HAL
open science

Du sens comme enjeu à la formalisation comme stratégie : une démarche caractéristique en didactique des mathématiques

François Conne

To cite this version:

François Conne. Du sens comme enjeu à la formalisation comme stratégie : une démarche caractéristique en didactique des mathématiques. Sens des didactiques, didactiques du sens, Ph. Jonnaert & Y. Lenoir (Eds.), (Actes des Troisièmes rencontres internationales du REF - réseau international de recherche en éducation et formation). Editions du CRP Faculté d'éducation, Université de Sherbrooke, pp. 205-261., pp.205-261, 1993. halshs-03284827

HAL Id: halshs-03284827

https://shs.hal.science/halshs-03284827

Submitted on 13 Jul 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

JAKOBSON, R. (1963).
Essais de linguistique générale. Paris : Minuit.
KIRKENDALL, L.A. *et al.* (1969).
Schools, sex and society. *In* G.P. Powers *et al.* (éd.), *Sex education : Issues and directives.* New York : Philosophical Library.
KRISTÉVA, J. (1981).
Le langage, cet inconnu. Paris : Seuil.
LABOV, W. (1971).
The study of language in its social context . *In* J. Fishman (éd.), *Advances in the sociology of language* (vol. 1, p. 152-216). La Haye : Mouton.
LAROSE , J. (1991).
L'amour du pauvre. Montréal : Boréal.
LEBRUN, M. et LE PAILLEUR, M. (1992).
De la lecture efférente à la lecture esthétique des récits. *In* C. Préfontaine et M. Lebrun (éd.), *La lecture et l'écriture. Enseignement et apprentissage.* Montréal : Éditions Logiques.
MARTINET, A. (1970).
Eléments de linguistique générale. Paris : A. Colin.
NEL, N. (1983).
Propositions pour une pédagogie de la communication. *Pratiques, 40*, 17-36.
PESTRE DE ALMEIDA, L. (1989).
Pour l'interculturel : pratiques et questions de méthode. *Bulletin de l'Association canadienne de linguistique appliquée, 11*(1), 9-21.
PRÉFONTAINE, C. (1992).
Le roman d'amour à l'école. Montréal : Éditions Logiques.
REUTER, Y. (1986).
Les paralittératures : problèmes théoriques et pédagogiques. *Pratiques, 50*, 3-21.
RUBINSON, L. et BAILLIE, L. (1981).
Planning school based sexuality programs utilizing the Precede model. *Journal of School Health, 51*(4), 282-287.
SAMSON, J.-M. (1982).
Problématique de la sexualité et de son éducation. *In* C. Crépeault, J.J. Lévy et H. Gratton (éd.), *Sexologie contemporaine* (p. 378-401). Québec : Presses de l'Université du Québec.
SCALES, P. (1986).
The changing context of sexuality education : Paradigms and challenges for alternatives futures. *Family Relations, 35*(2), 265-274.
TRUDELL, B. et WHATLEY, M. (1991).
Sex respect: A problematic public school sexuality curriculum. *Journal of Sex Education and Therapy, 17*(2), 125-140.
YARBER, W.L. et MCCABE JR., G. (1981).
Teacher characteristics and the inclusion of sex education topics in grades 6-8 and 9-11. *Journal of School Health, 51*(4), 288-291.

SEPTIÈME CHAPITRE

DU SENS COMME ENJEU, À LA FORMALISATION COMME STRATÉGIE : UNE DÉMARCHE CARACTÉRISTIQUE EN DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

FRANÇOIS CONNE
Séminaire cantonal de l'enseignement spécialisé
et Institut de psychologie appliquée
Université de Lausanne

Le sens, toujours remodelable finit par se perdre; nous pouvons ponctuer son cours de quelques retenues formelles.

INTRODUCTION

Préambule. – La question du sens est-elle pertinente pour la didactique des mathématiques? Je dois avouer que c'est avec un malaise certain que j'aborde cette question. Non pas qu'elle ne se soit jamais présentée à ma réflexion, ni que je ne l'aie jamais rencontrée dans mes lectures de didactique des mathématiques, au contraire. Mais j'ai toujours éprouvé et éprouve encore une grande réticence à l'extraire du domaine réservé, si ce n'est privé, de mon expérience, pour la rabattre sur un texte, par des phrases et en des mots qui se jouent si facilement du sens, justement. Pourquoi se demander si la question du sens est pertinente pour les didactiques, alors que toutes nos actions, en particulier en didactique, sont... censées être sensées? Mais alors comment se fait-il qu'on la trouve évoquée dans les textes? (Et souvent, me semble-t-il maintenant, au moment où j'en viens à formuler cette question). Peut-être qu'au contraire cette question est continûment ouverte?

Généralement, la question du sens ne se pose pas; elle ne vient pas alarmer notre conscience, sauf en certains moments. C'est donc à la manière des perceptions, différentiellement, que celle-ci se manifeste. Les choses se présentent alors sous deux visages : soit nous avons l'impression d'avoir compris (trouvé ou accédé à un sens nouveau), soit au contraire, nous nous apercevons de l'inanité ambiante et du non-sens (nous perdons le fil de l'ancien sens). J'appelle cela des effets de sens.

Ils se manifestent sur le plan de l'expérience. Ils sont la marque de l'autonomie de la réalité en regard de ce que nous comprenons, connaissons ou pensons. Sur le plan théorique, maintenant, c'est le formel qui restitue à l'objet son autonomie vis-à-vis de la pensée du théoricien. Ainsi l'adéquation de l'expérience et de la théorie tient à des jeux de sens et de forme.

Ces considérations étant faites, je puis énoncer la question qui m'intéresse le plus à propos du sens : «Quand et comment la question du sens en vient-elle à être sensible?» J'ai le sentiment que si je pouvais m'assurer suffisamment de sensibilité sur ce point, ceci faciliterait d'autant mes entreprises d'enseignant, de didacticien et d'épistémologue. Je n'aurai pas le temps de commencer ici un inventaire des occurrences sensibles du sens en matière d'enseignement et de didactique des mathématiques. Aussi suivrai-je mes préoccupations actuelles de formateur d'enseignants et ma réflexion portera sur la démarche des didacticiens des mathématiques.

Formalisation et quête de langage. – Dans un texte intitulé *Expérience, connaissance et représentation*, Morf (1984) lance un avertissement qui pourrait bien être adressé aux didacticiens des mathématiques qui s'efforcent de constituer une discipline et une recherche scientifique dans ce domaine. Une telle démarche entraîne la proposition de théories et de formalismes nouveaux, dont il est bien difficile de juger *a priori* de la pertinence. Morf, quant à lui, propose quelques critères; je le cite :

> [Pour les sciences exactes...] *l'*expérience *théorique (rencontre d'un système théorique récent avec son univers spécifique) reste dans le prolongement de l'expérience scientifique ou préscientifique de départ : la théorie d'un domaine donné continue de rendre compte de ce domaine même, ce qui lui garantit sa* pertinence.
>
> *Cependant, lorsqu'on examine le développement de quelques disciplines plus jeunes, on s'aperçoit qu'elles courent un sérieux risque d'égarement. La psychologie en est un exemple : dans le souci de respecter les canons des sciences exactes, qui offrent indubitablement un modèle séduisant, elle emprunte à ces sciences des modes de représentation qui ne correspondent pas à l'état d'élaboration de ses objets d'expérience; les représentations qu'elle produit (des paramètres mesurables jusqu'aux études théoriques) sont devenues étrangères à son domaine de pertinence initial.* [...] *la psychologie contemporaine brûle les étapes en se donnant des artefacts : elle se comporte comme si ses représentations rendaient compte d'un réel extérieur proprement défini et non d'un univers d'expérience.*
>
> [...] *Quand une science en devenir abandonne son domaine d'expérience pour s'incorporer des modes de représentation qui ne correspondent pas à l'état d'élaboration de ses propres objets, elle devient* non pertinente *: ses objets de connaissance sont des artefacts, et son discours ne rend compte que de lui-même.*
>
> *On peut s'étonner qu'une discipline telle que la psychologie puisse survivre à un tel processus sans subir une crise épistémologique profonde. Il y a au moins deux explications assez inquiétantes à cela. Premièrement, en renonçant à sa pertinence, la psychologie peut se donner autant de systèmes d'objets qu'elle veut : les discours qu'elle produit ne se touchent plus et ne peuvent donc entrer en conflit, n'ayant aucun objet en commun. La seconde raison est que notre culture universitaire est telle que l'étudiant n'attend de la science essentiellement qu'un discours; ce qu'il veut comprendre, et ce qu'on lui demande d'ailleurs de comprendre, c'est un discours psychologique. C'est ce discours qui définit pour l'étudiant (pour lui seulement?) la théorie* (Morf, 1984, 427).

Je dois dire que, pour ma part, je serais enclin à être encore plus pessimiste que Morf. Car avant même que de pouvoir se prendre au spéculaire de son propre discours, il faut disposer d'un langage propre. Or, dans la recherche de langage, ces égarements sont inévitables. Heureusement, personne n'en mourra : pour ce qui nous occupe, un regard scientifique posé sur l'enseignement des mathématiques, la pertinence du propos ne tient pas à sa forme; le discours n'est pas ce qui importe. Laissant donc mon pessimisme au vestiaire, je sais que lire attentivement un chercheur qui pousse ses idées au bout d'elles-mêmes me fera tout au plus perdre mon temps. Pourtant je n'ai pas relevé la citation de Morf pour m'en moquer, ni pour l'attaquer. Au contraire, j'ai deux

bonnes raisons de le faire : premièrement, je retiens son critère de pertinence d'une théorie scientifique, et je montrerai tantôt, à titre d'exemple, comment cette clé nous permet de comprendre le discours de Brousseau (comprendre le discours, c'est ne pas s'y laisser prendre); deuxièmement, Morf s'inspire ici de la philosophie de Gonseth; je le rencontre sur ce terrain. Là dessus, je m'expliquerai plus loin.

1. À PARTIR DU SENS

C'est assez exact de dire que la didactique des mathématiques s'est constituée à la suite de l'échec des mathématiques modernes. Aujourd'hui, on pense que cette réforme a été outrancière dans son formalisme. La critique principale qu'on peut lui faire consiste à relever qu'elle a sacrifié le sens à l'autel des formes et du langage. La didactique des mathématiques participe de ce mouvement critique et a été motivée par la question du sens. Pourtant, sa rupture n'aura pas été le rejet pur et simple de l'outil formel, mais une recherche pour le maîtriser. Les didacticiens des mathématiques, et pas seulement ceux de notre école, ont entendu prolonger les ouvertures espérées par les tenants des mathématiques modernes en développant, notamment, l'idée d'enseignement par adaptation à des situations. Rouchier exprime ceci de la manière suivante:

> *La théorie classique des situations s'est beaucoup développée autour d'un type particulier de situations : la situation adidactique. C'était nécessaire, à la fois pour s'intéresser à des approches de l'apprentissage qui avaient peu de place dans l'enseignement traditionnel et pour utiliser les facilités offertes par la levée de la contrainte didactique* (Rouchier, 1991, 28-29).

1.1 Beau départ

Dans les études en didactique, dès lors que le chercheur veut assumer, en même temps que ses expériences, la responsabilité d'un enseignement effectif, la préoccupation du sens devient première. C'est le cas de Brousseau, dont les théories occupent une place centrale dans les élaborations de notre communauté de chercheurs en didactique. J'ai donc choisi cet auteur pour illustrer ce genre d'approches. Partons d'une citation qui prolonge la citation précédente.

3.1 Situations didactique, situation adidactique

Dans la conception la plus générale de l'enseignement, le savoir est une association entre les bonnes questions et les bonnes réponses. L'enseignant pose un problème que l'élève doit résoudre : si l'élève répond, il montre par là qu'il sait, sinon se manifeste un besoin de savoir qui appelle une information, un enseignement. A priori, *toute méthode qui permet de mémoriser les associations favorables est acceptable.*

La maïeutique socratique limite ces associations à celles que l'élève peut effectuer lui-même. Cette restriction a pour objet de garantir la compréhension du savoir par l'élève, puisqu'il le produit. Mais on est alors conduit à supposer que l'élève possédait déjà ce savoir, soit qu'il l'ait depuis toujours (réminiscence), soit qu'il le construise lui-même par son activité propre et isolée. Tous les procédés où le maître ne donne pas lui-même la réponse sont acceptables pour accoucher l'élève de ce savoir.

Le schéma socratique peut être perfectionné si on suppose que l'élève est capable de tirer son savoir de ses propres expériences, de ses propres interactions avec son milieu, même si ce milieu n'est pas organisé à des fins d'apprentissage : l'élève apprend en regardant le monde (hypothèse empiriste-sensualiste) ou en faisant des hypothèses parmi lesquelles son expérience lui permet de choisir (hypothèses aprioristes) ou encore dans une interaction plus complexe faite d'assimilations et d'accommodations telles que Piaget les décrit.

L'élève apprend en s'adaptant à un milieu qui est facteur de contradictions, de difficultés, de déséquilibres, un peu comme le fait la société humaine. Ce savoir, fruit de l'adaptation de l'élève, se manifeste par des réponses nouvelles qui sont la preuve de l'apprentissage.

Ce processus psychogénétique piagétien est à l'opposé du dogmatisme scolastique. L'un ne semble rien devoir à l'intention didactique, alors que l'autre lui doit tout. En attribuant à l'apprentissage «naturel» ce qui repose sur l'art d'enseigner selon le

dogmatisme, la théorie de Piaget risque de soulager le maître de toute responsabilité didactique : ceci constitue un paradoxal retour à une sorte d'empirisme! Mais un milieu sans intentions didactiques est manifestement insuffisant à induire chez l'élève toutes les connaissances culturelles qu'on souhaite qu'il acquière.

La conception moderne de l'enseignement va donc demander au maître de provoquer chez l'élève les adaptations souhaitées par un choix judicieux des «problèmes» qu'il lui propose. Ces problèmes, choisis de façon à ce que l'élève puisse les accepter doivent le faire agir, parler, réfléchir, évoluer de son propre mouvement. Entre le moment où l'élève accepte le problème comme sien et celui où il produit sa réponse, le maître se refuse à intervenir comme proposeur des connaissances qu'il veut voir apparaître. L'élève sait bien que le problème a été choisi pour lui faire acquérir une connaissance nouvelle, mais il doit savoir aussi que cette connaissance est entièrement justifiée par la logique interne de la situation et qu'il peut la construire sans faire appel à des raisons didactiques. Non seulement il le peut, mais il le doit aussi, car il n'aura véritablement acquis cette connaissance que lorsqu'il sera capable de la mettre en œuvre de lui-même dans des situations qu'il rencontrera en dehors de tout contexte d'enseignement et en l'absence de toute indication intentionnelle. Une telle situation est appelée situation adidactique[1]*. Chaque connaissance peut se caractériser par une (ou des) situation adidactique qui en préserve le sens et que nous appellerons situation fondamentale. Mais l'élève ne peut pas d'emblée résoudre n'importe quelle situation adidactique, le maître lui en aménage donc qui sont à sa portée. Ces situations adidactiques aménagées à des fins didactiques déterminent la connaissance enseignée à un moment donné et le sens particulier que cette connaissance va prendre du fait des restrictions et des déformations ainsi apportées à la situation fondamentale.*

1 En ce sens que disparaît d'elle toute intention d'enseigner (elle est toujours spécifique du savoir). Une situation pédagogique non spécifique d'un savoir ne serait pas dite adidactique mais seulement non didactique.

Cette situation ou ce problème choisi est une partie essentielle de la situation plus vaste suivante : le maître cherche à faire dévolution à l'élève d'une situation adidactique qui provoque chez lui l'interaction la plus indépendante et la plus féconde possible. Pour cela, il communique ou s'abstient de communiquer, selon les cas, des informations, des questions, des méthodes d'apprentissage, des heuristiques, etc. L'enseignant est donc impliqué dans un jeu avec le système des interactions de l'élève avec les problèmes qu'il lui pose. Ce jeu ou cette situation plus vaste est la situation didactique.

L'élève ne distingue pas d'emblée, dans la situation qu'il vit, ce qui est d'essence adidactique et ce qui est d'origine didactique. La situation adidactique finale de référence, celle qui caractérise le savoir, peut être étudiée de façon théorique mais, dans la situation didactique, pour le maître comme pour l'élève, elle est une sorte d'idéal vers lequel il s'agit de converger : l'enseignant doit sans cesse aider l'élève à dépouiller dès que possible la situation de tous ses artifices didactiques pour lui laisser la connaissance personnelle et objective.

Le contrat didactique est la règle du jeu et la stratégie de la situation didactique. C'est le moyen qu'a le maître de la mettre en scène. Mais l'évolution de la situation modifie le contrat qui permet alors l'obtention de situations nouvelles. De la même façon, la connaissance est ce qui s'exprime par les règles de la situation adidactique et par les stratégies. L'évolution de ces stratégies requiert des productions de connaissances qui permettent à leur tour la conception de nouvelles situations adidactiques.

Le contrat didactique n'est pas un contrat pédagogique général. Il dépend étroitement des connaissances en jeu.

Dans la didactique moderne, l'enseignement est la dévolution à l'élève d'une situation adidactique, correcte; l'apprentissage est une adaptation à cette situation. Nous verrons plus loin que l'on peut concevoir ces situations comme des jeux formels et que cette conception favorise la compréhension et la maîtrise des situations d'enseignement (Brousseau, 1986, 48-50).

Je donne cette citation *in extenso* parce que je la trouve admirablement formulée. Pourtant, examinons-la de plus près.

Relisons le dernier paragraphe. Peut-on vraiment décider *a priori* qu'une situation est correcte? Comment comprendre cet appel à une représentation formelle (concevoir ces situations comme des jeux formels), alors qu'au début du texte, l'auteur s'est tant démarqué d'une didactique formelle, qui ne fait pas de cas du sens? Très classiquement, l'auteur cherche à attraper le sens avec un filet formel. Ici, se pose une question délicate. Supposons que le sens soit quelque chose d'insaisissable. Qu'en est-il alors d'une démarche dont la motivation première est le rejet du formalisme dans l'enseignement des mathématiques?

1.2 Expérience, théorie, schéma

Je recours à la méthode de Gonseth pour lire la démarche de quelques chercheurs en didactique des mathématiques, ce qui me pousse à reprendre l'analyse un peu plus en amont. C'est l'épistémologie de notre discipline qui est en jeu. Permettez-moi d'introduire quelques idées qui guident ma compréhension de ces questions.

Je m'inspire des définitions que propose le philosophe et épistémologue Gonseth; je lui emprunte les termes de schéma, modèle, modèle par réalisation, modèle par formalisation, signification externe, horizon de réalité, analogie, etc. Je ne vais pas redéfinir ici tous ces termes et je laisse chacun consulter son ouvrage *La géométrie et le problème de l'espace* (Gonseth, 1949). L'intérêt de la réflexion de Gonseth est qu'au lieu de considérer classiquement le couple réalité/modèle (système/modèle dans les termes de Chevallard), il dédouble la fonction du modèle en un schéma (en quelque sorte un signifié) abstrait d'une certaine réalité à traiter et un modèle qui retraduit le schéma en recourant soit à des éléments réels (modèle par réalisation, effective ou évoquée), soit à des langages formalisés (modèle par formalisation), soit encore, par analogie, à d'autres modèles (modèle par analogie). De ce fait, Gonseth montre assez subtilement comment ce sont ces différents types de modélisations qui assurent les relations entre les plans axiomatiques (formel), expérimental (réalité) et théoriques (analogies) de la science de

l'espace. Et il aboutit même à un résultat plus fort, lorsqu'il explique que ce sont les analogies de modèles qui permettent d'identifier ces axiomes non intuitifs (qui ne sont pas postulés à partir de l'évidence), mais qui s'imposent lors de nos entreprises de théorisation et de formalisation. Par une même explication, Gonseth traite la question de l'équivalence des géométries euclidiennes et non euclidiennes, etc.

Il est une idée que je reprends à mon compte; c'est cette espèce de dialectique (dialogue) entre les plans. En particulier, cette correspondance annoncée plus haut entre le rapport expérimental à la réalité, là où elle m'échappe, et le rapport théorique à une reconstruction formelle, qui se développe selon ses propres principes.

Je me demande donc dans quelle mesure l'étude épistémologique de Gonseth peut inspirer la réflexion sur les démarches des didacticiens des mathématiques. En particulier, peut-on distinguer les schémas et les modèles auxquels nous recourons? C'est là que je rencontre les propos de Morf, dont la mise en garde, traduite dans les termes de Gonseth, tels que je les comprends, devient celle-ci : que les modèles théoriques soient et restent dans le prolongement de l'expérience, sinon, il y a perte de pertinence. Cela revient aussi à dire qu'un même schéma doit présider à l'expérience et aux modèles théoriques. On peut très bien entendre ceci comme un souci de contrôler, extérieurement, le sens de la théorie. Le problème est alors de se demander comment effectuer un prolongement effectif et opératoire, sans redite pure et simple. Voilà pourquoi, j'ai beaucoup appris à lire les efforts des didacticiens à la lumière des analyses de Gonseth.

Revenons donc à Brousseau. Dans toute sa démarche, il entend partir du plan expérimental. Il s'agit de réaliser ce qu'il appelle des apprentissages par adaptation. De tels apprentissages sont expérimentés par diverses équipes de chercheurs. Ce sont, au sens de Gonseth, des modèles par réalisation. Quel est le schéma sous-jacent? C'est la connaissance visée, qui n'est pas prise comme un terme, mais comme un schéma, et la (ou les) situation adidactique fondamentale qui lui correspond. Ces schémas sont les résultats d'analyses de nature épistémologique (épistémologie, histoire, épistémologie didactique, etc., com-

plexe de disciplines que Chevallard tente d'unifier actuellement sous le titre d'anthropologie des savoirs). Mais ils ne suffisent pas à établir un modèle par réalisation didactique; il faut en outre y introduire quelques éléments (de notre connaissance) de la réalité didactique (le didactique). L'instrument de cette réalisation est la mise sur pied de situations conçues théoriquement comme des jeux formels. En pratique, c'est-à-dire sur le plan expérimental, les jeux formels devraient permettre d'inscrire l'autonomie des élèves dans la finalité didactique (faire apprendre tel savoir défini d'avance). En ceci, Brousseau prolonge et renouvelle les propositions de la pédagogie institutionnelle, pour qui il s'agissait de créer une institution garantissant à l'élève et au groupe classe la maîtrise de leur décisions. Dans la démarche caractéristique de ce chercheur, la plupart de ces questions ont été traitées au cours du travail expérimental à l'école Jules Michelet. Elles ont été décrites ailleurs. Ces expériences ont mieux établi le schéma didactique (schéma à deux facettes adidactique et didactique pour la situation, schéma épistémologique spécifique au contenu pour la facette adidactique, schéma d'une transaction didactique pour ce qui concerne la facette didactique).

Il s'agit alors de passer au plan théorique. C'est le début de cette entreprise qui fait l'objet de la citation dont j'ai proposé la lecture. Nous avons bel et bien affaire à un prolongement théorique, comme le disait Morf, et pas seulement à l'exposé d'expériences d'apprentissage par adaptation, ni même à l'explicitation de la théorie expérimentale qui les inspire. Ces thèmes sont traités ailleurs, dans ce que les didacticiens des mathématiques conviennent d'appeler l'ingénierie didactique. Ici, l'ambition est d'accéder aux phénomènes de nature didactique et de les comprendre. Constatant les multiples échecs à l'établissement de méthodes d'enseignement fiables et reproductibles, le didacticien a modifié ses priorités. Il fait le pari de la constitution de la didactique comme discipline scientifique, et non plus comme doctrine empirique.

L'entreprise n'est pas aisée. Comme toujours, l'expérience est un creuset où les chercheurs combinent différentes choses. Ainsi, en ordonnant ces thèses selon qu'elles se réfèrent à ce que Rouchier (1991) dénomme «pratiques sociales de niveau I, II et III», on peut dégager rétrospectivement trois thèses présentes chez Brousseau :

- l'une, psychologique, qui est le modèle de l'apprentissage par adaptation;
- l'autre, épistémologique, qui est la théorie des situations fondamentales;
- et, enfin, une troisième, de nature didactique, qui est la conception des situations comme des jeux formels.

Trouver un langage théorique qui permette de rendre compte de l'articulation de ces plans n'est pas une petite affaire. S'agit-il d'ailleurs d'une simple articulation ou d'un croisement ou encore d'une imbrication? Ce point est important car ici, du fait de notre ignorance de ce champ (du moins le postulons-nous, sinon nous n'entreprendrions pas notre recherche), pourraient s'introduire dans nos modèles des éléments indésirables, mineurs, voire parasites. Je reviendrai sur cette question.

Malgré cela, nous pouvons déjà affirmer que l'entreprise a été fructueuse puisqu'elle a permis d'élaborer un schéma (au sens de Gonseth) fondamental de notre discipline : la dualité «situation didactique/situation adidactique». La notion de situation doit référer à un modèle emprunté à l'épistémologie génétique, qui serait en quelque sorte la situation du sujet épistémique. Pourtant il ne suffit pas et ne convient pas à décrire la réalité didactique. Voilà pourquoi il faut élaborer un modèle plus complexe, ici dédoublé. Jusqu'où devra-t-on complexifier le modèle, c'est-à-dire jusqu'à quel point va-t-on être obligé de décrire l'agencement du didactique et de l'adidactique? Dans un premier temps (l'article d'où la citation est extraite), Brousseau a proposé un modèle relativement économique, un noyau adidactique, sur lequel vient se greffer une «gestion» didactique. Hélas, cette entreprise va rencontrer de grosses difficultés, décrites par ce même auteur dans la suite de son article, sous l'espèce des paradoxes du contrat didactique qui vont l'amener, dans un article ultérieur (Brousseau, 1990), à proposer un schéma où s'emboîtent six niveaux.

Mais avant d'en arriver là, examinons avec soin le langage par lequel il nous présente ses modèles. Il y a deux aspects. Le premier est métaphorique. Brousseau évoque des images de l'enseignement ordinaire ou classique. Ce sont les matériaux du modèle (c'est un modèle

et non pas un schéma, car il réfère à une signification externe). Ceci doit nous rendre prudents quant à la compréhension, à l'analyse et à la critique de son discours. Remarquons au passage que ce problème semble se poser de façon générale en didactique des mathématiques. Je me rappelle de discussions violentes, au sein de notre communauté, à ce propos. Et la revue *Recherches en didactique des mathématiques* a publié un texte de Chevallard (1992), où ce dernier donne son explication de ce recours à la métaphore. Il y a là, peut-être, un défaut de jeunesse qui provient de la nouveauté et de l'originalité de l'entreprise des didacticiens des mathématiques. On pourrait exprimer cela par une sorte de déficit dans les analogies que l'on peut faire : les modèles présentés ne peuvent pas emprunter leurs matériaux à des modèles antérieurs, mais doivent puiser dans un stock d'images tirées de l'expérience. Certaines proviennent des travaux expérimentaux proprement dits et du regard renouvelé qu'elles ont procuré. Mais d'autres puisent aux débats classiques des pédagogues et à la culture ambiante; elles puisent au plan intuitif, dirait Gonseth. Ces éléments ont une force évocatrice qui les fait passer pour réalistes, alors que ce sont, dans le discours, de purs idéalités. Songez donc à la réalité de la maïeutique socratique!

Cela me semble bien être le cas de l'expression relevée plus haut : «[...] une situation adidactique, correcte» Que voilà une préoccupation du bon sens enseignant! Que veut dire l'auteur? Qu'il existe des situations adidactiques non correctes? Doit-on voir, dans cette éventualité, un non-sens? N'est-ce pas, au contraire, ce dont témoigne la pratique courante à l'école? Nous y reviendrons dans la partie suivante, lorsque j'évoquerai les recherches descriptives sur l'enseignement effectif. Contentons-nous de noter au passage que nous touchons ici les limites du non-sens.

Nous pouvons aussi interpréter autrement cette expression de Brousseau. L'auteur part d'un constat implicite : nous ne disposons pas, pour un savoir donné, de méthode générale pour construire des situations adidactiques fondamentales. De là le risque d'incorrection! Mais que se passerait-il si, par malheur, sans s'en rendre compte, on partait d'une situation adidactique incorrecte? Le didacticien ne va-t-il pas se trouver empêtré dans les deux dimensions, adidactique et didactique, de

la situation? D'un point de vue méthodologique, il faut que l'échec de l'expérience soit envisageable *a priori*. Comment définir ceci (échec ou réussite de l'expérience) dans les termes du modèle proposé?

1.3 L'épistémologie, comme sens, et l'échange didactique

«Mais le sens?», me direz-vous. J'y viens à propos du deuxième aspect du langage adopté dans cette théorisation. La citation reprise ici me paraît donner la clé rhétorique du texte. Au cœur de la théorie se trouve le schéma de l'apprentissage par adaptation. Bien entendu, Brousseau ne peut pas nous le montrer à l'œuvre à travers un texte. D'autre part, je le répète, il n'y a pas lieu non plus de faire le récit d'une expérience (on se référera à Pérès, 1984, pour un exemple). La métaphore choisie par l'auteur consistera donc à situer son schéma d'apprentissage face à des schémas plus classiques. Là encore, il ne va pas nous décrire des modèles par réalisation de ces schémas (il ne peut pas bien entendu empêcher que nous en évoquions les images) et en les illustrant, apparemment, par l'évocation d'images courantes, il les caricature, c'est-à-dire les schématise. Or cette schématisation procède de la question du sens!

Le sens intervient à un premier niveau, celui de l'échange didactique. Voici une nouvelle citation du même article cette fois-ci : «L'enseignant doit obtenir que l'élève résolve les problèmes qu'il lui propose afin de constater et de pouvoir faire constater qu'il a accompli sa propre tâche» (Brousseau, 1986, 66). De là, le modèle de l'apprentissage par adaptation est opposé à d'autres modèles théoriques, présentés comme plus classiques.

Ces schémas sont didactiques; leur cadre directeur est inévitablement la volonté d'enseigner un savoir prédéterminé et l'obligation partagée entre le maître et l'élève d'attester et de fournir des éléments d'attestation d'un apprentissage effectif. Schématiquement toujours, Brousseau présente l'échange didactique à propos d'un savoir donné comme revenant à faire correspondre une liste de questions (à poser par le maître) et de réponses (à fournir par l'élève). À chaque savoir (signifié) correspond donc des couples (signifiants) de bonnes questions (Q) et de bonnes réponses (R). Le sens s'établit avec cette correspondance.

Ce schéma permet de décrire certains phénomènes didactiques qui relèvent du contrôle de la transposition didactique (les célèbres effets). Mais, comme nous l'avons vu dans la citation ci-dessus, cela lui permet aussi d'ordonner différents modèles didactiques selon les moyens mis en œuvre pour établir ce lien entre savoir et couples Q/R. Il reprend alors la distinction classique entre lien formel (arbitraire, qui se contente de son seul établissement) et lien significatif (qui contrôle le processus didactique mis en œuvre pour l'établir). Il relève alors que c'est bien là ce qui oppose schéma scolastique et schéma socratique. Puis, poursuivant sur ces distinctions, il présente une graduation selon que l'on fait appel à un processus purement interne chez le sujet (maïeutique socratique), selon que l'on fait appel à une adaptation spontanée du sujet (modèle piagétien), ou encore selon que l'on y articule le jeu d'un enseignant (modèle didactique). C'est celui-ci que Brousseau nomme modèle d'apprentissage par adaptation.

Au cœur de chacun des modèles ainsi ordonnés se trouve un isomorphisme. Ce qui les distingue donc, c'est le recours à des significations de plus en plus extérieures. Cette extériorité est rendue nécessaire par la responsabilité du système didactique envers l'apprentissage produit chez l'élève. Brousseau, quant à lui, ne peut se contenter de constater cet apprentissage de l'extérieur, comme le ferait un psychologue, par exemple. Il faut que l'enseignement puisse attester que l'élève a construit cet isomorphisme et que cette construction subsistera au-delà des circonstances d'apprentissage. Le critère le plus exigeant serait de demander que l'élève ne se contente pas de répétition, mais fasse preuve d'une certaine inventivité. La dévolution consiste à articuler l'intention d'enseigner sur l'autonomie cognitive de l'élève. L'inventivité serait la marque de cette autonomie. Mais la question de l'appréciation de cette inventivité se pose : «Comment le maître pourra-t-il la reconnaître?» À la manière dont on reconnaît à son partenaire la qualité de son jeu?

On le voit, ce que cherche à réaliser Brousseau, c'est le moyen de faire que le sens s'enracine bien sur le plan épistémologique. La situation didactique doit rester un moyen et sa réalité ne doit pas se substituer à celle de la situation adidactique. L'apprentissage et sa réussite doivent être reconnaissables. La question du sens est alors comme celle de

l'adhérence cognitive du sujet aux formes du savoir à enseigner, déjà définies; c'est l'adéquation entre un savoir donné (au départ) et les connaissances qu'il a suscitées; c'est la question du contrôle du couple dévolution/institutionnalisation (cf. *infra*).

Toujours dans cette citation, la question du sens est traitée à un autre niveau, antérieur à celui de l'échange didactique : celui de la définition de la situation fondamentale. Ici, Brousseau considère le problème comme réglé car, en définitive, la détermination des situations fondamentales est une question d'épistémologie plus que de didactique : «Chaque connaissance peut se caractériser par une (ou des) situation adidactique qui en préserve le sens et que nous appellerons situation fondamentale» (Brousseau, 1986).

De ceci on retiendra que la question du sens est réglée pour elle-même sans prise en compte de l'élève. On retiendra aussi l'expression «qui en préserve le sens», qui a trait au contrôle du sens (partie de la question du contrôle de la transposition didactique). On retiendra que la situation didactique fondamentale est déclarée être «finale de référence», ce qui veut dire que tout examen de type épistémologique ne peut fournir, aux yeux de cette théorie, que des indications finales; elles ne sauraient suffire à la réussite de l'enseignement et, peut-être même, s'agit-il de la partie la plus facile de l'entreprise.

1.4 Le travail formel du modèle

Il y a dans le discours de cet auteur une formalisation. C'est normal pour une entreprise théorisante qui doit se détacher du plan expérimental. Mais qui dit formel, dit au moins une mise à distance du sens. Et ceci paraît paradoxal à propos d'une entreprise (la didactique) qui procède d'une critique sévère tant de l'enseignement classique, trop formel, que de sa réforme, trop formaliste. Ceci nous est révélé par l'examen du langage, mais est-ce un problème de langage, ou quelque chose de plus profond? Dans notre cas, la poursuite de l'élaboration (proprement exploratoire) du modèle, autour de l'idée (du schéma) de dualité adidactique/didactique, nous apporte la réponse.

Ces questions de méthode sont traitées par Brousseau et Otte, dans un article intitulé *The fragility of knowledge*. On y trouve écho dans l'article déjà cité (Brousseau, 1986). Comme je l'ai annoncé plus haut, ce modèle mène à certains paradoxes du contrat didactique, qui sont comme des interférences du jeu didactique sur l'apprentissage. L'auteur les passe en revue; je les résume (les expressions de Brousseau sont transcrites en italique, et comme je me suis permis de les compléter lorsque j'avais de la difficulté à les comprendre telles quelles, mes propres adjonctions seront présentées entre crochets [...]) :

Premier paradoxe. — La dévolution des situations

À propos de l'apprentissage, il faut réaliser une sorte de transfert de responsabilité. Le maître doit obtenir que l'élève ait appris, de lui-même. Son enseignement consiste à recourir à certains moyens didactiques. Mais il doit garder une certaine réserve quant à ce recours sous peine de priver l'élève des conditions nécessaires à la compréhension et à l'apprentissage de la notion visée. L'élève est lui aussi pris dans ce paradoxe; il est sommé d'obtenir seul un certain résultat, mais il ne peut pas refuser la relation didactique qui veut l'y aider.

Second paradoxe. — L'adaptation des situations aux fins d'enseignement

a) Inadaptation [de la situation] à l'exactitude [du savoir]

Dans certains cas, l'enseignement est astreint à enseigner des savoirs provisoires, approximatifs, voire incorrects. Dès lors obtenir l'apprentissage de ces notions par adaptation porte en lui un danger : si cet enseignement est correctement fait, l'insuffisance des savoirs à apprendre se manifestera. L'élève pourrait alors se trouver devant une contradiction entre les efforts qu'il consent pour apprendre et ceux qu'il met à comprendre ce qu'on lui enseigne. Or l'enseignement a la responsabilité de faire apprendre aux élèves, tout en garantissant leur compréhension. Envisager que pour certains savoirs, intermédiaires, on recourt à un enseignement formel, tandis que pour les savoirs corrects, on recourt à l'apprentissage par adaptation n'est pas cohérent du point de vue théorique; du point de vue pratique, cela ne peut que rendre plus compliqué le contrat didactique qui règle les échanges. L'antagonisme entre apprendre et comprendre réapparaît. De plus, des savoirs appris formellement risquent d'être trop rigides et de ne pas se prêter à de développements ultérieurs.

b) Inadaptation [de la situation, à préparer l'élève] à une adaptation ultérieure

Si les élèves sont bien adaptés aux situations incomplètes, ou incorrectes, qui leur sont proposées, alors la poursuite du processus d'adaptation pourrait être fortement compromise.

Troisième paradoxe. — L'apprentissage par adaptation

a) Négation du savoir [lorsqu'on s'en remet exclusivement à l'adaptation de l'élève]

L'adaptation est le fait de l'élève. Pourtant, si le maître n'est pas là pour reconnaître les nouveaux savoirs obtenus par l'élève dans son adaptation à la situation, il se pourrait que ce dernier ne s'aperçoive tout simplement pas qu'il a appris quelque chose, ou du moins, quelque chose d'important scolairement. De plus, comment l'élève pourra-t-il trier entre ce qui est spécifique de la situation proposée et ce qui est plus général. Le rôle du maître semble donc nécessaire, au moins comme lecteur des résultats de la situation. L'apprentissage par adaptation et ce qu'il produit sont didactiquement insuffisants. Alors que l'entrée dans la situation procède d'un mouvement de dévolution, à la sortie, une institutionnalisation du savoir est nécessaire.

b) Destruction de sa cause

L'adaptation à la situation peut aller à l'encontre de la relance du processus. Le déséquilibre étant comblé, le moteur de l'investissement de l'élève s'en trouve arrêté. Doit-on alors maintenir l'élève dans une certaine inadaptation? Brousseau conclut alors en disant :

> *L'image simple d'une adaptation à des perturbations extérieures n'est pas satisfaisante pour représenter le phénomène d'apprentissage (scolaire). Elle ne laisse pas de place à deux éléments essentiels pour le maintien du processus : d'une part, la création d'une motivation intrinsèque qui relance l'élève dans la recherche d'une autre «occasion» de s'adapter sans la tentative d'adapter le milieu à lui-même, d'autre part, l'adaptation interne du sujet*

sans perturbations extérieures et sans «activité» réelle, comme la résolution des contradictions internes du sujet nées de l'assimilation de schèmes nouveaux dont parle Piaget (Brousseau, 1986, 72).

Quatrième paradoxe. — Le comédien

Le maître est un acteur qui joue une partie dont il connaît d'avance l'issue. C'est à une représentation (au sens théâtral) du savoir que l'élève est convié. La relation maître élève est analogue à celle qui lie comédien et spectateur. L'illusion de la réalité de ce qui se passe sur la scène doit être entretenue.

Prenons le deuxième paradoxe, celui de l'adaptation des situations, et examinons-les sous un autre angle. La situation adidactique se trouve-t-elle au début ou à la fin du processus d'enseignement? Nous avons vu qu'il doit y avoir une entrée de l'élève dans un processus d'apprentissage par adaptation; donc, on placerait volontiers la situation adidactique, et la situation fondamentale plus particulièrement, au début de l'apprentissage. La dévolution permet l'entrée en matière. Mais par contre, à la sortie, il faudra garantir que l'individu recoure à ce qui aura été appris, en dehors de toute référence didactique; ceci se réalise aussi à propos d'une situation adidactique. De plus, il va y avoir une progression entre les moments d'entrée et de sortie. Et, selon Brousseau lui-même, lorsqu'il n'est pas possible de trouver une situation fondamentale suffisamment élémentaire pour amorcer un enseignement, comment peut-on réussir la dévolution? C'est-à-dire comment faire rejoindre l'adidactique à partir d'une entrée didactique? Ceci montre une des faiblesses du modèle emprunté à l'épistémologie. Certes, cette dernière établit, et ce, de manière fort bien argumentée, que les développements culturels de la connaissance sont le prolongement des développements psychologiques, mais elle ne décrit pas en détails comment peut bien s'établir une telle continuité.

On retrouve au cœur de ces paradoxes l'évocation d'une situation non correcte proposée à l'élève. Ceci nous ramène à une question déjà mentionnée. Est-ce possible? Pour ma part, je considère que non, et que justement la question de la vérité d'un savoir ne se situe pas au

niveau de l'adaptation cognitive. Dans mon idée, ça n'a pas de sens de parler de connaissance «correcte». J'ai exposé ceci en proposant justement que l'on distingue connaissance et savoir (Conne, 1992; Conne et Brun, 1992).

On commence donc à toucher les limites du modèle théorique et des thèses sur lequel il est construit. En ce qui concerne le plan psychologique, c'est l'insuffisance du modèle de l'adaptation lui-même. Les psychologues piagétiens ont cherché à y répondre en faisant la distinction entre processus microgénétiques et macrogénétiques, et en étudiant la question de la spécification des connaissances (voir Inhelder, Cellerier *et al.*, 1992). Malgré cela, en didactique des mathématiques, la question reste ouverte. À propos d'un de ces modèles psychologiques et concernant nos recherches sur l'enseignement de la division, j'ai montré les difficultés qu'il y avait à reporter un modèle de fonctionnement psychologique dans un modèle du fonctionnement du système didactique (Conne et Brun, 1991).

Ces limites du modèle théorique lui enlèvent-elles tout son sens? Certainement pas. Prenons un seul exemple, la négation du savoir. Le fait que l'élève pourrait ne pas identifier les savoirs appris lors de son adaptation s'observe effectivement. On voit souvent des élèves omettre de faire part de leurs propres observations, parce qu'ils n'imaginent tout bonnement pas que celles-ci pourraient avoir un intérêt. Il arrive que l'élève, ne trouvant pas à donner une forme, qu'il croit attendue, à ses réflexions, ne les soumette pas à l'enseignant, quand bien même, en réalité, ce dernier n'attendrait que cela. Dans cette question, le contrat didactique est en cause. Il y aurait méprise sur le plan didactique, quant aux attentes réciproques des partenaires. Mais pas que cela. Le hiatus porte bien plus profondément sur ce qui fait l'objet de l'étude, sur la réalité qui est partagée. Dès lors, comme plusieurs didacticiens l'ont fait remarquer ensuite, la dimension didactique ne vient pas seulement s'ajouter à la dimension adidactique, mais se greffe au niveau même de la réalité traitée, sur les objets qui sont l'enjeu de la relation didactique et les rapports qu'entretiennent les acteurs à ces objets. En conséquence, on conçoit que le milieu puisse être «manipulé» didactiquement. Je décrirai des exemples de ceci dans la seconde partie de ce texte. On peut alors comprendre en quoi les craintes d'un apprentissage de savoirs incorrects

sont fondées. Comment arriver, sinon à préserver l'enseignement de tels effets, du moins à les contrôler?

J'ai développé cet exemple, parmi tant d'autres possibles, pour montrer que ce qui est évoqué ici comme paradoxes du modèle n'a pas qu'une valeur de dérivation théorique. Ces considérations revêtent une signification pratique; ils rendent compte d'observations effectives et ils expriment une réalité. C'est cet entrelacs du théorique et du pratique qui rend finalement le modèle si compliqué à analyser. En fait, tout modèle rajoute quelque chose au schéma dont il est l'expression, ce qui fait qu'un même modèle puisse renvoyer à plus d'un schéma. Le travail théorique est un travail du schéma plus que du modèle.

Ainsi les paradoxes semblent sérieux, et c'est le schéma lui-même qui doit être repensé. Il est clair que Brousseau fait trop confiance au modèle piagétien, qui n'a pas été établi dans le prolongement de l'expérience didactique. Enrober la situation adidactique d'une gestion didactique, relativement externe, amène à ces impasses. Les plans psychologique, épistémologique et didactique interfèrent et les trois thèses explicitées plus haut ne peuvent être simplement juxtaposées. Dans un article plus récent, Brousseau s'est lui-même expliqué là-dessus :

> *Les paradoxes de la relation didactique montrent que le modèle mécaniste exposé jusqu'ici est inadéquat sauf pour les séquences non didactiques : un jeu, où l'un des joueurs agit ouvertement sur ses partenaires afin de les modifier en cours de partie, est évidemment de nature toute différente des jeux évoqués plus haut où les règles restent fixes au cours d'une partie.*
>
> *Ces paradoxes entraînent deux conséquences : nécessité d'une résolution temporelle, et afin de permettre l'avancement de la relation, nécessité d'un blocage temporaire de certaines conditions de la situation par des conventions provisoires, implicites ou explicites. Ces conventions deviennent l'objet et l'enjeu de la relation didactique. La forme générale de ces conventions est le contrat didactique.*
>
> [...]

> *Considérer le milieu comme source ou image du jeu de chaque acteur est insuffisant; il faut montrer qu'il est une nécessité du contrat didactique. L'intervention de l'enseignant modifie les conditions de fonctionnement du savoir, conditions qui font aussi partie de ce que l'élève doit apprendre. L'objectif final de l'apprentissage est que l'élève puisse faire fonctionner ce savoir dans des situations où l'enseignant aura disparu. D'où la distinction d'un fonctionnement didactique et d'un fonctionnement adidactique de l'élève dans la classe.*
>
> [...]
>
> *On a une chaîne de jeux : ceux des mathématiciens, ceux de l'enseignant, ceux de l'élève, et les statuts d'un savoir sont différents selon les jeux. On peut supposer que le rapport privé de l'enseignant au savoir sert de base à la constitution des rapports privés (en particulier dans les situations adidactiques) et publics (institutionnalisation) au savoir de l'enseigné* (Brousseau, 1990).

De son côté, Chevallard (1992) cherche à révoquer le modèle psychologique, ce qui l'amène à proposer une tout autre définition du milieu. Je n'en dirai pas plus ici, étant donné que, dans cette théorisation, le sens ne fait pas partie des termes considérés. Sur la manière dont la question du sens est abordée par Chevallard, le lecteur pourra se référer au texte de Lemoyne dans ce livre. D'autres, comme Rouchier, Brun et moi-même, considèrent cependant avec Rouchier qu'

> *Il ne paraît pas possible que la didactique, même si elle s'organise explicitement autour des systèmes qui réalisent l'intention de communiquer un ou plusieurs savoirs, fasse l'économie d'une prise en compte du sujet* (Rouchier, 1991).

1.5 Le schéma proposé par Rouchier

Dans sa thèse (1991), Rouchier propose de résoudre ces problèmes sans sortir de la théorie des situations. La situation est conçue comme posant un défi à l'élève. Ce point est important, car il situe clairement le modèle du jeu au niveau didactique, le jeu étant le moyen par lequel l'enseignant met l'élève en situation, plus que comme la description de son activité. En fait, comme je le remarquais déjà plus haut, le maître dispose d'une panoplie de jeux qu'il propose tour à tour à l'élève et, par un changement d'objet d'étude, aide l'élève à dégager le savoir du contexte situationnel. C'est un processus d'institutionnalisation. On avait pu croire tantôt que l'institutionnalisation était un préalable à la restauration d'une autonomie chez l'élève (pédagogie institutionnelle), tantôt qu'elle était au contraire une solution apportée au paradoxe de la négation du savoir, mettant en évidence la nécessité des phases de bilan de leçon (premières références à l'institutionnalisation dans les textes des didacticiens). L'originalité du travail de Rouchier consiste à montrer que ce processus intervient continûment dans les échanges didactiques. Par exemple, lorsqu'on examine la dynamique des échanges didactiques, on s'aperçoit que l'enseignant procède fréquemment à de petites touches instituantes qui permettent de centrer progressivement l'apprentissage de l'élève sur le savoir visé.

Dans son étude sur l'institutionnalisation, Rouchier (1991) associe au schéma classique «situation adidactique/didactique», l'idée de contextualisation/décontextualisation, et propose comme synthèse un nouveau schéma qui assure l'entrée et la sortie du plan didactique, et qu'il nomme conversions : savoirs ↔ connaissances. Dès lors, dévolution et institutionnalisation ne sont plus considérées isolément, mais comme formant un couple relativement à ces conversions. Ceci suppose préalablement la distinction entre savoir et connaissance, telle que je l'ai proposée (1991). Cette distinction consiste à faire très clairement la part entre ce qui relève des mécanismes d'adaptation aux situations et ce qui relève de la constitution des savoirs, ou, pour reprendre les termes actuels de Brousseau, entre causes et raisons de l'apprentissage. La dévolution serait le mécanisme induisant chez l'élève des processus cognitifs qui relèvent des objets à enseigner. Ce mécanisme convertit le savoir visé en connaissance induite chez l'élève et assure une adhérence cognitive au savoir. L'institutionnalisation serait le processus inverse, décollant le savoir des conditions d'apprentissage, ou encore convertissant la connaissance produite dans la situation en savoir. Par ce processus, on ne retient de la connaissance manifestée dans la situation qu'une partie seulement et on la désigne comme savoir passible d'être ultérieurement repris (utilisé).

Dès lors, pour reprendre une des questions évoquées plus haut, c'est toujours à propos de l'entrée que se place une situation adidactique. Quant à la sortie, la question est tout autre. Un individu capable, hors contexte scolaire, d'utiliser son savoir à bon escient est un individu capable d'opérer tout seul les conversions savoir/connaissance et connaissance/savoir. Il sait se mettre en situation et sait en dégager les enseignements. Il est autant capable de dévolution (à lui-même) que d'institutionnalisation (qui ne peut être entreprise qu'en référence à d'autres situations).

Notons que cette façon de voir la gestion de l'enchaînement de microsituations correspond assez bien à des modèles cognitivistes comme celui que Minsky (1988) présente dans son livre *La société de l'esprit*. Le mécanisme dévolution/institutionnalisation assure le contrôle didactique de l'évolution du rapport de l'élève à la situation.

Pour terminer avec cette présentation, revenons à la question du sens. En simplifiant beaucoup, on peut dire qu'on a quitté un modèle qui tentait de garantir, dès le début du processus didactique, un sens donné *a priori*. Résumons le raisonnement sous-tendu par ce premier modèle. D'une analyse épistémologique correcte, on construisait une situation adidactique fondamentale ou une suite de telles situations; ceci donnait le sens des notions à enseigner dès l'amorce du processus. On mettait alors en place des moyens de contrôle qui permettaient d'interagir avec le jeu de l'élève dans la situation. Ce contrôle revenait à s'assurer que la situation ne soit pas altérée. Les lois psychologiques garantissaient dès lors la préservation du sens de ce que l'on voulait enseigner. Non seulement on s'assurait que ce qui avait été appris avait du sens pour l'élève, mais encore que ce sens était bien celui du savoir visé. Un bon exemple de ceci a été fourni par une étude de Pérès (1984). Mais d'un point de vue général et théorique, nous avons vu que cette théorisation

s'avérait trop rigide, même si elle avait l'avantage d'une certaine simplicité.

Dans le second modèle, le sens n'est plus défini une fois pour toutes et *apriori*, mais sera remis en jeu continuellement lors des conversions savoir ↔ connaissance, par les mécanismes de dévolution et d'institutionnalisation. Les paradoxes qui provenaient d'un modèle trop rigoureux sont alors résolubles. Mais le modèle semble se complexifier : il y a le dédoublement savoir/connaissance; puis le triplement des niveaux caractéristiques (psychologique, épistémologique et didactique); le fait que les processus qui relèvent du couple dévolution/institutionnalisation du contrat didactique et de la transposition didactique ne se limitent pas en actes uniques mais interviennent en continu, et ne s'arrêtent jamais. Pour ma part, j'ai retrouvé là, dans ce constat de continuité et de va-et-vient du processus, ce que j'avais pu observer lors de mon travail de thèse (1981) qui portait sur la description d'un processus de transposition didactique. Or, j'y étais venu par un tout autre biais que celui des recherches exposées jusqu'ici. C'est ce que je propose d'examiner dans la seconde partie de ce chapitre.

Je conclurai cette première partie en disant que tous ces modèles achoppent à la difficulté de concilier deux «déjà là» : d'une part, les savoirs à enseigner; de l'autre, les élèves. Hélas, nous voyons que le problème ne revient pas à relier deux points. Ces deux «déjà là» sont en effet toujours imbriqués.

2. À PARTIR DU NON-SENS

2.1 Le chercheur perdu sur son terrain

Le terrain que nous offrent des expériences menées à des fins de recherche, comme les organisent Brousseau et son équipe, n'occupe pas tout le champ de l'expérience. Un autre moyen d'étude est celui d'observer et de décrire l'enseignement des mathématiques tel qu'il se donne effectivement. Le but de l'entreprise reste la détermination de schémas, au sens de Gonseth, proprement didactiques. L'interrogation portée sur l'enseignement pratiqué est de même nature que le questionnement porté sur les modèles théoriques. Nous avons vu que les modèles théoriques empruntaient nombre d'images à ces descriptions de classes;

il y a donc bien croisement des regards. C'est ce terrain-là que j'ai voulu explorer lors de mon travail de thèse, et c'est celui que j'étudie encore.

Le choix de ce terrain n'est pas totalement libre. En effet, il n'y a pas de place, en Suisse actuellement, pour un laboratoire expérimental comme celui mis sur pied à Bordeaux par Brousseau à l'école Michelet. Il n'y a même pas d'Institut de recherche en mathématiques (IREM), qui pourrait, comme à Lyon ou à Grenoble, ouvrir un terrain d'expérimentation dans les classes (par les études de diplôme d'études avancées (DEA) en didactique, par exemple.) Mais ce choix n'est pas non plus un pis aller : la présence de la recherche en didactique sur le terrain tout venant est indispensable. Il y a là aussi un enjeu scientifique de contrôle de nos élaborations théoriques qui m'apparaît primordial. Dans le même ordre d'idées, il est important pour moi de pouvoir observer les systèmes didactiques dans des cas limites, comme l'enseignement de la mathématiques dans les premières classes primaires ou, maintenant, l'enseignement spécialisé.

Entreprendre ceci me place dans une position très différente vis-à-vis de la question du sens. N'étant pas engagé dans la réalisation d'une intention didactique et n'assumant à cet égard aucune responsabilité, j'ai plus de latitude face à cette question. Pour ma thèse, en allant en classe, je m'étais donné deux règles :

- Observer ce qui se passe en classe, sans intervenir sur les contenus, ni influencer les méthodes. Ceci signifiait entre autres que je suspendais mon jugement quant aux contenus de l'enseignement effectif.
- Considérer *a priori* les productions des élèves comme significatives. C'est-à-dire, devant une production d'élève, rechercher les règles qui y président et rechercher un référent qui permet d'en restituer le sens.

J'étais déjà conscient au départ que ces deux règles étaient contradictoires en apparence. Et cette contradiction s'est très vite manifestée pratiquement dans mon étude. Après peu de séances d'observation, j'ai eu le sentiment d'un grand non-sens. Celui-ci provenait de ce que je me rendais compte que les activités proposées n'amenaient en elles-mêmes aucun développement intéressant, n'offraient pas d'autre perspective sur le savoir que leur réussite ponctuelle. Elles n'avaient pas grande

valeur épistémologique. Un tel enseignement rabattait la réalité pour la faire déboucher sur une notion mathématique, plutôt que de montrer comment cette notion se dégageait de la réalité. Il y avait ce que j'appelle une inversion didactique, qui s'explique bien dans le langage de Gonseth. Partant d'un schéma propre au savoir visé, l'enseignement commence par en construire un modèle, une situation, adapté aux élèves à qui il s'adresse. Ce modèle est constitué d'éléments empruntés à la réalité, de sorte qu'il se fait passer, aux yeux des élèves, pour une réalité. L'enseignant s'attend à ce que, par une sorte d'abstraction, les élèves puissent retrouver le schéma qui s'y trouve caché. Plus loin, je développerai un exemple de ce type de manipulation.

Le non-sens provenait donc d'une faiblesse globale du programme enseigné, bien que celui-ci soit cohérent dans sa référence aux mathématiques et très soigneusement apprêté pour la classe. En me proposant de suspendre mon jugement sur le contenu, je pensais ponctuellement, localement, et je n'avais pas prévu l'irruption de la question de l'organisation et la programmation de l'ensemble. S'accorder à trouver un sens aux productions des élèves dépendait aussi de ce que, globalement du moins, le projet didactique soit fondé. Sinon, si tout le sens de l'entreprise se trouvait du côté des élèves, il ne restait que deux solutions : laisser le libre cours au développement cognitif naturel ou prendre la position de la maîtresse de la classe. On retrouve ici ce qu'évoque Brousseau dans ses paradoxes du contrat, en l'occurrence ce qui concerne les paradoxes de l'adaptation des situations. Ceci était d'autant plus sensible que l'institutrice n'exerçait pas non plus ce contrôle global, mais au contraire se contentait d'examiner localement les performances des élèves. Elle ne se prononçait pas sur l'enjeu cognitif pour l'élève, ni sur son rapport à la réalité. Elle faisait comme si ce sens était garanti par ceux qui avaient sélectionné les activités inscrites au programme. D'ailleurs, sa formation ne lui avait pas conféré cette prérogative, ne la considérant ni comme mathématicienne, ni comme psychologue, et encore moins épistémologue. Effectivement, du point de vue du programme, la maîtresse était une exécutante. Si l'ampleur de la contradiction m'a surpris, c'est que je crois avoir trop négligé cet aspect : l'enseignante et la façon dont elle allait articuler les exigences du contrat professionnel qui la liait à l'école et le contrat didactique qui la liait aux élèves.

Je pourrais dire que l'impression qu'elle me laissait était que, concernant les mathématiques, elle se plaçait du côté de l'élève ou plutôt comme une élève initiée qui montre l'exemple, il n'y a pas d'autre expression, à ses élèves. Cette position avait l'avantage de concilier le rapport qu'elle entretenait avec ce spécialiste que j'étais et qu'elle pouvait considérer comme un maître en la matière. Ce rapport était celui auquel elle avait abouti à la fin de sa propre formation.

Si elle rapportait cette image à ses propres élèves, il ne s'agissait nullement d'une identification à eux, car, entre eux, le rapport enfant/adulte était clair. Elle leur présentait une image d'avenir, une issue possible pour se positionner face aux contenu scolaires. Elle se situait bien entre eux et les maîtres du contenu qui décident des programmes et des exigences. Elle aimait bien montrer aux élèves qu'elle en savait beaucoup moins que moi en mathématiques, comme si ma présence, rendant visible les maîtres du contenu, soulageait la relation en classe. Pour une autre description de cette position du maître, mais en contrat de formation initiale (ce qui n'était pas le cas pour ma thèse), on consultera avec profit le travail de thèse de Portugais, en particulier le chapitre intitulé «Une position duale pour le formé» (Portugais, 1992, 79-80).

J'ai pu, en maintes autres occasions, observer cet effet et je lui attribue le fait que je suis toujours très bien accueilli en classe primaire. Ce qui est frappant, c'est que l'analogie qu'elle faisait ainsi ne tenait en fait aucunement compte des contenus effectivement enseignés pour lesquels elle était, en fait, tout autant maîtresse. Mais la responsabilité qu'elle assumait se bornait à être institutionnelle et n'était en aucune manière d'ordre épistémologique. Assumer la responsabilité d'élaborer des situations adidactiques fondamentales, elle ne l'aurait tout simplement pas osé, et encore moins en ma présence. J'ai décrit cela dans un article intitulé «Un canard dans les mares» (1987*a*). Le comportement apparent de la maîtresse semblait suivre l'exact opposé des règles que je m'étais données.

C'est alors que je me suis trouvé devant un choix; trois possibilités s'offraient à moi :

- abandonner là mon terrain;

- entrer activement dans un processus de rétablissement du sens;
- m'étonner que, malgré l'effet que ce que j'observais faisait sur moi, la classe puisse quand même fonctionner, sans trop de heurts.

2.2 La transposition didactique comme sens

J'ai donc pris le parti de la troisième issue et j'ai appelé «transposition» le décalage observé entre le projet explicite d'enseignement et sa réalisation. Mon entreprise, même ainsi outillée d'un terme qui allait bientôt rencontrer la théorie que Chevallard (1991) élaborait, ne fut pas aisée. Et les difficultés les plus grandes provenaient de la réaction de mes interlocuteurs : si j'avais l'impression d'avoir pu donner une description positive d'un processus didactique incontournable, mes interlocuteurs étaient très réticents à admettre que l'on s'intéresse ainsi à ce qu'ils interprétaient comme des ratés de l'enseignement. Le plus délicat fut de parler de l'enseignante, évidemment. Pour l'anecdote, certains m'ont alors traité d'ethnologue, comme si mes descriptions leur laissaient un arrière-goût de non-sens, qu'ils auraient voulu éviter. Brousseau, qui avait une expérience très grande en ce domaine et qui avait eu les premières intuitions de ce que je découvrais pour moi, n'était pas le moins critique. J'ai cru comprendre que c'était perdre son temps que de poursuivre dans la voie de ce type d'observation.

En y repensant aujourd'hui, je me dis qu'ils avaient peut être de bonnes raisons pour eux. En effet, l'affaire était plus sérieuse qu'il n'y paraissait. Il y avait là un problème que nous commençons à peine à traiter. La question est en fait de savoir s'il est possible de faire recours aux modèles de l'épistémologie, de l'épistémologie génétique et des sciences cognitives. Ce problème est désigné comme étant la question du milieu en didactique. Jusqu'où peut-on déclarer que l'élève, à l'école, est confronté à un milieu réel? Du simple fait que le milieu scolaire soit aménagé pour répondre à l'intention d'enseigner, n'est-il pas en présence d'un milieu symbolisé? Dans quelle mesure ceci n'infirme-t-il pas irrémédiablement toute velléité de l'élève à traiter sur un mode réaliste ce milieu didactifié? Quelle pourrait être la réalité d'une connaissance qui s'exerce et se développe à partir d'éléments si peu réalistes? Les mécanismes mis en évidence par la psychologie sont-ils à même d'en rendre compte?

Il y a dix ans, on parlait beaucoup de la réalité de l'élève et on cherchait des moyens pour l'atteindre, par exemple par l'analyse de leurs représentations, ou de leurs conceptions, etc. Puis on s'est dit que, tant qu'on pouvait interagir avec cette réalité, il n'était pas forcément nécessaire de l'investiguer. La question n'est pas résolue, le débat s'est déplacé seulement, tandis que chacun garde ses options de recherche.

Ce non-sens, je l'ai donc traité avec le concept de transposition didactique. Il faut bien voir ici que ce n'est pas le fait de découvrir les particularités artificielles du savoir scolaire, car ceci est assez banal en soi, et on pourrait à la limite s'en accommoder. Ce que nous observions était que, malgré de grands efforts consentis dans une élaboration cohérente et informée des développements scientifiques les plus récents, les maîtres d'œuvre de la réforme de l'enseignement des mathématiques n'avaient pas réussi pour autant à contrôler la dérive transpositive. Par exemple, en rénovant de fond en comble les contenus mathématiques, et jusqu'au langage et aux mots qui désignent les objets à connaître, on diminuait d'autant les relais culturels par lesquels les maîtres pouvaient se présenter aux élèves comme maîtres du savoir, les ramenant ainsi à l'attitude prise par l'enseignante que j'observais. Si la réalité mathématique pouvait ainsi se transformer à l'insu des maîtres... Lors de la réforme des mathématiques modernes, il y a bien eu un effet de dépossession, qui explique peut-être cette fuite en avant dans le formalisme. Ceci est la manifestation d'un effet de perte de sens.

2.3 La transposition didactique doublée par le contrat didactique

À la suite de cette désillusion des mathématiques modernes, deux concepts didactiques ont émergé : celui de transposition didactique et celui de contrat didactique. Les effets de contrat ont été popularisés par le fameux problème de l'âge du capitaine. La question du sens ne se cantonnait pas sur le seul plan de l'épistémologie.

Pour ce qui est de l'âge du capitaine, ce ne sont pas tant les faits observés qui doivent nous étonner, car ces jeux d'élèves face à des demandes incompréhensibles de la part des enseignants sont archiconnus. Je crois que les personnes qui ont proposé ce problème étaient tout

sauf des naïfs. Je prends cette «prise de conscience» comme la manifestation d'un changement d'attitude vis-à-vis des questions didactiques. À un moment donné, on ne peut plus s'accommoder des effets tels que l'âge du capitaine. Et cela coïncidait à ce moment où les enseignants sont comme dépossédés du contrôle du sens de ce qu'ils enseignent, mais aussi à ce moment où on cherchait à exploiter les mécanismes naturels du développement cognitif des élèves, en construisant des situations didactiques (ce que Brousseau évoque en parlant de la conception moderne de l'enseignement). Ceci n'est sans doute pas un hasard. Peut-être est-ce là ce que Brousseau a voulu exprimer avec le paradoxe du comédien (voir Brousseau, 1986).

Dès lors, avec le contrat didactique, certains se proposaient d'expliquer pourquoi ce contrôle de la transposition didactique était si difficile. Le lecteur a pu lire plus haut ce qu'en dit Brousseau. Nous avons vu, lors de l'évocation de l'étude de Rouchier, comment le modèle s'est affiné. En particulier comment les trois plans, cognitif, épistémologique et didactique, s'entrelaçaient.

Cette nouvelle complexité n'est peut-être que passagère. Elle provient de ceci. L'importance des processus transpositifs du contrat est acquise; nous savons que nous devons faire les distinctions didactique/adidactique; le schéma de dévolution, proposé par Brousseau, doit être complété par ce mécanisme de conversion savoir ↔ connaissance qu'est le couple dévolution/institutionnalisation. Par contre, nous ne savons pas très bien dans quelles limites faire intervenir ces concepts qui surdéterminent les explications que nous pouvons donner des phénomènes didactiques. Il nous faut rendre compte non plus de ces concepts, mais de comment ils peuvent être opérationnels (effectifs), compte tenu des autres déterminations des systèmes que nous observons : ainsi, mais ce n'est qu'un exemple, les déterminations psychologiques.

Il n'est pas nécessaire que les activités proposées aient un sens pour l'enseignant pour voir les élèves leur attribuer une signification. J'avais pu le constater lors d'une recherche (Conne, 1989*a*) qui portait sur les écritures lacunaires en première primaire, où je donnais des items impossibles à résoudre, du type «compléter l'item 4 = 5+...» (les nombres négatifs n'étant pas envisagés dans l'enseignement à ce niveau scolaire). Schubauer-Leoni (1991) a été encore plus loin lorsqu'elle a demandé à des élèves de maternelle de «faire un *soutémi*», mot inconnu des élèves (c'est le nom d'une prise de judo) qui ne les a pas empêchés de s'investir dans une telle tâche, sans même que les élèves ne demandent des explications. D'autres recherches ont montré les mêmes types de résultats.

2.4 Non-sens et gros plein de sens, le travail formel comme économie

Mais inversement, les activités que l'on demande aux élèves peuvent être trop pleines de sens. Les présupposés de matériels didactiques, même simples, illustrent ce que j'ai appelé des manipulations de la réalité (par l'inversion didactique et la substitution de modèles didactiques à la réalité). De telles manipulations relèvent-elles de la transposition didactique, du contrat didactique ou de phénomènes d'institutionnalisation, ou des trois à la fois? Mais alors, n'y a-t-il pas tautologie?

Vu l'ampleur de la question, je vais donner un exemple tiré de l'enseignement élémentaire, à propos de ce fameux matériel des blocs logiques encore utilisés en Suisse romande. On part donc d'un schéma logique qui est celui de la combinatoire d'attributs, elle-même considérée comme un outil de classification. On se propose alors de réaliser matériellement un modèle didactique de ce schéma. Et on propose une collection d'objets stylisés, en plastique, les blocs logiques.

Les éléments de ce matériel sont déterminés par la combinaison systématique de différents traits : leur forme géométrique simple (carré, rectangle, triangle, rond), leur couleur (jaune, bleu, rouge), leur taille (deux tailles pour chacune des formes), leur épaisseur (deux épaisseurs de blocs). Dans la boîte ASCOBLOC, on trouve en outre chaque élément en double. Ceci donne 4 formes x 3 couleurs x 2 tailles x 2 épaisseurs x 2 exemplaires, soit 96 pièces. En Suisse romande, tel est le prototype de ce que l'on nomme matériel structuré; dans la formation ainsi que dans le manuel de méthodologie, on fournit toutes les instructions aux maîtres pour la confection de tels matériels didactiques. Voici quelques relations de grandeur entre les rectangles (R pour grand rectangle et r

pour petit rectangle); carrés (C, c), triangles (T, t) et ronds (RO, ro) du matériel : R / r = 3, C / c = 4, T / t = 2 (côté = diagonale), R / C = 3/2, C / T = 2 (C est un T dédoublé), mais c / t = 1, r / c = 2; RO est inscrit dans C (idem pour les petits), donc leur diamètre est le côté du carré; t est inscrit dans grand RO. Enfin, trois minces égalent un épais).

Il se trouve que, lors d'un séminaire de formation d'enseignants, nous nous apercevons que le T est un demi-C. Donc, il est petit par rapport au grand carré. Pourtant on a coutume de le qualifier de grand triangle, car c'est le grand du couple des deux grandeurs de triangle. Ainsi on ne compare pas les objets mais bien les traits dont ils sont le support. Et ceci, bien entendu, nous avait jusqu'alors échappé, tant le matériel nous paraissait simple (nous concédions à leurs auteurs son caractère simplifié), transparent. Il aura fallu l'analyse formelle pour nous déprendre de cette évidence. La simplicité apparente n'est qu'un effet réaliste et masque la formalisation sous-jacente. Le modèle ici n'est pas qu'un modèle par réalisation mais aussi par formalisation. Cette remarque montre une nouvelle fois comment sens et formes sont liés. Elle est suffisamment importante pour que nous y revenions par la suite.

Une telle analyse formelle consiste par exemple à traiter les traits du matériel comme des attributs logiques. Pour le matériel ASCOBLOC, si on prend comme critère de grandeur le maximum de volume, de surface ou la plus grande dimension linéaire, l'implication suivante est vraie : rectangle => grand (et si on s'occupe de volume : rectangle épais => grand). Dans cette réalisation (modèle par réalisation selon les termes de Gonseth), le caractère grand/petit est strictement dépendant de la forme des pièces. Mais c'est à une autre acception du terme grand que l'on se réfère dans l'exploitation didactique (et implicitement convenue) de ce matériel : une logique qui fait référence aux groupes humains, comme la famille ou encore les diverses volées de la classe enfantine (il y a les petits et les grands, non pas selon la taille, mais selon la classe d'âge), etc. Ce défaut est très important, car toute la modélisation repose sur l'idée que les attributs (traits) sont définis comme des absolus; c'est l'aspect formel qui est détruit dans la concrétisation.

Lors de la réalisation d'un schéma en modèle, on l'enrichit de nouvelles relations (celles du plan expérimental) et, de ce fait, on le rend

ambigu, voire incohérent. En didactique, ce phénomène se présente fréquemment. Il relève de ce que Brousseau appelle l'adaptation des situations à l'exactitude du savoir. Ainsi, le didacticien a ménagé pour les élèves un chemin allant du modèle au schéma, qui est l'inverse de celui que lui-même a suivi dans l'élaboration de son matériel. Pourtant, cela ne garantit rien, et le modèle réalisé peut amener les élèves ailleurs que prévu. (Pour un autre exemple, voir Conne, 1989*b*). Mais on peut aussi dire cela autrement. Quelle est la réalité? Comment garantir un rapport d'évidence de l'élève à ce matériel? Mais aussi, chaque fois que l'on a obtenu une telle relation d'évidence, comment s'y est-on donc pris? On le voit, l'établissement d'un dispositif pour une situation adidactique ne va pas de soi. Doit-on considérer ceci comme un effet du contrat didactique? On pourrait répondre affirmativement à cette question, dans la mesure où on a voulu désigner un schéma à travers sa modélisation, ce qui implique que l'on a construit le matériel dans l'idée d'un échange avec l'élève. On peut rétorquer que ceci ne relève pas du contrat didactique, en remarquant que le problème se trouve au-delà de toute forme de cet échange. Un autre argument en faveur du contrat didactique serait le suivant. Devant une telle situation, l'enseignant peut chercher à filtrer les relations parasites par une manipulation didactique du contrat, par guidage des élèves, ou en recourant à un langage conventionnel à sa classe. Par exemple, en faisant référence à l'âge des élèves (petit voulant dire plus jeune). Ceci est d'autant plus facile à admettre lorsque, comme c'est le cas en Suisse romande, la classe réunit deux volées d'élèves. Un tel traitement rentre dans ce que Brousseau a appelé «un usage abusif de l'analogie». On peut facilement observer ce type de traitement. En déduire que le problème est un problème de contrat didactique serait confondre la nature d'un problème avec celle du traitement qui lui est apporté. Mon avis est que nous tenons là un phénomène qui ne peut être expliqué par une théorie du contrat didactique. Je dirais même, au contraire, que c'est parce que le didacticien se voit confronté à de tels phénomènes qu'il cherche à y répondre par un travail sur le contrat didactique (qui nécessite une explicitation sous la forme d'une théorie du contrat didactique). Ici le phénomène justifie le recours fait par le didacticien au concept.

Cela a aussi des conséquences sur le plan épistémologique. Aux divers moments de l'élaboration du matériel didactique et selon les nécessités de l'enseignement, nous avons vu intervenir les trois formes de modélisation (par réalisation, par formalisation et par analogie) du schéma, telle que les décrit Gonseth. Au-delà des questions qui nous renvoient à son épistémologie, cela nous montre la complexité des dispositifs didactiques empiriquement développés.

2.5 Le travail formel et sa place dans le processus transpositif

Dans mon travail de thèse, j'ai montré comment les enseignants n'examinaient les productions écrites de leurs élèves que du point de vue de la conformité au code ensembliste et, de ce fait, donnaient une lecture formelle de celles-ci, sans comprendre le travail fourni. Ce déni de sens s'effectuait autour de deux illusions. La première consistait à prendre le milieu comme transparent, c'est-à-dire à mettre tout le sens dans la réponse attendue, la question s'identifiant à la réponse. C'est donc l'univocité de sens qui estompe le sens puisqu'il n'y a aucun choix, aucun travail à fournir pour le déterminer, si ce n'est un travail considéré comme automatique et mécanique de mémorisation, ce qui suppose une théorie de la mémorisation comme une fonction cognitive marginale. La seconde consiste à penser que l'algorithme demandé pour obtenir la réponse est parfaitement clair, qu'il ne nécessite aucun travail pour l'effectuer, qu'il ne mobilise rien d'autre chez le sujet, de logique, pouvant l'amener à diverger, ou encore que les actions élémentaires mobilisées par l'effectuation de l'algorithme ne nécessitent aucun contrôle de sa part. La logique du placement serait franche. Or, comme cette logique est très profondément ancrée dans nos schèmes, il serait étonnant qu'il en soit ainsi et que toute l'expérience du sujet ne vienne pas interférer. Il y a donc incompréhension de ce à quoi on fait appel chez le sujet dans l'assimilation de sa tâche et qui assure le succès de ce type d'activité en classe. Les difficultés de l'élève seraient alors réduites à des difficultés marginales de concentration, typiques par exemple d'une surcharge informationnelle. De plus, on prétextera facilement de l'incohérence, réelle ou apparente, de la réponse de l'élève pour lui dénier un sens. On retrouve ceci dans les commentaires des enseignants et des méthodologies lorsqu'ils évoquent ces difficultés, ramenées à des questions de maturation

mentale, c'est-à-dire de capacités intellectuelles (de type maturation ou de type handicap), sans que ne soient prises en compte les particularités de la tâche. Ceci est renforcé par la conviction de la transparence du milieu. Toutes ces confusions, croisées, procurent à un observateur extérieur, un sentiment de non-sens.

En didactique des mathématiques, il a été beaucoup question de l'illusion de transparence. Je donnerai ici une nouvelle citation de Rouchier à ce propos. L'intérêt de sa remarque réside dans ce qu'il la situe dans le cadre plus général de l'institutionnalisation :

> *Par exemple, avec un compas, on ne peut tracer que des cercles; les cercles dépendent donc des compas. Toutefois, pour étudier certaines propriétés des cercles, il faut pouvoir les considérer pour eux-mêmes. C'est ce qu'ont montré Artigue et Robinet (1982) dans une étude sur les conceptions du cercle à l'école élémentaire (niveaux CE2-CM1). Elles ont notamment traité des questions d'ingénierie destinées à replacer l'objet cercle dans un rapport de connaissance débarrassé, autant que possible, du poids de l'évidence conféré par l'instrument.* Cette évidence est bien un rapport institué. *Nous rencontrerons les mêmes questions, sous deux formes problématiques (non équivalentes), celles de problèmes dans l'enseignement (par exemple, sous la forme de conceptions ou de préconceptions «résistantes»), celle de problèmes pour la didactique dans sa dimension recherche, dans le cas de ces autres instruments que sont les logiciels mathématiques (par exemple, les logiciels graphiques). Les rapports entre l'évidence graphique, de nature perceptive, les propriétés géométriques intrinsèques et les primitives de tracé nous paraissent devoir être étudiés avec soin dans toute perspective didactique. Les primitives de tracé, en particulier, sont des formes instituantes qui ne sont pas forcément sous le contrôle du système didactique. Ce n'est pas une situation qui serait mauvaise en soi, par un ordre de raisons selon lequel les savoirs ne sauraient provenir que du maître. C'est au contraire, parce que le maître doit, fonctionnellement, avoir des éléments de contrôle sur les rapports élèves, savoirs, milieux, afin de conduire les apprentis-*

sages au mieux. Dans cet ordre d'idées, nous pouvons citer l'ensemble des primitives de la géométrie de Tortue, dans lesquelles l'angle apparaît comme un objet institué (qui va s'installer comme préconstruit, au sens de Chevallard, dans le système didactique) qui porterait en lui-même, l'usage y pourvoyant, l'ensemble des propriétés qui le constituent. Nous avons pu mettre en évidence, à travers une ingénierie spécifique, les contraintes de l'identification, c'est-à-dire de la constitution comme des objets (cognitifs) nécessaires, d'éléments du répertoire opératoire de Logo. Il s'agissait bien, en l'occurrence, de sortir de l'évidence première[1] (Rouchier, 1991, 67-68)[2].

Un travail formel est donc requis pour qui veut se déprendre de l'intention didactique et de ses préjugés sur la réalité. Comme je l'ai déjà dit, dans le processus de transposition didactique, ce travail n'est généralement pas dévolu au maître, car il n'a pas la charge de concevoir le matériel [tout au plus, et au cours de sa formation initiale, mais cela se perd, on peut lui demander de réaliser, selon une certaine recette ou par imitation, certains jeux (cf. le matériel structuré de méthodologie en Suisse romande 1P; la confection de didacticiels à partir d'un langage auteur, d'hypercard, ou d'un multimédia, etc.)]. Cette décharge est souvent perçue dans la chaîne de productions didactiques comme liée à la compétence mathématique. Ceci permet aux enseignants de faire confiance aux matériels, selon des jugements de valeurs extrinsèques, dont le plus facilement évoqué est le plaisir des élèves à ces jeux. Ceci fait aussi que la question du formel est prise comme résolue en amont de la chaîne et, par conséquent, ne devant plus se poser. Or le formel est avant tout un instrument.

2.6 L'analyse des productions d'élèves requiert, elle aussi, un travail formel

En ce qui concerne les tâches de calcul, on retrouve tout ce qui vient d'être décrit ci-dessus. D'une manière générale, en classe, aucun

1. C'est moi qui mets l'expression en évidence.
2. Pour un autre examen de cette question de l'évidence, toujours à propos de la numération, je renvoie à Conne (1987*b*).

sens n'est donné aux traces écrites des élèves, comme si, toujours, l'acte de symbolisation était franc, transparent, simple émission cognitive. Ci-après est reproduit un exemple de traitement d'une erreur en division qui provient des productions de F. R., 5e primaire, à Genève.

1° 7147 ÷ 7 = 909 (6; ~~8~~84, 157, r88)	3° 9009 ÷ 9 = 1001 (0000)	5° 7070 ÷ 5 = 1010 (202)	2° 1575 ÷ 15 = 105 (~~15~~, 0075, ~~00~~, r00)
6° 60363 ÷ 9 = 6707 (63, 063, r 0; ~~6~~, ~~7~~)	7° 60363 ÷ 7 = 8623 (43, 16, 23, 21, r2)	10° 7829 ÷ 39 = 200 (00, r29)	11° 13117 ÷ 13 = 1009 (2; 0117, r 00)
4° 235470 ÷ 235 = 12 (000~~000~~, 000)	8° 8517 ÷ 17 = 236 (611, 707, r45)	9° 7344 ÷ 18 = 573 (234, 664, 030)	autre item 81909 ÷ 901 = 11 (9180, 289)

Explication de l'item 8°, qui rend compte aussi bien des items 9°, 6° et 7°

8517÷17. L'élève se donne 2 comme quotient. 2 x 7 (de 1<u>7</u>), 14. Il ôte le 4 (de 1<u>4</u>) au 5 (de 8<u>5</u>, au dividende) et place le reste, 1, sous ce 5 du dividende. 2 x 1 (de <u>1</u>7), 2. Il ôte ce 2 du 8 (de <u>8</u>5 au dividende), et place le reste de 6, sous ce 8 du dividende. Il abaisse ensuite le troisième chiffre du dividende, soit 1. Ça donne : 8517 | 17
611 | 2

Parce qu'il y a 1 comme unité de 611 (dividende), il choisit 3 comme quotient, et procède comme ci-dessus. Il fait une erreur de soustraction dans les dizaines : de 3 aller à 1 (11), 7. Il ne tient compte ni du 6 de 611, ni de la retenue multiplicative, 2 (de 3 x 7, 21), ni de la retenue soustractive (de 3 aller à 1, je ne peux pas, je retiens 1, de 3 aller à 11). Il abaisse les unités du dividende, 7 et ça donne

```
8517 |17
611  |23
 707 |
```

Il procède de même avec son dernier quotient, pour lequel il choisit 6 (parce que 6 est proche du 7 qu'il vient d'abaisser?). Le reste est toujours calculé de la même façon : il obtient 5 en effectuant 7 (unités de 707) moins 2 (unités de 6 x 7, 42), tandis que 4 est obtenu en effectuant 0 (de 707) moins 6 (de 6x1, et 1 de 17). De nouveau, il omet les retenues et ne s'occupe pas des centaines de 707. Ça donne finalement :

```
8517 |17
611  |236
 707 |
 r45 |
```

Description du profil de réponses

- Dans le premier item reproduit ici (item n°1), le chiffre 6, au-dessus du diviseur est une marque du calcul de l'élève. C'est sans aucun doute la marque de la retenue multiplicative de 7 x 9 = 63. Le chiffre 8, barré, en-dessous du chiffre 7 des milliers du dividende a été barré, et sans doute décalé vers la droite, par l'élève. La réponse de l'élève s'explique ainsi : l'élève n'écrit pas le produit partiel du quotient 9 avec le diviseur 7, sous le dividende, mais il soustrait directement ce produit du dividende, et il reporte le reste. Cette soustraction, il l'effectue comme il a appris à le faire en colonne, c'est-à-dire chiffre à chiffre, et de droite à gauche. Il se demande en quelque sorte ceci : de 63 à 71, il y a 8, et il reporte ce reste. Puis il abaisse le chiffre des dizaines du dividende. Il reprend le calcul. Pour une raison que j'ignore, il prend 69 comme produit partiel, au lieu de 63 (9 fois 7 toujours). Il y a sans doute confusion dans les chiffres : 84-69 font bien 15. Il procède encore une fois ainsi, ce qui donne 157-69 = 88.

Comme il n'y a plus de chiffre dans le dividende, il arrête son calcul et place un petit r devant le dernier reste.

- Dans les deux items suivants (items n° 3 et 5), l'élève procède à un calcul chiffre par chiffre. Dans un cas, c'est correct, mais pas dans l'autre. Ce qui frappe, c'est que dans le cas incorrect, il ne tient pas compte des restes qu'il a calculés. Il abaisse les chiffres du dividende, sans les associer au reste précédent.

- Les cinq items suivants (n° 2, 6, 7, 10 et 11) peuvent s'interpréter comme une résolution standard, correcte. On remarquera dans l'item n° 2, que l'élève a reporté le produit partiel sous le dividende puis l'a tracé, ce qui rappelle ce que nous avons vu au premier item. Dans les autres items, on remarquera les petites marques au-dessus des chiffres du dividende, qui sont la marque du contrôle de l'abaissement successif des chiffres.

- Ce contrôle n'est pas effectué pour l'item n° 4 qui suit. Et cela donne une erreur.

- Les deux items suivants, n° 8 et 9, sont très surprenants. L'élève procède un peu comme pour le premier item; il combine le calcul du produit partiel avec la soustraction; il le fait chiffre à chiffre, sans tenir compte des retenues, qu'elles soient multiplicatives ou soustractives. De plus, il ne tient pas compte du chiffre le plus à gauche des restes qu'il a calculés. Pour évaluer ses quotients, il procède un peu par devinette. Comme le diviseur est un nombre à deux chiffres, il multiplie son quotient chiffre à chiffre et ne retient que le chiffre unité de ses produits qu'il soustrait de son dividende. À nouveau, il ne recompose pas un nombre avec le reste et le chiffre abaissé. Il ne tient donc pas compte de l'ordre de grandeur des nombres écrits dans son tableau. Il se base sans doute sur le chiffre tout à droite, celui qu'il vient d'abaisser, celui des unités de son dividende partiel, et il choisit un quotient dont le multiple avec les unités du diviseur s'en rapproche. En outre, quelques erreurs de soustraction se glissent dans son calcul.

- Dans d'autres items proposés, nous pourrions voir qu'il reproduit sa méthode de calcul de division chiffre à chiffre. Par contre, dans

d'autres items encore, l'élève se révèle capable de mener correctement une suite de multiplications de nombres à deux chiffres.

- Le dernier item est un exemple d'une autre série de divisions que nous lui avons soumises. Ici, le quotient est systématiquement 1, et le reste est obtenu par une soustraction chiffre à chiffre entre chiffres du dividende et chiffres du diviseur. Les retenues soustractives ne sont pas prises en compte. L'élève a procédé ainsi, invariablement, pour les 5 items de cette série.

- En résumé, nous avons là affaire à des erreurs systématiques très stables, qui présentent quelques modulations selon les circonstances. L'élève procède chiffre à chiffre. Il fusionne la multiplication avec la soustraction successivement pour chaque chiffre. Il ne tient pas compte des retenues, ni multiplicatives ni soustractives. Il évalue le quotient d'après un critère combinant ordre de grandeur et chiffre des unités. Ce procédé aboutit à des résultats corrects dans plusieurs items. Le découpage du dividende est effectué en conséquence : la suite de dividendes partiels devant inscrire une «diagonale sur le diagramme de calcul», il y a décalage par la gauche. Ainsi, l'élève laisse tomber le chiffre de gauche d'un dividende partiel. Le principal intérêt de cet ensemble de réponses est que l'on y voit se combiner une erreur systématique de l'algorithme, comprenant un procédé d'évaluation du quotient, avec deux erreurs systématiques pour lesquelles l'élève ne procède à aucune évaluation du quotient. (Premièrement, l'élève prend 9 comme chiffre du quotient. Deuxièmement, lorsque les items présentent un diviseur à trois chiffres, il prend systématiquement un quotient de 1). Cette feuille de calculs est très intéressante à analyser, car elle livre des réponses exactes et erronées. Si toutes les erreurs ne sont pas identiques, elles résultent toutes de la tendance à calculer chiffre à chiffre, sans les relier en écritures de nombres. De plus, pour certains items corrects, on ne peut pas exclure que l'élève ait procédé selon sa méthode erronée. Ainsi, les items n° 3 (correct) et 5 (incorrect), d'une part, et les items n° 6, 7 (corrects) et 8, 9 (incorrects)! Les erreurs les plus difficiles à saisir sont le fait de l'application d'une procédure systématique simple, mais celle-ci n'est pas suivie invariablement pour autant : nous avons affaire ici à un cas d'école.

- Notons que ces analyses faites sur la base de documents écrits ont été confirmées par un entretien que nous avons eu avec le même élève, une année après exactement. Nous lui avons demandé de commenter les réponses d'un élève. En fait, nous lui avons présenté ses propres réponses, mais sans le lui dire. Comme ce fut le cas avec d'autres élèves, nous avons été frappés par la persistance du problème (ici le traitement des colonnes de chiffres, des retenues, etc.) qui avaient occasionné leurs erreurs. L'enseignement prodigué n'avait-il eu qu'un effet de surface? Ce serait d'autant plus étonnant que la division écrite et ses développements pour les nombres à virgule étaient inscrits au programme de la classe de ces élèves.

Concernant l'erreur systématique, la position de l'analyste est délicate puisque, en effet, il ne doit pas confondre la nécessité qui s'impose à sa compréhension de l'erreur, la solution qu'il trouve au problème de la signification (ou si on préfère à la logique) de l'erreur, avec une nécessité interne qui aurait mené l'élève à la commettre. Ce dernier n'a pas d'autre intention que faire aboutir son calcul; il n'a pas d'intention sur son résultat, tant qu'il ne le connaît pas. L'analyse ne décrit donc pas le sujet, car celui-ci accommode ses règles aux données qu'il objective au travers de son traitement; l'analyse ne décrit pas non plus l'objet puisque la prise en compte de l'objet par le sujet dépend essentiellement de son activité en la circonstance. L'analyse décrit l'interaction entre le sujet et l'objet. Et en cherchant une façon de faire reproduire l'erreur à une analyse extérieure, le chercheur se donne un modèle qui lui offre aussi les moyens de faire produire des erreurs à des élèves. Faire produire des erreurs, est-ce que c'est bien de ça qu'il s'agit? Pour répondre à cette question, il convient de décrire le travail d'interprétation de l'erreur. Que fait-il lorsqu'il se trouve, par exemple, devant une copie d'élève?

Le voilà donc face à un ensemble d'informations, les données elles-mêmes et ce qu'il perçoit de leur organisation, voire de la façon dont potentiellement un élève aurait pu les organiser; il dispose aussi des traces écrites laissées par l'élève, ... mais cette description n'épuise pas, et de loin pas, les informations sur lesquelles il s'appuie pour mener à bien son interprétation. Il peut s'imaginer en effet la façon

dont le sujet amorce son activité, la façon dont il la conclut, etc. Et pourtant son information reste et restera très fragmentaire, et ceci pour trois raisons principales. La première consiste en ce que sa perception ne pourra aller au-delà d'une certaine profondeur dans l'examen de l'activité de l'élève; elle ne percevra pas non plus toutes les interactions qui entrent en jeu dans cette activité. Où arrêter le désenchevêtrement des schèmes? Jusqu'où remonter, etc.? Ici sont en cause autant la profondeur de champ de notre perception que son angle de vision. La seconde raison est d'ordre chronologique : il ne dispose pas de tous les éléments qui permettent de déterminer univoquement l'ordre des actions entreprises et encore moins qui lui indiquent si ces actions ont été effectuées une seule fois ou, au contraire, répétées. La troisième raison est la plus subtile; elle a trait au fait que nous n'avons que très partiellement accès aux mécanismes de sélection des informations à l'œuvre chez le sujet. Ce sont, sans doute, les mêmes mécanismes qui dirigent la mobilisation des schèmes. La systématicité d'un montage d'actions a une fonction (une signification) dans l'économie de leurs coordinations, dans l'économie des interactions avec les objets et dans la sélection, réductrice, des informations prises en compte. Ainsi, la systématicité que se donne l'élève, consciemment ou non, n'est qu'une économie dans son traitement, un tri, une barrière contre les bruits et les informations. En général, ce n'est pas un enchaînement jugé, consciemment, par lui comme nécessaire, ni suffisant, vers la solution. Mais si pour atteindre les règles qui sous-tendent la production de l'élève, nous soumettons les traces qu'il nous a laissées à une formalisation, nous ne pouvons pourtant pas identifier la procédure de l'élève au résultat de notre formalisation. Ce serait croire que les plans théorique et expérimental se confondent. En effet, rien ne permet de dire que l'économie qui contrôle la sélection des informations chez le sujet fonctionne sur les mêmes principes que nous avons introduits, qui relèvent d'une exploitation optimale des informations.

La question soulevée est ici que l'on ne sort pas de l'inférence. Alors, soit l'analyste se la refuse, soit il essaie de lui donner une existence objective, quitte à la poursuivre sur un autre plan expérimental. C'est bien ce que fait Van Lehn (1983) lorsqu'il construit son «établi» («workbench») informatique, mais c'est ce que l'analyste fait déjà dans cette

expérience qui est l'interprétation de l'erreur, et c'est encore ce que l'on peut faire en essayant de tirer parti de cette analyse pour interroger à nouveau cet élève, ou d'autres. Il y a plusieurs facettes sur lesquelles on peut chercher à voir l'erreur reproduite. Est-ce de la simulation d'erreur? Et si oui, est-ce que cela reste de la simulation lorsqu'on va essayer de la voir reproduite en classe? Peut-on parler de simulation didactique?

2.7 Symbolisation et niveau de réalité

Examinons un autre exemple à propos du numérique (Conne, 1988). Ici les choses se compliquent dans la mesure où la mathématique se hiérarchise en niveaux de réalité correspondant au réseau des systèmes de signifiants associés.

Prenons la régularité qui veut que les sommes suivantes «se terminent» toujours par 9.

2+7 = 9, 12+7 = 19, 2+17 = 19, 12+17 = 29, ..., 4642+5837 = xxxx9.

J'aurais pu décrire à peu près la même chose ainsi : un nombre qui se termine par deux additionné à un nombre qui se termine par sept donne un nombre qui se termine par 9.

On peut voir que cette propriété s'estompe si l'on recourt à d'autres systèmes pour symboliser les quantités. En choisissant une représentation plus élémentaire, par bâtonnets (7 ↔ IIIIIII), on perd la relation. En choisissant une formulation algébrique (un nombre qui se termine par 7 ↔ n+7), la propriété se fond dans celle, plus générale, de l'associativité. On conclut de ces remarques que la propriété numérique, le fait numérique considéré, est attribuable à la numération de position en base dix. Ce fait numérique :

- se manifeste à un certain niveau de symbolisme (marque d'un niveau de réalité), ici, les écritures numériques;
- s'explique à un niveau supérieur par la mise en œuvre des propriétés structurelles numériques dans le système symbolique considéré, ici, l'associativité et la commutativité de l'addition;
- repose aux niveaux inférieurs sur des faits numériques plus élémentaires disponibles, ici, que 2+7 fasse 9.

Ces considérations sont essentielles pour ce qui concerne l'enseignement des algorithmes de calcul en colonnes.

2.8 Niveau des schèmes mobilisés, jeux de symbolisation, clé du contrôle didactique du sens

Comment alors l'évidence à un dispositif didactique peut-elle être instaurée? Un élément de réponse nous est fourni par les blocs logiques. Dans ce cas, en effet, il faut comprendre le caractère symbolique de ce dispositif. Le choix des indices de couleur et de forme s'est effectué en fonction de leur simplicité et de leur attrait pour de jeunes élèves; ce sont en quelque sorte de bonnes formes pour des attributs logiques. Le choix de proposer des objets de petites tailles, déplaçables et manipulables, répond au même principe. Mais ceci va jusqu'à la détermination des tâches que l'on va proposer. La modélisation du schéma didactique en un dispositif matériel ne suffit pas à établir une situation; il faut considérer aussi ce qu'on va demander aux élèves de faire et considérer, comme nous l'avons vu plus haut, que diverses modélisations ont cours. C'est donc au travers d'une symbolisation et de la donnée d'une tâche que l'on tente de contrôler le rapport de l'élève au dispositif. Reprenons notre exemple.

En examinant à nouveau le matériel ASCOBLOC, nous tombons sur le fait qu'il y a deux représentants de chaque type. Supposons alors que ces deux pièces soient indiscernables (elles le sont relativement aux traits); alors, le simple fait qu'elles n'occupent pas la même place en même temps nous indique qu'il y en a bien deux, non identiques. Ainsi l'ultime critère d'identité est la place occupée à un moment donné. C'est là dessus aussi que se noue la désignation. C'est cette modalité très élémentaire, et préverbale, que l'on exploite avec ce dispositif, lors des nombreuses activités de placement que l'on propose aux élèves. L'évidence, en l'occurrence, provient du fait que ceci est très profondément ancré dans notre esprit : ce sont des schèmes très élémentaires, très familiers selon l'expression des psychologues, un modèle de base si on veut reprendre les termes de Brousseau.

Nos recherches à propos de l'enseignement de la division montrent le même phénomène. Je citerai à ce propos l'article *Schèmes, algorithmes et erreurs de calcul* (Brun, Conne et Lemoyne, 1992). Dans l'enseignement de la division, le recours par les élèves au schème très élémentaire de partager-distribuer échappe au contrôle de l'enseignant. Or,

> *cette connaissance fonctionne si fort, qu'elle écrase dans certaines situations les autres connaissances et règles à mettre en jeu (par exemple, celles qui tiennent au fait que l'algorithme partage le nombre dividende, en parts les plus grandes possibles, en tenant compte de la numération de position* (Brun, Conne et Lemoyne, 1992, p.10).

Ainsi

> *nos résultats manifestent que les erreurs ne correspondent pas à une absence de contrôle sémantique; au contraire, parfois il y aurait excès, serions-nous tentés d'ajouter; mais pour l'élève c'est le réglage de ce contrôle qui reste à trouver, d'où ses erreurs* (*Ibid.*, p.12);

et enfin,

> *contrairement aux apparences, c'est moins de lacunes à caractère numérique ou numéral dont nos erreurs de division témoignent que d'un contrôle (au sens d'exploitation adaptée des connaissances disponibles) encore incertain et fragile, comme si cette curiosité qu'est l'algorithme résistait encore à l'exploration que l'élève a pu en faire jusque-là* (*Ibid.*, p. 12-13).

Dans mon travail de thèse, j'ai distingué deux niveaux de référence dans l'interprétation des réponses des élèves. D'abord, examiner la production comme réponse à la tâche de placement, ceci tout comme chaque enseignant le faisait. Ensuite, considérer que la réponse de l'élève avait un sens. Il ne s'agissait pas de me demander quels manquements aux règles de placement étaient révélés par sa réponse. D'ailleurs, ces manquements ne pouvaient être qu'incompréhensibles, tant la tâche de placement était élémentaire. Au contraire, je me suis demandé si je pou-

vais juger la production de l'élève comme un classement (pas forcément complètement cohérent), vu que c'était bien cela qui lui avait été lui demandé. Bien entendu, l'enseignement ne pouvait le lui faire savoir ainsi, directement. Mais il le faisait indirectement, en mettant l'élève dans une situation qui mobilise ses propres schèmes de classification. Cette confrontation m'était utile pour faire des hypothèses sur la façon dont l'élève avait traité le problème. Elle requérait de ma part un certain travail de formalisation de sa procédure et même de dérivation à partir des règles d'actions que j'inférais (théorisation nécessaire à partir des données de l'expérience). J'utilise couramment cette technique d'analyse dans mes observations d'élèves (pour une description de la méthode, voir Conne, 1989*a*). D'un autre côté, j'utilise aussi cette façon de procéder lors de l'échange didactique avec l'élève, dans le but et de lui donner un indication sur ce que signifie la demande qui lui est faite de mettre en œuvre telle ou telle règle d'action. Ceci requiert, un changement de plan dans l'échange, une rupture de contrat vu qu'on lui indique que l'on ne se suffira pas de son application (aussi bonne soit-elle), et finalement une décentration de l'élève vis-à-vis de la réalité traitée et des contrôles effectués dans la tâche étroite proposée. C'est un jeu sur le modèle.

En ce qui concerne l'enseignement des rudiments de logique, notons que des collaborateurs de Brousseau ont élaboré, sous la direction de Pérès, une séquence de situations très intéressante (Pérès, 1984). Il s'agit de faire construire en classe un code de désignation d'objet, qui soit commun à la classe. Dans cette ingénierie, tant l'élève que le maître ont un moyen de contrôle de l'investissement de la tâche par la pensée de l'élève. C'est très important : elle fournit un bon exemple de la manière dont la didactique des mathématiques reprend et dépasse les préceptes de la pédagogie institutionnelle. Ceci tient à ce que l'élaboration du symbolisme et des conventions de codage sont dévolues aux élèves et à leur responsabilité, ce qui assure aux élèves de contrôler le sens de ces reconstructions au niveau symbolique; d'un autre côté, le maître ne cède pas sur la nécessité d'établir des conventions langagières, ce qui lui permet de contrôler les connaissances induites chez les élèves. Du point de vue de la tâche, c'est une tâche au niveau symbolique, de désignation, qui fait fonctionner les schèmes de classement. La tâche proposée pour l'échange

didactique n'est pas confondue avec les éléments cognitifs que l'on veut atteindre. Si cette façon de faire est très convaincante, il n'en reste pas moins qu'à l'heure actuelle, le développement de situations qui permettent d'aborder les classifications logiques (tâche qui prolonge la confection d'un code de désignation) n'a pas encore pu être mené à bien.

2.9 Horizons

Tous ces exemples proviennent de l'observation de pratiques scolaires existantes. D'une part, ils mettent en évidence les problèmes liés à la symbolisation. Comment les joindre aux modèles théoriques décrits ci-dessus? Par le biais de l'institutionnalisation, comme le propose Rouchier (1991)? D'autre part, ils montrent que la réalité des modèles proposés aux élèves est relative à ce qu'on leur demande de faire. L'épistémologie génétique nous l'avait bien dit, et nous pouvions nous y attendre.

L'étude des pratiques enseignantes n'est qu'à peine entamée. Il ne s'agit pourtant pas de décrire l'entier de ces pratiques, ni même leur corps central. Au contraire, là où cette forme d'investigation est irremplaçable, c'est, à mon avis, lorsqu'elle explore l'horizon de ce champ de pratiques. L'étude des premiers pas en mathématiques signale que le nombre ou, à l'opposé, la théorie des ensembles sont des cas limites.

Mais la pratique nous offre bien d'autres occasions. Pour ma part, je m'attache actuellement à étudier le système didactique dans des conditions où l'échange didactique est rendu très difficile par les élèves (élèves sortis de l'école à cause de difficultés psychiques, élèves handicapés). Comment s'établissent les jeux du maître face à des élèves qui déclarent ne rien vouloir assimiler, ne rien vouloir retenir, qui n'arrivent pas à donner, etc.? Tout ce que j'ai dit ici sur l'échange didactique en conditions normales montre que celui-ci fonctionne essentiellement sur la base d'échange d'indices. Ces indices sont bien codifiés et relativement formalisés, c'est-à-dire légers de sens. Que deviennent ces indices lorsque l'élève, pour des raisons personnelles, en vient à refuser ces codes? Le sens s'estompe-t-il ou au contraire l'échange ne devient-il pas trop lourd de sens? Comment l'échange fait-il alors pour continuer? J'ai pu

observer que ces conditions ne sont pas forcément défavorables pour le maître, qui se trouve autrement défié par ces élèves. Ne pouvant espérer aucun secours de l'échange sur le plan didactique, le voilà brutalement réorienté sur la dévolution d'une situation adidactique. Ce genre de questions m'occupe maintenant. Rappelons que c'est lors d'un travail dans des conditions voisines que Brousseau a pointé la notion de contrat didactique. Et les développements qu'a connus ce concept montrent l'importance des études didactiques dans de telles conditions marginales.

Actuellement, Mercier poursuit une recherche très intéressante concernant les pratiques scolaires. Voici comment il présente son entreprise :

> *La didactique se caractérise traditionnellement de l'intentionnalité : intention d'enseigner et intention d'apprendre. Mais si l'étude des moyens de réaliser l'intention d'enseigner est depuis longtemps au programme des recherches didactiques, sous le nom d'ingénierie didactique, celle de l'intention d'apprendre commence à peine. Elle nécessite l'étude de l'articulation du temps personnel de l'élève (le temps de l'apprentissage) au temps institutionnel de l'École (le temps de l'enseignement)* (Mercier, à paraître).

Je cite cette entreprise pour trois raisons. D'abord, je la crois très proche de ma propre démarche et je trouve qu'elle vient la compléter sur des aspects que j'ai dû laisser de côté. Ensuite, elle cherche à montrer, à propos de deux théories, celle de Brousseau et celle de Chevallard, leurs sphères de nécessité, et peut-être même leur interface. Enfin, nos théories didactiques restent empreintes d'une focalisation sur l'élève. Comme l'indique Rouchier, il est temps d'inclure le jeu du maître avec la situation proposée à l'élève, c'est-à-dire le contrat didactique et le complexe situation adidactique/situation didactique.

> *La connaissance n'a pas été oubliée, au contraire, mais seule une partie du chemin avait été effectué. Il reste à développer des modèles du didactique lui-même, c'est-à-dire du passage que les élèves vont devoir effectuer pour entrer dans le savoir avec les caractéristiques qui sont les siennes. Il faut alors rétablir (ou établir) une pression qui, de fait, va apparaître comme institutionnelle. Le cognitif «primitif», celui qui apparaît comme produit de la situation adidactique, doit être transformé pour se rattacher à un domaine plus savant où la connaissance n'est plus dans l'action. Elle a été transformée ou transportée sur un plan symbolique où elle pourra faire sens pour d'autres pratiques celles qui sont justement des pratiques savantes* (Rouchier, 1991, 29).

Nous ne connaissons que trop peu le jeu du maître, car nous avons toujours le regard orienté sur la finalité de ce jeu, le sens encore une fois.

Dans le schéma d'institutionnalisation que Rouchier propose, une première place est faite au maître. Pour ma part, je pense que le système didactique articule deux situations qui, du point de vue épistémologique, fonctionnent différemment : une situation adidactique, dans la perspective de l'élève, et une situation récognitive, dans la perspective du maître. Ne lisez pas par là qu'il n'est pas demandé aussi à l'élève de reconnaître ce qu'il connaît déjà, ni que l'enseignant ne découvre rien à enseigner. Découvertes et reconnaissances sont le lot de tout processus cognitif. Ce que je mets en balance ici, ce sont les orientations, non pas des individus, mais des situations dans lesquelles ils se trouvent. Dans ce nouveau schéma, la situation didactique chapeaute et articule ces deux situations. Ceci m'est inspiré par la recherche de Mercier, qui m'a fait voir autrement et bien plus nettement cette situation du maître. J'entrevois au bout de la perspective qu'il nous propose, un nouvelle compréhension sur la condition et sur le rôle du maître dans les systèmes didactiques.

2.10 Le sens en perspective

On sait combien la question du formel a occupé les épistémologues. Je ne me sens pas philosophe, car seule la question du recours au formel m'intéresse. Pourquoi? Dans quelles conditions? Est-ce inévitable? Qu'est-ce que cela nous apporte?

Le formel en lui-même n'a, pour moi, pas d'intérêt. Le recours au formel ne m'inquiète pas pour autant, dès lors que je suis persuadé

de trouver toujours du sens au-delà, en amont comme en aval, selon l'orientation de l'investigation. On ne peut pas réduire la réalité par l'analyse formelle. Dans toute formalisation cependant, à un moment donné, il faut décider d'une coupure, qu'il n'y a rien au-delà (avant/après). C'est sans doute cela le formel, une coupure provisoire dans le tissu du sens.

Dans le cas de la didactique des mathématiques, ce recours au formel est partout présent, et quel que soit le point auquel on s'attache, on le retrouvera. La façon dont nous considérons les mathématiques, le rôle qu'on y fait jouer à l'école n'y sont pas étrangers. De plus, c'est très souvent par l'accès que leur donne l'abstraction formalisante que les mathématiciens ont coutume de s'introduire en sciences humaines. L'intérêt du formel est sa puissance abstractive et sa fécondité analogique. C'est un bon moyen de se déprendre des évidences. J'aime bien l'idée de modélisation par formalisation que Gonseth (1949) a introduit. Cela rend compte de la simplification que l'on peut attendre d'une formalisation en même temps que son caractère langagier. Cela veut dire surtout qu'il y a plusieurs modalités pour la modélisation et que c'est derrière la comparaison et la confrontation de ces modalités que nous pouvons dégager les schémas spécifiques à notre discipline. Le formel est donc une lecture de la réalité. C'est bien entendu la complexité du monde qui nous oblige à y recourir.

Au formel sont liées la transparence et la simplicité. Et bien sûr, pourquoi ne pas faire profiter les élèves des simplifications trouvées? L'essentiel n'est-il pas, justement, de communiquer ces savoirs aux générations suivantes? Hélas, nous l'avons vu, la transparence n'est pas le sens. Ici, permettez-moi de citer un texte qui n'est pas un texte de didactique ni même de didacticien, mais qui témoigne, à sa manière, d'un de ces moments où la question du sens devient sensible, et ce, dans un langage respectablement naïf, et qui se situe aux antipodes de la présentation d'un modèle. La citation évoque les états d'âme d'un formateur, qui pourraient bien être les miens aussi; ce n'est donc pas arbitrairement que j'ai choisi son témoignage. Il s'agit de deux citations d'un livre d'Arsac, *Les machines à penser* (1988), où cet auteur oppose à la possibilité d'une intelligence artificielle l'idée que le sens, justement, a une

existence objective transcendant toutes nos tentatives de modélisation formelles. Me considérant, moi aussi, comme formateur de praticiens à une «science» nouvelle (du moins, c'est ce que je crois), je comprends bien qu'Arsac déclare : «J'avais besoin de voir clair pour enseigner l'information et l'informatique.» Ce sérieux dans sa tâche l'honore. Je m'imagine bien qu'obligé par la complexité des phénomènes à traiter, il ait dû faire le détour de la formalisation et de la modélisation. Et il gagne toute ma sympathie lorsqu'il se rend bien compte de la limite de cette démarche de préparation, puisque ni la présentation, ni l'initiation aux résultats de sa quête rationalisante ne suffiront à garantir son enseignement. Il écrit :

> *Toute mon expérience personnelle s'inscrit en faux contre l'idée que j'agisse suivant des règles, ou que tout soit affaire de calcul. Depuis 1971, tout mon travail de recherche a tendu à augmenter la part du calcul en programmation. Parvenu en fin de carrière universitaire, je me trouve avec cette profonde insatisfaction que je ne sais pas comment transmettre à mes étudiants la compétence que je me suis forgée. Même dans ce domaine restreint de la programmation, tout ne se réduit pas au calcul* (Arsac, 1988, 225).
>
> *Ce livre a du le montrer au lecteur. J'avais besoin d'y voir clair pour enseigner l'information et l'informatique. Jusque vers 1972, j'ai enseigné des langages de programmation. Mais il m'est apparu que je faisais fausse route : l'important n'est pas les mots que l'on écrit mais ce que l'on a à dire. Je n'étais pas là pour apprendre à écrire aux étudiants, mais pour essayer de leur apprendre à réfléchir : non les mots mais les idées. Pas la forme, le sens. La forme est pour la machine, le sens pour l'homme. Comme je l'ai raconté, j'ai fait un détour par la programmation analytique. Je ne la renie pas, il y a des cas difficiles où l'on ne peut faire autrement. Mais en entraînant les étudiants vers le calcul, je les détournais de l'essentiel : comprendre ce qu'ils font. Dès lors, je me suis progressivement éloigné d'un enseignement formel, à base de grammaire et de théorie, pour essayer d'atteindre la signification profonde des activités de programmation. Le sens, pas la forme»* (*Ibid.*, 230-231).

Didactiquement parlant, notre accès au savoir se fait à un certain niveau symbolique, qui provient d'une formalisation. À ce point de vue, l'exemple de l'écriture des nombres en numération de position est suffisamment éloquent. Comme nous l'avons vu avec les faits numériques, en dégageant un schéma, on établit une coupure, on distingue des niveaux de réalité, et les faits de niveaux inférieurs qui ne sont pas laissés sur la touche, mais réinvestis.

Je qualifierai cela de cohérence ou bien de solidarité contextuelle. Ainsi, le nombre se dégage des aspects figuratifs (disposition, plus généralement nature du support, ou réalisation du schéma en modèle), c'est alors à jouer de ces aspects secondarisés que convie tout l'apprentissage des techniques de calculs ou des moyens de désignation, ou de toute symbolisation. C'est exactement la même chose qui se produit avec la logique, comme nous l'avons vu tant à propos de tâches de construction d'un code de désignation que des tâches plus classiques de placement d'objets ou de figures dans des diagrammes logiques.

Ce niveau d'accès constitue effectivement la réalité, instituée, sur laquelle s'élabore notre savoir.

À ce titre, j'aurais voulu évoquer, mais le temps et la place me manquent, une foule d'autres écrits et de recherches en didactique dont les recherches de Lemay à l'Université Laval (1979). De plus, adopter une perspective épistémologique vis-à-vis de cette entrée nous amène d'innombrables surprises. Celles-ci ont été souvent relatées; pour ma part, je donnerai deux citations : Duckworth (1987) et Rouche (1992), ce dernier s'inspirant de Freudenthal (1983). Ce qui relie à mes yeux ces écrits, c'est qu'ils invitent à une sorte de désapprentissage, nous emmènent hors des sentiers de l'évidence, montrent l'iceberg de connaissances que cachent plus que recouvrent nos savoirs, et ceux-là même en qui nous avons le plus confiance. Or, je suis persuadé que dans ce désapprentissage se trouve la clé, pour l'enseignant, du problème de la dévolution. Cette entreprise n'est pas négative; au contraire, elle ne vise rien moins qu'une reconstruction du sens, et c'est bien ce que veut un auteur comme Rouche (1992), qui intitule son dernier ouvrage *Le sens de la mesure*. Ce qui se profile derrière une démarche comme celle de

Rouche est l'idée qu'il y a un lien essentiel entre le sens de l'entreprise d'enseignement et le sens conféré au contenu enseigné. C'est une conviction très partagée, et nous l'avons déjà trouvé dans le témoignage d'Arsac. L'entreprise est bien épistémologique et se situe au niveau du savoir savant qui, selon ma définition (Conne, 1992; Conne et Brun, 1992), organise les savoirs. Enfin, il est important de relever que l'on retrouve, tout au long de l'entreprise de Rouche et de son groupe d'enseignement mathématique, un travail de formalisation auquel sont conviés les élèves. Ceci est relaté dans des textes comme *L'archipel des isométries* (GEM, 1982) ou *Apprivoiser l'infini* (Hauchart et Rouche, 1987). Comme je l'ai signalé plus haut, cette approche épistémologique ne suffit pas, mais peu importe ici.

Je me contenterai de quelques mots concernant l'entreprise de Chevallard. La première remarque que j'aurais à formuler est celle de retrouver dans les conceptions de cet auteur, vis-à-vis de la modélisation, une approche voisine de celle de Gonseth. La seconde est pour indiquer que cet auteur excelle dans les usages locaux de modèles formels et que cet art lui sert aussi à se jouer des évidences. Mais son usage est toujours «descendant». Il emploie ses métaphores dans une perspective diamétralement opposée à celle des approches classiques évoquées au paragraphe précédent. Il tourne résolument le dos à toute entreprise qui vise à épaissir la réalité. Reprenant pour son usage ce travail, Mercier commente : «La formalisation est ici utile à une manipulation contrôlée du sens, comme elle peut aider à produire des descripteurs de notions, dégagées du vocabulaire des institutions observées» (Mercier, à paraître, 2). On peut donc dire que l'entreprise de cet auteur est d'établir un (ou des) modèle par formalisation de la didactique. C'est tout ce qui le sépare d'un auteur comme Brousseau qui s'inspire de modélisations plus classiques en sciences humaines (théorie des jeux, économie), mais qui, surtout, nous confectionne des modèles plus proches du plan de l'expérience. Nous l'avons vu, le travail de Rouchier ne s'oriente pas tant vers une formalisation que vers l'établissement d'un schéma général des processus didactiques.

CONCLUSION

Du point de vue du chercheur que je suis, ce qui dirige la démarche, c'est une quête de la compréhension. Celle-ci procède d'une confrontation à quelque chose qui nous échappe, d'une incompréhension. Le sentiment de comprendre s'accompagne d'un sentiment d'évidence toute nouvelle et correspond à un effet de sens. Par contre, le sentiment de ne pas comprendre ne s'accompagne pas forcément d'une impression de non-sens. Par exemple, lorsqu'elle fait suite à un échec dans nos actions ou dans nos prévisions, l'incompréhension est suffisamment canalisée pour rester sensée. Certains pensent qu'il n'y a pas grand chose à tirer d'une situation dont nous ne trouvons pas le sens. Personnellement, je ne partage pas leur point de vue. Je ne sais pour quelle raison, au contraire, tout me porte à travailler à la limite du sens. Le non-sens est un cas limite d'incompréhension. C'est à ce titre que s'y confronter nous oblige à prendre en compte des éléments négligés. C'est en quelque sorte une procédure de contrôle de la modélisation qui, elle, cherche à simplifier le réel et à tirer parti d'un tri parmi les aspects qui le caractérisent. Or ce qui échappe à notre compréhension nous échappe dans les limites des actions que nous entreprenons. Le non-sens se situe au nœud où il nous faut questionner nos actions les plus courantes, celles qui nous procurent l'évidence sans laquelle nous ne pourrions agir. Dans certains cas, pour renouer avec le sens et accéder à la compréhension, il faut changer nos modes et nos registres d'actions. Je trouve essentiel que nos efforts d'ingénierie ne soient pas seulement confrontés à leurs seules limites pragmatiques, à ce qu'ils ne réussissent pas encore, mais surtout à ce qui les relativise le plus, à savoir qu'ils ne sont qu'un mode de faire et qu'ils ne tiennent qu'à ce que nous nous permettons de faire. *Omnis determinatio est negatio* (Spinoza). Le non-sens n'est donc assurément pas une négation.

Au début de ce chapitre, j'ai fait part de mes doutes. Je dois maintenant avouer que mon sentiment a peu changé. L'essentiel de ce que j'ai à dire sur la question du sens réside dans le dernier paragraphe, quoique j'aie le sentiment de m'y exprimer très maladroitement. Qu'en est-il des détours que mon texte a pris pour en arriver là? J'ai pensé

qu'il ne fallait pas seulement que je dise quelque chose de la question du sens. J'ai donc essayé de montrer ce que j'en fais.

RÉFÉRENCES

ARSAC, J. (1988).
Les machines à penser. Paris : Seuil.

ARTIGUE, M. et ROBINET, J. (1982).
Conception du cercle chez des enfants de l'école élémentaire. *Recherches en didactique des mathématiques, 3*(2), 5-64.

BROUSSEAU, G. (1986).
Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques,* 7(2), 33-115.

BROUSSEAU, G. (1990).
Le contrat didactique, le milieu. *Recherches en didactique des mathématiques, 9*(3), 309-336.

BRUN, J., CONNE, F. et LEMOYNE, G. (1992).
Schèmes, algorithmes et erreurs de calcul (Document inédit). Genève : Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation, Université de Genève.

CHEVALLARD, Y. (1985, 1991).
La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble : Éditions de la Pensée sauvage.

CHEVALLARD, Y. (1992).
Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportés par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques, 12*(1), 73-112.

CONNE, F. (1981).
La transposition didactique à travers l'enseignement des mathématiques en première et deuxième année de l'école primaire. Thèse de doctorat, Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation, Université de Genève.

CONNE, F. (1987*a*).
Un canard dans les mares. *Éducation et recherche, 9*(3), 301-328.

CONNE, F. (1987*b*).
Un peu d'épistémologie élémentaire, un clin d'œil à F. Gonseth. L'exemple de l'enseignement de la numération à l'école élémentaire (Document inédit). Chez l'auteur.

CONNE, F. (1988).
Numérisation de la suite des nombres et faits numériques. *Math-École, 132*, 26-31; *Math-École, 133*, 20-23.

CONNE, F. (1989*a*).
Comptage et écriture en ligne d'égalités numériques. *Recherches en didactique des mathématiques, 9*(1), 71-115.

CONNE, F. (1989*b*).
Situations évoquées, situations jouées et structures mathématiques. *In* R. Gras (éd.), *Actes de la Ve école d'été de didactique des mathématiques et de l'informatique* (p. 51-57). Rennes : Institut de recherche en mathématiques appliquées de l'Université de Rennes (IRMAR).

CONNE, F. (1992)
Un grain de sel à propos de la transposition didactique. *Éducation et recherche, 14*(1), 57-71.

CONNE, F. et BRUN, J. (1991)
Les débuts d'un apprentissage : où placer les routines? *Cahier Interactions didactiques, 12*, 53-88.

CONNE, F. et BRUN, J. (1992).
Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. *Recherches en didactique des mathématiques, 12*(2-3), 221-270.

DUCKWORTH, E. (1987).
Some depths and perplexities of elementary arithmetic. *Journal of Mathematical Behaviour, 6*, 43-94.

FREUDENTHAL, H. (1983).
Didactical phenomenology of mathematical structures. Dordrecht : Reidel.

GEM (1982).
L'archipel des isométries: essai de redécouverte (Dossier 3 du Groupe d'enseignement mathématiques). Louvain-La-Neuve : Institut de mathématiques.

GONSETH, F. (1949).
La géométrie et le problème de l'espace (Fascicule IV- *La synthèse dialectique*, p. 265-318). Neuchâtel : Éditions du Griffon.

HAUCHART, C. et ROUCHE, N. (1987).
Apprivoiser l'infini, un enseignement des débuts de l'analyse. In GEM (éd.), Louvain-La-Neuve : Ciaco éditeur.

INHELDER, B., CELLERIER, G., ACKERMANN, E., BLANCHET, A., BODER, A., DE CAPRONA, D., DUCRET, J.-J. et SAADA-ROBERT, M. (1992).
Le cheminement des découvertes de l'enfant. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.

LEMAY, F. (1979).
Une étude structurale du comptage (Document de travail n° 1). Sainte-Foy : Département de didactique, Faculté des sciences de l'éducation, Université Laval.

MERCIER, A. (à paraître).
Le temps didactique, le temps de l'enseigné, les élèves. *In Actes du séminaire de didactique et de l'informatique 1992.* Grenoble : Université Joseph Fourier et Institut Laboratoire des sciences du didactique (LSD2) – Institut de mathématiques appliquées de l'Université de Grenoble (IMAG).

MINSKY, M. (1988).
La société de l'esprit. Paris : Interéditions.

MORF, A. (1984).
Expérience, connaissances et représentations. *In* C. Belisle et B. Schicle (éd.), *Les savoirs dans les pratiques quotidiennes. Recherches sur les représentations* (p. 418-428). Paris : CNRS.

PÉRÈS, J. (1984)
Utilisation d'une théorie des situations en vue de l'identification des phénomènes didactiques au cours d'une activité d'apprentissage scolaire : Construction d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle. Bordeaux : Document de l'Institut de recherche en mathématiques (IREM) de Bordeaux, Université de Bordeaux I.

PORTUGAIS, J. (1992).
Didactique des mathématiques et formation des enseignants: le cas des erreurs de calcul. Thèse de doctorat. Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation, Université de Genève.

ROUCHE, N. (1992).
Le sens de la mesure. Bruxelles : Didier/Hatier.

ROUCHIER, A. (1991).
L'institutionnalisation des savoirs dans l'enseignement des mathématiques. *In* A. Rouchier (éd.), *Étude de la conceptualisation dans le système didactique en mathématique et informatique élémentaires: proportionnalité, structures itérativo-récursives, institutionnalisation* (p. 26-71). Thèse de doctorat d'état, Sciences fondamentales et appliquées, Université d'Orléans.

SCHUBAUER-LEONI, M-L., (1991).
La place du maître dans le système didactique : esquisse d'une analyse didactique avec un regard de psychologue social des situations didactiques. *In* R. Gras (éd.), *Actes de la VIe école d'été de didactique des mathématiques* (p. 83-85). Rennes : Institut de recherche en mathématiques appliquées de l'Université de Rennes (IRMAR).

VAN LEHN, K. (1983).
On the representation of procedures in repair theory. *In* H. Ginsburg (éd.), *The development of mathematical thinking* (p. 201-251). New York : Academic Press.

Collectif sous la direction
de PHILIPPE JONNAERT ET D'YVES LENOIR

SENS DES DIDACTIQUES ET DIDACTIQUE DU SENS

Éditions du CRP
Faculté d'éducation
Université de Sherbrooke

Distribution en Europe : Les Éditions ESKA

ISBN 2-920859-71-4

© Éditions du CRP
Faculté d'éducation
Université de Sherbrooke
Québec, Canada

Dépôt légal : 2e trimestre 1993

Bibliothèque nationale du Québec, Montréal
Bibliothèque nationale du Canada, Ottawa

Tous droits de reproduction, même partielle, d'adaptation ou de traduction réservés.

TABLE DES MATIÈRES

AVANT-PROPOS 13
Yves Lenoir (Université de Sherbrooke)

INTRODUCTION 15
Philippe Jonnaert (Université catholique de Louvain)
et Yves Lenoir (Université de Sherbrooke)

1. Pour entamer le débat 15
2. Différentes voies de traitement de la problématique du sens dans les didactiques 20

PREMIER CHAPITRE – Entre Descartes et Hegel : De quels sens peut-il être question en didactique? Contribution au développement d'une épistémologie de la didactique 29
Yves Lenoir (Université de Sherbrooke)

Introduction 29
1. Remarques préliminaires 30
2. La méthode dialectique : du mythe à la pensée scientifique 35
3. La méthode cartésienne 38
   3.1 Le discours de la méthode 38
   3.2 La méthode cartésienne et son impact sur l'épistémologie scientifique 42
4. Le processus d'objectivation scientifique et la dialectique hégélienne 51
   4.1 La dialectique du discours 53
   4.2 La dialectique du réel 63
5. Vers un double sens de la didactique 71
Conclusion 82
Références 87