation. Ce qui est marquant c'est que la structure profonde n'a pas disparu parce que toutes les descriptions des numérations étudiées, et plutôt des modulations qu'elles présentent, comme autant d'*idiomes* se font par rapport au même moule, celui de la numération chiffrée écrite en numération de position de base 10, ou sa variante polynomiale qui fait un peu plus savante. La numération en base dix, devient le moule descriptif (modélisateur) de toutes les autres numérations envisagées, même si cela oblige à prendre certaines libertés. Comme par exemple lorsqu'il s'agit de rendre compte de la numération parlée qui n'est pas un système de position et qui, comme le système romain, nécessite une liste ouverte de nouveaux noms de nombres pour les unités d'ordre supérieur, donc pas seulement un ensemble de fin de 10 symboles. Ou, autre exemple, lorsque les neuro-psychologues (Deloche, Seron & Noël 91), affirment que *cent quatre* serait de nature additive alors que *quatre cent* serait de nature multiplicative. Ce n'est pas faux, sauf que *quatre cent* est une multiplication de la structure de *Z-module* et pas de la structure *d'anneau de Z*. Que dans *quatre cent*, quatre est comme un coefficient de cent, sauf que cent n'a pas le statut du X^2 , transcendant, d'un anneau de polynômes parce que *dix cent*, c'est mille, soit ce qui serait X^3 , et donc que la base n'est pas transcendante des chiffres. Mais peu important ces remarques formelles (mais pas pour autant formalistes), ce qui est marquant est le fait que la numération chiffrée en base dix est considérée comme universelle à un point tel qu'elle permettrait de rendre compte de toutes les autres, de les régénérer in vitro, de les récupérer aussi. On est au de là de la pluralité et de la diversité des langages, au delà de la simple variation d'une structure universelle, mais bien dans des modulations de modèles de segments de réalité. Ce n'est plus simplement de l'universalisme, me permettez-vous de qualifier cela de globalisation culturelle ?

Les manuels des années 96 participent pleinement de ce mouvement anthropologisant. Mais là encore il y a transposition. On ne va pas bien sûr demander aux élèves de modéliser la numération parlée, ou romaine ou que sais-je encore. On ne va donc pas leur demander de modéliser des segments du réel. Mais on va leur proposer de faire fonctionner de petits modèles ad hoc, déjà tout prêts. Depuis Groscurin, non seulement le réel s'est enrichi de variations autour de structures universelles mais de tous les modèles du réel que l'on peut confectionner autour de ces structures. Les mathématiques ne sont plus seulement inscrites dans une réalité empirique extérieure, identique pour tous, ni marquées

sous les actions des élèves, mais comme encapsulées dans ces petits modèles. L'action des élèves ne se manifeste plus tant par les traces qu'ils laissent dans ces modèles mais par leur habilité toujours plus grande à les faire fonctionner, les microdéveloppements cognitifs se manifestent par la découverte de stratégies de plus en plus efficaces. On recherche des dispositifs qui donnent un feed back aux élèves sur leurs actions, dans l'idéal, on recherche un milieu qui réponde de manière interactive et dynamique. Il y a souvent une idée de gain dans ces jeux de manière à guider les élèves dans la prise en compte de feed back du milieu. Ce n'était pas vraiment le cas dans les années 70, puisque les actions des élèves devaient leur révéler une structure profonde, devenue manifeste par les marquages et comparaisons de marquages (on confondait comme c'est si souvent le cas même chez les didacticiens actuels, comparaison avec abstraction). On cherchait à dépasser la réalité immédiate et empirique par le biais des actions et de leurs traces. On cherche à accéder la réalité mathématique et on ne joue qu'une fois les scénarios. Puis on s'approprie les nouvelles formes du réel avant de poursuivre. En 96, les activités ne sont plus le lieu de faire cela, on joue et rejoue, le jeu nous renvoie à la réalité du modèle, on n'en sort pas. Le mathématique n'est pas révélé dans les actions, mais, de manière sous-jacente il vient organiser les actions et améliorer les stratégies. Il ne se manifeste plus en se montrant, mais parce qu'il permet de gagner, et de passer à d'autres modèles. Les mathématiques sont dans l'adéquation des actions de l'élève au modèle de la réalité avec laquelle il interagit. On prête autant attention à l'interaction vue du côté de l'élève que de celui du modèle. Pourtant, le fonctionnement de l'interaction devient plus important que le produit de celle-ci. On voit bien là l'influence des développements de la psychologie, en particulier l'approche plus fonctionnaliste fortement marquée dans les années 70-80, et le changement d'échelle temporelle, qui d'un développement sur un temps long, celui de la genèse piagétienne, va porter sur des microgenèses. Celles qu'étudient à cette époque maints psychologues, dont à Genève, B. Inhelder et son équipe, ainsi qu'ailleurs, une multitude de chercheurs en sciences cognitives.

Dans les manuels, les modèles peuvent être très différents, jeux de société, problèmes traditionnels, énigmes, *situations-problèmes*, etc. J'en donnerai quelques exemples plus loin, mais me contenterai ici d'un seul, marginal certes, mais qui a un rapport direct avec la question de savoir s'il faut dire *onze* ou *dix-un*, et dont nous avons pu comparer les réponses données selon les époques. Il s'agit ici d'un pseudo conte enfantin et sa comptine que l'on trouve dans les manuels de 2P de 1998 : p. 122 du livre du maître et p. 91-92 du fichier des élèves.

« *Le compte du roi Nombrie* ». On y raconte qu'un roi sans imagination avait 16 fils, qu'il avait appelé. *Un, deux, ... dix, dix-un, dix deux, ... dix-six*. Ce qui ne manquait pas de provoquer des quiproquos. Si le roi appelait *dix-un*, trois fils venaient à lui, *dix, un et dix-un*. Le roi pris alors conseil auprès de la reine et promulqua que désormais *dix-un* se nommerait *onze*, etc. et ceci jusqu'à *dix-six* qui deviendrait *seize*. »

On ne dit pas ce qui se serait passé si le roi avait eu d'autres enfants, sans doute était-ce un de ces Louis, qui, selon Prévert ne sont même pas capables de compter jusqu'à vingt ! Je ne veux pas discuter ici de la valeur que malgré tout cette fiche pourrait avoir pour des élèves de 2P, ni même juger de l'enfantillage que se sont permis les auteurs. Je me contenterai de sourire à penser que jusque dans les fantasmes des pédagogues, les avis du républicain Condorcet s'opposent décidément aux avis de la royauté !

Cette anecdote n'est pourtant pas si anodine qu'on le pense. Pour cela il nous faut considérer que le discours des deux manuels est double. On y présente un objet, *les noms de nombre et leur organisation*, et on tient *un commentaire sur ces objets*. Chez Condorcet, ces deux propos sont à considérer pour eux-mêmes, en quelque sorte au premier degré ou du moins sans trace d'ironie de sa part. La fable du *Roi Nombrie*, au contraire joue sur l'ironie, la mise à distance des deux discours, et le fait justement dans le but de donner aux élèves du recul sur ce qu'ils prononcent. Ainsi le conte s'accompagne d'une comptine, que le maître « propose de mémoriser » et « les élèves doivent porter leur attention sur les *mots nombres* dits séparément les uns des autres, voire intercalés entre d'autres mots. » (p. 122 du livre du maître.) Cet exemple illustre fort joliment que les manuels actuels ont été rédigés

à la fin du XXI^{ème} siècle, qu'ils sont dans l'air du temps, celui du « second degré », « du relativisme », tous ces attributs que l'on regroupe sous le vocable : « post-moderne ».

4.4 Schéma récapitulatif.

Ces premières comparaisons me permettent pas encore de répondre entièrement à la question qui est la mienne, mais sont très utiles pour fixer les idées. Je dispose maintenant d'expressions contrastées pour caractériser la manière dont l'enseignement des mathématiques a été pensé dans les trois générations de manuels. Ce qui évolue c'est bien la manière dont est conçu le rapport entre les mathématiques à enseigner et la réalité substrat des expériences que l'on cherche à prodiguer aux élèves. Schématiquement dit, selon les époques, les auteurs ne se font pas la même idée de la façon dont les mathématiques se manifesteront aux élèves.

Pour **Groscurin** elles sont essentiellement inscrites dans un réel empirique. C'est ce dernier qui importe donc car on y trouve les mathématiques à apprendre. Certes pour s'exercer et s'approprier les instruments mathématiques, les élèves devront apprendre à manier des instruments symboliques. Mais les élèves n'en sont pas les auteurs, seulement les scribes.

Avec les programmes de mathématiques modernes des années 70, l'accent est parallèlement mis sur l'action propre des élèves d'une part et la réalité mathématique formelle d'autre part. La réalité empirique devient secondaire, ne joue finalement que le rôle de marque et de champ de variation autour de structures universelles invariantes. L'expérience a essentiellement pour but de révéler ces structures profondes et très générales aux élèves. Les codages et autres recours aux système de représentation symboliques gardent l'importance qu'ils avaient acquis dans les années précédentes, parce que bien sûr les élèves sont sensés apprendre des savoirs élaborés ailleurs et en d'autres temps, mais aussi parce que cela fournit aux élèves des traces de leurs actions. Le travail est donc d'agir sur le réel et d'en marquer symboliquement les transformations pour en fin de compte pouvoir y lire les structures profondes. Cela se fait en boucle et sur un temps long. Pour décrire les activités à mener, leur progression et la manière de dérouler l'intrigue jusque vers la révélation (ou la production) visée, les auteurs des manuels recourent à des petits scénarios pour de petites pièces dont eux et leurs élèves seront à la fois les acteurs et les spectateurs.

Dans la refonte des années 85-96, l'accent qui était mis sur l'action et ce qu'elle produisait se déplace vers l'idée de fonctionnement et des effets qu'il produit. On fait fonctionner la connaissance des élèves lors d'interactions avec de petits modèles de telle sorte que les élèves puissent lire et évaluer leur effet et s'améliorer. On ne décrit donc plus des scénarios, mais des jeux : *dispositif, but du jeu, règles du jeu*. Le temps d'une partie est court. Une même notion est abordée à l'occasion de différents jeux qui chaque fois mettent en évidence un de ses aspects. L'enseignement se dit modulaire, alors qu'en 1970, on parlait d'avenues - mot qui se faisait écho de l'analogie que Bourbaki avait utilisé pour décrire les réorganisations internes aux mathématiques. Les élèves sont appelés à jouer plusieurs parties et en profiter pour améliorer leurs stratégies. C'est de cette manière que se manifeste le savoir. On parle alors de compétences développées chez les élèves et cela supplante même les objets mathématiques lorsqu'il s'agit d'organiser les activités proposées dans les manuels. C'est ce que j'ai montré dans un article récent (Conne & Brun 99). Les mathématiques sont versées du côté de ces modèles, dans lesquels elles sont comme encapsulées, et les compétences décrivent ce que les élèves gagnent à interagir cognitivement dans ces modèles. Cet enfouissement des mathématiques est mené à un point tel que les enseignants se plaignent de ne pas arriver à reconnaître les savoirs enseignés de cette manière. Ils demandent à hauts cris des indications et des moyens pour faire institutionnaliser les savoirs ainsi acquis.

5. Comment sont pensées en 1922, 1972 et 1996, les expériences à faire faire aux élèves ?

Revenons au raisonnement que j'ai tenu en introduction : « Les auteurs des manuels proposent d'enseigner les mathématiques en faisant faire certaines *expériences* aux élèves, au cours desquelles ces derniers sont mis en *interaction cognitive* avec certaines *réalités* ». Mon raisonnement affirme que l'on n'apprend pas les mathématiques directement mais à l'occasion d'expériences, à l'occasion de la connaissance d'autres choses. Cette expérience est nécessaire, elle peut être directe comme le préconise Groscurin, mais même lui ne s'y trompe pas, l'accès au mathématique n'est pas direct, ne peut l'être. Groscurin reste très empirique (notez qu'en 1922 Piaget commence à peine ses études et il y a fort à parier que le psychologue a été puiser aux mêmes sources que notre auteur), il pense que la réalité sera lue de la même façon par le maître ou ses élèves. Il pense nécessaire certes, mais suffisant aussi, de faire faire des expériences concrètes aux élèves. Ces dernières ne sont pas totalement improvisées mais soigneusement préparées par le maître.

Il y a donc comme principe de base qui n'est jamais remis en cause, ni en 1970, ni en 1996. Au delà du principe, on ne fait pas, selon les époques, faire l'expérience des mêmes mondes. En 1922, c'est un monde empirique directement et identiquement accessible à tous (je force un peu le trait). Ainsi, par exemple, comme nous l'avons vu, Groscurin propose d'envoyer fréquemment les élèves arpenter les routes. En 1970, averti que la réalité empirique n'est ni directement accessible, ni de manière identique par adultes et enfants, mais encouragé en cela par les affirmations conjointes de l'épistémologie génétique et des mathématiques des fondements, on se propose de leur faire faire l'expérience de ce qui fait vraiment réalité en mathématiques : les objets mathématiques que sont les ensembles et les structures : ordre, algébriques (groupes), topologiques, etc. Par exemple, les manuels des années 70 proposent aux élèves une fiction, pour faire l'expérience du caractère convexe ou pas de certaines courbes fermées (bordant donc un domaine du plan). Il s'agit de se promener à l'extérieur du domaine en suivant la courbe, et de lancer devant soi, tangentiellement donc, des cailloux. On marque les cas où les cailloux peuvent tomber à l'intérieur du domaine des cas où ils ne le peuvent jamais. Ce qu'il y a de commun en 1922 et 1970, et qui se retrouve très affaibli en 1996, est que la réalité est réalité objective, absolue. En 1996, c'est une réalité culturellement marquée, très relative, non pas seulement parce que les enfants ne voient pas le monde comme les adultes, mais parce ce qu'on met en avant le fait que les savoirs mathématiques seraient essentiellement de nature socio-construite et ne peuvent pas être atteints par des créations spontanées toutes droit sorties de la tête des enfants. Les artefacts ne sont plus tant des réalités mathématiques abstraites travesties en réalités manifestes, mais des petits modèles. La réalité n'est plus formelle mais conventionnelle. Par exemple, les manuels actuels, proposent un petit jeu à deux adversaires pour obtenir par pliage et découpage des figures symétriques composées de triangles, le gagnant étant celui qui maîtrisera le mieux les effets dus au découpage dans une feuille pliée en quatre. On attribuera à une telle performance une compétence en matière de symétries du plan.

Voici donc pour terminer trois descriptions de tels recours à l'expériences, chez Groscurin, dans les manuels des années 70 et dans les manuels actuels. Au passage je parlerai un petit peu d'un thème jusqu'ici peu abordé, celui des problèmes.

5.1 Groscurin

Une des choses qui frappe d'entrée le lecteur lorsqu'il ouvre les ouvrages de Groscurin est l'intelligence et le style des propos. Je n'ai moi-même pas réalisé d'étude systématique de ses deux ouvrages, et pourtant déjà je nia que l'embarras du choix pour produire des exemples. Je me contenterai ci de deux références. La première citation est de la page 7 & 8, chapitre I : *Les grandeurs - le nombre - l'acte de compter*, paragraphe 2 : *La notion de nombre entier*.

« Voici sur une table des tasses, puis une poignée de cuillers. Mettons une cuiller dans une tasse, puis une autre cuiller dans une autre tasse, et continuons ainsi. (dans le texte, figure de 4 tasses avec cuiller). Supposons que les cuillers se trouvent finalement toutes logés, et les tasses toutes dotées. Nous constatons ici un **accord** particulier, que l'on exprime en disant que les tasses et les cuillers sont de

même nombre. C'est de faits semblables que se dégagera la notion de nombre.

(...)

Imaginons des enfants, des tasses, des cuillers.

Si le nombre des tasses est égal au nombre des enfants,

le nombre des cuillers égal au nombre des enfants, le nombre des tasses est égale au nombre des cuillers.

tasses •••••

enfants ••••• }•••••

cuillers •••••

la figuration par points rend le fait évident ; une seule rangée de points suffirait à répondre à chacune des trois collections.

En d'autres termes ; *deux nombres égaux à un même troisième sont égaux entre eux.* »

J'ai choisi de citer ce passage pour deux raisons. La première est que ce livre a été édité en 1922, on y reconnaît évoquée une correspondance terme à terme, qui ressemble furieusement à une des expériences (les œufs et les coquetiers) que Piaget & Szeminska décriront dans leur célèbre ouvrage : *La Genèse du Nombre chez l'Enfant*, en 1941 ! Mais alors que les psychologues mettront en évidence l'invariance du nombre, en faisant subir des transformations aux rangées d'œuf et de coquetier, ou de jetons, ici nous n'en sommes pas là. L'expérience est transparente, il ne s'agit que de constats, accord ou désaccord, on suppose que l'enfant a pu en faire de nombreux de la sorte. La conception de Groscurin est empirique. Mais on notera la médiation par une figure de rangée de points (équi-espacés). Le nombre est ancré dans le réel. La seconde raison est que l'on a décrit une expérience, en fait il s'agit plus d'une expérience de pensée à l'intention des enseignants lecteurs, dont les élèves seraient les protagonistes que d'une expérience à réaliser absolument en classe. Là encore empirisme, mais à propos d'une propriété numérique : *la transitivité de l'équipotence*, exprimée sous la forme d'un syllogisme. Venons-en à une seconde description d'expérience, sans doute à faire dans l'esprit de l'auteur, à propos des problèmes d'arithmétique cette fois. Je cite, p. 254, chapitre XIV *Problèmes divers*, par. 204 *Problèmes joués*, exemple : *Le bassin à vider*.

« Un bassin contient 350 litres d'eau ; un tuyau en enlève 5 litres par minute. Combien faut-il de minutes pour le vider ?

Dans le fond d'une boîte de fer blanc pratiquons un petit orifice. Versons dans ce récipient 1000 cm³ d'eau, par exemple. Combien de cm³ allons-nous recevoir par seconde ? Comme il est difficile de recueillir le jet pendant une seconde exactement, on prendra une moyenne. Montre en main, on approche du jet une éprouvette graduée et on le recueille pendant 5 secondes. Supposons 40 cm³.

cm³ 40 : 5 = cm³ 8 par seconde.

Peut-on calculer le nombre de secondes nécessaires pour vider la boîte ? C'est le problème de notre bassin. L'erreur consisterait ici à attacher une vertu au cliché : « autant de fois 8 cm³ dans 1000 cm³, autant de secondes ... 125 secondes ... 2 minutes 5 secondes.

Faisons l'expérience ! Versons dans notre boîte 1000 cm³ d'eau et mesurons le temps. Or au bout de 2 minutes 5 secondes nous n'avons recueilli que les *trois quarts* de l'eau. Et si on pousse l'expérience jusqu'au bout, on constatera qu'il faut, pour vider le récipient, un peu plus de 4 minutes - exactement le double du temps prévu ! le débit par seconde (8 cm³ au début) baisse constamment !

Dans ces conditions il faudra 140 minutes pour vider notre bassin de 350 litres. Concluons qu'il faut éviter des énoncés ambigus. »

Dans sa critique, Groscurin propose la description minutieuse d'une expérience de physique et son jugement même : *énoncé ambigu* est prononcé en des termes d'expérimentateur ! Il ne se contente pas de déclarer grossièrement que *le problème n'est pas réaliste*, car pour lui, la question est plus une question de pertinence d'un énoncé que celle de l'habillage sous une forme plausible d'un exercice de division. Cela ne veut pas dire pour autant que Groscurin ne prendrait pas les problèmes comme des instruments didactiques (il distingue d'ailleurs entre problèmes *d'initiation* et problèmes *d'application*, p. 231). Il indique ici (et il l'a déjà dit et le répétera à de nombreuses reprises dans son livre) que ces instruments doivent être soumis au contrôle de ce qui fait foi : l'expérience empirique et le bon sens.

Comme je l'ai indiqué, cette accent va s'inverser avec les manuels des années 60. Ainsi, lors de mon étude de 1976, j'avais trouvé dans le manuel de 4P de 1962 de très nombreux énoncés que Groscurin aurait qualifié d'ambigus, et ce pour des erreurs bien plus grossières que celle rapportées ici. Par exemple, l'énoncé suivant dans le chapitre de la

division : p. 132, n° 501 :

« Dessin d'une petite planchette entamée, dans le sens de la largeur par une scie, et indication de la longueur de la planchette, 50 cm. Texte. *Je coupe 6 planchettes de même grandeur. Calcule leur largeur. Reste-t-il du bois inutilisé ?* »

Les tenants des maths modernes avaient donc des bonnes raisons de se montrer critiques. Ils n'ont pas eu à se fatiguer et n'ont eu qu'à reprendre à leur propre compte l'argument du manuel de 1922. A l'époque déjà on critiquait les mathématiques scolaires pour leur manque de sens. On ne s'en privera jamais sans doute.

Il reste pas moins que le propos de Groscurin est lui-même pas entièrement clair. Faut-il procéder à cette expérience avec les élèves ? Il semble que Groscurin préconise qu'on s'abstienne de tels énoncés, donc dans ce cas l'expérience n'aura pas lieu d'être. Faut-il s'assurer avec les élèves dans certains cas que les énoncés sont non ambigus ? Il semble que oui puisque Groscurin distingue parmi différentes catégories de problèmes ceux qu'il désigne par problèmes joués, et il en donne des exemples positifs. Faut-il le faire pour tous les problèmes ? Non assurément.

Je propose donc maintenant d'examiner quelques citations où Groscurin indique expressément de réaliser avec la classe. Ainsi, p. 82, Chapitre VI, *La numération au delà de 120 - Les quatre opérations, partie multiplication*, par. 59, *la commutation*. « 1. Opposez, main contre main, vos 10 doigts bout à bout. Vous voyez ... 2 fois 5 doigts, et aussi... 5 fois 2 doigts. 2. Former, par exemple, 3 rangs de 5 élèves ; faire exécuter un quart de tour... On remarquera qu'on obtient... 5 rangs de 3 élèves. » Une dernière description tirée du manuel d'arithmétique nous livre un véritable petit scénario, forme si prisées par les manuels des années 70, p, 159, chapitre IX, *Didactique du système métrique - Longueurs - Capacités - Poids - Surfaces - Volumes, partie Densité*, par. 134.

« Une notion (la densité) à faire jaillir de l'expérimentation, yeux ouverts, manuels fermés !

Le maître vient de présenter à ses élèves un petit parallélépipède de fer (dont les arêtes ont pour mesure des nombres entiers de centimètres, supposons $7 \times 3 \times 2$).

Combien de grammes pèse ce bloc de fer ?

La balance, car nous en avons une, accuse 330 grammes.

Comment trouver, en grammes, le poids d'un centimètre cube de fer ?

Henri, livresque, trouve cet énoncé de problème tout à fait incomplet... mais Paul a un trait de lumière ; il faut savoir combien de centimètres cubes mesure ce bloc et faire 330 grammes autant de parts égales ! Ce n'est plus une balance qu'il nous faut, mais un double-décimètre ! Les arêtes sont mesurées, le volume calculé.

$$7 \times 3 \times 2 = 42 : g \ 330 : 42 = g \ 7,8$$

Un centimètre cube de fer pèse g 7,8.

Charles ! Quel est le corps dont 1 centimètre cube pèse 1 gramme ?

- C'est l'eau.

Ainsi le poids du fer est - à peu près - 8 fois le poids de l'eau, à volume égal. Ce rapport des poids, 7,8 s'appelle la densité du fer.

(...) On pourra varier la substance et la forme du bloc, ce qui donnera des calculs de volume intéressants. »

On voit ici une chose importante pour Groscurin. Les problèmes proviennent essentiellement des contraintes empiriques de la vie courante. Les maths secondent les sujets dans cette confrontation. Il faut apprendre les mathématiques pour pouvoir affronter les problèmes que nous soumet inévitablement la vie courante.

La transposition didactique que Groscurin opère au sujet de l'expérience et de l'expérimentation est celle-ci. **Les expériences et expérimentations scolaires qu'il évoque ou décrit, sont analogues à des expérimentations scientifiques de validation empirique.** Ces expériences aboutissent toujours. Elles portent bien entendu sur des savoirs élémentaires et sont souvent très ponctuelles.

Le lecteur imagine aisément que vu le penchant que manifeste Groscurin pour le recours à l'expérience en arithmétique, il va s'en donner à cœur joie dans son ouvrage de géométrie ! Il ne manque en effet pas une occasion de proposer des expériences, des observations empiriques de toutes sortes. Fait notable, on trouve à nouveau des remarques, des observations, des interprétations qui se retrouveront bien plus tard décrites dans les

expériences piagétienes. Genève est décidément petit ! Finalement, apprendrons-nous quelque chose de neuf à poursuivre nos descriptions ? Peut-être ceci au travers de deux citations. La première à la p. 7, chapitre I : *Origine expérimentale de la géométrie*, par. 1 :

« La géométrie étudie les formes des corps et la mesure de leurs éléments. Elle a son origine dans l'observation de la nature. L'enfant trouve la source de ses premières notions de géométrie dans les multiples aspects des choses qui s'offrent à ses yeux, dans la foule des objets qu'il regarde, palpe et compare. Puis l'éducateur, par l'expérimentation méthodique, le conduit à ordonner ses connaissances, à en acquérir de nouvelles, à en abstraire des idées générales, commodes et utiles. Plus tard, dans ses études secondaires, l'élève procédera à la reconstruction et au développement logique de la géométrie par l'usage rationnel de quelques lois naturelles, simples et générales - dites *axiomes* - qui sont le fruit de ses observations. »

La seconde citation que je ferai sera de la p. 154, chapitre VIII ; *Points situés (lieux géométriques)*, par. 158, *La médiatrice* (une figure représentant en plongée deux arbres et sur une ligne droite des points indexés d'un nom d'élève)

« Les points animés. Choisissons deux arbres A et B du préau, ou deux unités animées Jean et Claude. - *André ! cherche un endroit où tu sois à égale distance des deux arbres !* André a l'idée de se placer au milieu de la longueur AB. Paul, appelé ensuite, hésite... puis il trouve une solution, sans déloger André. Albert de même. Après bien des heurts et des explosions de gaieté - , car le maître laisse patiemment les idées se manifester - l'induction se précise : les unités sont en ligne droite. Si on réfléchit que chaque unité est le sommet d'un triangle isocèle qui a pour base AB, on comprendra qu'elle est située sur une perpendiculaire élevée au milieu de AB (N°51)
Les points situés à égale distance de deux points A et B ont pour lieu la perpendiculaire par le milieu de AB. »

On a ici un modèle d'expérience par révélation qui sera tellement prisé par les manuels des années 70. On n'aboutit pas à une structure profonde, mais pas non plus à quelque chose de directement tangible dans la réalité, il y a bien recours à une action de la part des élèves, et marquage qui produit une figure géométrique ! Et cela nous renvoie bien à ce qui est dit dans la première citation que j'ai faite du livre de géométrie. Comme si la géométrie, avait fourni à nos auteurs des années 70, un modèle pour chercher à faire faire l'expérience de la réalité mathématique aux élèves. Fait qui s'il s'avérait exact serait particulièrement piquant lorsqu'on sait combien l'enseignement de la géométrie classique a été critiqué par les promoteurs des mathématiques modernes. Mais cela se passait en France, il est vrai, et la Suisse romande n'a jamais vraiment suivi l'oukase de Dieudonné. Cela sonne à mes oreilles comme les promoteurs de nos manuels de maths modernes avaient dit : « Nul n'entre ici s'il n'est géomètre ... mais sans la géométrie s'il vous plaît ! »

5.2 Transpositions de savoirs en matière d'expérience scientifiques à des fins didactiques et psychologiques.

A la transposition didactique faite par Groscurin à de petites expérimentations scientifiques, on peut faire correspondre une transposition psychologique faite par les piagétiens pour leurs expériences. Mais alors l'intention change. Le raisonnement des piagétiens est de chercher à observer et étudier la connaissance en action, et ils le font à l'occasion de petites expériences qu'ils soumettent à leurs sujets. Dit de manière un peu caricaturale, l'expérience que proposent les psychologues à leurs sujets est analogue à celle d'un chercheur qui n'est pas assuré qu'il va aboutir. C'est tout autre chose que l'expérience selon Groscurin qui n'est qu'une expérience de confirmation empirique. Pour l'observation du psychologue, trois cas peuvent se produire : le sujet ne perçoit pas de problème, il passe à côté du phénomène, le sujet perçoit quelque chose mais n'arrive pas à comprendre ce qui arrive, le sujet dépasse le problème. Ainsi donc, la manière dont l'expérience se déroulera pour le sujet est informante sur sa connaissance propre, nous permet d'inférer où il en est. L'exemple de la correspondance entre les tasses et les cuillers, évoquées par Groscurin et reprise par Piaget & Szeminska permet de bien saisir leur différence de point de vue. Pour Groscurin l'expérience fonctionnera à tous les coups, on saura s'il y a plus, autant ou moins

de cuillers que de tasses. Les psychologues font faire l'expérience aux sujets et examinent comment leur constats résistent à des transformations laissant invariantes les quantités d'objets. Certains sujets disent que l'accord en est modifié, d'autres hésitent et n'arrivent pas à se faire une idée stable, d'autres enfin haussent les épaules puisqu'on n'a ni rajouté ni enlevé d'objets. Groscurin n'a pas imaginé que des telles modifications pourraient perturber le jugement de certains enfants, puisque pour lui, il suffit de voir s'il y a accord ou pas.

Les résultats des recherches piagétienne sont clairs et nets, ils invalident les idées empiristes de Groscurin qui définissent la transposition didactique qu'il entendait faire pour l'enseignement de l'expérimentation scientifique. La connaissance enfantine est qualitativement différente de l'adulte. La simple répétition d'expériences empiriques ne suffit pas, il y a aussi un facteur de maturation de l'intelligence. Les structures de l'intelligence logico-mathématiques se décrivent en recourant aux concepts abstraits des mathématiques. Cela expliquerait l'étonnante adéquation des maths, création de l'intelligence avec la réalité.

Les maths seraient comme inscrites dans l'interaction sujet milieu.

Les manuels des années 70 ne peuvent pas ignorer ces avancées de la psychologie cognitive. D'un côté on ne peut plus tabler aussi naïvement sur la réalité empirique comme Groscurin le proposait. Mais d'un autre côté, c'est libérateur, puisque la réalité empirique, adulte n'est plus aussi absolue que pour cet auteur. On va chercher à référer les élèves à des réalités plus de leur âge. Et enfin, les mathématiques ne sombrent pas avec l'idée d'un monde empirique absolu, mais au contraire sont derrière toutes les réalités, et ce dès la plus tendre enfance. Pourtant les manuels d'enseignement ne peuvent s'inspirer tels quels de l'expérimentation des recherches d'épistémologie génétique. Un enseignant ne peut pas proposer à un sujet une expérience, pour voir, et si elle n'aboutit pas, laisser les choses en plan. Il a un projet d'enseignement, de faire apprendre, il veut mener l'élève quelque part. Tout au plus peut-il décider de remettre à plus tard ce qui s'avérerait pas mûr. Les manuels des années 70 vont donc songer à transposer l'expérimentation psychologique à leurs fins didactiques. Ils font comme Groscurin sauf qu'ils vont puiser leur modèle ailleurs. Je sais par témoignage direct d'un des acteurs de la réforme des années 70 (il s'agit de R. Hutin) qu'il y eut même un temps où certains auteurs avaient songé à découper le manuel de 1P en chapitres correspondants aux divers stades piagétien : *non conservation*, *intermédiaire*, *conservation*. L'affaire, paraît-il avait été rattrapée in extremis.

La principale contrainte didactique est que si le psychologue propose de petites expériences à faire par son sujet, c'est afin de comprendre comment il s'y prend, qu'est-ce qu'il comprend etc., alors que le didacticien, en proposant de même de petites expériences à faire, vise, lui l'apprentissage de savoirs mathématiques déterminés. Piaget lui-même est venu au secours des didacticiens lorsqu'il affirmait que la connaissance commençait à se développer en inversant le mouvement historique, et commençant par ce que les mathématiciens avaient mis le plus de temps à retrouver. Si les ensembles étaient au cœur mêmes du développement de l'intelligence alors il était légitime de les enseigner au commencement ! Mathématiciens et psychologues se trouvent ensembles aussi parce leurs objets ne sont ni pour l'un ni pour l'autre observables directement, ne sont accessibles empiriquement. Les objets des mathématiques modernes, certes adaptés et apprêtés pouvaient alors donner forme sur lesquelles tant les élèves que les enseignants pourraient avoir prise, et travailler en adéquation avec ce qui véritablement semblait en gestation chez les enfants.

5.3 Manuels des années 70.

Nous avons déjà vu quelques exemples de ce que cela a donné et en particulier comment les représentations symboliques et autres écritures mathématiques sont venues prendre le relais et finalement faire le pont vers des objets d'enseignement classiques : l'écriture des nombres, les calculs écrits, les propriétés numériques et géométriques élémentaires, etc. J'ai montré dans ma thèse comment de nouveaux objets, comme les *machines numériques* étaient venus remplir la fonction autre fois dévolues aux problèmes arithmétiques de *prix d'achat*, *prix de vente*, *bénéfice* (Conne 81), je n'y reviendrai pas.

J'ai déjà évoqué l'enseignement des diagrammes logiques, de la numération, et le lecteur trouvera dans un article récent (Conne 01) une description de l'enseignement de la division écrite. Je vais évoquer très rapidement deux activités proposées en 3P dans l'avenue *Découverte de l'Espace*. Le premier exemple est décrite aux p. 283 - 296 du livre de maître, c'est une activité collective, en petits groupe animée par le maître. Elle s'intitule *activité n° 2*,

Frontières et domaines.

« (...) »

Buts : - situer un objet par rapport à des lignes fermées ;
décrire sa position en utilisant les termes *intérieur* et *extérieur* coder sa position ;

- déterminer le nombre de domaines délimités par un réseau et modifier celui-ci de manière à augmenter ou diminuer ce nombre ;
- reconnaître des domaines contigus en se référant aux frontières communes.

Plan : a) Dénombrement de domaines

1. Formation de domaines
2. Comparaisons
3. Codage des positions

b) Modification du nombre de domaines

1. Formation de nouveaux domaines
2. Frontières rectilignes

Suggestions.

(..)

a) Dénombrement de domaines

Matériel. - plusieurs collections d'animaux comprenant chacune par exemple : un poulain, une vache, un mouton, un âne ; une chèvre ;

- des cordes fermées de deux couleurs ;
- des grandes feuilles vertes ;
- des feuilles de même format servant de caches ;
- des feuilles pour dessiner les diagrammes.

1. Formation de domaines

On dispose cinq feuilles vertes non contiguës ; elles représentent cinq pâturages qui sont respectivement attribués à cinq enfants. Ceux-ci reçoivent chacun une collection d'animaux et deux cordes fermées, l'une noire et l'autre bleue, qu'ils disposent librement sur leur terrain.

Les bêtes sont ainsi parquées dans des enclos. On obtient par exemple : »

Suivent 4 exemples de dispositions différentes d'enclos et de bêtes dans le pâturage. Puis une liste de questions (et réponses en fonction des exemples donnés) que le maître adresse à la classe du genre :

« Combien y a-t-il de domaines dans le pâturage de Simone ?

Quels animaux peuvent se rencontrer sans traverser de frontière ?

Qui possède encore un domaine vide ?

Quels animaux sont à l'intérieur d'une corde noire et à l'extérieur d'une corde bleue ?

etc. (..)

On retire tous les animaux sans toucher aux cordes.

2. Comparaisons

Dans chaque pâturage, on décide de placer, par exemple, le poulain à la fois à l'extérieur de la corde bleue et à l'extérieur de la corde noire. On constate que, selon la disposition des cordes, certaines propositions sont impossibles à réaliser. Par exemple, Simone ne peut pas placer le mouton s'il doit être à la fois à l'intérieur de la corde bleue et de la corde noire.

(...)

3. Codage de la position

dans un tableau à double entrée. Disposition - codage - recherche de dispositions pouvant correspondre au codage. Jeu de communication.

b) Modification du nombre de domaines

Matériel. - les animaux et les feuilles utilisées en a) ;
- des cordes ouvertes et des cordes fermées ;
- des baguettes de bois ou des bandes étroites de carton.

1. Formation de nouveaux domaines

L'enseignant met trois pâturages à la disposition des enfants : un pour les chèvres, un autre pour les vaches et le troisième pour les moutons. Il indique que, dans chacun d'eux, il ne peut y avoir qu'un animal par domaine.

- Combien peut-on placer de chèvres ?

- Que faire si l'on veut mettre plusieurs chèvres dans le pâturage ?

L'enseignant donne des baguettes pour le pâturage des chèvres, des cordes ouvertes pour celui des

vaches et des cordes fermées pour celui des moutons.

Il s'agit d'utiliser le moins de barrières possibles pour disposer deux animaux.

(...) (Les élèves comparent leurs propositions font les constats qui s'imposent.)

2. frontières rectilignes

Les constatations faites à propos des cordes montre qu'il est préférable de se limiter au cas des baguettes ou des bandes étroites de carton lorsqu'on envisage de comparer le nombre de baguettes à celui de domaines.

On demande aux enfants d'utiliser successivement zéro, une, deux, trois, quatre et cinq baguettes et d'indiquer, dans chaque cas, le plus grand nombre de domaines qu'ils ont pu former ; ils obtiennent :

(.. Exemples)

On relève les indications dans un tableau.

Etc. (...)

Suggestions

(...)

3. Matériel. - des grandes feuilles de papier ;

- des jetons de trois couleurs, par exemple bleu, gris et blanc, dont les deux faces portent des signes distinctifs, par exemple un point et une étoile ;

- des bandes de carton étroites et des brins de laine ayant les mêmes couleurs que les jetons.

On dispose une bande de chaque couleur sur les feuilles de papier, on obtient par exemple :

(... Diverses dispositions)

On place quelques jetons de chaque couleur dans la partie gauche de chaque feuilles faces portant les points étant visibles. Les enfants déplacent librement les jetons sur la feuille en observant la règle suivante :

- Lorsqu'un jeton traverse une ligne de même couleur que lui, il doit être retourné ; lorsqu'il traverse une ligne de couleur différente, il n'est pas retourné.

(... exemple)

On peut aussi placer des brins de laine de couleur et former les lignes fermées simples ; par exemple (..)

Dans les deux types de situations, les plages peuvent être numérotés et les diverses configurations obtenues codées à l'aide de tableaux (...)

Tous les jetons partent du même domaine, point visible. Pour chacun des domaines considérés, on examine selon les couleurs, si les jetons se trouvent en position point ou étoile. On étudie cela. »

J'ai tenu à vous donner un aperçu assez complet d'une activité sous sa forme standard. On notera le soin de la description, en particulier, les indications précises des éléments du décors, les actes et les scènes de la pièce. Cela ressemble aussi aux descriptions d'expériences piagétienne. On voit aussi comment, alors que les expériences psychologiques sont ouvertes, ne sont pas a priori destinées à aboutir coûte que coûte, ici il y a toujours une clôture, par une inscription symbolique, souvent une mise en tableau et une observation de ces écritures ou tableaux. On pourra dire, dans le jargon d'aujourd'hui, que la mise en tableau supporte l'institutionnalisation. On remarque que les problèmes ne sont pas absents, mais qu'ils sont sous contrôle d'une expérience, d'une exploration, d'essais libres pour voir. Les problèmes ne sont pas l'entrée dans l'activité, mais on les prend comme ils viennent, ceux que les enfants pourraient eux-mêmes se poser en s'étonnant de certains constats par exemple. Bon, l'enseignant donne quelques petits coups de pouces, favorise des rapprochement entre divers constats, et introduit petit à petit de nouvelles contraintes. Mais l'idée de problème n'est jamais valorisée. Ce ne sont pas des problèmes qui viendraient d'une intrigue. On ne cherche pas non plus à créer volontairement et directement une surprise, une question dont la poserait d'emblée problème. Le travail part d'une réalité connue, et d'actions anodines, on est en compréhension, puis des événement se produisent. Ils ne sont pas médiatisés par le maître qui s'en ferait le porte parole. Ils surgissent de la situation. Ce ne sont pas non plus des problèmes issus d'une situation de concurrence, dans le recherche d'une stratégie pour contrer un adversaire etc. On remarque aussi le jeu de variations, tant dans la progression de l'activité elle-même qu'au niveau des suggestions (activités facultatives que les enseignants peuvent proposer en classe s'ils le désirent). Et on devine l'invariant que l'on cherche à révéler. En particulier que la suggestion reproduite ici offre quelque chose de plus interactif que l'activité imposée, ce qui fait que la propriété en jeu est plus enfouie dans *la suggestion* que dans *l'activité*.

Bien plus succinctement , je veux évoquer une autre activité proposée en 3P, p. 337-351, activité 5, *Déplacements (translations - Rotations - symétries) Formes géométriques (surface - solides), Opérateurs non numériques - Formes géométriques*. Je ne

vais pas reproduire le manuel, mais me contenter de décrire les grandes lignes de cette activité. Deux activités sont proposées pour des surfaces, et une pour des solides. Suivent une liste de 5 suggestions.

Dans la première activité,

les élèves disposent de pièces de formes polygonales (carré, rectangle, losange, triangles : équilatéral, isocèle et rectangle non isocèle) dont les faces ne sont pas de mêmes couleurs. Chaque élève dispose d'un jeu de ces pièces. Il en choisit une et la déplace plusieurs fois, toujours de la même manière, sur une feuille, bien à plat sur la table. Il la dessine en ses différentes positions. On lui demande d'appuyer toujours un des côtés de sa pièce sur une ligne horizontale dessinée en travers de sa feuille (cela est communiqué sous forme de dessin très facilement compréhensible). Une fois qu'il a effectué plusieurs déplacements, il a dessiné sur la feuille une rangée de figures isométriques. Il recommence l'opération en choisissant une autre pièce, ou en procédant à la répétition d'un autre déplacement. Il examine et compare ses bandes de figures selon deux points de vue. Pour une même figure, ce qui se passe d'un déplacement à l'autre, puis ce qui se passe en fonction du type de déplacement effectué et répété : selon que le déplacement effectué est un glissement (translation parallèle à un côté), une rotation glissée (de manière à échanger les positions des côtés) ou un retournement glissé (symétrie glissée perpendiculaire à un des côtés). Il compare ce qui apparaît lorsque l'on compare ce qu'il advient de deux figures différentes pour le même déplacement. L'activité clôt sur un récapitulatif des résultats.

Dans la seconde activité,

il s'agit de faire subir des déplacements de figures en forme de lettres majuscules d'imprimeries sur transparents. Comparer selon les figures le nombre de déplacement qui laissent la figure globalement invariante.

La troisième activité

porte sur la comparaison de différentes manières de marquer les faces d'un cube avec 6 signes distincts. Les suggestions sont très diverses.

La première propose de faire des tampons avec des pommes de terre et de jouer sur les impressions possibles.

La seconde propose très succinctement d'explorer le découpage de figures symétriques à partir de feuilles préalablement pliées. Jeu avec des feuilles dont les faces ont des couleurs différentes. Effets en pliant la feuille plusieurs fois. Je donnerai la description de cette activité au paragraphe suivant.

La troisième suggestion propose de reproduire un motif polygonal en perforant une carte en ses sommets et reliant les trous au crayon. Que se passe-t-il si avant de relier les sommets on retourne la carte ?

La quatrième suggestion renvoie à l'observation de taches sur buvards, taches type Rorschach, dessins sur calque, techniques d'imprimerie, images dans miroir, etc.

La dernière suggestion est un prolongement de l'activité de marquage des faces de cubes.

J'ai tenu à donner cette description d'une activité qui n'a rien d'original, pour souligner trois choses. Il s'agit ici des toutes premières approches d'un thème qui occupera les élèves encore longtemps : le thème des *transformations géométriques*. On en est donc à des approches dites intuitives, des expériences non formelles. On voit combien ces propositions sont sommaires, comme si, à cette étape de l'initiation aux mathématiques, il suffisait de faire voir des choses aux élèves, peu importe comment et sans chercher à être aussi systématique et précis que pour les autres activités. Comme si aussi il était très facile de faire faire de telles expériences aux élèves. C'est très significatif d'une certaine conception de l'enseignement et de l'apprentissage. Revenons à notre principe de base. On enseigne les maths en faisant faire aux élèves certaines expériences. Il semble que ce qui peut faire problème au didacticien ne serait pas de faire faire des expériences aux élèves, mais plutôt d'enseigner les maths, d'arriver à diriger l'expérience sur un objectif contraignant. Dans le cas de l'école primaire, lorsqu'il s'agit d'enseigner la découverte de l'espace, les objectifs semblent devenir à ce point flous que l'on ne se préoccupe plus trop de comment on va faire faire les expériences voulues, ni de quelles expériences on va faire faire. Tout est bon, et les idées ne manquent pas. Mais aucune de ces idées n'est creusée, questionnée, analysée. Cela semble tellement aller de soi que finalement on ne le fait que très peu en classe, personne ne vérifie si l'école dispense effectivement cette richesse d'expériences aux élèves, cela est laissé au bien plaisir et à la disponibilité des enseignants. C'est comme si les expériences en matière d'isométries étaient trop accessibles aux enfants en regard de la difficulté des savoirs mathématiques sous-jacents. L'empirie fait donc écran. On a gardé de l'empirisme, fort en ce qui concerne la géométrie, l'idée de faire faire des expériences aux

enfants, mais on a quitté le domaine spatial, parce que ce seraient des savoirs trop élaborés et abstraits qui s'y cacheraient. Il est vrai que le concept d'isométrie n'est pas si simple que cela et qu'un pliage n'est pas exactement une symétrie.

Dernière remarque, si on compare les nombreuses idées de petites expérimentations que Groscurin évoque, surtout dans son ouvrage de géométrie, avec les expériences des manuels des années 70, on est frappé par la pauvreté des propositions modernes ! Le divers empirique est totalement sous exploité. C'est une conséquence directe du renversement de point de vue. Groscurin n'a pas de difficulté à puiser dans la richesse du monde. Mais en 1970, ce n'est pas là que l'on va puiser, mais dans les traces de certaines actions réglées des enfants. L'appauvrissement vient de là, jamais personne ne pourra atteindre la diversité du monde par ses écritures ! Pourtant cela n'empêche pas que les écritures dessins, codes, et autres représentations symboliques foisonnent et n'arrêtent pas de foisonner. Mais un foisonnement ne donne pas un monde, voilà tout. Donc les manuels des années 70 n'étaient pas seulement formels, ils étaient assez austères aussi, si ce n'est plats. Dès les années 85, les nouveaux manuels ont cherché à corriger cela. On a retrouvé une certaine richesse culturelle et renoué en même temps avec un certain empirisme.

5.4 Manuels des années 96.

L'exemple de l'activité 2 de 3P donné ci-dessus représente une activité de taille petite à moyenne. La longueur notable des activités proposées dans les manuels des années 70 est en effet un trait caractéristique. Cela tient à la conception des auteurs, mais à la longue ne s'est pas avéré très pratique (Conne & Brun 90). Les citations extraites ont été choisies dans la réédition de ces manuels datant de 82. Cette seconde édition se distingue de la première par des réaménagements divers : couplages d'activités jusque là présentées comme séparées, uniformisation des descriptifs avec en particulier *but*, *plan*, et surtout le paragraphe intitulé : *suggestions*. Dans cette rubrique, on trouve soit des activités de l'édition précédentes jugées moins intéressantes, soit des possibilités de développer (tel est le mot employé) une activité proposée, soit surtout des nouvelles idées didactiques pour aborder le thème. Les activités des suggestions sont quant à elles d'un calibre nettement moindre que les activités principales et on y voit apparaître des propositions de jeux plus interactifs, comme celui que j'ai reproduit pour l'activité 2 ci-dessus.

Depuis 1985 et de manière accentuée avec la refonte de 1996, les manuels modifient le calibre des activités, en fait on change de conception, et au lieu de développer avec les élèves des expériences longues, on préfère découper celles-ci en petites tâches, combinables à souhait. On y gagne en souplesse. On voit donc les manuels de 96 adopter le format et la diversité d'idées qui étaient apparues, dans les secondes éditions des manuels des années 70, dans les parties *suggestions*. Les activités ont donc changé d'échelle. Il ne s'agit plus d'un développement que l'on parcourt une fois (et que l'on reprendra de manière dite cyclique l'année suivante), mais d'activités plus interactives, pour lesquelles le milieu répond. **On entre tout autrement dans les activités qu'auparavant.** Soit on se voit d'emblée soumis un problème, soit on nous propose un jeu de règle. Ces entrées dans l'activité par *donnée de problème* ou *données de règles de jeu* permettent aux élèves soit de crocher jusqu'à trouver la solution, soit de jouer et rejouer pour le plaisir de se confronter à ses camarades. Quitte à les délaissier lorsqu'ils ne présentent pour eux plus d'intérêt. Dans de tels jeux, on peut être amené à explorer la réalité, mais cela ne se fera sans doute qu'à condition de s'y reprendre à plusieurs fois. De plus, pour la description aux enseignants, c'est pratique, puisque l'activité n'est plus présentée au fil de plusieurs pages, mais peut tenir sur une fiche. On décrit le dispositif, un énoncé, ou la manière de jouer, le but du jeu et les règles. Quand on vous propose un *bon problème* ou quand on vous apprend à jouer aux cartes, on ne vous en dit pas plus, le reste vient en cherchant ou en jouant, les parties sont en potentiel dans le problème ou l'exposé des règles. (Pour une description détaillée de ce que je viens de dire, sur la base d'un exemple précis de problème et de la description de sa résolution par les auteurs des manuels, cf Conne 2000). C'est totalement autre chose que la rhétorique empruntée par les manuels des années 70 qui décrivaient leurs activités par leur

déroulement, comme on le fait dans le texte d'une pièce de théâtre ou dans un scénario de film.

On voit donc ce que j'entends en disant que les manuels des années 96 présentent des petits modèles. Tout est compris dedans. De plus, pas besoin d'avoir compris l'entier des règles pour se lancer dans une ou deux parties d'essai au cours desquelles on affinera et développera sa représentation du jeu. Cela ne veut pas dire que les enseignants n'aient aucun moyens d'induire des modifications, c'est prévu sous une rubrique intitulée *variable*, mais qui selon moi aurait été plus correctement désignée par le vocable de *variante*. Sans doute *variable* connote-t-il plus avec la théorie des situations didactiques et finalement correspond bien à cette idée qu'il s'agit de modèles. De ce point de vue, il est encore à relever que les manuels se montrent assez stricts et formels sur les consignes et les variables. C'est en effet essentiel si on veut que le modèle fonctionne correctement. Le formalisme n'a donc pas disparu. Toutefois, il n'est pas la rigueur d'une présentation du monde des mathématiques, comme dans les années 70. Il est une rigueur de travail imposée par le modèle lui-même.

A titre d'illustration je vais donner deux descriptions d'activités proposées dans les manuels de 3P et de 4P, sur le thème des transformations géométriques et des figures, directement inspirées des activités proposées en suggestion de l'activité 5 que j'ai évoquées au paragraphe précédent.

Les manuels actuels sont rédigés pour chaque année, mais selon des cycles de 2 ans : 1P/2P, 3P/4P, 5P/6P (et bientôt 7 à 9S). Il y a bien à chaque fois deux manuels, mais construits sur le même format exactement. On ne parle plus de chapitres comme avant 1970 ou d'avenues comme dans les années 70-95, mais de modules. Les activités que je veux décrire sont toutes extraites des Modules 6 de 3P/4P, intitulés *Des problèmes pour approcher les figures géométriques et les transformations du plan*. Sous titre : *Reconnaître la permanence des caractéristiques d'une figure lors de transformations du plan*. Le lecteur pourra comparer avec le titre de l'activité 5 de 3P/82. L'idée de coupler l'étude des figures et de leurs propriétés avec celle des transformations du plan a été reconduite. Le module 6 se décompose, tant en 3P qu'en 4P en deux *Champs* : *A Observer, expliciter et utiliser des figures géométriques* ; *B Découvrir et utiliser des transformations géométriques*. Si on regarde plus en détails on voit, entre autres, une correspondance terme à terme entre certaines *tâches* (c'est ainsi qu'on les désigne désormais) de 3P et de 4P. On remarque aussi que toutes les activités figurant en suggestion dans les manuels de 3P/82 ont été reprises (et transformées au passage) dans les manuels de 3P & 4P /98-99 ! En particulier, on retrouve en 3P et en 4P deux *tâches*, intitulées *Plier Couper* en 3P et *Recto Verso* en 4P, qui s'inspirent directement de deux aspects de la deuxième suggestion de l'activité 5, p. 347-348, du manuel de 3P/82. *Plier Couper* est un *petit jeu à deux partenaires* et propose des découpages dans des feuilles pliées en 4 (double pliage transversal en 2), *Recto Verso* propose, sous la forme d'un *énoncé de problème*, de découper des figures symétriques dans des feuilles de faces de couleurs distinctes. Les deux tâches proposées sont donc le fruit d'une dissociation d'une activité conçue comme une dans la génération précédente des manuels. Dans les deux cas, on a manifestement essayé d'améliorer l'exercice proposé auparavant, de telle sorte que à chaque fois le milieu puisse donner son feedback. On a là une illustration très parlante de ce qui a été modifié entre les deux éditions. Examinons cela de plus près et commençons par *Plier Couper*, p. 233 du livre du maître.

« **Plier, couper**. Tâche : Analyser un découpage effectué par un camarade afin de pouvoir le reproduire. Suit la reproduction, format réduit, de la fiche du livre de l'élève, p. 79 :

Plier, couper, Consigne pour 2 élèves. Matériel : plusieurs feuilles de même dimension, ciseaux. • Plier sa feuille en quatre selon le modèle ci-dessous. Suit une figure qui propose deux plis successifs en deux, transversaux. On obtient un feuillet sur lesquels on a désigné les côtés par les lettres A, B, C et D. Les bords A et B correspondent aux plis, les bords C et D aux bords de la feuille initiale). • Sans le montrer, inventer un découpage-modèle en donnant 2 coups de ciseaux en ligne droite, sans toucher les bords C et D. • Déplier, aplatir, échanger son découpage-modèle. • Refaire le découpage-modèle de l'autre avec une nouvelle feuille. Il est interdit de replier le découpage-modèle.

Nombre d'élèves

- 2

Matériel

- livre de l'élève p. 79
- plusieurs feuilles de même dimension

Déroulement.

Dispositif • L'enseignant précise qu'il peut être nécessaire de faire plusieurs essais.

Validation • Les élèves comparent leur production avec le découpage-modèle et jugent s'il est nécessaire ou non de tenter un nouvel essai.

Variable

Consigne • Aux élèves qui éprouvent des difficultés à retrouver les coups de ciseaux, l'enseignant propose de plier la feuille en deux et non en quatre, afin de passer de deux axes de symétrie à un seul. Ce nouveau problème amènera l'élève à se représenter plus facilement le lien entre feuille pliée et feuille dépliée.

Prolongement

- **Des petits trous** livre de l'élève p. 74. »

Voici maintenant pour comparaison la description de l'activité 3P, 1983, que les auteurs ont tiré leur inspiration. Méthodologie 3P, 1983, p. 347 et 348.

« 2. Découpage

L'enfant représente un vase à fleur, une bouteille, un papillon, une feuille ou n'importe quel objet présentant une symétrie axiale.

Ses essais sont généralement peu satisfaisants ; il remarque que les deux *côtés* ne sont pas *la même chose*.

Il découvre qu'en pliant une feuille de papier en deux et en découpant une moitié de l'objet à reproduire, on obtient un meilleur résultat :

Suit le dessin d'une feuille en deux à peine dépliée dans lequel on a découpé, sur le pli, un figure. Et à côté la figure dépliée, symétrique et marquée en son axe par le pli.

L'axe de symétrie apparaît clairement : c'est la trace du pli.

L'enfant s'exerce à prévoir le motif qu'il obtiendra en dépliant la feuille.

Une feuille de papier étant pliée, l'enfant peut aussi détacher des formes sans couper le pli de la feuille, il obtient alors deux figures séparées qu'il peut superposer ;

Suit la reproduction d'un exemple, on a découpé une figure en L dans une feuille pliée sans toucher au pli, on a d'un côté deux copies du L et de l'autre un feuillet entre ouvert dans lequel, en perspective on voit , de part et d'autre du coin, deux trous en forme de L, symétriques l'un par rapport à l'autre.

En effectuant le même découpage dans un papier dont les deux faces sont de couleurs différentes, il observe que deux images de même couleur sont en réalité inversées.

Suit une reproduction identique à celle qui précède mais avec en outre la reproduction verso des deux figures en L, on a deux L bleus dos à dos et deux L noirs qui se font face.

L'observation du déchet est intéressante si l'enfant a découpé les formes d'un seul coup de ciseaux :

Dessin du feuillet déplié et des trous en miroir.

Certains enfants cherchent à poursuivre l'expérience en pliant la feuille plusieurs fois. Ils obtiennent des ribambelles ou des motifs centrés.

Suit un exemple de chaque. »

Décrivons maintenant la *tâche* 4P, 1999, intitulée *Recto verso*, p. 260 du livre du maître.

« **Recto verso. Tâche** • Dessiner et découper des figures symétriques.

Suit la reproduction, format réduit, de la fiche du livre de l'élève, p. 66 :

Recto verso Découpe dans un morceau de ta feuille. Une fois retourné, le morceau doit pouvoir remplir exactement le trou formé. Cherche plusieurs possibilités.

Suit un dessin fort suggestif représentant une feuille dépliée mais avec la marque d'un pli en croix, et au centre, une petite poupée sortant sa tête par un trou découpé.

Nombre d'élèves

- 2

Matériel

- livre de l'élève p. 66
- papier dont le recto et le verso sont de couleur différente (par exemple , papier d'emballage cadeau), de 50x70 environ

Mise en œuvre.

- L'enseignant met a disposition des élèves le papier cadeau et les ciseaux. Le choix de recourir à d'autres matériels est à la charge des élèves.

Mise en commun

- Les élèves présentent et observent leurs résultats. Ils confrontent leurs démarches.
- Ils exposent les propriétés des morceaux *réversibles* qu'ils ont pu observer.

Variable

Matériel • Les élèves dessinent un projet de forme réversible sans la découper. Le découpage ne peut servir de validation qu'au terme de la première mise en commun. Ainsi, les procédures par essai et ajustement ne seront plus possibles, et les démarches fondées sur une justification seront favorisées.

Prolongement

- L'enseignant propose l'énoncé suivant : *En observant les caractères d'imprimerie, quelles lettres pourrait-on découper et retourner selon la même règle »*

Il faut noter qu'il y a un implicite : Est-ce que l'on s'attend à ce que les élèves plient leur feuille ? Il semble que oui puisque cela est fortement suggéré par le dessin de la poupée, mais ce dessin suggère un pliage en quatre, ce qui est superflu. A tous les enseignants à qui j'ai soumis cette fiche, le dessin aura suggéré le pliage. Cela dit, on voit dans cet énoncé, reprise une des idées du manuel de 3P/82.

Pour terminer, et parce que j'ai dégagé le rôle central du marquage dans la conception des manuels des années 70, je voudrais revenir sur cette question à propos de l'enseignement des isométries planes.

Une première remarque concernant les isométries. Le saut conceptuel est bien de les définir comme *transformations du plan*, soit *des applications de l'ensemble des points du plan sur lui-même*. Une translation ne laisse aucun point en place, tout bouge, drôle de déplacement où le fond bouge avec vous sans que vous ne restiez en place. Certaines isométries se distinguent parce qu'elles laissent fixes, point par point ou globalement, des sous ensembles de points du plan, et parmi ces derniers, quelques figures remarquables. L'ensemble des droites du plan parallèles à la direction de translation sont fixes globalement ; l'axe d'une symétrie est fixe point par points et de multiples figures sont globalement fixes par cette transformation ; etc. Certes, dans le plan, la figure formée de trois points non alignés quelconques et de leurs images respectives, une figure à 6 points donc, permet de définir de manière univoque l'isométrie qui la laisse globalement fixe.

Ce qui apparaît c'est que l'on peut marquer une isométrie par des figures, soit des figures globalement invariantes lors de cette transformation, soit en considérant la figure réunion de n'importe quelle figure donnée et de son image. Ces marques permettent en quelque sorte de voir l'isométrie considérée. Lorsque, par exemple, vous pliez une feuille de papier, vous établissez une correspondance entre les points ainsi superposés, mais vous ne faites pas une symétrie puisque en quelque sorte vous *quotientez* le plan par la relation d'équivalence : *être le symétrique de*. Ça ne devient symétrique qu'au moment où vous dépliez. Mais la correspondance vous l'aurez perdue si vous n'avez pas profité du recouvrement des deux feuillets pour marquer ensemble quelques points correspondants : trou à la pointe sèche du compas, tâches d'encre, effets de transparence, beaucoup de moyens sont bons, etc. Sinon, lorsque vous dépliez la feuille, il ne vous restera qu'une seule marque, celle du pli de votre feuille, et ce sera bien une marque de votre symétrie, son axe. Mais elle ne suffit pas encore à la définir de manière univoque.

C'est un point de vue, celui des transformations du plan. Il y a un autre point de vue que l'on peut prendre, en ce qui concerne les figures ou les successions de mêmes motifs, ce sont les isométries qui ne les déplacent pas, celles qui les font rester en même position, celles qui en échantent tous les points. Ce point de vue n'est pas tout à fait le même car il dissocie la figure, considérée comme un tout, un objet, et le fond duquel elle se détache. Dans ce cas deux possibilités, soit la figure est délacée alors que le fond ne bouge pas. Ainsi, lorsque vous découpez dans une feuille de papier une figure, et que vous la retournez et qu'ensuite vous essayez de la loger verso dans le trou qu'elle a laissé sur le fond recto de la feuille, vous ne retournez que la figure, pas le fond. Si la figure est symétrique, c'est-à-dire si le bord est une figure symétrique, oh miracle, vous trouverez un moyen de reloger votre pièce retournée, le bord symétrique fait que le bord de la pièce retournée va s'ajuster au bord non déplacé du trou (je simplifie en faisant abstraction de tous les glissements que ces mouvements vont en pratique entraîner). Soit c'est le fond qui bouge alors que la figure reste sur place, c'est ce qui se passe en imprimant des motifs avec un tampon que l'on appose sur un ruban que l'on fait défiler.

L'activité 5 des manuel 3P/82 est emblématique de cette manière de procéder par *révélation* de l'univers mathématique caché derrière la réalité empirique. Ici, on veut révéler les isométries comme transformation du plan. On fait agir l'élève sur un jeu de pièces de forme polygonales, selon une règle donnée. On lui fait dessiner les positions successives de sa pièce, pour garder une trace, puis on lui fait examiner, analyser, comparer les résultats

obtenus en variant la règle afin de dévoiler les isométries et certaines de leurs propriétés. Par exemple, pour un carré, opérer une translation, une symétrie glissée ou une rotation glissée d'un quart de tour, donnera toujours des bandes de figures identiques, tandis qu'il en ira différemment pour d'autres figures. Je ne juge pas ici de la valeur de l'idée de sa faisabilité ou quoi que ce soit d'autre. De même, par découpage dans des feuillets repliés on marque des symétries. Ce sont elles qu'on examine ici. Pour étudier les isométries de polygones réguliers, on opérera autrement (c'est proposé, en 3P/82 dans l'activité 4, p. 311-336 pour laquelle on recourra à d'autres actions et d'autres astuces de marquage).

Dans les manuels des années 96, on a changé de point de vue, on n'étudie plus les isométries mais seulement les propriétés des figures. On ne s'occupe pas trop des actions des élèves, leurs tâtonnements, leurs recherches et les traces qu'elles laissent, on leur demande de produire ou de reproduire des figures. *L'empirisme absolu* (envers la réalité) de Groscurin a resurgi sous la figure d'un *empirisme relatif* (à des petits modèles de réalité) et *approximatif*.

6. Conclusion, théories, doctrines, épistémologie.

En guise de conclusion, je voudrais apporter quelques éléments de réponse à deux questions, l'une en aval, du côté de ce qui se pratique en classe, et l'autre en amont, du côté de l'épistémologie.

6.1 Livres de cuisine ?

Du côté des classes de mathématiques, et au vu des analyses qui précèdent, je ne puis éviter de me demander si, dans la réalité des classes, les conclusions de mes analyses et comparaisons font une différence. Je dirai tout de go : sans doute que non. Toute mon expérience de 25 ans de visites de classes, de discussions avec des enseignants, et tout particulièrement le suivi durant 2 années d'une classe lors de mon travail de thèse me suggèrent cette conclusion que d'aucuns trouveront pessimiste. D'ailleurs chaque fois que j'ai eu l'occasion de discuter directement avec tel ou tel auteur des manuels actuels ou passés (j'ai pu le faire à de multiples reprises), je constate qu'ils n'ont pas sur leur production le recul suffisant. Par exemple mes discussions avec eux en ce qui concerne le fait que, dans les manuels de 96, la notion de compétence soit devenue l'organisateur principal du regroupement des activités proposées (Conne & Brun 99). Ou tout dernièrement encore, lors d'une discussion à propos des activités *plier couper* et *recto verso*, ils reconnaissent s'être inspirés des *suggestions* de leurs prédécesseurs. Il ressort que s'ils ne les ont pas reprises telles quelles, sans les modifier, c'est moins pour avoir cherché à améliorer les idées de leurs prédécesseurs que dans celle de les harmoniser au propos et à la présentation de leur ouvrage. Je dirais qu'ils ont surtout modifié l'emballage ; sans que cela soit péjoratif de ma part puisque du point de vue où je me place, l'emballage est lui aussi porteur de messages. De ce point de vue, je dois d'ailleurs nuancer une affirmation trop péremptoire que j'ai faite au paragraphe 3 en comparant les manuels scolaires à des livres de cuisine (ou de diététique). Ces derniers ne sont pas exempts de cohérence et cela se marque toujours par une recherche d'uniformisation de leur présentation. C'est pratique pour celui qui le consulte et en ce sens ce sont, comme les manuels, des ouvrages à consulter plus qu'à lire ; c'est emblématique de part les représentations des plats : les photos, souvent mises en scènes dans le genre nature morte - marque de tradition - ou alors présentation diététique et aseptisée - marque de modernité ; mais surtout, cela exprime une pensée au travers de la doctrine qui préside à l'organisation de l'ouvrage. Un des buts des manuels est toujours de livrer au lecteur des clés de doctrine, cautionnée par des références théoriques (réelles ou supposées !). Un manuel est un ouvrage à consulter, pas seulement pour s'en inspirer dans l'action, mais aussi pour en nourrir sa réflexion. Les descriptions d'activités sont tout à la fois la recette du plat et son illustration. En ce sens, et quoi qu'en disent les manuels eux-mêmes, il n'y a pas de chaîne qui ferait des manuels les médiateurs des théories pour la pratique (pour plus de détails sur les chaînes de productions de matériels scolaires, cf. Conne & Brun 99).

6.2 Ce que peut apporter une didactique scientifique pour répondre à la question.

C'est un leurre, je dis bien un leurre, que de chercher à présenter ou analyser les manuels scolaires comme directement inspirés par les théories, quelles qu'elles soient, quels que soient surtout les cocktails théoriques qu'ils nous offrent. Ce ne sont pas non plus des manuels d'applications de ces théories. Ces textes ne sont pas tant le fruit d'élaborations théoriques, que l'expression de constructions doctrinales. En Suisse romande, pour les trois générations de manuels examinés, ces constructions ont été élaborées avec soin et un très grand souci de cohérence. Pour le chercheur c'est une véritable aubaine que de disposer de documents de cette facture et de cette qualité. (Je ne dirai pas cela des manuels genevois du début des années 60). Certes, les auteurs et commissions de rédaction de ces ouvrages se sont inspirés des théories de leur époque, étaient tout imprégnés de l'air du temps, et n'ont pas omis de citer quelques unes de leur sources. Le fait que l'on ait passé à des collectifs de rédaction montre que la doctrine présentée n'est plus celle d'une personne avisée comme Groscurin ou d'un grand savant comme Condorcet, mais repose sur des savoirs partagés. Cela ne fait que souligner et rendre plus visible la transposition didactique qui y préside.

Cela dit, les travaux théoriques et expérimentaux des chercheurs peuvent apporter des éléments de réponse à notre question. Et ce, de trois manières au moins. Si je me réfère à la théorie des situations, elle nous permet de faire quelques conjectures a priori sur ce qui adviendra des idées didactiques. Par exemple, pour en rester à ce que j'ai cité auparavant, les idées qui président aux activités de logique dans les années 70 (diagrammes de Venn), ou encore d'expériences de pliage découpage en 3P/4P. Je reviendrai là-dessus. La seconde manière est celle de descriptions d'observations effectives en classe selon les cadres de la tsd. Le chercheur tente de reconstituer ce qui s'est passé en classe à partir des informations recueillies et par l'élaboration d'un modèle issu de la tsd. C'est le travail de nombreux chercheurs actuellement en ddm (qu'ils m'excusent de ne pas les citer ici). Ces études ne se font qu'a posteriori, bien évidemment. Mais rien n'empêche bien sûr de les mettre en regard de prédictions a priori. La troisième manière serait celle de comparer réalisations avec réalisations, une réalisation assumée par les chercheurs avec une réalisation d'un enseignant lambda.

Il se trouve que de 78 à 80, j'ai observé une enseignante réaliser ce que lui proposaient les manuels des années 70, et que j'en ai publié une description dans mon travail de thèse de 81. Alors que au COREM, une équipe de chercheurs dirigées par J. Péres, réalisait un enseignement dans le même domaine de savoirs. Esquissons donc une comparaison.

Je rappelle le schéma que j'ai dégagé à propos des activités de classements des années 70. On fait agir les élèves de telle manière que cette activité laisse des traces, et c'est au cours de ce marquage que se révélerait la réalité mathématique profonde. Le point essentiel ici est que les traces, les marques sont dans la réalité, font corps avec elle. On en a souligné quelques traits, et la voilà plus visible. Les sujets n'ont pas fait un tableau où ils auraient reconstruit le monde, où ils auraient reconstitué un fragment du réel. Lors d'un exposé de mes analyses au DAEST, B. Sarrazy a exprimé cela en disant en substance qu'il n'y a pas, dans cette doctrine, de différence entre la *narration du réel* et la *narration de la structure* (merci à I. Bloch et les notes qu'elles a prises lors de notre discussion). A mon avis, cette expression n'est pas encore assez forte, car il n'y a même pas de narration (c'est nous qui regardons cela ainsi), les signes, les dessins, etc. n'ont même pas à être une expression des élèves, ni même, à leur insu, expression de leur pensée (ce que bien entendu elles sont aussi ! Que les élèves y mettent de leur pensées et inévitable et ma thèse l'a bien montré, mais les auteurs pensent que dans l'interprétation du travail des élèves, les enseignants pourront toujours en faire abstraction. Le hic se présente dans le message en retour adressé aux élèves : comment faire admettre à de si jeunes sujets que les diagrammes pensent à leur place et que c'est bien ainsi puisque, comme ça, ils pourront réserver leur pensée à des choses plus subtiles ?) Dans l'esprit de ce projet, ce ne sont que des traces laissées par

leurs actions. Il s'agit là d'une interprétation exagérément étroite de l'idée de prééminence des actions chez Piaget qui témoigne d'une vision très optimiste sur la correspondance entre ce qui est à l'oeuvre derrière ces actions et les mathématiques. On retrouve de tels élans optimistes chez Piaget lui-même, en particulier au moment où il affirmait comme il le fait par exemple dans *Biologie et Connaissance* (Piaget 67) que la classification des espèces est le fait de la nature et pas seulement le fruit de la lecture opérée par des sujets humains.

Dans les manuels des années 70, l'expérience proposée est la suivante (pour une description méticuleuse, Conne 81). La réalité est constituée de ce que le jargon de l'époque appelle *matériels bien structurés*, dont le modèle est sans conteste *les blocs logiques* de Dienes. Comme je l'ai montré dans ma thèse, ces matériels sont déjà marqués, la logique qu'on veut enseigner y est inscrite entièrement. On fait classer ces objets de diverses manières et ensuite dessiner les résultats, afin d'en garder la trace. Mais dessins, marques, traces, sont toujours la même chose, ce n'est pas seulement isomorphisme, mais bien copie ! La logique est tout à la fois dans les actions des élèves, dans les choses qu'ils manipulent et dans les marques qu'on laisse de leur travail. Tout était donné en vrac, sur un même niveau : les objets et les symboles qui représentaient les éléments, les objets et les symboles qui représentaient les ensembles (les ficelles ou traits permettant de dessiner les patateïdes), les objets ou symboles pour désigner les attributs logiques considérés et qui avaient en outre une fonction d'indicateurs de placement. Joyeux mélange, tautologie si serrée qu'effectivement l'élève ne semblait ne pas pouvoir ne pas comprendre. Tautologie qui manifestait que les structures élémentaires et universelles étaient partout infiltrées dans le réel empirique, tout comme l'action l'est dans l'esprit des sujets.

Du point de vue de l'évolution de la tsd, le travail de J. Péres marque une époque. Je ne dirai jamais assez l'admiration que j'ai pour les travaux de cette équipe de recherche. Je ne mentionnerai ici que le plus connu d'entre eux, celui qui a fait l'objet de la thèse de J. Péres au titre et sous titre éloquentes : *Utilisation d'une théorie des situations en vue de l'identification des phénomènes didactiques au cours d'une activité d'apprentissage scolaire - Construction d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle*. (Péres, 84). L'expérience de la réalité que l'on va faire faire aux élèves pour apprendre des mathématiques, est la construction d'un code de désignation d'objets.

Chez Péres et ses collaborateurs, la logique est dans deux systèmes de codages qui ne sont pas du tout les mêmes (dit en passant, ici se révélera pour les lecteurs du travail de Péres, la différence entre la pensée enfantine et celle de l'adulte) : tout d'abord, celui qui sert de cadre et de support aux chercheurs et enseignants pour constituer la collection d'objets et la modifier en fonction des besoins de leur enseignement, ensuite celui que la petite communauté d'élèves va élaborer pour désigner ces objets. Il y a codes, il y a désignation d'objets, il y a donc noms que l'on donne à certains éléments du réel, tout ne se mêle pas dans le même creuset. Cette construction de code ne va rien révéler d'autre que de pouvoir évoquer et se substituer à la donnée de la collection d'objets. Et encore, puisque ce n'est plus simple copie, mais qu'une distance a été prise, que ce code n'est pas seulement soumis à la réalité qu'il est sensé désigner mais à des contraintes à la fois de compréhension individuelle, et de convention collective, la tautologie dans laquelle les élèves suisses romands étaient sensés baigner n'a plus cours ici ! Il va donc falloir valider le code ! C'est pour cela que, fait notable, et prouesse de la tsd, je pèse mes mots, on a vu des chercheurs parler de validation pour des élèves de l'école maternelle ! La réussite est belle. A mon goût, trop rares sont les savants didacticiens des mathématiques qui en aient pris l'exacte mesure (et bien qu'ils aient eu 17 ans pour le faire).

Cela étant rappelé, poursuivons. Péres et son équipe ont rédigé un cahier à l'intention des enseignants (Péres 85), leur donnant toutes informations pour piloter dans leur propres classes un tel enseignement. Le succès de cet ouvrage a été bien mince en regard de la qualité du travail des chercheurs et c'est bien sûr fort dommage. Je rapporte ceci pour montrer qu'en définitive, l'analogie entre manuels et théories se poursuit bien jusque dans les pratiques effectives de classes. (M.-H. Salin s'est penchée sur le problème, p. ex. Salin 98, 99)

Telle est la confrontation très succincte que j'ai faite à propos de la différence marquage

d'action /codage d'action entre les manuels des années 70 et l'étude de Péres. Dans les années 70 en suisse romande, une interprétation où tout est plaqué comme sur le recto (manifestation de surface) et verso (structure profonde) d'une même réalité, alors que dans les années 80, le travail de Péres tablait sur une *reconstitution* d'un code, celui avec lequel les enseignants pensent les objets à désigner, par un autre, celui que peuvent penser les élèves pour désigner les mêmes objets compte tenu de la maturité/immatunité de leur intelligence. Il n'y a ni confusion du code à la réalité, ni confusion entre codes des adultes et des enfants. Cela fait que la communauté des élèves ne peut trouver aucun recours aux adultes pour assurer et assumer le fonctionnement de leur code et qu'ils sont bien obligés de constater par eux mêmes ce que cela donne. Cela n'aura pas de sens non plus que l'adulte entre dans ce jeu de codage, c'est un autre codage qui lui est utile dans le pilotage de la situation et surtout dans la prévision de ce qui pourrait arriver et dans la manière dont il pourrait influencer sur les conditions de ce fonctionnement. C'est du moins ce que je comprends du but de la tsd et de l'affirmation selon laquelle elle étudierait *le fonctionnement des savoirs*.

Pourtant nos recherches se rejoignent sur un point majeur (je rappelle que mes recherches ont été menées en totale indépendance de celles de Bordeaux). En effet, le principal résultat de ma thèse est que, dans la classe de 1P/2P que j'avais visitée, lors de l'enseignement de la logique avec les diagrammes, les enfants apprenaient quand même de la logique et ce, pas de manière plaquée, ainsi qu'à l'insu du maître qui ne disposait pas du savoir pour pouvoir le reconnaître. (Conne 81, Conne 87, et Conne 94). **Or cet apprentissage fonctionnait sur les mêmes leviers (oppositions de caractères et de traits) que ceux à l'oeuvre dans les classes du COREM !**

6.3 Un schéma épistémologique à élargir.

Mes analyses et comparaisons de manuels ont été menées en regard à des questions classiques de l'épistémologie : *expérience, réalité, réalité des mathématiques*, etc. Est-ce que, de ce point de vue là, mes analyses et comparaisons apportent quelque chose ? Ce que chacun à sa manière, un manuel ou une théorie nous livrent c'est une interprétation épistémologique ! Ce que mes analyses apportent tout d'abord, c'est de faire parler l'épistémologie sur des objets auxquels, à mon avis, elle ne s'est pas assez intéressée (Conne 88, Conne 93, Conne 94). J'aimerais revenir ici à un schéma épistémologique que j'ai déjà questionné à propos des travaux de recherche en didactique des mathématiques (Conne & Lemoyne 99), et poursuivre, mais cette fois dans le cas de la comparaison de manuels entre eux ou de manuels avec des recherches. Il s'agit de deux schémas empruntés à un livre de A. Descaves, qui dit lui-même s'être inspiré de J. Petitot. (J. Petitot, Séminaire EHESS, Idéautés mathématiques et réalité objective, 1987/88: voir Descaves, 92, p. 13).

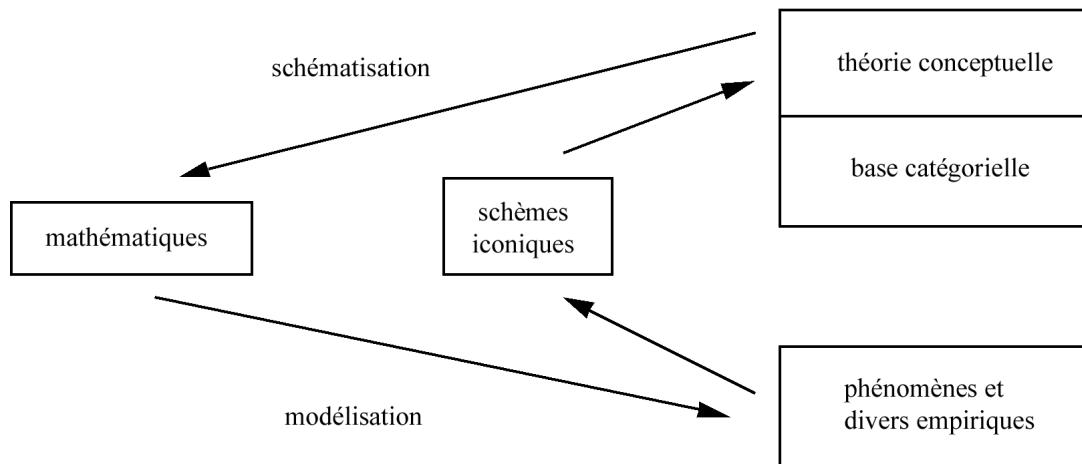


fig.1 schématisation et modélisation

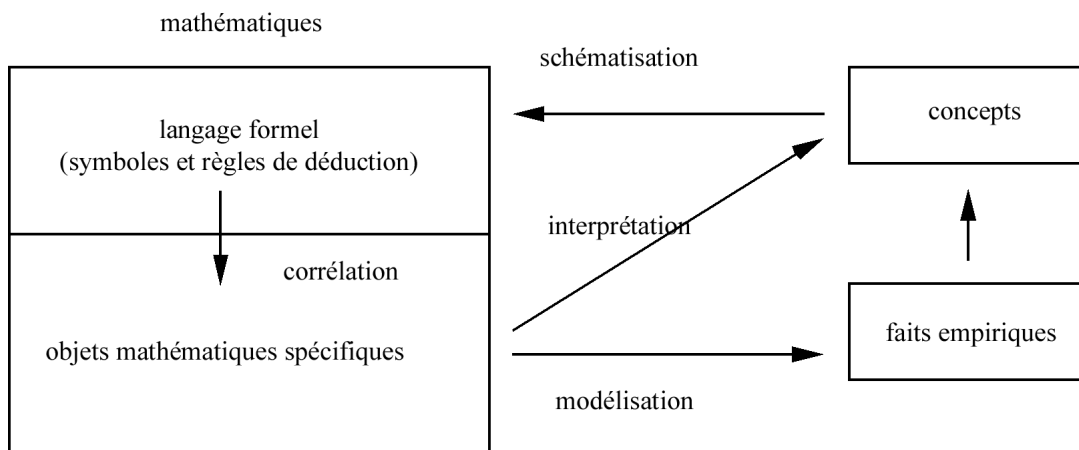


fig 2. le "jeu à quatre" des relations entre réalité et mathématiques

Trois remarques.

Primo, puisqu'il n'y a pas d'enchaînement direct entre théories/travaux de recherches et doctrines/manuels, je puis les comparer en les rapportant chacun à *un aval*, les pratiques effectives en classes, et *un amont*, un schéma épistémologique, par exemple celui de Petitot Descaves (il y a deux figures mais un schéma commun). Cette remarque est importante pour la raison suivante. Lorsque, chercheurs, nous nous adressons à des enseignants, nous ne pouvons leur demander d'être théoriciens, de faire de la théorie (il peut toujours y avoir des exceptions individuelles bien entendu). Nous pouvons par contre essayer de leur exposer comment les théoriciens pensent. De plus ce n'est pas à nous d'élaborer pour eux des doctrines, et l'influence des théories sur les doctrines ne se fait que selon des cadres épistémologiques de référence. A titre d'illustration, il suffira de comparer comment les théories et les manuels font références à des mêmes notions. J'ai déjà dit ce qu'il en est du terme *situation*, un mot maintenant sur la référence aux *jeux* dans les manuels des années 96. Tant les manuels que la tsd font référence aux jeux et aux jeux formels en particulier. Mais les manuels le font avec un synchronisme qui ne se retrouve pas dans la tsd qui en fait un outil de modélisation. Ainsi les jeux se voient-ils attribués par les manuels des vertus multiples : celle de la relance et de l'interactivité, ce qui suppose un feed back donné au sujet par le milieu, celle, à l'occasion de la recherche de stratégies, d'inclure comme naturellement des aspects de formulation et de validation, ne serait ce que ce que l'élève se dit à soi-même lorsqu'il réfléchit à une stratégie, et la sanction qu'il reçoit du jeu ; etc. Les auteurs ne

s'inspirent pas directement des théories, mais remontent à un cadre épistémologique fort général choisi pour leur permettre **une interprétation cohérente à la fois de leur doctrine et des théories qu'ils appellent pour la cautionner.**

Secundo, je puis situer ma comparaison des diverses générations de manuels dans des figures comme celles que proposent Petitot et Descaves. Je regarde alors sur quelle partie des schémas, les auteurs mettent leurs accents. De ce point de vue, je puis chercher à interpréter les modifications et *corrections* opérées par les nouvelles générations de manuels. Par exemple, les manuels des années 96 ne se distinguent pas tant des manuels des années 70 parce qu'ils auraient atténué les identifications abusives entre langage objets, mais plutôt (ou d'abord) parce qu'ils ont opéré un déplacement des accents des flèches *catégorisation/schématisation* de la figure 2, vers les flèches *modélisation/interprétation*. La naïveté réductrice reste la même, mais elle se justifie puisque l'on sait que tel est le propre et l'avantage des modèles : simplifier. Et les auteurs sont cohérents avec la conséquence qui en découle à savoir qu'on approche alors les mathématiques par petites touches lors d'expériences partielles et limitées. Ils ont définitivement abandonné les ambitions démesurées des promoteurs *la mathématique moderne*.

Qu'est-ce qui me permet de prétendre que les manuels des années 96 sont aussi réducteurs que les manuels des années 70 ? Tout d'abord, ce que j'ai analysé et dit à propos des références aux termes de *situation* ou de *jeu*. Ensuite mes comparaisons des manuels des années 70 avec ceux de 96. Par exemple les activités de classements au travers les diagrammes logiques sont reprises dans des jeux de stratégie. Un document officiel distribué à tous les enseignants et intitulé : *Apprentissage et enseignement des mathématiques - Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire* (Corome 97), chap. 5 *La logique et le raisonnement*, p. 68-70, *Des activités pour apprendre à classer des objets*, décrit comment réaliser un tel enseignement en exploitant le jeu de Quarto (jeu du commerce !) Enfin, ma comparaison des manuels des années 70 avec les propositions de l'équipe de Péres. Il est alors facile de poursuivre et refermer la boucle en comparant les nouvelles propositions des manuels des années 96 en matière de jeu, avec le jeu de communication qui est au cœur de la réalisation de Péres et son équipe (je l'exposerai ailleurs).

Tertio, ces comparaisons entre manuels et recherches nous montrent alors bien que théories et doctrines n'interprètent pas de la même manière les questions d'épistémologie. Dans le premier cas, on va analyser, affiner et particulariser ce qui est propositions générales, on va questionner des concepts, dans l'autre on va rassembler, unifier, sous des concepts. Si cela ne devrait pas poser trop de problèmes aux chercheurs et aux auteurs de manuels (dès le moment où ils assument ce qu'ils font), cela ne va pas sans poser une question aux épistémologues. Les grandes constructions épistémologiques sont-elles donc fatalement destinées à servir de joujou théorique ou doctrinal ? Je ne l'espère pas, bien entendu. Ce que les épistémologues peuvent faire, c'est examiner ce que théories et doctrines ajoutent au passage de leurs interprétations, surtout si ces adjonctions vont dans le même sens.

Dans les schémas de Petitot et Descaves, vous ne trouvez en effet mention ni de *savoirs*, ni de *situations* (pour ne prendre que deux mots qui apparaissent fréquemment sous ma plume). Ce que Péres ajoute à ces schémas est bien le fait qu'il n'y a pas qu'un seul code en jeu pour désigner les objets, mais deux. Lorsque le chercheur a préparé son activité, il a déjà parcouru une fois toute la boucle illustrée par nos deux figures et il s'apprête à faire un second tour, à l'occasion duquel les élèves élaboreront et affineront leur propre code de désignation de ces objets. Le code des chercheurs connaîtra alors une seconde confrontation avec le réel selon qu'il permettra d'organiser la confrontation par les élèves de leur propre code à la réalité. C'est dans ce cadre récursif que vient alors nécessairement se nicher la distinction *savoir/connaissance*. Le savoir est ce qui permet d'identifier la connaissance, toute étude objective des contenus de connaissance suppose donc deux instances actives (et une référence) : l'une qui connaît et l'autre qui reconnaît, et on ne peut reconnaître qu'en référence à quelque chose d'identifié, soit à un savoir. On n'a jamais observé et on n'observera jamais une connaissance en soi, tout ce qu'on peut, c'est identifier

chez quelqu'un qui ne le reconnaît pas quelque chose qui, pour nous, correspond à un savoir. On ne peut ni observer, ni montrer la connaissance autrement. Ainsi, non seulement la boucle de Petitot Descaves est parcourue (au moins) par deux fois, mais encore, la voilà qui s'ouvre nécessairement à deux nouveaux ordres de choses : *l'ordre du cognitif et l'ordre du pragmatique*.

Comme il en va classiquement en épistémologie, dans les figures de Petitot Descaves, il n'y a pas de sujets, on en a fait abstraction, on ne présente ici que le point de vue de l'objet que sont les mathématiques, il s'agit d'épistémologie des mathématiques, pas de l'étude de la connaissance de sujets, ni même de savoirs institués. Réintroduire les sujets ne peut se faire sans ouvrir le schéma à deux nouvelles dimensions : celle de leur cognition propre et celle des segments de réalité où elle vient s'exercer. Ce n'est plus seulement à un sujet générique ni à une réalité réduite à un divers empirique que nous avons affaire, mais bel et bien à un sujet connaissant dans l'action sur le réel. Or cette prise en compte des sujets est une nécessité en didactique puisqu'il y a intention d'enseigner et que cela distingue deux types de sujets selon qu'ils en sont porteurs ou bénéficiaires. Les questions de didactiques nous ont obligés à faire un retour en arrière sur ce qui avait été abstrait par l'épistémologie, et nous ne faisons que reprendre à notre compte une démarche que Piaget avait inaugurée avec son épistémologie génétique (pour un exposé détaillé de ceci, Conne 94). Il n'y a plus seulement deux blocs à considérer : *langage formel/mathématiques* d'une part et *divers empirique/concepts* de l'autre, mais quatre. Deux nouveaux blocs que je désignerai ici, sans doute de manière encore maladroite, par : le bloc *connaissance/expérience* d'une part, régi par les lois que tentent de découvrir les psychologues et le bloc *savoir/situations*, d'autre part qui, lui, relève de l'ordre du pragmatique. Pour moi la didactique des mathématiques s'occupe à comprendre les liens entre chacun de ces 4 pôles. Et alors oui, il nous faut des *théories* pour comprendre ce qui se passe dans *l'univers des savoirs et des situations* tout comme il nous faut des *théories* pour comprendre les *phénomènes cognitifs*, ou des *théories* mathématiques pour comprendre le *monde mathématique*, ainsi que des *théories conceptuelles* pour penser tout cela.

Etoy, le 28.10.01

Textes cités

Carroll L., 1966, Logique sans peine, Paris Hermann.

Conne F., 1976, Analyse de Manuel : à propos du chapitre division du manuel arithmétique 4^{ème} année, Béguin, Jeanguenin, Frei, DIP Genève, 1962, document non publié, 16 p.

Conne F., 1981, La Transposition Didactique à travers l'enseignement des mathématiques en première et deuxième année de l'école primaire. Thèse de doctorat. Lausanne. Conne / Couturier - Noverraz, 1986. 462 pages.

Conne F., 1987, Un canard dans les mares. Education et recherche, no 9.3, p. 301-328

Conne F., 1987-88 Des dénombrements à la division euclidienne. Série de 5 articles consacrés aux activités numériques élémentaires à l'école primaire. Math-Ecole.

- Comptage et écriture des égalités dans les premières classes de l'enseignement primaire (1er épisode). Math-Ecole. 1987, no 128, p. 2-12.

- Entre comptage et calcul (2ème épisode). Math-Ecole. 1987, no 130, p. 11-23.

- Numérisation de la suite des nombres et faits numériques (3ème épisode). Math-Ecole. 1988, no 132, p. 26-31, et no 133, p. 20-23.

- Calculs numériques (4ème épisode). Math Ecole. 1988, no 135, p23-36.

Conne F., 1989a, L'articulation des contenus et des moyens et leur double nature mathématique et didactique dans l'enseignement des mathématiques et son évolution, Bulletin de l'Association Mathématique du Québec, no XXIX-3, p.8-14

Conne F., 1989b, Comptage et écriture en ligne d'égalités numériques. Recherches en Didactique des Mathématiques. 1989, no 9.1, p. 71-115., 1989.

Conne F., 1990 Avec J.Brun, Content and process: the case of teaching written calculation at primary school. Actes du Symposium on Effective and Responsible Teaching, september 1990 Fribourg Suisse.

Conne F.,1992, Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique, Recherches en didactique des mathématiques, 1992, n° 12 / 2-3, pp. 221-270. Ce texte a été publié en 1996 comme 5ème chapitre du livre: Didactique des mathématiques de la collection *Textes de base en Pédagogie*, pp 275-338, sous la direction de J. Brun, Lausanne, Paris, Delachaux et Niestlé, 1996.

Conne F.,1993, Du sens comme enjeu à la formalisation comme stratégie,: une démarche caractéristique en didactique des mathématiques, In Sens des didactiques, didactiques du sens, Ph. Jonnaert & Y. Lenoir Eds., (actes des Troisièmes rencontres internationales du REF - réseau international de recherche en éducation et formation), 1993, Editions du CRP Faculté d'éducation, Université de Sherbrooke, p. 205 à 261.

Conne F., 1994, Quelques enjeux épistémologiques rencontrés lors de l'étude de l'enseignement des mathématiques, in Actes du XXIè congrès colloque inter irem de la copirelem, p. 3 à 35, Chantilly 1994, IREM Picardie INSSET St Quentin

Conne F., 1997, A propos des recherches entreprises par l'équipe de didactique des mathématiques de la fpe sur la question des algorithmes de calcul en colonnes à l'école primaire, in Approche des algorithmes dans la nouvelle collection des moyens d'enseignement de mathématiques, Actes du séminaire organisé les 30 et 31 janvier 1997 à Chaumont (NE) sous l'égide de COROME, J-L Gürtner, ed., IRDP ; Recherches, 97.107, nov. 1997

Conne F., Brun J. 1999, La notion de compétence, révélateur de phénomènes transpositifs dans l'enseignement des mathématiques., in L'énigme de la compétence en éducation, Dolz et Ollagnier, éd.s., Raisons Educatives n° 2, De Boeck Université, p. 95-114.

Conne, F. & Lemoyne, G.,1999, Introduction, In G. Lemoyne et F. Conne (éd.s.), Le cognitif en didactique des mathématiques (p.1-28). Presses de l'Université de Montréal.

Conne, F., 2000, Problèmes de transposition didactique, (20p.) In Actes (cd-rom) du congrès de la SSRE, Genève.

Conne, F., 2001, La théorie des situations comme ouverture sur l'expérience et l'expérimentations dans le domaine des connaissances et savoirs numériques à l'école primaire, (24p.) Colloque international Atour de la théorie des situations didactiques, Bordeaux 2000. Grenoble : La Pensée sauvage.

Descaves A., 1992, Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes, Paris Hachette.

Deloche G., Seron X. & Noël P., 1990, Un transcodage des nombres chez l'enfant : la production de chiffres sous dictée, in Bideaud J, Cl. Meljac C. et J. P. Fischer J-P, 1991, Les Chemins du Nombre, Lille, Presses Université de Lille

Gardner M., 1964, L'étonnante histoire des machines logiques., Paris, Dunod

Girodet M.-A., 1996, L'influence des cultures sur les pratiques quotidiennes de calcul, Paris Didier.

Guittel G., 1975, Histoire comparée des numérations écrites, Paris Flammarion.

Iffrah G., 1994, Histoire Universelle des Chiffres, Paris Laffont (1^{ère} ed. 1981).

Péres J. 1984, Utilisation d'une théorie des situations en vue de l'identification des phénomènes didactiques au cours d'une activité d'apprentissage scolaire - Construction d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle, thèse Univ. Bordeaux, IREM Bordeaux.

Péres J. & alii, 1985, Construction et utilisation d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle, IREM Bordeaux.

Perret J. -F., 1985, Comprendre l'écriture des nombres, Berne Peter Lang, coll. Exploration et recherches en sciences de l'éducation.

Piaget J. & Szeminska A., 1941, La Genèse du Nombre chez l'Enfant, Neuchâtel, Delachaux et Niestlé.

Piaget J., 1967, Biologie et Connaissance, Paris, Nrf, Gallimard

Picard N., 1976, Agir pour Abstraire, Paris, OCDL.

Salin M.-H., 1988, Un dispositif d'observation de l'enseignement des mathématiques : les centre pour l'observation et la recherche sur l'enseignement des mathématiques (COREM), in Méthodes d'étude du travail de l'enseignant, Pp. 147-160, Brun, Conne, Floris, Schubauer Leoni eds, Genève, Interactions Didactiques.

Salin M.-H, 1999, Pratiques ostensives des enseignants, *In* G. Lemoyne et F. Conne (éds.), Le cognitif en didactique des mathématiques (p.327-352). Presses de l'Université de Montréal

Sarrazy B., 2000, Didactique, Pédagogie et Enseignement,. Université d'été : Recherche, education et société, Caracassonne, 18 p.

Manuels

Ancêtre

Condorcet, 1989, Moyens d'apprendre à compter sûrement et avec facilité. Paris, A.C.L. - éditions.

Génération 22

Grosgurin L. , 1922, Enseignement de l'arithmétique, Méthodologie, Lausanne, Payot.

Grosgurin L., 1926, Enseignement de la Géométrie, Methodologie, Lausanne, Payot.

Génération 60

Beguïn M., Jeanguenin D. & Frei J., 1962, Arithmétique, école primaire 4^{ème} année, Genève, DIP.

Génération 70

Ferrario M., prés., Brunelli F., Burdet Ch., Guillet N., Waridel F., Wetzler J., 1972, Mathématiques première année, Méthodologie - Commentaires, Office romande des éditions scolaires.

Ferrario M., prés., Brunelli F., Burdet Ch., Guillet N., Waridel F., Wetzler J., 1973, Mathématiques deuxième année, Méthodologie - Commentaires, Office romande des éditions scolaires.

Ferrario M., prés., Beauverd B, Brunelli F., Bugnon A., Burdet Ch., Müller P., Wetzler J., 1974, Mathématiques troisième année, Méthodologie - Commentaires, Office romande des éditions scolaires.

Ferrario M., prés., Brunelli F., Burdet Ch., Dessoulavy J.-J., Dyens R., Haller Ch., Wetzler J., 1975, Mathématiques quatrième année, Méthodologie - Commentaires, Office romande des éditions scolaires.

Burdet Ch.prés., Ferrario M., Michlig Y., Kohly G.-A., Querub M., Dessoulavy J.-J., Conod Cl.-L., 1976, Mathématiques cinquième année, Méthodologie - Commentaires, Office romande des éditions scolaires.

Burdet Ch., prés., Ferrario M., Conod Cl.-L., Georges J.-Cl., Delay Y., Dessoulavy J.-J., 1977, Mathématiques sixième année, Méthodologie - Commentaires, Office romande des éditions scolaires.

Ferrario M., Waridel F., Wetzler J., 1979, Mathématiques première année, Méthodologie - Commentaires, Office romande des éditions scolaires.

Comte M.-L., Ferrari A., Wetzler J., Ferrario M., 1980, Mathématiques deuxième année, Méthodologie - Commentaires, Office romande des éditions scolaires.

Ferrario M., prés., Ferrari A., Jatton M., Wetzler J., 1982, Mathématiques troisième année, Méthodologie - Commentaires, Office romande des éditions scolaires.

Ferrario M., prés., Ferrari A., Jatton M., Querub M., Wetzler J., 1983, Mathématiques quatrième année, Méthodologie - Commentaires, Office romande des éditions scolaires.

Chastellain M., Jaquet F. & Michlig Y., 1984, Mathématiques, cinquième année, méthodologie-commentaires, Office romand des éditions scolaires.

Chastellain M., Jaquet F. & Michlig Y., 1985, Mathématiques, sixième année, méthodologie-commentaires, Office romand des éditions scolaires.

Génération 96

Ging E., Sauthier M.H. & Stierli E., 1996, Livre du maître. Méthodologie. Mathématiques 1P. Commission Romande des Moyens d'Enseignement.

Ging E., Sauthier M.H. & Stierli E., 1997, Livre du maître. Méthodologie. Mathématiques 2P. Commission Romande des Moyens d'Enseignement.

Danalet C., Dumas J.-P., Studer C. & Villars-Kneubühler F., 1998, Livre du maître. Méthodologie. Livre de l'élève. Mathématiques 3P.

Danalet C., Dumas J.-P., Studer C. & Villars-Kneubühler F., 1999, Livre du maître. Méthodologie. Livre de l'élève. Mathématiques 4P.

Gagnebin A., Guignard N., Jaquet F., 1997, Apprentissage et enseignement des mathématiques. Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire. Commission romande des moyens d'enseignement.

Collectif, 1997, Compter avec les élèves, Enseignement des mathématiques en Suisse romande, Introduction aux nouveaux moyens , Commission Romande des Moyens d'Enseignement.

Résumé.

Evolution de la référence à la *réalité* dans les manuels suisse-romands au cours du XXème siècle.

François Conne, université de Genève et Ifres, Lausanne.

En Suisse romande, les manuels de mathématiques sont édités par les états cantonaux. Jusqu'ici, ils ont connu une grande durée de vie, 4 à 5 générations de manuels sur un siècle. Ces deux circonstances sont très favorables pour une étude de la transposition didactique, et en particulier pour connaître l'évolution des représentations officielles de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire. Dans ce séminaire, j'examinerai un aspect de cette question. Je tiens le raisonnement suivant. Les auteurs des manuels proposent d'enseigner les mathématiques en faisant faire certaines *expériences* aux élèves, au cours desquelles ces derniers sont mis en *interaction cognitive* avec certaines *réalités*. J'examinerai trois générations de manuels utilisés dans le canton de Genève en 1922, 1972 et 1997. Pour chacune des époques considérées, je chercherai à décrire quels types d'expériences on prévoit de faire faire aux élèves et avec quelles *réalités* on les met aux prises. Ces analyses me permettront de fournir une image assez claire de l'évolution de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire en Suisse romande.