



HAL
open science

Logica impura. Un contrappunto epistemologico

Paola Cantu

► **To cite this version:**

Paola Cantu. Logica impura. Un contrappunto epistemologico. E. Montuschi and P.D. Omodeo. Ordinare il mondo. Prospettive logiche ed epistemologiche su scienza, natura e società, Armando, pp.71–95, inPress. halshs-03089337

HAL Id: halshs-03089337

<https://shs.hal.science/halshs-03089337>

Submitted on 28 Dec 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Logica impura. Un contrappunto epistemologico

Paola Cantù (Aix Marseille Univ, CNRS, Centre Gilles Gaston Granger, Aix-en-Provence, France)

1. Dalla logica neutra alla logica impura

Come un contrappunto musicale, la relazione tra logica ed epistemologia nel Novecento è segnata da una sorta d'interdipendenza, pur in una reciproca autonomia. Come le voci nel contrappunto musicale sono dipendenti tra loro dal punto di vista armonico, ma possono avere ritmi e timbri differenti, così logica ed epistemologia si sono sviluppate in una reciproca interdipendenza ma hanno mantenuto un'andatura ritmica distinta.

Ecco perché parlerò in proposito di logica impura, cioè di una logica che, intesa come attività di ricerca prima che come raccolta di teorie assiomatizzate o di calcoli formali, è intrecciata a preoccupazioni che oggi chiameremmo epistemologiche, vuoi nel senso inglese del termine, perché l'indagine logica è rivolta a questioni che riguardano la teoria della conoscenza umana in senso lato, vuoi nel senso francese della parola, perché la ricerca si è rivolta alla critica delle teorie scientifiche. In quest'accezione la logica impura non coincide con la logica applicata, che mira a indagare la struttura logica correlata a un dato dominio di oggetti o a un insieme circoscritto di pratiche o di procedure di ragionamento al fine di risolvere un problema concreto. E tuttavia come la logica applicata è profondamente ancorata nelle pratiche sociali.

L'apertura epistemologica di ciò che chiamiamo logica impura non si limita ad una descrizione nomologica o ad una categorizzazione normativa di un ambito della realtà, ma mira ad un ampio studio filosofico della natura, dell'origine e dei limiti della conoscenza, e in particolar modo, della conoscenza scientifica. Questo studio non s'identifica con i risultati del processo di assiomatizzazione ma piuttosto con la dinamica del suo sviluppo. Se l'obiettivo riecheggia il progetto epistemologico kantiano di una ricerca delle condizioni di possibilità della conoscenza scientifica, l'accento nella logica impura è posto anche sulla dimensione sociale e intersoggettiva di costituzione dell'oggettività.

Anche se l'aggettivo "impura" potrebbe suggerire una svalutazione rispetto alla logica pura o neutra, il termine è qui usato provocatoriamente per rivendicare questa minorità come un punto di forza, consistente nella capacità di resistere ad ogni tentativo di epurazione (per es. la logica impura resiste al riduzionismo sintattico o all'eliminazione dell'approccio intensionale, o alla svalutazione della componente pragmatica e dialogica). La ricchezza di quelle che in altra sede ho chiamato teorie epistemologiche minori¹ sta proprio nell'impossibilità di essere epurate per entrare in perfetta assonanza con gli "ismi"

¹ P. Cantù, *Le rôle des épistémologies collaboratives et interdisciplinaires au début du XXe siècle. Analyse historique et enjeux théoriques*. CNRS International Emerging Action INTEREPISTEME: The effect of interdisciplinary collaboration on early 20th century epistemologies, directed by Paola Cantù in collaboration with Georg Schiemer, Institut für Philosophie, Universität Wien. «Lettre de l'INSHS», 3/2019, pp. 24-25.

dominanti di una certa fase storica (logicismo, strutturalismo, formalismo, intuizionismo, platonismo). Analogamente la logica impura resiste ad ogni forma di neutralizzazione in cui la componente normativa sia determinata da una preliminare concezione ontologica o metafisica o teleologicamente orientata anziché l'esito di un'analisi concettuale aperta.

Illustreremo l'impurità con un esempio. Nel Novecento la logica è stata per lungo tempo intrecciata, se non talvolta addirittura identificata, con l'assiomatica, che a sua volta ha favorito una distinzione netta tra diversi approcci alle teorie scientifiche: una via sintattica, che considera una teoria assiomatica come una collezione di enunciati linguistici; una via semantica, che considera le teorie come collezioni di modelli; e una via pragmatica che giudica una teoria come un insieme di esempi paradigmatici, problemi, standard, abilità e pratiche.² La logica è stata via via considerata come il nucleo di tali teorie scientifiche e analizzata separatamente nelle sue componenti sintattica, semantica e pragmatica. Benché la filosofia della logica si sia interrogata sulla relazione e sulla compresenza di questi tre modi di indagare una teoria, la specializzazione disciplinare ha reso talvolta difficile uno sguardo di insieme sulla dinamica dell'avventura assiomatica. Con questo termine intendiamo qualcosa di distinto sia da una teoria assiomatizzata sia dal metodo assiomatico, inteso come metodo di costruzione o ricostruzione di teorie assiomatizzate. La storia recente dell'assiomatica, e lo vedremo in uno dei suoi pionieri, Giuseppe Peano, è un andirivieni tra livello sintattico, semantico e pragmatico-linguistico—andirivieni che all'epoca era motivato anche dal fatto che ancora non sussisteva una netta separazione (pur nella distinzione) tra i vari approcci. La logica assiomatica nasce come una logica impura perché gli obiettivi legati a queste tre prospettive sono interrelati: 1) rendere esplicite le assunzioni implicite di una teoria (per esempio enunciando tutte le ipotesi necessarie per dimostrare un dato teorema); 2) indagare le assunzioni tacite di una teoria per considerare cosa accade se non vengono implicitamente assunte (per esempio testando la possibilità di creare modelli non standard di una teoria); 3) definire l'ambito e gli obiettivi di un programma di ricerca o di una disciplina.³

Ogni teoria assiomatizzata in maniera definita, incluse le varie teorie logiche, è come una pausa all'interno di una fuga, una composizione basata sul contrappunto, in cui ciascun tema richiama e segue il precedente senza che si arrivi mai all'assonanza o all'identità timbrica. Anche quando questi tre momenti sono riuniti nell'indagine sul contributo dell'assiomatica alla determinazione delle condizioni per l'oggettività della conoscenza scientifica, la riduzione dell'assiomatica a una collezione statica di teorie, linguaggi, modelli e contesti enunciativi impedisce una comprensione unitaria della componente epistemologica dell'assiomatica, che non si riduce né all'elencazione delle regole d'inferenza che permettono la correttezza del ragionamento né alla ricerca dei concetti primitivi e degli

² Cfr. C. Savage, *Preface*. In C. Savage (a cura di), *Scientific Theories. Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, vol. 14, pp. vii–ix, Minneapolis, University of Minnesota Press, 1990 e R. G. Winther, *The Structure of Scientific Theories*. In E. N. Zalta (a cura di), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2016.

³ L'individuazione di questi obiettivi è ispirata al lavoro di Woodger, di cui si ricorda l'assiomatizzazione della teoria genetica. Cfr. J. H. Woodger, *Studies in the foundations of genetics*. In A. Tarski, Suppes, and L. Henkin, (a cura di), *The Axiomatic Method*, North-Holland, Amsterdam, 1959, pp. 408-409.

assiomi fondanti, ma si incentra sulla possibilità di facilitare il confronto fra diversi risultati scientifici, la riorganizzazione delle aree di ricerca, la didattica e la cooperazione tra ricercatori.⁴ Quest'accezione della logica assiomatica costituisce un buon esempio della idea che la logica non nasce pura per poi diventare impura:⁵ l'assiomatica non è uno strumento sviluppato in maniera formale e neutra che viene poi messo al servizio dell'indagine epistemologica ma uno strumento volto direttamente e precipuamente all'analisi della conoscenza (scientifica). La logica non è uno strumento neutrale, di cui si può fare buono o cattivo uso, ma un approccio epistemologico che ha effetti sul metodo, sull'ontologia e sull'oggettività della conoscenza.⁶ Se è generalmente accettato che la scelta di un'ontologia ha conseguenze sul tipo di problemi che vengono sollevati, affrontati e risolti in una determinata scienza, non sempre si sottolinea che altrettanto vale per la scelta di un'epistemologia. Se la logica non è né ontologicamente né epistemologicamente neutra, non è più possibile con Quine relegare la sua impurità al solo momento della scelta iniziale di un linguaggio. L'impurità si manifesta non appena si prendono in considerazione anche gli agenti e i ruoli sociali che intervengono nell'avventura logico-assiomatica.

La matematizzazione della logica, sia essa intesa come trattamento matematico della logica (Boole) o come indagine delle componenti logiche della matematica (Frege), finisce con l'accentuare l'idea che la logica riguardi solo alcuni concetti astratti e delle regole di inferenza, senza occuparsi propriamente né dell'accesso cognitivo a tali oggetti, né della maniera in cui tali oggetti vengono astratti, né del significato epistemologico delle regole di inferenza. Perfino nella diatriba tra logica classica e logica intuizionista o costruzionista sembra che in gioco vi sia non tanto la comprensione logica del ragionamento umano, quanto le ragioni per la scelta di un sistema di assiomi più consono a descrivere una concezione del ragionamento che viene concepita come esterna alla logica.

La stessa natura formale della logica viene sempre meno associata a una concezione genuina dell'astrazione (per usare l'espressione di Ignacio Angelelli, cioè un tipo di astrazione in cui s'introduce qualcosa di nuovo, ma al contempo si perde qualcosa)⁷ e sempre più all'idea che l'introduzione di oggetti astratti possa avvenire senza residui, senza che alcun aspetto ontologico vada perso nell'operazione di astrazione. La stessa caratterizzazione di un sistema scientifico rigoroso si basa su alcuni fattori logici (l'assiomatizzazione, il simbolismo), ma non è più una questione logica di per sé.

⁴ Un esempio interessante del ruolo architettonico dell'assiomatica e insieme della sua natura sociale, collettiva e istituzionale è l'analisi del caso Bourbaki, che ho avuto occasione di sviluppare in collaborazione con Frédéric Patras, che qui ringrazio per i preziosi scambi che hanno profondamente ampliato la mia visione della matematica e della logica. Sul rapporto tra assiomatica e pensiero strutturale si veda in particolare F. Patras, *La pensée mathématique contemporaine*, Paris, PUF, 2001, p. 108 ss.

⁵ La svolta linguistica e la svolta pragmatica sarebbero allora non veri e propri riorientamenti della disciplina ma sforzi della logica di sfuggire all'epurazione che la riduce ad alcune soltanto delle sue molteplici dimensioni.

⁶ Si tratta in ultima analisi di un'estensione al caso specifico della logica di una certa idea di connessione intrinseca tra metodo e oggettività che costituisce un filo rosso del volume di Eleonora Montuschi, *Oggettività e scienze umane: introduzione alla filosofia della ricerca sociale*, Roma, Carocci, 2006.

⁷ Cfr. I. Angelelli, *Adventures of abstraction*, «Poznan Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities», 82, 2004, pp. 11-36.

L'assiomatica moderna accentua con la sua natura ipotetico-deduttiva la componente tautologica e analitica a priori, dunque non ampliativa, della ricerca logica. Perfino quando, con Quine, si opta per una naturalizzazione della logica che le toglie l'immunità rispetto all'esperienza, la logica è messa al sicuro al centro delle conoscenze umane, così lontana dall'esperienza da non rischiare di esserne veramente contaminata⁸.

2. La logica nel Novecento non è sempre neutra

Citeremo qui, per ragioni di spazio, tre soli esempi tratti dalla storia della logica del Novecento (il *Formulario* di Giuseppe Peano, la logica dialogica di Lorenzen e la *Nuova Dialettica* di Douglas Walton),⁹ che però ci sembrano sufficienti a confermare che la logica non è stata neutra né quando si è ristretta da logica del pensiero a logica matematica, né quando ha riflettuto sulla propria natura dialogica, né infine quando si è confrontata con la teoria dell'argomentazione.

Vedremo in particolare che l'analisi linguistica, che costituisce un pilastro di tutti e tre gli approcci, non è dissociabile da obiettivi epistemologici, come ad esempio la ricerca del buon ordine dei concetti, l'indagine sulla sfera pre-teorica della conoscenza e sui suoi meccanismi di costruzione intersoggettiva, l'interrogazione su ciò che rende un metodo conoscitivo scientifico. In secondo luogo, noteremo che la simbolizzazione della logica, lungi dall'essere esclusivamente finalizzata alla costruzione di sistemi assiomatici o all'indagine delle inferenze deduttive e induttivo-probabilistiche, riposa su interrogativi molto simili a quelli che si sono sviluppati nelle scienze sociali: la necessità di distinguere il semplice dal complesso, il primo per noi dal primo in sé, una forma canonica da forme devianti, la definizione di un termine dalla formazione di un concetto, le conseguenze pragmatiche di un'ipotesi dal suo ruolo teorico. Infine, considerando la teoria dell'argomentazione come una possibile parte integrante della logica *tout court*, si può scoprire che la logica si occupa, come la topica aristotelica, dei luoghi in cui si formano gli argomenti, quindi contemporaneamente di un contenuto conoscitivo, eventualmente anche solo di tipo procedurale e della sua messa in forma ad opera di agenti sociali.

Abbandonare la qualifica di più o meno formale a favore della qualifica di più o meno impura dal punto di vista epistemologico ci sembra avere un doppio vantaggio: da un lato spiega una ragione profonda per la quale sia la logica informale sia la teoria dell'argomentazione sia la logica formale facciano parte della logica;¹⁰ dall'altro offre un diverso terreno sul quale confrontare le due prospettive, che non è né il proprio dell'una (la

⁸ Cfr. W.O. Quine, *Two dogmas of empiricism*, «The Philosophical Review», 1951, 60, 1/1951, pp. 20–43. Rist. in *From a Logical Point of View*, Harvard, Harvard University Press, 1953, p. 42 ss. (Trad. it. *Il problema del significato*, Roma, Ubaldini, 1966).

⁹ Cfr. G. Peano, *Notations de Logique Mathématique*, Guadagnini, Turin, 1894; G. Peano, *Formulaire de Mathématiques*, t. II § 1, Logique mathématique, Torino, Bocca, 1897; D. Walton et al., *Argumentation Schemes*, Cambridge, Cambridge University Press, 2008.

¹⁰ Cercheremo a tal fine di evitare nel seguito ogni riferimento all'espressione "logica informale", che testimonia della tendenza a separare una parte 'formale' della logica da una parte 'informale', termine plurivoco usato talvolta per riferirsi alla componente pragmatica e applicata della logica, ma la cui ragione d'essere consiste solo nell'opposizione a una presunta logica formale.

complessità e l'adeguatezza descrittiva) né il proprio dell'altra (il rigore e la tendenza a fornire strumenti normativi), ma il proprio di entrambe (l'obiettivo conoscitivo e l'indagine sulla costruzione sociale dell'oggettività scientifica).

Un aspetto interessante di quest'accezione di logica impura è in che misura possa contribuire a ripensare il rapporto tra scienze sociali e scienze naturali ed esatte. Se l'opposizione si basa su una differenza di metodo (per alcuni) e di oggetti (per quasi tutti), e se la logica impura contribuisce alla costituzione sia del metodo sia della oggettività, in che misura la logica intesa come un'impresa epistemologica può essere qualcosa che precede entrambe e dunque un terreno di confronto preliminare e più fecondo?

Anziché insistere sul fatto che le cosiddette "scienze dure" e quelle sociali non condividono la stessa logica, come se la logica fosse uno strumento neutro che possiamo applicare all'una e all'altra in maniera indipendente, ci s'interroga invece sul modo in cui nelle diverse scienze la logica contribuisce alla formazione dei concetti scientifici e alla determinazione del loro grado di oggettività e di astrazione. Anziché fermarsi alla contrapposizione esplicitazione-comprensione, o spingere verso l'unificazione delle diverse scienze basandosi sulla generalizzazione induttiva, è possibile investigare diverse procedure di generalizzazione e astrazione e diversi modi di costituzione degli oggetti. La logica può intervenire sia costruendo una topica dei ragionamenti che in ciascuna scienza portano alla formazione di nuovi concetti sia confrontando diversi meccanismi d'intenzionalità collettiva che ne spiegano l'effettività.

Anziché immaginare la logica delle scienze dure e la logica delle scienze sociali come due logiche distinte (deduttiva la prima o induttiva la seconda) o come una stessa logica (induttivo-probabilistica) applicata a domini di natura diversa, l'impurità della logica permetterà di vedere lo sviluppo di queste diverse scienze come una forma di contrappunto, in cui temi originati dalle dinamiche proprie delle scienze dure sono stati ripresi con altri ritmi e timbri dalle scienze sociali e viceversa tematiche sorte in ambito sociale si sono poi riprodotte con una diversa andatura nelle scienze esatte. Se la dipendenza delle scienze sociali dalle scienze dure è ben nota (almeno nel senso dell'applicazione di strumenti statistici e modelli matematici alle scienze sociali e in particolare all'economia), più misteriosa potrebbe apparire la relazione tra la logica e le scienze sociali.

Nella filosofia recente della matematica e della logica c'è una tendenza ormai consolidata che enfatizza l'importanza delle pratiche—visualizzazione, uso di diagrammi, ragionamento, spiegazione, formazione dei concetti, analisi delle definizioni, ecc.—nell'individuazione e nella risposta a problemi epistemologici.¹¹ Se alcuni di questi approcci

11 Cfr. J. Carter. *Philosophy of mathematical practice—motivations, themes and prospects*. «Philosophia Mathematica», 27, 1/2019, pp. 1–32, 2019; V. Giardino. *The practical turn in philosophy of mathematics: A portrait of a young discipline*, «Philosophy and Mind», 12, 2017, pp. 18–28 e J. P. van Bendegem, *The impact of the philosophy of mathematical practice on the philosophy of mathematics*. In L. Soler et al. (a cura di), *Science after the Practice Turn in the Philosophy, History, and Social Studies of Science*, Routledge, 2014, pp. 215–226.

discendono dalla concezione di Lakatos della matematica come scienza quasi-empirica, nuove prospettive sono strettamente legate all'idea che l'oggettività matematica non abbia una matrice osservativa o empirica, ma sia piuttosto il risultato di una costruzione sociale. La pratica logico-matematica non è più invocata soltanto come ciò che permette uno studio "in vivo" anziché "in vitro" della conoscenza scientifica,¹² ma è indagata nella sua natura sociale: sociale è il gioco di dare e chiedere ragioni, ma anche l'attività condivisa propria della dimostrazione, sociali sono i ruoli del proponente e dell'opponente nella logica dialogica, sociale è l'impresa collettiva e collaborativa del *Formulario* di Peano, sociale è l'intersoggettività che caratterizza l'oggettività logico-matematica.

Molto si è detto della perdita dell'unità logica, sia all'interno della logica formale—a partire dal principio di tolleranza di Carnap e con lo sviluppo di tutta una serie di logiche non classiche—sia all'interno della logica informale: si pensi ad esempio al pluralismo estremo di Michael A. Gilbert, che include anche modi non logici degli argomenti (emozionale, viscerale, kisceral)¹³ o a forme di contestualismo spinte che si orientano prevalentemente alle applicazioni, come nel caso di Pinto o di Siegel.¹⁴ E se il progetto di un'unica scienza si è spesso basato sull'analisi logica (come nel caso del circolo di Vienna), la perdita dell'unità logica avrebbe in parte portato con sé la perdita della possibilità di rendere conto dell'unità della scienza.

La nozione di logica impura e la metafora del contrappunto suggeriscono che l'unità può essere ritrovata ad un altro livello, e cioè nella componente epistemologica della logica, che, messa in evidenza da più parti per quanto riguarda alcune logiche più recenti, come la semantica della teoria dei giochi o la logica filo-indipendente di Hintikka, è secondo noi presente in buona parte della tradizione novecentesca, formale e informale. Non si tratta di un'unità completa, ma di temi, spunti, problematiche che si rincorrono storicamente, cambiando accento, timbro e ritmo, ma che, una volta rintracciati e confrontati, formano una melodia armonica, benché non assonante. È in questa melodia epistemologica che si può rivelare a tratti una coerenza, se non proprio un'unità della logica, e in cui si può apprezzare appieno la sua portata filosofica. Tuttavia le componenti sintattica, semantica e pragmatica analizzate nella loro natura sociale restano difficilmente integrabili e rimangono dissonanti: se venti anni fa, poteva apparire urgente rifiutare l'opposizione tra logica e

¹² Ringrazio Valeria Giardino per i numerosi spunti critici e le discussioni che mi hanno permesso di comprendere meglio il ruolo della pratica matematica, e soprattutto per questa metafora del passaggio da uno studio "in vitro" a uno studio "in vivo", che si adatta molto bene alla citazione pragmatista di Vailati sulle teorie viste o come animali impagliati o come organismi viventi (vedi sotto, § 3). Tuttavia questa distinzione è basata sull'opposizione tra due metodologie chiaramente distinguibili. Mentre lo studio in vitro è metodologicamente distinto da quello in vivo e sperimentalmente praticabile, la logica pura non è metodologicamente distinguibile da quella impura né è praticabile: con buona pace dei puristi logici, la logica umana non è solo incompleta ma anche impura, cioè non esiste un modo di fare logica che prescindendo da considerazioni di tipo epistemologico.

¹³ Cfr. per esempio M. A. Gilbert. *Multi-modal argumentation*. «Philosophy of the Social Sciences», 24, 2/1994, pp.159–177 and M. A. Gilbert. *Coalescent Argumentation*, Mahwah (N. J.), Lawrence Erlbaum Ass., 1997, in cui si discute la modalità argomentativa kiscerale (dal giapponese 'ki' che significa energia), basata su assunzioni arazionali, relative all'area della comunicazione intuitiva, mistica, religiosa o rivelata.

¹⁴ R. Pinto. *Argument, Inference and Dialectic: Collected papers on Informal Logic*, vol. 4, Springer Science & Business Media, 2001; H. Siegel, *Educating Reason*, Routledge, 2013.

teoria dell'argomentazione per immaginarne un'unità in senso proprio, come se la seconda potesse essere un'estensione della prima,¹⁵ oggi mi sembra che ciò che rende problematica l'unificazione non è tanto la diversa estensione (tanto per fare un esempio, la reiterazione è una regola di inferenza corretta nella deduzione naturale mentre la *petitio principii* è una fallacia argomentativa), quanto la mancata distinzione a livello epistemologico tra ciò che si dovrebbe unire.

3. L'impurità della logica formale nell'assiomatica di Peano

La matrice epistemologica della logica di Peano risiede in una molteplicità di fattori, tra i quali ne spiccano tre:

- 1) la natura sociale, collettiva e dialettica del farsi della logica matematica;
- 2) l'interesse per le definizioni, che ha per obiettivo non solo la costruzione rigorosa di una teoria assiomatica e l'indagine metateorica di alcune sue proprietà, ma anche l'indagine di diverse alternative possibili e delle ragioni che si adducono per giustificarle;¹⁶
- 3) un'attenzione dinamica alla storia della logica e della scienza, intesa non solo come una narrazione della crescita della conoscenza seguita a nuove scoperte scientifiche, ma anche come un'indagine euristicamente feconda degli errori e un'esplicitazione delle metafore in uso, incluse quelle derivate da teorie ormai "morte e sepolte da secoli".¹⁷

1) Il *Formulario* di Peano fu un'impresa interattiva di costruzione di un dizionario che mirava a contenere tutti gli enunciati usati in logica e in matematica. L'impresa era al tempo stesso descrittiva e prescrittiva. Nella rivista da lui fondata e diretta *Revue des Mathématiques*, Peano invitò i lettori a contribuire al progetto che aveva iniziato con i suoi collaboratori: Giovanni Vailati, Cesare Burali-Forti, Alessandro Padoa, Mario Pieri e Giovanni Vacca. Oltre all'obiettivo di raccogliere e ordinare tutte le proposizioni matematiche, il *Formulario* ambiva anche ad analizzare lunghe serie di ragionamenti, inaccessibili con il solo uso del linguaggio ordinario.¹⁸ Invece di iniziare il progetto determinando a priori una serie di regole del ragionamento corretto, Peano voleva raccogliere tutti gli enunciati logico-matematici e organizzarli in forma assiomatica,

¹⁵ P. Cantù P. e I. Testa, *Teorie dell'argomentazione. Un'introduzione storico-filosofica alle logiche del dialogo*, Milano, Bruno Mondadori, 2006.

¹⁶ «Il vantaggio delle ricerche di questo genere, sul senso delle parole, non consiste tanto nelle definizioni che si trovano quanto nelle operazioni che bisogna fare per trovarle, e che il frutto di tali discussioni, non sta nelle conclusioni alle quali esse portano, ma nelle ragioni che occorre scoprire e addurre per giustificarle.» G. Vailati, *Alcune osservazioni sulle Questioni di Parole nella Storia della Scienza e della Cultura. Prolusione ad un corso libero di Storia della Meccanica*, 1898-98, Torino, Bocca, 1899. Rist. in M. Calderoni, U. Ricci, e G. Vacca (a cura di), *Scritti di G. Vailati, 1863-1909*, Leipzig-Firenze, Barth-Seeber, 1911, pp. 203-228 e in M. Quaranta (a cura di), *Giovanni Vailati. Gli strumenti della ragione*, Padova, Il Poligrafo, p. 150. Vailati fa riferimento ad un'idea riportata da Victoria Welby: «As Prof. H. Sidgwick says, there is often more profit in seeking than in finding definitions» Welby, V. "Sense, Meaning and Interpretation." *Mind*, New Series, 5, no. 18 (1896): 186-202, p. 194.

¹⁷ *Ivi*, p. 172.

¹⁸ Cfr. G. Peano. *Formulaire de Mathématiques*. Bocca, Torino, 1901, p. v.

utilizzando un ordine espositivo che non escludeva la possibilità di ordini alternativi. Solo dopo aver dato un ordine dimostrativo a tutto questo materiale, si interessò alle regole di derivazione usate effettivamente e più frequentemente. In maniera non dissimile Otto Hölder considerava la logica matematica come una teoria normativa costruita sulla base di certe regolarità dimostrative che si riscontrano nella pratica matematica, come nell'incompiuta anatomia della matematica di Lambert. Questa indagine anatomica, che caratterizza in buona sostanza anche l'approccio di Peano, mostra come le regole logiche emergano come regolarità all'opera nelle pratiche e nelle tecniche dimostrative matematiche con lo scopo di favorire la coordinazione, l'organizzazione e la divisione del lavoro. Vailati usa a questo proposito una metafora tratta dall'economia industriale che ben illustra come la normatività della logica matematica fosse basata su un incremento dell'efficienza nel raggiungimento dei risultati matematici attesi, anche se i costi richiesti dalla sostituzione della vecchia attrezzatura con la nuova (la logica simbolica) può richiedere un lungo tempo di ammortizzamento, proprio come il cambio dei macchinari è un modo inizialmente oneroso di razionalizzare la produzione.¹⁹

L'interesse della scuola di Peano per la ricerca di caratterizzazioni alternative dei primitivi geometrici e per la riflessione teorica sulla natura e la funzione di diversi tipi di definizione (nominali esplicite, per postulati o implicite, per astrazione, per operatori...) è ben nota.²⁰ Da un lato, la scelta tra diversi tipi di definizioni di un simbolo (per esempio definizioni per astrazione o definizioni per operatori) non può essere fatta in termini puramente astratti, senza tenere conto di uno specifico sistema teorico, delle virtù che una definizione matematica dovrebbe idealmente soddisfare (per esempio condizioni di omogeneità tra le variabili che compaiono nel *definiens* e nel *definiendum*) e delle conseguenze che la scelta di una definizione può avere sulle definizioni successive (per esempio se scegliere una definizione per astrazione dei numeri razionali ha come effetto l'introduzione di una definizione non omogenea della somma tra razionali, allora meglio fare uso di una definizione per operatori, priva di tale inconveniente). D'altro lato, il ricorso alla distinzione tra la definizione effettivamente scelta e proposta e definizioni alternative di uno stesso termine, dette anche definizioni possibili, e di cui si tiene traccia nello sviluppo del *Formulario*, suggerisce che Peano abbandoni, da un certo punto in poi, l'idea dell'unicità dell'ordine logico dei concetti e delle proposizioni. Unicità che viene meno per due ragioni. In primo luogo, l'ordine dei concetti non è più assoluto ma riguarda una specifica teoria; così, ad esempio potrebbe esserci un ordinamento per i numeri naturali e un diverso ordinamento per i numeri razionali. In secondo luogo, diversi ordinamenti dei concetti e delle proposizioni di una stessa teoria sono possibili non solo nel senso che danno luogo a

¹⁹ Cfr. G. Vailati. *Sull'importanza delle Ricerche relative alla Storia delle Scienze. Prolusione a un corso sulla Storia della meccanica*, Torino, Roux e Frassati, 1897. Rist. in Vailati, *Scritti*, op. cit. e in M. Quaranta, op. cit., p. 90.

²⁰ Cfr. P. Mancosu, *Definitions by abstraction in the Peano school*. In A. Giordani and C. de Florio (a cura di), *From Arithmetic to Metaphysics: A Path Through Philosophical Logic*, De Gruyter, 2018, pp. 261–288. Si veda anche P. Cantù, *Peano's epistemology between structuralism and logicism*, in F. Boccuni and A. Sereni (a cura di), *Origins and Varieties of Logicism. A Foundational Journey in the Philosophy of Mathematics*, Routledge, forthcoming.

formalizzazioni assiomatiche distinte di uno stesso contenuto matematico (si veda in particolare il caso della geometria), ma anche nel senso che sono compostibili in uno stesso sistema, dove la distinzione tra concetti non definibili e derivabili è in parte arbitraria, dato che dipende da considerazioni epistemologiche o didattiche. E tuttavia Peano cerca di tenerne conto nella presentazione tipografica del *Formulario*, dove le indica con l'espressione "Dfp" come se questa molteplicità di punti di partenza e le possibili diverse ramificazioni dello sviluppo del ragionamento fossero parte integrante della teoria logica stessa.²¹

Mi limiterò a citare un esempio significativo. Il simbolo della \wedge rovesciata, che in logica è usato per denotare il falso o la contraddizione, è letto diversamente a seconda che si applichi a classi o a proposizioni (infatti diciamo che una classe è vuota e che una proposizione è assurda). Non solo, lo stesso simbolo può avere diverse definizioni anche quando occorre nello stesso contesto, cioè nella teoria delle classi: può essere definito come la classe che contiene gli oggetti che sono comuni a tutte le classi; ma può anche essere definito come il solo elemento di un insieme che può essere ottenuto per intersezione di una proprietà e della sua contraddittoria.

La logica di Peano è impura nel senso che l'obiettivo del *Formulario* non è soltanto quello di derivare tutte le possibili conseguenze di una definizione, ma anche quello di confrontare definizioni diverse, la cui differenza è principalmente epistemologica. Considerare l'insieme vuoto come l'intersezione di tutte le possibili classi o come il risultato dell'applicazione di un'operazione e della sua inversa non è epistemologicamente neutro. Peano è probabilmente guidato dal confronto tra diverse possibili caratterizzazioni del numero 0 nel gruppo degli interi ($\mathbb{Z}, +$), o come elemento neutro ($a + 0 = a$) o come elemento inverso ($0 = a - a$) del gruppo.

Anche l'uso frequente di definizioni condizionali rivela non solo l'interesse ma la decisione di rimanere ancorato alla pratica matematica, adattando la logica all'uso matematico dei termini e alla loro rilevanza epistemologica. Le definizioni condizionali sono spesso criticate perché costituiscono un'eccezione al criterio di eliminabilità, che richiede che ogni formula del linguaggio esteso con il nuovo termine introdotto per definizione sia semanticamente (o dimostrativamente) equivalente a una formula del linguaggio di partenza. Consideriamo ad esempio la definizione dell'operazione di divisione tra numeri reali, che è soggetta alla condizione che il divisore sia diverso da zero. Un modo per neutralizzare il problema è quello di eliminare le definizioni condizionali, assegnando arbitrariamente un valore fissato (per esempio zero) alla divisione di un qualunque numero per zero. Questa strategia, simile alla strategia adottata da Frege per liberare la logica dai concetti vuoti e rendere univoco il significato dei termini, non è presa in considerazione da Peano, che è invece molto interessato alle definizioni caso per caso, frequentissime quando si fa uso di funzioni parziali, e anche alle descrizioni definite di cui non si sa se esista e se sia unico il riferimento (ad esempio il limite o il massimo di una funzione).²²

²¹ Cfr. G. Peano. *Formulaire*, op. cit., pp. 14-16.

²² Cfr. P. Cantù, *Peano and Gödel*. In G. Crocco and E.-M. Engelen (a cura di), *Kurt Gödel: Philosopher-Scientist*,

Frege criticò le definizioni di Peano sostenendo appunto che fossero incapaci di determinare univocamente il significato di un segno e dunque, essendo incomplete, di delimitare in maniera precisa i concetti. Ritenendo che tale precisione dei concetti fosse necessaria per applicare il principio del terzo escluso, giudicò illecito fare uso di definizioni condizionali in una dimostrazione e criticò l'imperfezione logica del sistema di Peano:

l'intenzione sembra orientata a immagazzinare la conoscenza invece che a dimostrare, orientata verso la brevità e l'intelligibilità internazionale piuttosto che verso la perfezione logica.²³

Se si può convenire con Frege che il progetto principale di Peano non era quello di fornire un'assiomatizzazione a priori della logica, non per questo si può dire che il progetto di Peano non fosse 'logico'. L'obiettivo era quello di mettere in evidenza i concetti e le proposizioni che occorrono in matematica e le inferenze logiche che vengono spesso usate nella pratica matematica, senza prescindere dal contesto e senza presupporre necessariamente una separazione tra logica, matematica, storia e linguistica. Il progetto di Peano è logico nel senso della logica impura di cui si è detto: analisi storica, linguistica e epistemologica sono intrecciate alla ricerca logica sulla matematica.

Con Vailati, potremmo dire che Peano aveva come obiettivo un'indagine dinamica dello sviluppo delle teorie logiche, un'analisi della formazione delle teorie logiche e non soltanto una presentazione definitiva di teorie compiute come una serie di verità a priori. La logica è inseparabile dal contenuto sviluppato nelle concrete pratiche scientifiche e dagli aspetti procedurali che caratterizzano tali pratiche. Nella logica di Peano, scrive Vailati,

Le teorie vi si trovano esposte, non, come nella trattazione ordinaria, sotto il loro aspetto, per così dire, "statico" o di riposo, ma bensì sotto quello di moto e di sviluppo; non come degli animali impagliati nelle vetrine di un museo, in atteggiamento convenzionale e con gli occhi di vetro, ma come organismi che vivono, si nutrono, lottano, procreano, o almeno come delle figure in un cinematografo svolgentisi e trasformantisi naturalmente e logicamente le une nelle altre.²⁴

Al di là della coloritura pragmatista di questo passo, Vailati illustra molto bene la dimensione dinamica innescata dall'attenzione alla storia e alle trasformazioni linguistiche e concettuali delle teorie scientifiche. Non si tratta solo di sviluppare un interesse per la storia delle definizioni o dei teoremi logici e matematici, o l'intento di ricostruire la filiazione leibniziana di una certa idea di caratteristica, ma si tratta di trasferire la dinamicità della conoscenza scientifica dall'approccio psicologista che cerca nella logica un riflesso delle leggi a priori del pensiero ad un approccio linguistico, che cerca nella logica il legame con pratiche comunicative e dimostrative intersoggettive e rivedibili.

Presses Universitaires de Provence, 2016, pp. 107-126.

²³ Cfr. G. Frege. *Über die Begriffsschrift des Herrn Peano*, «Berichte über die Verhandlungen der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig», XLVIII, 1897, pp. 365-366. Si veda anche la lettera di Frege a Peano del 29.9.1896 in G. Frege, *Philosophical and Mathematical Correspondence of Gottlob Frege*. Chicago, University of Chicago Press, 1980, p. 115.

²⁴ Si veda l'articolo *Pragmatismo e logica matematica*, «Leonardo», 4, 1/1906, pp. 16-25, rist. in M. Calderoni, U. Ricci, e G. Vacca (a cura di), *op cit.*, p. 166.

Per lo stesso Peano, d'altra parte, la storia della logica non è solo storia delle relazioni tra concetti ma è anche storia della formazione dei concetti e della scelta dei segni con cui esprimerli. Nei ripetuti appelli di Peano all'importanza di una lingua universale che faciliti la comunicazione umana e di una logica simbolica che permetta di risolvere molte inutili diatribe filosofiche non c'è solo l'eredità di Leibniz, ma anche un'attenzione particolare alla esposizione e alla presentazione didattica della matematica. Un'attenzione che diventa centrale nell'approccio pragmatista di Vailati, sia quando apprezza la didattica attiva e antinozionista di Dewey, sia quando riconosce l'uso frequente ma innocuo del linguaggio metaforico in matematica.²⁵

4. *L'impurità del dare e chiedere ragioni*

L'attenzione alla dimensione dialettica della logica che appare in nuce in alcuni scritti di Vailati, che riprende e discute i *Topici* e le *Confutazioni Sofistiche* aristoteliche, è centrale nella logica dialogica e nella teoria dell'argomentazione.

Nella logica di Lorenzen, e più generalmente nella logica dialogica (Hintikka sarebbe un altro buon esempio), la verità di un enunciato elementare non è altro che la disponibilità di un interlocutore esperto e razionale ad accettare che il predicato valga per un dato oggetto. Similmente, la verità di un enunciato complesso è determinata da un dialogo in cui ciascun partecipante ha un ruolo specifico: quello di proponente o di opponente, ed ogni ruolo è a turno determinato da un insieme specifico di regole. Alcune sono regole logiche che determinano il significato delle costanti logiche (ad esempio il loro possibile uso in un dialogo) ma la maggior parte sono regole dialogiche, che fissano ad esempio il diritto del proponente di parlare per primo, i turni alternati di parola, il dovere del proponente di difendere solo l'asserzione fatta nell'ultimo turno di parola, mentre l'opponente deve difendere tutte le proprie asserzioni, perché, a differenza del proponente, può asserire enunciati elementari.

Le regole logiche e dialogiche possono essere viste come il risultato di un'astrazione e generalizzazione dei ruoli giocati effettivamente dalle persone (oggi anche da computer) in uno scambio dimostrativo. Quello che vale per la logica dialogica, può essere senz'altro esteso alla teoria dell'argomentazione, i cui i ruoli dei partecipanti al dialogo sono regolati da norme meno rigide, che possono avere origine in convenzioni, abitudini, azioni sostenute da incentivi come l'accettazione sociale. Un esempio è l'argomento per autorità nella ricostruzione di Douglas Walton (*infra*) in cui i ruoli possono essere ottenuti per astrazione da regole generalmente accettate e queste ultime a loro volta ricostruite da particolari insiemi di domande con le quali i parlanti sottopongono a test critico l'applicazione delle regole argomentative (e talvolta perfino le regole argomentative stesse).

²⁵ «Al contrario di quel personaggio di Molière che si stupiva di aver sempre parlato in prosa senza saperlo, noi ci dovremmo stupire di parlare continuamente in poesia senza accorgercene. Né questo ci nuoce, come non nuoce all'analista, che indaga le proprietà delle funzioni, l'adoperar frasi che alludono o sono desunte dalla loro rappresentazione geometrica, e come non nuoce al geometra parlare di spazi a n dimensioni, o di punti comuni a curve che non s'incontrano.» Vailati, *op. cit.*, pp. 171-72.

Un altro esempio utile per comprendere la natura impura della logica, e il diverso modo in cui è analizzata di per sé o in opposizione alla logica pura, viene proprio dalla teoria dell'argomentazione. Prendiamo due teorie paradigmatiche sviluppate negli anni Novanta del secolo scorso e tuttora in evoluzione: la "Pragma-Dialettica" di van Eemeren e del suo gruppo di ricerca, basata sull'applicazione di una teoria filosofica normativa e di un'analisi linguistico-retorica alla descrizione delle pratiche argomentative,²⁶ e la "Nuova Dialettica" di Douglas Walton incentrata su una descrizione e classificazione dei possibili schemi argomentativi e dei contesti comunicativi che giocano un ruolo essenziale nel determinare il quadro normativo per la valutazione delle pratiche stesse.²⁷

La componente logico-normativa è stabilita a priori nella pragma-dialettica, indipendentemente dalle pratiche argomentative cui dovrà applicarsi: le regole della discussione, che inizialmente erano addirittura chiamate dieci comandamenti, sono assunte come modello di razionalità e la logica interviene in due regole distinte dalle altre (regole degli schemi di argomento e di validità) e in cui manca ogni riferimento alla componente epistemologica della logica:

- una parte non può considerare un punto di vista come difeso in maniera conclusiva, se la difesa non ha luogo per mezzo di uno schema argomentativo appropriato e correttamente applicato.
- una parte può usare nella sua argomentazione soltanto argomenti logicamente validi o argomenti che possono essere resi validi esplicitando una o più premesse inesprese.

In questo approccio non mancano una componente epistemologica né un'attenzione alla componente simbolico-stilistica del linguaggio, ma sono relegate rispettivamente nei turni di parola, negli atti linguistici ammessi e nello 'strategic manouvering', cioè nelle regole comunicative, procedurali e strategiche e nella retorica, come se queste dimensioni potessero essere radicalmente separate dalla logica. Si tratta di una prospettiva top-down, in cui un modello epistemologico di razionalità (di tipo popperiano) preliminarmente assunto (la ragionevolezza dipende dal superamento di certi test critici) si unisce all'applicazione di schemi di ragionamento—assunti a priori come validi—per intervenire sia nella fase di ricostruzione che nella fase di valutazione degli argomenti, entrambe ad opera del teorico dell'argomentazione.

Nell'approccio di Douglas Walton invece non c'è un unico standard di ragionamento corretto, ma lo standard dipende dal contesto (tipo di dialogo e obiettivo specifico) in cui occorre il ragionamento e non può essere stabilito indipendentemente dai partecipanti allo scambio argomentativo stesso, partecipanti che intervengono sia nella ricostruzione sia nella valutazione del ragionamento. Lo stesso schema argomentativo può dunque essere più o meno buono a seconda degli attori sociali del dialogo. Per valutare uno schema

²⁶ Cfr. F. H. van Eemeren and R. Grootendorst. *A Systematic Theory of Argumentation: The Pragma-Dialectical Approach*, Cambridge, Cambridge University Press, 2003.

²⁷ D. N. Walton. *The New Dialectic: Conversational Contexts of Argument*, Toronto, University of Toronto Press, 1998.

argomentativo i partecipanti alla discussione o il teorico dell'argomentazione che la ricostruisce e la valuta, possono far ricorso ad un set di domande critiche che viene associato ad ogni argomento. Consideriamo l'esempio dell'argomento per autorità (argument from expert opinion) e vediamo un set di domande estese. L'argomento ha la forma seguente:

Premessa maggiore. La fonte E è esperta nell'ambito S che contiene la proposizione A.

Premessa minore. E afferma che la proposizione A è vera (falsa).

Conclusione. A è vera (falsa).

Si può cogliere la compresenza di una componente logica e di una componente epistemologica nel set di domande e sotto-domande che Walton propone come test per accertare la bontà di un argomento.²⁸

Expertise. Qual è la credibilità di E come fonte?

- Qual è il nome di E, il suo lavoro, le sue capacità ufficialmente riconosciute, il suo luogo e il suo datore di lavoro?
- Quali diplomi, qualificazioni professionali o certificazioni sono detenute da E?
- È possibile fornire la testimonianza di 'peer experts' nello stesso ambito che garantiscano la competenza di E?
- Qual è l'esperienza pregressa di E nell'ambito S o altre indicazioni di una pratica che attesti la sua abilità in S?
- Quali sono le pubblicazioni peer-reviewed e i contributi conoscitivi di E nell'ambito S?

Ambito. E è un esperto nell'ambito cui appartiene la proposizione A?

- L'ambito di *expertise* S è un'area di conoscenza genuina o un'area di abilità tecnica con pretese conoscitive?
- Se E è un esperto in un ambito A' strettamente correlato all'ambito A, quanto è stretta la correlazione tra *expertise* nei due ambiti?
- Si tratta forse di una questione in cui l'*expertise* in un qualunque ambito conoscitivo è comunque rilevante?
- L'ambito di *expertise* S è un'area in cui ci sono cambiamenti tecnologici significativi o rapidi sviluppi di nuove conoscenze? Se sì, l'esperto è aggiornato su questi sviluppi?

Opinione. Che cosa ha affermato esattamente E? Implica davvero A?

- Si è citato E attribuendogli esplicitamente l'affermazione A? C'è un riferimento alla fonte della citazione? Si può verificare che E abbia effettivamente affermato A?
- Se E non ha affermato precisamente A, che cosa ha affermato esattamente? In che modo si è inferito A?
- Se nell'inferire A si sono usate più di una premessa, è possibile che una premessa sia stata esplicitamente affermata da E e che l'altra sia stata affermata da un altro

²⁸ D. Walton et al., *op. cit.* pp. 92ss.

esperto? In tal caso, c'è qualche evidenza di un disaccordo tra ciò che i due esperti hanno affermato separatamente?

- Ciò che ha affermato E è chiaro? Se non lo è, il processo che ha portato a interpretare l'asserzione di E come equivalente ad A è giustificato? Ci sono altre interpretazioni plausibili? E' possibile che alcune importanti limitazioni siano state omesse?

Attendibilità. E è personalmente attendibile come fonte?

- E è biased?
- E è onesto?
- E è coscienzioso?

Coerenza. C'è coerenza tra quanto afferma E e quanto affermato da altri esperti?

- A è generalmente accettato nell'ambito S?
- Se A non è generalmente accettato, E potrebbe spiegare perché no e dare ragioni a sostegno del fatto che c'è sufficiente evidenza per A?

Backup Evidence. L'asserzione di E è basata su evidenza?

- Qual è l'evidenza interna che l'esperto E usa per arrivare all'opinione A come conclusione?
- Se c'è evidenza esterna (per es. evidenze fisiche riportate indipendentemente dall'esperto), l'esperto ne ha tenuto conto adeguatamente?
- Si può mostrare che l'opinione A è scientificamente verificabile?²⁹

L'approccio argomentativo di Walton suggerisce che l'analisi logica sia strettamente intrecciata ad un'analisi epistemologica e che quest'ultima non riguardi soltanto la conoscenza scientifica, ma in generale ogni forma possibile di conoscenza. Nel caso della Pragma-Dialettica la logica interviene solo nel comandamento che suggerisce l'uso di argomenti logicamente validi, mentre nella Nuova Dialettica di Walton la logica compare in due set di domande critiche (Opinione e Coerenza) ove lo studio delle relazioni tra proposizioni non è disgiunto dai ruoli sociali dei parlanti.

5. Logica, pratica matematica e fatti sociali

Tra i possibili sviluppi di questo modo di guardare alla logica abbandonando la contrapposizione formale e informale e concentrandosi invece sulla componente epistemologica della logica che la rende impura, c'è la possibilità di impostare un confronto tra diversi modi di costituzione dell'oggettività nelle scienze "dure" e nelle scienze umane. In particolare, è interessante confrontare le teorie sulla costituzione dei fatti e/o degli oggetti sociali (tra gli altri di Searle, Epstein, Bratman)³⁰ con la formazione e lo statuto degli

²⁹ Si noti che l'appello ad un metodo di verifica scientifico dell'opinione A emerge solo come sottodomanda dell'ultima domanda critica.

³⁰ Si vedano per esempio Searle J.R., *The Construction of Social Reality*, New York, Free Press, 1995; Searle J.R., *Are there social objects?* In M. Gallotti e J. Michael (a cura di), *Perspectives on Social Ontology and Social Cognition*, Springer, 2014; Epstein B., *How many kinds of glue hold the social world together?* In M. Gallotti and J. Michael (a cura di), *Social Ontology and Social Cognition*, Dordrecht, Springer, 2014; Epstein B., *The Ant Trap: Rebuilding the Foundations of the Social Sciences.*, Oxford, Oxford University Press, 2015; Epstein B., *Social*

oggetti matematici, ad esempio, per verificare se la componente intersoggettiva e sociale possa avere un ruolo nella caratterizzazione dell'oggettività matematica. L'attenzione all'impurità epistemologica della matematica potrebbe anche permettere di testare nuove possibili definizioni di pratica matematica, una nozione che è onnipresente nella filosofia matematica contemporanea, ma che rimane piuttosto vaga.

Salomon Feferman, ad esempio, ha cercato di caratterizzare l'oggettività matematica come un caso speciale di oggettività intersoggettiva che è onnipresente nella realtà sociale.³¹ José Ferreiros ha modellato l'oggettività matematica sulla nozione di pratica, un'attività sostenuta da agenti individuali e sociali e dotata di una certa stabilità, affidabilità, apprendibilità e intersoggettività, e che può intervenire a diversi livelli di complessità e con diverse relazioni ad altre pratiche, anche non matematiche.³² Julian C. Cole ha sviluppato una forma di costruttivismo sociale matematico, in cui gli oggetti matematici sono visti come oggetti istituzionali anziché mentali. Cole si rifà alla teoria dell'intenzionalità collettiva di Searle e all'imposizione collettiva di funzioni sulla realtà vista come un intervento non accidentale, non arbitrario e oggettivo, e dunque applicabile all'oggettività matematica.³³ Altre direzioni di ricerca recenti riguardano l'analisi della dimostrazione matematica come attività dinamica di interazione sociale e si ispirano alla teoria dell'attività pianificatrice di Bratman.³⁴ La distinzione di Epstein tra *grounding* e *anchoring*, tra l'indagine sul significato dei termini che denotano oggetti sociali e l'indagine sul modo in cui è stato fissato il significato di tali termini, potrebbe aprire interessanti prospettive, se applicata al dominio della matematica, e anche illustrare non solo due diversi modi di guardare alla semantica: (descrittivo il primo, fondazionale il secondo), ma anche due diversi modi di concepire il compito della logica, prevalentemente linguistico nel primo caso, profondamente epistemologico nel secondo caso.³⁵

ontology. In A. Rosenberg e E. McIntyre (a cura di), *The Routledge Companion to Philosophy of Social Science*, Routledge, 2016; Bratman M.E., *Shared Agency: A Planning Theory of Acting Together*, Oxford, Oxford University Press, 2013.

³¹ Cfr. S. Feferman, *Conceptions of the continuum*, «Intellectica», 51, 2009, pp. 169–189.

³² Cfr. Ferreirós J., *Mathematical Knowledge and the Interplay of Practices*, Princeton, Princeton University Press, 2016.

³³ Cfr. J. Cole, *Social construction, mathematics, and the collective imposition of function onto reality*, «Erkenntnis», 80, 6/2015, pp. 1101–1124. Si vedano anche J. Cole, *Humanism about abstract objects*. In B. Sriraman (a cura di), *Humanizing Mathematics and Its Philosophy: Essays Celebrating the 90th Birthday of Reuben Hersh*, Birkhäuser, 2017, pp. 151–165; J. Cole, *Mathematical domains: Social constructs?* In B. Gold e R. Simons (a cura di), *Proof and Other Dilemmas: Mathematics and Philosophy*, Mathematics Association of America, 2008, pp. 109–128; J. Cole, *Towards an institutional account of the objectivity, necessity, and atemporality of mathematics*, «Philosophia Mathematica», 21, 1/2013, pp. 9–36.

³⁴ Bratman M.E., *Shared Agency: A Planning Theory of Acting Together*, Oxford, Oxford University Press, 2013. Cfr. ad esempio Y. Hamami, e R. Morris, *Plans and Planning in Mathematical Proofs*, «The Review of Symbolic Logic», 2020. pp. 1-40.

³⁵ Cfr. B. Epstein, *How many kinds of glue hold the social world together?* In M. Galloti and J. Michael (a cura di), *Social Ontology and Social Cognition*, Dordrecht, Springer, 2014, p. 5.

Gli esempi citati suggeriscono prospettive nuove per lo sviluppo della logica impura, che potrebbe interrogarsi, nelle scienze esatte e naturali come nelle scienze sociali, sulla formazione sociale dei concetti matematici e sulla loro effettività, ma anche sulla componente interazionale, intenzionale e pianificatrice delle procedure di ragionamento. Sono questi diversi aspetti di un progetto d'indagine logica sull'ontologia sociale della pratica matematica, un progetto che non appartiene né esclusivamente alla filosofia matematica né esclusivamente alla teoria sociale.

Bibliografia

Angelelli I., *Adventures of abstraction*, «Poznan Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities», 82, 2004, pp. 11–36.

Bratman M.E., *Shared Agency: A Planning Theory of Acting Together*, Oxford, Oxford University Press, 2013.

Cantù P., *Peano and Gödel*. In G. Crocco and E.-M. Engelen (a cura di), *Kurt Gödel: Philosopher-Scientist*, Presses Universitaires de Provence, 2016, pp. 107–126.

Cantù P. e Testa, I., *Teorie dell'argomentazione. Un'introduzione storico-filosofica alle logiche del dialogo*, Milano, Bruno Mondadori, 2006.

Carter J., *Philosophy of mathematical practice—motivations, themes and prospects.*, «Philosophia Mathematica», 27, 1/2019, pp. 1–32, 2019.

Cole J., *Humanism about abstract objects*. In B. Sriraman (a cura di), *Humanizing Mathematics and Its Philosophy: Essays Celebrating the 90th Birthday of Reuben Hersh*, Birkhäuser, 2017, pp. 151–165.

Cole J., *Mathematical domains: Social constructs?* In B. Gold e R. Simons (a cura di), *Proof and Other Dilemmas: Mathematics and Philosophy*, Mathematics Association of America, 2008, pp. 109–128.

Cole J., *Towards an institutional account of the objectivity, necessity, and atemporality of mathematics*, «Philosophia Mathematica», 21, 1/2013, pp. 9–36.

Cole J., *Social construction, mathematics, and the collective imposition of function onto reality*, «Erkenntnis», 80, 6/2015, pp. 1101–1124.

Epstein B., *How many kinds of glue hold the social world together?* In M. Galloti and J. Michael (a cura di), *Social Ontology and Social Cognition*, Dordrecht, Springer, 2014.

Epstein B., *The Ant Trap: Rebuilding the Foundations of the Social Sciences.*, Oxford, Oxford University Press, 2015.

Epstein B., *Social ontology*. In A. Rosenberg e E. McIntyre (a cura di), *The Routledge Companion to Philosophy of Social Science*, Routledge, 2016.

Feferman S., *Conceptions of the continuum*, «Intellectica», 51, 2009, pp. 169–189.

Ferreirós J., *Mathematical Knowledge and the Interplay of Practices*. Princeton, Princeton University Press, 2016.

Frege G., *On Mr. Peano's conceptual notation and my own*. «Berichte über die Verhandlungen der Königlich Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Leipzig», XLVIII, 1897, pp. 361–378. Reprinted in G. Frege, *Collected Papers on Mathematics, Logic, and Philosophy*, Blackwell Publishing

Ltd, 1984.

Frege G., *Philosophical and Mathematical Correspondence of Gottlob Frege*. Chicago, University of Chicago Press, 1980.

Giardino V., The practical turn in philosophy of mathematics: A portrait of a young discipline, «Philosophy and Mind», 12, 2017, pp. 18–28.

Gilbert M.A., *Multi-modal argumentation*. «Philosophy of the Social Sciences», 24, 2/1994, pp. 159–177.

Gilbert M.A., *Coalescent Argumentation*, Mahwah (N. J.), Lawrence Erlbaum Ass., 1997.

Govier T., *The philosophy of argument*. «Informal Logic», 22, 1/2002, pp. 73–84, 2002.

Hamami, Y. e Morris, R., *Plans and Planning in Mathematical Proofs*, «The Review of Symbolic Logic», 2020. pp. 1-40.

Montuschi E., *Oggettività e scienze umane: introduzione alla filosofia della ricerca sociale*, Roma, Carocci, 2006.

Patras F., *La pensée mathématique contemporaine*, Paris, PUF, 2001. Tr. it. *Il pensiero matematico contemporaneo*, Torino, Bollati Boringhieri, 2017.

Peano G., *Notations de Logique Mathématique*, Turin, Guadagnini, 1894.

Peano G., *Formulaire de Mathématiques*, t. II § 1, “Logique mathématique”, Torino, Bocca, 1897.

G. Peano. *Formulaire de Mathématiques*. Bocca, Torino, 1901.

Pinto R., *Argument, Inference and Dialectic: Collected papers on Informal Logic*, vol. 4. Springer Science & Business Media, 2001.

Quine W.O. *Two dogmas of empiricism*, «The Philosophical Review», 1951, 60, 1/1951, pp. 20–43. Rist. in *From a Logical Point of View*, Harvard, Harvard University Press, 1953, pp.

Savage C., *Preface*. In C. Savage (a cura di), *Scientific Theories. Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, vol. 14, pp. vii–ix, Minneapolis, University of Minnesota Press, 1990

Shahid Rahman, John Symons, Dov M Gabbay, and Jean Paul van Bendegem. *Logic, Epistemology, and the Unity of Science*, Springer, 2004.

Searle J.R., *The Construction of Social Reality*, New York, Free Press, 1995.

Searle J.R., *Are there social objects?* In M. Gallotti e J. Michael (a cura di), *Perspectives on Social Ontology and Social Cognition*, Springer, 2014.

Siegel H., *Educating Reason*, Routledge, 2013.

Vailati G., *Sull'importanza delle Ricerche relative alla Storia delle Scienze. Prolusione a un corso sulla Storia della meccanica*, Torino, Roux e Frassati, 1897. Rist. in M. Calderoni, U. Ricci, e G. Vacca (a cura di), *Scritti di G. Vailati, 1863-1909*, Leipzig-Firenze, Barth-Seeber, 1911, pp. 64–78 e in M. Quaranta (a cura di), *Giovanni Vailati. Gli strumenti della ragione*, Padova, Il Poligrafo, 2003, pp. 75-140.

Vailati G., *Alcune osservazioni sulle Questioni di Parole nella Storia della Scienza e della Cultura. Prolusione ad un corso libero di Storia della Meccanica*, 1898-98, Torino, Bocca, 1899. Rist. in M. Calderoni, U. Ricci, e G. Vacca (a cura di), *Scritti di G. Vailati, 1863-1909*, Leipzig-Firenze, Barth-Seeber, 1911, pp. 203–228 e in M. Quaranta (a cura di), *Giovanni Vailati. Gli strumenti della ragione*, Padova, Il Poligrafo, 2003, pp. 141-176.

Vailati G., *Pragmatismo e logica matematica*, «Leonardo», 4, 1/1906, pp. 16–25, rist. in M. Calderoni,

U. Ricci, e G. Vacca (a cura di), *Scritti di G. Vailati, 1863-1909*, Leipzig-Firenze, Barth-Seeber, 1911, pp. 689-694 e in M. Quaranta (a cura di), *Giovanni Vailati. Gli strumenti della ragione*, Padova, Il Poligrafo, 2003, pp. 239-248.

van Bendegem J. P., *The impact of the philosophy of mathematical practice on the philosophy of mathematics*. In L. Soler, S. Zwart, M. Lynch, e Vi. Israel-Jost (a cura di), *Science after the Practice Turn in the Philosophy, History, and Social Studies of Science*, Routledge, 2014, pp. 215–226.

van Eemeren F.H., e Grootendorst, R. *A Systematic Theory of Argumentation: The Pragma-Dialectical Approach*, Cambridge, Cambridge University Press, 2003.

Walton D.N., *The New Dialectic: Conversational Contexts of Argument*, Toronto, University of Toronto Press, 1998.

Walton D.N., Reed C. e F. Macagno. *Argumentation Schemes*, Cambridge, Cambridge University Press, 2008.

Welby V., *Sense, Meaning and Interpretation*, «Mind», New Series, 5, 18/1896, pp. 186-202.

Winther R.G., *The Structure of Scientific Theories*. In E. N. Zalta (a cura di), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2016.

Woodger, J.H. *Studies in the foundations of genetics*. In A. Tarski, Suppes, and L. Henkin, (a cura di), *The Axiomatic Method*, North-Holland, Amsterdam, 1959.